



WISKUNDIGE GELETTERDHEID VOLGENS PISA

HOE STAAT DE VLAG ERBIJ? 2. OPGAVEN

Truus Dekker
Kees Lagerwaard
Jan de Lange
Ger Limpens
Monica Wijers

WISKUNDIGE GELETTERDHEID VOLGENS PISA

HOE STAAT DE VLAG ERBIJ?

2. OPGAVEN



Freudenthal Instituut

Aldadreef 12

3561 GE Utrecht

Deze publicatie is samengesteld door het PISA-NL-team, gevormd door:
Prof.dr. Jan de Lange, Freudenthal Instituut, projectleider
Drs. Kees Lagerwaard, Citogroep, projectleider

Truus Dekker MA, Freudenthal Instituut
Drs. Erna Gille, Citogroep
Drs. Ger Limpens, Citogroep
Drs. Monica Wijers, Freudenthal Instituut

Met dank aan Johan Wijnstra voor zijn analyse van de PISA-gegevens

Utrecht/Arnhem, 2006

Layout: Jan de Lange, Jasper Lisman, Nick Spier
Eindredactie: Truus Dekker, Monica Wijers
Redactie: Anneleen Post, Ank van der Heiden
Druk: Wilco, Amersfoort

Inhoudsopgave

1.	Inleiding	5
2.	Vrijgegeven opgaven wiskundige geletterdheid	11
3.	Extra opgaven wiskundige geletterdheid	105
4.	Opgaven probleemoplossen	121

1 Inleiding

Nederland deed het verhoudingsgewijs goed bij het PISA-2003-onderzoek¹ van de OESO². Voor wiskundige geletterdheid stonden 'we' op de vierde plaats, bij probleemoplossen op de twaalfde plaats. Het onderzoek betreft de onderdelen wiskunde, lezen en natuurwetenschappen (*science*). Het wordt elke drie jaar herhaald waarbij afwisselend op een van de drie vakken de nadruk ligt. In 2000, bij het eerste PISA-onderzoek, was dat het vak lezen, in 2003 was wiskunde het hoofddomein en in 2006 staan de natuurwetenschappen centraal. In 2003 deden alle 30 OESO-lidstaten mee aan PISA, naast elf niet-lidstaten.

PISA meet niet wat 15-jarige leerlingen op school hebben geleerd maar hoe ze die kennis en vaardigheden kunnen gebruiken en toepassen in situaties die betrekking hebben op wat ze, nu of later, in de maatschappij nodig zullen hebben.

Wat voor opdrachten maken de leerlingen die aan het onderzoek deelnemen eigenlijk? Wat voor antwoorden geven ze, wat doen ze goed, en welke fouten maken ze daarbij? En hoe verhoudt 'onze' prestatie zich tot die van onze ooster- en zuiderburen? Hoe zit het met de prestaties binnen de verschillende schooltypes? Hoe doen onze vmbo-leerlingen het? Zijn er binnen de vmbo-populatie grote verschillen en hoe zit het met vergelijkbare leerlingengroepen in Vlaanderen en Duitsland? Is er wel reden voor het Nederlandse wiskundeonderwijs om tevreden achterover te leunen?

In een samenwerkingsproject van het Freudenthal Instituut en Cito is een nadere analyse uitgevoerd naar de resultaten van het PISA-onderzoek in Nederland en enkele ons omringende landen. De resultaten van dit onderzoek worden in twee publicaties gepresenteerd: een onderzoeksrapport en voorliggende publicatie met PISA-opgaven.³

In deze publicatie zijn alle door de OESO vrijgegeven opgaven voor wiskundige geletterdheid opgenomen met daarbij een bespreking van de resultaten van de leerlingen uit Nederland en enkele ons omringende landen. Van elke wiskundeopgave zijn de volgende gegevens vermeld:

Tekst van de opgave

Dit is de opgave zoals die aan de Nederlandse leerlingen in het PISA-onderzoek is voorgelegd.

