

Logaritmische functies

en windturbines bij Eneco



platform
wiskunde nederland

Logaritmische functies en windturbines bij Eneco

Deze opgaven horen bij de video *Logaritmische functies en windturbines bij Eneco* van de videoserie *Succesformules in beeld* van Platform Wiskunde Nederland.

Opgave 1

In de video werd de volgende formule besproken:

$$W = 5,76 \cdot m \cdot \log\left(\frac{h}{r}\right)$$

Hierbij is h de hoogte van de windturbine in meter en W de windsnelheid op die hoogte.

De constante r hangt af van de ruwheid van het terrein en is vooraf al bekend. Zo is er een kaart van Nederland waarop je voor elk stuk land kunt bekijken wat deze constante is. Hoge bomen vangen bijvoorbeeld meer wind dan een open vlakte.



De constante m wordt berekend aan de hand van de windsnelheid op 10 meter hoogte. Dit doet Eneco met behulp van een windsensor.

Op de kaart is afgelezen dat op een weiland in Flevoland geldt dat $r = 0,018$. Vervolgens wordt met de windsensor bepaald dat de windsnelheid op 10 meter hoog gelijk is aan 7,5 meter per seconde.

- Laat met een algebraïsche berekening met behulp van de eerdergenoemde formule zien dat de waarde van de wrijvingsconstante m op deze plek ongeveer 0,47 is.
- Bereken hoeveel de windsnelheid toeneemt bij een turbine van 100 meter hoog ten opzichte van een turbine van 50 meter hoog. Rond af op twee decimalen.

We vullen nu weer de waarden $m = 0,47$ en $r = 0,018$ in en bekijken in het algemeen wat de invloed is op de windsnelheid zodra we de hoogte van de windturbine verdubbelen. Bij de hoogte h_1 hoort windsnelheid W_1 en bij de hoogte h_2 hoort windsnelheid W_2 . Er geldt $h_2 = 2 \cdot h_1$.

- Druk met behulp van de rekenregels van logaritmen de windsnelheid W_2 uit in W_1 in de vorm $W_2 = a + W_1$ met a in twee decimalen. Leg daarna uit wat het verdubbelen van de hoogte van de windturbine betekent voor de windsnelheid.

Opgave 2

Eneco wil een nieuw windpark bouwen en overweegt twee plekken:

- Op een terrein naast de A27 tussen Utrecht en Vianen. Hier is gemeten dat $m = 0,55$ en $r = 0,015$.
- Op zee voor de Noord-Hollandse kust. Hier is gemeten dat $m = 0,42$ en $r = 0,0006$.

Op het terrein naast de A27 kan een windturbine van 90 meter hoog worden gebouwd.

- a. Bepaal algebraïsch wat de hoogte van de windturbine voor de Noord-Hollandse kust moet zijn om tot dezelfde windsnelheid (en dus dezelfde opbrengst) te komen. Rond af op gehele meters.

De windsnelheid op het terrein naast de A27 noemen we W_t bij een windturbine met hoogte h_t . De windsnelheid voor de Noord-Hollandse kust noemen we W_z bij een windturbine met hoogte h_z .

- b. Druk de waarde van h_t uit in h_z bij een gelijke windsnelheid. Schrijf in de vorm $h_t = a \cdot h_z^b$ met a en b in twee decimalen.

