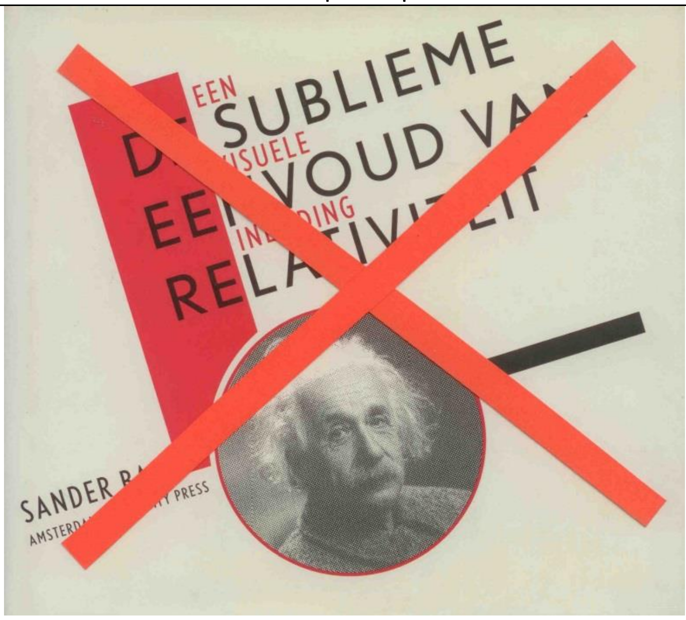
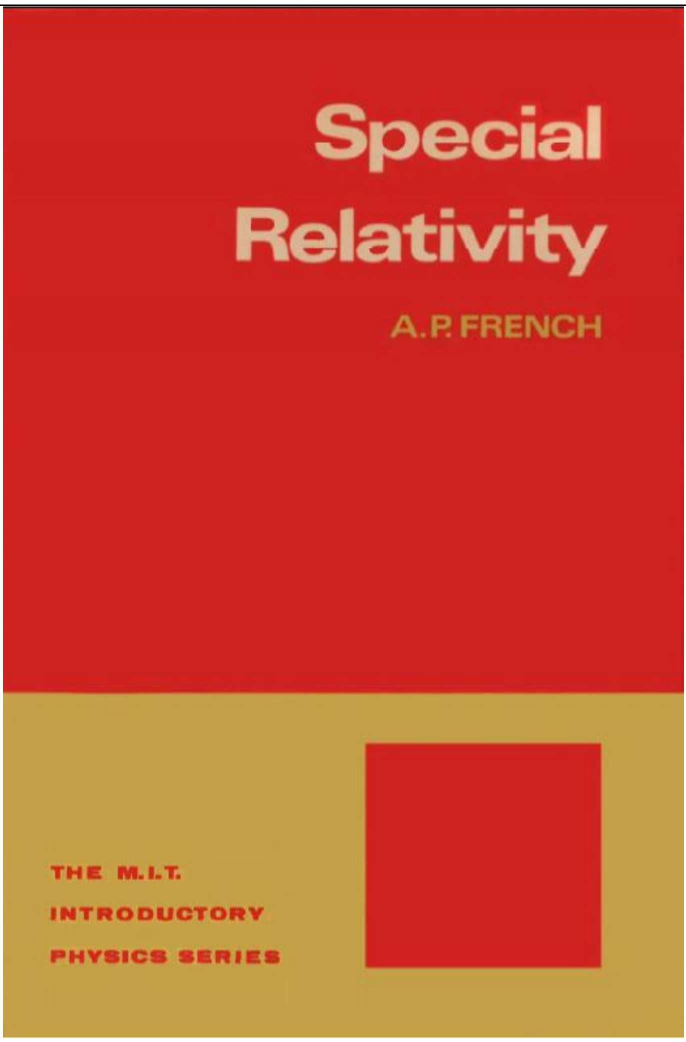
# Speciale relativiteitstheorie

Uitwerking van mijn powerpoint tijdens de WND-conferentie 2017

Hubert Biezeveld stevin@planet.nl

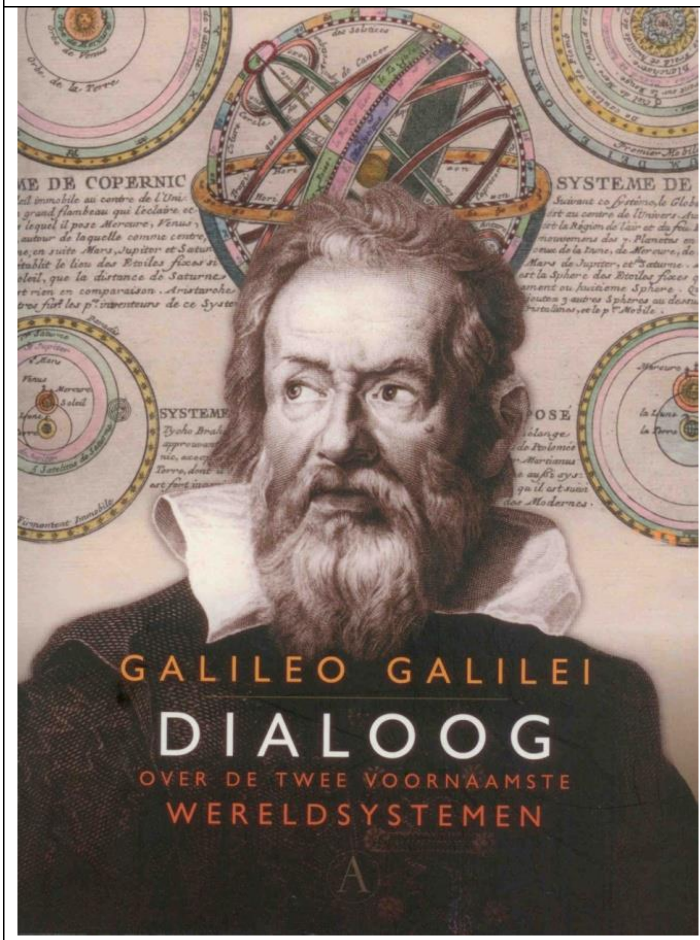
Tijdens de werkgroep werd het Stevin-katern over relativiteitstheorie uitgedeeld
en het document *Bewijzen en toegiften*.


| Links staan de dia's van de powerpoint. | Rechts staan de toelichtingen. |
| --- | --- |
|   | Subtiel is dit niet, maar ik vind het dan ook een erg slecht boekje dat veel schade heeft toegebracht aan het invoeren van Relativiteitstheorie bij het NiNa-onderwijs. Er wordt niet in uitgelegd waarom je überhaupt met scheve assen zou moeten werken. Ook wordt niet uitgelegd waarom Einstein het nodig vond zijn nieuwe theorie te introduceren.<br>Verder is de lay-out met gele assen op grijs papier abominabel en het stoort me dat de assen niet van een schaalindeling worden voorzien. |



