

Interactie: een vakpsychologische analyse (1)

J.M.C. Nelissen

Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

In een tweetal artikelen wordt aandacht besteed aan het begrip 'interactie' en de betekenis ervan voor het reken-wiskundeonderwijs. In het eerste artikel wordt nagegaan welke factoren de interactie met name in het (reken-wiskunde)onderwijs bepalen. Op grond daarvan wordt er een onderscheid bepleit in verticale, horizontale en simultane interactie. Deze typen interactie worden besproken en de mogelijkheden en beperkingen ervan worden geanalyseerd. De onderscheiding die wordt bepleit, kan beschouwd worden als een ordening die nodig is om in het tweede, hierna volgende, artikel adequaat te kunnen ingaan op de cognitief-psychologische processen die samenhangen met de verschillende interactietypen en die van invloed zijn op de leer- en denkprocessen die in het reken-wiskundeonderwijs van belang worden geacht.

1 Inleiding

In de literatuur wordt het interactiebegrip op vele uiteenlopende manieren beschreven, terwijl men in de praktijk soms geneigd is een les reeds als interactief te kwalificeren, zodra er sprake is van enige vorm van communicatie. De bedoeling van deze tekst is in zekere mate orde op zaken te stellen. Er wordt gepoogd een eerste *ordering* aan te brengen door na te gaan welke factoren de interactie in sterke mate bepalen. Op basis daarvan wordt een aantal interactietypen onderscheiden en op relevante kenmerken, vormen en niveaus, geanalyseerd. Deze ordening is nodig om - en dat is de andere bedoeling van deze tekst - het belang van de verschillende interactietypen te kunnen beschrijven. Er wordt ingegaan op de betekenis van verschillende typen van interactie voor het wiskundig denken en er wordt aandacht besteed aan soorten vragen die interactie- en reflectieprocessen belemmeren of juist stimuleren.

Onder interactie wordt in eerste instantie verstaan de verbale communicatie zoals we die in het onderwijs tussen leraar en leerlingen en tussen leerlingen onderling zien en horen plaatsvinden. Uiteraard bestaat er ook de non-verbale communicatie en die kan de verbale communicatie soms zelfs sterk beïnvloeden. Deze vorm van communicatie vereist echter een aparte studie net als de onbewuste communicatie, zo aan dat verschijnsel in het reken-wiskundeonderwijs al enige relevantie kan worden toegekend.

Waarom een vakpsychologische analyse? De benadering waarvoor in deze beschouwing is gekozen, wordt vakpsychologisch genoemd omdat, ten eerste, aan de hand van psychologische gegevens, namelijk de mate waarin personen betrokken zijn in de interactie en de mate waarin verworven kennis en inzichten van per-

sonen de interactie beïnvloeden, een typering kan worden gegeven van leer- en denkprocessen die zich in het reken-wiskundeonderwijs voordoen. Ten tweede worden basale cognitieve processen in onderlinge samenhang besproken, namelijk: constructie, interactie en reflectie. Deze processen worden in de didactiek van het reken-wiskundeonderwijs als fundamentele processen beschouwd. Ten derde wordt nagegaan hoe verschillende soorten vragen in psychologische zin het interactiepatroon tussen leraar en leerlingen beïnvloeden; de interactie en het mathematiseren kan door vragen worden gestimuleerd of juist belemmerd. Samengevat, de processen die onderwerp zijn van de vakpsychologische benadering zijn onlosmakelijk verbonden met enkele belangrijke vakdidactische, realistische uitgangspunten.

2 Korte historie

In Nederland is het onderwijs - en ook het rekenonderwijs - eeuwenlang tot ongeveer 1800 vooral individueel geweest. We spreken in dit verband ook wel van 'hoofdelijk onderwijs'. De leerkracht gaf individueel instructie en de kinderen volgden een eigen leerweg en een eigen programma. Ze hadden niet veel in de melk te brokkelen en deden er het zwijgen toe. Als reactie zien we begin negentiende eeuw het frontaal-klassikaal onderwijs opkomen. De leerkracht praatte echter niet mét, maar tégen de kinderen en deze zwegen nog steeds. De nieuwe reactie - begin twintigste eeuw - is 'Vom Kinde aus'. Individueel onderwijs dus weer en opnieuw mogen de kinderen, althans in de scholen die daarvoor kozen, op eigen niveau en tempo werken. Maar evengoed

komen ze nog steeds niet aan het woord. Bij al deze veranderingen in de loop der tijden bleef één zaak ongewijzigd: het zijn de leerkrachten die het woord voeren, terwijl de eigen inbreng van de kinderen geen factor van betekenis is. Met eigen inbreng van kinderen wordt bijvoorbeeld bedoeld dat ze informele werkwijzen mogen volgen, dat ze mogen putten uit eigen ervaring en daarover kunnen overleggen. Pas wanneer zulke kwesties een rol gaan spelen, krijgen we zicht op interactief onderwijs. Vooralsnog ligt een lange traditie van non-interactief onderwijs achter ons.

De omslag naar interactief onderwijs is niet eenvoudig en vanzelfsprekend. Daarmee hangt samen een ander beeld van het lerende kind. Enkele elementen van zo'n beeld zijn deze:

- Het leren is niet een puur individueel, maar ook een sociaal proces.
- Kinderen leren productief en niet reproductief, actief en niet mechanisch.
- Kinderen zijn in staat geleidelijk aan steeds meer verantwoordelijkheid te nemen voor hun leren.
- Kinderen zijn in staat te leren zélf te mathematiseren - denk aan het bedenken van en experimenteren met strategieën, vergelijken van aanpakken, verbanden leggen, enzovoort - zij het onder leiding van de leerkracht.
- Interactief onderwijs vraagt een minimum aan vertrouwen in wat kinderen kunnen.

Het is echter niet alleen zo dat leraren een ander beeld van het lerende kind moeten ontwikkelen, zij zouden ook aan een ander beeld van zichzelf kunnen werken. Interactief onderwijs vraagt van de leraar immers een andere houding: bereid zijn ruimte te bieden aan kinderen, ervan uitgaan dat de denkbeelden van kinderen de moeite waard zijn, open opdrachten aanbieden en niet alleen kant-en-klare opdrachten, enzovoort.

3 Factoren die interactie bepalen

Door welke factoren wordt het verloop van interactieprocessen in, maar ook buiten, het onderwijs beïnvloed? Dat zijn er vele, zoals: ervaring, gewoonten, cultuur, bedoelingen, relatie tussen de partners, leeftijd, deskundigheid, rolpatronen, specifieke situatie, enzovoort. Granott en Gardner (1994) en Bruner (1986) wijzen op twee factoren die voor het verloop van elk interactieproces karakteristiek en funderend zijn, namelijk:

- de mate van verschil in expertise in termen van kennis en ervaring;
- de mate van intensiteit van de interactie of samenwerking.

Alvorens op beide factoren of dimensies dieper in te gaan, wil ik eerst nog aandacht besteden aan een derde factor die ik als de *inhoudelijke* dimensie zal typeren.

