



Jan van Brabant College®

... in de bovenbouw van het vwo

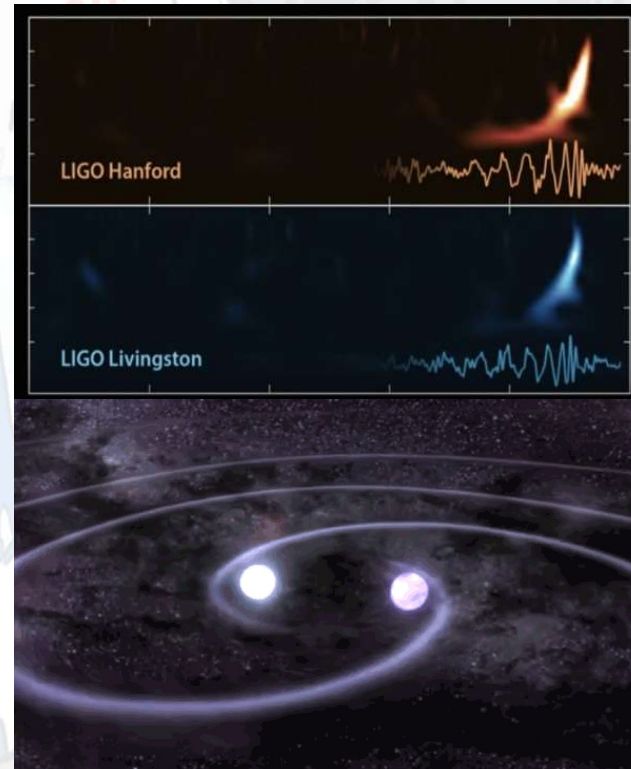
S. Delhaye (JvB college)
s.delhaye@janvanbrabant.nl
L. de Putter (TU/e)
B. Pepin (TU/e)