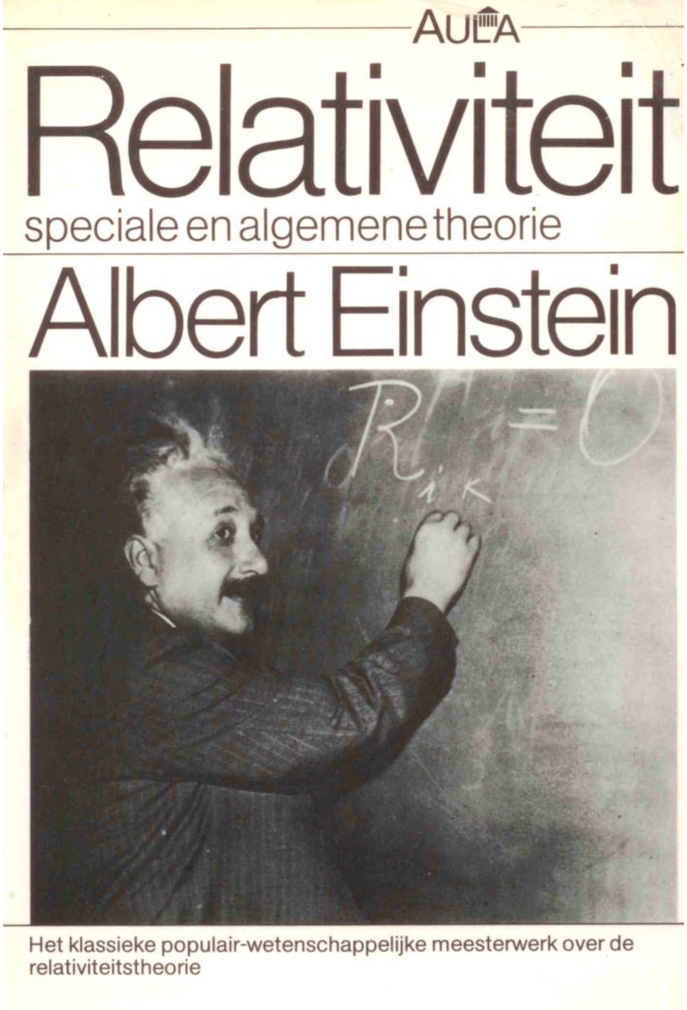

Dit is een van de beste boeken over relativiteit die ik ken. Het is uit 1964, maar nog steeds voor een paar tientjes te koop via Bol. Had ik het maar gekend toen ik er destijds tentamen over moest doen.
Er is een Nederlandse vertaling: Prisma-Technica nr. 47. Volgens kenners is die vertaling echter niet goed. Gelukkig is het Engels van French goed te volgen.

Tijdens de werkgroep kreeg ik de tip dat een boek van Thomas A. Moore erg goed is. Het is eerst uitgegeven onder de titel *A Traveler's Guide to Spacetime* (McGraw-Hill, 1995), later binnen de reeks *Six Ideas That Shaped Physics* als *Unit R: The Laws of Physics are Frame-Independent (*McGraw-Hill, 2003) . De teksten zijn bijna hetzelfde.
Dit werk maakt gebruik van de lichtseconde als eenheid voor afstand. Hiermee kun je $c = 1$ gebruiken. Dat maakt de formules een stuk eenvoudiger, maar er zijn ook nadelen aan verbonden.

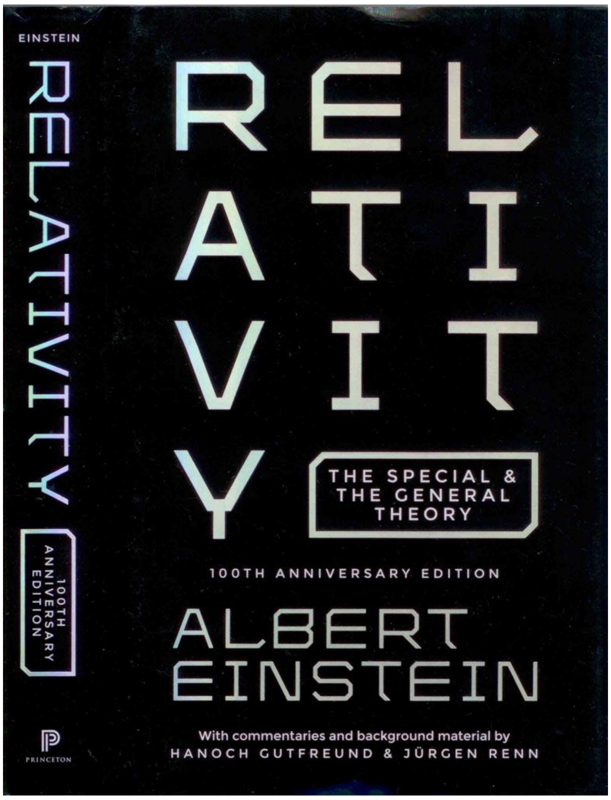


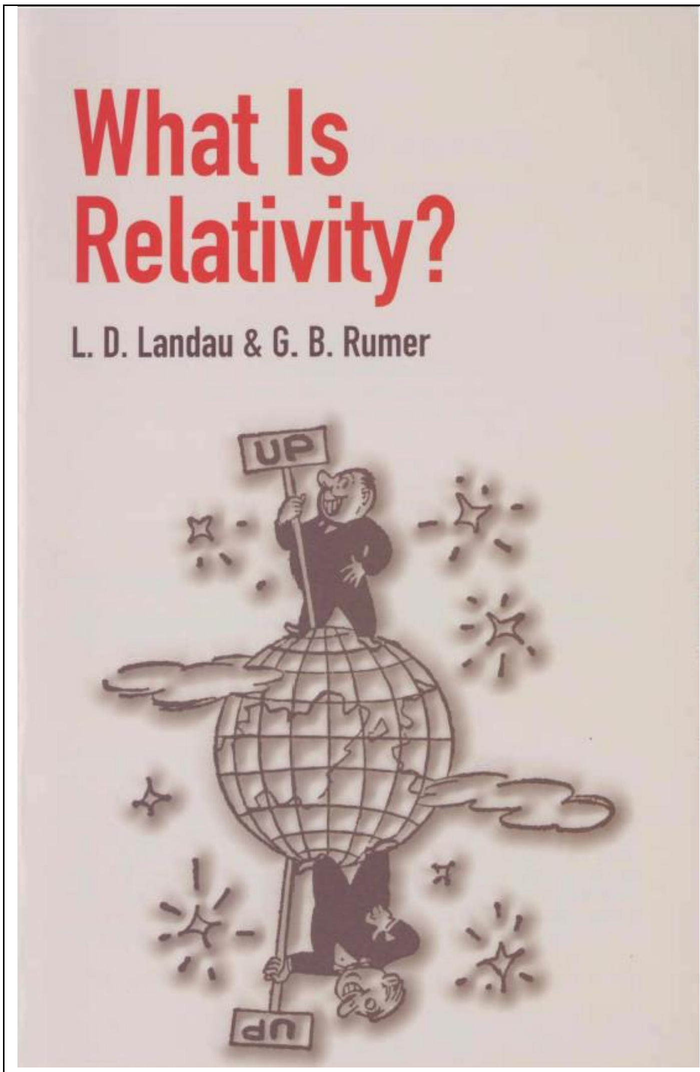

**Relativiteit volgens Galilei**
In een gesloten vertrek aan boord van een schip kun je met geen enkel experiment uitmaken of het schip stil ligt of dat het met eenparige snelheid vaart. (p. 279)

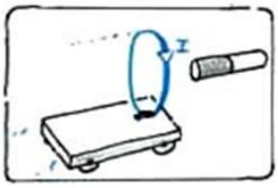
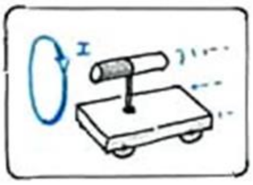
Het is een feest om dit beroemde boek te lezen.