Pas als een onderwerp of probleem voor kinderen boeiend en interessant is, zullen ze er met aandacht en plezier met elkaar en de leerkracht over willen praten. Ten tweede zullen kinderen pas in staat zijn om zinnig over een onderwerp of probleem mee te denken en te praten als ze er enige kennis van of ervaring mee hebben; als het een kind boven de pet gaat, houdt alles op. Maar er is nog iets: het leren rekenen en mathematiseren zijn niet denkbaar zonder verwondering, zonder uitwisseling van ideeën, zonder vragen en luisteren naar de reacties daarop. Laten we eens kijken naar de volgende voorbeelden uit de TAL publicatie (M. van den Heuvel-Panhuizen e.a., 2001) (fig.1).

25.999 kippen bij brand omgekomen
- van onze correspondent -

In de loods bevonden zich 26.000 kippen.
Eén kuiken kon aan de vlammen ontsnappen.

Bezoekster: Mijnheer, hoe oud is die dinosaurus nu?
Suppoost: Die is 50 miljoen en vier jaar oud.
Bezoekster: Hè?
Suppoost: Ja, want toen ik vier jaar geleden hier begon te werken, zei men dat hij 50 miljoen jaar oud was.

figuur 1

Het precieze aantal in de loods aanwezige (en bij de brand omgekomen) kippen zal toch bij velen verwondering wekken, net zo goed als de manier waarop de suppoost de ouderdom van de dinosaurus vaststelt. Het gaat hier om schattend rekenen en denken in orde van grootte en zulke kwesties lokken spontaan discussie of interactie uit. Algemener gesteld kan gezegd worden dat rekenen-wiskunde leren onlosmakelijk is verbonden met processen van gezamenlijke, kritische analyse en interactie. Er kan gepraat worden over strategieën voor schatten, betekenis van procedures, de inzet van middelen (denk aan de zakrekenmachine), de zinvolheid en betekenis van strategieën voor hoofdrekenen, enzovoort. Ik ga nu in op de twee bovengenoemde dimensies: mate van verschil in expertise en mate van verschil in intensiteit van interactie.

4 Mate van verschil in intensiteit en expertise

Mate van verschil in intensiteit van de interactie of samenwerking

Er is sprake van een groot scala aan situaties en mogelijkheden: van totaal geen interactie tot zeer intensieve

interactie. Van een terloopse tip van de leerkracht ('Gebruik je rekenrek dan ook') tot een inspannende discussie over bijvoorbeeld getallen die je wel en niet mag optellen.

Voorbeeld: 'De temperatuur in een emmer water is 35°. In een tweede emmer is die eveneens 35°. Samen dus 70°,' zegt Marijke.

Kan dat wat ze zegt, mag ze op die manier optellen? Waarom wel of niet? Ken je nog meer voorbeelden van getallen die je niet mag optellen? En aftrekken? Deze vragen zijn aanleiding tot discussie over de betekenis van getallen, hoe getallen de werkelijkheid representeren, over operaties met getallen, over denkfouten en misverstanden, er worden voorbeelden en tegen-voorbeelden besproken.

Mate van verschil in expertise

Ook nu is weer sprake van een enorm scala aan mogelijkheden: van helemaal geen verschil in kennis en ervaring tot een groot verschil in kennis en ervaring. Geen verschil kan betekenen dat twee of meer mensen (kinderen) discussiëren over kwesties waar ze met z'n allen geen kaas van hebben gegeten. Maar ook kan het de samenwerking tussen hooggespecialiseerde vakmensen betreffen.

In het onderwijs is verschil in expertise tussen leerkracht (docent) en leerlingen (studenten) vanzelfsprekend. Echter, dat verschil zal langzaam maar zeker afnemen: de leerlingen leren immers. Soms zelfs neemt het verschil in rap tempo af en brengen sommige leerlingen hun leerkracht wel eens in de problemen. Het komt ook voor dat leerlingen door hun hobby's al gauw meer dan de leraar weten en dat maakt interactie er alleen maar interessanter op. In uitzonderlijke gevallen stijgen leerlingen boven hun leraar uit, dat geldt bijvoorbeeld voor talentvolle pianoleerlingen. We verenigen beide dimensies in een eenvoudig schema (fig.2).¹ We zien nu vier cellen, maar in werkelijkheid zijn dat er veel meer, omdat zowel het verschil in kennis als de

mate van verschil in intensiteit in de dagelijkse werkelijkheid heel geleidelijk toeneemt. Ik zal de vier meest uitgesproken cellen kort karakteriseren.

Links onder: hier is geen samenwerking en er is geen verschil in expertise. Dit is op het eerste gezicht een wat merkwaardige cel, maar toch vinden hier belangrijke leerprocessen plaats, zoals in het vervolg wordt toegelicht. Links boven: hier is een groot verschil in expertise, maar er is geen of nauwelijks samenwerking. Rechts onder: geen verschil in expertise, maar hier vindt wel intensieve interactie plaats. Rechts boven: groot verschil in expertise en intensieve samenwerking. Hoe meer naar rechts in het schema, hoe sterker de samenwerking. De beide rechtercellen staan dus voor intensieve samenwerking. We kunnen dus zeggen dat de rechtercellen de interactie representeren en de linker cellen non-interactie. In de (niet weergegeven) cellen is sprake van een bepaalde gradatie van samenwerking: deze is sterker of zwakker.

Geen verschil in expertise of kennis zien we in de onderste cellen, in de bovenste cellen is er een groot verschil in expertise. Van beneden naar boven (in de niet weergegeven cellen) neemt de mate waarin de expertise verschilt dus geleidelijk aan toe. Máár, overal in het schema, in alle gebieden (cellen) vindt onderwijzen en leren plaats.

Met andere woorden, interactief leren is niet de enige manier. Bij wijze van voorbeeld laat ik zien welke vormen van leren en onderwijzen er in de vier meest uitgesproken cellen kunnen voorkomen (fig.3). In alle vier de cellen vinden echter nog meer - funderende - leerprocessen plaats. De leerprocessen die zich links onder voordoen zijn meestal niet het gevolg van vooropgezette bedoelingen van volwassenen. Er wordt hier niet geleerd, omdat volwassenen kinderen iets willen leren. In deze cel is de intensiteit van samenwerking en interactie immers minimaal, er wordt helemaal niet samengewerkt.

Tóch vinden hier belangrijke leerprocessen plaats, bijvoorbeeld de zogenoemde accommodatieprocessen zo-

		Intensiteit van interactie	
		- Geen interactie	- Wél interactie
Verskil in expertise	- Wél verschil expertise	- Wél verschil expertise	- Wél verschil expertise
	- Geen verschil expertise	- Geen interactie	- Geen verschil expertise

figuur 2: verschil in expertise en intensiteit van interactie

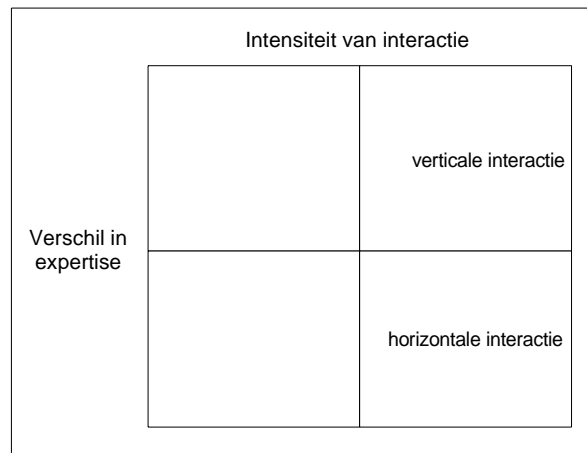
als die door Piaget zijn onderzocht en beschreven. Wanneer de aanpakken of de kennis waarover een kind beschikt niet (meer) voldoen om een nieuw probleem op te lossen, zal of kan het kind nieuwe aanpakken construeren of de bestaande aanpassen. De leerprocessen die in deze cel plaatsvinden, zijn verbonden met experimenteren, onderzoeken en het doen van vondsten. Het gaat hier steeds om individueel en zelfstandig handelen, min of meer los van volwassenen, het handelen dus dat zich bij kinderen - volgens Piaget - op eigen kracht voltrekt. Bekend en vergelijkbaar hiermee is hoe Braziliaanse snoepverkopers zichzelf, zonder enige vorm van instructie, leren rekenen, zij het natuurlijk op basis van de onderhandelingen met hun klanten.

