

Onderweg naar 2F

Rekenen in het (v)mbo



1. Amber en Chaima tijdens het interview

Zwakke leerlingen in het vmbo blijken voor veel domeinen primair behoefte te hebben aan begripsvorming en aan onderwijsactiviteiten waarbij instructie en interactie een centrale rol spelen. Aansluiting zoeken bij wat leerlingen al kunnen, weten en begrijpen en bij de didactische benadering van het basisonderwijs, lijkt aan te bevelen.

Een aanpak die ook in het mbo zal werken.

Rekenonderwijs in het vmbo

Wanneer scholen rekenonderwijs gestalte gaan geven, roept dat veel vragen op. Dient rekenen een apart vak te zijn waarvoor aparte uren in het lesrooster worden opgenomen? Welke leerstofinhouden moeten aan bod komen? Welke rol kan de rekenmachine spelen? En wat voor didactische benadering kan er gevolgd worden? Bij het beantwoorden van deze vragen lijkt het belangrijk om in ieder geval onderscheid te maken tussen

verschillende doelgroepen van leerlingen. Enerzijds is er de groep van leerlingen die veelal de theoretische leerweg volgt (vmbo-t) en bij wie het leerproces rond rekenen-wiskunde in het basisonderwijs grotendeels is afgerond. Voor deze leerlingen is vooral het onderhouden en uitbouwen van de rekenkennis belangrijk. Anderzijds is er een groep leerlingen bij wie dit leerproces vaak nog verre van afgerond is. Voor deze leerlingen, die veelal de basisberoepsgerichte leerweg (al dan

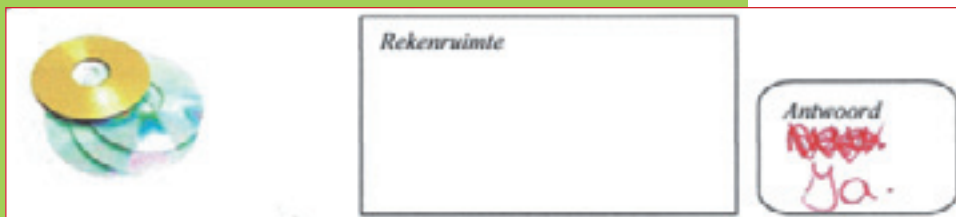
niet met leerwegondersteuning) volgen, lijken bepaalde domeinen zoals procenten, breuken, kommagetallen en meten betrekkelijk nieuw waarbij de kennis ten dele nog opgebouwd moet worden.

Onvoltooid karakter

Dit artikel is gericht op de laatste doelgroep. Het lijkt wenselijk dat er voor de leerlingen uit deze groep een rekenprogramma komt waarbij rekening gehouden wordt met het onvoltooid karakter van hun leer-

Cd's kopen

Je koopt 4 cd's van € 17,95 per stuk.
Op je pinpas staat nog € 84,00 aan saldo.
Is dat genoeg?



2. Opgave 2 uit het rekeninterview met Amber en Chaima

proces (belangrijke onderdelen, zoals breuken en procenten zijn vaak niet of nauwelijks aan bod gekomen, omdat deze leerlingen niet verder zijn gekomen dan de stof van groep 6) en waarbij de hierboven genoemde domeinen centrale leerinhouden vormen. Bovendien lijkt het aan te bevelen om voor instructie door de docent en interactie tussen docent en leerlingen in het onderwijs binnen dat programma ruim gelegenheid te bieden. Binnen de SLO, het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling, wordt dit momenteel nader onderzocht. Hierbij wordt in samenspraak met leerlingen, docenten en ontwikkelaars nagegaan hoe een doorgaande rekenleerlijn vanuit het basisonderwijs via de onderbouw naar de bovenbouw van het vmbo er voor deze doelgroep uit kan zien'. In het kader daarvan werd onder meer een onderzoekje gedaan naar het rekenniveau van vmbo-1 leerlingen uit de genoemde doelgroep. Hieronder volgt een impressie van dit onderzoek, met aansluitend een aantal overwegingen en aanbevelingen voor een doorgaande leerlijn richting het beoogde eindniveau 2F.