Antwoordmodel met de beoordeling, zoals gehanteerd door de OESO, eventueel met deelscores

Hierin zijn mogelijke antwoorden met de daaraan toe te kennen score opgenomen. Bij een aantal opgaven wordt een antwoord dubbel gecodeerd, de code die bij de (deel)scores is aangegeven maakt het mogelijk om bepaalde typen fouten of gebruik-

1. Programme for International Student Assessment
2. Organisatie voor Economische Ontwikkeling en Samenwerking
3. Meer informatie over de PISA-resultaten in Nederland is te vinden in de publicatie uit 2004: *Resultaten PISA-2003, Praktische kennis en vaardigheden van 15-jarigen*, uitgegeven door de Citogroep, Arnhem.

te oplossingsstrategieën nader te analyseren. Veronderstel dat voor een antwoord maximaal 1 punt gegeven kan worden. Dan kunnen de volgende codes voorkomen:

Code 11 goed antwoord (1 punt, de eerste 1 in de code), strategie of type antwoord zoals bij 1 in het antwoordmodel beschreven.

Code 12 goed antwoord (1 punt, de eerste 1 in de code), strategie of type antwoord zoals bij 2 in het antwoordmodel beschreven.

Code 01 fout antwoord (0 punten), strategie of type antwoord zoals bij fout 1 beschreven.

Code 02 fout antwoord (0 punten), strategie of type antwoord zoals bij fout 2 beschreven.

Code 99 geen antwoord, niets ingevuld of onleesbaar antwoord.

Competentie

In het PISA-onderzoek worden drie competentieclusters gebruikt om een opgave te karakteriseren:

- Reproductiecluster: kennen van definities, gebruik van standaardprocedures, herkennen van eigenschappen van figuren enzovoort;
- Verbindingencluster: verband kunnen leggen tussen verschillende representatievormen, zelf 'wiskundig gereedschap' kunnen kiezen, grotere interpretatievaardigheden;
- Reflectiecluster: vermogen tot mathematiseren, generaliseren, abstraheren, inzicht op de juiste manier verwoorden.

Domein

Het domein zegt iets over de wiskundige inhoud van de vraag. Er worden vier domeinen onderscheiden:

- 1 Hoeveelheid (**H**): numerieke verschijnselen en kwantitatieve relaties en patronen, rekenkunde;
- 2 Veranderingen en Relaties (**VeR**): wiskundige representaties op het gebied van verandering en relaties tussen verschillende grootheden, algebra, formules, grafieken en tabellen;
- 3 Vorm en Ruimte (**Vrm**): ruimtelijke en geometrische fenomenen en relaties, meetkunde;
- 4 Onzekerheid (**O**): kansrekening en statistiek.

Context

Dit typeert de min of meer realistische situatie waarbinnen een probleem moet worden opgelost. De context ligt dichterbij of verder af van de leerling en wordt gedefinieerd als: in de persoonlijke sfeer, onderwijskundig of beroepsmatig van aard, publiek, dan wel wetenschappelijk.

Vraagtype

Ongeveer de helft van de PISA-opgaven heeft de vorm van een meerkeuzevraag. Daarnaast zijn er open vragen, onderverdeeld in kort antwoord-vragen en lang antwoord-vragen.

Vaardigheidsniveau

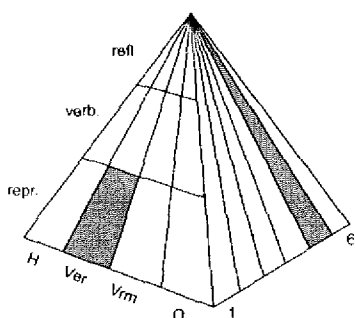
De wiskundevragen zijn onderverdeeld in zes vaardigheidsniveaus met een oplopende moeilijkheidsgraad van 1-6. Hieronder wordt een overzicht gegeven wat er van een leerling op een bepaald vaardigheidsniveau verwacht wordt. Daarnaast staat steeds een score op de PISA-schaal vermeld, waarbij de gemiddelde OESO-score op 500 punten is gezet.