Links boven spelen zich weer heel andere leerprocessen af. De interactie is gering, maar de kinderen imiteren wat ze in hun cultuur en sociale omgeving aantreffen omdat dit betekenis voor hen heeft. Ze leren door creatief nadoen allerlei gewoonten en gebruiken. Ze leren door creatieve imitatie hun moedertaal, ze leren tellen, ze leren spelletjes spelen, ze maken kennis met ruimte, de functie van voorwerpen, ze leren wat regelmaat is, tijd, ruimte en maat. Het leren dat hier plaatsvindt is vooral door Vygotskij beschreven, die in zijn cultuur-historische theorie analyseerde hoe kinderen het gedrag van volwassenen imiteren, omdat dat voor hen interessant en betekenisvol is.

Rechts boven en rechts beneden zijn de processen van

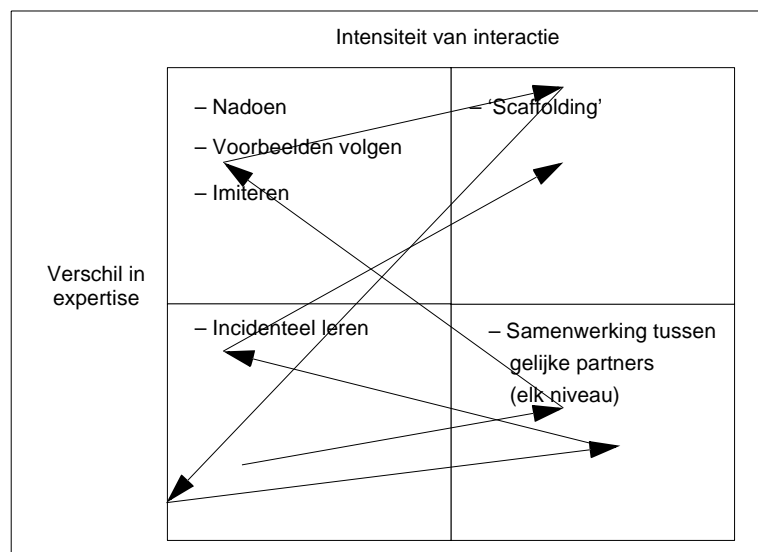
5 Typen van interactie

In dit artikel wordt een onderscheid gemaakt in horizontale, verticale en simultane interactie.²



figuur 4: horizontale en verticale interactie

In figuur 4 zien we de horizontale en verticale interactie uitgebeeld. Met verticale interactie is bedoeld de interactie tussen leerkracht en leerlingen. Onder horizontale interactie wordt verstaan de interactie tussen de leerlin-



figuur 3: vormen van leren onderwijzen

interactief onderwijzen en leren weergegeven, waar ik in het vervolg van dit artikel aandacht aan zal besteden. In het alledaagse leven zien we overigens het leren voortdurend kris-kras door het schema heen en weer schieten (zie de pijlen in figuur 3).

gen onderling. Simultane interactie betekent dat de verticale en horizontale interactie verbonden en geïntegreerd worden. Die integratie kan men zich als volgt denken.

Om te beginnen praat de leerkracht met de leerlingen

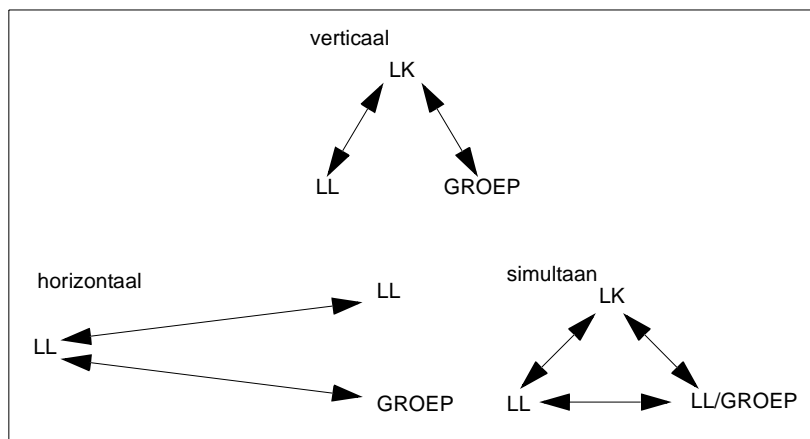
van de groep, bijvoorbeeld over een onderwerp, probleem of dilemma. Er worden heen en weer vragen gesteld, er wordt geluisterd, gegevens worden nagelopen, begrippen verhelderd, voorbeelden bekeken, enzovoort. Als duidelijk is welk probleem of welke opgave moet worden aangepakt en waarom dat interessant is, dan is dit een natuurlijke aanleiding om de leerlingen onderling met elkaar aan de slag te laten gaan.

Dit kan in kleine groepjes van twee, drie of vier leerlingen. Er worden afspraken gemaakt over de wijze van samenwerking (wie noteert, wat te doen als men het niet eens wordt, wie leidt het gesprek?).

De leerlingen gaan aan de slag. Ze brengen ideeën in, overleggen over oplossingen, bespreken elkaars werkwijzen, leggen aan elkaar uit, ze experimenteren en onderzoeken. Het overleg tussen de leerlingen is weer aanleiding om met de hele groep gedachten uit te wisselen onder leiding van de leerkracht. Het is spannend om te horen waar men in andere groepjes op uitkwam. Zoals we zien komt de verticale interactie (leerkracht - leerlingen) en de horizontale interactie (leerlingen onderling) in een natuurlijk verband afwisselend tijdens een les aan de orde. Bij de simultane interactie is het essentieel dat de aard van het gesprek en het gespreksverloop door zowel de inbreng van de leerkracht als van de leerlingen wordt bepaald. In figuur 5 zijn de drie typen van interactie nogmaals, maar op een andere manier, afgebeeld.

tuurdragers'. Hiermee is in zijn algemeenheid de betekenis van verticale interactie in het (reken-wiskunde)onderwijs aangegeven. In meer specifiek-didactische zin is het de leraar die in principe de activiteiten van de leerlingen - hun werkwijzen, vondsten, leerprocessen, enzovoort - waardeert. Biedt een vondst perspectief en zo nee, wat dient dan te gebeuren? De leraar lokt bovendien door bijvoorbeeld socratische vragen kritisch denken en reflectie uit. Verticale interactie - het zij nog eens benadrukt dat hiermee niet een uitsluitend door de leraar geredigeerde vorm van communicatie is bedoeld, maar samenspraak tussen leraar en leerlingen - zal gewenst zijn als een erg lastig onderwerp door veel leerlingen niet wordt begrepen, zoals bijvoorbeeld grafieken. Deze vorm van interactie zal ook gewenst zijn als bijvoorbeeld het leerproces bij een of meerdere leerlingen stagneert of als zich specifieke problemen voordoen zoals in het speciaal onderwijs. Er kunnen verschillende vormen van verticale interactie worden onderscheiden. Deze worden kort beschreven.

