

School:

Klas:

Docent:

Geslacht: man/vrouw*

Wiskunde: wisA/wisB*

* doorhalen wat niet van toepassing is.

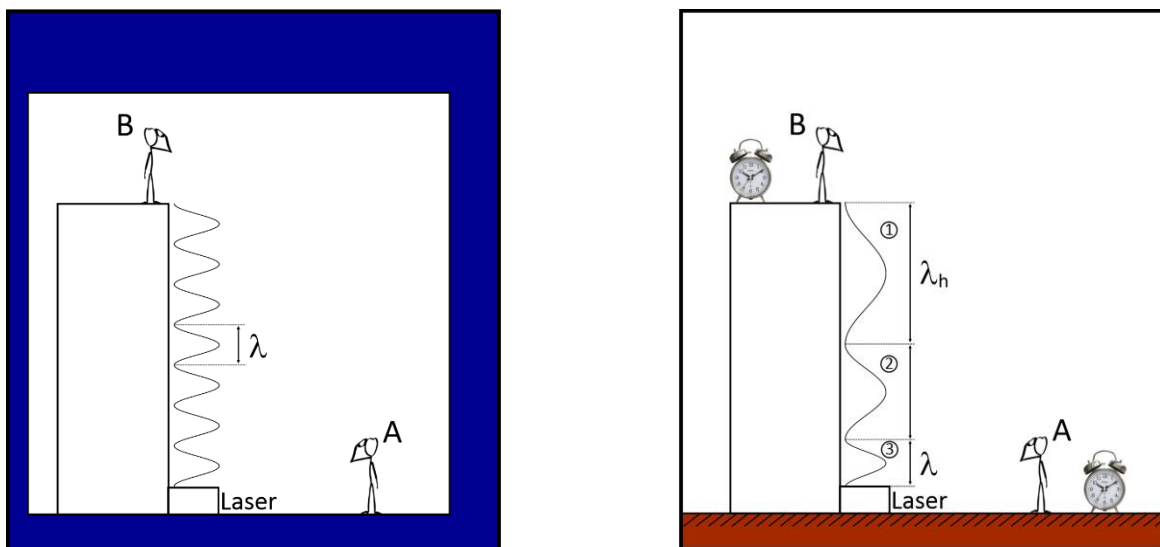
Gravitationele tijddilatatie

Alex (A) en Britt (B) voeren twee gedachtenexperimenten uit (zie figuur 1). Bij beide gedachtenexperimenten zendt Alex een continue EM-golf naar Britt. Wanneer Alex en Britt gedachtenexperiment 1 uitvoeren (in de ruimte, ver weg van alle materie), dan zal de golflengte van de EM-golf constant zijn. Bij gedachtenexperiment 2 (uitgevoerd op aarde) zal de golflengte van de EM-golf steeds groter worden¹, naarmate de golf een grotere hoogte bereikt. Dit verschijnsel is bekend als gravitationele roodverschuiving. Je kunt het effect van gravitationele roodverschuiving als volgt berekenen:

$$\frac{\Delta f_g}{f} = \frac{f_h - f}{f} = -\frac{g \cdot h}{c^2}. \quad (1)$$

In deze formule is Δf_g de verandering van de waargenomen frequentie (in Hz) als gevolg van gravitatie, f de frequentie van de EM-golf op de grond (in Hz), f_h de frequentie van de EM-golf op hoogte h (in Hz), g is de valversnelling (in m s^{-2}), h is de hoogte vanaf de grond (in m) en is c de lichtsnelheid (in m s^{-1}).

Bij deze activiteit ga je onderzoeken welke gevolgen gravitationele roodverschuiving heeft op het verloop van tijd! Dit ga je doen door de voortplanting van de EM-golf te analyseren vanuit het perspectief van zowel Alex als Britt.



Figuur 1: Gedachtenexperiment 1, uitgevoerd in de ruimte (links) en gedachtenexperiment 2, uitgevoerd op aarde (rechts).

¹ Het effect van de gravitationele roodverschuiving is sterk overdreven om het beter te kunnen visualiseren.

1. Gravitationele roodverschuiving

Alex en Britt voeren (gedachten)experiment 2 uit (zie figuur 1). De frequentie van de laser is ingesteld op $f = 1,0 \text{ GHz}$. Dit betekent dat na elke nanoseconde een volgende golf wordt gegenereerd.

2p1. Bereken de golflengte van de golf die de laser verlaat.