Hieronder volgt een overzicht van de vaardigheidsniveaus voor wiskundige geletterdheid.

niveau	vaardigheden	PISA-schaal
1	Op niveau 1 kan een leerling • vragen beantwoorden die betrekking hebben op bekende contexten indien alle relevante informatie gegeven is en de vraagstelling helder omschreven is • informatie identificeren en routineprocedures uitvoeren die betrekking hebben op directe aanwijzingen in expliciete situaties • activiteiten uitvoeren die voor de hand liggend zijn en onmiddellijk uit de gegeven stimuli volgen	van 385 tot 420
2	Op niveau 2 kan een leerling • situaties in contexten interpreteren en herkennen op basis van directe gevolgtrekkingen • relevante informatie onttrekken aan een enkele bron • gebruik maken van een enkele representatievorm • gebruik maken van elementaire algoritmes, formules, procedures of afspraken • gebruik maken van eenvoudig redeneren • letterlijke interpretaties maken van resultaten	van 420 tot 482
3	Op niveau 3 kan een leerling • helder omschreven procedures uitvoeren waaronder procedures op basis van gefaseerde besluitvorming • selecteren en eenvoudige probleemoplossende strategieën toepassen • interpreteren en gebruiken maken van representatievormen gebaseerd op verschillende informatiebronnen • korte mededelingen doen waarin verslag gedaan wordt van gevonden interpretaties, resultaten en redeneringen	van 482 tot 544

niveau	vaardigheden	PISA-schaal
4	Op niveau 4 kan een leerling • gericht werken met expliciete modellen van ingewikkelde situaties waarbij beperkingen aan de orde kunnen zijn of zelf veronderstellingen gemaakt dienen te worden • kiezen uit dan wel integreren van verschillende representatievormen, waaronder symbolische vormen, waarbij deze op een directe manier in verband gebracht kunnen worden met realistische situaties • uitleg en argumenten construeren en communiceren, gebaseerd op eigen interpretatie en redeneringen	van 544 tot 606
5	Op niveau 5 kan een leerling • modellen voor ingewikkelde situaties ontwikkelen en daarmee werken waarbij randvoorwaarden geïdentificeerd worden en zelf veronderstellingen gespecificeerd worden • geschikte probleemoplossende strategieën selecteren, vergelijken en evalueren om complexe problemen die bij vermelde modellen horen op te lossen • strategisch werken, daarbij gebruik makend van brede, goed ontwikkelde redeneervaardigheden, geschikte representatievormen, symbolische en formele karakteristieken en inzicht relevant voor de vermelde ingewikkelde situaties • reflecteren op zijn eigen handelen • zijn interpretaties en redeneringen formuleren en communiceren	van 606 tot 668
6	Op niveau 6 kan een leerling • conceptualiseren, generaliseren en informatie benutten, gebaseerd op het onderzoek en het modelleren van een complexe probleemstelling • diverse informatiebronnen en representatievormen met elkaar verbinden en flexibel overstappen van de een op de ander • op hoog wiskundig niveau denken en redeneren • dit inzicht en begrip samen met symbolische en formele wiskundige operaties en verbanden inzetten om nieuwe aanpakken of strategieën te ontwikkelen om ongebruikelijke situaties aan te pakken • zijn bevindingen, interpretaties en argumenten rond zijn handelingen en overdenkingen en tevens de geschiktheid hiervan met betrekking tot de oorspronkelijke situatie formuleren en helder communiceren	668 en hoger

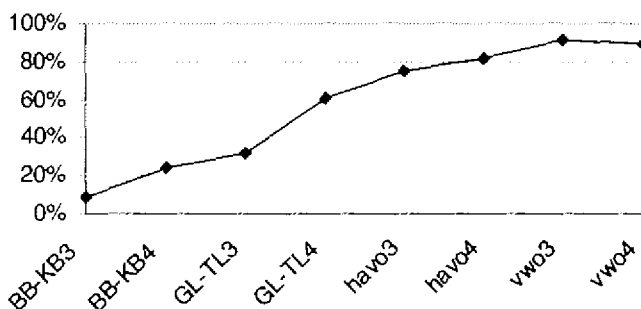
Een aantal van de hier genoemde kenmerken is voor elke opgave samengevat in een diagram in de vorm van een piramide, zoals hierna getekend. Aan de voorkant van de piramide zijn de verschillende domeinen (horizontaal) en de competentieclusters (verticaal) te zien. Aan de zijkant is het vaardigheidsniveau van 1-6 aangegeven zodat in één oogopslag de kenmerken van de betreffende opgave zichtbaar zijn.



De opgave waarvoor bovenstaand piramidemodel getekend is, hoort dus tot het domein *Veranderingen en Relaties*, het competentiecluster is *Reproductie* en het vaardigheidsniveau op de PISA-schaal is 5.