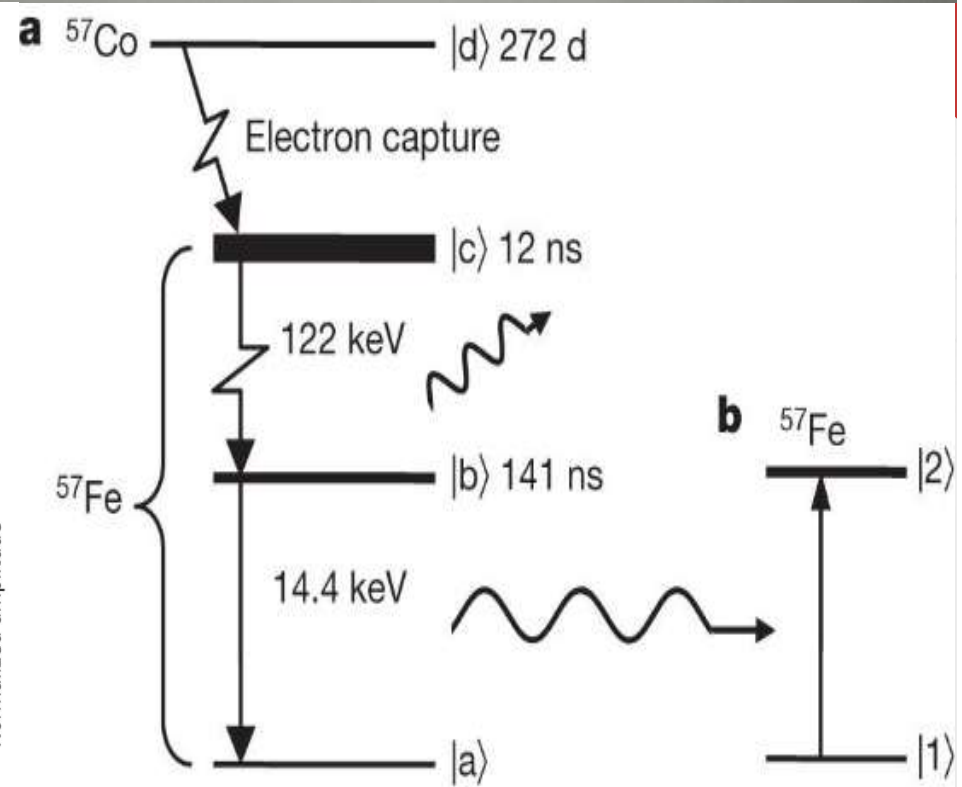
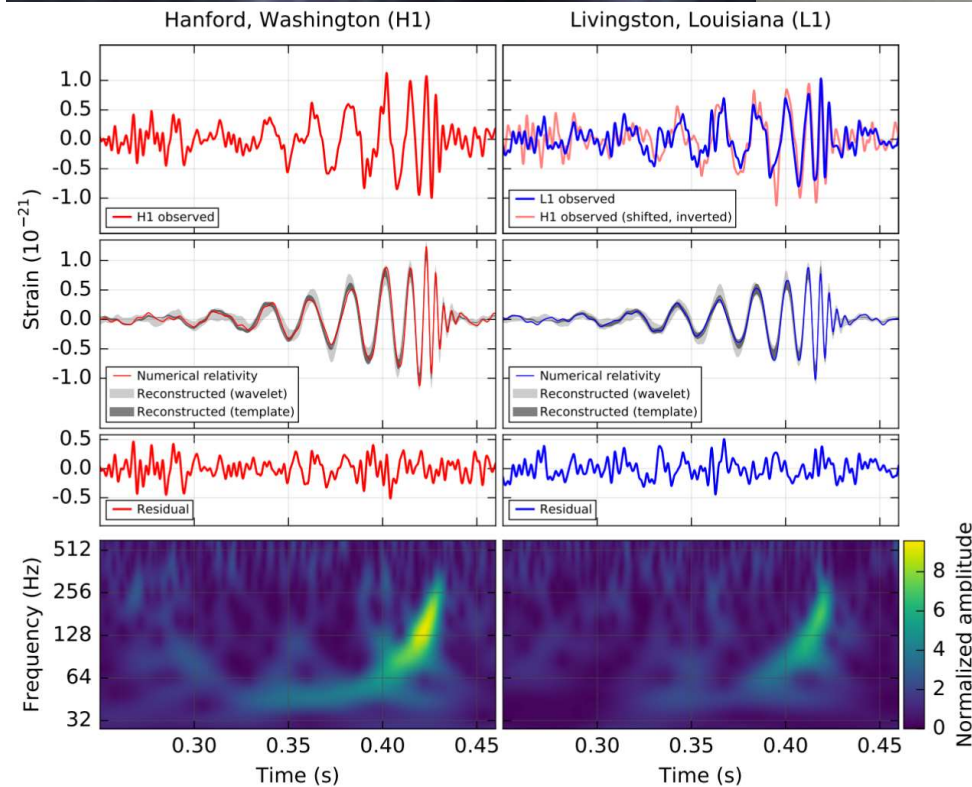
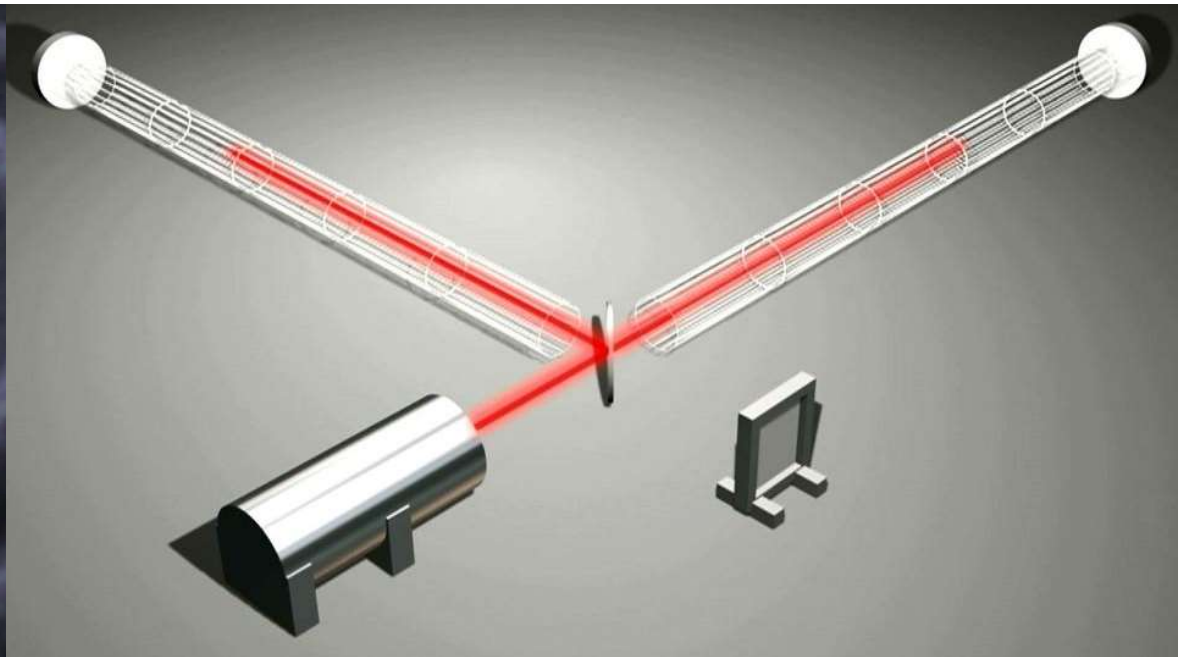
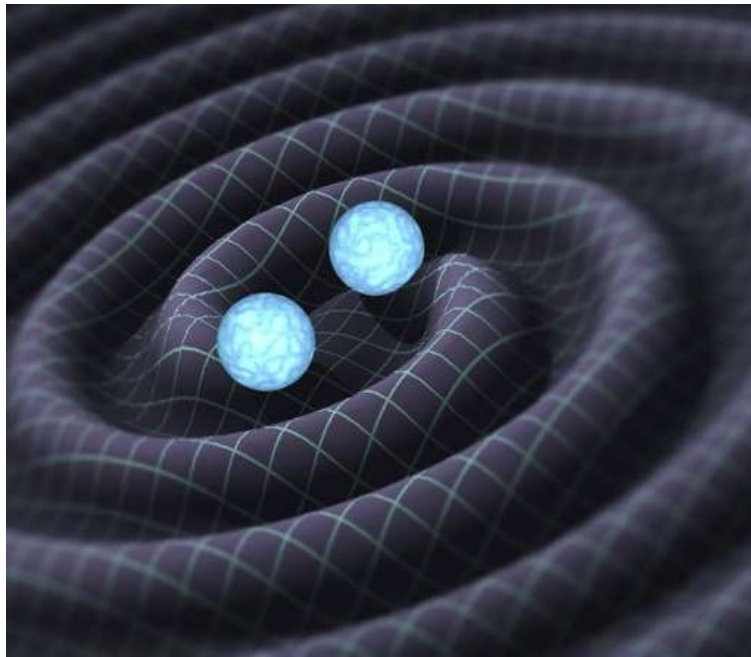
Inhoudsopgave

