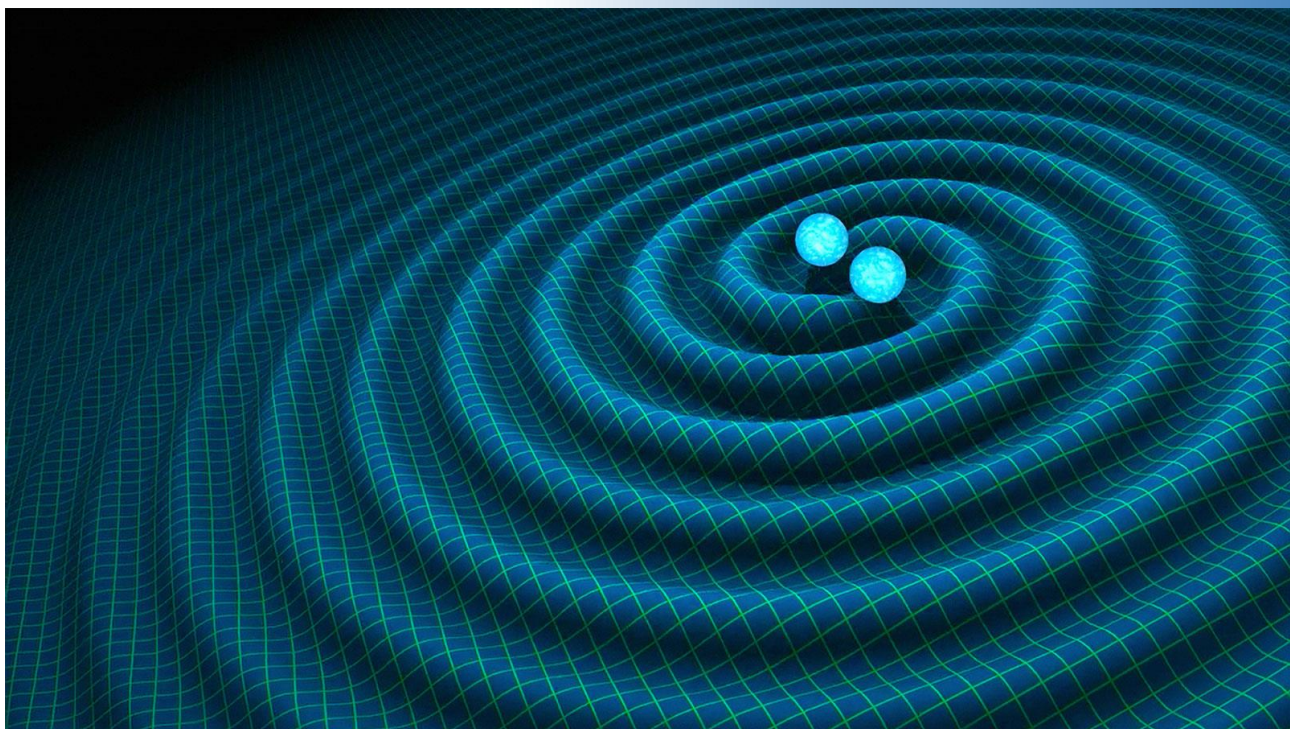


Algemene relativiteitstheorie



Stanley Delhaye
Jan van Brabant College
December 2018

Stanley Delhay is docent natuurkunde en science. Na het succesvol afronden van zijn promotieonderzoek in 2009, is hij les gaan geven op het Jan van Brabant College in Helmond. In 2017 is hij van start gegaan met het onderzoek '[Enhancing General Relativity in the Dutch Physics Curriculum \(vwo\)](#)'.

Dit onderzoek wordt uitgevoerd in een samenwerkingsverband tussen het [Jan van Brabant College](#) en de [Technische Universiteit Eindhoven](#). Het project wordt begeleid door prof. dr. Birgit Pepin en dr. Lesley de Putter. Daarnaast is dr. ir. Leon Kamp als inhoudelijk expert bij het project betrokken geweest.

Dit onderzoek is onderdeel van het postdoc-VO project en wordt gecoördineerd door het [Freudenthal Instituut](#) van de Universiteit Utrecht. Het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (OCW) maakt het postdoc-VO project financieel mogelijk.

Inhoudsopgave

Hoe is elk hoofdstuk georganiseerd?	6
Titel van de paragraaf	6
1. Gedetecteerd: gravitatiegolven	8
Het ontstaan van goud	8
Rimpelingen in de ruimtetijd	9
Van nobelprijs (de eerste aanwijzing) naar nobelprijs (de eerste detectie).....	10
Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory	11
Neutronensterren of zwarte gaten?	13
Een astronomische renaissance	15
Opgaven	16
2. De basis: het equivalentieprincipe	20
Valversnelling	20
Einstein's sterke equivalentieprincipe	21
Buiging van licht	22
De zonsverduistering van 1919	23
Gravitationele roodverschuiving	23
Het Pound-Rebka experiment	24
Gravitationele tijddilatatie	26
Opgaven	27
Woordenlijst	30
Illustratieverantwoording	34

Hoe is elk hoofdstuk georganiseerd?

Aan het einde van dit hoofdstuk:

In de grijze tekstboxen vind je alle elementen terug die je zou moeten **kennen** en **kunnen** na het doorwerken van de desbetreffende paragraaf.

Titel van de paragraaf

Elke paragraaf is voorzien van een titel die iets vertelt over de inhoud van die paragraaf. Daarnaast staan er **dikgedrukte woorden** in elke paragraaf. Deze dikgedrukte woorden bestaan onder andere uit belangrijke begrippen die je misschien ook al bent tegen gekomen in andere examendomeinen.

Ook zijn sommige **blauwe woorden** dikgedrukt en onderlijnd. Dit zijn hyperinks waarmee je bijvoorbeeld een video of een animatie kunt bekijken op het internet.

Elke paragraaf bevat tevens verschillende tekstkaders die elk een andere functie hebben.

Voorkennis:

Deze blauwe tekst staat in de zijbalk, aan het begin van elk hoofdstuk. Hier kun je zien wat de relevante voorkennis is.

Belangrijke elementen

In de zwarte kaders vind je de belangrijkste elementen van de paragraaf.

Verrijking

In de gele tekstboxen vind je verrijkende stof. Hier worden niet-essentiële zaken afgeleid of uitgelegd.

Uitgewerkt rekenvoorbeelden of gedachtenexperimenten

In de blauwe tekstboxen vind je uitgewerkte rekenvoorbeelden of gedachtenexperimenten.

1. Gedetecteerd: gravitatiegolven

Aan het einde van dit hoofdstuk:

- kun je uitleggen hoe de LIGO-observatoria werken;
- weet je wat gravitatiegolven zijn en hoe deze ontstaan;
- ken je een aantal eigenschappen van gravitatiegolven en kun je daarmee rekenen;
- kun je uitleggen wat het belang is van astronomie gebaseerd op gravitatiegolven.

Het ontstaan van goud

Alchemie is de voorloper van de moderne scheikunde en een van de doelen van alchemisten was om de zogenaamde Steen der Wijzen te maken. Het idee was dat je met de Steen der Wijzen in staat was om gewone metalen in goud te veranderen. Tegenwoordig is bekend hoe verschillende chemische elementen ontstaan; door middel van **kernfusie** in sterren. Door de enorme druk en temperatuur in een ster kunnen waterstofkernen fuseren tot heliumkernen. In de latere stadia van de levensloop van een ster nemen de druk en temperatuur nog meer toe en kunnen ook zwaardere elementen ontstaan. Dit hele proces is mogelijk doordat er een balans is tussen de **zwaartekracht** veroorzaakt door de massa van de ster zelf en de uitwendig gerichte **stralingsdruk**. Tijdens de kernfusie komt namelijk een enorme hoeveelheid energie vrij, een zogenaamd **exotherm** proces. Aan dit proces komt een einde wanneer uiteindelijk het chemisch element ijzer wordt geproduceerd. De reden hiervoor is dat tijdens dit laatste fusieproces geen energie vrijkomt, maar juist heel veel extra energie nodig is. Het is met andere woorden een **endotherm** proces.

Tijdens het leven van een ster worden dus chemische elementen geproduceerd met een atoommassa die kleiner of gelijk is aan de atoommassa van ijzer. De vraag waar de zwaardere elementen, zoals bijvoorbeeld lood of goud vandaan kwamen bleef heel lang onbeantwoord. In 2011 publiceerden onderzoekers van het *Max-Planck-Institut für Astrophysik* de resultaten van computersimulaties waarbij twee **neutronensterren** op elkaar botsten (zie het onderstaande artikel). Volgens de onderzoekers worden tijdens zo'n botsing grote hoeveelheden goud en zwaardere elementen geproduceerd. De resultaten van dit onderzoek waren veelbelovend, maar het is nog geen bewijs dat goud daadwerkelijk tijdens een botsing van twee neutronensterren wordt geproduceerd.

Voorkennis:

- astrofysica
- elektromagnetische straling
- hemelmechanica
- trillingen en golven

Goud is afkomstig van botsende neutronensterren

AMSTERDAM - Computersimulaties van onderzoekers van het *Max-Planck-Institut für Astrophysik* laten zien wat de meest waarschijnlijke bron is van de zwaarste elementen in het heelal, zoals lood en goud. Deze elementen zijn waarschijnlijk ontstaan uit de materie die vrijkomt als twee neutronensterren met elkaar in botsing komen. De meeste zware elementen zijn gevormd bij kernreacties in sterren.

Maar uit deze reacties kunnen geen elementen zwaarder dan ijzer voortkomen. Om lood of goud te maken, moeten atoomkernen worden bestookt met grote aantallen neutronen. De vraag was wáár in het heelal de juiste omstandigheden voor dit proces te vinden zijn.

Aanvankelijk werd gedacht supernova-explosies de meest waarschijnlijke bron van deze elementen waren, maar latere modellen trokken dat in twijfel. De nieuwe computersimulaties wijzen erop dat botsingen tussen neutronensterren het ontstaan van zware elementen beter kunnen verklaren.

Compacte restanten

Neutronensterren zijn de uiterst compacte restanten van zware sterren die als supernova zijn ontploft. Waar twee zware sterren een dubbelster hebben gevormd, kunnen dus twee om elkaar heen wentelende neutronensterren overblijven. In de loop van de miljoenen jaren [bewegen] deze naar elkaar toe, wat uiteindelijk tot een botsing leidt. Volgens de computersimulaties zijn de omstandigheden in de relatief kleine hoeveelheid materie die daarbij vrijkomt heel geschikt voor de vorming van zware elementen.

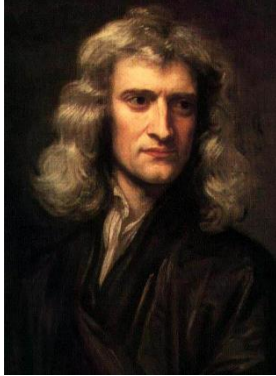
De hoeveelheden die uit de berekeningen komen, zijn ook in goede overeenstemming met de waargenomen hoeveelheden in het heelal.

Bron: NU.nl/Allesoversterrenkunde.nl

Gepubliceerd: 08 september 2011

In 2017 werd de hypothese van de onderzoekers van het *Max-Planck-Institut für Astrophysik* bevestigd. Toen werden namelijk gravitatiegolven van twee botsende neutronensterren waargenomen. Met behulp van optische telescopen werd er gekeken naar de **emissiespectra** van het uitgezonden licht. Op deze manier werd vastgesteld dat er tijdens de botsing van de twee neutronensterren, grote hoeveelheden goud was geproduceerd.

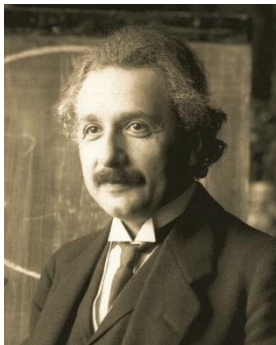
Rimpelingen in de ruimtetijd



Sir Isaac Newton

Toen Isaac Newton de drie wetten van de klassieke mechanica opstelde, werden ruimte en tijd beschouwd als onafhankelijke grootheden. Gebeurtenissen die plaatsvonden hadden volgens het **Newtoniaanse wereldbeeld** dan ook geen invloed op de ruimte of het verloop van de tijd. Volgens het Newtoniaanse wereldbeeld zijn ruimte en tijd dan ook zogenaamde **absolute grootheden**. Aan dit natuurkundig wereldbeeld kwam in 1905 een einde nadat Albert Einstein zijn **speciale relativiteitstheorie** publiceerde. Volgens de speciale relativiteitstheorie kunnen verschillende waarnemers de ruimte en tijd verschillend waarnemen. De speciale relativiteitstheorie voorspelt namelijk dat de lengte van voorwerpen en het verloop van de tijd afhankelijk zijn van de snelheid waarmee waarnemers bewegen. Ook veronderstelde Einstein dat ruimte en tijd niet los van elkaar konden worden gezien. In plaats daarvan introduceerde Einstein de zogenaamde **ruimtetijd**. Hierin wordt de tijd gezien als de vierde dimensie, naast de drie ruimtelijke dimensies.

