

Realistisch reken-wiskundeonderwijs in het sbo (1)

Theorie, vragen en perspectieven

SAMENVATTING

In een tweetal aansluitende artikelen wordt besproken op welke principes een theorie maar ook de praktijk van het reken-wiskundeonderwijs aan kinderen met leerproblemen gebaseerd kan worden. In het eerste artikel wordt nagegaan wat de betekenis is van de realistische en de orthodidactische uitgangspunten voor de uitwerking van zo'n theorie. Wij vragen daarbij aandacht voor een tweetal aspecten die in beide genoemde didactieken nadrukkelijker aan bod kunnen komen. Dat is ten eerste de gedachte dat het leren betekenis moet hebben. Er wordt onder meer ingegaan op de vraag of concreet ook altijd betekenisvol is en er wordt gepleit voor meer aandacht voor – wat wordt genoemd – toenemende semantisering. Ten tweede wordt gewezen op het belang van interactief onderwijzen, met name in de vorm van 'scaffolding'. In het tweede, aansluitende artikel wordt verslag gedaan van enkele kleinschalige onderwijsexperimenten. In deze experimenten is onderzocht of leerlingen met leerproblemen in staat zijn tot het construeren van eigen kennis. Eveneens is nagegaan of deze leerlingen in staat zijn tot samenwerking en welke didactische principes daarbij een rol spelen. Het bleek dat onder adequate begeleiding van de leerkracht de leerlingen in staat zijn tot eigen kennisconstructie. Bovendien bleek het van belang voor kinderen betekenisvolle problemen aan te bieden.

1 Inleiding

In 2001 startte het Freudenthal Instituut op verzoek van het Ministerie van OC en W het project Speciaal Rekenen, dat tot doel heeft speciale (basis)scholen te ondersteunen bij de invoering van realistisch reken-wiskundeonderwijs.

In navolging van de reguliere basisscholen maken nu ook s(b)o scholen de omslag naar een realistische reken-wiskunde-methode. Dit mede naar aanleiding van een kritisch inspectierapport over het niveau van het rekenonderwijs in het s(b)o.

In de experimentele fase, voorafgaand aan het project, zijn gedurende twee jaren experimenten gedaan op vijf sbo-scholen. De experimenten hadden tot doel zicht te krijgen op de haalbaarheid van de realistische rekendidactiek in het s(b)o. De verwachting was dat er problemen zouden rijzen, omdat de realistische didactiek is geënt op het 'normaal' lerende kind in de basisschool. Leerlingen in het s(b)o zijn doorgaans echter kinderen met leerproblemen. Bovendien speelden op het moment dat de experimenten werden uitgevoerd in het s(b)o bepaalde gewoonten en tradities een grote rol. Zo was veelal sprake van directe instructie, maakten kinderen vaak individueel sommen en was er sprake van één, door de leerkracht voorgeschreven, oplossingsmanier. Er werd niet gewerkt met betekenisvolle contexten en interactief onderwijs kwam niet voor. De scholen stonden dus voor een grote omschakeling in zowel denken als lesgeven. Bovengenoemde experimenten en ook het pionierswerk dat in de afgelopen vijf jaar is verricht, hebben laten zien dat de realistische didactiek juist voor leerlingen in het s(b)o veel te bieden heeft. Een opmerkelijk resultaat was bijvoorbeeld dat leerlingen meer plezier kregen in rekenen en werden uitgedaagd om zelf

over een rekenprobleem na te denken. Het waren de leerlingen die de leerkrachten over de streep trokken. Hoewel de eerste ervaringen in de praktijk dus hoopvol stemmen, is het nog te vroeg om de vraag of álle uitgangspunten van de realistische vakdidactiek van betekenis zijn voor leerlingen in het sbo¹, in positieve zin te kunnen beantwoorden. Daarvoor heeft nog te weinig fundamenteel onderzoek plaatsgevonden. In twee opeenvolgende artikelen gaan we in op het belang van de kernbegrippen ‘interactie’ en ‘betekenisvol leren’ voor leerlingen in het sbo. Het eerste artikel betreft een literatuurstudie, waarin aandacht wordt geschonken aan standpunten en waarin het project Speciaal Rekenen wordt gepositioneerd gelet op de uitgangspunten en theorie. Het tweede artikel beschrijft ervaringen uit kleine onderwijsexperimenten die binnen Speciaal Rekenen zijn gedaan. Daarin wordt duidelijk gemaakt of en zo ja hoe interactie en betekenisvol leren mogelijk zijn met leerlingen in het sbo.

2 Principes van realistisch reken-wiskundeonderwijs

In het voetspoor van Wiskobas is in Nederland een theorie voor het reken-wiskundeonderwijs ontwikkeld. Deze theorie is bekend geworden als de realistische vakdidactische theorie (Treffers, 1987). We noemen kort de belangrijkste kenmerken van deze theorie. Een eerste kenmerk is dat wordt uitgegaan van concrete verschijnselen in een wereld die de kinderen kennen. Het startpunt van het onderwijs bestaat daarom uit een confrontatie met contexten waarin die verschijnselen een centrale rol spelen. Dit uitgangspunt van betekenisvol leren is met name voor leerlingen in het sbo van belang, omdat de abstracte wereld van formules juist voor deze leerlingen zo weinig betekenis heeft. Een tweede kenmerk van de realistische

theorie is dat het wiskundig handelen plaatsvindt op verschillende niveaus. Niveauperhoging wordt in de realistische vakdidactiek gekenmerkt als een proces van voortschrijdende mathematisering en semantisering (betekenisgeving). Een derde kenmerk van realistisch reken-wiskundeonderwijs luidt dat kinderen rekenen-wiskunde leren door zelf actief, productief of constructief aan de slag te gaan en door te reflecteren op het eigen wiskundig handelen (Nelissen, 1987).

