

De kennisbasis rekenen-wiskunde en de kwaliteit van reken-wiskunde-instructie op de basisschool

Een onderzoek naar de kwaliteit van reken-wiskunde-instructie van derdejaars studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs

Jenita Gardebroek-van der Linde, Christelijke Hogeschool Ede

Hanneke van Doornik-Beemer, Fontys Hogeschool Kind en Educatie Eindhoven

Ronald Keijzer, Hogeschool iPabo Amsterdam

Jan van Bruggen, Open Universiteit Heerlen

Samenvatting | *Sinds 2013 leggen studenten van de Nederlandse lerarenopleiding basisonderwijs de landelijke kennisbasistoets rekenen-wiskunde af. Onduidelijk is welke uitwerking de invoering van deze toets in de praktijk heeft. In het hier beschreven exploratieve onderzoek is gekeken of studenten met een hoge, dan wel lage toetsscore, verschillen in reken-wiskunde-instructie op de basisschool. Voor het onderzoek is een multiple casestudy ingezet. Zes derdejaarsstudenten van een lerarenopleiding basisonderwijs zijn gevolgd. Hun reken-wiskunde-instructie is beoordeeld met een aanpassing van het 'Mathematical Quality of Instruction' instrument. Dit instrument bestaat uit dimensies die de reken-wiskunde-instructie karakteriseren. Toepassing van dit observatie-instrument resulteerde in aanwijzingen dat studenten met een sterke rekenvaardigheid doorgaans een kwalitatief goede reken-wiskunde-instructie geven. Overigens kan zowel sterke als zwakke rekenvaardigheid aanstaande leraren in de weg staan bij het verzorgen van het reken-wiskundeonderwijs. Sterke rekenvaardigheid kan gerelateerd zijn aan moeite met het afdalen naar het niveau van een leerling. Zwakke rekenvaardigheid kan leiden tot interpretatieproblemen bij rekenstrategieën of het herkennen van fouten. Uitbreiding van dit onderzoek naar een grotere groep respondenten van diverse hogescholen is aanbevolen.*

Inleiding

Studenten van de Nederlandse lerarenopleiding basisonderwijs verwerven tijdens hun opleiding een beroepsspecifieke kennisbasis rekenen-wiskunde (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool, & Keijzer, 2009). De inhoud van deze kennisbasis is gebaseerd op twee componenten, vakkennis en vakdidactische kennis (Ball, Thames, & Phelps, 2008) en heeft als doel het niveau van leraren te verhogen (OCW, 2008). De aanleiding voor de invoering van deze kennisbasis was een maatschappelijke discussie over de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs. Deskundigen uitten zorgen over de borging van het niveau van de lerarenopleidingen (KNAW, 2009; NVAO, 2004; OCW, 2008).

Vanaf 2013 vindt in het derde studiejaar van de lerarenopleidingen basisonderwijs landelijke toetsing van de kennisbasis rekenen-wiskunde plaats. Deze toets bestrijkt niet de volledige inhoud van de kennisbasis. Opleidingen toetsen zelf vakdidactische kennis. De Vereniging Hogescholen besloot de landelijke kennisbasistoets alleen te baseren op vakkennis (HBO-raad, 2012). Voor een deel van de studenten is deze toets moeilijk te halen. In het studiejaar 2015-2016 had 22 procent van de studenten na twee toetspogingen de toets nog niet gehaald (Meijer, 2017).

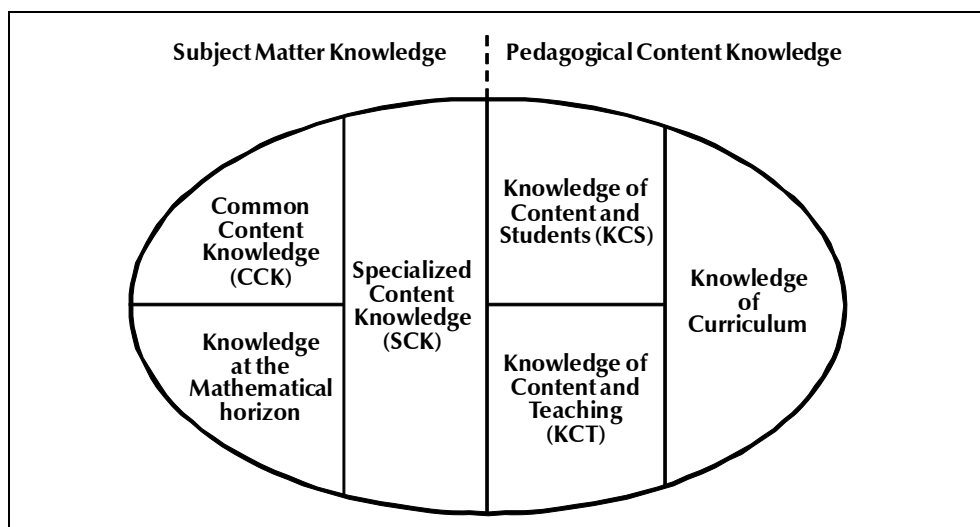
Studenten die enkele keren gezakt zijn voor de kennisbasistoets wijten dit in het algemeen niet aan de eigen rekenvaardigheid, maar vaak wel aan de toets en de kwaliteit van het opleidingsonderwijs. Daarnaast zijn zij van mening dat hun (geringe) rekenvaardigheid hen niet in de weg staat bij het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs op de basisschool (Boersma & Keijzer, 2017). Onderzoek van Hill et al. (2008) toont echter aan dat er wel een samenhang is tussen vakkennis rekenen-wiskunde van de leraar en kwaliteit van reken-wiskunde-instructie. Het doel van dit onderzoek is om de relatie tussen vakkennis van de aanstaande leraar en de kwaliteit van de reken-wiskunde-instructie verder te verkennen in een kwalitatief explorerend onderzoek. Daarbij is de vraag of verschillen in vakkennis van invloed zijn op het handelen van de aanstaande leraar in de reken-wiskundeles. Dit leidt tot de volgende onderzoeksvraag: *Op welke manier geven sterk en zwak rekenende aanstaande leraren basisonderwijs reken-wiskunde-instructie?*