De speciale relativiteitstheorie is alleen geldig voor waarnemers die zich in een zogenaamd **inertiaalstelsel** bevinden. Een inertiaalstelsel is een coördinatenstelsel dat zich eenparig en rechtlijnig voortbeweegt, ver weg van materie en energie. In een inertiaalstelsel geldt de **eerste wet van Newton** en komen geen **schijnkrachten** voor. In 1915 publiceerde Einstein de **algemene relativiteitstheorie** waarin juist wel wordt gekeken wat de invloed is van materie (en energie) op de ruimtetijd. Een belangrijke voorspelling van de algemene relativiteitstheorie is dat de aanwezigheid van materie of energie een **kromming** van de ruimtetijd tot gevolg heeft. In figuur 1 is een artist impression van de kromming van de ruimtetijd weergegeven.



Albert Einstein

Speciale Relativiteitstheorie

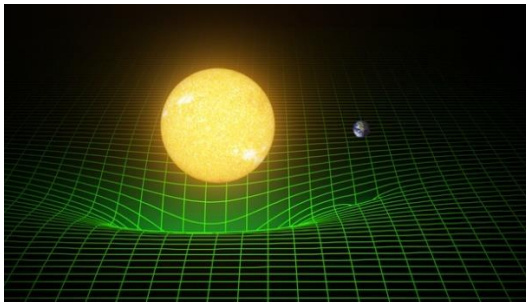
Albert Einstein baseerde de speciale relativiteitstheorie op de volgende twee **postulaten**:

1. Alle natuurkundewetten zijn hetzelfde in alle inertiaalstelsels.
2. De lichtsnelheid in vacuüm is een absolute grootheid; in alle inertiaalstelsels heeft de lichtsnelheid dezelfde constante waarde c .

Uit de speciale relativiteitstheorie volgen de onderstaande conclusies:

- **Gelijktijdigheid** is relatief; of twee gebeurtenissen gelijktijdig plaatsvinden hangt af van in welk inertiaalstelsel je je bevindt.
- Wanneer twee waarnemers, die zich elk in een inertiaalstelsel bevinden, eenparig bewegen ten opzichte van elkaar, dan is het verloop van tijd voor beide waarnemers verschillend. Dit effect wordt **tijddilatatie** genoemd.
- Wanneer een waarnemer en een voorwerp, die zich elk in een inertiaalstelsel bevinden, eenparig bewegen ten opzichte van elkaar, dan neemt de waarnemer het voorwerp qua lengte korter waar dan wanneer de waarnemer en het voorwerp in rust zouden zijn ten opzichte van elkaar. Dit effect wordt **lengtecontractie** genoemd.

De algemene relativiteitstheorie voorspelt dat wanneer een massa versnelt, er **gravitatiegolven** of **zwaartekrachtsgolven** kunnen ontstaan (zie figuur 2). Deze rimpelingen in de ruimtetijd verplaatsen zich met de snelheid van het licht door diezelfde ruimtetijd. Dit is te vergelijken met een oppervlaktegolf die ontstaat wanneer je een **voorwerp** in een bak met stilstaand water laat vallen.



Figuur 1 Een artist impression van een ster met daaromheen een grotere en een kleinere planeet. De ruimtetijd is hier weergegeven als een plat vlak en de kromming is in deze weergave de indeuking van dit vlak.

Versnellende voorwerpen kunnen gravitatiegolven veroorzaken, zoals bijvoorbeeld een optrekkende auto of een afremmende trein. Echter, de gravitatiegolven die worden opgewekt door een optrekkende auto zijn dusdanig zwak dat deze niet te meten zijn. De massa en de versnelling van de optrekkende auto is daarvoor niet groot genoeg. Het is dan ook niet mogelijk om gravitatiegolven te meten afkomstig van alledaagse voorwerpen. Zelfs de zon produceert geen gravitatiegolven die sterk genoeg zijn om te detecteren. Dat is dan ook de reden dat natuurwetenschappers het heelal afspeuren naar een mogelijke bron van gravitatiegolven.

Voorbeeld 1: Eigenschappen van gravitatiegolven

Gravitatiegolven hebben net als alle golven een golflengte, een trillingstijd en een voortplantingssnelheid. De snelheid waarmee een gravitatiegolf zich voortplant is de snelheid van het licht. Twee neutronensterren die om elkaar heen bewegen zullen gravitatiegolven opwekken.

Bereken de golflengte van een gravitatiegolf met een frequentie van 300 Hz.

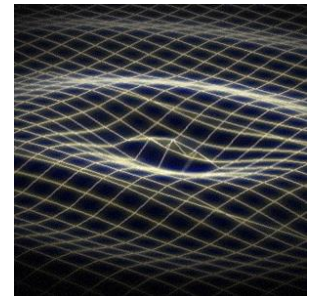
Antwoord

Voor de golflengte van een gravitatiegolf geldt het volgende:

$$\lambda = v_{\text{golf}} \cdot T_{\text{golf}} = \frac{c}{f_{\text{grav}}}$$

$$\lambda = \frac{3,00 \cdot 10^8}{300} = 10^6 \text{ m}$$

De golflengte van deze gravitatiegolf is 10^6 m, wat overeenkomt met duizend kilometer.



Figuur 2 Een rimpeling in de ruimtetijd.

Van nobelprijs (de eerste aanwijzing) naar nobelprijs (de eerste detectie)

In 1993 werd de nobelprijs natuurkunde uitgereikt aan Joseph Taylor en zijn voormalige student Russell Hulse. Taylor en Hulse hadden in 1974 een bijzonder **dubbelster** systeem ontdekt. De Hulse-Taylor **binair pulsar** bestaat uit een **pulsar** en een neutronenster die om elkaar heen bewegen. Een **pulsar** is een neutronenster die zo snel om haar as draait dat hierbij grote hoeveelheden **elektromagnetische straling** wordt uitgezonden. Het bijzondere aan het Hulse-Taylor systeem is dat de **baanstraal** van beide sterren steeds kleiner wordt. Met andere woorden, er wordt op een of andere manier energie aan het Hulse-Taylor systeem onttrokken, waardoor de baanstraal van beide sterren afneemt. De algemene relativiteitstheorie voorspelt dat een binair systeem zoals het Hulse-Taylor systeem gravitatiegolven opwekt. Er wordt dus **gravitatie-energie** omgezet in gravitatiegolven. In figuur 3 is te zien dat de voorspellingen die volgen uit de algemene relativiteitstheorie voor het Hulse-Taylor systeem, nauwkeurig overeenkomen met de experimentele data. De ontdekking van Taylor en Hulse geldt als het eerste indirecte bewijs voor het bestaan van gravitatiegolven. De daadwerkelijke detectie van gravitatiegolven zou pas jaren later volgen.

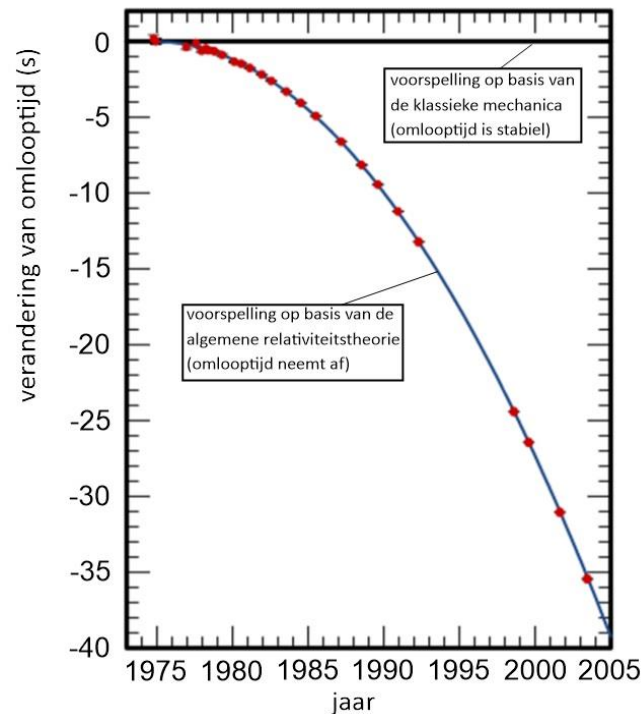


Joseph Taylor (links) en Russell Hulse (rechts)

In de jaren '80 van de vorige eeuw stelden Rainer Weiss en Kip Thorne voor om met behulp van een laser **interferometer** het bestaan van gravitatiegolven aan te tonen. Weiss en Thorne, samen met Barry Barish, waren de drijvende krachten achter het opzetten van het experiment en het ontwikkelen van de benodigde technologie waarmee gravitatiegolven uiteindelijk zijn waargenomen.



Rainer Weiss (boven),
Barry Barish (links) en Kip
Thorne (rechts)



Figuur 3 Experimentele data van het verloop van de omlooptijd van de Hulse-Taylor binaire pulsar (bolletjes). Volgens de **klassieke mechanica** zou de baanstraal van beide sterren constant zijn. De algemene relativiteitstheorie voorspelt echter dat de baanstraal elk jaar verder afneemt. Volgens de derde **wet van Kepler** betekent dit dat de omlooptijd elk jaar kleiner wordt.

Op 14 september 2015 werden voor het eerst gravitatiegolven waargenomen in twee verschillende detectoren (in Livingston, Louisiana en Hanford, Washington in de Verenigde Staten). Het duurde een aantal maanden voordat de resultaten wereldkundig werden gemaakt. Op 11 februari 2016 werden de resultaten tijdens een persconferentie gepresenteerd. De ontdekking van het bestaan van gravitatiegolven was groot nieuws en leidde ertoe dat Weiss, Thorne en Barish in 2017 de nobelprijs voor natuurkunde kregen uitgereikt.



Figuur 4 De LIGO-observatoria in Hanford (boven) en in Livingston (onder).

Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory

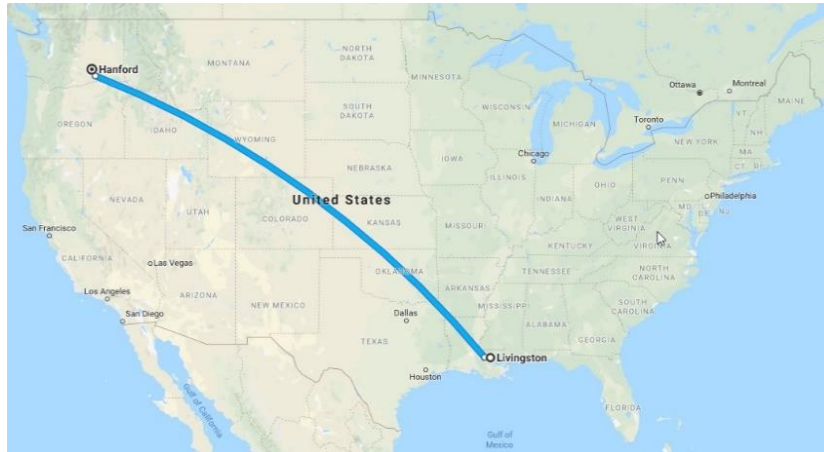
Een LIGO-observatorium is in feite een grote variant van een Michelson-interferometer. De Michelson-interferometer werd gebruikt voor verschillende experimenten, waarvan het experiment dat werd uitgevoerd door Albert Michelson en Edward Morley de bekendste is (zie tekstkader 'Het Michelson-Morley experiment'). Een belangrijk doel van het Michelson-Morley experiment was om het bestaan van **ether** aan te tonen. Het idee destijds was dat elektromagnetische straling ook een medium nodig had om zich in voort te planten. Het experiment leverde een **nulresultaat** op. Uiteindelijk werd het idee van ether verworpen. Einstein bedacht vervolgens dat dit betekende dat de **lichtsnelheid** voor alle waarnemers dezelfde waarde had, ongeacht de snelheid van deze waarnemers ten opzichte van de lichtbron.

Net als de originele Michelson-interferometer bestaat een LIGO-observatorium uit twee armen die loodrecht op elkaar staan. In figuur 4 zijn de observatoria in Hanford en Livingston te zien. De twee lichtstralen gaan door twee L-vormige tunnels van elk vier kilometer lang.

Als gevolg van de passerende gravitatiegolf wordt de ruimtetijd afwisselend langer en korter. Hierdoor zullen ruimtelijke afstanden tussen twee vaste punten ineens variëren. In het geval van de LIGO-observatoria wordt de lengte van elk van de armen afwisselend een minuscule beetje langer en korter. Deze relatieve lengteverandering is een maat voor de sterkte van een gravitatiegolf en wordt **rek** genoemd (in het Engels 'strain'). De relatieve lengteverandering kun je als volgt berekenen:

$$h = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1)$$

In deze formule is h de relatieve lengteverandering (geen eenheid), ΔL is de lengteverandering (in m) en L_0 is de oorspronkelijke lengte (in m).



Figuur 5 De LIGO-observatoria die verantwoordelijk waren voor de eerste directe detectie van gravitatiegolven bevinden zich op ruim drieduizend kilometer bij elkaar vandaan.

Eind 1994 begon men met de bouw van het eerste Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory (LIGO) in Hanford. Een van de grootste uitdagingen was om een meetopstelling te maken die in staat was om de effecten van een gravitatiegolf goed waar te nemen. De trillingen die veroorzaakt worden door gravitatiegolven zijn zwakker dan omgevingstrillingen, veroorzaakt door passerende vrachtwagens, oceaangolven, aardbevingen en trillingen door moleculen in de meetapparatuur. In 1995 werd daarom begonnen met de bouw van een tweede observatorium, in Livingston. De afstand tussen Hanford en Livingston is ruim drieduizend kilometer (zie figuur 5). Op deze manier kunnen lokale effecten worden uitgesloten.