Ruimte voor een antwoord:

Na $1,0 \text{ ns}$ wordt EM-golf 2 gegenereerd en bevindt EM-golf 1 zich op een grotere hoogte. Als gevolg van de aanwezige gravitatie zal de golflengte van EM-golf 1 groter worden naarmate de EM-golf hoger komt (zie de rechterafbeelding van figuur 1).

2p2. Toon met behulp van formule 1 aan dat de **golflengte** toeneemt naarmate de EM-golf hoger komt.

Ruimte voor een antwoord:

2. Tijdsduur volgens Britt

Hier ga je de voortplanting van EM-golf 1 analyseren vanuit het perspectief van Britt.

Na 3,0 ns heeft EM-golf 1 de top van de verhoging waar Britt op staat bereikt.

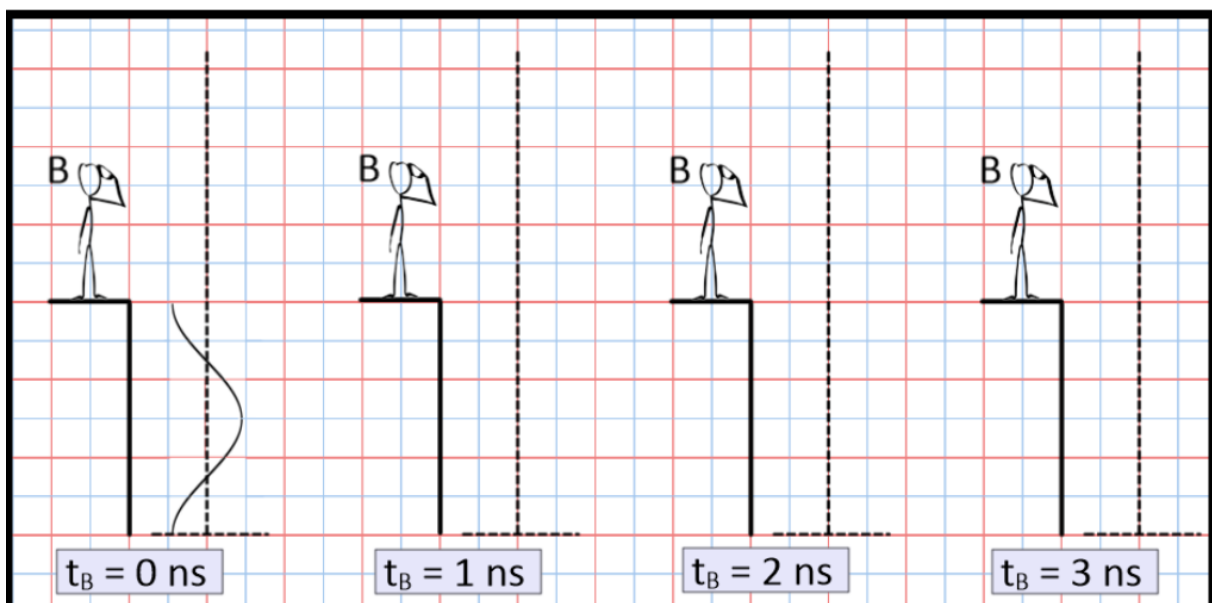
2p3. Leg duidelijk uit welke afstand EM-golf 1 aflegt gedurende 1,0 ns.

Ruimte voor een antwoord:

Dit komt overeen met de situatie zoals die te zien is in figuur 1 (rechts). De golflengte van EM-golf 1 is dan $\lambda_1 = 0,90$ m. De golflengte van EM-golf 2 is $\lambda_2 = 0,60$ m en voor EM-golf 3 is dat uiteraard $\lambda_3 = 0,30$ m. In figuur 2 is EM-golf 1 te zien vanuit het perspectief van Britt. Op $t_B = 0$ ns heeft EM-golf 1 net de voet van de verhoging waar Britt op staat bereikt.

2p4. Geef in figuur 2 aan waar EM-golf 1 zich op elk tijdstip bevindt. Bepaal hiertoe eerst de schaal van de figuur.

Ruimte voor een antwoord:



Figuur 2: De voortplanting van EM-golf 1 vanuit het perspectief van Britt.

1p5. Wat is het tijdsinterval Δt_B volgens Britt, waarin EM-golf 1 haar passeert?