Resultaten in Nederland

De resultaten van de Nederlandse leerlingen worden per opgave in een grafiek gepresenteerd en in een tekst toegelicht. Per schooltype en leerjaar wordt het percentage leerlingen dat de opgave 'goed' heeft beantwoord weergegeven. De gemiddelde score van alle Nederlandse leerlingen (in %) staat rechts boven de grafiek vermeld. Als er deelscores gehaald konden worden, zijn de percentages leerlingen die deze scores hebben gehaald apart weergegeven.



De leerlingen zijn ingedeeld naar schooltype en leerjaar (zie horizontale as). Daarbij is in het vmbo een onderverdeling gemaakt naar de verschillende leerwegen die in dit type onderwijs voorkomen:

BB-KB 3 en BB-KB 4

Deze groep bestaat uit de vmbo-leerlingen in de basisberoepsgerichte (BB) en kaderberoepsgerichte (KB) leerweg in leerjaar 3 respectievelijk leerjaar 4. Dit zijn leerlingen die een groot beroepsgericht programma (ca. 15 uur per week praktijkvakken) volgen.

GL-TL 3 en GL-TL 4

deze groep bestaat uit de vmbo-leerlingen in de gemengde- (GL) en theoretische (TL) leerweg in leerjaar 3 respectievelijk leerjaar 4. Dit zijn leerlingen die geen beroepsgericht programma (TL) of slechts één beroepsgericht vak (GL) volgen.

Resultaten vergelijking

Per vraag wordt het percentage leerlingen dat deze vraag goed deed uit acht landen (waaronder Nederland) in een staafdiagram weergegeven. De acht landen zijn: Duitsland, Denemarken, Finland, Vlaanderen, Nederland, Noorwegen, Zweden en de Verenigde Staten. De resultaten worden in een tekst toegelicht.

Leerlingenwerk

Van een aantal vragen zijn enkele kenmerkende leerlingenantwoorden opgenomen.

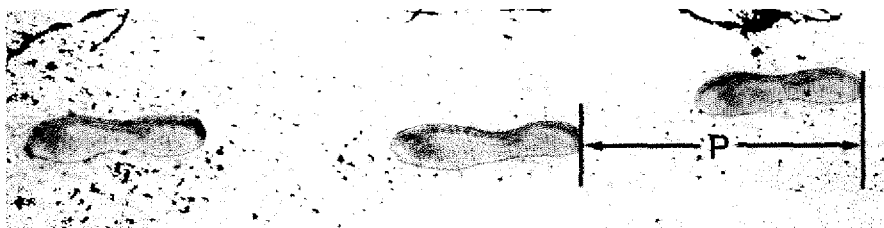
Probleemoplossen

In 2003 werd bij het PISA-onderzoek ook gekeken naar de vaardigheid van leerlingen bij het onderdeel 'probleemoplossen'. Dit onderdeel zal in de volgende rondes niet meer terugkomen. Volgens het internationale rapport staan deze opgaven los van de schoolvakken. Toch moeten leerlingen bij het beantwoorden ervan vaak een beroep doen op wiskundige vaardigheden en technieken. Nederland had bij wiskunde een gemiddelde score van 538 en bij probleemoplossen een gemiddelde score van 520. Internationaal gezien is het verschil in scores tussen wiskunde en probleemoplossen in Nederland het grootst.

De opgaven voor probleemoplossen zijn aan het eind van deze publicatie opgenomen.

2. Vrijgegeven opgaven wiskundige geletterdheid

LOPEN



De afbeelding toont de voetafdrukken van een wandelende man. De paslengte P is de afstand tussen de achterkanten van de twee opeenvolgende voetafdrukken.

Voor mannen geeft de formule $\frac{n}{P} = 140$ bij benadering het verband weer tussen n en P , waarbij:

n = aantal stappen per minuut, en

P = paslengte in meters.

Vraag 1: LOPEN

Als de formule van toepassing is op het lopen van Heiko die 70 stappen per minuut maakt, wat is dan Heiko's paslengte? Laat zien hoe je tot je antwoord bent gekomen.

Vraag 2: LOPEN

Bernard weet dat zijn paslengte 0,80 meter is. De formule past bij het lopen van Bernard.

Bereken Bernards loopsnelheid in meter per minuut en in kilometer per uur. Laat zien hoe je tot je antwoord bent gekomen.