Voorbeeld 2: Lengteverandering

De maximale waarde van de relatieve lengteverandering die op 14 september 2015 werd gemeten was gelijk aan $h_{\max} = 10^{-21}$.

a. Bereken de maximale lengteverandering $\Delta L_{\max}$ van de armen van de LIGO-observatoria.

b. Hoe verhoudt het antwoord op vraag a zich tot de atoomstraal van een H-atoom, de zogenaamde **bohrstraal**?

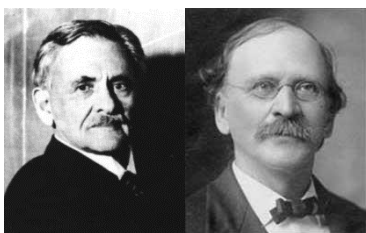
Antwoord

a. Voor de lengteverandering geldt het volgende:

$$h_{\max} = \frac{\Delta L_{\max}}{L_0}$$

$$\Delta L_{\max} = 10^{-21} \cdot 4,0 \cdot 10^3 = 4,0 \cdot 10^{-18} \text{ m}$$

b. De maximale lengteverandering is $4,0 \cdot 10^{-18} \text{ m}$. De bohrstraal van een waterstofatoom is gelijk aan $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Dat betekent dat de atoomstraal van een H-atoom $\frac{5,3 \cdot 10^{-11}}{4,0 \cdot 10^{-18}} = 1,3 \cdot 10^7$ (13 miljoen!) keer zo groot is dan de maximale lengteverandering van de armen van de LIGO-observatoria.

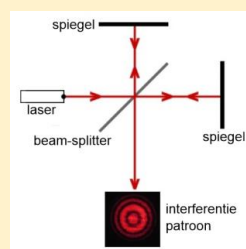


Albert Michelson (links) en Edward Morley (rechts).

Het Michelson-Morley experiment

Een interferometer is een meetinstrument waarbij gebruik gemaakt wordt van interferentie van licht. Michelson en Morley gebruikten de Michelson-interferometer in 1887 om het bestaan van ether aan te tonen. Het idee destijds was dat elektromagnetische straling, zoals licht, gedragen werd door de zogenaamde ether. Wanneer een waarnemer ten opzichte van dit ether beweegt, dan zou deze waarnemer een andere lichtsnelheid meten. Om dit aan te tonen maakten Michelson en Morley gebruik van de beweging van de aarde ten opzichte van de zon. De verwachting was dat voor een lichtstraal, afkomstig van de zon, die evenwijdig aan de aarde beweegt een andere lichtsnelheid zou worden gemeten dan een lichtstraal die loodrecht op de aarde afkomt.

De Michelson-interferometer bestaat uit een lichtbron, twee spiegels, een halfdoorlatende spiegel en een detector (zie onderstaande afbeelding). Een lichtstraal wordt uitgezonden door de lichtbron en met behulp van de halfdoorlatende spiegel wordt de helft van de lichtstraal gereflecteerd in de richting van spiegel 1 (BOVEN). De andere helft van de lichtstraal wordt doorgelaten en bereikt op deze manier spiegel 2 (RECHTS). Na reflectie komen beide lichtstralen weer bij de halfdoorlatende spiegel. De halfdoorlatende spiegel zorgt er nu voor dat beide lichtstralen worden gereflecteerd in de richting van de detector.

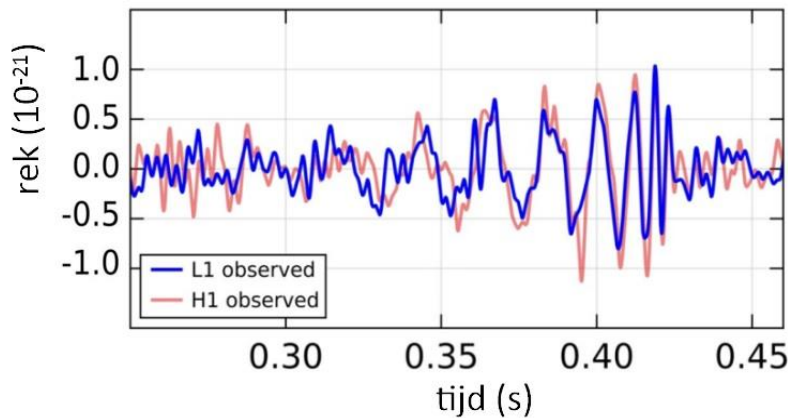


Tijdens het experiment van Michelson en Morley waren de afstanden van de halfdoorlatende spiegel tot de twee andere spiegels exact hetzelfde. Met andere woorden, het **weglengteverschil** van de beide lichtstralen was nul. Dat betekent dat er constructieve interferentie optreedt bij de detector en er dus een duidelijke lichtpunt zichtbaar is. De Michelson-interferometer was echter ook in staat om kleine verschillen in lichtsnelheid te meten. Wanneer de lichtsnelheid in beide twee armen van de interferometer verschilt, dan zullen de lichtstralen niet op exact hetzelfde moment bij de detector aankomen. Als gevolg van dit tijdsverschil Δt zal er geen volledige constructieve interferentie optreden en zal er een zwakkere lichtpunt zichtbaar zijn.

Michelson en Morley voerden vele experimenten uit, op verschillende tijden van de dag en verschillende momenten gedurende het jaar. Ook werd de oriëntatie van de opstelling steeds gevarieerd. Desondanks werd er steeds volledige constructieve interferentie waargenomen. Het experiment om het bestaan van ether vast te stellen 'mislukte', een zogenaamd nulresultaat.

Neutronensterren of zwarte gaten?

In de figuur 6 is te zien wat de LIGO-observatoria in Hanford en Livingston hebben gemeten op 14 september 2015. Door de signalen van de beide observatoria met elkaar te vergelijken concludeerden de wetenschappers dat het hier inderdaad om een echt signaal ging en niet om lokale verstoringen. Ondanks dat te zien is dat beide LIGO-observatoria een soortgelijk signaal hebben gemeten, is duidelijk dat beide signalen nog steeds allerlei verstoringen bevatten. Met behulp van wiskundige modellen is men in staat om een zuiver signaal te reconstrueren. Op basis van dit gereconstrueerde signaal is het mogelijk om de massa van de twee hemellichamen te bepalen.



Figuur 6 De eerste directe waarneming van gravitatiegolven. Het signaal werd eerst door het observatorium in Livingston gemeten en 7 ms later in Hanford.

Met behulp van de derde wet van Kepler kon men massa van de hemellichamen bepalen. Omdat het op dit moment nog niet mogelijk is om gravitatiegolven van [hoofdrekssterren](#) te detecteren, moet het signaal afkomstig zijn geweest van twee [neutronensterren](#) of twee [zwarte gaten](#). Wanneer een massieve ster aan het eind van zijn levensloop ineenstort, dan blijft er een neutronenster of een zwart gat over (zie ook tekstkader 'De levensloop van een ster'). Op basis van numerieke simulaties bleek dat het hier ging om twee zwarte gaten met een massa van 36 keer de massa van de zon en een massa van 29 keer de massa van de zon. Deze twee zwarte gaten draaiden om elkaar heen en zoals ook al bleek uit de resultaten van Taylor en Hulse wordt in een dergelijk systeem gravitatie-energie omgezet in gravitatiegolven. Het gevolg is dat de baanstraal van beide zwarte gaten steeds kleiner werden, totdat de afstand zo klein was dat er een samensmelting plaatsvond.



Johannes Kepler

Voorbeeld 3: De beroemde formule van Einstein

Na de samensmelting van de twee zwarte gaten, met een massa van respectievelijk 36 keer en 29 keer de massa van de zon, bleef er een zwart gat over met een massa van 62 keer de massa van de zon. Dit is minder massa dan de massa van de twee samengesmolten zwarte gaten samen. De ontbrekende massa werd hierbij omgezet in gravitatiegolven.

Bereken de hoeveelheid energie die vrijgekomen bij de omzetting van 3 zonmassa's in energie.

Antwoord

Volgens Einstein kan massa worden omgezet in energie en andersom volgens:

$$E = m \cdot c^2$$

In bovenstaande formule is E de energie (in J), m is de massa (in kg) en c is de lichtsnelheid (in m s^{-1}). Invullen geeft:

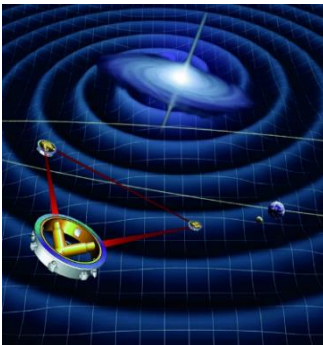
$$E = 3 \cdot 1,9884 \cdot 10^{30} \cdot (3,00 \cdot 10^8)^2 = 5,37 \cdot 10^{47} \text{ J}$$

Om je een idee te geven; dit is tienduizend keer zo veel energie dan de zon vanaf zijn ontstaan heeft uitgezonden!

Een astronomische renaissance

In eerste instantie waren de LIGO-observatoria niet gevoelig genoeg om daadwerkelijk gravitatiegolven te detecteren. Daarom werd in 2004 onder leiding van Barish een begin gemaakt om de LIGO-observatoria sterk te verbeteren.

Nadat de verbeterde LIGO-observatoria weer operationeel waren, werden vrijwel direct gravitatiegolven gedetecteerd. Dit doet vermoeden dat dergelijke gebeurtenissen waarbij soortgelijke gravitatiegolven geproduceerd worden geen uitzondering zijn. Inmiddels heeft het LIGO-team zes maal gravitatiegolven **gedetecteerd**. De ontdekking dat gravitatiegolven daadwerkelijk bestaan was wereldwijd groot nieuws, maar wat betekent dit nu voor de toekomst? En waarom is het belangrijk voor ons?



Figuur 7 Een artist impression van het LISA ruimteproject.

Ruim vierhonderd jaar geleden had Galileo zijn telescoop op de planeet Jupiter gericht en kwam erachter dat er vier manen om Jupiter heen draaiden. Sindsdien zijn er vele ontdekkingen gedaan met behulp van **optische telescopen**. Zo is bijvoorbeeld de leeftijd van het universum zeer nauwkeurig bepaald en is de eerste directe afbeelding van een **exoplaneet** gemaakt. Dit werd beide gedaan met behulp van de Hubble Space Telescope. De verwachting is dat astronomie met behulp van gravitatiegolven een belangrijke rol gaat spelen in de zoektocht naar kennis over ons universum. De volgende generatie LIGO-observatoria moeten een nog grotere nauwkeurigheid en gevoeligheid opleveren. Hierdoor wordt het mogelijk om dubbelster systemen met een kleinere massa te bestuderen, of zwarte gaten (en neutronensterren) die nog verder weg staan dan de reeds ontdekte zwarte gaten. De meest ambitieuze projecten zijn de **Einstein Telescoop** en het **LISA** ruimteproject. De Einstein Telescoop is vergelijkbaar met de LIGO-observatoria, maar dan met armen van 10 kilometer. Een mogelijke locatie voor dit ondergronds observatorium is ons eigen Limburg. Bij het LISA project wordt er gebruik gemaakt van een netwerk van ruimtesondes die gezamenlijk de effecten van passerende gravitatiegolven meten. Het LISA project wordt naar verwachting in 2034 daadwerkelijk gelanceerd.

Voorbeeld 4: Omlooppfrequentie

Wanneer twee hemellichamen om elkaar heen bewegen, dan worden er gravitatiegolven opgewekt. In de onderstaande figuur is een momentopname van een **animatie** te zien, waarin twee neutronensterren om elkaar heen bewegen in een cirkelvormige baan.



Bepaal de frequentie waarmee de gravitatiegolven worden waargenomen en de omlooppfrequentie van de neutronensterren aan de hand van de animatie.

Antwoord

Met behulp van de animatie is te bepalen dat er gedurende 5 omwentelingen in totaal 18 seconden verstrijken. De omlooppfrequentie is dan:

$$f_{\text{omloop}} = \frac{5}{18} = 0,28 \text{ Hz}$$

Met behulp van de animatie is te bepalen dat in 18 seconden 10 golven passeren. De frequentie van waarmee de gravitatiegolven worden waargenomen is dan:

$$f_{\text{waarneming}} = \frac{10}{18} = 0,56 \text{ Hz}$$

Hieruit volgt dat de frequentie waarmee de gravitatiegolven worden waargenomen twee keer zo groot is dan de omlooppfrequentie.

De levensloop van een ster

Net als de zon ontstaan sterren doordat een wolk waterstofgas ineenstort onder invloed van de eigen zwaartekracht. Het gevolg is dat de temperatuur en druk in het centrum van de wolk toenemen. Wanneer de druk en temperatuur hoog genoeg zijn, beginnen waterstofkernen te fuseren tot heliumkernen. Daardoor komen er grote hoeveelheden energie vrij in de vorm van **fotonen**. Ditzelfde fusieproces vindt ook nu nog plaats in de zon. Fotonen komen continue vrij en bewegen naar buiten toe, maar worden onderweg geabsorbeerd door het waterstofgas. Hierbij vindt er impulsoverdracht plaats van de fotonen naar de gasdeeltjes. Dit zorgt voor een naar buitengerichte druk, stralingsdruk genoemd. Deze stralingsdruk is op een gegeven moment groot genoeg om het ineenstorten van de zon tegen te gaan.