Niet echt vervelend

Amber en Chaima, twee meisjes uit klas 1 binnen de basisberoepsgerichte leerweg, zijn graag bereid zich te la-

ten interviewen over hun rekenkennis. Het interview vindt plaats in mei, als ze bijna een jaar op hun nieuwe school zitten. Rekenen vinden ze niet leuk, maar ook niet echt vervelend. Bovendien doen ze een flink deel van het rekenwerk met behulp van hun rekenmachine, en dat maakt het eenvoudiger. Toch vinden ze het belangrijk dat je ook zelf goed kunt rekenen. 'Je hebt het wel overal nodig, bijvoorbeeld als je boodschappen doet of ergens voor spaart'. Alleen is dat rekenen meestal 'ongeveer rekenen', precies rekenen doen ze buiten school weinig, aldus beide meisjes. Na dit inleidende gesprekje krijgen ze van de interviewer op papier tien elementaire contextopgaven voorgelegd die ze, al naar gelang hun eigen voorkeur, zelf of op de rekenmachine uitrekenen. In termen van het Referentiekader zijn de opgaven ongeveer van niveau 1F. Steeds lossen ze een opgave eerst voor zichzelf op en daarna worden de resultaten samen besproken. Eventueel kunnen dan nog correcties worden aangebracht. We lichten er twee opgaven uit, opgave 2 en 5. De eerste daarvan heeft betrekking op een betaalsituatie, de tweede op een kortingsituatie. Bij opgave 2 meldt Chaima dat ze eerst dacht dat 84 euro niet genoeg was, want het leek haar een hoop geld, 4 x 17,95. 'Maar toen

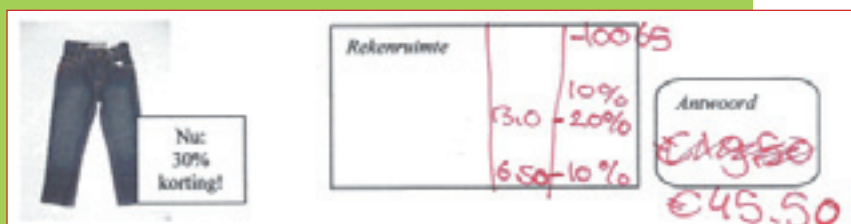
heb ik het even op de rekenmachine uitgerekend, en toen kwam er 71 euro en nog wat uit, dus dan is het toch genoeg.' Amber dacht eerst dat het wel genoeg was, maar begon te twijfelen. 'En toen ben ik eerst alle tientallen bij elkaar gaan optellen, en daarna alle zevens, en toen zag ik wel dat het echt genoeg was.'

Bij opgave 5 meldt Chaima direct dat je 'eerst 10 procent kunt doen'. Amber geeft echter aan dat ze zo'n procentenopgave niet kan. Op voorstel van Chaima gaan ze de opgave nu samen oplossen. Chaima tekent daarbij een strook zoals ze dat in de klas geleerd heeft. Daarop geeft ze eerst aan dat de hele strook voor 100% staat en dat dit met 65 euro overeenkomt. Amber tekent en schrijft met haar mee op haar eigen kladblaadje.

Chaima (wijzend):
'Dit is 100%; en dan is dit 10%, dat is 6,50. En dan 20% is het dubbele, dus dan moet je van die 6,50 ook het dubbele nemen, dat is ... 13'. Amber: 'Ja, dat wordt 13 euro'. Chaima: 'En dan nog eens 10% erbij, dan wordt het 30%, dat is ... 19,50' (beiden noteren dit als antwoord). Geconstateerd wordt nu dat er €19,50 voor de broek betaald moet worden. Als de interviewer dit ter discussie stelt, komen ze terug op deze conclusie. Amber meldt

Korting

Sahar ziet een leuke broek van € 65,00.
Het is uitverkoop, en ze kan 30% korting krijgen.
Hoeveel moet ze betalen als ze de broek koopt?