- **Introductie:** Wie, wat en waarom
- **Resultaten:** Kenmerken module
- **Activiteit 1:** Zonsverduistering 1919
- **Activiteit 2:** Perihelium precessie Mercurius
- **Opzetten** Docent Ontwikkel Team
- **Discussie** en vragen

Waarom ART op het vwo?

- Nobelprijs natuurkunde - LIGO
- Werking GPS
- Oerknal
- Modern model voor gravitatie
- Astronomie
- Aansluiting huidig curriculum





Doel van het onderzoek

Curriculummateriaal ontwerpen en evalueren waarin het onderwerp algemene relativiteitstheorie op een ***adequate*** manier wordt onderwezen.

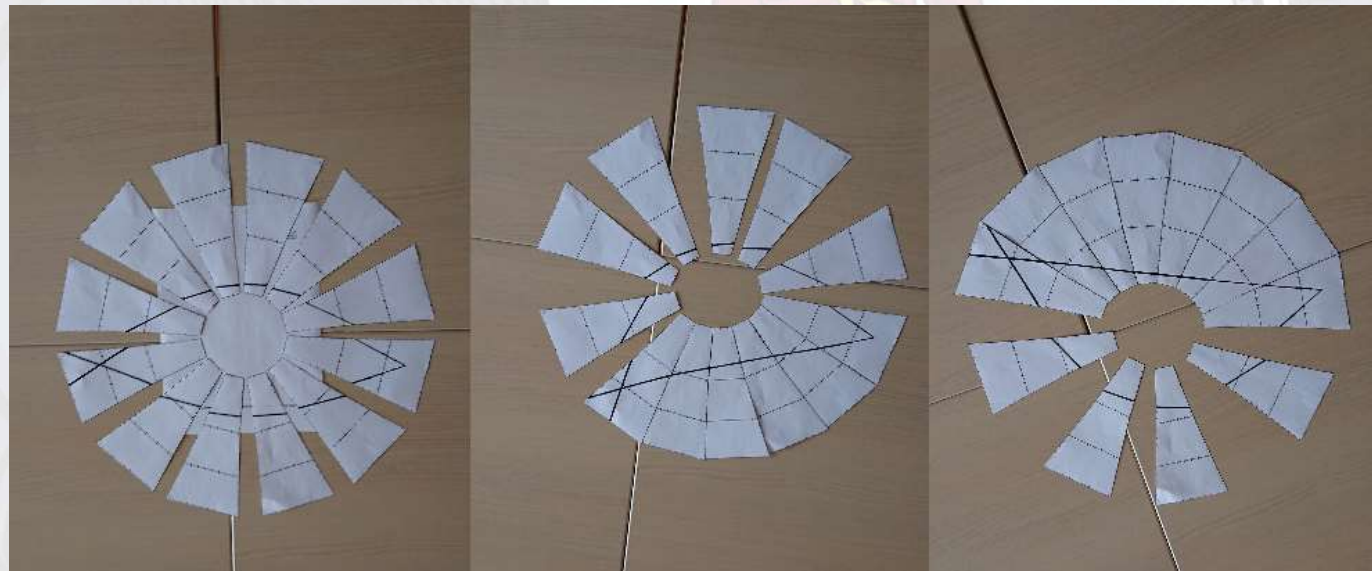
- rol van ART in natuurwetenschap;
- materialen en de lespraktijk voldoen aan vier kwaliteitscriteria (relevantie, consistent ontwerp, praktische bruikbaarheid en effectiviteit).