Naarmate steeds meer waterstofkernen fuseren tot helium, zal er steeds minder energie vrijkomen. Hierdoor zal de stralingsdruk afnemen en de zon stort verder in. Als gevolg hiervan nemen de temperatuur en druk weer toe, waardoor de heliumkernen gaan fuseren. Wanneer ook dit proces ten einde komt, zal de zon uiteindelijk ineenstorten tot een **witte dwerg**.

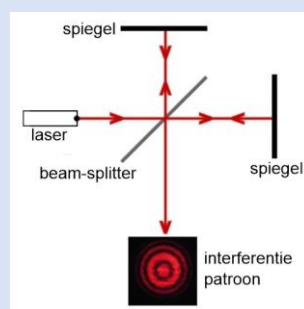
Bij massievere sterren gaat het fusieproces nog verder. Wanneer de massa van een ster groter is dan 10 keer de massa van de zon is dan treedt er uiteindelijk kernfusie op waarbij het element ijzer wordt gevormd. Hierbij komt er echter geen energie meer vrij, maar wordt er juist energie opgenomen. Het gevolg is dat de stralingsdruk wegvalt en er vindt een heftige **implosie** plaats, een zogenaamde **supernova**. Tijdens een supernova wordt het grootste deel van de ster met veel geweld de ruimte ingeblazen. Hierbij ontstaan de zware elementen zoals uranium. Wat overblijft is een neutronenster met een massa van 1 tot 3 keer de massa van de zon. De straal van een neutronenster is enkele kilometers.

Wanneer een imploderende ster nog massiever is kan er zelfs een zwart gat ontstaan. Dit gebeurt bij sterren met een massa die groter is dan 30 keer de massa van de zon.

Opgaven

In figuur 8 zie je de interferometer zoals deze gebruikt wordt in de LIGO-observatoria. Een laserbundel met een golflengte van 1064 nm wordt door een zogenaamde 'beam-splitter' opgesplitst. De helft van de bundel gaat door de ene arm op-en-neer en de andere helft gaat door de andere arm op-en-neer.

De opstelling van de LIGO-observatoria zijn zo gemaakt dat zolang er geen gravitatiegolf passeert, er volledige destructieve interferentie optreedt. Als gevolg van een passerende gravitatiegolf zullen de beide armen afwisselend langer en korter worden. Dit zorgt ervoor dat de beide laserbundels een andere afstand afleggen ten opzichte van elkaar. Als gevolg hiervan zullen de laserbundels constructief gaan interfereren met elkaar.



Figuur 8

2p1. Wanneer het weglengteverschil gelijk is aan de helft van de golflengte van de laser, dan treedt er volledige destructieve interferentie op. Leg uit waarom dat zo is.

De typische golflengte van gravitatiegolven is in de orde van een kilometer. Om een gravitatiegolf zo goed mogelijk te detecteren mag de effectieve lengte van de armen van de LIGO-observatoria niet groter zijn dan de golflengte van de gravitatiegolf. Er treedt in dat geval volledige constructieve interferentie op.

3p2. Laat met behulp van een berekening zien dat de relatieve lengteverandering die een LIGO-observatorium in dat geval nog net kan waarnemen in de orde is van $h \approx 10^{-10}$.

In werkelijkheid zijn de armen van een LIGO-observatorium 'slechts' 3,99 km lang. Toch is men in staat om veel kleinere waarden van de relatieve lengteverandering waar te nemen. De LIGO-observatoria zijn in staat om een relatieve lengteverandering van 10^{-22} waar te nemen. Dit komt doordat men met behulp van verschillende optische elementen het vermogen van de uitgezonden laserbundel vele malen wordt versterkt. Voor de minimale relatieve lengteverandering die nog net door de detector onderscheiden kan worden, geldt de volgende benadering:

$$h_{\min} \sim \frac{1}{\sqrt{N_{\text{fotonen}}}} \cdot \frac{\lambda_{\text{laser}}}{\lambda_{\text{grav}}}.$$

In deze formule is λ_{laser} is de golflengte van de laser (in m), λ_{grav} is de golflengte van de gravitatiegolf (in m) en N_{fotonen} is het aantal fotonen dat op de detector valt gedurende 1 trilling van de gravitatiegolf (geen eenheid). Voor het aantal fotonen dat op de detector valt geldt de volgende formule:

$$N_{\text{fotonen}} = \frac{P_{\text{laser}} \cdot \lambda_{\text{laser}} \cdot \lambda_{\text{grav}}}{h \cdot c^2}.$$

In deze formule is P_{laser} het vermogen van de laser (in W), λ_{laser} de golflengte van de laser (in m), λ_{gw} de golflengte van de gravitatiegolf, h is de constante van Planck (J·s) en c is de lichtsnelheid (in m s⁻¹).

4p3. Leid de formule voor N_{fotonen} af met behulp van de formules in Binas.

Het vermogen van de laser is 0,70 kW en de golflengte van de gravitatiegolf is $1,5 \cdot 10^3$ km.

3p4. Bereken de minimale relatieve lengteverandering $h_{\min}$ die nog net door de LIGO-observatoria te meten zou moeten zijn.

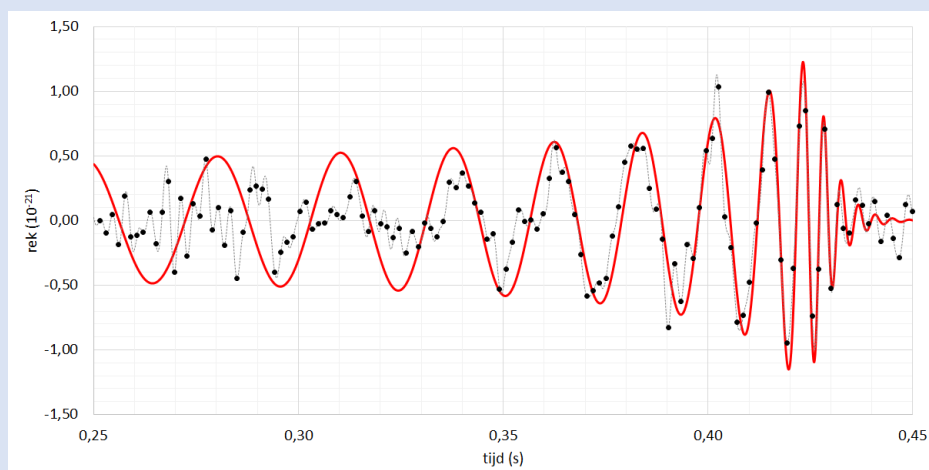
De daadwerkelijk gemeten relatieve lengteverandering was in de orde van 10^{-21} .

2p5. Bereken het lengteverschil ΔL .

2p6. Druk je antwoord van vraag 5 uit in termen van de bohrstraal.

Opgave 2: GW150914

In figuur 9 zijn de resultaten van de eerste gravitatiegolf detectie te zien. De doorgetrokken, rode lijn stelt een model voor dat het beste bij de onbewerkte data past (hier weergegeven als een stippellijn met bolletjes). Duidelijk te zien is dat zowel de frequentie van de gravitatiegolf als de amplitude toenemen tot aan het moment dat de samensmelting van de zwarte gaten plaats vond. Dit laatste gebeurde op $t = 0,42$ s.



Figuur 9

Op basis van de omlooptijd (of frequentie) en de onderlinge afstand van de zwarte gaten is het mogelijk om de gezamenlijke massa van de zwarte gaten te bepalen. Het hier gaat om twee zwarte gaten die om elkaar heen bewegen. Er geldt dat de frequentie waarmee de gravitatiegolven worden waargenomen twee keer zo groot is als de omlooppfrequentie (zie voorbeeld 4):

$$f_{\text{waarneming}} = 2 \cdot f_{\text{omloop}}$$

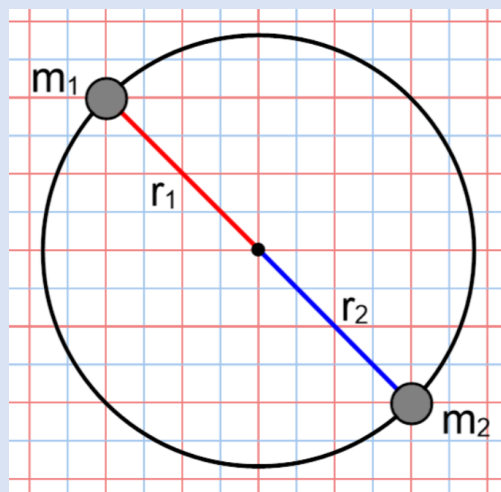
In deze formule is f_{omloop} de frequentie waarmee de zwarte gaten om elkaar draaien (in Hz) en $f_{\text{waarneming}}$ is de waargenomen frequentie vanaf de aarde (in Hz). Uit de publicatie van het LIGO-team bleek dat $f_{\text{waarneming}}$ tussen $t = 0,25$ s en $t = 0,35$ s gelijk was aan 35 Hz.

3p1. Toon dit aan met behulp van figuur 9.

De initiële afstand tussen de zwarte gaten was (op $t = 0,25$ s) gelijk was aan 880 kilometer. Volgens de LIGO-wetenschappers was de gezamenlijke massa van de zwarte gaten gelijk aan 62 keer de massa van de zon.

4p2. Toon dit aan met behulp van de derde wet van Kepler.

In figuur 10 is te zien hoe twee zwarte gaten om elkaar heen bewegen. De afstand van beide zwarte gaten tot het massamiddelpunt is voor beide zwarte gaten hetzelfde, $r_1 = r_2$.



Figuur 10

3p3. Bereken vervolgens de baansnelheid op $t = 0,25$ s waarmee de zwarte gaten om elkaar heen bewegen.

2. De basis: het equivalentieprincipe

Aan het einde van dit hoofdstuk:

- kun je uitleggen wat men bedoelt met het zwakke en het sterke equivalentieprincipe;
- kun je uitleggen waarom de aanwezigheid van massieve voorwerpen, zoals planeten of sterren leiden tot kromming van de ruimtetijd;
- kun je met behulp van een gedachtenexperiment uitleggen hoe gravitationele roodverschuiving ontstaat;
- kun je uitleggen wat gravitationele tijddilatatie is en kun je daaraan rekenen.

Valversnelling

Tegen het eind van de 16e eeuw zou de Italiaanse geleerde Galileo Galilei twee bollen van de Scheve Toren van Pisa hebben laten vallen. In werkelijkheid is van het experiment van Galilei geen bewijs van terug te vinden. Wel voerde Galilei een **gedachtenexperiment** uit, wat beschreven is in een nooit gepubliceerd boek van Galilei *De Motu* ("Over Beweging"). De hypothese van het gedachtenexperiment van Galilei was dat wanneer je twee voorwerpen tegelijkertijd loslaat, deze twee voorwerpen tegelijkertijd de grond zullen raken, ongeacht hun massa. De hypothese van Galilei werd in 1586 experimenteel bevestigd door het experiment van Simon Stevin en Jan Cornets de Groot.

Een belangrijk gevolg van bovenstaande experiment is dat het volgende geldt:

$$F_{\text{res}} = F_g$$

$$m_i \cdot a = m_g \cdot g$$

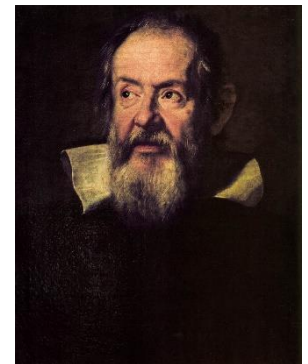
Waarbij dus geldt dat de versnelling van een **vrij vallend** voorwerp identiek is aan de **valversnelling**. Dit verschijnsel staat bekend als het **zwakke equivalentieprincipe**.

Zwakke equivalentieprincipe

Alle deeltjes ondervinden dezelfde versnelling in een **gravitatieveld**, ongeacht hun massa. Voor vrij vallende massa's geldt dat de **inertiële massa** gelijk is aan de **gravitationele massa**.

Voorkennis:

- dopplereffect
- kracht en beweging
- medische beeldvorming
- kwantummechanica



Galileo Galilei

Zwakke equivalentieprincipe

De eerste wet van Newton stelt dat massa traag is. Om een zogenaamde trage massa of inertiële massa m_i te versnellen is er een kracht nodig. Met behulp van de tweede wet van Newton kan deze inertiële massa gedefinieerd worden als volgt:

$$m_i = \frac{F_{\text{res}}}{a}.$$

Newton stelde ook de zogenaamde gravitatiewet van Newton op. Volgens de gravitatiewet van Newton kun je de zogenaamde zware massa of gravitationele massa m_g definiëren:

$$m_g = \frac{F_g \cdot r^2}{G \cdot M} = \frac{F_g}{g},$$

waarbij geldt dat:

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}.$$

Op basis van het gedachtenexperiment van Galilei en het experiment van Stevin en de Groot kan worden geconcludeerd dat de versnelling a gelijk mag worden gesteld aan de valversnelling g . Dit betekent dat de inertiële massa en de gravitationele massa wat betreft grootte aan elkaar gelijk zijn. Dit staat bekend als het zwakke equivalentieprincipe.

