In de basisvorming werken de leerlingen met verhoudingstabellen. Ook in de natuurwetenschappen zijn ze handig te gebruiken. **Ton van der Valk**, **Monica Wijers** en **Harrie Broekman** gaan op de achtergronden in en zien mogelijkheden voor β-brede samenwerking.

Achtergronden van verhoudingstabellen in wiskunde en natuurwetenschappen

In de wiskunde en in de natuurwetenschappelijke vakken moeten de leerlingen vaak rekenen met verhoudingen. Zelfs in de bovenbouw HAVO/VWO gaat dat dikwijls mis: leerlingen maken rekenfouten of erger, ze weten niet hoe ze de verhoudingsproblemen moeten aanpakken. In de wiskunde van de basisvorming wordt leerlingen onderwezen zogenoemde verhoudingstabellen te gebruiken. In een aantal onderbouw- en bovenbouwboeken voor natuur- en scheikunde worden verhoudingstabellen toegepast. Dat maakt 'verhoudingstabellen' tot een geschikt onderwerp om te komen tot samenwerking tussen de β-vakken op school, zoals onder andere in de tweede fase gewenst is en dat wordt nagestreefd in het project Bèta Profielen in het Studiehuis[1] (BPS). In dit artikel beschrijven we de wiskundige achtergronden van verhoudingstabellen, de manier waarop ze in de brugklas bij wiskunde geïntroduceerd worden en waarom ze zo goed in de natuurwetenschappen kunnen worden gebruikt. In een tweede artikel zullen we aandacht besteden aan typisch natuurwetenschappelijke aspecten die het gebruik van verhoudingstabellen in de natuurwetenschappen compliceren, zoals het werken met gemeten grootheden.

Wat is een verhouding

Bij het behandelen van en rekenen met verhoudingen nemen veel docenten in het voortgezet onderwijs min of meer als vanzelfsprekend aan dat de leerlingen wel weten wat het begrip 'verhouding' inhoudt. Maar toen we (beginnende) β-docenten vroegen wat 'verhouding' precies is, constateerden we de neiging een verhouding gelijk te stellen aan een breuk of een quotiënt. Er zijn echter heel wat verschillen tussen een verhouding en een breuk (of quotiënt):

- een breuk is één getal dat gerepresenteerd wordt door twee (eventueel onbepaalde) getallen; in een verhouding kunnen andere soorten termen dan getallen optreden. Voor de natuurwetenschappen zijn verhoudingen tussen grootheden van belang
- een breuk bevat twee termen; een verhouding kan betrekking hebben op twee of meer termen, bijvoorbeeld 3 : 4 : 5.

Beperken we ons tot de verhouding tussen twee getallen, dan nog zijn er duidelijke verschillen met een breuk:

- een breuk heeft een plaats op de *getallenlijn*, een verhouding niet
- in een verhouding is geen plaats voor negatieve getallen; in een breuk (quotiënt) kunnen één of beide termen een negatief getal zijn
- een breuk bestaat uit een teller en een noemer; bij verhoudingen kennen we dat onderscheid niet
- achter de getallen van een verhouding gaat een context verborgen! Bij een breuk hoeft dat niet het geval te zijn. Bijvoorbeeld als de verhouding tussen het aantal appels en het aantal guldens 4 : 1 is, moet je weten dat de 1 op het geld betrekking heeft en de 4 op het aantal appels dat voor dat geld gekocht kan worden. In de breuk 1 : 4 worden de twee termen ingewisseld voor één, in dit geval $\frac{1}{4}$ of 0,25.

