

De professionele wiskundekennis van de leraar basisonderwijs

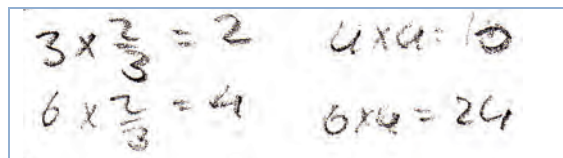
Marjolein Kool, Hogeschool Domstad

Inleiding

Een basisschoolleraar voert tijdens het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs allerlei wiskundige taken uit die veel verder gaan dan het zelf kunnen uitrekenen van de sommetjes die hij zijn leerlingen voorlegt. Hij moet onder andere voorbeelden, verklaringen, bewijzen, schematiseringen en concretisering kunnen geven, en het denken van zijn leerlingen kunnen volgen en voortzetten. Dat vereist professionele wiskundekennis. Hoe groot is de professionele wiskundekennis van tweedejaars PABO-studenten en welke factoren zijn van invloed op het niveau van hun professionele wiskundekennis?

Een inkijkje in de PABO

Tanja is tweedejaars PABO-studente. Ze kan de som $16 : \frac{2}{3}$ uitrekenen.

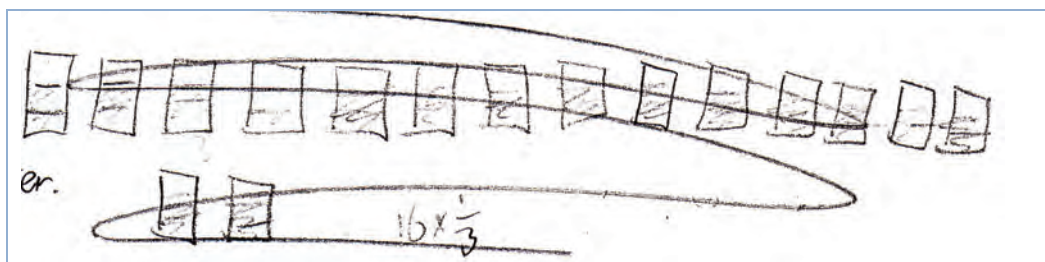


Handwritten calculations in a box:

$$\begin{array}{ll} 3 \times \frac{2}{3} = 2 & 4 \times 4 = 16 \\ 6 \times \frac{2}{3} = 4 & 6 \times 4 = 24 \end{array}$$

Ze gebruikt hiervoor geen standaard rekenregel, maar komt met een informele aanpak tot het goede antwoord.

Het lukt haar niet om het vraagstuk nog op een andere manier op te lossen. En als haar gevraagd wordt om haar oplossing van $16 : \frac{2}{3}$ te visualiseren krast ze uiteindelijk gefrustreerd haar pogingen door. Ze doorziet niet dat ze eigenlijk al vrij dicht in de buurt van een oplossing was.



Vervolgens wordt haar gevraagd om een context te bedenken bij $16 : \frac{2}{3}$.

Tanja schrijft: 'Ik heb 16 snoepjes die moet ik verdelen over $\frac{2}{3}$ zakjes. Hoeveel krijg ik in de zakjes?'

Deze context is onjuist. Het is duidelijk dat het haar veel moeite kost om $16 : \frac{2}{3}$ betekenis te geven.

Dan krijgt ze een contextsom voorgelegd:

Een ontbijtkoek is 18 cm lang. Een plak van die koek is $\frac{3}{4}$ cm dik. Hoeveel van zulke plakken kan ik van de koek snijden?

Tanja kan dit vraagstuk oplossen. Ze redeneert dat 4 plakken 3 cm dik zijn, en dat ze dus $6 \times 4 = 24$ plakken uit 18 cm kan snijden. Het lukt haar ook om correct de bewerking te noteren die in deze context schuil gaat, namelijk $18 : \frac{3}{4}$.

Tot slot krijgt ze het werk van leerling Dennis te zien die het vraagstuk van de ontbijtkoek eveneens goed heeft opgelost, maar wel op een andere manier dan zij.

Tanja probeert de oplossing van Dennis te begrijpen, maar kan er geen chocola van maken.⁸

2x $\frac{3}{4} = 1,5$
 10: $1,5 = 12 \times 2 = 24$
 2x
 2x
 2x
 2x
 2x
 2x
 Dennis

a. Beschrijf de oplossingsmanier van Dennis. Wat vind je ervan? Licht je mening toe.

Hij komt bij het antwoord, maar hoe hij erbij komt snap ik niet. Waarom hij $2 \times \frac{3}{4}$ doet. en hoe 10: 1,5 gelijke staat tot 12×2 .