Het verhaal gaat dat de Albert Einstein op een gegeven moment een schilder van een ladder zag vallen. Op het zelfde moment valt ook de emmer met verf van de ladder. Einstein beseftte dat vanuit het oogpunt van de schilder lijkt dat de emmer met verf in rust is. Immers, zowel de schilder als de emmer vallen met dezelfde snelheid en versnelling. Einstein noemde dit inzicht zijn "*glückliche Gedanke meines Lebens*".

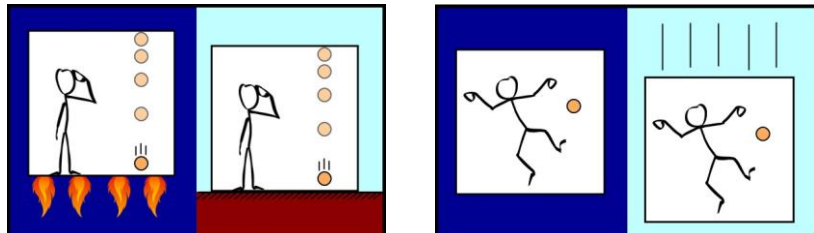
Einstein's sterke equivalentieprincipe

Einstein werkte zijn nieuw verworven inzicht uit tot een gedachtenexperiment. In dit gedachtenexperiment bevindt een astronaut zich in een afgesloten ruimte, bijvoorbeeld een lift die een **vrije val** ondergaat (zie figuur 11). De astronaut ondergaat ook een vrije val en als gevolg hiervan is de astronaut **gewichtloos**. Omdat de astronaut niet naar buiten kan kijken, is het voor de astronaut onmogelijk om vast te stellen of hij zich in een vrij vallende lift bevindt, of dat hij opgesloten zit in een lift in de ruimte, ver verwijderd van alle sterren en andere massa's. In beide gevallen is het **gewicht** van de astronaut gelijk aan nul; de astronaut is gewichtloos. Een soortgelijke situatie treedt op tijdens een zogenaamde paraboolvlucht (figuur 12).



Figuur 12 Tijdens een **paraboolvlucht** ben je op bepaalde momenten ook gewichtloos.

In het volgende gedachtenexperiment van Einstein wordt de lift vervangen door een ruimteschip. Het ruimteschip versnelt eenparig, verticaal naar boven¹ (zie figuur 13). De versnelling van het ruimteschip is $9,81 \text{ m/s}^2$. Deze versnelling komt uiteraard overeen met de valversnelling op aarde. Als gevolg van deze versnelling wordt de astronaut tegen de grond aan gedrukt. Volgens de derde wet van Newton duwt de grond met een even grote, maar tegengestelde kracht terug, de **normaalkracht**. Ook nu geldt weer, omdat de astronaut niet naar buiten kan kijken, dat hij niet vast kan stellen of hij zich in een ruimteschip bevindt dat met $9,81 \text{ m/s}^2$ versnelt, of dat hij zich op aarde bevindt in een stilstaande ruimteschip. In beide gevallen ervaart de astronaut dezelfde **gewichtskracht**. Op basis van beide gedachtenexperimenten formuleerde Einstein het **sterke equivalentieprincipe**.



Figuur 11 Twee gedachtenexperimenten van Einstein.

Links: Een waarnemer die zich in een afgesloten lift bevindt, kan niet vaststellen of de lift in de ruimte versnelt met $9,81 \text{ m/s}^2$ of dat de lift stil staat op de aarde.

Rechts: Een waarnemer in een afgesloten lift, kan niet vaststellen of de lift in de ruimte zweeft of dat de lift een vrije val ondergaat boven de aarde.

Sterke equivalentieprincipe

Er is geen enkel experiment te bedenken waarmee een waarnemer kan concluderen of:

- de waarnemer zich op aarde bevindt of in een ruimteschip dat met $9,81 \text{ m/s}^2$ versnelt;
- de waarnemer een vrije val ondergaat of zich in de ruimte bevindt.

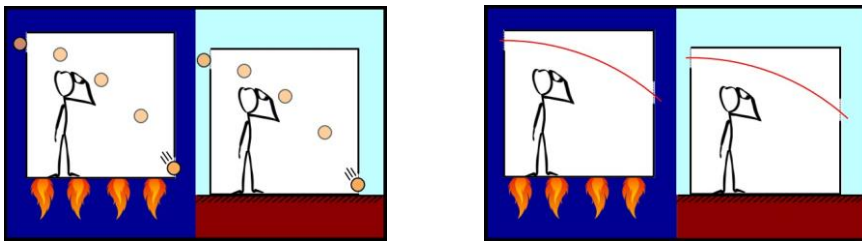
Dit geldt voor alle mogelijke experimenten.

¹ In de ruimte is er geen boven of beneden. Hier gaat het over de richting ten opzichten van de tekening.

Buiging van licht

Op basis van het sterke equivalentieprincipe kun je tot de conclusie komen dat voorwerpen met verschillende massa tijdens een vrije val dezelfde versnelling ondervinden². In figuur 13 (links) is een ruimteschip te zien dat naar boven versnelt met $9,81 \text{ m/s}^2$. Waarnemer A laat een kanonskogel los. Als gevolg van de versnelling van het ruimteschip zal de kogel na het verstrijken van een zekere tijdsduur Δt de bodem van het ruimteschip raken. Wanneer waarnemer A het experiment herhaalt met een veer, dan zal de veer, net als de kogel, na het verstrijken van tijdsduur Δt de bodem van de raket raken. Dit resultaat komt uiteraard mooi overeen met het experiment van Stevin en de Groot. Tastbare voorwerpen zoals kogels, veren en zelfs schilders worden allemaal op dezelfde manier versneld onder invloed van het gravitatieveld van de aarde. Maar hoe zit het met licht?

Zoals je weet is licht massaloos wat betekent dat de zwaartekracht geen invloed heeft op licht. Toch zullen we zien dat gravitatie wel degelijk de baan van licht kan beïnvloeden. We maken hiervoor weer gebruik van het sterke equivalentieprincipe. In figuur 13 (rechts) zie je een ruimteschip dat naar boven versnelt met $9,81 \text{ m/s}^2$. De lichtstraal beweegt zich langs een horizontale rechte lijn voort. Vanuit de waarnemer in het ruimteschip gezien, zal de lichtstraal een gekromde baan doorlopen. Dit is uiteraard het gevolg van het feit dat het ruimteschip versnelt. Volgens het sterke equivalentieprincipe is bovenstaande situatie hetzelfde als wanneer het ruimteschip zich op de aarde zou bevinden. De conclusie is dat het gravitatieveld van de aarde een gekromde baan voor lichtstralen tot gevolg heeft. Maar zoals je weet volgt een lichtstraal een rechte lijn. De verklaring hiervoor is dat het licht wel degelijk een rechte lijn volgt, maar dat ruimte zelf gekromd is. Met andere woorden, de aanwezigheid van materie (de aarde) heeft invloed op de kromming van ruimte!



Figuur 13 Twee experimenten waarbij het sterke equivalentieprincipe geldt.

Links: In een eenparig versnelde raket ‘vallen’ voorwerpen met verschillende massa met dezelfde versnelling; namelijk met de versnelling van de raket. Volgens het sterke equivalentieprincipe gebeurt hetzelfde op aarde.

Rechts: In een eenparig versnelde raket is de baan van een lichtstraal gekromd. Volgens het sterke equivalentieprincipe worden lichtstralen ook gekromd door een gravitatieveld.

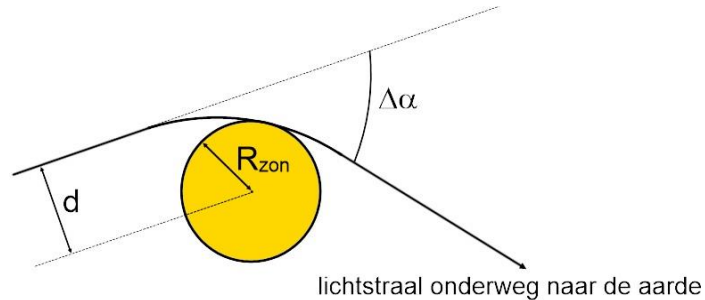
² In werkelijkheid is het zo dat een vrij vallend voorwerp zich niet in een inertiaalstelsel bevindt, er is immers materie aanwezig (de aarde). Toch kun je, onder bepaalde voorwaarden, spreken van een **lokaal inertiaalstelsel**.



Sir Arthur Eddington

De zonsverduistering van 1919

Tijdens de zonsverduistering van 1919 toonde Sir Arthur Eddington experimenteel aan dat lichtstralen door de zon werden afgebogen. Volgens de algemene relativiteitstheorie is deze afbuiging het gevolg van het feit dat de ruimte rondom de zon gekromd is door de massa van de zon. Dit effect is schematisch weergegeven in figuur 15.



Figuur 15 De baan van het licht wordt afgebogen als gevolg van de kromming van de ruimte rondom de zon.

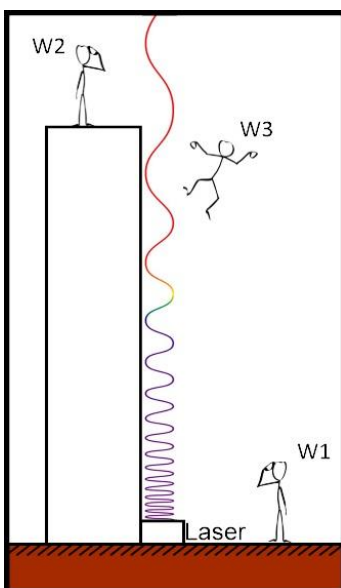
Volgens de algemene relativiteitstheorie geldt voor de buigingshoek $\Delta\alpha$ van een hemellichaam het volgende:

$$\Delta\alpha = \frac{4 \cdot G \cdot M}{d \cdot c^2} \quad (1)$$

In deze formule is $\Delta\alpha$ de buigingshoek (in rad), G is de gravitatieconstante ($6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$), M massa van het hemellichaam (in kg), d is de loodrechte afstand tussen de lichtstraal en het massamiddelpunt van het hemellichaam (in m) en is c de lichtsnelheid (in m s^{-1}).

Met behulp van formule (1) is de buigingshoek van licht dat de zon passeert te voorspellen. Tijdens de zonsverduistering bleek dat de gemeten buigingshoek goed overeenkwam met de buigingshoek zoals de algemene relativiteitstheorie voorspelde. De zonsverduistering van 1919 wordt gezien als een belangrijke experimentele bevestiging van de algemene relativiteitstheorie.

Gravitationele roodverschuiving



Figuur 16 Drie waarnemers en het effect van gravitationele roodverschuiving.

Uitgewerkt gedachtenexperiment

In dit gedachtenexperiment zijn er drie waarnemers (zie figuur 16). Waarnemer 1 staat op de grond en zendt een continue lichtsignaal uit naar boven. Het continue lichtsignaal heeft een golflengte λ_g . Waarnemer 2 staat op het dak van een flatgebouw. Exact op het moment dat waarnemer 1 het lichtsignaal naar boven uitzendt, stapt waarnemer 3 van het dak af en valt naar beneden. De luchtwrijving wordt verwaarloosd in dit gedachtenexperiment.

V1: Leg met behulp van het sterke equivalentieprincipe uit dat waarnemer 3 zich in een (lokaal) inertiaalstelsel bevindt.

Tijdens het vallen passeren waarnemer 3 en het lichtsignaal elkaar. Omdat waarnemer 3 zich in een inertiaalstelsel bevindt, is dit hetzelfde als zeggen dat het lichtsignaal waarnemer 3 passeert, alsof waarnemer 3 zich stil in de ruimte bevindt. Dit betekent dat de golflengte van het lichtsignaal voor waarnemer 3 dus niet verandert (zie figuur 17).

Op het moment dat waarnemer 3 van het dak springt, is hij nog in rust ten opzichte van waarnemer 1 op de grond.

V2: Leg uit wat dit betekent voor de golflengte van het lichtsignaal zoals waargenomen door waarnemer 3 gedurende zijn vrije val.

Waarnemer 2, die zich nog steeds op het dak bevindt, beweegt zich van waarnemer 2 af (vanuit waarnemer 3 gezien).

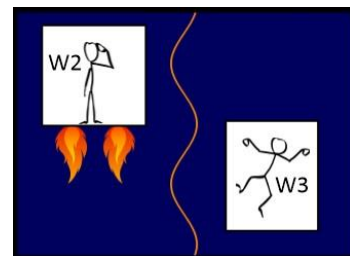
V3: Leg uit wat dit betekent voor de golflengte van het lichtsignaal zoals waargenomen door waarnemer 2.

A1: Volgens het sterke equivalentieprincipe meet een vrij vallende waarnemer exact hetzelfde als een waarnemer die zich in de ruimte bevindt, ver verwijderd van alle materie. Een (lokaal) inertiaalstelsel is een stelsel waarin waarnemers geen versnelling ondervinden. Dit geldt in de ruimte, en dus ook voor waarnemer 3.