De eerste vorm heeft Bruner getypeerd als *scaffolding*. Scaffold betekent letterlijk steiger en je zou kunnen spreken van 'besteigering'. Bruner gebruikt dit beeld van steigers zetten in Vygotskiaanse zin. De leerkracht geeft hints, komt met voorbeelden, doet suggesties zodat de leerlingen op eigen kracht weer verder kunnen.



figuur 5: drie typen van interactie

Verticale interactie

Onder verticale interactie wordt verstaan de interactie tussen de leerkracht en één leerling, een groepje leerlingen of de hele klas. Wanneer is in het reken-wiskunde-onderwijs verticale interactie wenselijk? Zoals bekend beschouwt Vygotskij de kinderlijke ontwikkeling als een maatschappelijk proces waarin kinderen zich door interactie of omgang met volwassenen de culturele verworvenheden (tekens en betekenissen) op actieve wijze eigen maken. Leren is met andere woorden ondenkbaar zonder intensieve omgang met volwassenen als 'cul-

Als dat zo is, trekt de leerkracht zich terug en laat de leerlingen hun gang gaan. De leerkracht houdt echter voortdurend een oogje in het zeil en indien het wenselijk is, treedt de leerkracht weer op de voorgrond, geeft uitleg, stelt vragen, wijst op een probleem. Deze vorm van interactie is heel geschikt in het basisonderwijs, zij het nog niet op ruime schaal beoefend.

Dat is de tweede vorm ook en dat is het 'parafraseren', iets met andere woorden zeggen, ook wel *revoicing* genoemd. De leerkracht luistert goed naar wat leerlingen zeggen en probeert 'met andere woorden' uit te drukken wat de leerlingen waarschijnlijk bedoelen, maar niet ge-

heel adequaat zeggen. De leerlingen merken dat gewaardeerd wordt wat ze denken en zeggen, en de leerkracht probeert dit op hoger niveau te brengen.

Ten derde is er het 'wederkerig leren', ook wel *reciprocal teaching* genoemd. Deze vorm van interactie houdt in dat de leerkracht en een leerling beurtelings het gesprek in goede banen leiden. Om dit in de praktijk goed te laten verlopen, moet aan een aantal voorwaarden worden voldaan, zoals uit onderzoek is gebleken (Aarnoutse, 2000). Vooralsnog hebben we met een vorm van interactie te maken die vooral in het voortgezet onderwijs is beproefd. Wellicht dat in de bovenbouw van het basisonderwijs wederkerig leren mogelijk is, maar dat moet nog blijken.

De vierde vorm van verticale interactie is het 'meester-gezel' model, ook wel *apprenticeship* genoemd. Dit is een vorm van onderwijzen die alleen omwille van de volledigheid wordt vermeld, en die vooral in het beroepsonderwijs een nuttige functie vervult. Er volgt nu een voorbeeld van verticale interactie, in het bijzonder van *scaffolding* en *revoicing*.

Het gaat om een bekend probleem: 'Hoeveel kinderen zouden samen evenveel wegen als een ijsbeer?' De leerkracht bespreekt dit probleem met haar groep: 'Tja, hoeveel weegt een ijsbeer?' Er volgt nu een discussie en de uitkomst is: zo'n 400 kilo. Maar we moeten nu ook weten wat een kind weegt.

Lk.: 'Wat voor kind? Hoe oud?'

Een kind vraagt: 'Uit welke groep?'

De kinderen doen verschillende voorstellen en ze komen uit op een kind uit de eigen groep, groep 6. Maar ja, hoeveel weegt een kind uit groep 6?

'Zijn jullie allemaal even zwaar?', vraagt de leerkracht.

Dat is niet zo, vinden ze en opeens komt een leerling met een mooie vondst:

'We nemen een *voorbeeldkind*.'

'Mooi, wat is dat dan? Wie zou een voorbeeldkind kunnen zijn?', vraagt de leerkracht.

'Mieke', wordt gezegd.

Lk.: 'Waarom Mieke?'

Kind: 'Hoeveel weegt je Mieke?'

Dat weet Mieke niet precies, wel ongeveer en weer ontstaat een discussie. De leerlingen worden het erover eens dat sommige kinderen niet zo zwaar wegen als Mieke en andere kinderen juist weer zwaarder zijn. Op dit belangrijke moment in de les, vraagt de leerkracht de aandacht en parafraseert wat de kinderen hebben gevonden bij monde van één kind:

'Mooi, en in plaats van *voorbeeldkind*, kunnen we ook zeggen *gemiddeld of gemiddeld kind*. Dat betekent hetzelfde.'

Dit is een schoolvoorbeeld van *revoicing*: uitgaan van wat de kinderen zelf bedenken, daarvoor de adequate begrippen introduceren en zo werken aan niveauverhoging.

Tot slot vraagt de leerkracht wat men dan bedoelt met de termen: gemiddelde lengte, leeftijd en temperatuur? Het begrip dat zojuist geleerd werd - op basis van de vondst van een van de kinderen - werd hierdoor verdiept.

Natuurlijk is het feit dat de leraar de term 'gemiddeld' introduceert geen garantie dat er niveauverhoging optreedt. Wat hier gebeurt, is dat de kinderen zélf een ade-

quaat begrip vonden en daarover gingen redeneren. Het begeleiden van dát proces betekent wél niveauverhoging. Het gaat echter niet altijd zoals we dat graag wensen. Hieronder volgt een voorbeeld van een gesprek met zes zwakke leerlingen die met rekenen extra geholpen worden; vijf van deze leerlingen zijn van allochtone afkomst. Er wordt weer gepraat over het probleem van de ijsbeer. (Ond. is de onderzoeker en ll. is een leerling.)

Ond.: 'Hoeveel kinderen wegen samen evenveel als een ijsbeer? Hoeveel weegt een ijsbeer?'

ll.: '100 kilo.'

2° ll.: '100 kilo en een half.'

Ond.: 'Nou, denk nog eens goed na.'

3° ll.: '200 kilo.'

Na enige discussie wordt overeengekomen dat het 500 kilo kan zijn.

Ond. bedenkt een nieuwe ingang: 'Hoeveel kinderen kunnen er op een wip zitten, zodat ze samen evenveel wegen als een ijsbeer?'

ll.: 'Op een wip?'

2° ll.: 'Dat kan niet, dan breekt de wip.'

3° ll.: 'Meester, ik weet het niet, ik heb nog nooit een ijsbeer gezien.'

Ond.: 'Ook niet in de dierentuin?'

3° ll.: 'Ik ben nog nooit in een dierentuin geweest.'

2° ll.: Houdt vol en herhaalt: 'De wip breekt.'

De onderzoeker (auteur) merkt dat hij de controle over de situatie dreigt te verliezen en stelt een nieuwe vraag: 'Hoeveel weegt een kind eigenlijk?'

ll.: 'Evenveel als Pavarotti.'

2° ll.: 'Ja, die was als kind al zwaar.'