Een vierde kenmerk is dat leerlingen interactief rekenen-wiskunde leren, dus door te discussiëren, te argumenteren, samen problemen op te lossen, enzovoort. Een laatste kenmerk luidt dat er verstrengeling is tussen leerlijnen en onderwerpen. Denk bijvoorbeeld aan verstrengeling van de operatie optellen tot 100 met vermenigvuldigen.

3 Orthodidactische principes op rekengebied

In de orthodidactiek wordt veel belang gehecht aan de ‘directing role’ van de leraar (Milo 2003, curs. Milo). Het gebruik van contexten voor oriëntatie op de leerstof wordt mogelijk geacht (Milo & Ruijsenaars 2003), echter niet voor de individuele verwerking, want dan kunnen de leerlingen hinder ondervinden van onder andere hun zwak ontwikkelde leesvaardigheid. Een verwijzing naar een expliciete niveautheorie komt men in de orthodidactiek niet vaak tegen. Wel wordt gesproken over modellen als ondersteuning van het rekenen, bijvoorbeeld de getallenlijn als model (Milo & Ruijsenaars, 2003). Aan het automatiseren op formeel niveau wordt doorgaans relatief veel tijd besteed. De kwestie aan welke instructievormen de voorkeur moet worden gegeven, krijgt in de orthodidactiek veel aandacht. In het algemeen valt de keuze

vooral op de sturende didactiek, ook wel directe instructie genoemd (Ruijsenaars, 2002).

In navolging van Ruijsenaars betwijfelt Milo of zwakke rekenaars tot reflectie in staat zijn: '[...] weaker students are expected to have difficulties with respect to reflection' (p. 4). Zij hechten veel belang aan een correcte uitvoering van een geleerde werkwijze en ze zijn voorstander van één oplossingsmanier.

Op de vraag of sbo-leerlingen gebaat zijn bij een interactieve didactiek wordt in de orthodidactische publicaties niet uitvoerig ingegaan, maar voorstanders van directe instructie zullen zich op dat punt vermoedelijk terughoudend opstellen.

De capaciteiten die bij deze leerlingen tekortschieten voor interactie, maar ook voor samen problemen oplossen, liggen volgens Milo en Ruijsenaars (2002) op de volgende gebieden: aandacht, reflectie, geheugen, inzicht in en het bewust zijn van vaardigheden en strategieën.

In de orthodidactiek ligt doorgaans de nadruk op het in kleine stapjes uiteenrafelen van een opgave.

4 Betekenis van de realistische en de orthodidactische uitgangspunten voor het project

Zoals al gezegd, wordt in het project Speciaal Rekenen uitgegaan van de veronderstelling dat de realistische vakdidactische theorie in beginsel van betekenis is voor het reken-wiskunde-onderwijs op sbo-scholen. In grote lijnen is deze veronderstelling verdedigbaar. De vakdidactische realistische theorie lijkt echter, net als de orthodidactische theorie, in een aantal opzichten verder aangescherpt te moeten worden. In dit artikel gaan we ten eerste in op de kwestie van betekenisvol leren omdat, zo blijkt uit observaties en interviews, de wereld van getallen, maten, procedures en formules voor leerlingen

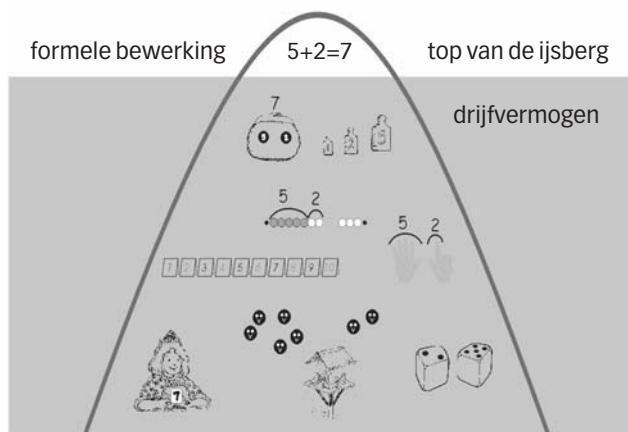
in het sbo vaak weinig betekenis heeft. Ten tweede is er de vraag of (en zo ja in welke mate) leerlingen in het sbo in staat zijn tot interactief leren. Het betreft immers leerlingen met specifieke tekorten, zoals taalzwakte en concentratie- en gedragsproblemen.