LOPEN – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 2:

0,5 m of 50 cm; $\frac{1}{2}$ (eenheid niet vereist)

$$\bullet 70/P = 140$$

$$70 = 140 P$$

$$P = 0,5$$

$$\bullet 70/140$$

Geen punten

Score 0:

Correcte substitutie van getallen in de formule, maar onjuist of geen antwoord.

- $\frac{70}{P} = 140$ [alleen maar substitutie van getallen in de formule]

- $\frac{70}{P} = 140$

$$70 = 140 P$$

$$P = 2$$
 [correcte substitutie, maar uitwerking is fout]

OF

De formule is correct bewerkt tot $P = n/140$, maar verder geen correcte uitwerking.

OF

Andere antwoorden.

- 70 cm

LOPEN – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 3:

Correct antwoord (eenheden niet vereist) voor zowel meter/minuut als kilometer/uur:

$$n = 140 \times 0,80 = 112$$

Per minuut loopt hij $112 \times 0,80$ meter = 89,6 meter.

Zijn snelheid is 89,6 meter per minuut;

dus is zijn snelheid 5,38 of 5,4 km/u.

Score 3 wordt gegeven als beide antwoorden goed zijn (89,6 en 5,4), ongeacht of er een uitwerking is of niet. Afrondingsfouten zijn acceptabel, bijvoorbeeld 90 meter per minuut en 5,3 km/u (89×60).

- 89,6; 5,4

- 90; 5,376 km/u

- 89,8; 5376 m/u (als in dit geval het tweede antwoord zonder eenheid wordt gegeven, moet het als 2 worden gecodeerd)

Gedeeltelijk goed (2 punten)

Score 2:

Zoals bij score 3, maar er is nagelaten met 0,80 te vermenigvuldigen om de stappen per minuut in meter per minuut om te zetten, bijvoorbeeld de snelheid van de man is 112 meter per minuut en 6,72 km/u.

- 112; 6,72 km/u

Score 2:

De snelheid in meter per minuut is goed (89,6), maar de omzetting naar kilometer per uur is fout of ontbreekt.

- 89,6 m/min; 8960 km/u
- 89,6; 5376
- 89,6; 53,76
- 89,6; 0,087 km/u
- 89,6; 1,49 km/u

Score 2:

Correcte methode (expliciet aanwezig) met klein(e) rekenfoutje(s), andere dan bedoeld in de eerder vermelde scores 2. Geen antwoorden goed.

- $n = 140 \times 0,8 = 1120$; $1120 \times 0,8 = 896$. Hij loopt 896 m/min; 53,76km/u
- $n = 140 \times 0,8 = 116$; $116 \times 0,8 = 92,8$. 92,8 m/min ;i 5,57km/u

Score 2:

Vermeldt alleen 5,4 km/u, maar niet 89,6 m/min (tussenvolgende uitwerking ontbreekt).

- 5,4
- 5,376 km/u
- 5376 m/u

Gedeeltelijk goed (1 punt)

Score 1:

$n = 140 \times 0,80 = 112$. Er is geen verdere uitwerking of de uitwerking vanaf dit punt is onjuist.

- 112
- $n = 112$; 0,112 km/u
- $n = 112$; 1120 km/u
- 112 m/min; 504 km/u

Geen punten

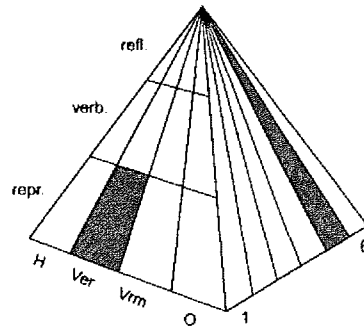
Score 0:

Andere antwoorden.

LOPEN – Bespreking van de opgave

LOPEN vraag 1

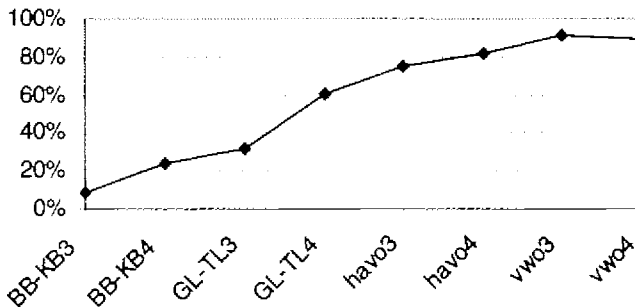
Competentie	Reproductie
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5
Score niveau PISA	611



De score van 611 op de PISA-schaal is slechts vier punten boven de grens met niveau 4.