De kern van verhoudingen is dat het om vergelijken gaat. Er kunnen *twee aspecten van dezelfde situatie* vergeleken worden, bijvoorbeeld de lengte en de breedte van een vel A4 papier, of het aantal guldens en het aantal appels dat je ervoor kunt kopen. Maar er kunnen ook twee *verschillende situaties* vergeleken worden, bijvoorbeeld de lengte van een vel A4 en een vel A3, of het aantal Cox- en Jonagold-appels dat je voor hetzelfde bedrag kunt kopen. Het is van belang het verschil tussen die twee soorten op te merken. Niet alleen omdat leerlingen in de war kunnen raken als zij denken dat het om het eerste geval gaat, terwijl de docent het tweede bedoelt. Maar ook omdat er twee wiskundige definities van 'verhouding' aan ontleend kunnen worden (zie kader op de volgende pagina). De ene definitie correspondeert met 'vergroten en verkleinen'. Bijvoorbeeld: 10 maal zoveel appels, dan ook tien maal zoveel geld. De andere correspondeert met een 'verhoudingsfactor': de prijs per appel is steeds hetzelfde.

De *verhoudingsfactor* is van belang in de natuurwetenschappen, omdat die factor tussen twee grootheden vaak een betekenis krijgt als een nieuwe grootheid. Bijvoorbeeld: de verhoudingsfactor tussen massa en volume van een voorwerp van een bepaalde stof is de dichtheid van

Twee definities van 'verhouding'

De eerste definitie die we zullen geven voor een verhouding tussen drie getallen[2], (de *scalaire* definitie genoemd), heeft betrekking op de verhouding tussen drie aspecten (*a, b, c*) van situatie P en drie overeenkomstige aspecten (*x, y, z*) van situatie Q. Nu geldt het volgende:
Van de twee drietallen (*a, b, c*) en (*x, y, z*) zeggen we dat ze dezelfde verhouding hebben, die we noteren als $a : b : c = x : y : z$, als er een *reëel getal* α ongelijk aan nul gevonden kan worden, waarvoor geldt:

$x = \alpha \,.\, a$
$y = \alpha \,.\, b$
$z = \alpha \,.\, c$

(Dit is equivalent met de verhoudingen $x : a = y : b = z : c$)
Een voorbeeld van zo'n situatie P is: er is een aantal eieren *a* (allen van dezelfde gewichtsklasse) dat je kunt kopen voor een bedrag *b*, waarbij de eieren samen een gewicht *c* hebben. In het geval het in situatie *Q* om drie keer zo veel eieren gaat als in *P* ($\alpha = 3$), gaat het natuurlijk ook om een drie keer zo groot bedrag en om een drie keer zo groot gewicht. Omdat *a* en *x* grootheden van dezelfde soort zijn, is α een getal dat beschouwd kan worden als een vergrotingsfactor.
De tweede definitie (de *functionele*) vergelijkt eerst verschillende aspecten binnen één situatie en vervolgens tussen de twee verschillende situaties. Een van de aspecten uit de twee verschillende situaties *P* en *Q* bijvoorbeeld: het bedrag gegeven door *b* en *y*, wordt vergeleken met een ander aspect uit die situaties bijvoorbeeld het aantal eieren gegeven door *a* en *x*. Nu geldt: *b* is 'een (evenredige) functie van' *a* en *y* is 'een overeenkomstige functie' van *x*:
We zeggen dat twee drietallen (*a, b, c*) and (*x, y, z*) dezelfde verhouding hebben als er *twee factoren* β *en* γ (ongelijk aan 0) gevonden kunnen worden waarvoor de volgende gelijkheden gelden:

$b = \beta \,.\, a$ en $y = \beta \,.\, x$
$c = \gamma \,.\, a$ en $z = \gamma \,.\, x$

(Dit is equivalent met de verhoudingen $a : b = x : y$ en $a : c = x : z$.)
Let op dat de factor β een grootheid is in het geval dat *a* en *b* grootheden met een verschillende dimensie zijn (in het voorbeeld is β de prijs per ei). Hetzelfde geldt voor γ in het geval dat a en *c* grootheden met een verschillende dimensie zijn (in het voorbeeld is γ het gewicht per ei).

die stof; de verhoudingsfactor tussen de afstand die een fietser aflegt en de tijd die hij erover doet is de gemiddelde snelheid van de fietser.
Uit het bovenstaande blijkt dat 'verhouding' geen eenvormig begrip is. Het wordt juist gekenmerkt door veelvormigheid. Daarom kan het begrip niet op een eenvormige, lineaire manier opgebouwd worden in de schoolboeken. De verhoudingstabel is een didactisch hulpmiddel dat gebruik maakt van het veelvormig karakter van het begrip verhoudingen.