Zoals we zagen wordt in de orthodidactiek niet expliciet aandacht besteed aan de betekenis van contexten en in recente onderzoeken en trainingsprogramma's worden de leerlingen veelal geconfronteerd met opgaven op formeel niveau. Het streven naar beheersing van automatisen op formeel niveau betekent voor een groot deel van de leerlingen in het sbo veel onderwijsinspanning en veel tijd, met vaak slechts gering resultaat. Uit onderzoek van CITO Groep (Kraemer, 2000) blijkt bijvoorbeeld dat 50% tot 75% van de voormalige lom-leerlingen en bijna 90% van de voormalige ml-leerlingen (12 jaar) moeite heeft met de reproductie van de tafels op formeel niveau. Het investeren in het automatiseren van (in dit geval) tafels, betekent bovendien dat andere onderwerpen (meten, procenten, geldrekenen enz.) die voor de zelfredzaamheid nodig zijn, niet meer aan bod (kunnen) komen. Het is dus de vraag hoe zinvol oefenen op formeel niveau is.

Uit experimenten, uitgevoerd in het kader van het project Speciaal Rekenen, is gebleken dat voor een deel van de sbo-leerlingen inzicht op het formele niveau niet haalbaar is. Wat echter wel vaak mogelijk is, is het gebruikmaken van de kennis die je hebt over getallen en de relaties tussen getallen en het werken met modellen of contexten.

De binnen het project ontwikkelde ijsbergmetafoor brengt dit nog eens goed in beeld (Boswinkel & Moerlands, 2003). In Figuur 1 staat een ijsberg met daarin weergegeven een gedeelte van de leerstof van groep 3. Het meest formele niveau (topje van de ijsberg) bestaat uit formele bewerkingen.

Voordat kinderen dit beheersen, zijn



FIGUUR 1 Ijsbergmetafoor

er al veel activiteiten aangeboden, die de basis vormen om de bewerkingen met inzicht te kunnen uitvoeren. Die activiteiten vormen en noemen we het drijfvermogen. Het drijfvermogen omvat globaal het werken met contexten, met modellen en materialen en het bestuderen van getallen en getalrelaties. Aan de basis van de ijsberg ligt het werken met contexten die voor de kinderen betekenisvol zijn. Daarna volgt het kunnen representeren van aantallen op bijvoorbeeld vingers, kralenketting of rekenrek. Voor zwakke rekenaars kan hier al een groot struikelblok liggen. In het vervolgtraject wordt gestreefd naar verkort tellen: vingers en kralen zijn nog een voor een telbaar, maar bij het verkorten wordt gewerkt met grootheden die niet meer een voor telbaar zijn ('unitizing'). Het rekenen met geld of gewichten is hier een voorbeeld van. In iedere nieuwe fase is het handelen steeds opnieuw betekenisvol voor de kinderen. Anders gezegd, er is sprake van toenemende semantisering omdat de begrippen en inzichten mathematisch steeds meer onderling samenhangende betekenis krijgen (zie ook Goldman & Hasselbring, 1997; Bottge, 2001).

Een volgend punt van discussie is het onderscheid tussen een sturende en een banende didactiek. Van Luit (2002) en ook Kroesbergen (2002) pleiten in het voetspoor van Van Parreren en op grond van onderzoek voor een banende didactiek. Indien die onvoldoende succes heeft, adviseert van Luit over te gaan op een 'structuurverlenende' didactiek, dat wil zeggen een didactiek waaraan de leerling meer houvast heeft. Uit literatuur blijkt dat veel auteurs bepleiten nieuwe didactische wegen in te slaan, hoewel niet alle auteurs de traditie van 'drill and practice', oefenen en herhalen de rug willen toekeren (zie bijvoorbeeld Swanson, Hoskyn & Lee, 2000). Goldman en Hasselbring (1997) echter wijzen de didactiek van directe instructie expliciet af. Deze didactiek houdt in dat opgaven in stukjes verknipt worden en op die manier aan de leerlingen worden aangeboden. In plaats van directe instructie, die volgens Woodward en Montague (2002) eigenlijk alleen geschikt is voor het leren van feitenkennis, wordt door velen gepleit voor een interactieve didactiek die meer gericht is op het stimuleren van het denken van leerlingen (Stone, 1998a). Barnes (2005) bepleit 'social interaction' als een didac-

tiek waarvan met name 'low attainers' in het reken-wiskundeonderwijs profiteren.

Om tot een aanscherping van de realistische didactiek voor zwakke rekenaars in het speciaal basisonderwijs te komen, gaan we nu nader in op betekenisvol leren en interactief leren.

5 Betekenisvol leren

In deze paragraaf wordt ingegaan op de vraag hoe het leren van rekenen-wiskunde betekenis kan krijgen voor leerlingen in het sbo. Ten eerste wordt leren zinvol als de leerlingen zich realiseren waarom ze zich bepaalde vaardigheden en onderwerpen (moeten) eigen maken. Het is, ten tweede, zinvol als een vertrouwde context of een context-probleem de start en aanleiding is om te gaan rekenen. Ten derde zou een onderwerp geconcretiseerd moeten worden vanuit de leefwereld van de kinderen; we noemen dat common sense concreet (Gravemeijer & Nelissen, 2007). Maar, ten vierde, moeten kinderen ook weer boven de eigen ervaring kunnen uitstijgen. De wiskunde als zodanig moet uiteindelijk betekenis krijgen en dan moeten ze ook weer in staat zijn af te zien van hun ervaringskennis. En tot slot moet de toenemende formalisering, zeg maar het groeiende wiskundig inzicht, gedragen worden door toenemende groei van betekenis op hoger niveau (toenemende semantisering). Aan al deze kwesties wordt in deze paragraaf aandacht besteed.

Weten waarom je leert

Rekenen-wiskunde, de wereld van getallen, maten en berekeningen heeft voor veel leerlingen in het sbo vaak weinig betekenis. Dat kan komen doordat veelal nagelaten wordt met de kinderen te bespreken waarom een bepaald onderwerp eigenlijk geleerd wordt. In gesprekken die werden gevoerd met zwakke rekenaars in het basisonderwijs

over de vraag waarom ze eigenlijk breuken en procenten leren (daarmee hadden ze al kennis gemaakt) kwamen allerlei reacties (Nelissen, 1987).

We geven er enkele:

- de juf vindt dat we dat moeten leren
- breuken staan in het boek
- we zijn om half negen op school en dan begint gewoon om kwart over negen de rekenles
- misschien voor later?
- dat weet ik niet
- mijn vader wil dat ik alles goed leer
- het boek moet uit.

We zien dat deze kinderen kennismaken met een onderwerp (breuken in dit geval) terwijl ze nauwelijks een idee hebben waartoe dat leren dient.

Onderzoekers als Hembree (1990) en Ma (1999) hebben aandacht gevraagd voor 'math anxiety', angst voor (het leren van) rekenen-wiskunde (zie ook ter Heege, 2005). Betekenisloos reken-wiskundeonderwijs kan bij kinderen, met name in het sbo, gemakkelijk onzekerheid en angst voor rekenen-wiskunde oproepen (zie ook Kyriacou, 2005). Dat kan wellicht worden voorkomen door uit te gaan van contexten die spontaan mathematiseren uitlokken en die dat mathematiseren betekenis geven. In deel 2 van dit artikel komen we op dit punt terug, met enkele voorbeelden van experimenten die binnen Speciaal Rekenen zijn gedaan.

Context en structuur

Door het gebruik van contexten kan het rekenen voor leerlingen, zeker in het sbo, betekenis krijgen. Het is echter wenselijk twee betekenissen van het begrip context te onderscheiden: context als motivatie en context als model. De context als motivatie lijkt de laatste jaren (onder meer in sommige pleidooien voor het zogenoemde nieuwe leren) het sterkste benadrukt en uiteraard mag (en moet) een context leerlingen motiveren. Met context als model wordt echter een

ander accent gelegd, namelijk dat de context wiskundige structuren moet bevatten die door de leerlingen worden herkend, geëxploiteerd en geanalyseerd. Bij context als motivatie gaat het om het stimuleren van plezier in rekenen en bij context als model gaat het – in het rekenwiskundeonderwijs – om het stimuleren en uitlokken van cognitief mathematische processen. Deze processen moeten als zodanig voor de leerlingen betekenis krijgen. Het is niet in de eerste plaats het leuke verhaal van bijvoorbeeld een koning en zijn goudbord (in de methode Wis en Reken) waar het om draait en dat de kinderen moet aanspreken. De structuur van het goudbord (een 100-structuur) en niet het verhaal over de koning moet een denkstructuur in de hoofden van de leerlingen worden.

Contexten die vooral bestaan uit een leefwereldverhaal zónder (wiskundige doordachte) structuur kunnen zelfs averechts werken. Wanneer de leerlingen steeds maar geconfronteerd worden met zulke 'leuke' contexten kan de suggestie worden gewekt dat de leraar dit doet omdat mathematische activiteiten als zodanig niet interessant zijn. Goed doordachte contexten echter zijn contexten waarin motivatie en wiskundige structuur (model) hand in hand gaan.

Is concreet ook betekenisvol?

In het voorgaande werd vastgesteld dat reken-wiskundeonderwijs voor de leerlingen meer betekenis moet krijgen. In de rekendidactiek wordt dit vaak vertaald naar het concreet maken van moeilijke onderwerpen en procedures. Nu is de vraag of handelen met materiaal (bijvoorbeeld blokjes) betekenis heeft voor de kinderen.

Om die vraag te kunnen beantwoorden, moeten we eerst weten wat er onder 'concreet' wordt verstaan. In veel gevallen zijn concretisering afgeleid uit een formeel wiskundig, algoritmisch eindstadium, dus gedacht vanuit het formele denken van de wiskunde. De wiskunde wordt

dan aangepast aan het kind en als het ware verkinderlijkt. Het materialiseren geïntroduceerd door de Russische psycholoog Gal'perin, doet denken aan deze wijze van concretiseren. We spreken in dit verband van materieel-concreet (zie Gravemeijer & Nelissen, 2007). Het is twijfelachtig of deze wijze van concretiseren voor kinderen ook betekenisvol is. Deze concretisering zijn immers onvoldoende vanuit kinderlijke noties en informele kennis gedacht en veel meer vanuit formele wiskundige procedures en begrippen.

De concretisering van de leefwereld van kinderen gedacht, noemen we common sense concreet. Om een praktisch voorbeeld te geven: bij jonge kinderen zou men ontluikend getalbegrip kunnen starten met de eigen leeftijd, met kinderlijke representaties van de eigen leeftijd, met spelletjes, met dobbelsteenspelletjes, enzovoort. Zulke activiteiten leiden tot 'number sense' en dat is de basis voor het leren gebruiken van strategieën. Dit is iets anders dan kinderen laten spelen met vooraf bedachte, voorgestructureerde materialen. Bijvoorbeeld met het doel het juiste aantal blokjes bij het overeenkomstige getal te sorteren (zie in dit verband ook het bekende MAB-materiaal van Dienes). Conclusie: zeker als wordt gedacht aan het leren van rekenen-wiskunde van kinderen in het sbo, zou het begrip 'concreet' opgevat moeten worden als common sense concreet, dat wil zeggen als concretisering vanuit de leefwereld van de kinderen.