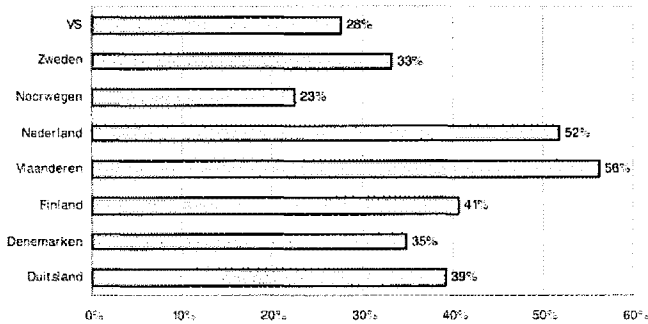
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 52%



Het scoreverloop is zoals verwacht: naarmate het opleidingstype 'hoger is', is ook het percentage leerlingen dat deze vraag goed doet hoger. Duidelijk is te zien dat het merendeel van de vmbo-leerlingen op deze vraag erg laag scoort. Er zit wel een 'sprong' tussen GL-TL 3 en GL-TL 4. De score van de leerlingen uit GL-TL klas 4 ligt dicht bij die van havo 3 dan bij die van de GL-TL-leerlingen in klas 3. Mogelijk heeft dit verschil, behalve met de algemene vaardigheid van de leerlingen, iets te maken met het feit dat het hier om een vraag gaat met een letterformule. Vmbo-leerlingen – met name in de BB- en KB-richting – zijn voornamelijk gewend om met woordformules te werken. Leerlingen die examens doen in de GL- en TL-richting, doen het verrijksdeel voor wiskunde. Dit verrijksdeel is zodanig ingevuld dat de overstap naar havo 4 mogelijk is. Er wordt veel aandacht besteed aan algebraïsche vaardigheden en dus ook aan rekenen met formules.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Elke man heeft een eigen natuurlijk looppatroon met een 'eigen' paslengte en een 'eigen' stapfrequentie. Een wat oudere man neemt kleine stappen in een laag tempo. Een energieke jongere man neemt op vlotte wijze vrij lange passen.

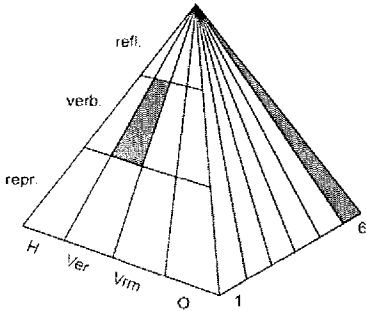
De algemene regel die dit voor allerlei mannen redelijk beschrijft is $\frac{n}{P} = 140$.

Over dat verband zelf hoef je als leerling niet na te denken. Steeds wordt namelijk gezegd dat iemands lopen voldoet aan de formule. Dus kun je de formule gebruiken, al dan niet in combinatie met andere berekeningen.

De vaardigheid die nodig is om de vraag te beantwoorden, bestaat uit het invullen van een waarde in een eenvoudige formule, gevolgd door een standaardberekening: bereken de waarde van P als $\frac{70}{P} = 140$. Dit is een type vraag dat voor veel Nederlandse leerlingen bekend zal zijn, ook al kennen ze de context misschien niet. Met de letterformule kunnen met name de vmbo-leerlingen in de beroepsgerichte leerwegen moeite hebben. Een te verwachten en ook veel gemaakte fout is het delen van 140 door 70, in plaats van andersom; dit levert het antwoord 2 op. Er zijn leerlingen die zonder problemen noteren dat de paslengte van Heiko twee meter is

LOPEN vraag 2

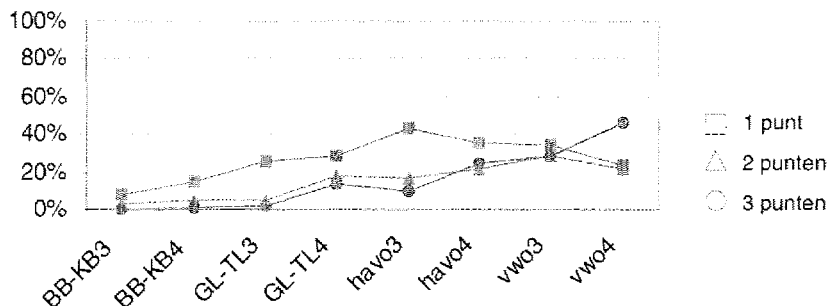
Competentie	Verbindingen
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	6 (3 punten)
Score niveau PISA	605 (1 punt) 666 (2 punten) 723 (3 punten)