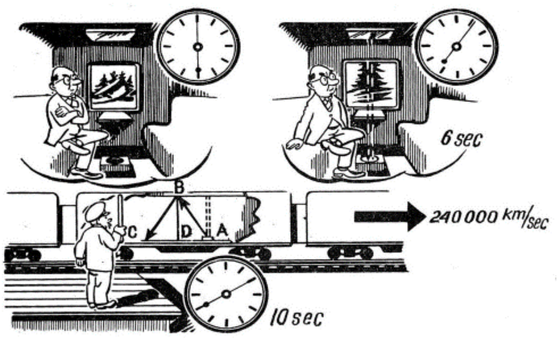
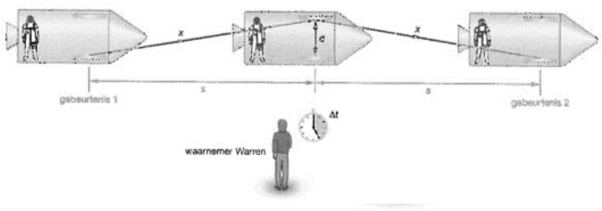


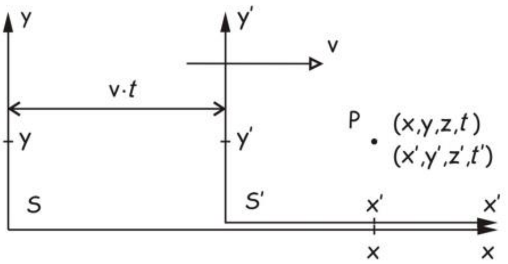

Deze Aula-pocket is niet meer te koop, maar er is een paar jaar geleden wel een nieuwe Engelse versie verschenen met erg interessante toevoegingen.
Alleen jammer dat de voetnoten zo klein zijn dat je er een loep bij nodig hebt.
Princeton Un. Press, 978-0-691-16633-9



| | |
|---|---|
| <br> | Dit is een alleraardigst boekje. Als je even googelt vind je op internet een downloadbare pdf. |
| 3. ***Zur Elektrodynamik bewegter Körper;***<br>***von A. Einstein.***<br><br>Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte. | Dit is misschien wel de beroemdste natuurkundige tekst uit de 20$^{e}$ eeuw. |

| | |
|---|---|
| It is known that Maxwell's electrodynamics—as usually understood at the present time—when applied to moving bodies, leads to asymmetries which do not appear to be inherent in the phenomena. Take, for example, the reciprocal electrodynamic action of a magnet and a conductor. The observable phenomenon here depends only on the relative motion of the conductor and the magnet, whereas the customary view draws a sharp distinction between the two cases in which either the one or the other of these bodies is in motion. For if the magnet is in motion and the conductor at rest, there arises in the neighbourhood of the magnet an electric field with a certain definite energy, producing a current at the places where parts of the conductor are situated. But if the magnet is stationary and the conductor in motion, no electric field arises in the neighbourhood of the magnet. In the conductor, however, we find an electromotive force, to which in itself there is no corresponding energy, but which gives rise—assuming equality of relative motion in the two cases discussed—to electric currents of the same path and intensity as those produced by the electric forces in the former case. | Waarschijnlijk doe ik velen een plezier door ook de Engelse vertaling op te nemen. |
| **Inductie van de eerste en de tweede soort**<br><br>Een bewegende ring bij een stilstaande magneet.<br><br>Lorentzkracht.<br><br><br><br>Een stilstaande ring bij een bewegende magneet.<br><br>Wet van Lenz.<br><br> | Dit is het probleem dat voor Einstein een van de aanleidingen was om aan zijn relativiteitstheorie te beginnen. Volgens hem is het onzin om onderscheid te maken tussen inductie van de eerste en de tweede soort. Het gaat om de beweging van ring en magneet ten opzicht van elkaar. |
| **Lorentzkracht en coulombkracht**<br><br>What led me more or less directly to the special theory of relativity was the conviction that the electromotive force acting on a body in motion in a magnetic field was nothing else but an electric field.<br><br>Einstein (1952) Citaat uit French p. 228 | French gaat hier in het laatste hoofdstuk uitgebreid op in. Ik zal er aan het eind van de werkgroep kort aandacht aan besteden. Ik waarschuw alvast dat het behoorlijk lastig is. Toch is het ook voor leerlingen goed om te weten dat dit idee de basis is voor de relativiteitstheorie. |
| **Klokken en linialen**<br><br>In classical physics it was always assumed that clocks in motion and at rest have the same rhythm, that rods in motion and at rest have the same length. If the velocity of light is the same in all coordinate systems, if the relativity theory is valid, then we must sacrifice this assumption. It is difficult to get rid of deep-rooted prejudices, but there is no other way.<br><br>A. Einstein and L. Infeld, *The Evolution of Physics*<br>Citaat uit French p. 88 | Hier staat precies uitgelegd waarom de relativiteits-theorie zo contra-intuïtief is. |

| | |
|---|---|
| **Waarschuwing van Einstein**:<br><br>"We hebben een definitie van gelijktijdigheid nodig die de methode aangeeft waarmee we met een experiment kunnen bepalen of twee bliksemflitsen al of niet gelijktijdig zijn ingeslagen. Zolang aan deze eis niet voldaan is, laat ik mij misleiden, wanneer ik geloof dat men aan de uitspraak van gelijktijdigheid enige betekenis kan hechten.<br><br>(Ik zou de lezer willen vragen niet verder te lezen, voor hij overtuigd is van de juistheid van deze bewering.)"<br>Citaat uit de Aula pocket p. 20 | Weer dat contra-intuïtieve. |
| **Waarschuwing van French**<br><br>A single observer is not ubiquitous; at a given instant he has awareness only of events occurring at his own location.<br>…<br>One must be immediately on guard if one reads such colloquialisms as: "An observer attached to frame *S* sees the event as happening at position *x* and time *t*," or "To an observer in frame *S* it looks as if … ."<br><br>p. 92 | In de volgende plaatjes en teksten lijkt het er op dat men toch aan waarnemers een soort "bird's-eye view of his reference frame at a given instant" toekent. |
|  | Uit het boek van Landau. Het lijkt alsof de stationschef in de trein kan kijken en het verloop van de lichtstraal kan volgen. |
| Ook hier de suggestie dat waarnemer Warren de baan van het licht kan volgen.<br><br>De raket met lichtklok waargenomen door de stilstaande waarnemer Warren | Uit een van de leerboeken die nu op de markt zijn. |

| | |
|---|---|
| **Vincent Icke in *Niks relatief*, p. 30.**<br><br>Volg nu een lichtstraal die begint bij spiegel 1. Terwijl de straal op spiegel 2 afvliegt, beweegt deze met snelheid $v$ haaks op de lijn die de spiegels verbindt. **Gezien door** een waarnemer die de klok langs ziet vliegen bereikt het licht de tweede spiegel op de waargenomen tijd $T$, waarvan we nu *niet* alvast veronderstellen dat $T = t$, zoals Newton dat deed. | Uit een oud boekje van Vincent Icke. |
| **Uit het eerste katern van Stevin op p. 16:**<br><br>De horizontale lijn door $ct$ = 5 m op de zwarte as verbindt alle punten die gelijktijdig zijn met $ct$ = 5 m.<br>Als W naar de klok van W′ kijkt, **dan ziet hij** dankzij de tijdrek dat die klok de tijd te traag wegtikt; anders gezegd: die klok loopt achter met een factor $1/\gamma = 0{,}8$.<br>Rechts naast de zwarte $ct$ = 5 m **ziet W dus** $ct'$ = 4 m op de rode as. | Ook wij zijn er eerst ingetrapt. Dit was een van de redenen dat we het katern hebben herzien. |
| **De twee postulaten van Einstein**<br>1. De natuurwetten zijn hetzelfde in alle inertiaalsystemen.<br>2. De lichtsnelheid in vacuüm is altijd hetzelfde, onafhankelijk van de snelheid van de bron of van de waarnemer.<br><br>**Consequentie van deze postulaten**<br>Gelijktijdigheid is een zinloos begrip als waarnemers ten opzichte van elkaar bewegen. | Einstein was van mening dat het relativiteitsprincipe van Galilei niet alleen in de mechanica zou gelden, maar in de hele natuurkunde. |
| **De gailei-transformatie**<br><br>$x' = x - v{\cdot}t \;\Rightarrow\; x' = x - \beta{\cdot}ct$ met $\beta = v/c$<br>$t' = t \;\Rightarrow\; ct' = ct$ | De galilei-transformatie is de basis voor de klassieke mechanica.<br>Linialen blijven hun eigen lengte houden, of je ze nu bekijkt vanuit rust of vanuit een bewegend stelsel.<br>Als goede klokken eenmaal gelijk gezet zijn, blijven ze gelijk lopen. |

Voor licht moet in S en in S′ gelden:
$x = ct$ en $x' = ct'$

Invullen van $x = ct$ in de galilei-transformatie geeft:

$x' = ct - \beta \cdot ct = (1 - \beta) \cdot ct$ dus

$x' = (1 - \beta) \cdot ct'$ in plaats van $x' = ct'$

Conclusie:
Er is een andere transformatie nodig.