A2: Omdat waarnemer 3 zich in eerste instantie in rust bevindt ten opzichte van waarnemer 1, zal waarnemer 3 dezelfde golflengte meten als waarnemer 1. Daarnaast is het zo dat de golflengte voor waarnemer 3 niet verandert. Waarnemer 3 neemt dus gedurende de gehele val golflengte λ_g waar.

A3: Vanuit waarnemer 3 gezien, beweegt waarnemer 2 zich van hem af. Dit is vergelijkbaar met het **dopplereffect**. Het gevolg is dat waarnemer 2 een grotere golflengte meet dan waarnemer 3 en waarnemer 1.

Als gevolg van het aanwezige gravitatieveld, neemt een waarnemer die zich hoger bevindt, een grotere golflengte waar dan een waarnemer die zich lager bevindt. Dit wordt **gravitationele roodverschuiving** genoemd.



Figuur 17 Volgens het equivalentieprincipe levert deze situatie dezelfde experimentele resultaten als de situatie die in **figuur 16** te zien is.

Een foton dat uit een gravitatieveld ontsnapt, zal gravitationele roodverschuiving vertonen. De waargenomen golflengte, op hoogte h , zal daardoor groter zijn dan de uitgezonden golflengte. Voor de frequentie geldt juist het omgekeerde; de frequentie op hoogte h zal kleiner zijn dan de frequentie op de grond. Het effect van gravitationele roodverschuiving op de verandering van de frequentie kan als volgt worden berekend:

$$\frac{f_h - f}{f} = \frac{\Delta f_g}{f} = -\frac{g \cdot h}{c^2}. \quad (2)$$

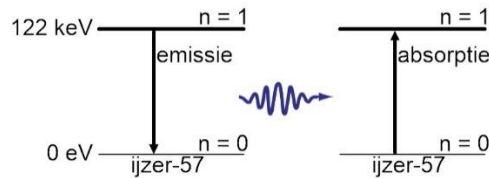
In deze formule is Δf_g de verandering van de waargenomen frequentie (in Hz), f de frequentie van het foton op de grond (in Hz), f_h de frequentie van het foton op hoogte h (in Hz), g is de valversnelling op aarde (in N kg^{-1}), h is de hoogte vanaf de grond (in m) en is c de lichtsnelheid (in m s^{-1}).

Als gevolg van een aanwezige massa zoals een ster of planeet, neemt een waarnemer die zich verder weg van deze massa bevindt, een grotere golflengte waar dan een waarnemer die zich dichterbij deze massa bevindt. Dit wordt gravitationele roodverschuiving genoemd.

Het Pound-Rebka experiment

In 1959 bedachten Robert Pound en Glen Rebka een experiment waarmee het effect van gravitationele roodverschuiving nauwkeurig kon worden gemeten. Het idee van het Pound-Rebka experiment is om het effect van gravitationele roodverschuiving tegen te gaan met behulp van het dopplereffect.

Pound en Rebka maakten gebruik van ijzer-57 **isotopen** die zich in een **aangeslagen toestand** bevonden en van ijzer-57 isotopen die zich in de **grondtoestand** bevonden. Een ijzer-57 isotoop dat zich in aangeslagen toestand bevindt, zal op een gegeven moment een foton uitzenden. Hierbij valt het isotoop terug in de grondtoestand. Wanneer dit foton een tweede ijzer-57 isotoop passeert dat zich in de grondtoestand bevindt, dan wordt het foton geabsorbeerd door dit ijzer-57 isotoop. Hierdoor zal het tweede isotoop in een aangeslagen toestand geraken. Dit proces is schematisch weergegeven in figuur 18. Volgens de **kwantummechanica** zal het tweede ijzer-57 isotoop het foton alleen absorberen wanneer de energie van het foton exact gelijk is aan het energieverval tussen twee elektronenschillen.



Figuur 18 Een gammafoton dat eerst wordt uitgezonden door een aangeslagen ijzer-57 isotoop en daarna wordt geabsorbeerd door een tweede ijzer-57 isotoop.



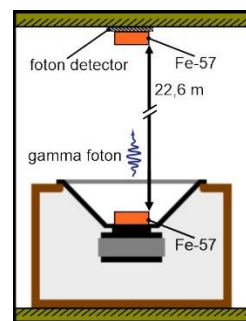
Figuur 19 Robert Pound (boven) en Glen Rebka (beneden) tijdens het [Pound-Rebka experiment](#).

Om het effect van gravitationele roodverschuiving aan te tonen, plaatsten Pound en Rebka een monster dat aangeslagen ijzer-57 isotopen bevatte in kelder van het Jefferson laboratorium van de Harvard Universiteit. Een tweede monster dat ijzer-57 isotopen bevatte die zich in de grondtoestand bevonden werd op de zolder van het Jefferson laboratorium geplaatst. Achter dit tweede monster werd een fotondetector geplaatst. De uitgezonden fotonen zullen volgens de algemene relativiteitstheorie gravitationeel roodverschoven zijn. Als gevolg hiervan zal niet alleen de golflengte van de fotonen veranderen, maar ook zal de energie van de fotonen veranderen. In dat geval zullen er geen fotonen worden geabsorbeerd door het tweede monster en zal de fotondetector het maximum aantal fotonen detecteren.

Met behulp van de opstelling die te zien is in figuur 20 wisten Pound en Rebka het effect van gravitationele roodverschuiving daadwerkelijk te meten. Het eerste monster met de aangeslagen ijzer-57 isotopen bevond zich in de kelder en het tweede monster met de ijzer-57 isotopen in de grondtoestand bevond zich op de zolder van het Jefferson laboratorium. Door het eerste monster op een luidspreker te plaatsen waren Pound en Rebka in staat om de twee monsters ten opzichte van elkaar te laten bewegen. Hierdoor zal er een dopplereffect optreden. Afhankelijk van de snelheid en de bewegingsrichting van de luidspreker zal de golflengte van de fotonen roodverschoven of blauwverschoven zijn. De verandering van de golflengte van de waargenomen fotonen kan als volgt worden berekend:

$$v = \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda} c = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c. \quad (3)$$

In deze formule is v de snelheid van de ijzer-57 bron (in m s^{-1}), λ is de golflengte van de uitgezonden fotonen (in m), λ' is de golflengte van de waargenomen fotonen (in m), $\Delta\lambda$ is de verandering in golflengte (in m) en c is de lichtsnelheid (in m s^{-1}).

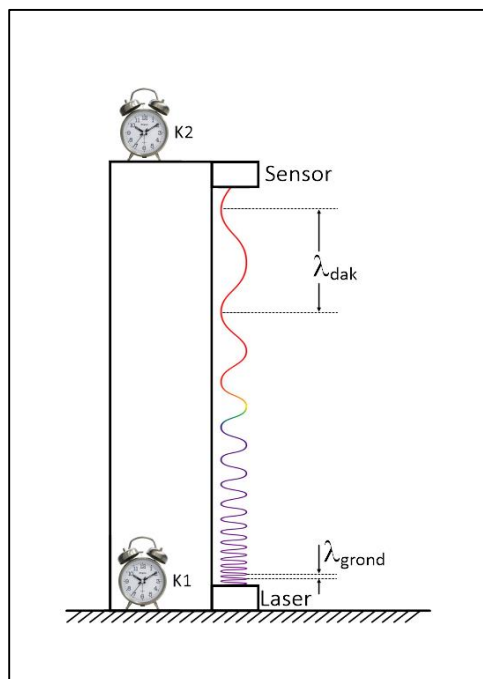


Figuur 20 Het eerste ijzer-57 monster wordt op een luidspreker in de kelder geplaatst. Het tweede ijzer-57 monster beweegt niet en bevindt zich op de zolder.

Bij een bepaalde snelheid, bleek dat het effect van de gravitationele roodverschuiving werd opgeheven door het dopplereffect. Het aantal fotonen dat werd gedetecteerd door de fotondetector, was namelijk sterk afgenomen. De snelheid waarbij dit gebeurde was $0,70 \mu\text{m/s}$. De golflengteverandering van de waargenomen fotonen bleek overeen te komen met de golflengteverandering veroorzaakt door gravitationele roodverschuiving. De conclusie die Pound en Rebka trokken was dat gravitationele roodverschuiving daadwerkelijk optrad. Dit was een verdere bevestiging van de geldigheid van de algemene relativiteitstheorie.

Gravitationele tijddilatatie

Het verschijnsel dat licht roodverschoven is naarmate het aan een gravitatieveld ontsnapt, heeft ook gevolgen voor het verloop van tijd zelf. We maken in dit voorbeeld gebruik van twee identieke klokken. Deze klokken zijn vooraf met elkaar gesynchroniseerd, zodat we zeker weten dat ze dezelfde tijd aangeven en dat beide klokken precies even snel tikken. Klok K1 blijft beneden staan, terwijl klok K2 naar het dak van een hoog gebouw wordt gebracht (figuur 21). Beneden staat ook een laser waarmee laserstraal van een bepaalde frequentie kan worden uitgezonden. De frequentie waarmee elke klok tikt wordt zo gekozen dat deze overeenkomt met de frequentie van de laser. Elke keer dat er een golftop de laser verlaat, tikt klok 1 precies één keer. Vanwege de gravitationele roodverschuiving wordt de golflengte groter naarmate de laserstraal hoger komt. Dit betekent dat klok 2 meerdere keren heeft getikt tussen twee opeenvolgende golftoppen. De verklaring hiervoor zou je misschien zoeken in het feit dat het licht afremt onderweg naar boven, maar dit is in strijd met het tweede postulaat van de speciale relativiteitstheorie; de lichtsnelheid is in elk inertiaalstelsel hetzelfde! Dat betekent dat het licht niet afgeremd kan zijn en er dus iets anders aan de hand is.



Figuur 21 Een continue laserstraal wordt uitgezonden vanaf de grond naar het dak van een hoog gebouw. Als gevolg van de aanwezige massa van de aarde treedt er gravitationele roodverschuiving op. Het resultaat is dat de lichtgolf uitgerekt wordt naarmate de laserstraal hoger komt. Omdat de lichtsnelheid constant is in dit inertiaalstelsel, registreert klok 1 meer golftoppen per seconde dan klok 2.

De verklaring voor bovenstaande verschijnsel is dat tijd anders verloopt voor een klok die zich hoger bevindt dan een klok dicht bij de grond. De tijd voor klok 2 verloopt sneller dan voor klok 1. Dit verschijnsel heet gravitationele tijddilatatie. Met andere woorden, de aanwezige materie heeft invloed op hoe snel of langzaam tijd verloopt!

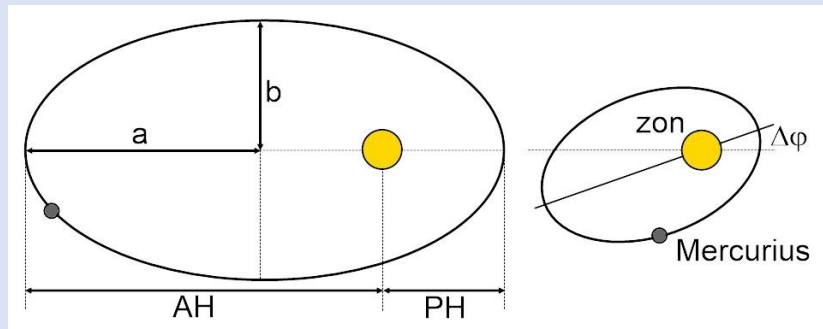


[GPS-satellieten](#) maken gebruik van nauwkeurige tijdmetingen. Om er voor te zorgen dat de satellieten de locatie nauwkeurig bepalen moet men corrigeren voor gravitationele tijddilatatie.

Opgaven

Opgave 1: Perihelium verschuiving Mercurius

Een belangrijke test voor de algemene relativiteitstheorie was de voorspelling die Einstein deed wat betreft de verschuiving van de perihelium van Mercurius, ook wel perihelium precessie genoemd. In figuur 22 zie je de baan van Mercurius om de zon. Zoals je kunt zien gaat het hier om een ellipsbaan.



Figuur 22

In figuur 22 wordt afstand a de halve lange as genoemd en b is de halve korte as. Ook zijn het perihelium (PH) en aphelium (AH) aangegeven.

1p1. Druk de halve lange as a uit in termen van PH en AH .

Verder geldt voor de halve korte as b het volgende:

$$b^2 = PH \cdot AH.$$

De excentriciteit e van een ellips(baan) is gedefinieerd als:

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}.$$

Voor Mercurius geldt dat $PH = 46,00 \cdot 10^6$ km en $AH = 69,82 \cdot 10^6$ km.

3p2. Toon met behulp van een berekening aan dat de excentriciteit van Mercurius gelijk is aan $e = 0,2057$.

De perihelium precessie van Mercurius is volgens de algemene relativiteitstheorie met behulp van de volgende formule te berekenen:

$$\Delta\varphi = \frac{6\pi \cdot G \cdot M}{a(1-e^2) \cdot c^2}.$$

In deze formule is $\Delta\varphi$ de buigingshoek (in rad), G is de gravitatieconstante ($6,67384 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²), M massa van het hemellichaam (in kg), d is de loodrechte afstand tussen de lichtstraal en het massamiddelpunt van het hemellichaam (in m) en is c de lichtsnelheid (in m s⁻¹).

4p3. Bereken de perihelium precessie voor Mercurius per omwenteling. Geef je antwoord in booggraden.