De maximale score bij deze vraag illustreert het bovenste gedeelte van vaardigheidsniveau 6 met een score van 723 punten. Deelscore 2 hoort bij vaardigheidsniveau 5

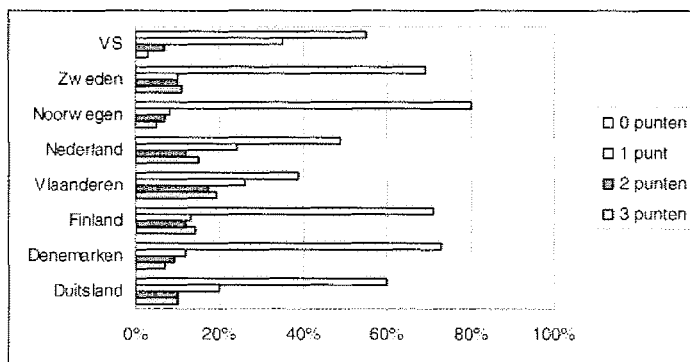
met een score van 666 punten, slechts 3 punten onder de grens met niveau 6. Deel-score 1 hoort bij vaardigheidsniveau 4, met een score van 605 punten, net 2 punten onder de grens met niveau 5.

Resultaten in Nederland (% goed)



Ook hier zien we dat er een scheiding zit tussen enerzijds de vmbo-leerlingen in vmbo-BB en KB en in vmbo-GL-TL klas 3 en anderzijds de leerlingen van klas 4 vmbo GL-TL en de leerlingen in havo en vwo. In de eerstgenoemde groepen scoort meer dan 60% van de leerlingen geen punten op deze deelvraag. De tweede groep doet het beter. Dit patroon is te verwachten. In vwo 4 scoort bijna de helft van de leerlingen het maximale aantal van drie punten. In alle andere groepen is het percentage leerlingen dat ten hoogste 1 van de drie punten haalt – en dat dus al is gestopt na de eerste stap van het antwoord al dan niet correct te hebben uitgevoerd – het hoogst.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% per deelscore)



Deze vraag kent een aantal deelscores, afhankelijk van de fouten die gemaakt kunnen worden. Eerst moeten de leerlingen een getal in de formule invullen: bereken de waarde van n als $\frac{n}{0,80} = 140$. Dat lijkt op de vorige vraag maar is iets lastiger. Als $n = 140 \times 0,80 = 112$ (stappen per minuut) is gevonden, moet met behulp van dit getal berekend worden wat Bernards snelheid in km/u is. Dat houdt in: eerst bedenken dat 112 stappen van 0,80 meter in een minuut een snelheid van $112 \times 0,8 = 89,6$

meter/minuut inhoudt. Dan omrekenen naar km/u, bijvoorbeeld met een verhoudingstabel:

afstand in meters	89,6	896	5376
tijd in minuten	1	10	60

Een afstand van 5376 meter kan afgerond worden naar 5,4 km, het gaat immers om een regel die bij benadering geldt. Een snelheid als 5 km/u zou wellicht ook goed gerekend moeten worden. Hopelijk heeft de leerling na het geven van het antwoord ook nog even nagedacht of dat een acceptabele uitkomst is: 'Loop je zo ongeveer vijf kilometer per uur?'

De uit te voeren berekeningen zijn allemaal standaard, maar de combinatie van bewerkingen maakt dat deze vraag toch tot het verbindingscluster hoort.

Leerlingenwerk

Bij het bekijken van het leerlingenwerk valt op dat er op twee manieren nul punten worden gehaald bij deze deelvraag. Relatief veel vmbo-leerlingen uit de BB- en KB-leerweg en schrijven helemaal niets op, vaak hadden ze ook bij deelvraag 1 niets opgeschreven. Kennelijk zijn ze bij het lezen van de tekst al afgehaakt. Dan zijn er nog leerlingen die juist veel opschrijven, maar daarbij allerlei fouten maken. Ook dit levert nul punten op.