Introductie van verhoudingstabellen in de basisvorming

In veel Nederlandse wiskundeboeken wordt het rekenen met verhoudingen vanaf de brugklas onderwezen aan de hand van zogenoemde 'verhoudingstabellen'. Dit hulpmiddel voor het structureren van en voor het rekenen in verhoudingsopgaven wordt al gebruikt in het reken/wiskundeonderwijs van de basisschool. Een verhoudingstabel is een horizontale tabel van twee rijen; meer rijen kan ook, maar komt in de wiskundemethoden minder vaak voor. Elke rij heeft een label of opschrift waarin de betekenis van de erachter staande getallen staat. Verder wordt de tabel gevuld met getallenparen, die onderling dezelfde verhouding hebben. Vandaar de naam 'verhoudingstabel'. Elk paar getallen in een kolom kan beschouwd worden als een andere (vaak hypothetische) situatie. Met voorbeelden lichten we toe hoe de verhoudingstabel in de brugklas geïntroduceerd kan worden.

De methode *Moderne Wiskunde*[3] introduceert in deel 1a havo/vwo de verhoudingstabel in een opgave over de prijs per vel kinderpostzegels. Dit is een concreet voorbeeld van wat we eerder de 'verhoudingsfactor' hebben genoemd. In de verhoudingstabel is dat terug te vinden als een 'verticale' bewerking.

3 Marlou gaat de deur langs met kinderpostzegels. Een velletje kost *f* 7,50.
Marlou wil niet steeds uitrekenen hoeveel er betaald moet worden. Daarom heeft ze een lijstje bij zich. Het staat hieronder.

aantal velletjes	1	2	3	4	5	
aantal guldens	7,5	15	…	…	…	× …

a. Neem het lijstje over en vul het in.
b. Welk getal moet er bij de pijl staan?
c. Neem het over en vul in: de verhouding 4 staat tot 30 is hetzelfde als 2 staat tot ...
d. Schrijf nog twee verhoudingen op die in de tabel staan.

fig. 1 Invoering van het verhoudingsgetal in MW, dl 1a havo/vwo, p. 38

Netwerk[4] introduceert de tabel in een opgave over schaal en *Getal en Ruimte*[5] gebruikt het aantal zakken chips per aantal leerlingen. Aanvankelijk gaan de opgaven over eenvoudige en herkenbare verhoudingen. Hierdoor kunnen leerlingen al hoofdrekenend en redenerend allerlei manieren ontdekken om verhoudingsgetrouw in de tabel te rekenen. Zoals het horizontaal (kolomsgewijs) vermenigvuldigen en delen, in het bijzonder verdubbelen, halveren, vermenigvuldigen met en delen door 10 (en andere machten van 10). Ze worden gestimuleerd met getallen bij pijlen aan te geven wat ze precies hebben gedaan.

11 Bij bakker Beers kost 350 gram roomboterkoekjes *f* 6,30. Jean-Paul wil uitrekenen hoeveel hij voor 75 gram moet betalen.

a. Waarom rekent Jean-Paul in de tabel hieronder eerst uit hoeveel 50 gram en 25 gram koekjes kosten?

… … …

aantal gram koekjes	350	50	25	75
aantal centen	630	…	…	…

… … …

Neem deze tabel over en vul hem verder in.

b. Hoeveel moet Jean-Paul betalen?

c. Bedenk een snellere manier om dit uit te rekenen.

fig. 2 Leerlingen kunnen ontdekken dat ze boven en onder met hetzelfde getal moeten vermenigvuldigen om de verhouding hetzelfde te houden. MW, dl1a, hv, p.41

Later kan daar ook ‘verhoudingsgewijs optellen en aftrekken’ bijkomen. In de context van kwartjes en guldens gaat dat als volgt: 1 gulden erbij betekent 4 kwartjes erbij, nog 1 gulden, nog 4 kwartjes, enzovoort. Zo wordt ook de additieve structuur ontdekt. Opmerkelijk is dat daarbij de meeste aandacht naar ‘horizontale’ bewerkingen gaat, zoals uit onderstaand overzicht (figuur 3) blijkt. De ‘verticale’ bewerking die voor de natuurwetenschappen van belang is, lijkt haast te worden ‘vergeten’.
De tabellen worden gaandeweg leger en in plaats van onderdeel van de opgave worden ze een hulpmiddel, dat bij daartoe geëigende vragen naar keuze gebruikt kan worden. Ten slotte wordt de verhoudingstabel ook gebruikt om met breuken en procenten (via normeren op 100) te werken. Zo vormt de tabel een verbindend element tussen verhoudingen, breuken en procenten (zie figuur 4).
Een van de belangrijkste voordelen van het werken met een verhoudingstabel is dat leerlingen hun eigen manier kunnen vinden om het gevraagde getal te berekenen. Dit aspect is weliswaar in de schoolboeken aanwezig, maar zou nog wat meer nadruk kunnen krijgen. De variatie in oplosmethoden van leerlingen zou aanleiding moeten zijn tot een reflectie op het gemeenschappelijke ervan.
Om gebruik van verhoudingstabellen in de natuurwetenschappen te vergemakkelijken is het van belang dat daarbij ook de ‘verticale’ bewerking nadrukkelijk een plaats heeft. Aan de hand van een ‘eigen’ voorbeeld lichten we dit toe.

Van Ella is een foto genomen toen zij haar eerste stappen zette. In het echt is zij 76 cm. Op de foto is zij 8 cm lang. Haar broertje Jan van drie hielp haar met haar eerste stappen en staat ook op de foto. Daarop is hij 10 cm lang.
Hoe groot is Jan in het echt?

Bij deze opgave kan de volgende verhoudingstabel gemaakt (of gegeven) worden om de gegevens en de opgave erin te structureren.

Lengte op de foto in cm	8		10
Lengte in het echt in cm	76	7	?

We bespreken hier drie manieren waarop de opgave met een verhoudingstabel opgelost kan worden.

Ook bij andere verhoudingen kun je een verhoudingstabel maken.

Voor tuinaarde worden 12 scheppen zand gemengd met 20 scheppen compost.

: 4 × 20 × 2

zand	12	3	60	30
compost	20	5	100	50

: 4 × 20 × 2

In een verhoudingstabel mag je in de bovenste rij en in de onderste rij met hetzelfde getal vermenigvuldigen of door hetzelfde getal delen.

Je kunt op verschillende manieren *rekenen in een verhoudingstabel*. Je hebt al gezien dat je boven en onder met hetzelfde getal kunt vermenigvuldigen en delen.

In een verhoudingstabel mag je ook twee of meer kolommen samennemen of van elkaar aftrekken.

kolommen samen nemen

\+

aantal ijsjes	3	7	10
aantal guldens	3,75	8,75	12,50

\+

kolommen van elkaar aftrekken

−

oppervlakte in m^2	8	3	5
aantal liters	48	18	30

−

fig. 3 Overzicht van de rekenmanieren uit Netwerk, 1 hv, p. 42 en MW dl1a hv, p.46

Hoe gebruik je een verhoudingstabel bij het rekenen met procenten?

In het voorbeeld hieronder moet je uitrekenen hoeveel procent van de leerlingen een jongen is.

1 Zet het aantal jongens boven in de tabel en het totaal aantal leerlingen eronder.
2 Ga dan onder via 1 naar 100.
3 Het gezochte percentage staat in de rode kring boven de 100.

Uitgewerkt voorbeeld

- **Vraag**: In een klas zijn 18 van de 30 leerlingen jongens. Hoeveel procent van de leerlingen is een jongen?

1

aantal jongens	18	…	…
aantal leerlingen	30	…	…

2

aantal jongens	18	…	…
aantal leerlingen	30	1	100

: 30 × 100

3
18 ÷ 30 × 100 =

- **Antwoord**: In de klas is 60% jongen.

fig. 4 Toelichting: in stap 2 wordt de 'reductie-tot-1' methode gebruikt, waardoor slechts 2 stappen nodig zijn om tot de einduitkomst te komen. MW, dl 1a hv, p.49

De (aanvankelijk) makkelijkste manier van rekenen is de 'horizontale'. Het uitgangsgetal (in dit geval 8 in de bovenste rij) wordt ineens of in een aantal 'makkelijke' stappen bewerkt totdat het gewenste getal (in dit geval 10) is gevonden. Een mogelijkheid is 8 vermenigvuldigen met 5 (resultaat 40) en vervolgens twee keer door 2 delen (resultaat 10). Het uitgangsgetal in de andere rij (hier 76) wordt op dezelfde manier bewerkt, zoals hieronder is uitgewerkt.

× 5 : 2 : 2

Lengte op de foto in cm	8	40	20	10
Lengte in het echt in cm	76	380	190	05

× 5 : 2 : 2

De tweede manier is reduceren tot 1. Dit is de 'kortste' manier van werken (het minste aantal kolommen) met behoud van de inzichtelijkheid en vormt als zodanig het eindpunt van de opbouw van het rekenen met de verhoudingstabel. Een voordeel van deze manier is ook dat hij zonder problemen gebruikt kan worden in het geval van 'lelijke' getallen en dat hij aansluit bij de handelingen die op de rekenmachine uitgevoerd moeten worden.

: 8 × 10

Lengte op de foto in cm	8	1	10
Lengte in het echt in cm	76	9,5	95

Deze reductie-tot-1 manier sluit aan bij een 'verticale' manier van werken, waarbij de leerling 'ineens' ziet dat de bovenste getallen met 9,5 moeten worden vermenigvuldigd om de onderste getallen te krijgen. Je kunt ook zeggen: de verhouding tussen 'foto' en 'echt' is 1 op 9,5 of: de 'schaal' van de foto is 1 : 9,5. Natuurwetenschappelijk ligt het voor de hand de verhoudingsfactor 9,5 de betekenis te geven van 'verkleining'.
In sommige natuurwetenschappelijke schoolboeken en ook in de VWO-delen voor klas 2 of 3 van de wiskundemethode wordt gewerkt met een derde manier: *kruisproducten*. In ons voorbeeld geeft dat het volgende schema waarin de gegeven getallen worden genoteerd:

8	10
76	?

Hierin worden de kruisproducten bepaald en aan elkaar gelijk gesteld:

$$8 \times ? = 76 \times 10$$

dus $? = (76 \times 10)/8$

met als resultaat: $? = 95$

Eigenlijk is hier geen sprake van een verhoudingstabel omdat het, in tegenstelling tot de andere twee manieren, niet duidelijk zichtbaar is dat verhoudingsgewijs wordt gewerkt en omdat de labels ontbreken. Het werken met kruisproducten (of, zoals het ook vaak genoemd wordt, 'kruisselings vermenigvuldigen') is voor veel leerlingen een truc waarvan ze de achtergrond niet goed begrijpen. Sommige leerlingen herinneren zich nog wel dat ze de getallen op een bepaalde manier in zo'n tabelletje moesten zetten ... maar hoe? ... en dat ze dan iets moesten vermenigvuldigen en delen. Maar wat ze precies moeten doen en waarom is voor hen niet duidelijk. Voor deze leerlingen is de *reductie-tot-1* manier een vrijwel even kort alternatief, met het voordeel van behoud van inzichtelijkheid en het zichtbaar maken van de 'verhoudingsfactor'.