Deze vraag is nader uitgewerkt in de volgende deelvragen:

- 1 Wat typeert in de reken-wiskunde-instructie van aanstaande leraren basisonderwijs de reken-wiskundige vakkennis van sterke en zwakke rekenaars?
- 2 Wat typeert in de reken-wiskunde-instructie van aanstaande leraren basisonderwijs de reken-wiskundige vakdidactische kennis van sterke en zwakke rekenaars?

Theoretisch kader

Kennis van de leraar, ook wel aangeduid als *content knowledge*, is de hoeveelheid kennis en organisatie van deze kennis in het hoofd van de leraar (Ball et al., 2008; Shulman, 1986). Shulman (1986) onderscheidt binnen deze *content knowledge* onder meer *subject matter knowledge* en *pedagogical content knowledge*, in de Europese traditie ook wel aangeduid als vakkennis en vakdidactische kennis. Deze tweedeling wordt binnen het vakgebied rekenen-wiskunde nog steeds gehanteerd. Ball et al. (2008) splitsten vakkennis en vakdidactische kennis verder op. Zij gebruiken daarbij het mathematical knowledge for teaching (MKT) model (Figuur 1).



Figuur 1. *Mathematical knowledge for teaching model (Ball et al., 2008, p. 403).*

Onder *subject matter knowledge*, vakkennis, verstaan Ball et al. (2008) reken-wiskundekennis van de leraar. Binnen de vakkennis is *common content knowledge* kennis die nodig is voor het rekenen in het dagelijkse leven. Ook het herkennen van rekenfouten valt hieronder. *Specialized content knowledge*, ook wel beroepsspecifieke vakkennis genoemd, gaat over de kennis die een leraar gebruikt om te interpreteren hoe een leerling heeft gedacht (Ball et al., 2008; Kool 2013). Dit lijkt op vakdidactische kennis maar is onderscheidend. Een leraar met vakdidactische kennis weet welke fouten leerlingen maken terwijl beroepsspecifieke reken-wiskundekennis nodig is om deze fouten te ontrafelen. *Knowledge at the mathematical horizon* gaat over maatschappelijke relevantie en verstrengeling. Een basisschoolleraar moet situaties uit het dagelijks leven kunnen interpreteren en verklaren (Kool, 2013).

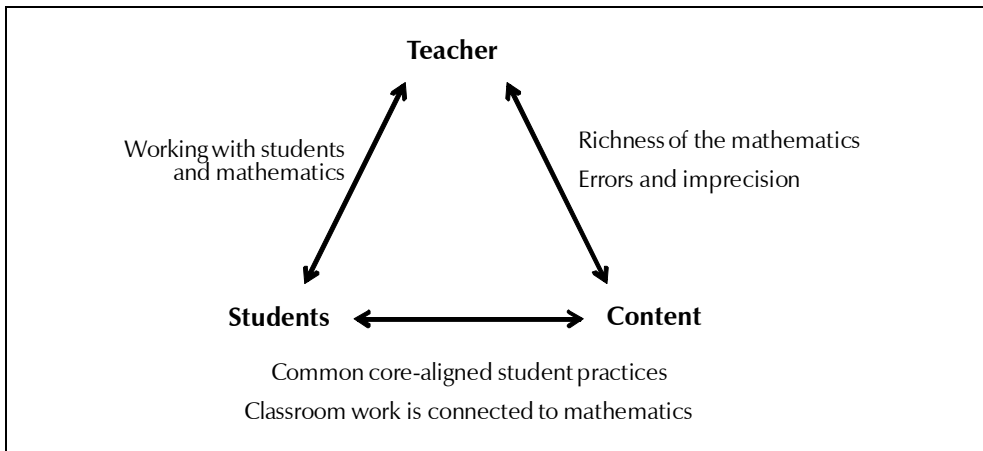
Vakdidactische kennis, *pedagogical content knowledge*, gaat over kennis die leraren in de klas gebruiken om een onderwerp voor leerlingen begrijpelijk te maken, zoals bruikbare manieren van representeren en formuleren. Wanneer een leraar vertrouwd is met een veel voorkomende fout van leerlingen en deze herkent in de klassencontext is er sprake van *knowledge of content and students*. Deze kennis kan een leerkracht gebruiken om zijn instructie vorm te geven (Hill, Ball, & Schilling, 2008). *Knowledge of content and teaching* heeft te maken met beslissingen die een leraar maakt met betrekking tot de instructie. *Knowledge of the curriculum* gaat over het curriculum: welke inhouden al behandeld zijn, wat leerlingen tijdens andere lessen leren en welke instructiematerialen beschikbaar zijn.