En zo ging dat gesprek nog een poosje door. De onderzoeker, zo zien we, slaagde er niet in de belangstelling van de kinderen te wekken voor het ijsbeerprobleem. Dat werd vermoedelijk veroorzaakt door het feit dat een beeld werd geïntroduceerd (de wip) dat voor de kinderen niet erg realistisch was. De onderzoeker stelt ook geen vragen die de kinderen kunnen boeien.

Niveaus van verticale interactie

Eerste niveau: de leerkracht volgt zijn eigen bedoelingen

Op dit niveau praat de leerkracht weliswaar met de leerlingen, maar vooral om ze te laten doen wat de leerkracht al in zijn/haar hoofd heeft. Niettemin is er sprake van interactie. Een leerkracht praat met Geertje (G.), groep 6.

Lk.: 'Geertje, wat betekent 18 gedeeld door 2?'

G.: 'Negen.'

Lk.: 'Maak eens een verhaal, kun je dat?'

G.: 'Nee.'

Lk.: 'Bij 18 moet je ... wát bedenken, wat zijn 18?'

G.: zegt niets.

Lk.: 'Teken eens 18eh .. wat je wilt.'

G.: 'Tot 18 ... cijfers?' Zij schrijft op: 1, 2, 3, 4...tot 18.

- Lk.: 'Wat zijn 18?'
 G.: 'Huizen ... oh nee, cijfers.'
 Lk.: 'Wat kun je van die 2 maken?'
 G.: '... 18 huizen, als je bij 10 komt of bij 8, weet je dat het 9 is.' En G. herhaalt dus het antwoord op de opgave: 18 gedeeld door 2 is 9.
 Lk.: 'Teken nu 18 huizen.'
 G.: 'Begint ijverig 18 huizen te tekenen.'
 Lk.: 'Goed, dat zijn 18 huizen, nu moet je iets met 2 doen. Wat zijn dat?'
 G.: 'Huizen?'
 Lk.: 'Wat bedoel je?'
 G.: '... lange stilte ...'
 Lk.: 'Die ... 2 mensen gaan samen in ... ?'
 G.: '18 huizen wonen.'
 Lk.: 'Nee we hadden het over délen, niet over wónen.'

Tot zover dit gesprek. We zien dat de leerkracht krampachtig bezig is deze leerling duidelijk te maken dat getallen iets betekenen. Want dan ga je uit van het kind, had deze leerkracht van zijn rekenbegeleider geleerd. Hij volgt echter hierin volstrekt zijn eigen 'agenda' en wil dat het kind hem volgt, hoe dan ook. Zijn poging om van het kind uit te gaan, draait erop uit dat hij alleen nog op zijn eigen bedoelingen afkoerst. Het valt ook op dat Geertje meteen al het goede antwoord geeft, maar dat wordt gewoon genegeerd. Geertje tast vervolgens dan ook volkomen in het duister omtrent de bedoelingen van al die vragen en denkt waarschijnlijk voortdurend dat er met het antwoord dat ze gaf iets mis is.

Tweede niveau

Op het tweede niveau is er eveneens sprake van interactie en krijgen de kinderen de ruimte voor eigen inbreng, maar de leerkracht is op dit niveau geneigd met alle invallen en gedachtesprongen van de kinderen mee te gaan. Ook als de kinderen (te ver) van het onderwerp afdwalen, volgt de leerkracht de kinderen en verliest aldus greep op het beoogde, oorspronkelijke denk- en oplossingsproces. In de praktijk ziet men vaak dat de kinderen gaan 'zweven'. De leerkracht geeft onvoldoende leiding aan het gezamenlijke gesprek en dat levert dan ook weinig op.

Derde niveau

Op dit niveau volgt de leerkracht niet rigide zijn of haar eigen bedoelingen, maar geeft wel sturing aan het gezamenlijke gesprek. De kinderen krijgen ruimte om met eigen vondsten te komen, maar als die evident geen perspectief bieden, grijpt de leerkracht in om opnieuw richting te geven aan het gesprek. Dat kan bijvoorbeeld door middel van kritische interventies en hints en door van de kinderen te vragen helder te formuleren zodat ze door iedereen worden begrepen. 'Scaffolding', zoals we dat boven hebben omschreven, is de interactievorm die typerend is voor dit derde niveau.

Verticale interactie: kritische aandachtspunten

In de praktijk van de verticale interactie kan wel eens iets verkeerd gaan. Dat is ten eerste dat de leerkracht zich er onvoldoende van bewust is dat hij of zij te veel vanuit de eigen (volwassen) inzichten uitleg geeft, materialen en modellen gebruikt, voorbeelden kiest en metaforen gebruikt. Het gevolg is dat over de hoofden van de kinderen heen wordt gepraat. Wat dit concreet betekent, heb ik jaren geleden mogen ervaren tijdens mijn eerste computerles. De cursusleider dacht en doceerde volledig vanuit een systeem dat hij onder de knie had, maar waarmee ik volstrekt onbekend was. De uitleg die hij gaf en de voorbeelden die hij gebruikte, veronderstelden echter kennis van het systeem, maar dat moest ik mij juist nog helemaal eigen maken.

Ten tweede moet voorkomen worden dat er *pseudo-interactie* ontstaat. Dat houdt in dat de leerlingen 'volgens de regels' het spelletje meespelen, sociaal wenselijke antwoorden produceren en als het ware onderduiken in het collectieve proces. Er wordt niet ingegaan op argumenten en ze zijn het met elkaar en de leerkracht eens als ze denken dat dit handig is. Ze handelen ritueel in plaats van interactief.

Ten derde dreigt het gevaar dat de leerlingen op het vragenpatroon van de leerkracht in legitimerende zin reageren, terwijl de leerkracht hoopt en bedoelt dat de vragen kritisch denken uitlokken. Met name op vragen als: 'Hoe heb je gedacht?' of 'Waarom doe je dat zo?' of 'Waarom denk je zo?', reageren de leerlingen vaak legitimerend, omdat ze denken dat die vragen zijn bedoeld om na te gaan of ze in de les wel hebben opgelet. Ze gaan zich dan niet afvragen hoe ze werkelijk hebben gedacht, als ze dat al weten. De aandacht van wat ze werkelijk hebben gedacht, wordt alleen maar afgeleid omdat ze proberen te bedenken wat de leerkracht wil horen. Legitimering kan worden voorkomen door in plaats van directe vragen te stellen van het type 'Waarom doe je dat zo?' of 'Hoe heb je gedacht?' indirecte, reflectie-oproepende vragen te stellen. Bijvoorbeeld: open opdrachten, doorspelen van vragen, dilemma's, enzovoort.

Ten vierde dreigt soms het gevaar van *nep-interactie*. In dit geval worden de leerlingen gestimuleerd hun zegje te doen en als ze dat eenmaal gedaan hebben, merken ze dat de leerkracht er helemaal niet in is geïnteresseerd. De leerkracht had allang de werkwijze of procedure die gevolgd moest worden in zijn of haar hoofd. Als de leerlingen dit vaker meemaken, zal de animo om in de toekomst spontaan in te gaan op het verzoek een eigen inbreng te leveren, niet erg groot zijn.