Tot zover deze impressie van de wiskundekennis van Tanja. Het maakt duidelijk dat ze een zekere basale rekenvaardigheid bezit. Ze kan een deelsom met breuken oplossen. Dat lukt haar ook als de som ingekleed is in een context. Maar het is zeer de vraag of dat genoeg is om je als leraar op de basisschool staande te houden tijdens de rekenles. Tanja kan deze som niet op meerdere manieren oplossen, ze kan haar oplossing niet visualiseren, ze kan geen passende context bij de som bedenken en ze kan de oplossing van een leerling niet volgen. Dit zijn wiskundige taken die een basisschoolleraar wel uit moet kunnen voeren. De wiskundekennis van Tanja is nog niet op het professionele niveau dat een leraar op de basisschool zou moeten hebben.

⁸ Dennis verdubbelt $\frac{3}{4}$ en berekent in eerste instantie door middel van herhaald aftrekken hoeveel plakken van 1,5 cm hij uit een koek van 18 cm kan halen. Dat zijn 12 plakken. Dat betekent dat hij twee keer zoveel, dus 24 plakken van $\frac{3}{4}$ cm uit zo'n koek kan halen. Dennis heeft het antwoord correct berekend, maar zijn berekening niet correct genoteerd, want $18 : 1,5$ is niet gelijk aan 12×2 . Hij had moeten schrijven: $18 : 1,5 = 12$ dus $18 : \frac{3}{4} = 12 \times 2 = 24$.

Kenmerken van professionele wiskundekennis

Het voorbeeld van Tanja roept vele vragen op:

- Welke professionele wiskundekennis heeft een basisschoolleraar nodig? Met andere woorden: Waaruit bestaat de professionele wiskundekennis van een basisschoolleraar?
- Vormt Tanja een uitzondering? In welke mate bezitten PABO-studenten professionele wiskundekennis?
- Welke factoren zijn van invloed op de professionele wiskundekennis die iemand bezit?

Shulman (1987) onderscheidt zeven aspecten van lerarenkennis (teacher knowledge).

Vakinhoudelijke kennis (content knowledge) vormt een van deze aspecten. Ball, Hoover Thames en Phelps (2007) geven een nadere uitwerking van deze vakinhoudelijke kennis voor het vak wiskunde. Zij maken onderscheid tussen common content knowledge, de algemene wiskundekennis die niet specifiek is voor het vak van de leraar, en specialized content knowledge, de beroepsspecifieke wiskundekennis die de leraar nodig heeft bij het verzorgen van wiskundeonderwijs. Het blijkt lastig te zijn om een duidelijke grens tussen deze twee soorten wiskundekennis aan te brengen omdat een leraar nu eenmaal naast beroepsspecifieke kennis ook algemene wiskundekennis bezit. Waar ligt de grens tussen beide? Is het laatste een onderdeel van het eerste? Dit probleem is te omzeilen door de professionele wiskundekennis van de leraar te definiëren als de wiskundige kennis die hij gebruikt als hij binnen zijn beroep wiskundige taken uitvoert. Die kennis kan soms meer algemeen en soms meer beroepsspecifiek zijn, maar het doel waarvoor de kennis wordt gebruikt is eenduidig: het verzorgen van wiskundeonderwijs.

Wiskundige taken komen voor tijdens het lesgeven, maar ook bij het voorbereiden van lessen, het toetsen, corrigeren, ontwerpen en evalueren. Het woord kennis moet in dit verband breed worden opgevat, want het gaat ook om vaardigheden en wiskundige inzichten. En omdat het de basisschool betreft spelen ook rekenkennis, -vaardigheden en -inzichten een rol. In plaats van de omschrijving 'professionele reken-wiskundige kennis, vaardigheden en inzichten' is voor het korte 'professionele wiskundekennis' gekozen omdat dat praktischer is en omdat de term wiskunde hier meer terechte aandacht krijgt. Een basisschoolleraar moet een diepgaande, brede, gedetailleerde en flexibele kennis van de reken-wiskundige leerstof bezitten, kennis die veel verder gaat dan wat van de leerlingen wordt geëist, kennis die het predikaat wiskundig verdient. Ball e.a. (2007) spreken van een diepere kennis van de stof die onderwezen wordt. Het woord 'wiskunde' in 'professionele wiskundekennis' verwijst dus vooral naar het denken en handelen van de leraar en slechts ten dele naar de leerstof die hij onderwijst.