Als we het tweede postulaat toepassen, blijkt dat de galilei-transformatie niet goed kan zijn. Naast

$x = ct$ vinden we namelijk:

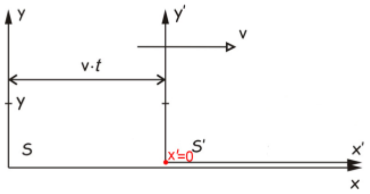
$x' = (1 - \beta) \cdot ct'$

**Een transformatie van dit type werkt wel:**

$x' = p \cdot (x - q \cdot ct)$ en $ct' = p \cdot (ct - q \cdot x)$

Er moet gelden: $x = ct$ .
Dus mag je $x$ weer vervangen door $ct$.

$x' = p \cdot (ct - q \cdot ct) = p \cdot (1 - q) \cdot ct$ en
$ct' = p \cdot (ct - q \cdot ct) = p \cdot (1 - q) \cdot ct$
Zo krijg je dus wel het gewenste resultaat: $x' = ct'$
Nu rest alleen nog de vraag: wat zijn $p$ en $q$?




Vul $x' = 0$ in $\Rightarrow 0 = p \cdot (x - q \cdot ct)\ x \Rightarrow x - q \cdot ct = 0$
ofwel: $x = q \cdot ct$

$x' = 0$ is de oorsprong van stelsel S′.
Dit punt beweegt in stelsel S volgens:
$x = \beta \cdot ct$
Maar dat betekent dat $q = \beta$

Pas de nieuwe transformatie met $p$ en $q$ toe op $x' = 0$.
Dat is de oorsprong van stelsel S′.

We hebben nu gevonden:
$x' = p \cdot (x - \beta \cdot ct)$ en $ct' = p \cdot (ct - \beta \cdot x)$
Om $p$ te pakken te krijgen maak je gebruik van de eis dat voor de inverse transformatie geldt:
$x = p \cdot (x' + \beta \cdot ct')$ en $ct = p \cdot (ct' + \beta \cdot x')$
Deze eis volgt direct uit het eerste postulaat.

Na enig prutsen blijkt: $p^2 \cdot (1 - \beta^2) = 1 \Rightarrow p = \gamma$.
Zie verder *Bewijzen en toegiften*.

Het document *Bewijzen en toegiften* is te vinden op www.stevin.info bij het zevende bolletje in het linker veld:

- Katernen voor het SE.

**Leve de lorentz-transformatie – maar niet zo:**

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{en} \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{en} \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Op deze manier geschreven heeft de lorentz-transformatie mij sinds mijn studententijd geblokkeerd.

Pas toe:

$$\frac{v}{c} = \beta \text{ en } \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x - \frac{v}{c}\cdot ct}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x-\beta\cdot ct}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\cdot(x-\beta\cdot ct)$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow ct' = \frac{ct - \frac{vx}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{ct-\beta\cdot x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\cdot(ct-\beta\cdot x)$$

**De lorentz-transformatie blijkt prachtig symmetrisch te zijn:**

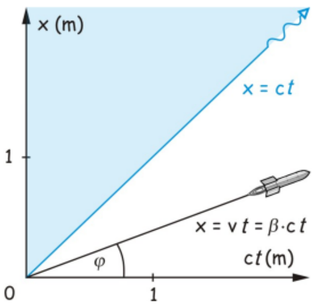
$$x' = \gamma\cdot(x-\beta\cdot ct) \text{ en } ct' = \gamma\cdot(ct-\beta\cdot x)$$

$$x = \gamma\cdot(x'+\beta\cdot ct') \text{ en } ct = \gamma\cdot(ct'+\beta\cdot x')$$

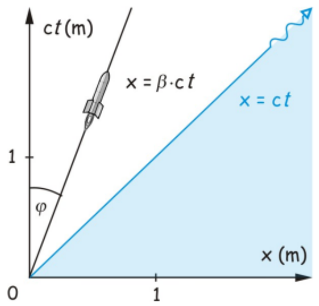
Op p. 14 van het katern wordt uitgelegd waarom we beter met *ct* kunnen werken in plaats van met *t*.

Het voordeel van *ct* is dat we dan aan *x* en *ct* dezelfde eenheid kunnen geven. Je mag de m, de km de lichtseconde (ls), ... gebruiken.

**'gewone grafieken'**




**grafieken bij rel. theorie**



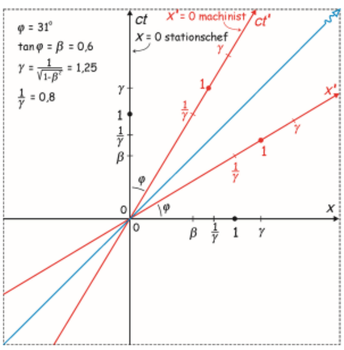

Dat we de *ct*-as verticaal zetten, is een kwestie van folklore. Vincent Icke begint zijn boekje *Niks relatief* bijvoorbeeld met een horizontale *t*-as en gaat dan halverwege zonder waarschuwing over op de traditionele verticale as.
Op p. 15 van het katern wordt uitgelegd waarom je niet per se onderling loodrechte assen hoeft te gebruiken, als je er maar voor zorgt dat de *x*-as en de *ct*-as symmetrisch rondom de wereldlijn voor een lichtstraal liggen.

De *ct*(*x*)-grafiek van de raket (met $x = \beta\cdot ct$) is de 'wereldlijn' van de raket. Zie ook *Bewijzen en Toegiften*.

**Toch nog scheve assen**

$$x' = \gamma\cdot(x-\beta\cdot ct) \text{ en } ct' = \gamma\cdot(ct-\beta\cdot x)$$

$$x = \gamma\cdot(x'+\beta\cdot ct') \text{ en } ct = \gamma\cdot(ct'+\beta\cdot x')$$




**De scheve assen zijn de grafische vorm van de lorentz-transformatie.**

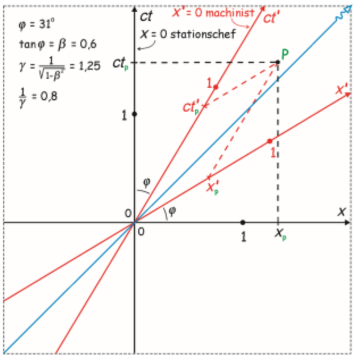
$$e_2 = e_1\cdot\sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$$

Zie verder *Bewijzen en toegiften.*

Een diagram met scheve assen wordt ook wel een minkowski-diagram genoemd.
Je kunt met de wiskunde van Minkowski vreselijk ingewikkelde dingen doen.
Voor ons doel is het echter voldoende als we weten dat de scheve assen de grafische vorm zijn van de lorentz-transformatie.
Je moet dan wel de eenheden op de rode assen aangepast hebben aan de eenheden op de zwarte assen:

$e_1$ is de lengte in cm die hoort bij 1 op de zwarte assen en $e_2$ is de lengte in cm die hoort bij 1 op de rode assen.

Bij ieder punt P horen twee coördinatenparen: $(x_P; ct_P)$ en $(x'_P; ct'_P)$.




Je rekent ze in elkaar om via de lorentz-transformatie

$x' = \gamma\cdot(x - \beta\cdot ct)$ en $ct' = \gamma\cdot(ct - \beta\cdot x)$

$x = \gamma\cdot(x' + \beta\cdot ct')$ en $ct = \gamma\cdot(ct' + \beta\cdot x')$

Het punt P is een ‘gebeurtenis’ in ‘space-time’. Er horen twee coördinatenparen bij $(x_P; ct_P)$ en $(x'_P; ct'_P)$.