Horizontale interactie

Onder horizontale interactie wordt verstaan de interactie tussen een leerling en een medeleerling, de interactie tussen leerlingen in een klein groepje en tussen een leer-

ling en de hele klas. Wanneer en waarom is horizontale interactie in het reken-wiskundeonderwijs gewenst? Horizontale interactie leent zich goed voor het verkennen van een nieuw onderwerp. De leerlingen kunnen bijvoorbeeld uitzoeken wanneer en waar ze het begrip 'procent' tegengekomen zijn en wat er dan mee wordt bedoeld. Zulk onderzoek geeft zelfvertrouwen en de kinderen leren van elkaar. Ze worden met elkaars werkwijzen geconfronteerd en ervaren dat er ook andere werkwijzen mogelijk zijn. Dit kan leiden tot beter inzicht in de eigen werkwijze. Ze leren ook dat ze in staat zijn zelf iets uit te zoeken. Met name open problemen, in tegenstelling tot standaardopgaven, zijn geschikt om op basis van horizontale interactie aan te pakken omdat er iets te ontdekken en uit te zoeken valt. Op basis van horizontale interactie kunnen ook niveauverschillen worden aangepakt. In een VMBO-klas constateerde ik eens grote verschillen in inzicht bij het leren van grafieken. De leerlingen die het snappen kunnen in zo'n geval *samen* aan verdiepingsoopdrachten werken zodat de leraar tijd krijgt om met de andere leerlingen nog eens aan de slag te gaan.

Er kunnen een aantal vormen van horizontale interactie worden onderscheiden. De eerste vorm is het leren met een tutor, kortweg *tutorleren* genoemd. Er worden weer verschillende soorten tutorleren onderscheiden (zie Vosse, 2000), maar ik beperk me tot de praktijk waarin een oudere leerling een jongere ondersteunt. Vosse heeft laten zien dat de leerling die hulp krijgt profiteert van de hulp, maar ook de tutores varen er wel bij. Daarna te denken over het type hulp dat geboden moet worden en over de vraag welke uitleg adequaat is, leert ook de degene die hulp geeft.

De tweede vorm is het meest bekend en dat is *coöperatief* of *samenwerkend leren*. Deze vorm van interactie is in het basisonderwijs nog betrekkelijk weinig beoefend (door ongeveer 6 procent van de scholen), maar wél in het voortgezet onderwijs. Vooralsnog moeten vrij hoge eisen worden gesteld aan een groepje leerlingen dat zelfstandig - en zonder inmenging van de leerkracht - samenwerkend aan de slag gaat om gezamenlijk een taak aan te vatten of een probleem op te lossen. De Achilleshiel is steeds de sociaal-emotionele complexiteit die kenmerkend is voor groepswork (Van der Linden & Roelofs, 2000).

De derde vorm is het *leren in tweetallen*. In het basisonderwijs is met leren in tweetallen nog weinig of geen ervaring opgedaan, wél echter in het voortgezet onderwijs.

In het algemeen kan gezegd worden dat horizontale interactie bij leerkrachten in het basisonderwijs nog niet erg vertrouwd is. Waarschijnlijk is men bevreesd de regie en controle kwijt te raken als de leerlingen zelfstandig aan het werk gaan. Die vrees is begrijpelijk, maar toch kan de horizontale interactie een sterke stimulans betekenen voor het leren en het zelfvertrouwen van de

leerlingen. De drie genoemde vormen vragen echter om grondige voorbereiding en begeleiding van de leerkracht. De leerlingen moeten ervaren wat het betekent om met elkaar, samen te leren, welke regels dan gelden en wat je moet doen als zich problemen voordoen. Als met het samen leren vroeg wordt begonnen, zij het voorzichtig gedoseerd, zal men in de bovenbouw van de basisschool daarvan de vruchten kunnen plukken.

Niveaus van horizontale interactie

Interactie tussen kinderen onderling is van vele factoren afhankelijk, zo schreef ik, onder andere van de leeftijd. Komt interactie tussen heel jonge kinderen wel voor? In het project 'Samen Rekenen', een project waarin de reken-wiskundige vaardigheden in samenhang met de ontwikkeling van taal en denken bij jonge allochtone kinderen (anderhalf tot vier jaar) wordt gestimuleerd, met name door het aanbieden van rekenspelletjes, hebben we wekelijks in peuterspeelzalen geobserveerd (Nelissen, 2001). Twee of drie observatoren keken hoe moeders met kinderen aan het werk gingen en of, en hoe kinderen met elkaar interacteerden. Zelden of nooit werd vastgesteld dat er *spontane interactie* tussen kinderen voorkwam. Wel gebeurde het dat kinderen elkaar het bezit van speelgoed betwistten en dan vond er ook een bepaald type interactie plaats. Maar samen bijvoorbeeld iets maken en daarover met elkaar praten zagen we bij deze jonge allochtone kinderen zelden. Hoewel er sprake is van een aangeboren taalvermogen, net zo goed als een aangeboren besef van hoeveelheden (Butterworth, 1999), lijkt de neiging tot interactie in sterke mate afhankelijk van culturele stimulatie. Welke niveaus van interactie kunnen worden onderscheiden? De Britse psycholoog Mercer (1999) maakt een onderscheid tussen verschillende manieren waarop kinderen samen praten. Deze kunnen opgevat worden als niveaus van horizontale interactie. Het zijn de volgende.

Eerste niveau

Het 'twistgesprek' oftewel *disputational talk*. Tijdens het twistgesprek vindt een vluchtig uitwisselen van beweringen plaats, de leerlingen luisteren niet echt naar elkaar en er wordt geen serieus overleg gevoerd. De opbrengst van het gesprek is dan ook doorgaans mager.

Tweede niveau

Het 'voortbordurend gesprek' oftewel *cumulative talk*. Op dat niveau wordt de interactie gekenmerkt door een kritiekloos voortbouwen op elkaars opmerkingen en argumenten. Elke gespreksdeelnemer stapelt echter individueel kennis op, min of meer los van de ander die ook bezig is met het opeenhopen van eigen kennis. De opbrengst van dit soort gesprekken is beperkt.

Derde niveau

Het 'exploratief gesprek' oftewel *exploratory talk*. Tij-

dens dit gesprek gaan de deelnemers serieus in op elkaars argumenten, er worden over en weer suggesties gedaan en besproken, soms worden beweringen aangenomen (hoewel niet kritiekloos) en soms worden ze weerlegd. Als er besluiten vallen of conclusies worden getrokken is dat het resultaat van een gezamenlijke inspanning.

Horizontale interactie: kritische aandachtspunten

Samen leren is, zoals Mercer op grond van onderzoek laat zien, een manier van leren die erg vruchtbaar kan zijn. De kinderen moeten echter wel ervaren hoe ze samen moeten leren en de leraren moeten dit samen leren goed leiden. Er kunnen zich dus problemen voordoen.

Ten eerste zijn sommige kinderen geneigd het spelletje zonder veel overtuiging mee te spelen. Ze praten wel mee, maar gaan nauwelijks op argumenten in. Ze vertonen *ritueel* gedrag en dat wil zeggen dat ze een voorkeur vertonen voor sociaal wenselijke antwoorden en in principe de mening van hun vriendje of vriendinnetje delen. Eveneens dreigt het gevaar van *meeliften*. Dat betekent dat wordt geprofiteerd van de inspanningen en het werk van andere kinderen. Er is geen inzet, vaak ook geen interesse, maar eveneens kan het voorkomen dat de taken de intellectuele krachten van een kind te boven gaan.

Ten tweede vertonen bepaalde kinderen soms dominant gedrag waardoor het gevaar dreigt van ruzie en onenigheid. Het is gebleken dat de docent bij het zoeken naar een oplossing van problemen in de groep een cruciale rol speelt, bijvoorbeeld door vragen te stellen en uitleg te geven. In elk geval moet samen discussiëren en werken geleerd worden en dan spreken we over een doorgaans langdurig proces.