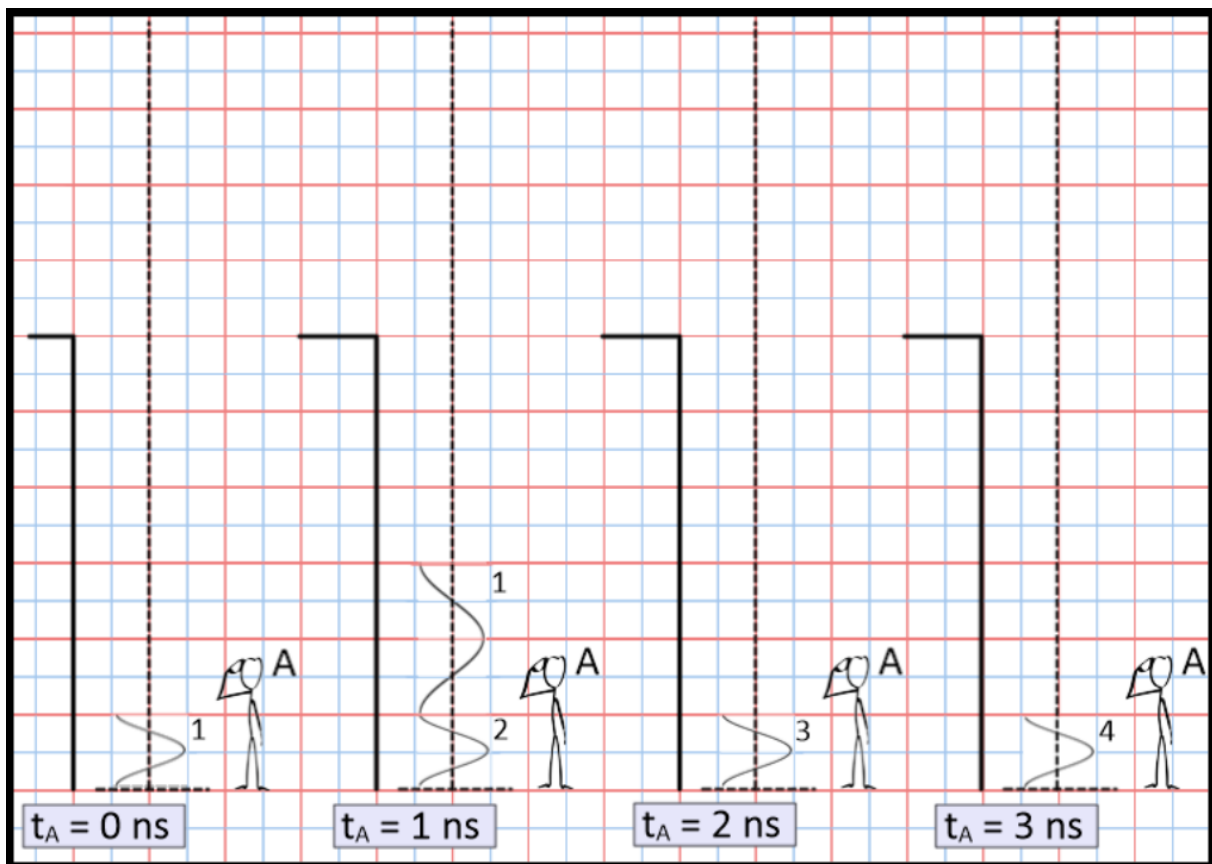
Ruimte voor een antwoord:

3. Tijdsduur volgens Alex

Hier ga je de voortplanting van EM-golf 1 analyseren vanuit het perspectief van Alex.

In figuur 3 is EM-golf 1 te zien vanuit het perspectief van Alex.

2p6. Teken de totale EM-golf in figuur 3 vanuit het perspectief van Alex voor de tijdstippen $t_A = 2 \text{ ns}$ en $t_A = 3 \text{ ns}$. Denk eraan dat de golflengte steeds met dezelfde waarde toeneemt. Voor het tijdstip $t_A = 1 \text{ ns}$ is dit al gedaan.



Figuur 3: De voortplanting van EM-golf 1 vanuit het perspectief van Alex.

_{1p}7. Wat is het tijdsinterval Δt_A volgens Alex, waarin EM-golf 1 Britt passeert?

Ruimte voor een antwoord:

De tijdsintervallen Δt_A en Δt_B komen niet met elkaar overeen. Dat betekent dat tijd anders verloopt afhankelijk van waar een klok zich bevindt. Dit verschijnsel noemt men gravitationele tijddilatatie.

_{2p}8. Leg duidelijk uit waar de tijd trager verloopt; dicht bij een grote massa of juist heel ver van een massa verwijderd.

Ruimte voor een antwoord: