

Rekenbollebozen, hebben we daar wat voor?

Brugt Krol

De vraag naar rekenopdrachten voor slimme rekenaars wordt steeds groter. Het blijkt dat de verrijkingsstof in de rekenmethoden niet toereikend is om te voldoen aan de behoeften van bollebozen. In dit artikel wordt een blik geworpen op wat er zoal op de markt te koop is en wat je daarmee kunt doen.

inleiding

Ongeveer twee procent van de Nederlandse bevolking is hoogbegaafd. Dat betekent dat je als leerkracht met een gemiddelde klassengrootte van 25 leerlingen elke twee jaar een hoogbegaafd kind in de groep hebt zitten.

Je herkent ze onder andere aan hun natuurlijke en brede interesse en hoge tempo, dat wordt veroorzaakt door de grote stappen die ze bij hun denken nemen. Door hun flexibele aanpak vormen ze zo hun eigen ideeën. Hierdoor kunnen anderen ze meestal niet (direct) volgen. De extra moeilijke opgaven zijn niet aan te slepen.

Daarnaast onderscheiden we de begaafde rekenaars. Ze ontwikkelen een kennisnetwerk waarop ze steeds een beroep kunnen doen bij het oplossen van vraagstukken. Ze zijn gek op getallen (en sommen) en zeer getalgevoelig. Tien procent van de schoolbevolking kunnen we tot deze groep rekenen.

We kennen allemaal de structuur van de tafel van 9. Vijftig jaar geleden nog geen aandachtspunt, nu een gewild onderwerp bij het aanleren van de tafels van vermenigvuldiging. In het tijdschrift 'Willem Bartjens' van januari 2002 verzucht Koos Postema dat hij in de jaren dertig de tafels tot en met 20 heeft moeten leren, waarbij hij die van 17 en 19 wel de moeilijkste vond. Bij bestudering blijkt dat je ook hier structuren kunt ontdekken: vergelijk de som van de cijfers van het antwoord met de vermenigvuldiger (tafel van 19) ... Een geschikte opdracht voor de leerling die anders door de stof heenvliegt.

$$\begin{array}{l} 1 \times 19 = 19 \\ 2 \times 19 = 38 \\ 3 \times 19 = 57 \\ \dots \\ 7 \times 19 = 133 \\ \dots \end{array}$$

Wat is voor onze goede rekenaars direct beschikbaar? En wat kunnen we ermee?

- 1 In de eerste plaats het verrijkingsmateriaal in de rekenmethoden, extra stof voor de snelle leerlingen, maar niet toereikend voor de slimmen onder hen. De reactie van een leerkracht: 'Onze slimme kinderen zijn halverwege het blok al door de plusopgaven heen.'

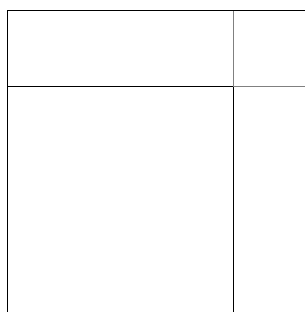
- 2 Het rekenweb (www.fi.uu.nl/rekenweb) heeft een gevarieerd aanbod voor elk wat wils.
- 3 'Het Groot-problemenboek' (SLO), ontwikkeld in 1999 en 2000, biedt een keur aan moeilijke rekenopgaven met reflectieve oplossingen. Een try-out vindt plaats in Utrecht.
Een voorbeeld uit eerdergenoemd problemenboek:
het product $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ eindigt op een 7, wat is het laatste cijfer van het product $7 \times 7 \times \dots \times 7$ met 100 zevens?
De verkorte reflectieve oplossing voor dit vraagstuk luidt: de laatste cijfers zijn steeds 7, 9, 3, of 1 in die volgorde. Alle producten met een aantal zevens dat een viervoud is eindigen op 1.
Dus ook het product met 100 zevens. Wiskunde heb je hierbij niet nodig, wel systematisch handelen.
- 4 Bolleboos van Samsom (nu Kluwer) uit Alphen a/d Rijn biedt uitdagend lesmateriaal voor kinderen die uitmunten in het werken met cijfers.
Het lesmateriaal bestaat uit de volgende modules:
 - a. De reis om de wereld in 80 dagen. Negen katernen met zo'n 150 opdrachten en deelopdrachten.
 - b. Wiskunde van de kalender.
 - c. En andere.