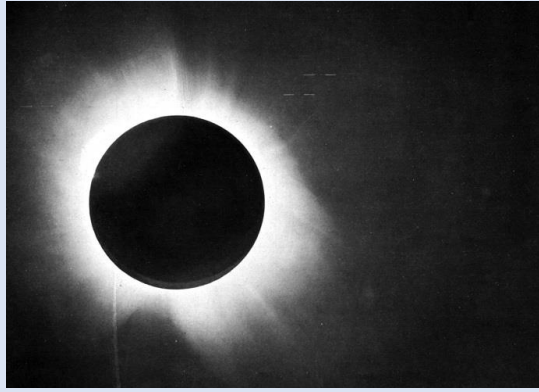
Einstein had berekend op basis van de algemene relativiteitstheorie dat de perihelium precessie van Mercurius overeen moest komen met 43 boogseconden per eeuw.

3p4. Toon met behulp van een berekening aan of Einstein gelijk had.

Opgave 2: De zonsverduistering van 1919

Tijdens de totale zonsverduistering van 1919, maakte Sir Arthur Eddington een foto van de zon (zie figuur 23). Op de foto was de verduisterde zon te zien, maar ook de sterren die zich deels achter de zon bevonden.

Na analyse bleek dat de sterren zich op een andere positie bevonden dan verwacht. Volgens de algemene relativiteitstheorie werd het licht van de sterren afgebogen doordat de ruimtetijd rondom de zon gekromd was. De buigingshoek $\Delta\alpha$ kan worden berekend met behulp van formule (1).



Figuur 23

4p1. Toon met behulp van een berekening aan dat de buigingshoek voor een lichtstraal die net langs de zon afscheert gelijk is aan $1,75''$ (1,75 boogseconden).

Een alternatieve notatie voor formule (1) is de volgende:

$$\Delta\alpha = 1,75'' \frac{R_{\text{ster}}}{d}.$$

In deze formule is $\Delta\alpha$ wederom de buigingshoek, maar nu uitgedrukt in boogseconden. Verder is R_{ster} de straal van de ster (in m) en d is de loodrechte afstand tussen de lichtstraal en het massamiddelpunt van de ster (in m).

2p2. Leid bovenstaande formule af op basis van formule (1). Je kunt bij deze opgave gebruik maken van het feit dat $\Delta\alpha$ en d omgekeerd evenredig zijn.

2p3. Leg aan de hand van figuur 15 uit dat sterren die zich ten opzichte van de aarde achter de zon bevinden, toch te zien kunnen zijn tijdens een volledige zonsverduistering.

Opgave 3: Het Pound-Rebka experiment

In figuur 24 is het Jefferson laboratorium van het Harvard gebouw te zien. In dit gebouw voerden Robert Pound en zijn student Glen Rebka Jr. een experiment uit waarmee ze gravitationele roodverschuiving experimenteel wilden bevestigen.



Figuur 24

Tijdens het experiment maakten Pound en Rebka gebruik van het instabiele cobalt-57 isotoop. Een cobalt-57 isotoop vervalt tot een ijzer-57 isotoop. Tijdens dit proces vindt er zogenaamde K-vangst plaats. Een elektron uit de K-schil, wordt door de kern ingevangen. Hierdoor verandert een proton in de kern in een neutron.

3p1. Geef de vervalvergelijking van het vervalproces van cobalt-57.

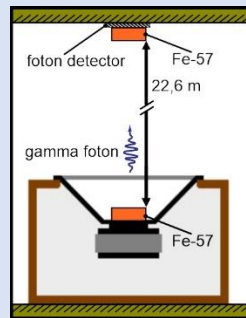
Het ontstane ijzer-57 isotoop zendt na gemiddeld 141 nanoseconden een foton uit.

3p2. Leg uit hoe het komt dat het ijzer-57 isotoop na verloop van tijd een foton uitzendt.

De energie van het uitgezonden foton is gelijk aan 122 keV.

4p3. Bereken de golflengte van het foton. Leg daarna duidelijk uit of het hier gaat om een gammafoton.

Met behulp van de onderstaande opstelling (figuur 25) werd het effect van gravitationele roodverschuiving aangetoond. Door het eerste monster met ijzer-57 isotopen op een luidspreker te plaatsen waren Pound en Rebka in staat om de twee monsters ten opzichte van elkaar te laten bewegen. Hierdoor zal er een dopplereffect optreden.



Figuur 25

De formule voor het dopplereffect kan worden herschreven tot:

$$\frac{f' - f}{f'} = \frac{\Delta f_D}{f'} = \frac{v}{c}. \quad (4)$$

In deze formule is f de frequentie van de *uitgezonden* fotonen (in Hz), f' is de frequentie van de *waargenomen* fotonen (in Hz), Δf_D de verandering van de waargenomen frequentie (in Hz) ten gevolge van het dopplereffect, v is de snelheid van de lichtbron (in m s^{-1}) en c is de lichtsnelheid (in m s^{-1}).

3p4. Leid bovenstaande formule af op basis van formule (3) en formules uit je Binas.

Wanneer de waargenomen frequentie f_{y_2} gelijk is aan de uitgezonden frequentie f_{y_1} , dan zullen de gammafotonen boven in het Jefferson laboratorium deels worden geabsorbeerd door de ijzer-57 isotopen. Als gevolg hiervan zullen er minder gammafotonen worden gedetecteerd door de fotondetector.

3p5. Leg uit waarom de gammafotonen alleen worden geabsorbeerd door een ijzer-57 isotoop wanneer geldt dat $f_{y_1} = f_{y_2}$.

Tussen de waargenomen frequentie f_{y_2} en de uitgezonden frequentie f_{y_1} geldt het volgende verband:

$$f_{y_2} = f_{y_1} + \Delta f_g + \Delta f_D. \quad (5)$$

2p6. Toon aan met behulp van formule (2), (4) en (5) dat het volgende verband geldt:

$$\frac{g \cdot h}{c^2} = \frac{v}{c}.$$

Bij een bepaalde snelheid, bleek dat het effect van de gravitationele roodverschuiving werd opgeheven door het dopplereffect. Het aantal fotonen dat werd gedetecteerd door de fotondetector, was namelijk sterk afgenomen. De snelheid waarbij dit gebeurde was $0,70 \mu\text{m/s}$.

De golflengteverandering (en dus ook frequentieverandering) van de waargenomen fotonen bleek overeen te komen met de golflengteverandering veroorzaakt door gravitationele roodverschuiving.

3p7. Laat met behulp van een berekening zien dat de gravitationele roodverschuiving wordt opgeheven door het dopplereffect.

Woordenlijst

absolute grootheid Een absolute grootheid is een grootheid die niet afhankelijk is van andere grootheden.

aangeslagen toestand In de kwantummechanica is een aangeslagen toestand een toestand waarbij het systeem een hogere energie heeft dan in de **grondtoestand**.

baanstraal De afstand tussen de massamiddelpunten van twee hemellichamen die om elkaar heen bewegen wordt de baanstraal genoemd.

binaire pulsar Een binaire pulsar is een **pulsar** waar een ander hemellichaam om heen beweegt, vaak een **witte dwerg** of een **neutronenster**.

bohrstraal De atoomstraal van het H-atoom volgens het atoom model van Bohr wordt ook wel bohrstraal genoemd.

dopplereffect Het dopplereffect is het effect waarbij de waargenomen frequentie (en golflengte) van golfverschijnselen zoals geluid en **elektromagnetische straling** anders is dan de uitgezonden frequentie. De mate van afwijking tussen de uitgezonden en waargenomen frequentie is afhankelijk van de relatieve snelheid tussen de bron en de waarnemer.

dubbelster Een dubbelster is een tweetal sterren dat om een gemeenschappelijk massamiddelpunt draait. De beweging van de beide sterren kan worden beschreven met behulp van de **wetten van Kepler**.

elektromagnetische straling EM-straling bestaat uit elektrische en magnetische golven, die zich met de lichtsnelheid voortbewegen. Voorbeelden van elektromagnetische-straling zijn zichtbaar licht, radiogolven, röntgenstralen en gammastralen.

endotherm Een endotherm proces is een proces waarbij energie nodig is. Een endotherm proces is het tegenovergestelde van een **exotherm** proces.

equivalentieprincipe Er worden tegenwoordig twee vormen van het equivalentieprincipe gehanteerd:

- het **zwakke equivalentieprincipe** veronderstelt dat alle **vrij vallende** voorwerpen dezelfde versnelling ondergaan, ongeacht de massa van het voorwerp. Dit is het gevolg van de ervaring dat de **inertiële massa** en de **gravitationele massa** aan elkaar gelijk zijn.
- het **sterke equivalentieprincipe** stelt dat elke waarnemer die zich in een **inertiaalstelsel** bevindt, dezelfde experimentele resultaten boekt.

ether Tot aan het begin van de twintigste eeuw werd verondersteld dat **elektromagnetische straling** zich voortplantte door een medium genaamd ether.

exoplaneet Een exoplaneet is een planeet die om een andere ster dan de zon draait.

exotherm Een exotherm proces is een proces waarbij energie vrijkomt. Een exotherm proces is het tegenovergestelde van een **endotherm** proces.

foton Volgens het standaardmodel van de deeltjesfysica is een foton een elementair deeltje zonder massa of lading. Fotonen zijn een verschijningsvorm van **elektromagnetische straling**. Fotonen kunnen zowel golfgedrag als deeltjesgedrag vertonen.

gedachte-experiment Een gedachte-experiment wordt niet daadwerkelijk uitgevoerd, maar vindt plaats in iemands gedachten.

gelijktijdigheid Wanneer twee gebeurtenissen gelijktijdig plaatsvinden, dan spreekt men van gelijktijdigheid. Volgens de **speciale relativiteitstheorie** is gelijktijdigheid een relatief begrip. Twee gebeurtenissen kunnen voor de ene waarnemer gelijktijdig plaatsvinden, terwijl dit voor een andere waarnemer niet zo is.

gewicht Een voorwerp zal, als gevolg van de **zwaartekracht**, een kracht uitoefenen op zijn ondersteuning of ondergrond. Deze kracht wordt gewicht of **gewichtskraft** genoemd.

gewichtskraft zie **gewicht**.

gewichtloos Wanneer er op een voorwerp geen enkele kracht wordt uitgeoefend behalve de **zwaartekracht**, dan is het voorwerp in **vrije val**. Er werkt dan geen **gewichtskraft** op het voorwerp en het voorwerp is gewichtloos.

gravitatie-energie Potentiële energie als gevolg van de **zwaartekracht** wordt gravitatie-energie genoemd. Alle voorwerpen die zich niet op de bodem van een **gravitatieveld** bevinden, bezitten potentiële gravitatie-energie.

gravitatiegolf Een voorwerp dat versnelt, zorgt voor een vervorming van de **ruimtetijd**. Deze vervorming plant zich als een gravitatiegolf voort in de ruimtetijd.

gravitatieveld Een gravitatieveld is een krachtveld dat invloed uitoefent op de beweging van alles wat zich in dat veld bevindt. Dit geldt voor deeltjes en voorwerpen met massa, maar ook voor deeltjes zonder massa, zoals bijvoorbeeld licht.

gravitatiewet van Newton De gravitatiewet van Newton beschrijft de aantrekking door de **zwaartekracht** tussen twee massa's. De gravitatiewet van Newton stelt dat elke (punt)massa een kracht uitoefent op elke andere (punt)massa en dat deze kracht evenredig is met het product van de twee massa's en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tussen de twee (punt)massa's.

gravitationele massa Volgens de gravitatiewet van Newton zullen twee massa's een zwaartekracht op elkaar uitoefenen. Met behulp van de gravitatiewet van Newton is de waarde van een gravitationele massa is te bepalen: $F_g = m_g \cdot g$.

gravitationele roodverschuiving Wanneer **elektromagnetische straling** vanuit een **gravitatieveld** omhoog beweegt, dan zal de golflengte groter worden. Dit verschijnsel heet gravitationele roodverschuiving.

grondtoestand De grondtoestand is de laagste energietoestand van een kwantummechanisch systeem. Wanneer de energie van een systeem groter is dan spreekt men van een **aangeslagen toestand**.

hoofdreksster Een hoofdreksster is een ster waarbij waterstof wordt omgezet tot helium doormiddel van **kernfusie**. De meeste sterren in het heelal zijn hoofdrekssterren.

implosie Een implosie is het tegenovergestelde van een explosie. Aan het eind van de levensloop van een massieve ster stort de ster ineen en blijft er een **neutronenster** of een **zwart gat** over.

inertiaalstelsel Een inertiaalstelsel is een coördinatensysteem dat eenparig beweegt en ver verwijderd is van alle materie (en energie). Zie ook **lokaal inertiaalstelsel**.

interferometer Met behulp van een interferometer is het mogelijk om het faseverschil van twee lichtstralen te bepalen. De werking van een interferometer berust op interferentie van licht.

inertiële massa Volgens de eerste **wet van Newton** is massa traag. Traagheid of inertie is het verschijnsel dat een massa slechts van bewegingstoestand verandert wanneer er een resulterende kracht op die massa werkt. Met behulp van de tweede wet van Newton kan men de waarde van een inertiële massa bepalen: $F_{res} = m_i \cdot a$.

isotoop Isotopen zijn atomen van een bepaald chemisch element met dezelfde chemische eigenschappen maar met een verschillende massa. Het atoomnummer (en dus het aantal protonen) is voor isotopen hetzelfde, maar het massagetal (en dus het aantal neutronen) kan voor isotopen verschillen.

kernfusie Het proces waarbij twee lichtere kernen samensmelten tot een zwaardere kern noemt men kernfusie.

klassieke mechanica Klassieke mechanica beschrijft de beweging van voorwerpen. De **drie wetten van Newton** en **gravitatiewet van Newton** vormen de basis van de klassieke mechanica.

kromming Volgens de **algemene relativiteitstheorie** wordt het effect van **zwaartekracht** veroorzaakt door de kromming van de **ruimtetijd**. In de aanwezigheid van massa of energie wordt de ruimtetijd namelijk gekromd. Als gevolg van kromming wordt **elektromagnetische straling** zoals licht, afgebogen. De lichtstralen volgen een recht pad door de gekromde ruimtetijd.