Kenmerken module

- **Sluit aan** op het **kennisniveau** van een vwo leerling (BB)
- **Wiskunde niveau sluit aan** op het niveau van het CE:
 - Gravitationele roodverschuiving: Pound-Rebka
 - Rekenen aan LIGO-data
- Vakinhoudelijk **sluit** de module **aan** op het **curriculum**:
 - Domein B: golven
 - Domein C: beweging en wisselwerking
 - Domein E: straling en materie
 - Domein F: Quantumwereld en relativiteit

Kenmerken module

- Begint met een **interessante context**:
 - gravitatiegolven of zwarte gaten
- **Conceptueel en hands-on** ervaringen:



ngen
relativiteit:
chappen van

Zonsverduistering 1919

- Activiteit bestaat uit 2 onderdelen:
 - Papieren model
 - Rekenmodel
- Doelen:
 - Leerlingen begrijpen dat afbuiging van licht wordt veroorzaakt door lokale kromming van ruimtetijd
 - Leerlingen kunnen zich een beeld vormen van deze kromming
 - Leerlingen kunnen redeneren met de formule voor de buigingshoek

Perihelium precessie

- Activiteit bestaat uit 3 onderdelen:
 - Numeriek model
 - Papieren model
 - Rekenmodel
- Doelen:
 - Leerlingen kunnen de (extra bijdrage aan de precessiehoek)...
 - ... verklaren met een papieren schaalmodel
 - ... berekenen met een rekenmodel

Discussie

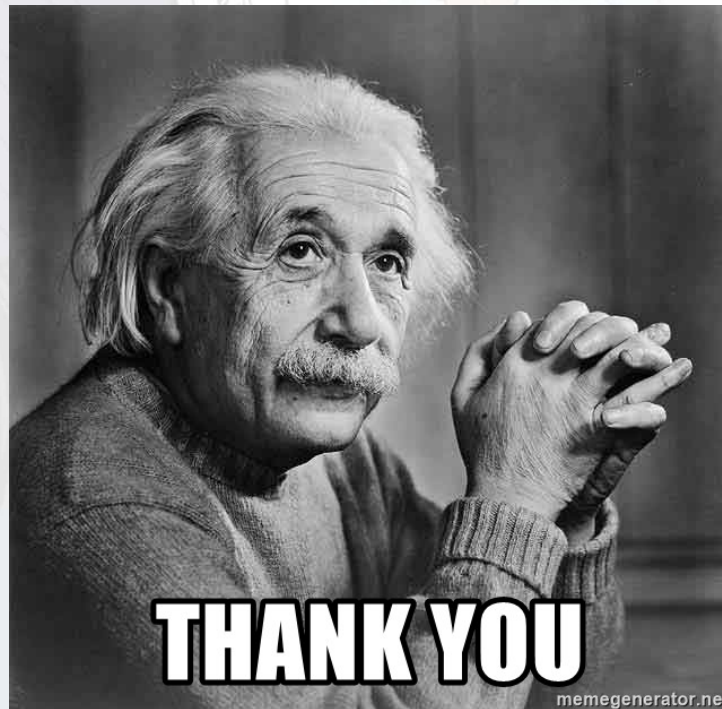
- Geïnteresseerd in het materiaal

of

- Meedoen in een docent ontwikkel team

s.delhaye@janvanbrabant.nl

Discussie



De zonsverduistering van 1919

Sir Arthur Eddington was een Brits astronoom en hij was een van de eerste astronomen die beseftte wat de algemene relativiteitstheorie van Einstein betekende.

Nadat Einstein de algemene relativiteitstheorie in 1915 had gepubliceerd, organiseerde Eddington in 1919 een expeditie naar het eiland Principe om op 29 mei een zonsverduistering te observeren. Tijdens deze zonsverduistering kon hij aantonen dat het licht van sterren, dat vlak langs de verduisterde zon trok, door de zwaartekracht van de zon werd afgebogen. Naderhand was Eddington ook in staat om de buigingshoek $\Delta\alpha$ bepalen.

Einstein had eerder, in 1911, een artikel gepubliceerd waarin hij de waarde van de buigingshoek al voorspelde. Nadat de expeditie van Eddington was teruggekeerd, werden de resultaten bekend gemaakt. Kranten over de hele wereld spraken van een revolutie in de natuurwetenschap en Einstein was op een slag beroemd.

Einstein zelf had overigens alle vertrouwen in zijn theorie. Op de vraag wat zijn reactie zou zijn als de resultaten van Eddington niet overeen kwamen met de algemene relativiteitstheorie was Einstein's antwoord: "In dat geval zou ik medelijden hebben met de goede heer [Eddington]. De theorie klopt in ieder geval."

Bron: wikipedia

Bij deze activiteit gaan we onderzoeken wat de invloed is van de kromming van de ruimtetijd op licht. Deze activiteit bestaat uit de volgende onderdelen:

1. Een **schaalmodel** waarmee het effect van kromming op de baan van lichtstralen inzichtelijk gemaakt wordt.
2. Een **rekenopgave** waarin het effect van kromming op de baan van lichtstralen duidelijk wordt.

Relevante voorkennis:

- De eigenschappen van licht.

Deze activiteit sluit aan bij de volgende CE-domeinen:

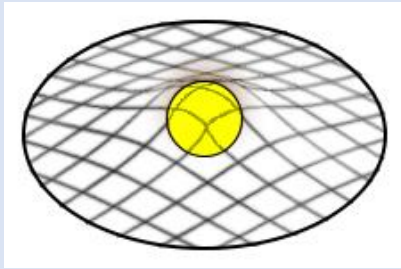
- A7, A11 t/m A15 en C3

Na deze activiteit kun je:

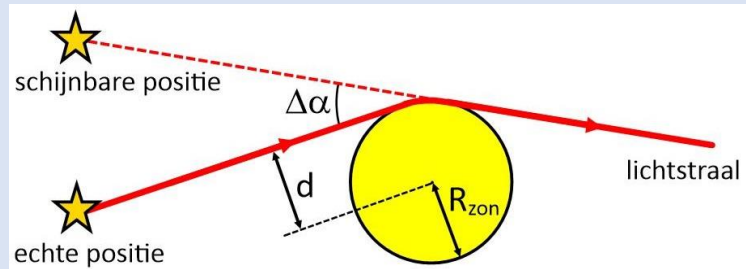
- Uitleggen hoe licht wordt afgebogen door een zware massa (zoals de zon)
- Een beeld vormen van de afbuiging van licht ten gevolge van een zware massa
- Uitleggen hoe de afbuiging afhangt van de massa van het hemellichaam
- De buigingshoek berekenen

1. Schaalmodel

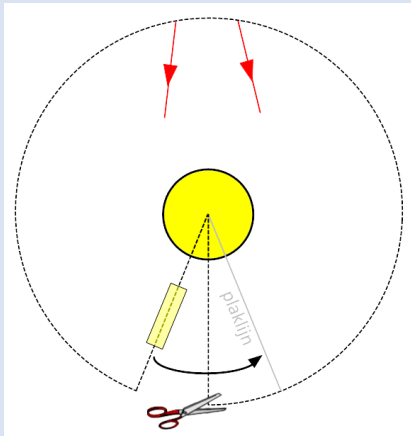
Volgens de algemene relativiteitstheorie zullen zware objecten, zoals sterren en zwarte gaten, een merkbare kromming van de ruimtetijd tot gevolg hebben (linker afbeelding van figuur 1). Wanneer een lichtstraal vlak langs een ster scheert dan zal deze lichtstraal worden afgebogen. Dit effect is schematisch weergegeven in de rechter afbeelding van figuur 1.



Figuur 1



Bij deze activiteit wordt de kromming nagebootst door van een cirkelvormig stukje papier een kegel te maken (zie figuur 2). Figuur 2 is ook afgebeeld op het werkblad dat bij deze activiteit hoort. In figuur 2 is de zon weergegeven, evenals twee deels getekende lichtstralen afkomstig van twee sterren die zich achter de zon bevinden.



Figuur 2

2p1. Teken het verdere verloop van de lichtstralen op het werkblad.

Voer nu de volgende opdrachten uit:

- Knip de cirkel uit langs de aangegeven kniplijnen. Knip tevens het wigvormige gedeelte uit de cirkel.
- Breng de afgeknipte randen van de cirkel naar elkaar toe. Zorg ervoor dat de linker rand tot bij de plaklijn komt, zodat de randen elkaar een beetje overlappen.
- Plak nu de randen aan elkaar zodat je een kegel hebt.

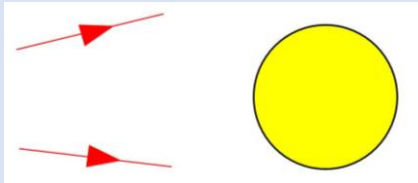
Als het goed is dan heb je nu een kegel met de zon in het centrum en twee lichtstralen die langs de zon scheren.

Eddington zag tijdens de zonsverduistering dat de schijnbare positie van enkele sterren was verschoven ten opzichte van hun echte positie.

2p2. Leg uit waarom Eddington dat alleen kon waarnemen tijdens een volledige zonsverduistering.

Ruimte voor een antwoord:

In figuur 3 zijn de lichtstralen wederom deels weergegeven. Wanneer je de kegel met daarop de zon en de lichtstralen van bovenaf bekijkt dan kun je zien wat het effect van de gekromde ruimtetijd is op het verloop van de lichtstralen. Het lijkt alsof de lichtstralen afbuigen en dat terwijl je de lichtstralen als rechte lijnen hebt getekend.



Figuur 3

2p3. Teken het verdere verloop van de afgebogen lichtstralen in figuur 3 op de uitwerkbijlage.

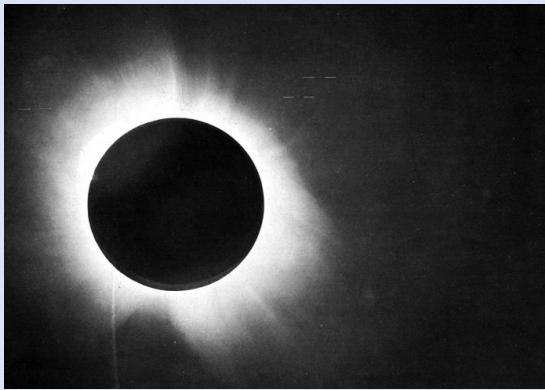
Ruimte voor een antwoord:

2p4. Leg met behulp van het papieren schaalmodel en figuur 3 op de uitwerkbijlage uit dat je (tijdens een zonsverduistering) toch het licht van sterren kunt waarnemen die zich normaal gesproken 'achter' de zon bevinden.

Ruimte voor een antwoord:

2. Rekenopgave

Tijdens de totale zonsverduistering van 1919, maakte Eddington een foto van de zon (zie figuur 4). Op de foto was de verduisterde zon te zien, maar ook de sterren die zich deels achter de zon bevonden.



Figuur 4

Na analyse bleek dat de sterren zich op een andere positie bevonden dan verwacht. Volgens de algemene relativiteitstheorie werd het licht van de sterren afgebogen doordat de ruimtetijd rondom de zon gekromd was. De buigingshoek $\Delta\alpha$ kan worden berekend met behulp van de volgende formule:

$$\Delta\alpha = \frac{4 \cdot G \cdot M}{d \cdot c^2} \quad (1)$$

In deze formule is $\Delta\alpha$ de buigingshoek (in rad), G is de gravitatieconstante ($6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$), M massa van het hemellichaam (in kg), d is de loodrechte afstand tussen de lichtstraal en het massamiddelpunt van het hemellichaam (in m) en is c de lichtsnelheid (in m s^{-1}).

4p5. Toon met behulp van een berekening aan dat de buigingshoek voor een lichtstraal die net langs de zon scheert gelijk is aan $1,75''$ (1,75 boogseconden).

Ruimte voor een antwoord:

Een alternatieve notatie voor formule (1) is de volgende:

$$\Delta\alpha = 1,75'' \cdot \frac{R_{\text{ster}}}{d} \quad (2)$$

In deze formule is $\Delta\alpha$ wederom de buigingshoek, maar nu uitgedrukt in boogseconden. Verder is R_{ster} de straal van de ster (in m) en d is weer de loodrechte afstand tussen de lichtstraal en het massamiddelpunt van de ster (in m).

2p6. Leid formule (2) af op basis van formule (1). Je kunt bij deze opgave gebruik maken van het feit dat $\Delta\alpha$ en d omgekeerd evenredig zijn.

Ruimte voor een antwoord:

2p7. Wat is de oorzaak van de buiging van de lichtstralen in het papieren schaalmodel?

Ruimte voor een antwoord:

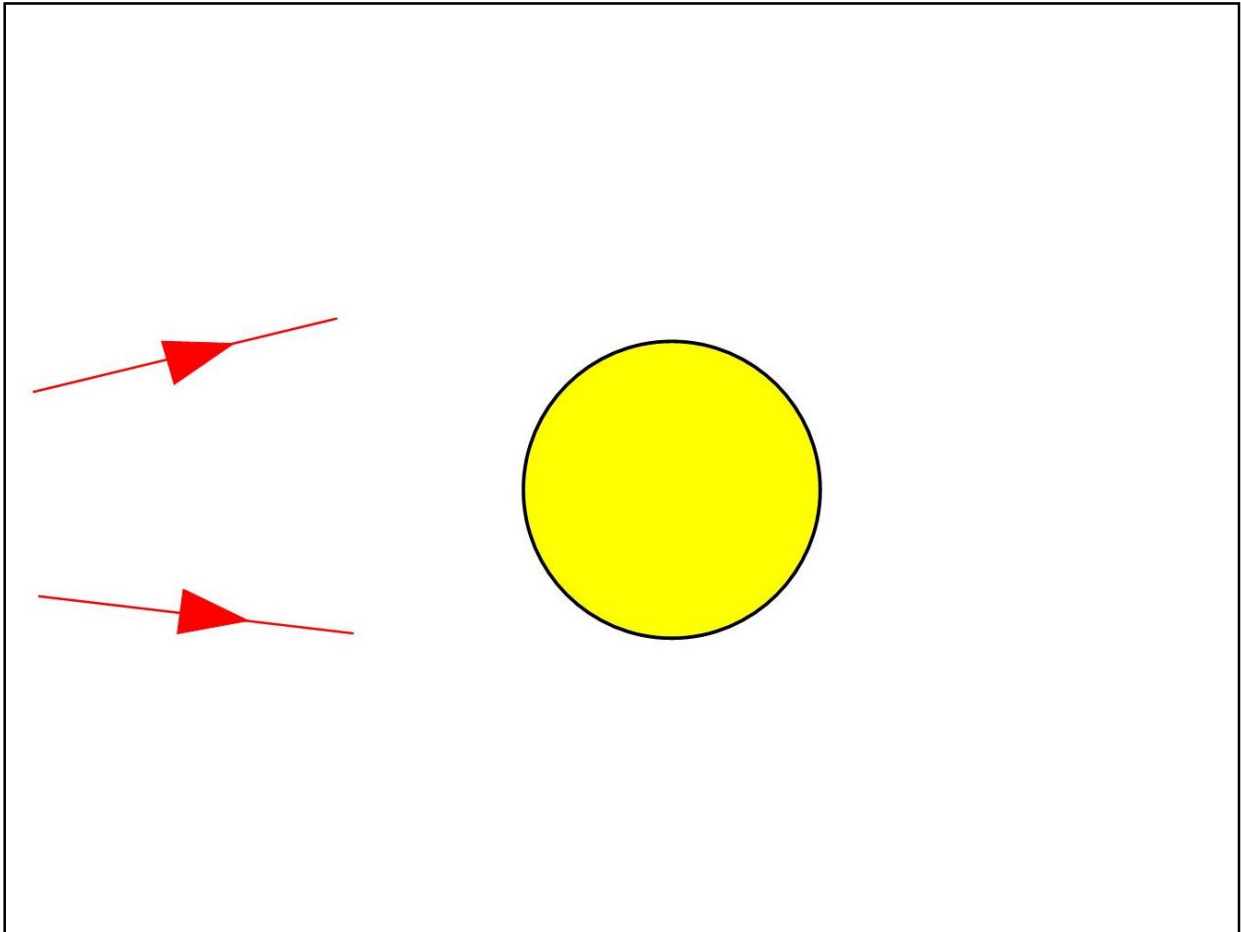
2p8. Wat is de oorzaak van de buiging van de lichtstralen volgens de algemene relativiteitstheorie?

Ruimte voor een antwoord:

2p9. Leg duidelijk uit wat er gebeurt met de buiging van de lichtstralen wanneer de kromming toeneemt.

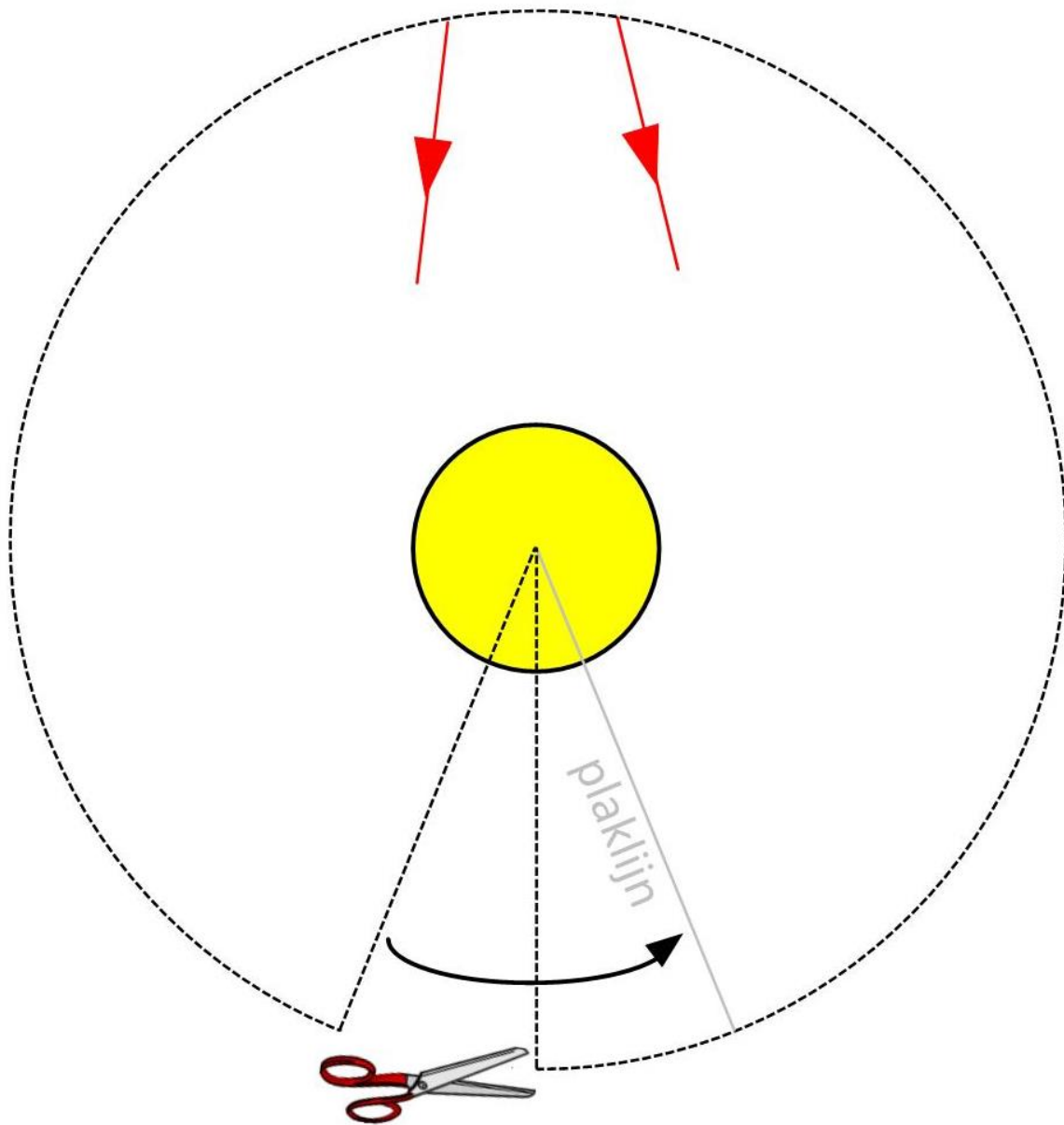
Ruimte voor een antwoord:

Bijlage: werkblad



Figuur 3

Bijlage: Knipblad



De zonsverduistering van 1919

1. Schaalmodel

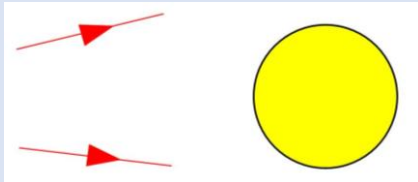
2p2. Leg uit waarom Eddington dat alleen kon waarnemen tijdens een volledige zonsverduistering.