De stippellijn in het MKT model geeft weer dat goede beheersing van vakkennis niet voldoende is voor het verzorgen van reken-wiskunde onderwijs (Ball et al., 2008) en ook niet automatisch samenhangt met vakdidactische kennis (Hill, Ball, & Schilling, 2008). De opstellers van de kennisbasis pleiten voor een integrale benadering van vakkennis en vakdidactische kennis (Van Zanten et al., 2009).

Verschillende onderzoekers keken naar de relatie tussen kennis van de leraar en de uitwerking hiervan in de klas. Een duidelijke samenhang tussen kennis van de leraar en prestaties van leerlingen is niet gevonden (Hill & Ball, 2009; Shechtman, Roschelle, Haertel, & Knudsen, 2010; Swars, Hart, Smith, Smith, & Tolar, 2007). Hill et al. (2008) vinden wel een samenhang tussen kennis van de leraar en kwaliteit van instructie. Onder instructiekwaliteit verstaan zij verschillende dimensies die de rijkdom van een reken-wiskundeles karakteriseren. Er is een relatie tussen wat een leraar weet en wat hij doet in de instructiecontext. Naast deze relatie zijn ook mediërende variabelen van invloed op de instructiekwaliteit, zoals opvattingen van de leraar over het leren van rekenen-wiskunde.

Voor het meten van instructiekwaliteit ontwierpen Hill et al. (2008) het *Mathematical Quality of Instruction* (MQI) instrument. Dit instrument bestaat uit elementen die tijdens de reken-wiskunde-instructie kenmerkend zijn voor de interactie tussen leerkracht, leerling en inhoud (Cohen, Raudenbush, & Ball, 2003). Het MKT model vormt de basis voor het MQI-instrument waarbij de interactie leerkracht-inhoud wordt verbonden met vakkennis en de interactie leerkracht-leerling met vakdidactische kennis (Figuur 2, zie p. 68).

Binnen de interactie leerkracht-inhoud heeft de dimensie rijkheid (*Richness of the mathematics*) te maken met het leggen van verbanden tussen verschillende abstractieniveaus door de leerkracht. Ook het aanbieden en bespreken van verschillende oplossingsstrategieën valt hieronder. De dimensie fouten en onduidelijkheden (*Errors and imprecision*) gaat over fouten die de leerkracht maakt of onduidelijkheden in bord- en taalgebruik. Werken met leerlingen en rekenen-wiskunde (*Working with students and mathematics*) binnen de interactie leerkracht-leerling, richt zich op de vraag of leraren horen en begrijpen wat leerlingen zeggen en of ze hier adequaat op kunnen reageren.



Figuur 2. Dimensies van instructie gemeten met het MQI observatie-instrument (National Center for Teacher Effectiveness, 2009).

In dit onderzoek staat de vraag centraal op welke manier sterk en zwak rekenende aanstaande leraren basisonderwijs reken-wiskunde-instructie geven. Volgens Hill et al. (2008) is de samenhang tussen kennis van de leraar en instructiekwaliteit het sterkst voor het maken van fouten, terwijl rijkheid van de les meer beïnvloed lijkt te worden door mediërende variabelen.

Methode

Dit kwalitatief explorierend onderzoek gaat over de reken-wiskunde-instructie van aanstaande leraren basisonderwijs. We verkennen hoe studenten instructie geven en waarom zij dit op deze manier doen. Over gebeurtenissen die plaats vinden in de instructiecontext is weinig controle. Lesmethodes en groepen verschillen en lesonderwerpen zijn divers. Hierbij past een multiple casestudy (Yin, 2009).

Zes derdejaars studenten, twee mannen en vier vrouwen, van de Christelijke Hogeschool Ede participeren in het onderzoek. In oktober 2016 namen deze studenten voor het eerst deel aan de landelijke kennisbasistoets rekenen-wiskunde. Deze toets is evenwichtig samengesteld uit de verschillende domeinen van de kennisbasis (HBO-raad, 2012). De uitslag van deze toets wordt uitgedrukt in een cijfer op een schaal van 1 tot 10. Studenten die een 8 of hoger scoren worden in dit onderzoek gekenmerkt als 'sterke rekenaars', studenten die een 5 of lager scoren als 'zwakke rekenaars'. Drie studenten behaalden een 8 en drie studenten een 4. De laatste drie

studenten scoorden laag op de belangrijkste reken-wiskunde domeinen. Alle studenten hebben een werkplek in groep 6 of 7 van het basisonderwijs. Van iedere student zijn drie reken-wiskunde-instructies gefilmd en geanalyseerd, gevolgd door een focusinterview tussen onderzoeker en student. In het interview is gevraagd naar verklaringen voor het handelen in de gegeven lessen.

De scripts van de lesobservaties en het interview zijn door de onderzoeker gecodeerd met het 'observatie-instrument reken-wiskunde-instructie' (Tabel 1). Dit observatie-instrument is door de auteurs afgeleid van het originele MQI-instrument. Hierbij is echter geen gebruik gemaakt van de onderliggende 4-puntsschaal. Het gaat in dit onderzoek namelijk niet om de vraag op welk niveau een student scoort, maar wat een student doet en waarom hij of zij het op die manier doet. Om de betrouwbaarheid van dit onderzoek te vergroten is het afgeleide MQI-instrument voorgelegd aan vakcollega's, lerarenopleiders rekenen-wiskunde aan lerarenopleidingen basisonderwijs¹. Ook is voor iedere studentcasus een vakcollega gevraagd om een casus mee te beoordelen, deze vakcollega heeft één lesobservatie en het interview gecodeerd. Daarna volgde een gesprek tussen de onderzoeker en de vakcollega om overeenstemming te verkrijgen over de coderingen. Tenslotte heeft de onderzoeker voor iedere studentcasus per code een totaalplaatje

Tabel 1
Observatie-instrument reken-wiskunde-instructie

Dimensie rijkheid	Code
Verbindingen tussen abstractieniveaus worden visueel getoond en expliciet benoemd of aangewezen.	r1
Uitleg waarom een oplossingswijze of antwoord goed/fout is of waarom een procedure werkt.	r2
Verskillende oplossingsstrategieën worden gepresenteerd of besproken.	r3
Ontwikkelen van patronen, generalisaties en definities, opgebouwd vanuit minimaal twee voorbeelden.	r4
Vloeiend gebruik van reken-wiskundige vaktaal en stimulering hiertoe door leerlingen.	r5
Dimensie fouten en onduidelijkheden	
Inhoudelijke fouten. Incorrect oplossen van opgaven, incorrect formuleren van termen, vergeten belangrijke voorwaarde in definitie, gelijkstellen van termen die niet gelijk zijn.	f1
Onnauwkeurigheid in taal of notatie. Fouten in reken-wiskundige symbolen, fouten in reken-wiskundetaal of algemeen taalgebruik.	f2
Gebrek aan duidelijkheid in presentatie van de reken-wiskunde-inhoud.	f3
Dimensie werken met leerlingen en rekenen-wiskunde	
Omgang met misconcepties en fouten van leerlingen. De leerling wordt aan het denken gezet en de bron van de fout wordt onderzocht.	w1
Adequaat omgaan met bijdragen van leerlingen en deze verweven in de instructie. Bijdragen zijn antwoorden, ideeën, uitleg, generalisaties, vragen aan leerkracht, en leerlingwerk.	w2

¹. Vakcollega's komen uit de onderzoeksgroep van het Expertisecentrum Lerarenopleidingen Wiskunde en Rekenen (ELWleR), zie <https://elwier.nl/2017/04/10/elwier-onderzoeksgroep/>

beschreven. De eerste studentcasus is daarbij als een pilot gebruikt. De resultaatbeschrijvingen volgen uit de totaalplaatjes.

Resultaten

Overzicht

Hieronder worden de belangrijkste bevindingen uit lesobservaties van en interviews met zes studenten weergegeven. De dimensies rijkheid en fouten en onduidelijkheden typeren vakkennis van aanstaande leraren (deelvraag 1). De dimensie werken met leerlingen en rekenen-wiskunde typeert vakdidactische kennis van deze studenten (deelvraag 2). Tussen haakjes wordt verwezen naar de codes van het observatie-instrument. Lineke, Nienke en Aron zijn sterke rekenaars, Roos, Esther en Peter zijn zwakke rekenaars. Namen van studenten en leerlingen zijn gefingeerd.

Algemeen

Alle zwakke rekenaars geven instructie met de handleiding in de hand, bij sterke rekenaars is dit niet waargenomen. Daarnaast spelen bij zwakke rekenaars opvattingen over het eigen leren of dat van leerlingen een rol. Kenmerkende woorden die zij hierbij gebruiken zijn 'moeilijk' of 'lastig'. Esther zegt in haar les over het metrieke stelsel tegen de leerlingen: *"Dat blijft een ingewikkeld verhaal, dat kan ik je vertellen, want ik heb ook nog vragen over dit onderwerp waarvan ik denk, o nee..."* Tijdens het interview zegt Roos over verhaaltjessommen: *"Dat is best een lastig onderdeel, een aantal leerlingen is daar niet goed in; leerlingen vinden dit heel moeilijk dus."*

Dimensie rijkheid

Sterke rekenaars

Lineke en Nienke verbinden in hun lessen verschillende abstractieniveaus zoals concreet materiaal, modellen en het formele niveau aan elkaar (r1). Lineke verzorgt een les over breuken. Ze laat leerlingen breuken ontdekken met behulp van een strook. Twee leerlingen mogen verwoorden hoe zij de strook in 24 eerlijke stukken verdelen. Daarnaast laat ze op het bord zien hoe 1 , $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{4}$ zich tot elkaar verhouden door rechthoeken van verschillende grootte over elkaar te schuiven. Nienke geeft een les over ruimtelijke figuren waarbij leerlingen mogen zoeken naar voorbeelden van cilinders in de klas. Nienke licht toe waarom aangedragen voorbeelden als etui en toilettrol goed zijn.

In een andere les laat Nienke zien dat ze redeneert op mentaal niveau zonder dit voor leerlingen concreet te maken (r1): *"Als je die rechthoek oprolt krijg je een cilinder, probeer je het je een beetje voor te stellen in je hoofd."* Nienke doet hiermee een groot beroep op het abstractievermogen van de leerlingen. In het interview zegt zie hierover: *"Zelf kan ik wel bedenken hoe dat eruit ziet als je een blaadje oprolt, maar je moet er zo op letten dat je echt teruggaat naar het niveau van die kinderen."*

Vakkennis van de aanstaande leraar wordt ook zichtbaar wanneer deze kan interpreteren hoe een leerling bij een gegeven antwoord of een gehanteerde strategie heeft gedacht (r2, r3).

Aron laat zien dat hij dit kan, maar negeert daarnaast ook een slimme strategie van een leerling. In zijn les bespreekt hij een meerkeuzevraag over de vermenigvuldiging 76×6 . Er zijn vier mogelijke antwoorden waarvan er één op een zes eindigt. Een leerling zegt: *"6 x 6 is 36, dan kan het wel meer worden die drie, maar die 6 niet, dus dan kun je gelijk het antwoord al weten."* Aron gaat hier niet op in en behandelt de opgave zoals hij heeft voorbereid. In het interview zegt Aron: *"Als ik het nu terugzie weet ik precies wat hij bedoelt, toen niet, dat is aan mij voorbijgegaan. Ik denk dat ik met mijn hoofd meer zat bij de stap 70×6 , ik wilde zorgen dat die stap voor iedereen duidelijk werd."* Aron lijkt hier vast te zitten aan zijn voorbereide instructie waardoor er geen ruimte is voor een andere strategie van een leerling. Op een ander moment laat Aron wel zien dat hij kan interpreteren hoe een leerling heeft gedacht: *"Kijk Victor zegt ik deel eerst door 10 en dan nog een keer door 10. Als jij dat fijn vindt mag je dat zo doen. Esmeé zegt het kan nog iets sneller, ik doe gewoon in één keer delen door 100."*

Zwakke rekenaars

In de lessen van Roos en Peter lijkt de inzet van concreet materiaal, maatkannen en geld, niet zo goed doordacht (r1). Roos: *"Ik dacht ik moet materiaal hebben omdat jij kwam kijken, maar tijdens de les was ik dat onderdeel een beetje vergeten en toen sloeg het materiaal nergens meer op."* Peter: *"Ik had dus van die inhoudsbekers gepakt, want ik zag ze een keer op zolder staan, maar toen ik naar die bekers keek moest ik zelf ook nog even goed gaan nadenken, hoe het met deze bekers zit, omdat het niet de standaardmaten zijn."* Daarnaast laat een andere zwakke rekenaar, Esther, zien dat ze een model wel goed in haar les weet in te zetten. Met behulp van een strookmodel legt ze uit hoe de breuken $\frac{1}{4}$ en $\frac{3}{4}$ horen bij 25 en 75 procent.

Tijdens een les van Esther gebeurt het meerdere malen dat zij moeite heeft met het interpreteren van de denkwijze van een leerling (r2, r3). Wanneer een leerling een goede strategie voorstelt zegt Esther: *"Voor jou is het misschien duidelijk zo, maar ik krijg hem nog niet helemaal duidelijk."* Op een ander moment ziet ze in de handleiding dat een antwoord van een leerling niet goed is, maar ze kan de denkfout van de leerling niet achterhalen. Ze zegt: *"Ik ga zelf nu ook twijfelen, want het antwoordenboek zegt 40. Karin, leg jij eens uit waarom 40 klopt?"* Esther heeft hulp van een andere leerling nodig om tot het goede antwoord te komen. In het interview zegt Esther over dit fragment: *"Ik denk dat ik deze situatie gewoon erg moeilijk vond. In zulke situaties ga ik nog wel eens twijfelen, dan denk ik is het nu goed of fout? Je wilt voorbeeldfiguur zijn, dus je wilt laten zien dat jij het wel begrijpt, maar ik maak het nu eigenlijk alleen maar onduidelijker voor ze. Het voelt niet als falen, kinderen zien dat wij juffen ook gewoon fouten mogen maken."*

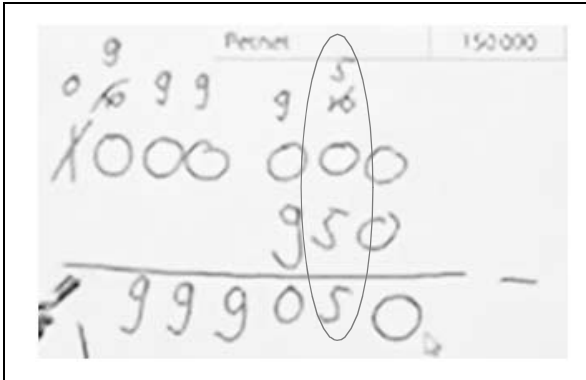
Zwakke rekenaars laten ook voorbeelden zien waarbij ze wel kunnen interpreteren hoe een leerling heeft gedacht. In een les van Roos wordt de opgave '98 + 99 + 96' besproken. Een leerling zegt: *"Dan maak je van 98, 100 en van 99 ook, en dan moet je 3 van 96 afdoen."* Roos: *"Aha, hij had drie tekort bij 98 en 99 en toen dacht hij die ga ik vast van de 96 afhalen."*

Samenvattend: binnen de dimensie rijkheid laten de sterke en zwakke rekenaars voorbeelden zien die verklaard kunnen worden vanuit sterke of zwakke rekenvaardigheid. Overigens lijkt deze koppeling niet altijd vanzelfsprekend.

Dimensie fouten en onduidelijkheden

Sterke rekenaars

Aron maakt in zijn lessen fouten in reken-wiskundetaal zoals het omdraaien van cijfers, 67×6 in plaats van 76×6 , en MB noemt hij microbyte in plaats van megabyte (f1). Wanneer Aron een opgave bespreekt waarbij de leerlingen cijferend moeten aftrekken is zijn uitleg fout en zijn bordgebruik onduidelijk (f3). Bij het aftrekken van de tientallen zegt Aron: "Vijf min nul kan niet", hij bedoelt nul min vijf kan niet (Figuur 3). Deze fout herhaalt hij verderop op dezelfde manier. Na het inwisselen zet hij een streepje door de tien tientallen die hij bij



Figuur 3. Uitwerking cijferend rekenen.

het inwisselen heeft gekregen en schrijft er een vijf boven. Dit is niet nodig en maakt het onduidelijk voor leerlingen. In het interview zegt Aron hierover: "Het was mij bij het bekijken van de video niet opgevallen dat ik het omdraai." Bij Nienke is er sprake van een fout in de reken-wiskundetaal, ze gebruikt het woord getal waar cijfer bedoeld wordt (f2): "Soms staan er helemaal geen drie getallen achter de komma." Ook

spreekt ze over het 'plakken' van nullen, wat lijkt op een betekenisloos goochelen met nullen (f3). Lineke is onnauwkeurig door twee tijdnotaties te gebruiken (f2): "Anja gaat om kwart voor 9 naar de winkel en komt om 21.15 uur terug. Hoe lang is zij weg geweest?"

Zwakke rekenaars

In de lessen van Esther gebeurt het dat ze fouten niet opmerkt of corrigeert (f1). Op het bord staat $5 : 10 = 1,00$ en $4 : 100 = 0,25$. Bij de eerste deling schrijft Esther zelf een fout antwoord op, bij de tweede deling schrijft ze op wat een leerling zegt. Ze licht toe: "Daar heb je weer zo'n puntje, dan mis ik soms net dat stapje waarin hij een fout maakt, die herken ik niet."

Fouten in de lessen van Roos lijken op fouten van de sterke rekenaar Nienke. Ook Roos verwisselt de woorden cijfer en getal (f2) en spreekt over nullen erbij doen (f3). Roos verwoordt het omrekenen van meter naar centimeter als volgt: "Twee stapjes, dan moeten er twee nullen bij, er gaan gewoon lekker twee nullen bij en dan is het helemaal goed." Even later vraagt een leerling: "Mag je bij 200 meter ook die twee nullen weghalen?" Roos: "Waarom zou je dat doen, dan klopt het toch niet, dan staat er 2 meter." Peter is soms onnauwkeurig in zijn formuleringen (f2): "Ik heb een hele taart gekocht en er zijn vier mensen. Ik geef ieder één stuk. Dat is wel veel hoor, met vier mensen allemaal één stuk." Uit deze voorbeelden blijkt dat zowel sterke als zwakke rekenaars fouten maken in hun instructie, maar de aard van de fouten verschilt. Een zwakke rekenaar schrijft foute antwoorden op het bord en herkent deze niet, terwijl het

Sterke en zwakke rekenaars verschillen in het soort fouten dat ze maken.

bij een sterke rekenaar mondelinge versprekingen lijken. Daarnaast is bij beide groepen sprake van onduidelijkheid of onnauwkeurigheid. Een duidelijke relatie tussen rekenvaardigheid en handelen lijkt in deze dimensie niet aanwezig.

Dimensie werken met leerlingen en rekenen-wiskunde

Sterke rekenaars

In een les van Nienke mogen leerlingen zelf hun gemaakte fouten bekijken (w1). Nienke geeft geen voorbeelden van veel voorkomende fouten die haar zijn opgevallen. In het interview verbaast ze zich soms over fouten van leerlingen: *“Want dan krijg je echt, 2,5 werd ineens 1, ik dacht, hoe verzin je het.”* Lineke vindt het soms lastig om te reageren op fouten van leerlingen (w1). Haar reactie over een leerling die bij het vouwen van de strook toevallig op 24 uitkwam: *“Misschien had ik door kunnen vragen, hoe heb je dat dan eigenlijk gevouwen, dat heb ik niet gedaan.”*

Lineke laat bij de opdracht om een staafdiagram over de klas te tekenen een voorbeeld zien waarbij ze leerlingenwerk in haar instructie verweeft (w2). Tijdens de bespreking zegt ze: *“Ik liep bij jullie langs en keek bij jullie op het blaadje en toen zei Reinier, kijk juf ik heb ook nog wat anders gemaakt.”* Vervolgens bespreekt Lineke de betekenis van een legenda. In het interview zegt ze hierover: *“Wat ik in mijn hoofd heb is leidend, wat belangrijk is vanuit de inbreng van de kinderen pas ik hierbij in.”* In de lessen van Nienke is ook ruimte voor inbreng van leerlingen maar zij gaat hier niet altijd adequaat op in (w2). Wanneer een leerling met een ezelsbruggetje komt voor het onthouden van het metrieke stelsel zegt Nienke: *“Dat is een goeie, volgens mij hebben jullie een blad waarop dit staat.”* Ze legt niet uit wat deze regel betekent. Een ander voorbeeld is de opgave $€9,95 \times 3$. Deze wordt door een leerling opgelost met behulp van handig rekenen, maar dit is niet de strategie zoals Nienke die in haar hoofd heeft: *“Dat kan, maar als je het cijferend gaat uitrekenen, want daar zijn we in deze les eigenlijk een beetje mee bezig...”* Ze zegt niet dat deze opgave misschien geen goed voorbeeld is voor cijferend rekenen, en dat de manier van de leerling best goed bedacht was. In het interview zegt Nienke: *“Nee, ik had deze oplossing niet verwacht, want ik doelde op cijferend vermenigvuldigen. Ik denk dat ik in mijn voorbereiding toch iets meer moet gaan bedenken waar kinderen zelf mee komen qua vragen en oplossingen.”*

Zwakke rekenaars

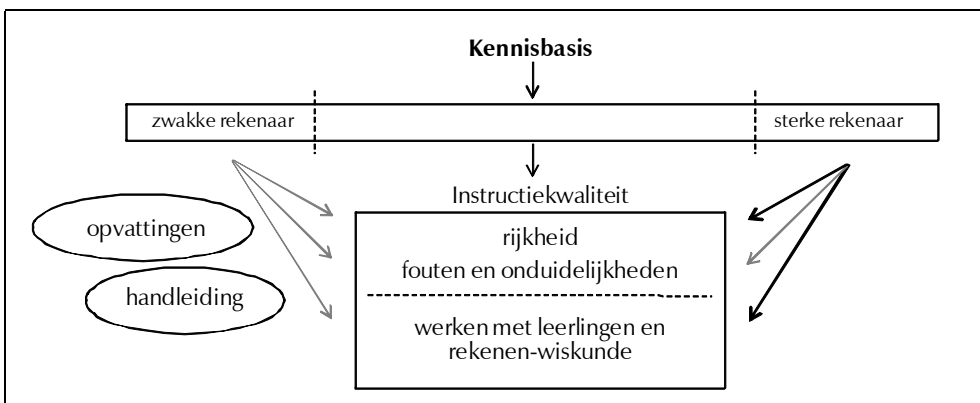
Peter loopt een rondje door de klas met de handleiding in de hand. Als hij in de handleiding ziet dat een antwoord fout is vraagt hij leerlingen nog even naar die opgave te kijken (w1). In het interview zegt hij hierover: *“Ik heb zelf nooit zo veel moeite gedaan om dingen te automatiseren, zoals bijvoorbeeld de tafel van 8, dus dan zoek ik toch wat veiligheid op als kinderen sommen maken.”* Peter geeft twee na-de-toets lessen. Over deze lessen zegt hij: *“Nee, ik kan daar eerlijk over zijn, ik heb niet gekeken wat er niet goed was gemaakt op de toets, dat had ik beter kunnen voorbereiden. Ik dacht er misschien wel iets te makkelijk over.”*

In de les van Roos komt een leerling met het voorstel om het aantal dagen van de verschillende maanden af te lezen op de knokkels van je handen. Roos gaat hier niet op in (w2). In het interview zegt ze dat ze zich niet kan herinneren dat dit is gezegd, Roos weet wel hoe het principe werkt.

Binnen deze dimensie is opgevallen dat een sterke rekenaar oog heeft voor leerlingenwerk en dit in de instructie verweeft. Bij zwakke rekenaars is dit niet waargenomen. Een sterke rekenaar gebruikt, in tegenstelling tot een zwakke rekenaar, fouten van leerlingen voor het vormgeven van de instructie. De wijze waarop dit gebeurt is, net als de keuze van een voorbeeldopgave, niet altijd adequaat.

Conclusie

De centrale vraag in dit onderzoek is hoe sterk en zwak rekenende aanstaande leraren basis-onderwijs reken-wiskunde-instructie geven. De conclusie is dat er verschillen zijn tussen beide groepen, maar ook dat er verschillen zijn binnen de groepen. Conclusies zijn daarom niet algemeen geldend voor sterke of zwakke rekenaars, maar beter passend bij een individuele sterke of zwakke rekenaar. Figuur 4 vat de conclusies samen.



Figuur 4. Grafische weergave conclusies. Dikke lijn symboliseert dat rekenvaardigheid overtuigend bijdraagt.

Dimensie rijkheid

Binnen de dimensie rijkheid lijkt het dat verschil in vakkennis van belang is (pijlen van verschillende dikte). Een sterke rekenaar kan een rijke les verzorgen. Hij legt verbanden tussen abstractieniveaus en interpreteert denkstrategieën van leerlingen juist. Rijkheid ontbreekt soms bij een zwakke rekenaar. Hij loopt vast bij denkstrategieën van leerlingen of probeert met concreet materiaal verbanden te leggen tussen abstractieniveaus, maar heeft de inzet van dit materiaal niet goed doordacht. Een zwakke rekenaar wijt dit zelf aan onvoldoende voorbereiding. De werkelijke oorzaak kan ook liggen in een tekort aan beroeps-specifieke vakkennis bij deze zwakke rekenaar (Ball et al., 2008; Kool, 2013). Hij heeft op dit moment onvoldoende wiskundige kennis paraat om te interpreteren hoe de leerling denkt. Toch is er geen eenduidig verband tussen vakkennis en kwaliteit van instructie, aangezien verschil in rekenvaardigheid er niet altijd toe doet. Een zwakke rekenaar interpreteert bijdragen van leerlingen soms wel goed, terwijl een sterke rekenaar soms slimme denkstrategieën van leerlingen negeert. Rekenvaardigheid lijkt een sterke rekenaar soms zelfs in de weg te staan om af te dalen naar het niveau van een leerling. Denkstappen of vragen van leerlingen

worden onvoldoende doordacht en leiden tot verbazing bij de aanstaande leraar. Ook hiervoor wordt voorbereiding als argument gebruikt.

Dimensie fouten en onduidelijkheden

Zowel bij sterke als bij zwakke rekenaars is er sprake van onnauwkeurigheden of onduidelijkheden. Daarnaast maakt een zwakke rekenaar inhoudelijke fouten op het bord, terwijl deze bij een sterke rekenaar alleen mondeling zijn waargenomen. De sterke samenhang tussen kennis van de leraar en instructiekwaliteit, gevonden door Hill et al. (2008) wordt hier niet duidelijk zichtbaar (pijlen van gelijke dikte).

Een sterke rekenaar heeft meer ruimte voor de inbreng van de leerling .