Een voorbeeld van een opdracht:

Op de laatste zondag van de maand maart gaat de zomertijd in. 's Nachts om twee uur moeten de klokken een uur vooruit worden gezet. In de maand oktober maakt men dat weer goed: de klok wordt een uur teruggezet. Kun je aan de groep uitleggen waarom men dit doet?

Wordt het met het ingaan van de zomertijd nu vroeger donker, of is dat juist met het ingaan van de wintertijd? Zijn er ook mensen die er last van hebben? Vertel die dingen er ook maar bij.

- 5 NCRC-module Rekenbollebozen.
NCRC staat voor Nationale Cursus RekenCoördinator. De cursus bestaat uit vijf bijeenkomsten van elk drie uur. In deze module is onder andere het al eerdergenoemde materiaal opgenomen van 'De reis om de wereld in 80 dagen'. Een voorbeeldopgave uit deze cursus:



figuur 1

De lengte van elke zijde van een vierkant wordt met 3 cm verlengd. De oppervlakte van het 'nieuwe' vierkant is 39 cm^2 meer dan van het oorspronkelijke

vierkant. Hoe lang zijn de zijden van het nieuwe vierkant? Een plaatje met een paar hulplijntjes lijkt onontbeerlijk (fig.1).

- 6 Overig additioneel materiaal (soms thematisch van aard) van diverse uitgevers. Eerdergenoemd materiaal is direct beschikbaar. Voor sommigen mogelijk nog onvoldoende om aan de grote vraag naar 'moeilijke' opgaven te voldoen.

Ik ben me bewust van het feit dat het de meesten aan tijd ontbreekt om zelf aan de slag te gaan om (aanvullend) materiaal te ontwerpen, anderen achten zich niet capabel om opgaven op hoog niveau te ontwikkelen, omdat de nodige reken-wiskundige kennis ontbreekt.

Toch wil ik enkele mogelijkheden aanreiken:

Aanvullingen op de extra rekenstof in de methode

Een voorbeeld uit 'Alles Telt':

In welke jaren vallen 1 januari en 1 april op dezelfde dag? Waarom?

In elk jaar vallen 1 september en 1 december op dezelfde dag. Waarom?

'Waarom'-vragen eisen al meer van de leerlingen dan een rekensom en gaan in de richting van reflectieve oplossingen, waarover straks meer.

De kalender biedt veel mogelijkheden. Een aanvulling op de hiervoor genoemde opgaven kan zijn:

De eerste van de maand mei is een dag die nergens in dat jaar op de eerste van de maand voorkomt. Klopt dat?

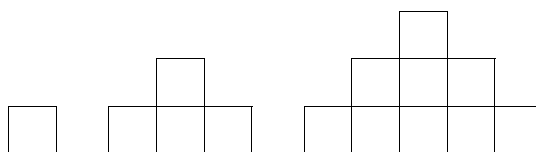
De oplossing van dit vraagstuk eist onderzoek van bestaande kalenders, ook van schrikkeljaren. Moeilijker wordt het als je de vraag stelt of de bewering altijd opgaat? Nu moet aan elke eerste van de maand een getal worden toegevoegd (daggetal van het jaar) en de rest na deling door 7 worden bepaald. Een vervolgvraag: Zijn er meer van die dagen (eerste van de maand)?

Niveauperhogingen

Hiermee wordt bedoeld dat bestaande opgaven worden getransformeerd naar een niveau dat geschikt is voor hoogbegaafden.