Uitwerkingen

Opgave 1

a.

$$W = 5,76 \cdot m \cdot \log\left(\frac{h}{r}\right)$$

Er geldt:

$$r = 0,018$$

$$h = 10$$

$$W = 7,5$$

Daaruit volgt de vergelijking:

$$7,5 = 5,76 \cdot m \cdot \log\left(\frac{10}{0,018}\right)$$

$$7,5 = 15,8 \cdot m$$

$$m = \frac{7,5}{15,8} \approx 0,47$$

b.

$$W = 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{100}{0,018}\right) \approx 10,14$$

$$W = 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{50}{0,018}\right) \approx 9,32$$

(Als m niet is afgerond op twee decimalen zijn deze waarden 10,23 en 9,42).

$$10,14 - 9,32 \approx 0,81 \text{ m/s}$$

Dus de windsnelheid bij een windturbine van 100 meter hoog neemt ongeveer 0,81 m/s toe ten opzichte van een windturbine van 50 meter hoog.

c.

$$W_2 = 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{h_2}{0,018}\right) \text{ en } h_2 = 2 \cdot h_1 \text{ geeft:}$$

$$W_2 = 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot h_1}{0,018}\right)$$

$$W_2 = 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot h_1}{0,018}\right)$$

$$W_2 = 5,76 \cdot 0,47 \cdot (\log(2) + \log\left(\frac{h_1}{0,018}\right))$$

$$W_2 = 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log(2) + 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{h_1}{0,018}\right)$$

$$W_2 = 0,81 + 5,76 \cdot 0,47 \cdot \log\left(\frac{h_1}{0,018}\right)$$

$$W_2 = 0,81 + W_1$$

Dit betekent dat bij het verdubbelen van de hoogte van de windturbine de windsnelheid met 0,81 m/s toeneemt.

Opgave 2

a.

$$W = 5,76 \cdot m \cdot \log\left(\frac{h}{r}\right)$$

Naast de A27:

$$W = 5,76 \cdot 0,55 \cdot \log\left(\frac{90}{0,015}\right) \approx 11,97 \text{ m/s}$$

Voor de Noord-Hollandse kust:

$$11,97 = 5,76 \cdot 0,42 \cdot \log\left(\frac{h}{0,0006}\right)$$

$$11,97 = 2,4192 \cdot \log\left(\frac{h}{0,0006}\right)$$

$$4,95 = \log\left(\frac{h}{0,0006}\right)$$

$$10^{4,95} = \frac{h}{0,0006}$$

$$h = 10^{4,95} \cdot 0,0006 \approx 53 \text{ meter}$$

b.

$$W_t = 5,76 \cdot 0,55 \cdot \log\left(\frac{t_1}{0,015}\right)$$

$$W_z = 5,76 \cdot 0,42 \cdot \log\left(\frac{h_z}{0,0006}\right)$$

$W_t = W_z$ geeft:

$$5,76 \cdot 0,55 \cdot \log\left(\frac{h_t}{0,015}\right) = 5,76 \cdot 0,42 \cdot \log\left(\frac{h_z}{0,0006}\right)$$

$$3,168 \cdot \log\left(\frac{h_t}{0,015}\right) = 2,4192 \cdot \log\left(\frac{h_z}{0,0006}\right)$$

$$\log\left(\frac{h_t}{0,015}^{3,168}\right) = \log\left(\frac{h_z}{0,0006}^{2,4192}\right)$$

$$\frac{h_t^{3,168}}{0,015^{3,168}} = \frac{h_z^{2,4192}}{0,0006^{2,4192}}$$

$$\frac{h_t^{3,168}}{0,015^{3,168}} = \frac{h_z^{2,4192}}{0,0006^{2,4192}}$$

$$\frac{h_t^{3,168}}{0,015^{3,168}} = \frac{h_z^{2,4192}}{0,0006^{2,4192}}$$

$$599988 \cdot h_t^{3,168} = 62272528 \cdot h_z^{2,4192}$$

$$h_t^{3,168} = 104 \cdot h_z^{2,4192}$$

$$h_t = \sqrt[3,168]{104 \cdot h_z^{2,4192}}$$

$$h_t = \sqrt[3,168]{104} \cdot \sqrt[3,168]{h_z^{2,4192}}$$

$$h_t = 4,33 \cdot h_z^{\frac{2,4192}{3,168}}$$

$$h_t = 4,33 \cdot h_z^{0,76}$$