In de literatuur over reken-wiskundeonderwijs komt ook de term 'professionele gecijferdheid' voor. Professionele gecijferdheid is niet synoniem met professionele wiskundekennis omdat bij professionele gecijferdheid naast wiskundige ook didactische kennis een rol speelt. Oonk, Van Zanten & Keijzer (2007) zien professionele gecijferdheid als een kwaliteit waarin reken-wiskundig denken en handelen direct verbonden zijn met vakdidactische kennis en vaardigheden. Zo beschouwd sluit de term professionele gecijferdheid aan bij de internationale term Pedagogical Content Knowledge (PCK), die door Chick, Baker, Pham en Cheng (2006) wordt omschreven als een "blend of content and pedagogy". Pogingen om PCK nader te specificeren leverden veel discussie op. Ball e.a. (2007) verzamelden in de literatuur sinds 1987 maar liefst zes verschillende definities voor PCK. Overeenkomst tussen de definities is dat ze allemaal een verband benoemen tussen de inhoudelijke vakkennis van de leraar en zijn kennis van het denken, leren en onderwijzen van leerlingen.

In alle definities vormt professionele wiskundekennis een onderdeel van PCK oftewel professionele gecijferdheid. Er is zeker wat voor te zeggen om vakdidactische, pedagogische en wiskundige kennis en vaardigheden gezamenlijk onder de loep te nemen. In het dagelijks werk in de klas spelen deze elementen immers gelijktijdig een rol en in praktijksituaties zijn ze vaak nauwelijks van elkaar te onderscheiden. Een leraar reageert op een leerling en het is niet altijd duidelijk of hij hierbij gebruik

maakt van wiskundige of vakdidactische kennis, maar vast staat dat beide vormen van kennis op peil moeten zijn. Om dat te bereiken is het belangrijk dat voor opleiding en onderzoek de wiskundige kennis van de basisschoolleraar op sommige momenten apart aandacht krijgt.

Vanuit deze optiek en de wensen van PABO-docenten ontstond het ELWIER-onderzoek naar de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar.

PABO-docenten vroegen zich af of ze hun studenten wel voldoende kansen boden om hun professionele wiskundekennis te ontwikkelen. Welke doelen moet de opleiding zich op dit gebied stellen? Om een bijdrage aan het antwoord op deze vraag te kunnen geven werd de professionele wiskundekennis van tweedejaars PABO-studenten op de Hogeschool Domstad in Utrecht onderzocht. De keuze voor deze groep had een praktische reden; de studenten konden deelname aan het onderzoek, waarvoor zij een schriftelijke toets moesten maken, mee laten tellen in het vervolg van hun opleiding wat voor hen een extra stimulans betekende om er serieus aan te werken. Bovendien waren alle betrokken studenten in het voorgaande studiejaar geslaagd voor de Wiscat-toets⁹ en hadden daarmee 'recent' aangetoond dat hun rekenvaardigheid minstens op basaal niveau aanwezig was. Op het moment dat ze aan de toets van het onderzoek deelnamen hadden ze één studiejaar plus twee maanden achter de rug, waarin ze wekelijks één dag stage hadden gelopen op de basisschool, en waarin ze verschillende reken-didactische cursussen hadden gevolgd. In deze cursussen was de ontwikkeling van professionele wiskundekennis slechts summier en geïntegreerd aan bod geweest, en op geen enkel moment getoetst. 101 studenten namen aan het onderzoek deel.

De onderzoeksvraag luidde:

Welke professionele wiskundekennis bezitten PABO-studenten na veertien maanden opleiding, welke factoren zijn van invloed op het niveau van hun professionele wiskundekennis en wat betekent dit voor de verdere ontwikkeling van hun professionele wiskundekennis?

Zoals hiervoor is gesteld, is professionele wiskundekennis de kennis die een leraar nodig heeft om de wiskundige taken binnen zijn beroep uit te voeren. Allereerst zijn die wiskundige taken op een rijtje gezet.

Een leraar moet bij het voorbereiden, ontwerpen, uitvoeren en evalueren van reken-wiskundeonderwijs in staat zijn om:

- een kaal of contextvraagstuk op verschillende manieren op te lossen;
- een kaal of contextvraagstuk op verschillende niveaus op te lossen (bijvoorbeeld door gebruik te maken van materialen, contexten, tekeningen en denkmodellen);
- oplossingsmanieren te verklaren, en te bewijzen dat ze correct zijn;
- oplossingsmanieren van leerlingen te doorgronden, op wiskundige juistheid te beoordelen en eventueel te voltooien;
- een context bij een som te bedenken, en een som uit een context te halen;
- passende voorbeelden, non-voorbeelden en vraagstukken te bedenken.