---

**Om de klok in een ander stelsel af te kunnen lezen, moet er sprake zijn van een coïncidentie.**

**Anders gezegd: jij moet je op dezelfde plaats in spacetime bevinden als die klok.**

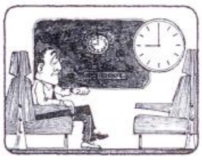
**Om de lengte van een liniaal in een ander stelsel op te meten, moet je tegelijkertijd de posities van begin- en eindpunt bepalen.**

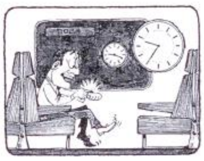
De eerste blauwe tekst hoort bij de waarschuwing van French dat een waarnemer geen *bird’s-eye view* heeft.

De tweede blauwe tekst hoort bij de waarschuwing van Einstein dat je er over moet nadenken hoe je experimenteel tot een uitspraak komt.

---

**Welk plaatje is correct? $\beta = 0{,}8$**



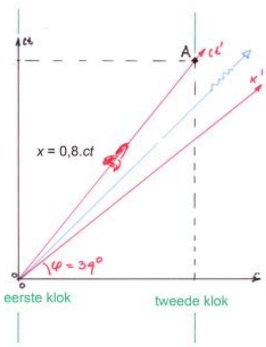


Uit Natuur en Techniek

Uit Landau

Het aardige plaatje uit een oude uitgave van *Natuur en Techniek* heeft ons lange tijd op het verkeerde been gezet. Het bleek te gaan om een slordige ontlening aan het boekje van Landau.

---




$\beta = 0{,}8 \Rightarrow \gamma = 1{,}67$

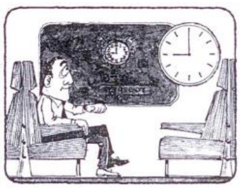
$x' = \gamma\cdot(x - \beta\cdot ct)$

$ct' = \gamma\cdot(ct - \beta\cdot x)$

In punt A van spacetime kan de reiziger op stationsklok 2 kijken.

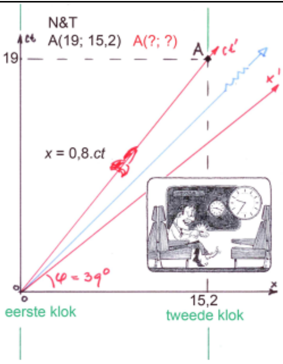
Bereken $x'$ en $ct'$ van punt A in S′.

In beide boeken zet de reiziger zijn horloge op 9:00 uur als hij de eerste stationsklok passeert.



Een tijd later kan hij niet meer op die eerste klok kijken, maar wel op de tweede bij A. Hij merkt dan tot zijn verbazing dat zijn horloge en de tweede stationsklok iets anders aanwijzen.

Met de lorentz-transformatie kunnen we nu nagaan welk plaatje goed kan zijn.



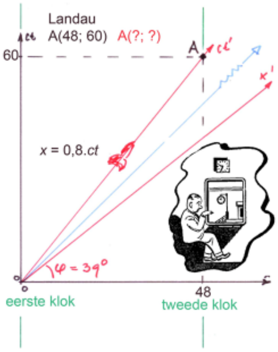

$\beta = 0{,}8 \Rightarrow \gamma = 1{,}67$

$ct = 19 \Rightarrow x = 0{,}8 \cdot 19 = 15{,}2$

$x' = 1{,}67 \cdot (15{,}2 - 0{,}8 \cdot 19) = 0$
$ct' = 1{,}67 \cdot (19 - 0{,}8 \cdot 15{,}2) =$
$= 1{,}67 \cdot 6{,}84 = 11{,}4$

Het plaatje uit N&T is dus niet goed, want het horloge van de reiziger staat op 35.

Als die tweede stationsklok volgens N&T op 9:19 staat moet het horloge van de reiziger volgens de lorentz-transformatie op 9:11,4 staan; het staat echter op 9:35. Het plaatje uit N&T is dus niet goed.




$\beta = 0{,}8 \Rightarrow \gamma = 1{,}67$

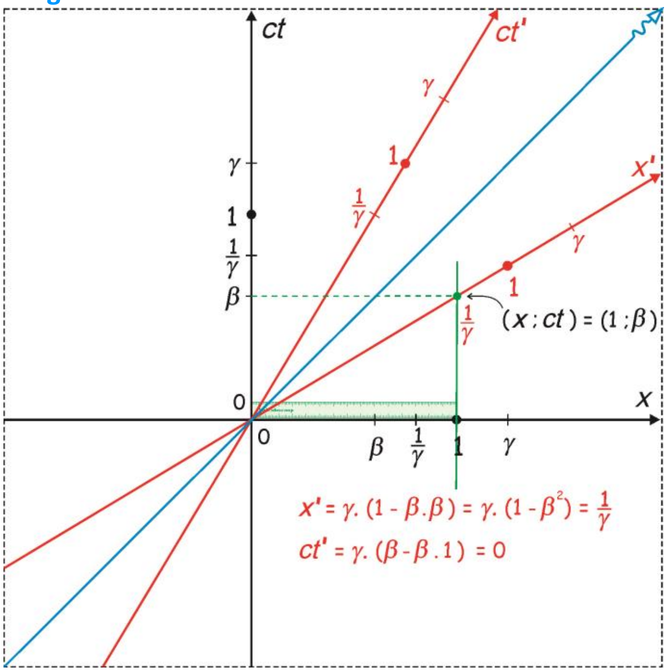
$ct = 60 \Rightarrow x = 0{,}8 \cdot 60 = 48$

$x' = 1{,}67 \cdot (48 - 0{,}8 \cdot 60) = 0$
$ct' = 1{,}67 \cdot (60 - 0{,}8 \cdot 48) =$
$= 1{,}67 \cdot 21{,}6 = 36$

Het plaatje uit Landau is dus (bijna) goed.

Volgens Landau staat de tweede klok op 10:00 uur, dus 60 minuten later. Als je gaat rekenen, kom je op 9:36 voor het horloge van de reiziger. Het lijkt erop dat er 9:35 getekend is. Het plaatje van Landau is dus (bijna) goed.

**Lengtecontractie**



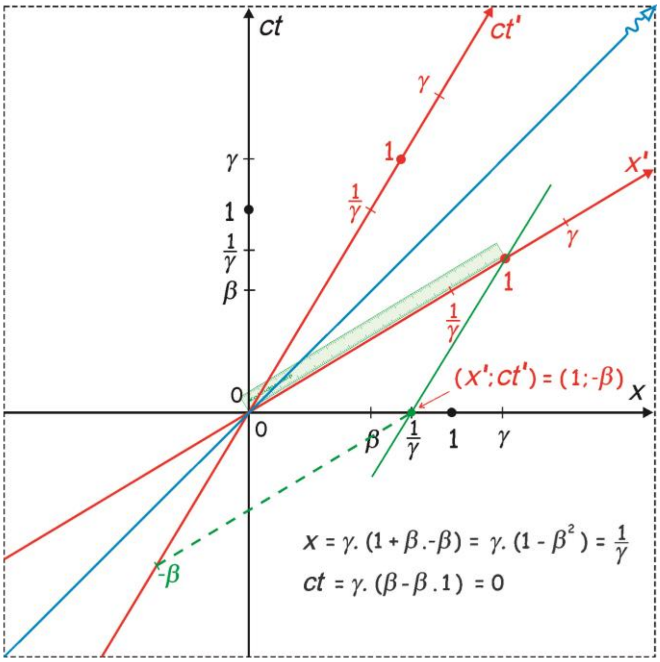

Bij de relativiteitstheorie horen onlosmakelijk deze twee begrippen: **lengtecontractie** en **tijddilatatie**.
Van die twee vind ik de lengtecontractie de eenvoudigste – als je tenminste de scheve minkowski-assen gebruikt.

Het verticale groene lijntje vanuit $x = 1$ is de 'wereldlijn' van het uiteinde van een liniaal.
Om de lengte van een liniaal te meten, moet je tegelijkertijd de posities van de 0 en de 1 bepalen.