Bij berekeningen met schaal en ook bij andere verhoudingen is het vaak handig eerst terug te rekenen naar 1.

12 cm op een plattegrond is in werkelijkheid 900 cm.

plattegrond (cm)	12	1	8
werkelijk (cm)	900	75	600

8 cm op de plattegrond is in werkelijkheid 600 cm.

fig. 5 Reductie-tot-1 methode gebruikt bij schaal. Netwerk 1 havo/vwo, p. 42

Verhoudingstabellen: een krachtig didactisch middel

We kunnen nu de didactiek van het werken met verhoudingstabellen als volgt karakteriseren. Deze didactiek verdient toepassing zowel in de wiskunde als in de natuurwetenschappen.

a. *De leerlingen krijgen de gelegenheid zelf strategieën te ontwikkelen in eenvoudige situaties*

De verhoudingstabel wordt geïntroduceerd met gedeeltelijk ingevulde tabellen die betrekking hebben op situaties uit het dagelijks leven. Door deze tabellen in te vullen, ontdekken en ontwikkelen leerlingen strategieën om ermee te werken. Vervolgens krijgen de leerlingen lege tabellen, waarin ze zelf getallen moeten invullen die aan een op te lossen probleemsituatie ontleend moeten worden. Daarbij moeten ze ook geschikte labels kiezen. Door een verhoudingstabel te maken, structureren de leerlingen de probleemsituatie, waarna er inzichtelijk en efficiënt gerekend kan worden. Bovendien kunnen ze hun rekenstrategie expliciteren via pijlen met de uitgevoerde bewerking.

b. *Leerlingen wisselen onderling uit welke strategieën ze hebben ontwikkeld, waardoor ze inzicht krijgen in 'snelle' manieren van berekenen*

Er is bij het werken met verhoudingstabellen een structuur waarbinnen de leerling ruimte heeft om op zijn eigen manier tot een antwoord te komen:

- een leerling heeft een zekere vrijheid als het gaat om getallen in een volgende kolom in te vullen; hij/zij mag uit de toegelaten bewerkingen zelf kiezen
- de leerling mag zoveel tussenstappen gebruiken als zij/hij zelf nodig en handig vindt
- echter, de verhouding tussen de getallen in de bovenrij en onderrij moet gelijk blijven.

Men spreekt in zo'n geval wel van *constructieruimte*[6]. Door voortschrijdend inzicht zullen leerlingen steeds meer de kortste manier kiezen.

c. *Zo wordt toegewerkt naar 'verkorting' van de rekenmanieren, met de reductie-tot-1 als kortste manier waarbij inzichtelijk werken voor ieder mogelijk blijft*

Door dit 'normaliseren' kan elk verhoudingsprobleem in twee stappen opgelost worden, waarbij het rekenwerk direct met de zakrekenmachine gedaan kan worden. Bovendien wordt daardoor de 'verhoudingsfactor' in de tabel zichtbaar gemaakt.