Deze lijst is ongetwijfeld nog verder aan te vullen, maar geeft in ieder geval een beeld van de wiskundekennis die een leraar nodig heeft bij de uitoefening van zijn beroep.

Ten onrechte wordt soms verondersteld dat een leraar in de onderbouw van de basisschool weinig professionele wiskundekennis nodig heeft. Ook daar komen kinderen met onverwachte oplossingsmanieren en is soms niet in een oogopslag te zien of en waarom hun aanpak correct is. Zo liet een leraar bijvoorbeeld zijn jonge leerlingen een vel A4-papier in vier gelijke stukken verdelen.

⁹ De Wiscat-toets is een landelijke rekenvaardigheidstoets die pabostudenten in het eerste jaar van hun studie moeten halen om aan te tonen dat hun basale rekenvaardigheid op peil is. Lukt dit niet binnen drie pogingen in hun eerste studiejaar, dan moeten ze de opleiding verlaten.

De meeste kinderen vouwden vier gelijke rechthoeken, maar één leerling verdeelde het vel volgens de diagonalen en vroeg of het zo ook goed was. De leraar kwam er niet uit en negeerde de vraag van de leerling.

Jonge kinderen stellen veel waaromvragen, ook in de rekenles. Om hun onderzoekende houding te stimuleren, verdienen ze antwoorden. Natuurlijk is het niet altijd mogelijk en wenselijk om op elke vraag in te gaan, maar een professionele leraar mag zijn leerlingen niet met een kluitje in het riet sturen omdat hij zelf het antwoord op hun vragen niet weet.

Een schriftelijke toets

In het kader van het ELWIER-onderzoek is een schriftelijke toets professionele wiskundekennis ontwikkeld met wiskundige taken uit het beroep van de basisschoolleraar. Er is gekozen voor een schriftelijke toets en niet voor observaties in de praktijk omdat schriftelijk werk de deelnemers de beste gelegenheid biedt om rustig hun wiskundekennis in te zetten zonder dat ze zich gelijktijdig met allerlei andere taken bezig moeten houden. Tevens is de professionele wiskundekennis onder deze omstandigheden beter te meten dan in de praktijk, waar de wiskundekennis die de leraar bezit niet altijd zichtbaar is. Een leraar kan bijvoorbeeld in staat zijn om de juistheid van een bepaalde oplossingsmanier aan te tonen, maar ervoor kiezen, met het oog op de ontwikkeling van zijn leerlingen, om dat bewijs in de klas niet aan de orde te stellen.

De toets bevat vragen uit slechts één domein van de basisschoolstof, zodat alle wiskundige taken die de kandidaten moesten uitvoeren betrekking hadden op ditzelfde domein, wat de onderlinge vergelijkbaarheid van die taken vergroot. Gekozen is voor het onderwerp rekenen met breuken omdat veel leerlingen en leraren dit een lastig onderwerp vinden. Bij onderwijs over dit onderwerp heb je als leraar veel professionele wiskundekennis nodig.

Voor de toets is de volgende selectie gemaakt uit de wiskundige taken van de basisschoolleraar:

- 'kale' sommen op meerdere manieren en niveaus oplossen

Voorbeeld:

Reken de onderstaande som op verschillende manieren uit (maximaal drie verschillende). Je mag bijvoorbeeld ook een oplossing tekenen).

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} =$$

- contexten bij sommen bedenken

Voorbeeld:

Bedenk een context bij $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} =$

- contextsommen op meerdere manieren en niveaus oplossen
- de 'kale' som noteren die in een context schuil gaat

Voorbeeld:

Bereken de onderstaande som op verschillende manieren (maximaal drie). Je mag bijvoorbeeld ook oplossingen tekenen).

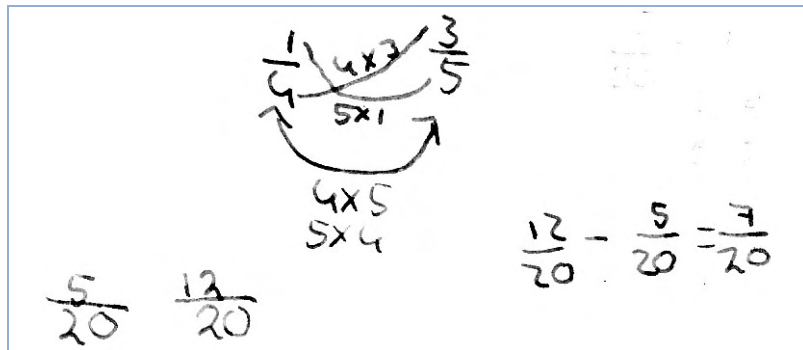
Zijn postzegelverzameling bestond voor $\frac{1}{4}$ deel uit buitenlandse zegels. Daarvan was $\frac{3}{5}$ deel afgestempeld. Welk deel van zijn verzameling bestond uit afgestempelde buitenlandse zegels?