Voorbeeld van een antwoord:

Het licht afkomstig van sterren die ver weg staan is zeer zwak ten opzichte van het licht dat de zon uitstraalt. Tijdens een zonsverduistering wordt het zonlicht echter geblokkeerd en zal het licht van andere sterren (veel) beter zichtbaar zijn.

- inzicht dat het licht afkomstig van sterren die ver weg staan veel zwakker is ten opzichte van het zonlicht
- conclusie

In figuur 3 zijn de lichtstralen wederom deels weergegeven. Wanneer je de kegel met daarop de zon en de lichtstralen van bovenaf bekijkt dan kun je zien wat het effect van de gekromde ruimtetijd is op het verloop van de lichtstralen. Het lijkt alsof de lichtstralen afbuigen en dat terwijl je de lichtstralen als rechte lijnen hebt getekend.



Figuur 3

1p3. Teken het verdere verloop van de afgebogen lichtstralen in figuur 3 op de uitwerkbijlage.

Voorbeeld van een antwoord:

Van bovenaf gezien buigen de lichtstralen een beetje naar de zon toe.

2p4. Leg met behulp van het papieren schaalmodel en figuur 3 op de uitwerkbijlage uit dat je (tijdens een zonsverduistering) toch het licht van sterren kunt waarnemen die zich normaal gesproken 'achter' de zon bevinden.

Voorbeeld van een antwoord:

Vanwege de kromming (van het papier) wordt het licht afkomstig van een ster die zich achter de zon bevindt, zodanig afgebogen, dat het toch zichtbaar is vanaf de aarde. Voor een waarnemer op aarde lijkt het dat de ster zich op een andere plek bevindt dan eigenlijk het geval.

- inzicht dat onder invloed van de zon, lichtstralen worden afgebogen
- inzicht dat dit betekent dat een ster die zich 'achter' de zon bevindt, toch zichtbaar kan zijn voor een waarnemer op aarde.

2. Rekenopgave

Tijdens de totale zonsverduistering van 1919, maakte Eddington een foto van de zon (zie figuur 4). Op de foto was de verduisterde zon te zien, maar ook de sterren die zich deels achter de zon bevonden.

Na analyse bleek dat de sterren zich op een andere positie bevonden dan verwacht. Volgens de algemene relativiteitstheorie werd het licht van de sterren afgebogen doordat de ruimtetijd rondom de zon gekromd was. De buigingshoek $\Delta\alpha$ kan worden berekend met behulp van de volgende formule:

$$\Delta\alpha = \frac{4 \cdot G \cdot M}{d \cdot c^2} \quad (1)$$

4p5. Toon met behulp van een berekening aan dat de buigingshoek voor een lichtstraal die net langs de zon afscheert gelijk is aan $1,75''$ (1,75 boogseconden).

Voorbeeld van een antwoord:

Voor een lichtstraal die net langs de zon afscheert, geldt dat $d = R_{\text{zon}}$.

De buigingshoek is dan $\Delta\alpha = \frac{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,989 \cdot 10^{30}}{6,96 \cdot 10^8 \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2} = 8,47 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$.

Dat komt overeen met $8,47 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{360}{2\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 1,75 \text{ boogseconden}$.

- opzoeken c, G, M
- inzicht dat $d = R_{\text{zon}}$ en opzoeken R_{zon}
- omrekenen van rad naar boogseconden
- completeren

Een alternatieve notatie voor formule (1) is de volgende:

$$\Delta\alpha = 1,75'' \cdot \frac{R_{\text{ster}}}{d} \quad (2)$$

In deze formule is $\Delta\alpha$ wederom de buigingshoek, maar nu uitgedrukt in boogseconden. Verder is R_{ster} de straal van de ster (in m) en d is de loodrechte afstand tussen de lichtstraal en het massamiddelpunt van de ster (in m).

2p6. Leid formule (2) af op basis van formule (1). Je kunt bij deze opgave gebruik maken van het feit dat $\Delta\alpha$ en d omgekeerd evenredig zijn.

Voorbeeld van een antwoord:

Wanneer $d = R_{\text{zon}}$ dan is $\Delta\alpha = 1,75''$. Omdat $\Delta\alpha$ en d omgekeerd evenredig zijn geldt het volgende:

$\Delta\alpha(d = 2R_{\text{zon}}) = \frac{1}{2} \cdot 1,75''$ en $\Delta\alpha(d = 3R_{\text{zon}}) = \frac{1}{3} \cdot 1,75''$. Dit komt overeen met $\Delta\alpha = 1,75'' \frac{R_{\text{zon}}}{d}$.

- inzicht dat $\Delta\alpha(d = R_{\text{zon}}) = 1,75''$ en dat geldt dat $\Delta\alpha(d = 2R_{\text{zon}}) = \frac{1}{2} \cdot 1,75''$
- conclusie