Dimensie werken met leerlingen en rekenen-wiskunde

De landelijke kennisbasistoets meet geen vakdidactische kennis, toch lijkt verschil in rekenvaardigheid hier wel van invloed te zijn (pijlen van verschillende dikte). Een sterk rekenende aanstaande leraar heeft ruimte voor de inbreng van leerlingen en gebruikt fouten van leerlingen voor het vormgeven van de instructie, voorbeelden van *pedagogical content knowledge* (Hill et al., 2008). Deze ruimte blijkt bij een zwakke rekenaar minder aanwezig. Hij is voor de instructie afhankelijk van de docentenhandleiding. Tenslotte weerspiegelt een zwakke rekenaar de eigen moeite met rekenen-wiskunde in het werken met leerlingen. De reden van de zwakke rekenaar om opvattingen over het eigen leren te bespreken is waarschijnlijk niet zozeer pedagogisch, maar meer empathisch. Een leerling mag best weten dat de aanstaande leraar ook fouten maakt.

Discussie

Dit onderzoek beschrijft in een aantal cases wat een aanstaande leraar weet, wat hij doet en waarom hij het zo doet. Deze beschrijvingen roepen ook vragen op. Zowel een zwakke als een sterke rekenaar wijten gemaakte keuzen tijdens de instructie aan onvoldoende voorbereiding. Het kan echter ook zijn dat de student de afstand tussen de eigen vakkennis en het leren van leerlingen niet kan overbruggen. Daarnaast is er geen duidelijk verschil gevonden tussen sterke en zwakke rekenaars met betrekking tot fouten en onduidelijkheden. Om tot een algemener beeld te komen is verbreding onder een grotere groep respondenten wenselijk. Daarbij zouden ook meer hogescholen betrokken kunnen worden. De studenten in dit onderzoek hebben opleidingsonderwijs op dezelfde hogeschool genoten en resultaten kunnen beïnvloed zijn door de aanwezigheid van de onderzoeker, deze is ook opleidingsdocent. Bij een grote populatie kan het zinvol zijn om gedetailleerder te kijken naar de score op de landelijke kennisbasistoets. Misschien is er een verband te ontdekken tussen de score van een student op een domein en de kwaliteit van instructie binnen dit domein.

De studenten in dit onderzoek waren gemotiveerd om mee te doen. Twijfel over eigen rekenvaardigheid stond deelname niet in de weg. Een student verwoordde naar leerlingen: "Van deze filmopnames kan ik heel veel leren." Om te blijven werken aan kwaliteit is dit niet alleen een uitgangspunt voor studenten maar ook voor opleiders en mentoren in het basisonderwijs.

Dit onderzoek exploreert de relatie tussen de vakkennis en de kwaliteit van instructie van aanstaande leraren basisonderwijs. Het biedt voorzichtige aanwijzingen voor bekwaamheidseisen die aan de startende leraar gesteld worden. Dat is belangrijk, maar onvoldoende als verantwoording voor deze eisen. Een grootschalig vervolg op dit onderzoek is daarvoor aangewezen.

Referenties

- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Boersma, G., & Keijzer, R. (2017). Worstelen met rekenen-wiskunde in het vierde jaar van de lerarenopleiding basisonderwijs. *Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 38(1), 17-28.
- Cohen, D.K., Raudenbush, S., & Ball, D.L. (2003). Resources, instruction and research. *Educational Evaluation & Policy Analysis*, 25(2), 119-142.
- HBO-raad (2012). *Toetsgids pabo Rekenen-wiskunde*. Den Haag: HBO-raad.
- Hill, H.C., Ball, D.L., & Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education* 39(4), 372-400.
- Hill, H.C., Blunk, M.L., Charalambous, C.Y., Lewis, J.M., Phelps, G.C., Sleep, L., & Ball, D.L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction* 26(4), 430-511.
- Hill, H.C., & Ball, D.L. (2009). The curious and crucial case of mathematical knowledge for teaching. *Kappan*. October, 68-71.
- Kool, M. (2013). Ontwikkeling van beroepsspecifieke wiskundekennis op de pabo. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 32, 22-32.
- KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.
- Meijer, N. (2017). *Jaarverslag 2016*. Den Haag: 10voordeleraar.
- NCTE, *National Center for Teacher Effectiveness* (2009). Verkregen van <http://cepr.harvard.edu/ncte> op 02-11-2016.
- NVAO (2004). *Notitie: meta-evaluatie pabo's*, d.d. 3 maart 2004. Den Haag: Nederlands-Vlaamse Accreditatieorgansiatie.
- OCW (2008). *Krachtig meesterschap. Kwaliteitsagenda voor het opleiden van leraren 2008-2011*. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap.
- Shechtman, N., Roschelle, J., Haertel, G., & Knudsen, J. (2010). Investigating links from teacher knowledge, to classroom practice, to student learning in the instructional system of the middle-school mathematics classroom. *Cognition and Instruction*, 28(3), 317-359.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Swars, S., Hart, L.C., Smith, S.Z., Smith, M.E., & Tolar, T. (2007). A longitudinal study of elementary pre-service teachers' mathematics beliefs and content knowledge. *School science and mathematics*, 107(8), 325-335.
- Van Zanten, M., Barth, F., Faarts, J., Van Gool, A., & Keijzer, R. (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Den Haag: HBO-raad.
- Yin, R.K. (2009). *Case study research: Design and methods*, Fourth edition. Thousand Oaks, CA: Sage.