Noteer dit vraagstuk als 'kale' som.

- werk van leerlingen doorgronden, beoordelen en voortzetten

Voorbeeld:

Zijn postzegelverzameling bestond voor $\frac{1}{4}$ deel uit buitenlandse zegels. Daarvan was $\frac{3}{5}$ deel afgestempeld. Welk deel van zijn verzameling bestond uit afgestempelde buitenlandse zegels?



Beschrijf de oplossingsmanier van Joyce. Wat vind je ervan? Licht je mening toe.

bijv 20 postzegels = 5 buitenlands = 3 afgestempeld

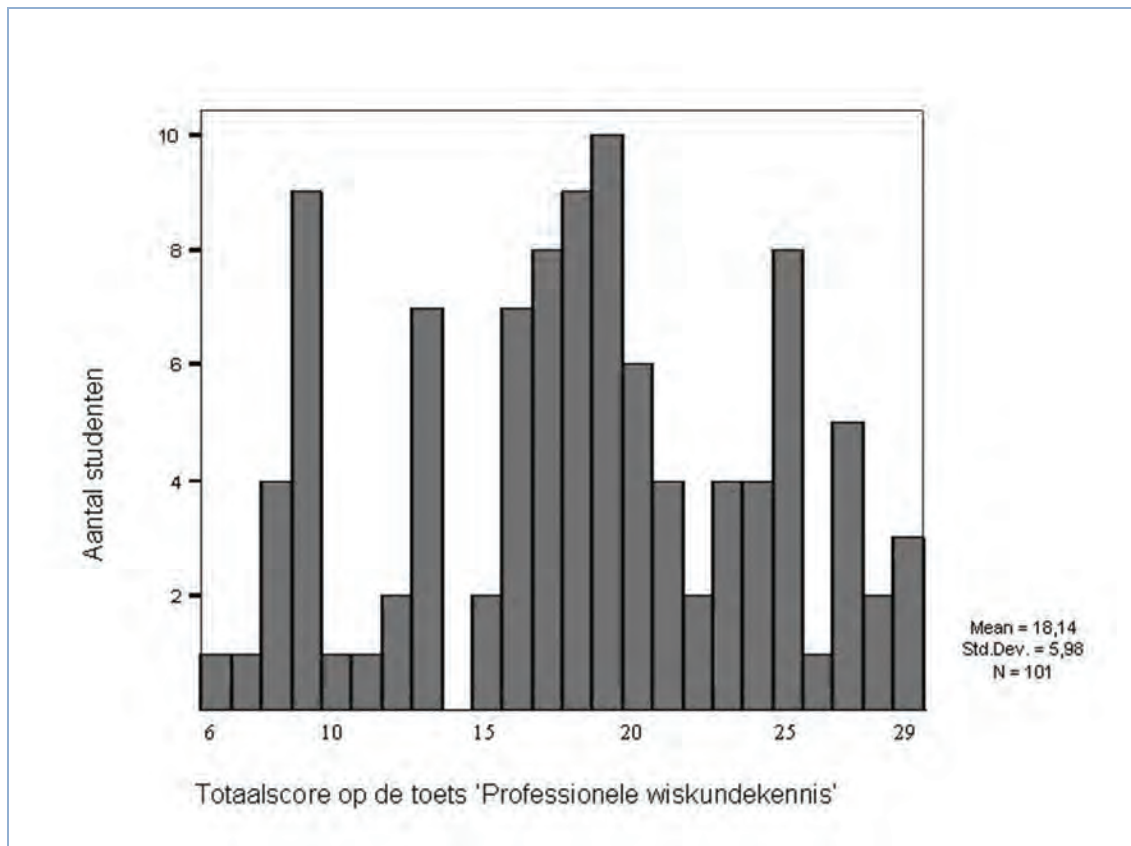
Leg uit hoe Jeroen geredeneerd heeft, en maak zijn redenering af (zodat je het gevraagde antwoord hebt).

Wie bovenstaande voorbeelden onderling vergelijkt, ontdekt een grote verwantschap tussen de opdrachten. Die is bewust aangebracht om te kunnen vaststellen welke professionele wiskundige taken de deelnemers konden uitvoeren ten aanzien van hetzelfde vraagstuk.