Een derde aandachtspunt richt zich op wie er verantwoordelijk is voor de inhoudelijke inbreng. Wanneer adequate inbreng op cruciale momenten ontbreekt, dreigt het gevaar dat de discussie voortijdig vastloopt. Dit kan enigszins voorkomen worden door de groepen heterogeen samen te stellen, zodat de zwakkere leerlingen kunnen leren van de werkwijzen van de vlotte rekenaars. In de praktijk blijkt dat de laatstgenoemden leren door de uitleg die ze geven; daarbij moeten ze immers moeite doen om zich precies en scherp uit te drukken. Een uitzondering zijn de begaafde leerlingen. Deze profiteren minder van het werken in heterogene groepen, wél van interactie met elkaar.

Een vierde vraag luidt of er iets substantieel nieuws wordt geleerd. Herhalen de kinderen terwijl ze met elkaar praten wat ze al(lang) wisten of wordt echt een stap vooruitgezet in het leerproces? Dit zal in de meeste gevallen sterk afhangen van de manier waarop wordt gediscussieerd en het niveau waarop de discussie plaatsvindt. Bovendien wordt niets nieuws geleerd indien het probleem of de taak te gemakkelijk is. Maar evenmin leren de kinderen iets (nieuws) als het probleem of de op-

dracht te moeilijk is. Dit vereist allemaal zorgvuldige voorbereiding en begeleiding van de leraar.

Simultane interactie

Er is sprake van simultane interactie indien de verticale en horizontale interactie op zodanige wijze worden geïntegreerd, dat geprofiteerd kan worden van de voordelen van de verticale én de horizontale interactie, terwijl de nadelen ervan kunnen worden vermeden. Enkele voorbeelden kunnen dit verduidelijken. Een nadeel van horizontale interactie kan zijn, zo werd gezegd, dat bepaalde leerlingen als het ware onderduiken in de groep en non-productief meeliften. Als horizontale interactie afgewisseld wordt met verticale interactie, kunnen deze leerlingen door de leraar weer bij de les worden gehaald. Hetzelfde geldt voor dominant gedrag en onenigheid in de groep. De leraar kan tijdens de verticale interactie, indien zo'n situatie is ontstaan, de groepsprocessen weer in goede banen trachten te leiden. Een nadeel van de verticale interactie is dat kinderen niet zoveel van elkaar leren. Dit nadeel kan vermeden worden door de kinderen tijdens de les met elkaar aan het werk te zetten (horizontale interactie). Het gevaar dat tijdens de horizontale interactie niet op het juiste moment de vereiste expertise - in de vorm van informatie, hints, suggesties, hypothesen - wordt ingebracht, kan vermeden worden door in de les momenten van verticale interactie in te bouwen. Tijdens de interactie tussen leraar en leerlingen kan de leraar beoordelen aan welke soort hints en informatie behoefte is.

Het is voorts onzeker of leerlingen onderling in voldoende mate cognitieve processen, zoals reflecteren, schematiseren, analyseren, enzovoort, kunnen uitlokken. De leraar heeft kennis van de relevante denkprocessen en kan dit in principe daarom wel. Kort gezegd, met simultane interactie kan worden voorkomen dat in de praktijk van het reken-wiskundeonderwijs te eenzijdig en te vaak wordt gekozen voor ofwel verticale ofwel horizontale interactie.

6 Enkele misverstanden

We hebben gezien dat er verschillende interactietypen onderscheiden kunnen worden en dat bij elk type interactie weer verschillende vormen horen. Een belangrijke vraag luidt nu wie de concrete gang van zaken tijdens de interacties bepaalt en wie, om het zo te zeggen, de regie voert. In de discussie over deze vraag staat het probleem centraal of de leraar voldoende controle heeft over de onderwijssituatie en hoe kan worden voorkomen dat de regie zoek raakt.

Een ander probleem waar men op wijst, is dat de leerlingen niet voldoende ruimte wordt gelaten voor eigen ac-

tiviteit. In de discussie duiken echter enkele misverstanden voortdurend weer op.

Een eerste misverstand luidt:

Naarmate de leraar méér de leersituatie bepaalt - bijvoorbeeld door het geven van hints of voorbeelden, door te wijzen op relevante, nog ontbrekende gegevens - neemt de activiteit van de leerlingen *automatisch* af.

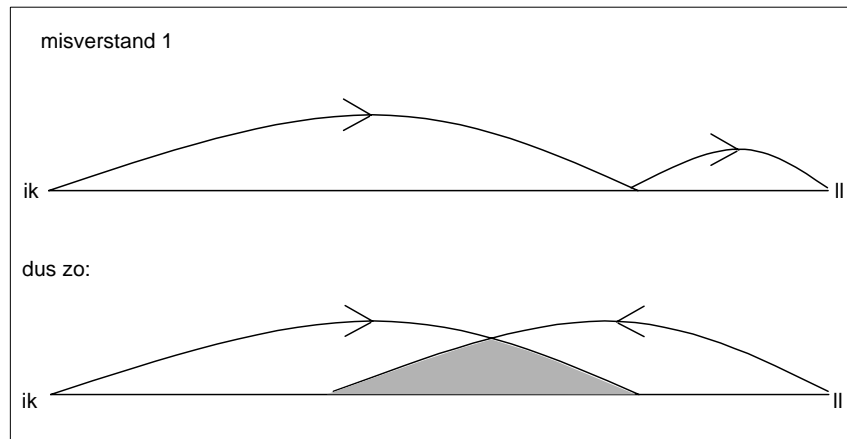
Natuurlijk krijgen initiatieven van leerlingen, als leraren dominant optreden, weinig kans. Maar leraren kunnen leerlingen door hun activiteiten juist ook stimuleren, ze kunnen interesse wekken, uitdagen om te reage-

Ook hier is weer sprake van een misverstand. In het volgende voorbeeld zien we hoe een leraar zich terughoudend opstelt, maar dat als reactie daarop de cursisten eveneens een afwachtende houding aannemen. Ik laat hier een fragment uit een protocol van een les over oppervlakte volgen. Deze les werd gegeven aan allochtone volwassenen van ongeveer twintig tot vijftig jaar.

Leraar: tekent de kaart van Nederland schetsmatig op het bord. 'Hoe zouden we de oppervlakte van Nederland kunnen bepalen. Wat denken jullie?' De leraar zegt niets meer en wacht rustig af.

De cursisten wachten ook rustig af. Wellicht was hun idee: als hij niets meer zegt, zeggen wij ook niets meer.

Leraar herhaalt zijn vraag: 'We hoeven niet te weten wat



figuur 6

ren, kortom stimuleren tot eigen activiteit. In figuur 6 is in het bovenste schema het misverstand weergegeven, in het onderste schema zien we hoe toename van activiteit van de leraar kan samengaan met toename van de eigen activiteit van de leerlingen.

Een tweede misverstand luidt:

Naarmate de leraar mÍnder de leersituatie bepaalt (en zich dus terughoudender opstelt), neemt de activiteit van de leerlingen *automatisch* toe.