Redeneren in context: 'natuurlijk redeneren'

Wanneer leerlingen worden geconfronteerd met de realiteit, roept men met die realiteit verbonden leefwereldkennis op. Zulke kennis heeft veel invloed op het denken en redeneren van de leerlingen. In dit verband kan worden gewezen op het onderscheid tussen 'natuurlijk denken en redeneren' en 'analytisch denken en redeneren', een onderscheid dat door onder andere Markovits (2004) is uitgewerkt. Typerend voor het natuurlijke redeneren is,

dat het denken en redeneren van de kinderen in sterke mate wordt beïnvloed door hun leefwereldkennis en in het bijzonder door de dagelijkse taal en betekenissen die woorden voor hen hebben. Eveneens van invloed op het natuurlijke redeneren is hoe de leefwereld wordt waargenomen en ervaren. Als een op 'logische analyse' stoelende conclusie strijdig is met de eigen ervaring en intuïtie is het moeilijk die conclusie te accepteren. Een historisch en klassiek voorbeeld is het idee dat de aarde 'plat' is, omdat die immers als 'plat' wordt ervaren. Het denken van veel leerlingen in het sbo, vooral van de zwakkere rekenaars, wordt gekenmerkt door dit natuurlijk redeneren. Het is van belang dat de leerkracht hier kennis van heeft zodat hij er in de dagelijkse praktijk rekening mee kan houden. Betekenissen die leerlingen hechten aan begrippen en woorden zijn immers niet zonder meer dezelfde, waar zij (de leraren) analytisch denkend van uitgaan. Die betekenissen moet de leraar achterhalen om de problemen van de leerlingen te kunnen begrijpen en dat kan bijvoorbeeld in interactief onderwijs.

Toenemende semantisering en toenemende formalisering

In deze paragraaf wordt ingegaan op twee belangrijke aspecten van het leerproces namelijk de toenemende semantisering en de toenemende formalisering. Problemen met toenemende semantisering komen voor als kinderen de 'semantiek' van begrippen (wat betekent oppervlakte?) en het verband tussen begrippen (bijvoorbeeld oppervlakte en omtrek) en procedures (hoe bepaal je oppervlakte?) niet zien. Er vormen zich als het ware 'eilandjes van kennis' die bestaan uit (soms vage) noties over het gebruik van uit het hoofd geleerde procedures, zonder dat de kinderen zich de vereiste inzichten waarop die procedures berusten, hebben eigen gemaakt. Om een bekend voorbeeld te geven, sommige kinderen pakken de opgave $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ aan door 1 bij 1 en 2 bij 4 op te tellen. Het antwoord luidt dan $\frac{2}{6}$. Zo menen ze ook

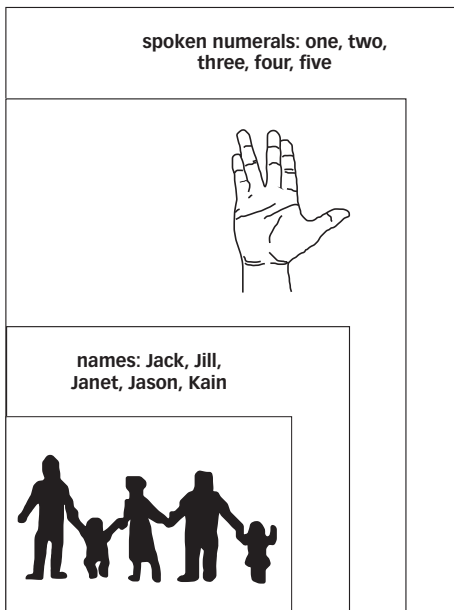
dat $\frac{1}{2}$ minder is dan $\frac{2}{4}$.

Er is hier sprake van onvoldoende inzicht in de betekenis, de semantiek van breuken. We zeggen in zulke gevallen dat in het leerproces geen toenemende semantisering heeft plaatsgevonden. Dat betekent dat ook op hoger formeel niveau niet de gewenste ontwikkeling kan plaatsvinden. Het gevolg daarvan is dat de verworven kennis veelal bestaat uit een losse verzameling van geïsoleerde, vaak mechanisch toegepaste strategieën zonder voor de kinderen duidelijk verband tussen die strategieën.

Stone (1998) pleit daarom voor 'meaning making', dat wil zeggen dat kinderen door 'negotiation of meaning', door 'guided inquiry' en 'joint-problemsolving' de betekenis van wat ze leren, gaan begrijpen (toenemende semantisering) en dat ze op steeds hoger formeel niveau inzichten verwerven en verbanden leren zien (toenemende formalisering). Het bereiken van een hoger formeel niveau is nauw verweven met een toenemend inzicht in de inhoudelijke wiskundige betekenis.