Bij $ct = 0$ meten waarnemers in het stilstaande stelsel S de lengte van die liniaal en vinden zij de waarde 1.

Waarnemers in het rode stelsel S′ meten bij $ct' = 0$, als de wereldlijn de $x'$-as snijdt. Zij vinden $x' = 1/\gamma < 1$.

De waarnemers in S zijn van mening dat de twee rode metingen niet tegelijkertijd plaatsvinden: de één bij $ct = 0$ en de ander bij $ct = \beta$.

| | |
|---|---|
|  | Je kunt ook in stelsel S′ een wereldlijn trekken bij de liniaal die zich daar bevindt. Ook dan vind je in het andere stelsel de waarde $1/\gamma < 1$.<br>Ook dan zijn de waarnemers in S′ zijn van mening dat de twee zwarte metingen niet tegelijkertijd plaatsvinden: de één bij $ct = 0$ en de ander bij $ct = -\beta$. |

## Tijddilatatie

Tijddilatatie (of tijdrek) vind ik veel lastiger te begrijpen. Tot nu toe werd ik altijd op het verkeerde been gezet door deze redenering over de lichtsnelheid:

$$\frac{\text{gekrompen lengte}}{\text{uitgerekte tijd}} \Rightarrow \text{kleinere snelheid}$$

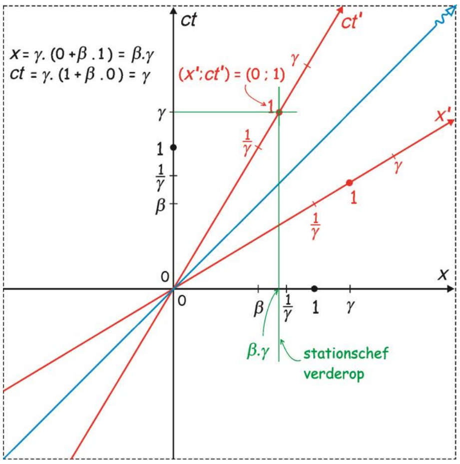
---

In de volgende plaatjes is sprake van vier waarnemers.

- twee stationschefs met klokken – de eerste bij $x = 0$ en de tweede een eind verderop;
- twee reizigers met horloges – de machinist bij $x' = 0$ en een passagier achterin.

Ik ga dus uit van het plaatje van Landau.

Als je niet goed nagaat wat ze bij elkaar kunnen aflezen (coïncidentie!) en wat ze van elkaar kunnen berekenen, ga je hopeloos de mist in.

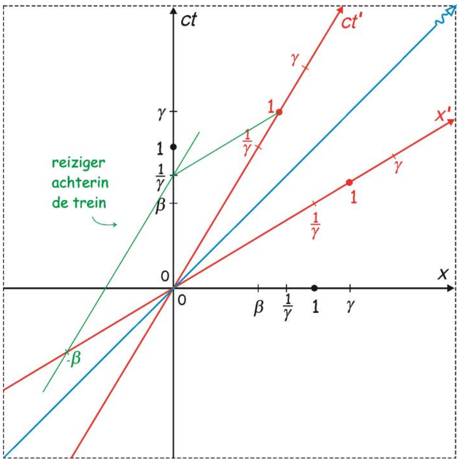



Einstein gaat in zijn boekje uit van het horloge van de machinist en hij leidt dan met de lorentz-transformatie af dat 1 s aan boord volgens een waarnemer langs de kant langer geduurd moet hebben.

Uit het plaatje hiernaast volgt:

Het horloge van de machinist in stelsel S′ staat op 1. Hij kan met de lorentz-transformatie berekenen dat de klok van de stationschef op $\gamma$ moet staan, maar hij kan dat niet zien, want er is geen coïncidentie.

Hij kan dat wel zien bij een andere stationschef die verderop staat bij $x = \beta\gamma$. De twee stationschefs staan stil ten opzichte van elkaar en hebben hun klokken gesynchroniseerd.

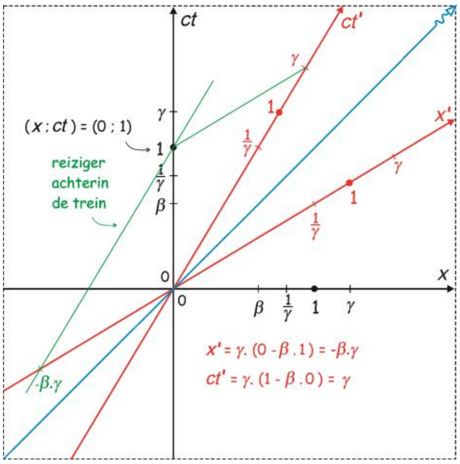



Van de reiziger die stil in de trein zit bij bij $x' = -\beta$ staat het horloge ook op 1, want hij heeft dat gesynchroniseerd met het horloge van de machinist.
Hij leest op de klok van de stationschef niet $\gamma$ af, maar $1/\gamma$.

De reiziger en de machinist lezen dus bij de twee stationschefs verschillende tijden af. Terwijl die toch echt van mening zijn dat hun klokken gesynchroniseerd zijn.

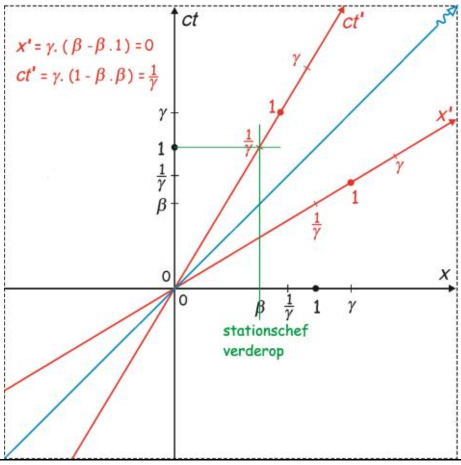
**Gelijktijdigheid bestaat dus niet als stelsels ten opzichte van elkaar bewegen.**

Je kunt ook uitgaan van de stationschef bij $x$ = 0.




De stilstaande stationschef bij $x$ = 0 kan met de lorentz-transformatie berekenen dat het horloge van de bewegende machinist op $\gamma$ moet staan als zijn eigen klok op 1 staat, maar hij kan dat niet zien, want er is geen coïncidentie.

Hij kan dat wel zien bij een reiziger die zich achter in de trein bevindt bij $x' = -\beta\gamma$.

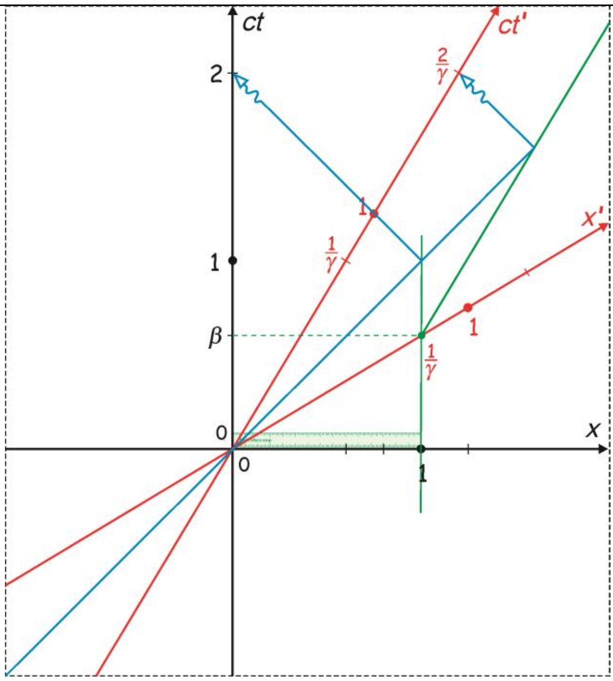



Van de stilstaande stationschef verderop bij $x = \beta$ staat de klok ook op 1.
Hij leest op het horloge van de machinist niet $\gamma$ af, maar $1/\gamma$.