3. Het kladblaadje van Chaima bij opgave 5, met links de berekening met behulp van de strook, en rechts het (later gecorrigeerde) antwoord

dat je dit bedrag eigenlijk nog van 65 euro moet aftrekken, en doet dit op haar rekenmachine. Zo stellen ze uiteindelijk vast dat er €45,50 betaald moet worden.

Typering van het rekenniveau van de doelgroep

Bovenstaande interview maakte deel uit van een reeks die werd afgenomen om een scherper beeld te krijgen van het rekenniveau van de doelgroep van dit project. Er werden in totaal ongeveer 30 leerlingen geïnterviewd op drie verschillende vmbo-scholen. Alle geïnterviewde leerlingen hadden bij binnenkomst in het vmbo een DLE (afkorting staat voor de didactische leeftijd, dit is het gemiddelde niveau van leerlingen na x maanden onderwijs) van ongeveer 35, hetgeen overeenkomt met het gemiddelde rekenniveau van leerlingen medio groep 6 van de basisschool als zij 35 maanden onderwijs hebben genoten. Het is ook het gemiddelde niveau van de groep leerlingen die voor dit onderzoek is geïnterviewd. Een DLE van 35 betekent dat deze leerlingen een forse achterstand op rekengebied hebben in vergelijking met veel van hun medeleerlingen. Door hun rekenniveau nader in kaart te brengen, zo was de gedachte, zouden belangrijke aanwijzingen verkregen kunnen worden omtrent de vraag hoe een doorgaande leerlijn richting het beoogde niveau van 2F aan het eind van het vmbo eruit zou kunnen zien. Uit een eerste analyse van de (op video opgenomen) interviews kwam een aantal zaken naar voren die als karakteristiek voor het rekenniveau van deze groep leerlingen beschouwd kunnen worden en die in het rekengedrag van Chaima en Amber duidelijk te herkennen zijn.

Gebrekkige kennis

Typend leek in de eerste plaats de gebrekkige basiskennis van het rekenen (bewerkingen) in het getalgebied tot 100 en tot 1000. Veel leerlingen hebben bijvoorbeeld tafelopgaven zoals 6×6 en 7×6 niet paraat, zij rekenen deze uit via basale vormen van herhaald optellen en verdubbelen of op de rekenmachine. Evenzo komen



herhaaldelijk fouten voor bij elementaire optel- en aftrekepgaven, zoals $42 - 9 = 37$ en $18 + 18 = 32$. Opgaven met getallen boven de 100 worden voor zover mogelijk cijferend uitgerekend, maar van de cijferprocedures wordt eigenlijk alleen de procedure voor het optellen en soms die voor het aftrekken beheerst. Cijferend vermenigvuldigen en delen wordt niet of nauwelijks beheerst. Opgaven waarbij het gebruik van deze procedures voor de hand lag, werden vrijwel altijd op de rekenmachine uitgerekend. Een tweede kenmerk betreft de gebrekkige kennis omtrent procenten, verhoudingen en andere typische onderwerpen uit de bovenbouw van de basisschool. Weliswaar bleken er leerlingen te zijn die met elementaire procentenopgaven goed uit de voeten konden (zoals Chaima), maar een aanzienlijk deel van hen bleek aan zulke opgaven niet eens te beginnen. Deze leerlingen gaven vaak aan dat ze 'nooit iets begrepen hadden van procenten'. Hoewel hierover in het onderzoekje geen expliciete opgaven waren opgenomen, lijkt iets soortgelijks te gelden voor verwante domeinen zoals breuken, kommagetallen en meten. In de gesprekken met de docenten van de leerlingen kwam naar voren dat men regelmatig moest constateren dat er sprake is van grote lacunes in de kennis van deze domeinen. Bij herhaling werd de gebrekkige kennis van het meten genoemd, bijvoorbeeld in situaties rond het interpreteren van de schaal van een plattegrond, het aflezen van een schaallijn op een meetinstrument en het herleiden van maateenheden (zoals van l naar ml).

Getalbegrip

In de derde plaats bleek dat deze leerlingen vrij veel van de rekenmachine gebruik maken. Maar, zoals ook Chaima en Amber lieten zien, ze doen dit over het algemeen toch tamelijk selectief en flexibel. Bij het oplossen van de voorgelegde opgaven was de gang van zaken veelal zo dat een leerling eerst een oplossingsstrategie bedacht, en bij de uitvoering daarvan vervolgens die rekenhandelingen die als complex of bewerkelijk werden ervaren, op de rekenmachine uitvoerde. De overige handelingen werden dan veelal zelf uitgevoerd. Zo werd het uitrekenen van $4 \times \text{€} 17,95$ bij bovenstaande opgave 2 in veel gevallen op de machine gedaan, terwijl daarna zonder gebruik te maken van de machine werd vastgesteld dat een saldo van 84 euro genoeg was. Evenzo werd het uitrekenen van $6,5 + 6,5 + 6,5$ (ofwel $3 \times 6,5$) bij de procentenopgave door een aantal leerlingen zelf gedaan terwijl het aftrekken van het aldus verkregen bedrag van 65 euro veelal op de machine gebeurde. Het laatste kenmerk was opvallend: veel van de leerlingen leken over het algemeen *wel* een redelijk ontwikkeld getalbegrip tot 1000 (en daarboven) te hebben. Ze leken enig gevoel voor de orde van grootte van getallen te hebben, waarbij al vrij snel wordt achterhaald dat bijvoorbeeld een op de machine verkregen antwoord onmogelijk goed kan zijn. Ook leek er sprake van een redelijk ontwikkeld inzicht in de decimale structuur van getallen. Dit kwam bijvoorbeeld tot uitdrukking in het feit dat getallen bij het uitvoeren van optel- en aftrekeprocedures vrij-

wel altijd goed onder elkaar werden gezet (al leverde het lenen bij aftrekken soms problemen op), en dat het splitsend vermenigvuldigen zoals bij $4 \times 17,95$ via 4×10 euro, 4×7 euro, 4×90 cent en 4×5 cent, correct werd uitgevoerd.

Overwegingen en aanbevelingen

Uit het bovenstaande werden in het kader van het genoemde SLO-project enkele conclusies getrokken die aanleiding gaven tot een aantal overwegingen en aanbevelingen voor een doorgaande leerlijn richting het beoogde eindniveau 2F. Zo werd geconcludeerd dat het rekenleerproces voor deze groep leerlingen inderdaad nog verre van afgerond is.

Er is niet alleen sprake van een gebrekkige basiskennis van het rekenen tot 1000, maar ook van wezenlijke lacunes in de kennis met betrekking tot procenten, breuken, kommagetalen en meten. Een onderwijsaanpak waarbij de nadruk ligt op herhaling en zelfstandig oefenen van rekenleerstof, lijkt voor deze groep leerlingen dan ook geen soelaas te bieden. Voor veel domeinen is er primair behoefte aan (voortgezette) begripsvorming en aan onderwijsactiviteiten waarbij instructie en interactie een centrale rol spelen. Aansluiting zoeken bij wat leerlingen al kunnen, weten en begrijpen en bij de didactische benadering van het basisonderwijs, lijkt aan te bevelen. Zo kan het vertrekpunt voor activiteiten gezocht worden in alledaagse, herkenbare 'gebruikssituaties' rond bijvoorbeeld zakgeld, korting en het opmeten van lengtes in de klas.