Om onderlinge beïnvloeding van de delen te voorkomen, moesten de deelnemers steeds delen van de toets inleveren voordat ze een volgende serie opdrachten kregen.

De resultaten van de toets

Aan het begin van dit artikel zijn de toetsresultaten van PABO-student Tanja weergegeven. Zij behaalde 9 van de 30 punten. In figuur 1 is te zien hoe de groep als geheel gescoord heeft op de toets professionele wiskundekennis.



Figuur 1. Histogram van de score van 101 tweedejaars PABO-studenten op de toets professionele wiskundekennis.

Geen enkele student behaalde de maximale 30 punten. De gemiddelde score was 18,14 punten. Dat is 60,5% van het totaal, een krappe voldoende. De spreiding is opvallend groot. De standaarddeviatie is 5,98. Het grillige scoreverloop vraagt om nader onderzoek.

In figuur 2 is de score per onderdeel van de toets te zien. De wiskundige taken zijn geordend op basis van de toetsresultaten. Het best gemaakte onderdeel staat bovenaan.

Onderdeel (wiskundige taak)	Maximaal te behalen aantal punten	Gemiddelde score	Percentage	Standaarddeviatie
Meerdere oplossingsmanieren bij contextsommen	6	4,56	76%	1,951
Meerdere oplossingsmanieren bij 'kale' sommen	6	4,37	73%	1,81
Formele som uit de context halen	3	2,01	67%	0,755
Context bij formele som bedenken	3	1,68	56%	0,824
Oplossingen van leerlingen doorgronden	12	5,49	46%	2,674

Figuur 2. De onderdelen (wiskundige taken) van de toets professionele wiskundekennis geordend op basis van de toetsresultaten.

Uit de tabel blijkt dat de laatste twee onderdelen in de lijst aanmerkelijk slechter zijn gemaakt dan de eerste drie. Toekomstige leraren blijken slechts beperkt in staat te zijn om contexten bij een formele som te bedenken. Nog meer moeite hebben ze met het doorgronden van oplossingen van leerlingen. Dat deze taak de meeste problemen oplevert is niet verbazingwekkend. Om het denken

van een leerling te kunnen doorgronden moet de leraar zijn eigen denkwegen verlaten, treden in de onbekende denkstappen van zijn leerling en zich onderweg voortdurend afvragen:

- Wat heeft het kind hier gedaan?
- Is deze aanpak wiskundig correct?
- Is deze aanpak algemeen geldend?

Dat vraagt een grote wiskundige flexibiliteit, zeker als kinderen onvoorspelbare oplossingsmanieren kiezen. Maar een leraar die effectief reken-wiskundeonderwijs wil geven kan niet zonder deze kwaliteit omdat juist hij zijn leerlingen zal uitdagen om zelf kennis te construeren, en om uitgaande van hun eigen informele kennis rekenstrategieën te ontwikkelen. Hij moet zijn leerlingen hierin kunnen volgen en er in zijn onderwijs op aan kunnen sluiten. Dat is dus niet eenvoudig, blijkt uit dit onderzoek.

Kenmerken van de deelnemers aan het onderzoek

Gemiddeld bezaten de deelnemers aan het onderzoek nog niet voldoende professionele wiskundekennis om de wiskundige taken van de basisschoolleraar uit te voeren, maar er was wel een grote spreiding onder de toetsresultaten. Sommige studenten scoorden veel hoger dan andere. Is dit te verklaren vanuit bepaalde kenmerken van de deelnemers?

Uit nadere analyses kwamen de volgende resultaten naar voren.

De toets professionele wiskundekennis werd beter gemaakt door:

- studenten die in hun eerste studiejaar een bovengemiddelde score voor hun Wiscat-toets behaalden;
- studenten die in het eerste jaar in één keer voor hun Wiscat-toets slaagden;
- studenten met een hogere vooropleiding (de beste resultaten werden door vwo-studenten behaald, HAVO-studenten kwamen op de tweede plaats en tenslotte volgden de MBO-studenten);
- studenten die hun vooropleiding hebben afgesloten met een centraal schriftelijk eindexamen wiskunde.