De stationschefs lezen op de horloges van de reiziger en de machinist dus verschillende tijden af. Terwijl die toch echt van mening zijn dat hun horloges gesynchroniseerd zijn.

**Gelijktijdigheid bestaat dus niet als stelsels ten opzichte van elkaar bewegen.**

Hoe zit het nu met deze redenering over de lichtsnelheid: $\dfrac{\text{gekrompen lengte}}{\text{uitgerekte tijd}} \Rightarrow$ kleinere snelheid ?

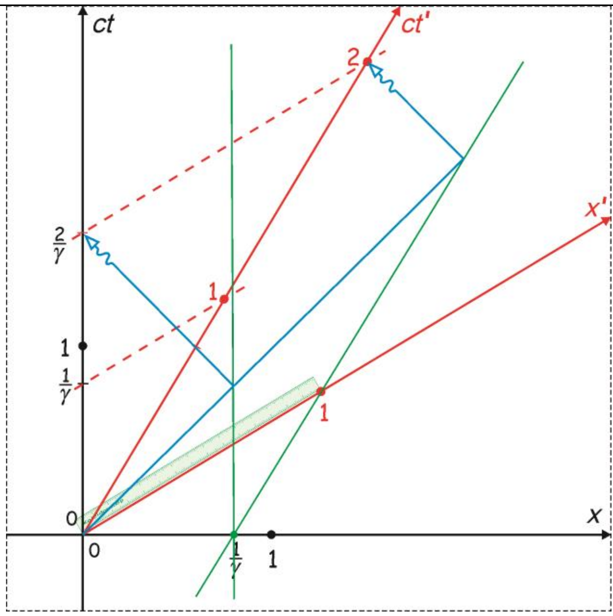



Als lichtstralen in de *y*-richting heen-en-weer gaan, is daar geen lengtecontractie op van toepassing. Die telt alleen in de *x*-richting. De lorentz-transformatie voor de tijd telt zowel voor *x* als voor *y*.

Een lichtstraal die langs de kant in 2 s heen-en-weer gaat in de *y*-richting, doet er volgens een een reiziger $2/\gamma$ over.

Een lichtstraal die in de x-richting heen-en-en-weer gaat naar een spiegel die bij 1 ls, staat, kaatst volgens de reiziger tegen de bewegende spiegel die bij $x' = 1/\gamma$ staat.

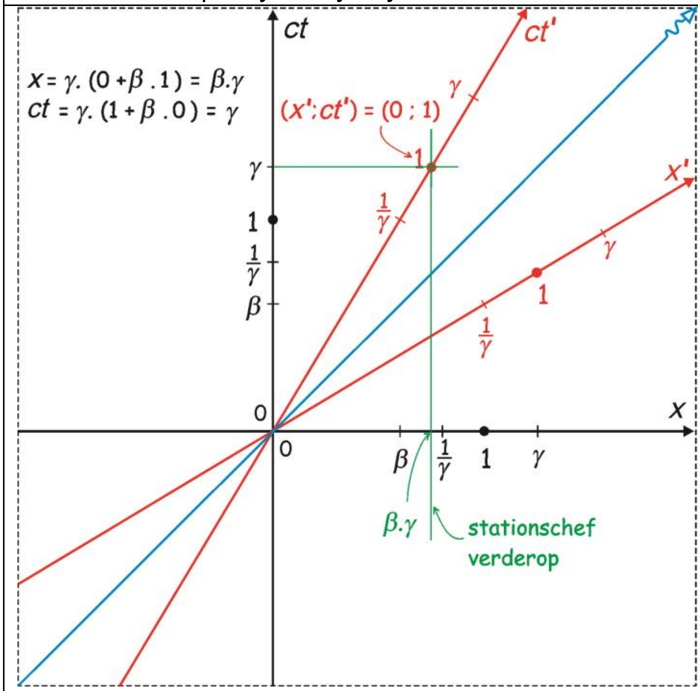
Als je beide weerkaatsingen netjes tekent, kom je precies bij $ct' = 2/\gamma$ uit.



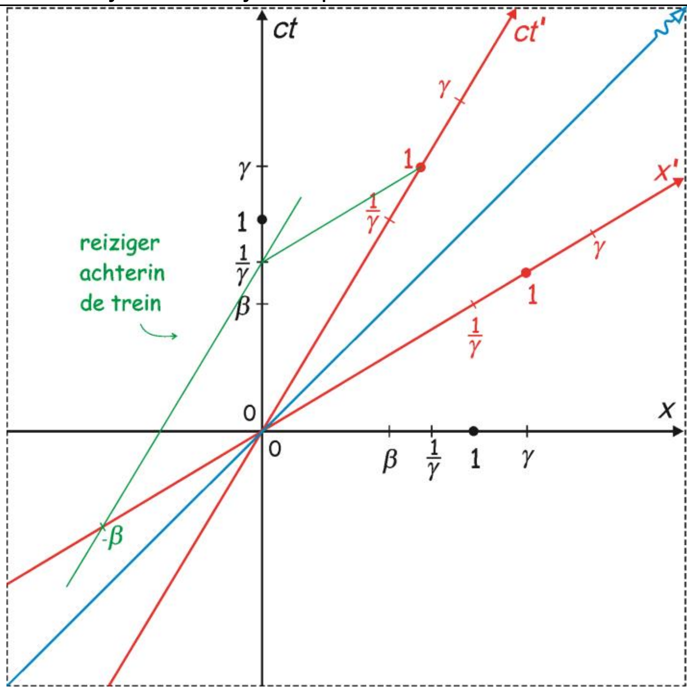

Voor lichtstralen aan boord is net zo'n plaatje te tekenen. Voor de kortere afstanden heeft het licht dus kortere tijden nodig.

**Tijdkrimp?**

Uit het rechter plaatje zou je bijna de conclusie trekken dat er naast tijdrek ook tijdkrimp bestaat.



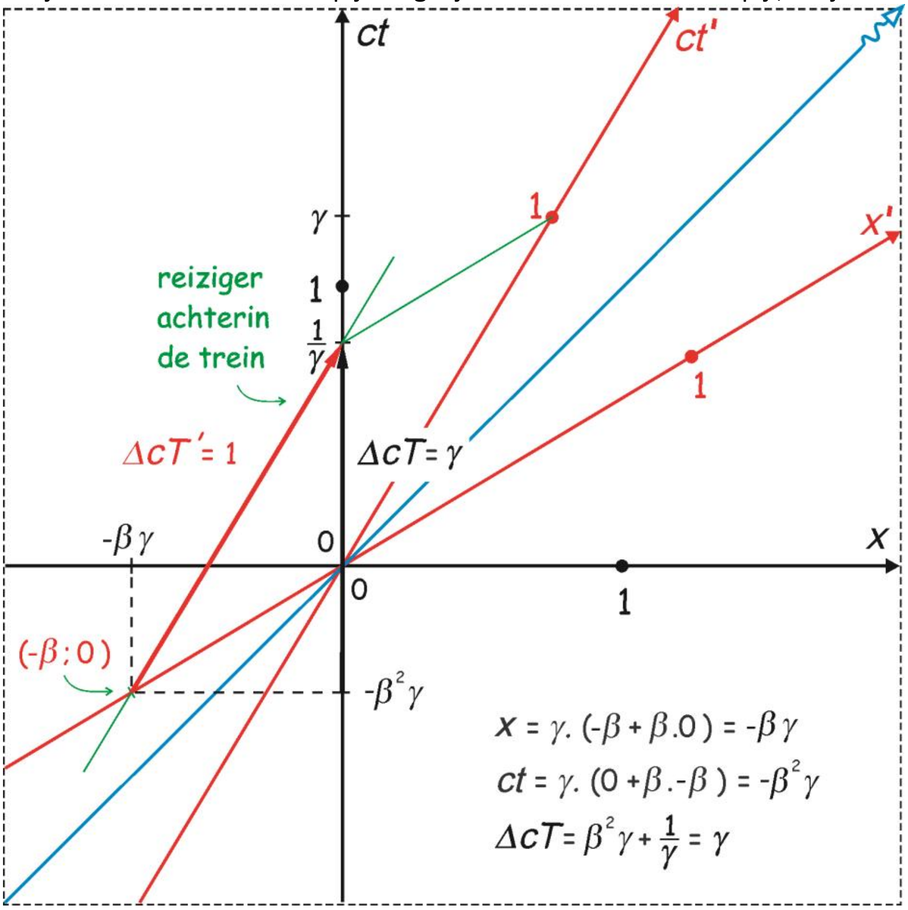

**Tijdrek!**




**Tijdkrimp?**

Toch is dat niet zo, kijk maar. Je moet eerst (−$\beta$; 0) van het punt op de $x'$-as vertalen naar coördinaten op de zwarte assen.