Evenzo kan het gebruik van in het basisonderwijs gangbare modellen zoals de strook (zie het voorbeeld van Chaima) ertoe bijdragen dat leerlingen beter greep krijgen op het relatieve karakter van het procentenbegrip, terwijl het gebruik van een dubbele getallenlijn inzicht in het oplossen van verhoudingsproblemen kan bevorderen (Ballering, 2011). Uiteraard dienen de leerlingen niet op het niveau van dergelijke modellen te blijven steken – er moet een doorgroei plaatsvinden in de richting van verkorte en meer formele

strategieën. Een doorgaande lijn moet erop gericht zijn om het leerproces in die richting krachtig te stimuleren.



Rekenmachine

Een punt dat een nadere doordenking vraagt, betreft het gebruik van de rekenmachine. Het beschreven onderzoekje laat zien dat leerlingen uit de besproken doelgroep ondanks hun soms gebrekkige basiskennis toch meestal met een zekere selectiviteit en flexibiliteit tewerk gaan, waarbij zelden alles blindelings op de machine wordt gedaan. In dat licht gezien lijkt het niet erg zinvol om het onderwijs louter met 'rekenmachievrije' lessen en lesmateriaal in te richten. Eerder lijkt het aan te raden de machine te integreren in het onderwijs en de leerlingen bewust te maken van de eigen 'denkkracht'. Enerzijds kan die eigen denkkracht versterkt worden via interactieve activiteiten waarin het zelf rekenen centraal staat, gericht op verdieping van de basiskennis van het rekenen tot 1000. Anderzijds kunnen regelmatig activiteiten plaatsvinden waarbij de nadruk ligt op voortgezette begripsvorming rond procenten, verhoudingen, meten en (decimale) breuken, en waarin de machine vrijuit gebruikt kan worden. Op deze wijze lijkt de rekenontwikkeling van de leerlingen richting 2F kansrijker te zijn dan wanneer gemikt wordt op 'rekenmachievrij' en op zelfstandig oefenen gericht onderwijs².

Materiaal en didactiek

Een tweede probleem dat in de genoemde gesprekken naar voren kwam, betreft het ontbreken van geschikt lesmateriaal. Weliswaar worden bij de

gangbare wiskundemethoden momenteel in hoog tempo oefenboeken en ander lesmateriaal uitgebracht, maar dit materiaal ontbeert veelal een leerlijnmatige, vakinhoudelijk doordachte opbouw. Het is vooral gericht op het zelfstandig oefenen en herhalen van leerstof, en dat is nu juist de benadering die voor de hier besproken doelgroep ongeschikt lijkt. Voor educatieve uitgeverijen zou het een uitdaging kunnen zijn om in deze leemte te voorzien en op de doelgroep toegesneden lesmateriaal uit te brengen, waarbij de binnen de SLO ontwikkelde lesmap *Verder met rekenen*² als inspiratiebron zou kunnen fungeren.

In de gesprekken met groepen vmbo-docenten kwam ook de onbekendheid met rekeninhoud en -didactiek als een probleem naar voren. Veel docenten lijken niet zoveel van de rekeninhouden en -didactiek van het basisonderwijs af te weten en er lijken op veel scholen onvoldoende docenten beschikbaar om adequaat, op de doelgroep toegesneden rekenonderwijs te verzorgen. Gelukkig wordt dit probleem steeds meer onderkend. Zo worden in diverse regio's pogingen ondernomen om regionale samenwerking met groepen toeleverende basisscholen tot stand te brengen, gericht op gezamenlijke uitwisseling van kennis en Ook zijn er instituten die nascholing verzorgen en ondersteuning bieden bij het professionaliseren van docenten.

De auteur is leerplanontwikkelaar bij SLO

Noten

1. Door de SLO is voor klas 1 van de basisberoepsgerichte leerweg een lesmap *Verder met Rekenen* ontwikkeld. De map kan online bekeken en besteld worden via: www.slo.nl/downloads/2010/verder-met-rekenen.pdf
2. Over de drempels met rekenen (pag. 53, 2F): 'In eenvoudige gevallen kan dit met pen en papier (of met het hoofd). Bij lastiger opgaven kan de rekenmachine worden gebruikt. Daarbij moet vooraf (uit het hoofd of op papier) een schatting gemaakt kunnen worden.'