K-vangst Elektronenvangst of K-vangst is een radioactief vervalproces waarbij een elektron (vaak vanuit de binnenste schil, de K-schil genoemd) wordt opgenomen in de atoomkern. Hierbij verandert een proton in een neutron.

kwantummechanica Kwantummechanica is een fundamentele natuurkundige theorie die het gedrag van (sub)atomaire deeltjes beschrijft.

lengtecontractie De **speciale relativiteitstheorie** voorspelt dat twee waarnemers die ten opzichte van elkaar in beweging zijn, elkaar qua lengte korter waarnemen. Dit effect wordt lengtecontractie genoemd en treedt op bij snelheden die de **lichtsnelheid** benaderen.

lokaal inertiaalstelsel Een lokaal inertiaalstelsel is een stelsel dat juist niet ver verwijderd is van materie en is dus feitelijk geen **inertiaalstelsel**. Echter, wanneer een waarnemer een experiment uitvoert dat voldoende klein is en voldoende kort duurt, dan geldt toch het **sterke equivalentieprincipe**.

lichtsnelheid Volgens de **speciale relativiteitstheorie** is er een maximum waarmee informatie zoals **elektromagnetische straling** of **gravitatiegolven** door de **ruimtetijd** kan reizen. Deze snelheid wordt de lichtsnelheid genoemd en is in vacuüm gelijk aan 299.792.458 m/s.

neutronenster Wanneer een massieve ster (met een massa van 10 tot 29 keer de massa van de zon) **implodeert** dan blijft er een neutronenster over. Neutronensterren zijn de kleinste en meest massieve sterren in het heelal.

normaalkracht Een normaalkracht is een reactiekracht. Wanneer een voorwerp tegen een oppervlak duwt, dan volgt uit de derde **wet van Newton** dat het oppervlak met een gelijke maar tegengestelde kracht terugduwt. De normaalkracht staat altijd loodrecht op dat oppervlak.

nulresultaat Wanneer een experiment niet het verwachte resultaat oplevert, dan spreekt men over een nulresultaat.

optische telescoop Een optische telescoop is een optisch instrument dat voorwerpen die zich op grote afstand van de waarnemer bevinden vergroot weergeeft.

postulaat Een postulaat is een stelling die niet bewezen kan worden, maar die toch als waar moet worden aangenomen omdat er anders tegenstrijdigheden optreden in de betreffende theorie.

pulsar Een pulsar is een sterk gemagnetiseerde, snel ronddraaiende **neutronenster** of **witte dwerg**. Een pulsar zendt **elektromagnetische straling** uit die op aarde wordt waargenomen als korte pulsen.

rek De relatieve lengteverandering van een materiaal wordt rek genoemd. Volgens de **algemene relativiteitstheorie** kan de **ruimtetijd** ook rek vertonen wanneer er een **gravitatiegolf** passeert. Als gevolg van de gravitatiegolf worden afstanden tussen twee punten in de ruimtetijd afwisselend korter en langer.

relativiteitstheorie De relativiteitstheorie bestaat uit de speciale en de algemene relativiteitstheorie:

- de **speciale relativiteitstheorie** stelt dat waarnemers die zich in afzonderlijke **intertiaalstelsels** bevinden niet kunnen vaststellen wat de absolute snelheid is van elke waarnemer. Wel kunnen beide waarnemers vaststellen wat de relatieve snelheid is ten opzichte van elkaar.
- de **algemene relativiteitstheorie** geldt als het moderne model dat de **zwaartekracht** beschrijft. De algemene relativiteitstheorie stelt dat de aanwezigheid van materie en energie zorgen voor een **kromming** van de **ruimtetijd**. Als gevolg van deze kromming zullen voorwerpen, maar ook **elektromagnetische straling**, worden afgebogen.

roodverschuiving Roodverschuiving is het verschijnsel dat de golflengte van **elektromagnetische straling** zoals gedetecteerd door een waarnemer groter is in vergelijking met de golflengte die werd uitgezonden door de bron. Er zijn verschillende oorzaken waardoor elektromagnetische straling zoals licht roodverschoven kan zijn. Twee belangrijke mechanismen zijn roodverschuiving als gevolg van het **dopplereffect** en **gravitationele roodverschuiving**.

ruimtetijd In de theoretische natuurkunde is de ruimtetijd een wiskundige beschrijving van de vier geïntegreerde dimensies van ons universum, drie van de ruimte en een van de tijd. Albert Einstein beschouwde de ruimte en tijd als een geheel; de ruimtetijd.

stralingsdruk De druk die wordt uitgeoefend door **elektromagnetische straling**. Volgens de **kwantummechanica** kunnen **fotonen**, ondanks het feit dat fotonen geen massa hebben, toch impuls overdragen.

supernova Een supernova is het astronomische verschijnsel dat plaatsvindt wanneer een massieve ster ineens stort. Supernova's zijn de meest gewelddadige explosies van het hele heelal.

tijddilatatie De **speciale relativiteitstheorie** voorspelt dat wanneer een waarnemer met hoge snelheid beweegt, de tijd voor deze waarnemer langzamer verloopt dan voor een waarnemer die niet beweegt. Echter, de speciale relativiteitstheorie stelt ook dat het voor beide waarnemers onmogelijk is om vast te stellen welke waarnemer beweegt, welke waarnemer niet beweegt. Het gevolg is dat beide waarnemers dezelfde conclusie trekken; de tijd voor de andere waarnemer verloopt trager.

valversnelling De valversnelling is de sterkte van het **gravitatieveld**. Voor een voorwerp dat in **vrije val** is zal de versnelling gelijk zijn aan de valversnelling. Op aarde is de valversnelling aan het aardoppervlak gemiddeld ongeveer $9,81 \text{ m/s}^2$.

vrije val Een voorwerp dat in vrije val is ondervindt geen externe krachten behalve de **zwaartekracht**.

waarnemingshorizon In de **algemene relativiteitstheorie** is een waarnemingshorizon een grens in de **ruimtetijd** van waarachter geen informatie (zoals materie of **elektromagnetische straling**) kan ontsnappen. Voor een **zwart gat** geldt de waarnemingshorizon als de grens waarbinnen niets aan het zwart gat kan ontsnappen.

wetten van Kepler Met behulp van de drie wetten van Kepler kan de baan en beweging van twee hemellichamen die om elkaar bewegen worden beschreven. Zo beschrijft de derde wet van Kepler het verband tussen de afstand tussen de twee hemellichamen R en de omlooptijd T .

wetten van Newton Samen met de **gravitatiewet** van Newton vormen de drie wetten van Newton de basis voor de **klassieke mechanica**. De drie wetten van Newton luiden als volgt:

1. Een voorwerp waarop geen resulterende kracht werkt, is in rust of beweegt zich rechtlijnig met constante snelheid voort.
2. De verandering van de snelheid per tijdseenheid is recht evenredig met de resulterende kracht en volgt de rechte lijn waarin de kracht werkt.
3. Wanneer voorwerp A een kracht uitoefent op voorwerp B, dan oefent voorwerp B gelijktijdig een even grote, tegengestelde kracht uit op voorwerp A.

witte dwerg Een ster met een massa kleiner dan 1,4 keer de massa van de zon verandert aan het einde van haar levenscyclus in een witte dwerg. In een witte dwerg vind geen **kernfusie** meer plaats.

zwaartekracht In de **klassieke mechanica** is de zwaartekracht een aantrekkende kracht die werkt tussen twee massa's. Het verband tussen de grootte van de zwaartekracht, de grootte van de beide massa's en de onderlinge afstand tussen de massa's wordt beschreven met behulp van de **gravitatiewet van Newton**. In de **algemene relativiteitstheorie** wordt het effect van zwaartekracht beschreven met behulp van de **kromming** van de **ruimtetime**. In dit model is de zwaartekracht een schijnkracht.

zwaartekrachtsgolf zie **gravitatiegolf**.

zwart gat De algemene relativiteitstheorie voorspelt het bestaan van zwarte gaten. Dit zijn gebieden in de **ruimtetime** zijn waar extreme **kromming** optreedt. Wanneer materie of **elektromagnetische straling** zich binnen de **waarnemingshorizon** van het zwart gat bevindt, kan het niet meer aan het zwart gat ontsnappen.

Illustratieverantwoording

Omslagbeeld

Caltech-JPL - R. Hurt (Courtesy NASA/JPL-Caltech)

Foto's en illustraties

Sir Isaac Newton - after Godfrey Kneller [Public domain], via Wikimedia Commons - **p9**
Albert Einstein - Ferdinand Schmutzer [Public domain], via Wikimedia Commons - **p9**
spacetime curvature - Caltech/MIT/LIGO Lab - T. Pyle (Courtesy Caltech/MIT/LIGO Laboratory) - **p10**
gravitational wave - giphy.com - Mike Martin & Roger Young Jr. - **p10**
Joseph Taylor - by Betsy Devine [Public domain], via Wikimedia Commons - **p10**
Russell Hulse - The University of Texas at Dallas - **p10**
Hulse-Taylor system - by Inductiveload (Own work) [Public domain], via Wikimedia Commons - data from (Weisberg & Taylor, 2005) - **p11**
Rainer Weiss - MIT - Bryce Vickmark (Courtesy MIT) - **p11**
Barry Barish - by R. Hahn [Public domain], via Wikimedia Commons - **p11**
Kip Thorne (adapted) - by Konstantin Malanchev (flickr.com) [CC BY-SA 2.0] - **p11**
LIGO-site at Hanford - Courtesy NASA/JPL-Caltech - **p11**
LIGO-site at Livingston - Courtesy NASA/JPL-Caltech - **p11**
LIGO-sites across the US - google maps - **p12**
Albert Michelson - author unknown [Public domain], via Wikimedia Commons - **p13**
Edward Morley - author unknown [Public domain], via Wikimedia Commons - **p13**
Michelson-interferometer (adapted) - wikimedia commons - user: Stigmatella_aurantiaca - **p13**
detection of gravitational waves (adapted) - LIGO Open Science Center - data from (Abbott et al., 2016) - **p14**
Johannes Kepler - author unknown [Public domain], via Wikimedia Commons - **p14**
LISA - author unknown [Public domain], via Wikimedia Commons - **p15**
orbiting neutron stars - imgur.com - user: cxzar - **p15**
Michelson-interferometer (adapted) - Stigmatella aurantiaca [CC BY-SA 3.0] via Wikimedia Commons - **p16**
first gravitational wave detection (adapted) - data from (Abbott et al., 2016) - **p17**
Galileo Galilei - Justus Sustermans [Public domain], via Wikimedia Commons - **p20**
parabolic flight - Courtesy NASA - **p21**
stickman standing (adapted) - pixabay.com - user: OpenClipart-Vectors - **p21-24**
stickman falling (adapted) - pixabay.com - user: OpenClipart-Vectors - **p21, p23 and p24**
exhaust fire (adapted) - pngtree.com - user: krishna sahu - **p21, p22 and p24**
sine waves coloured (adapted) - by LucasVB [Public domain], via Wikimedia Commons - **p23, p24 and p26**
Sir Arthur Eddington - by George Grantham Bain Collection [Public domain], via Wikimedia Commons - **p23**
Robert Pound and Glen Rebka** - **p25**
speaker (adapted) - by Binksternet [CC BY-SA 3.0], via Wikimedia Commons - **p25**
gps-satellites - by U.S. Govt Source (NOAA) [Public domain], via Wikimedia Commons - **p26**
solar eclipse - by F. W. Dyson, A. S. Eddington, and C. Davidson [Public domain], via Wikimedia Commons - **p28**
Jefferson Laboratory - by Lumidek [Public domain], via Wikimedia Commons - **p28**

*Reprinted by permission from Springer Nature: *Physics in Perspective*, (2). Weighing Photons. Pound. R.V., COPYRIGHT (2000)

Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., Abernathy, M. R., Acernese, F., Ackley, K., ... Zweizig, J. (2016). Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters*, 116(6), 1–16.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102>

Weisberg, J. M., & Taylor, J. H. (2005). The Relativistic Binary Pulsar B1913+16. In *ASP Conference Series* (Vol. 328, pp. 25–31). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

De auteur heeft getracht om alle rechthebbenden van afbeeldingen te vermelden. Mocht het toch zijn dat u van mening bent dat er een vermelding ontbreekt, richt u zich dan tot de auteur: s.delhaye@janvanbrabant.nl

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door print-outs, kopieën, of op welke manier dan ook, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de auteur.