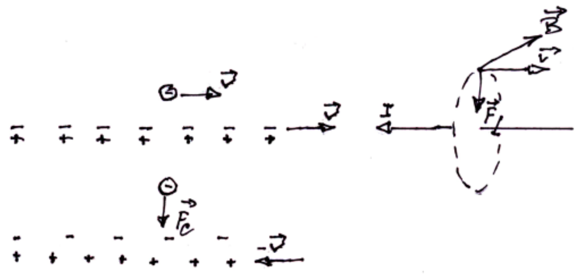
Als je daarna de dikke rode pijl vergelijkt met de dikke zwarte pijl, zie je dat er echt tijdrek optreedt.




Bedenk dat $\gamma^2 \cdot (1 - \beta^2) = 1$

Je kunt dat ook zonder te rekenen zien. De dikke rode pijl is even lang als de afstand tussen de oorsprong en 1 op de rode $ct'$-as. De dikke zwarte pijl is de projectie op de zwarte $ct$-as. Die moet dus ook de lengte $\gamma$ hebben.

## De lorentzkracht is een elektrische kracht

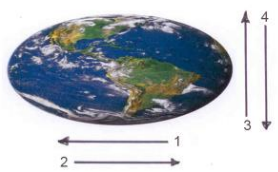


French besteedt het laatste hoofdstuk van zijn boek aan dit probleem. Het is behoorlijk ingewikkeld; hier haal ik slechts een tipje van sluier weg.

In het bovenste plaatje ondervindt de bewegende lading een lorentzkracht dankzij het veld van de elektronen die in de draad bewegen.

In het onderste plaatje is er geen magnetisch veld, maar ziet de losse lading de bewegende atoomrompen dichter op elkaar gepakt. Daardoor is de aantrekkende elektrische kracht groter dan de afstotende kracht..

Denk hier alvast eens over na:
Welke vraag zou bij dit plaatje kunnen horen?




## Oude opgave 14 is de basis voor de nieuwe 32.

Android A achtervolgt Binks.
Volgens Chewbacca op Dagobah is de achterstand 2 lichtminuten en zijn hun snelheden ten opzichte van de planeet: $v_A = 0{,}8c$ en $v_B = 0{,}6c$.

***a*** Bereken de snelheid van A t.o.v. B.
\- Hoelang duurt het totdat B is ingehaald volgens
***b***¹ Chewbacca;
***b***² B?

## Oud antwoord op opgave 14:

$$v_{AB} = \frac{0{,}8 - 0{,}6}{1 - 0{,}48} = 0{,}39\ c$$

Volgens C:
$\Delta x = 2$ lmin $= 3{,}6.10^{10}$ m dus
$\Delta t = (3{,}6.10^{10})/(0{,}385.3.10^{8}) = 312$ s

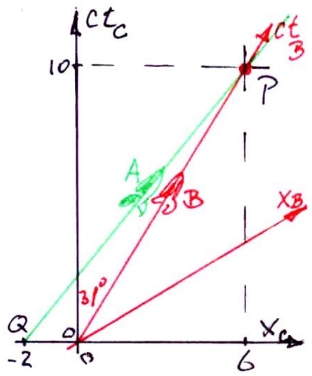
Volgens B:
Ook 312 s want lengtekrimp en tijdrek compenseren elkaar.

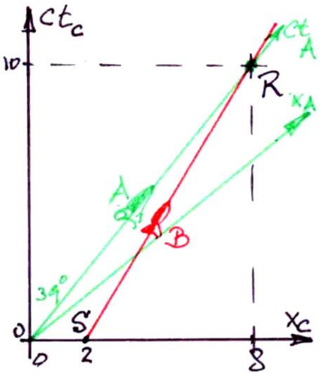
Toen ik nog worstelde met de antwoorden op de vragen ***b***¹ en ***b***², gaf iemand me het antwoord dat hiernaast staat.

Het antwoord op vraag ***a*** is makkelijk: $v_{AB} = 0{,}39c$.

De antwoorden op ***b***¹ en ***b***² lijken logisch, maar ze zijn fout. De goede antwoorden blijken allerminst triviaal te zijn. Toen we dat door hadden, hebben we aan het eind van het nieuwe katern opgave 32 opgenomen. Zie aldaar.

De stip voor die opgave hebben we extra groot gemaakt, dus geen paniek als je deze opgave moeilijk vindt.

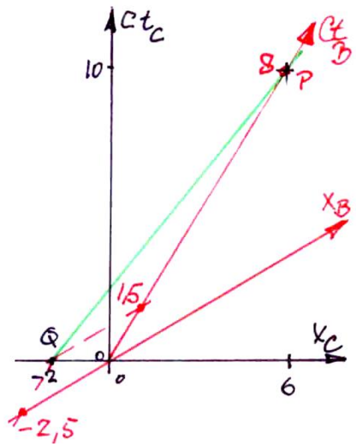


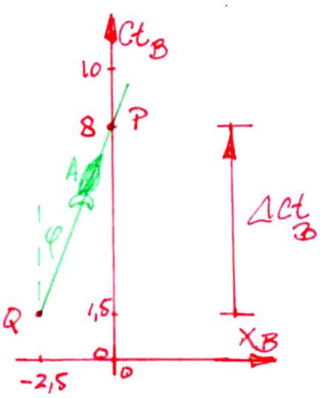




Vraag ***b***$^1$ is: hoelang duurt het <u>volgens Chewbacca</u> totdat B door A is ingehaald.
Alle vragen en gegevens horen bij het stelsel van C op zijn planeet Dagobah (Starwars). Daarom hoef je geen moeilijke relativistische kunstjes uit te halen om het antwoord te vinden.
Alle eenheden zijn in lichtminuten.
Volgens beide plaatjes duurt het inhalen van B door A 10 minuten.

Zie voor de nieuwe opgave het katern.

Dit plaatje hoort bij de figuur die hierboven links staat.




Vraag ***b***$^2$ is: hoelang duurt het <u>volgens B</u> totdat B door A is ingehaald.
A gaat van Q naar P, maar dan moet je die punten bekijken in het rode stelsel van B.
Rechts is dat rode stelsel van B rechthoekig gemaakt.

**Dankzij het feit dat gelijktijdigheid niet meer bestaat in stelsels die ten opzichte van elkaar bewegen, gaan alle coördinaten van begin- en eindpunt op de schop.**

Op www.stevin.info is de complete uitwerking van opgave 32 te vinden. Ook wordt daar aangetoond dat de richtingscoëfficiënt van de groene lijn tussen Q en P inderdaad de waarde $v_{AB}$ heeft.

Een voor de hand liggende opgave, die je ook vaak in boeken ziet, zou er zo uit kunnen zien:

Een ruimtereiziger passeert met grote snelheid de aarde.
***a*** In welke richting kan hij bewogen hebben?
***b*** Hoe groot was zijn snelheid?


Leuk geprobeerd, maar het Terrell-Penrose effect leert dat de ruimtereiziger de aarde toch als een bol ziet.

Jan Mooij van het Mendelcollege in Haarlem maakte er een applet voor die te vinden is op www.stevin.info.

Zie verder Google.