Deze manier van werken vormt een inzichtelijk alternatief voor het 'mechanistisch' toepassen van kruisproducten, dat voor veel leerlingen alleen maar een (meestal onbegrepen) truc is.

d. *Echter: een geforceerd toewerken naar deze manier belemmert het inzichtelijk werken*

De evaluatie van ervaringen met verhoudingstabellen, onder andere opgedaan in het project wiskunde 12-16[7], leert dat leerlingen volop gebruik maken van de gelegenheid eigen manieren van oplossen te vinden. Voor de docent is het wel eens moeilijk te doorgronden welke rekenwijze de leerling precies heeft gevolgd in de verhoudingstabel. Toch is het de moeite waard hierop in te gaan, want leerlingen blijken vooral meer inzicht in het verhoudingsrekenen te krijgen als hun oplosmethode door de docent wordt gehonoreerd.

e. *Tot slot: verhoudingstabellen zijn een middel dat overbodig kan worden, maar waarop altijd teruggegrepen kan worden*

Op een gegeven moment zullen leerlingen de verhoudingstabel niet meer nodig hebben, omdat ze het verhoudingsrekenen onder de knie hebben. In moeilijke gevallen, zoals het rekenen met verhoudingsgrootheden in de natuurwetenschappen, kunnen de leerlingen erop teruggrijpen, waardoor het rekenprobleem opgelost wordt, hetgeen kan bijdragen aan het begrijpen van de betreffende verhoudingsgrootheid.

Vijf kenmerken van verhoudingstabellen

We vatten de kenmerken van de verhoudingstabel samen in de volgende vijf punten:

1. de tabel bestaat uit twee of meer rijen en twee of meer kolommen met getallen in de cellen; ook lege cellen komen voor
2. de rijen hebben een label die de betekenis van de getallen en de gebruikte eenheden aangeeft
3. de leerlingen kunnen zelf kiezen welk label (met bijbehorende getallen) ze in de bovenste en in de onderste rij zetten[8]
4. als de getallen van één kolom gegeven zijn, kunnen getallen in een andere kolom berekend worden door die van de bekende kolom te vermenigvuldigen met of door te delen door een zeker getal (> 0); verhoudingsgewijs optellen of aftrekken is ook mogelijk
5. de verhouding tussen de getallen in de kolommen is hetzelfde voor alle kolommen. Ook de 'verhoudingsfactor' kan gebruikt worden om getallen in lege cellen te berekenen.

Het is met het oog op het gebruik van de verhoudingstabel in de natuurwetenschappen van belang dat de verhoudingsfactor en de mogelijke grootheid die die factor voorstelt (bijvoorbeeld snelheid of dichtheid) meer aandacht krijgt dan nu in de wiskundemethoden gebruikelijk is.

In een volgend artikel zullen we nader ingaan op de problemen die voorkomen wanneer er bij de natuurwetenschappen met verhoudingen wordt gewerkt. Een aangepaste verhoudingstabel, waarin de verhoudingsgrootheid nadrukkelijker betrokken wordt, kan daarvoor mogelijk een oplossing bieden.

Ton van der Valk, Monica Wijers en Harrie Broekman
Project Bèta Profielen in het Studiehuis (BPS)
Universiteit Utrecht

Dit artikel is ook verschenen in NVOX, 26(10).

Noten

[1] Zie Hummelen, H., A. Jambroes & T. van der Valk (2000). Vorm een Bèta -profielteam! *NVOX*, *25*, (3).

[2] Dit ontlenen we aan Ch. Spaanderman (1997). *Verhoudingen*. Afstudeerscriptie Universiteit Utrecht.

[3] Dijkstra, J. e.a. (1998). *Moderne Wiskunde 1 havo/vwo 7e editie*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

[4] Bemmelen, Th. van e.a. (1998). *Netwerk*, *1 havo/vwo*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

[5] Vuijk, R.A.J. e.a (1998). *Getal en Ruimte*, *1hv1*. Houten: EPN.

[6] Dolk, M.(1997). *Onmiddellijk Onderwijsgedrag*. Utrecht: W.C.C. (proefschrift).

[7] W12-16. *Overzichtsplan*. Interne publicatie Freudenthal Instituut, aug. 1989.

[8] In tegenstelling tot de wiskunde hebben de natuurwetenschappen vaak wel een voorkeur, omdat de verhoudingsfactor tussen de rijen een bepaalde grootheid representeert.