Een voorbeeld uit 'Rekenrijk':

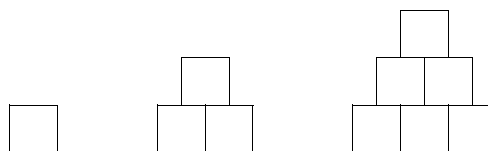
Uit hoeveel vierkanten bestaat het tiende bouwsel (fig. 2)?



figuur 2

Transformatie:

Uit hoeveel vierkanten bestaat het tiende bouwsel (fig. 3)?



figuur 3

Verkortingen

Het doel van verkortingen is om de aanloop naar het uiteindelijke probleem zo kort mogelijk te maken. Vaak worden vraagstukken voorbereid met een *a*- en een *b*-vraag. Dit vergemakkelijkt de oplossing.

Veranderingen aanbrengen

Dit kan door gebruik te maken van:

- grotere getallen;
- andere maten;
- kommagetallen;
- zakrekenmachine.

Eigen ideeën die je bij bestudering van opgaven uit de methode te binnen schieten

Hele getallen invullen. Gelijke hokjes, gelijke getallen! (fig. 4)

$$\square \times \square \times \square = 216 \text{ en } \triangle \times \triangle \times \triangle + \diamond + \diamond + \diamond = 241$$

figuur 4

Hierbij blijkt, dat:

- er talloze variaties mogelijk zijn;
- bij de eerste opgave maar één antwoord mogelijk is en bij de tweede opgave twee.

reflectie en reflectieve oplossingen

Reflecteren is beschouwen, terugkijken op wat je hebt bedacht en gedaan. Bij rekenproblemen komt het erop neer dat uitkomsten worden geanalyseerd en resulteren in:

- uitgewerkte oplossingen;
- alternatieve oplossingen;
- beschouwingen over eerdergenoemde oplossingen;
- terugkoppeling en conclusies.

Voorbeelden ervan zien we in 'Het Groot-problemenboek' van de SLO.

Hoogbegaafde leerlingen moeten worden gestimuleerd tot reflectie op eigen oplossingen, deze te laten opschrijven en uit te wisselen met anderen. Ook is het aan te raden hoogbegaafde leerlingen (zo nu en dan) te verplichten hun oplossingen uit te leggen aan medeleerlingen.

ten slotte

Om tegemoet te komen aan de grote vraag naar opdrachten, is bij uitgeverij ThiemeMeulenhoff (Alles Telt) het plan ontstaan om vanaf 4 september 2002 via internet wekelijks drie opdrachten op de website (www.allestelt.nl) te zetten: voor de groepen 6, 7 en 8. De week erop worden reflectieve oplossingen geplaatst

met mogelijk voor de extra opdracht eerst nog een hint. De bedoeling is om daarmee door te gaan tot volgend jaar juni (2003). In totaal zullen op deze manier veertig keer drie opgaven op deze website verschijnen.
Een tweetal voorbeelden voor groep 6 (fig.5 en 6):

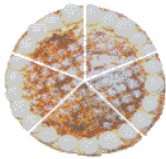
Rekenkraker van vorige week

Alles telt deze rekenkrakers | deze week | vorige week | rekenkraker archief

Even grote taarten en ze kosten evenveel

Van een taart met zes gelijke stukken kost elk stuk € 1,40. Deze taart is net zo duur. Wat kost elk stuk van de deze taart? Geen hint vandaag.

Schrijf op hoe je hebt gerekend.



figuur 5

Rekenkraker van deze week

Alles telt deze rekenkrakers | deze week | vorige week | rekenkraker archief

De ontbrekende getallen

574
137
... : 9 = 12
292 253 7
___+ ___- ___x
1111 548 756

Vier sommen. Een optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en een deling. Bij elke som ontbreekt één getal. Welk?

Hint: drie antwoorden zijn gelijk en het overblijvende antwoord lijkt erop.

Schrijf op hoe je gerekend hebt.
Het uitgebreide antwoord zie je volgende week.

figuur 6

Tot zover dit overzicht over bovenpresteerders. Voor meer informatie over materiaal ten behoeve van deze groep kinderen kan men zich onder andere wenden tot:

Kluwer Onderwijsmanagement
Postbus 4
2400 MA Alphen a/d Rijn
tel. 0172 – 46 68 33

Het Groot-problemenboek
SLO
Postbus 2041
7500 CA Enschede

Begaafde kinderen op de basisschool
JSW-boek
Redactie: Jo Nelissen en Pieter Span.