Voordat hier conclusies uit getrokken worden, zijn enkele kanttekeningen op hun plaats:

- Een goede Wiscat-score gaat weliswaar vaak samen met een grotere professionele wiskundekennis, maar blijkt op zichzelf niet voldoende te zijn. Studenten met een bovengemiddelde Wiscat-score scoorden toch nog gemiddeld onvoldoende op het moeilijkste onderdeel van de toets: het doorgronden van leerlingenwerk. Voor deze taak is meer nodig dan de basale rekenvaardigheid die in de Wiscat-toets getoetst wordt. Maar een goede basale rekenvaardigheid helpt wel.
Interessant is de grotere professionele wiskundekennis van studenten die in één keer zijn geslaagd voor de Wiscat-toets. Dat betekent immers dat iemand die voldoende basale rekenvaardigheid meebrengt als hij de opleiding betreedt meer professionele wiskundekennis in huis heeft dan iemand die de basale rekenvaardigheid tijdens zijn eerste studiejaar moet ophalen of verwerven.
- MBO-studenten scoren lager op alle onderdelen van de toets professionele wiskundekennis. Dat wordt mogelijk veroorzaakt door het feit dat veel MBO-studenten na hun veertiende geen wiskunde meer gehad hebben in hun vooropleiding en dus zes jaar lang nauwelijks gerekend hebben, terwijl dat voor HAVO-studenten hooguit twee jaar is.
- Bij MBO-studenten valt bovendien op dat ze in tegenstelling tot hun medestudenten het oplossen van contextsommen moeilijker vinden dan het oplossen van 'kale' sommen. Een mogelijke verklaring zou kunnen zijn dat 'kale' sommen voor zwakkere rekenaars wellicht meer herkenbaar zijn dan contextsommen, waardoor ze misschien eerder met een standaard oplossingsmanier opgelost worden. Dit betekent mogelijk dat studenten met

een vooropleiding in het MBO minder flexibel zijn bij het aanpakken van rekenproblemen die niet in een oogopslag herkend worden.

- PABO-studenten die hun vooropleiding met een centraal landelijk wiskunde-eindexamen hebben afgesloten doen het beter op de toets professionele wiskundekennis dan studenten met minder wiskunde in hun bagage. Toch betekent dit niet dat PABO-studenten stevige cursussen over hogere wiskunde zouden moeten gaan volgen. Hill, Rowan en Ball (2005) ontdekten dat Amerikaanse leraren die als nascholing wiskundecursussen gingen volgen niet verder groeiden in hun professionele wiskundekennis. Begrijpelijk, want voor het uitvoeren van wiskundige taken op de basisschool is geen kennis van 'hogere' wiskunde nodig. Studenten met meer wiskunde-ervaring in hun vooropleiding hebben hun rekenvaardigheid beter onderhouden en bezitten mogelijk daardoor over het algemeen toch iets meer professionele wiskundekennis. Maar blijkbaar wordt in die ontwikkeling op een gegeven moment een plafond bereikt en is verdere studie van hogere wiskunde niet meer van invloed op de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar.

Kortom: studenten die flexibel en vaardig kunnen rekenen, die dit al konden bij het betreden van de opleiding en die wiskunde gedurende hun hele vooropleiding in hun vakkenpakket hebben gehouden, scoren het beste bij het uitvoeren van de wiskundige taken van de basisschoolleraar. Dit zijn over het algemeen studenten die een positieve attitude bezitten ten aanzien van het vak wiskunde. Ze hebben plezier in het vak en beschikken over meer wiskundig zelfvertrouwen en talent dan hun medestudenten. Een positieve wiskundige attitude heeft een gunstige invloed op het verwerven van professionele wiskundekennis.

Professionele wiskundekennis en een wiskundige attitude

Oonk en De Goeij (2006) formuleerden de wiskundige attitude van de basisschoolleraar in de vorm van een lijst van eigenschappen die de basisschoolleraar bij het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs van pas kunnen komen. Zij vermelden onder andere: zelfvertrouwen, vasthoudendheid, probleemoplossend vermogen, nieuwsgierigheid naar een andere oplossingsmanier en zelfstandigheid.

De verschillen in wiskundige attitude van PABO-studenten zijn erg groot. Van Os (2004) ontdekte dat voor veel studenten aversie, onzekerheid en faalangst ten opzichte van rekenen-wiskunde de grootste obstakels blijken te zijn in de ontwikkeling van reken-wiskundige kennis op de PABO. Goffree en Oonk (2004) noteren als kenmerken van een goede basisschoolleraar dat hij tijdens de reken-wiskundeles met deskundigheid, zelfvertrouwen en plezier voor de klas staat.

Voor PABO-studenten die gedurende een groot deel van hun leven met het vak rekenen-wiskunde hebben geworsteld, valt het niet mee om een positieve houding van plezier en zelfvertrouwen ten aanzien van het vak te ontwikkelen. Dat vraagt een grote investering.