In de praktijk is van deze verwevenheid echter niet altijd sprake. Wanneer de kinderen bijvoorbeeld te snel en voortijdig op een hoog formeel niveau moeten werken, dan dreigt het gevaar dat ze zich de betekenisvolle basis waarop de formalisering stoelt, niet goed hebben eigen gemaakt. Er vindt nu alleen formalisering, maar geen semantisering plaats. In termen van de eerder genoemde ijsbergmetafoor (p. 324): er wordt geoefend in het topje, terwijl er geen drijfvermogen onder zit.

De verwevenheid tussen de toenemende formalisering en semantisering zien we gerepresenteerd in Whitson's metafoor van de 'chain of signification'. Wiskunde leren wordt in die metafoor voorgesteld als een proces van significatie. Jonge kinderen doen in contexten ervaringen op. Deze hebben betekenis en de kinderen vormen er scripts (of modellen) van. Er ontstaat geleidelijk aan een netwerk van significaties op telkens hoger niveau. Er worden bijvoorbeeld concrete kinderen als een groepje ervaren, dat zijn: Piet, Eva,



FIGUUR 2 Chain of signification (Whitson 1997)

Chantal. Op hoger niveau worden deze gerepresenteerd door middel van de vingers. De vingers ('signified') worden op weer hoger niveau gerepresenteerd als getallen: bijvoorbeeld 3 ('signifier'). Op elk hoger niveau is altijd het basisniveau, dat betekenisvol is, meegenomen. Op hoger niveau krijgt bovendien de relatie tussen verschillende functies van getallen en tussen bewerkingen steeds meer wiskundige betekenis (zie Figuur 2).

Ook de ijsbergmetafoor verduidelijkt dat er sprake is van zowel toenemende formalisering als toenemende semantisering (zie Figuur 1, p. 324).

6 Interactieve of geïndividualiseerde instructie in het sbo?

De praktijk in het sbo wordt grotendeels door individueel georganiseerd onderwijs gekenmerkt. Elk kind volgt veelal op eigen niveau zijn unieke leerwegen. En daarom is er nauwelijks sprake van groepsonderwijs. Aan de geïndividuali-

seerde didactiek zijn nadelen verbonden. We noemen er enkele.

Ten eerste is het een ondoenlijke en tijdrovende zaak om voor elke leerling voor elk onderwerp en probleem apart uitleg te geven. Ten tweede leren de kinderen dan nooit van elkaar, ze leren niet dat je ook een andere redenering of strategie kunt volgen, ze leren niet met elkaar te praten en zich begrijpelijk uit te drukken, en ze leren niet goed te luisteren naar elkaar. Ze leren ook niet dat je door samenwerken, als het ware samen inzicht opbouwt, samen iets leert begrijpen. Ten derde wordt het reken-wiskunde-onderwijs veelal verschaald tot het individueel, schriftelijk maken van standaardopgaven. Een echt probleem daarentegen daagt kinderen uit om naar een oplossing te zoeken. Ten vierde leren de leerlingen niet om zélf problemen op te lossen. Het is juist de eigen actieve inbreng van kinderen, het zelf nadenken en mogen manipuleren, dat ertoe bijdraagt dat de stof wordt verinnerlijkt en beklijft. Ten vijfde ondervinden ze geen stimulans om de taal van bijvoorbeeld redeneren en reflecteren te ontwikkelen. Deze nadelen zijn niet onopgemerkt gebleven. In de Engelstalige literatuur wordt dan ook steeds vaker gewezen op de betekenis van interactie voor deze kinderen. Zo gaat Stone (1998) uitgebreid in op wat 'scaffolding' wordt genoemd. In het vervolg van deze paragraaf besteden we aandacht aan de betekenis van 'scaffolding' voor leerlingen met leerproblemen. Voorts wordt ingegaan op de vraag welk soort reken-wiskundeonderwijs past bij een interactieve didactiek voor leerlingen in het sbo.

Interactief leren en onderwijzen: 'scaffolding'

Stone bepleit een 'scaffolding'-didactiek die inhoudt dat de leraar het leerproces van kinderen op gang brengt door middel van onder meer hints en het geven van relevante informatie. Daardoor kan het kind zelfstandig aan het werk en kan de leraar zich

(tijdelijk) terugtrekken. Als er behoefte is aan hulp omdat het kind dreigt vast te lopen, dan is de leraar weer stand-by om de nodige ondersteuning te geven. Maar niet alleen de leraar, ook de medeleerlingen kunnen in dat proces een belangrijke functie vervullen. Leerlingen kunnen immers ook veel van elkaar leren. Scaffolding is een stijl van onderwijzen die vergelijkbaar is met 'banend onderwijzen'. Dat is een interactieve didactiek die zich onderscheidt van een geïndividualiseerde didactiek volgens welke de leraar veelal voordeet wat een leerling geacht wordt na te doen. Wij typeren de scaffolding didactiek als: begeleid, interactief leren.

Een mooie uitwerking van scaffolding is volgens Stone het model van 'reciprocal teaching' van Palinscar en Brown. Uit onderzoek van deze auteurs bleek dat scaffolding haalbaar was bij kinderen met 'learning disabilities'. Scaffolding bleek vooral nuttig te zijn geweest om de gewenste voorkennis op te halen en strategiegebruik te stimuleren. In navolging van Rogoff benadrukt Stone dat scaffolding betekent dat kinderen én leraren actief participeren in een gezamenlijke activiteit. Hij wijst op studies waarin de voordelen van scaffolding werden aangetoond. Wel is het zo dat scaffolding de nodige ervaring en inhoudelijke kennis van de leerkracht vereist.

Bij scaffolding past de mogelijkheid tot 'revoicing': het parafaseren, het 'met-andere-woorden' zeggen wat een kind waarschijnlijk bedoelt maar niet geheel adequaat voor anderen heeft verwoord (O'Connor e.a., 1993; Pape e.a., 2003). De leerlingen voelen zich door 'revoicing' gewaardeerd in wat ze denken en de leraar probeert dit denken op hoger niveau te brengen. Met revoicing wordt bovendien beoogd de horizontale interactie tussen leerlingen te stimuleren (Reid 1998). Het vergroot de participatie van de leerlingen en stimuleert bovendien het denken. Juist zulke stimulans mag men moeilijk lerende kinderen niet onthouden.

Pape (2003) meent dat scaffolding moge-

lijkheden biedt voor 'reframing'. Dat gebeurt door het stellen van vragen. Dit sluit aan bij de opvatting van Vaughn en Linan-Thompson (2003) die de verbetering van de instructie in interactieve zin als de belangrijkste didactische opgave beschouwen. Zij bepleiten onderwijs aan kleine interactieve groepen die aan de leraar de mogelijkheid bieden het hardop denken en daarmee de taal en de reflectie te bevorderen. Door het hardop denken kan de leraar de leerlingen als het ware een spiegel voorhouden. De leerlingen worden door de leraar geconfronteerd met hun eigen werkwijze en dit maakt het voor de leerlingen mogelijk op hun werkwijze te reflecteren. Het is dus het kind dat actief is en de wiskunde maakt, maar de leraar is daarvoor de katalysator.

Uit dit (beknopte) literatuuroverzicht blijkt dat de meeste auteurs de voorkeur geven aan de interactieve scaffolding-didactiek boven geïndividualiseerd reken-wiskunde-onderwijs.

Constructie is nauw verweven met interactie

Kinderen moeten de ruimte krijgen om eigen informele werkwijzen (waarmee ze vertrouwd zijn) in te zetten.

Freudenthal typeert deze didactiek als uitgaan van 'common sense' van kinderen. Cobb (1994) benoemt het mathematiseren als constructivistisch. Eigen werkwijzen en vondsten leiden tot discussie over de betekenis en kwaliteit daarvan en tot de vraag of de eigen werkwijze wel de beste of enige is. Constructie en interactie zijn nauw met elkaar verweven. Maar dat is nog niet het hele verhaal, want door interactie kunnen leerlingen meer inzicht in het eigen handelen krijgen en dat noemen we reflectie. Reflectie leidt weer tot mathematiseren, tot nieuwe constructies op hoger niveau.

De vraag is nu of de drie besproken principes (constructie, interactie en reflectie) voor het sbo dezelfde betekenis hebben als voor het basisonderwijs.

In de vakliteratuur is het steeds een punt

van discussie of kinderen in het sbo in staat zijn tot constructies of dat directe instructie de beste didactiek is. Woodward en Montague (2002) menen dat het een misverstand is, dat het constructivisme wordt opgevat als het idee dat leraren hun leerlingen nooit directe uitleg zouden mogen geven en alleen zouden toestaan dat de leerlingen hun eigen kennis construeren. Zij wijzen erop dat in meerdere publicaties instructie en constructie niet als tegenstellingen worden gezien (zie bijvoorbeeld Bottge & Hasselbring, 1993). Volgens Cobb leiden samenwerking en interactie tussen leerlingen tot wiskundige activiteiten en tot co-constructies van leerlingen.

7 Tot besluit

De realistische vakdidactiek, zo zeiden we, moet wat betreft een aantal punten met het oog op onderwijs aan leerlingen in het sbo aangescherpt en nader uitgewerkt worden. In dit artikel hebben we ervoor gepleit om,

zowel in theorie als in de praktijk, met name extra aandacht te besteden aan het probleem dat rekenen-wiskunde voor leerlingen met leerproblemen doorgaans zo weinig betekenis heeft. Daardoor is er vaak onvoldoende basis voor het leren van rekenen-wiskunde. Betekenisvolle contexten kunnen bijdragen aan zinvol leren, maar het moet niet bij de eigen ervaring (betekenis) blijven. Geleidelijk aan moet worden overgegaan op een hoger formeel niveau. Ten tweede hebben we aandacht gevraagd voor interactieve in plaats van geïndividualiseerde instructievormen. Wordt deze voorkeur voor interactie echter voldoende gesteund door positieve ervaringen? Zijn de leerlingen in het sbo wel voldoende toegegerust om tot volwaardige interactie met leerlingen en leraar (simultane interactie) te komen? Is het bovendien niet zo dat ook de leraren het interactief onderwijs in de vingers moeten krijgen (McCrone 2005)? Op deze vragen, in het bijzonder de eerste twee, wordt ingegaan in een volgend, aansluitend artikel.

NOTEN

- ¹ Het project Speciaal Rekenen richt zich zowel op scholen voor speciaal basisonderwijs als op clusterscholen. De voorbeelden die in deze artikelen worden aangehaald betreffen echter met name het sbo. Vandaar dat we vanaf nu steeds zullen spreken van sbo.

LITERATUUR

- Barnes, H. (2005) The theory of Realistic Mathematics Education as a theoretical framework for teaching low attainers in mathematics. In: *Pythagoras*, 61, 42-57.
- Boswinkel, N. & Moerlands, F. (2003). Het topje van de ijsberg. In: K. Groenewegen, *De Nationale Rekendagen, een praktische terugblik*. Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Bottge, B.A. & Hasselbring T.S. (1993). A comparison of two approaches for teaching complex, authentic mathematics problems to adolescents in remedial math classes. In: *Exceptional Children*, 59, 556-66.
- Bottge, B.A. (2001). Reconceptualizing Mathematics Problem Solving for Low-Achieving Students. In: *Remedial and Special Education*, 22 (2), 102-12.
- Cobb, P. (1994). Where is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development. In: *Educational Researcher*, 23, 13-20.
- Goldman S.R. & Hasselbring, T.S. (1997). Achieving Meaningful Mathematics Literacy for Students with Learning Disabilities. In: *Journal of Learning Disabilities*, 30 (2), 198-208.
- Gravemeijer, K. & Nelissen, J.M.C. (2007). Hoezo concreet? In: *Volgens Bartjens*, 26 (3), 14-22.
- Heege, ter H. (2005). *Schaamte en haar betekenis*

- voor de affectieve context van het reken-wiskundeonderwijs. Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Hembree, R. (1990). The Nature, Effects, and relief of Mathematics Anxiety. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 33-46.
- Kraemer, J.M., Schoot, F. van der & Engelen, R. (2000). *Balans van het reken- en wiskunde-onderwijs op LOM – en MLK-scholen 2*. Arnhem: CITO.
- Kroesbergen, R. (2002). *Mathematics education for low-achieving students. Effects of different instructional principles on multiplication learning*. Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgeverijen.
- Kyriacou, C. (2005). The impact of daily mathematics lessons in England on pupil confidence and competence in early mathematics: a systematic review. In: *British Journal of Educational Studies*, 53 (2), 168-86.
- Lieshout, E. van (2002). Behandeling van rekenproblemen. Enkele voorbeelden van strategie-training. In: A.J.J.M. Ruijsenaars & P.Ghesquière (red.). *Dyslexie en dyscalculie: ernstige problemen in het leren lezen en rekenen*. Leuven/Leusden: Acco, pp. 145-62.
- Luit, H. van (2002). Jonge kinderen met rekenproblemen. In: A.J.J.M. Ruijsenaars & P.Ghesquière (red.). *Dyslexie en Dyscalculie: ernstige problemen in het leren lezen en rekenen*. Leuven/Leusden: Acco, pp. 113-25.
- Ma, Xin. (1999). A Meta-Analysis of the Relationship Between Anxiety Toward Mathematics and Achievement in Mathematics. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (5), 520-40.
- Markovits, H. (2004). The development of deductive reasoning. In: Leighton & R.Sternberg (eds.). *The nature of reasoning*. Cambridge University Press, pp. 313-39.
- McCrone S.S. (2005). The Development of Mathematical Discussions: An Investigation in a Fifth-Grade Classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (2), 111-33.
- Miller, S.P. & Mercer, C.D. (1997). Educational Aspects of Mathematical Disabilities. In: *Journal of Learning Disabilities*, 30 (1), 47-56.
- Milo, B.F. & Ruijsenaars, A.J.J.M. (2003). Instructie en leerlingkenmerken. (On)mogelijkheden van een realistische instructie in het sbo. *Tijdschrift voor nascholings en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 22 (1), 27-34.
- Nelissen, J.M.C. (1987). *Kinderen leren wiskunde. Een studie over constructie en reflectie in het basisonderwijs*. De Ruiter: Gorinchem.
- O'Connor, M.C. & Michaels, S. (1993). Aligning academic tasks and participation status through revocating: Analysis of a classroom discourse strategy. *Anthropology and Education Quarterly*, 24, 318-35.
- Pape, S.J., Bell, C.V. & Yetkin, I.E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. In: *Educational Studies in Mathematics*, 53 (3), 179-203.
- Reid, D.K. (1998). Scaffolding: A Broader View. *Journal of Learning Disabilities*, 31 (4), 386-96.
- Ruijsenaars, A.J.J.M, Luit, J.E.H. van & Lieshout, E. C.D.M. van (2004). *Rekenproblemen en Dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Stone, C.A. (1998). The Metaphor of Scaffolding: Its Utility for the Field of Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 31 (4), 344-64.
- Swanson, H.L., Hoskyn, M. & Lee, C. (2000). *Intervention for students with learning disabilities. A meta-analysis of treatment outcomes*. New York/London: The Guilford Press.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions*. Dordrecht: Publishing Company Reidel.
- Vaughn, S. & Linan-Thompson, S. (2003). What Is Special About Special Education for Students with Learning Disabilities? *The Journal of Special Education*, 37 (3), 140-47.
- Woodward, J. & Montague, M. (2002). Meeting the Challenge of Mathematics Reform for Students with LD. *The journal of Special Education*, 36 (2), 89-101.

ADRES VAN DE AUTEURS

E-mail: j.nelissen@fi.uu.nl

Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
Postbus 9432, 3506 GK Utrecht