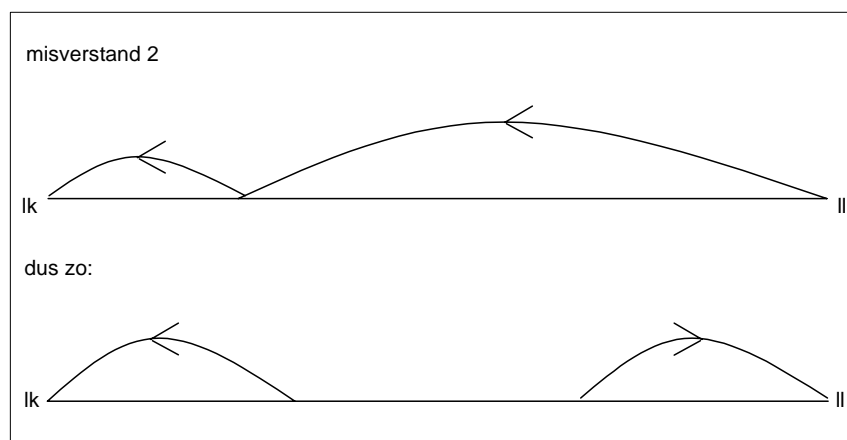
de oppervlakte van Nederland precies is, maar hoe je dat te weten kunt komen. Wie heeft een idee?'

Stilte en dan zegt een cursist: 'Maar dat wéét jij toch. Zeg het ons maar.'

Leraar: 'Ja, maar jullie willen toch leren wat oppervlakte is en hoe dat berekend moet worden. Ik zal jullie even op weg helpen: hoeveel km is het van Groningen naar Maastricht?' Stilte ...

Cursist: 'Maar dat wéét jij toch.'

In figuur 7 is in het bovenste schema het misverstand



figuur 7

weergegeven: terugtreden van de leraar zou gevolgd worden door meer activiteit van de leerlingen. In het onderste schema zien we dat de leerlingen reageren door zich juist passiever op te stellen.

Een derde misverstand luidt:

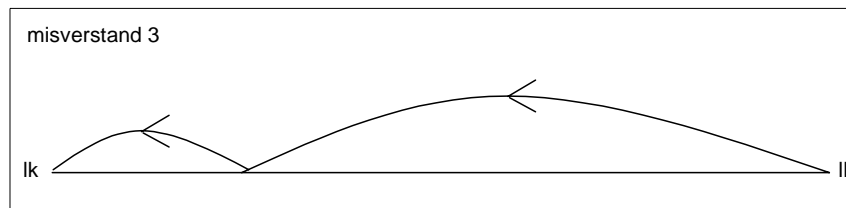
Naarmate leerlingen meer ruimte hebben, actiever zijn, meer experimenteren, krijgt de leraar *automatisch* een passievere rol (fig.8).

Het zou problematisch zijn als leraren in de praktijk vanuit deze gedachte werken. Initiatieven als het studiehuis bijvoorbeeld, zouden bij voorbaat vrijwel kansloos zijn.

tief worden. Zoals we zagen is er echter geen sprake van een continuüm en dus van mechanismen die automatisch en voorspelbaar optreden.

7 Tot besluit

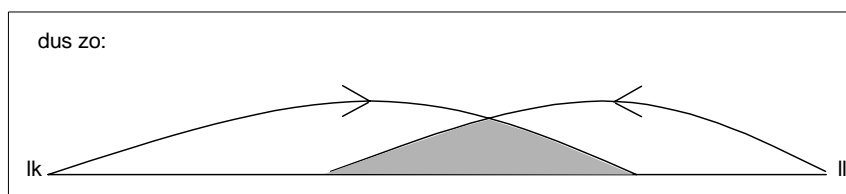
In dit artikel werd een onderscheid bepleit in drie typen interactie: de verticale, de horizontale en de simultane interactie. Onder verticale interactie wordt verstaan de interactie tussen de leraar, een leerling of een groepje leerlingen. Deze vorm van interactie moet niet verward



figuur 8

Immers, de leerlingen meer ruimte geven voor initiatieven, voor experimenteren, voor het bedenken van eigen constructies, betekent voor de leraar niet minder maar juist *méér* aandacht, meer voorbereiding, intensievere controle, organiseren van nabesprekingen, analyseren en evalueren van de onderwijsleerprocessen en van de opbrengsten van die processen. In figuur 9 zien we deze situatie weergegeven.

worden met frontaal klassikaal onderwijs, want daarin is nauwelijks sprake van interactie tussen leerkracht en leerling(en). Onder horizontale interactie wordt verstaan de interactie tussen leerlingen. Van simultane interactie is sprake als de verticale en horizontale interactie op natuurlijke wijze tijdens de les worden geïntegreerd. Als dit inderdaad gebeurt, kunnen de mogelijkheden van verticale en horizontale interactie



figuur 9: toename van activiteit van leerlingen én leraar

De drie misverstanden die werden besproken, komen - ten onrechte - voort uit het idee dat de interactieprocessen gerepresenteerd kunnen worden als een continuüm. Dat wordt dan als volgt opgevat: als het ene meer (respectievelijk minder) wordt, dan wordt het andere automatisch minder (respectievelijk meer). Als de leraar actiever is, moeten de leerlingen automatisch minder ac-

benut worden en de beperkingen worden onderkend. Deze onderscheiding in interactietypen is de basis voor de analyse van de cognitief-psychologische processen die kenmerkend zijn voor het mathematiseren.

In een volgend artikel worden deze processen besproken.

Noten

- 1 Figuur 2 is een bewerking van het schema van Granott & Gardner (1994).
- 2 De begrippen horizontale en verticale interactie ontleen ik aan het werk van Hatano en Inagaki (1991). Ik voeg daar het idee van 'simultane interactie' aan toe. Deze tekst is de bewerking van de openingsrede van de Panama najaarsconferentie, november 2001. Tijdens deze conferentie suggereerden enkele conferentiedeelnemers dat de term *diagonale interactie* wellicht adequater is dan simultane interactie. A. Treffers gaf weer de voorkeur aan *integrale interactie*. Dit zijn zinvolle suggesties, maar ik stel een definitieve keuze, die wellicht valt op integrale interactie, nog even uit.

Literatuur

- Aarnoutse, C. (2000). Samen taal begrijpen. In: J. van der Linden & E. Roelofs (red.). *Leren in Dialoog. Een discussie over samenwerkend leren in onderwijs en opleiding*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical Brain*. London: Macmillan.
- Granott, N. & H. Gardner (1994). When minds meet: Interaction, coincidence and development in domains of activity. In: R.J. Sternberg & R.K. Wagner (eds.). *Minds in Contexts. Interactionist perspectives on human intelligence*. Cambridge: University Press, 133-152.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (2001). *Kinderen Leren Rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele Getallen Bovenbouw Basisschool*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Linden, J. van der & E. Roelofs (red.). *Leren in dialoog*. Groningen, Wolters-Noorhoff.
- Mercer, N. (1999) (onder redactie van E. Elbers & J. Nelissen). *Samen leren. De praktijk van interactief onderwijs*. Utrecht: Sardes.
- Nelissen, J.M.C. (2001). Samen Rekenen. Het stimuleren van reken-wiskundige vaardigheden in samenhang met de ontwikkeling van taal en denken bij jonge (allochtone) kinderen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*. 19(3), 19-25.
- Vosse, A. (2000). Tutorleren in perspectief. In: J. van der Linden & E. Roelofs (red.). *Leren in dialoog*. Groningen, Wolters-Noorhoff.