Tanja, de PABO-studente uit het begin van dit artikel, heeft een HAVO-diploma. Ze heeft geen wiskunde-eindexamen gedaan. De Wiscat-toets heeft ze in twee pogingen gehaald met 106 punten (104 punten is voldoende). Formeel voldoet ze aan alle eisen om de opleiding te vervolgen, maar haar zwakke score op de toets professionele wiskundekennis maakt duidelijk dat ze wiskundig gezien nog een lange weg te gaan heeft. Dat lijkt niet alleen een kwestie van professionele wiskundekennis verwerven, maar ook een kwestie van het ontwikkelen van een positieve wiskundige attitude. Mogelijk kunnen beide gelijktijdig tot ontwikkeling gebracht worden door tijdens de opleiding doelgericht te oefenen met de professionele wiskundige taken van de leraar in de basisschool, met name het doorgronden van leerlingenwerk. Nader onderzoek zou dit moeten uitwijzen.

Conclusies en aanbevelingen

Van de wiskundige taken die een basisschoolleraar moet uitvoeren bij het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs, blijkt het doorgronden van oplossingsmanieren van leerlingen de meeste professionele wiskundekennis te vereisen.

Tweedejaars PABO-studenten met een bovengemiddelde score op de Wiscat-toets, die deze toets in één keer hebben gehaald, die een hogere vooropleiding hebben gevolgd en/of tijdens die vooropleiding meer wiskundeonderwijs hebben genoten en daardoor hun rekenvaardigheid beter onderhouden hebben, beschikken over meer professionele wiskundekennis. Toch is deze kennis in het algemeen nog niet toereikend voor het doorgronden van leerlingenwerk.

De ontwikkeling van professionele wiskundekennis verdient aandacht in het vervolg van de opleiding.

Nader onderzoek moet uitwijzen:

- of de professionele wiskundekennis van PABO-studenten voldoende is voor het uitvoeren van de wiskundetaken van de basisschoolleraar die in dit onderzoek niet aan bod zijn geweest:
 - i. het bewijzen en verklaren van oplossingsmanieren;
 - ii. het bedenken van passende voorbeelden, non-voorbeelden en vraagstukken;
 - iii. eventueel nog andere wiskundetaken die aan de lijst in dit artikel toegevoegd kunnen worden.
- hoe de professionele wiskundekennis op de opleiding het beste tot ontwikkeling kan komen. Mogelijk kan het oefenen met wiskundetaken uit de praktijk – met name het doorgronden van leerlingenwerk – hierbij een rol spelen en zo gelijktijdig bijdragen aan de ontwikkeling van een positieve wiskundeattitude.
- of een grotere professionele wiskundekennis van de leraar ook betere rekenprestaties van leerlingen oplevert. Het verband tussen de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar en zijn onderwijsresultaten is tot nu toe uitsluitend onderzocht in combinatie met zijn kennis van leerlingen, het curriculum en onderwijsmethoden. Zo toonden Hill, Ball en Schilling (2008) aan dat leraren met meer Pedagogical Content Knowledge (PCK) betere resultaten boekten met hun leerlingen. Welke rol speelde de professionele wiskundekennis bij dit positieve effect?

Bij de start van dit onderzoek werd de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar gedefinieerd als de wiskundekennis die de leraar nodig heeft om wiskundige taken in de klas uit te voeren. Dit blijkt een adequaat uitgangspunt te zijn. Uiteraard moet gedurende de opleiding deze professionele wiskundekennis niet alleen op het juiste peil worden gebracht, maar ook verbonden worden met pedagogische en vakdidactische kennis, vaardigheden en inzichten, zodat de student uiteindelijk voldoende professionele gecijferdheid ontwikkelt. Het onderzoek heeft in ieder geval duidelijk gemaakt dat de basale rekenvaardigheid die de student bezit als hij voor de Wiscat-toets is geslaagd, slechts het begin vormt van de groei van professionele wiskundekennis die hij gedurende de opleiding moet doormaken.

Literatuur

- Ball, D. Loewenberg, Hoover Thames, M. & Phelps, G. (2007). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Paper submitted to the Journal of Teacher Education.
- Chick, H. L., Baker, M., Pham, T. & Cheng, H. (2006). Aspects of teachers' pedagogical content knowledge for decimals. In: J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 297-304). Prague: PME.
- Goffree, F. & Oonk, W. (2004). *Reken Vaardig*. Wolters-Noordhoff, Groningen/Houten.

- Hill, H.C., Loewenberg Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H.C., Rowan, B. & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Oonk, W., & Goeij, E. de (2006). Wiskundige attitudevorming. *Panama-post*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Zanten, M. van & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling. *Panama-Post*, 26(3), 3-18.
- Os, S. van (2004). Gecijferdheid beïnvloed(t). *Panama-Post*, 23(2), 17-21.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.