Hieronder staat een antwoord van een leerling uit vmbo-BB-KB klas 3 die nul punten krijgt:

$$140 : 0,80 = 175 \text{ m per minuut}$$

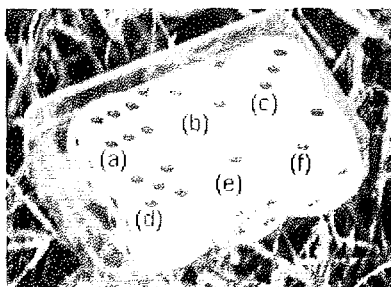
$$175 \times 60 = 10500 \text{ m} = 10,5 \text{ km per minuut}$$

Deze leerling rekt met de gegeven getallen, maar voert een deling in plaats van een vermenigvuldiging uit. Hij benoemt het eerste (onjuiste) antwoord 175 als 'meters per minuut' en probeert dit vervolgens om te rekenen naar km/u, zoals ook wordt gevraagd. Het antwoord lijkt niet meer aan de realiteit gerelateerd te zijn: dan zou het de leerling mogelijk opgevallen zijn dat er 'per minuut' is blijven staan, waar de berekening 'per uur' aangeeft. Als dat verbeterd was, had deze leerling overigens nog steeds nul punten gescoord.

DOBBELSTENEN

Op deze foto zie je zes dobbelstenen met de letters (a) tot (f). Voor alle dobbelstenen geldt de volgende regel:

Het totaal van de ogen op twee tegenover elkaar liggende zijvlakken van een dobbelsteen is altijd zeven.



Schrijf in elk vakje het aantal ogen dat zich aan de **onderzijde** van de dobbelsteen bevindt. Elk vakje komt overeen met een dobbelsteen op de foto.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

DOBBELSTENEN – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

(a)	(b)	(c)
1	5	4
2	6	5
(d)	(e)	(f)

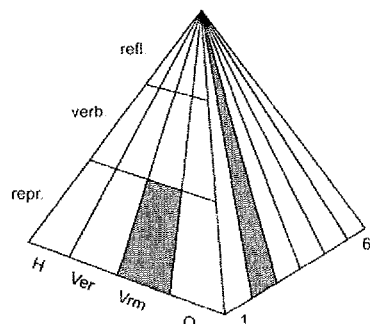
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

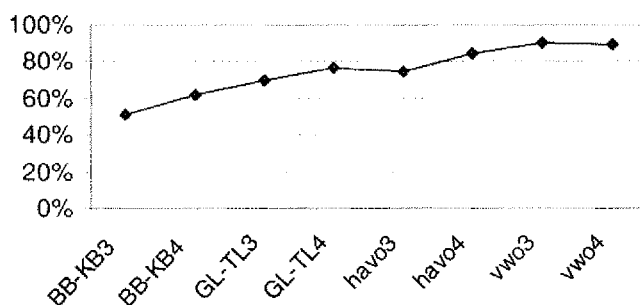
DOBBELSTENEN – Bespreking van de opgave

Competentie	Reproductie
Domein	Vorm en Ruimte
Context	Beroep
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	478

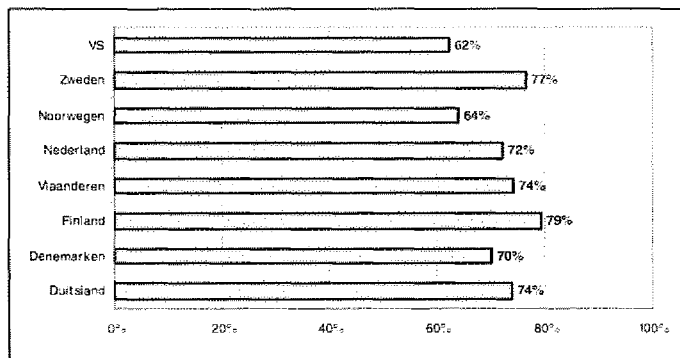


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 72%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Er zijn veel spelletjes waarbij gebruik gemaakt wordt van dobbelstenen, de meeste leerlingen zullen die waarschijnlijk kennen. Hoe dobbelstenen worden gemaakt, namelijk zodanig dat het aantal stippen op tegenover elkaar liggende zijden steeds zeven is, wordt echter niet als bekend verondersteld.

Omdat de plaats van elke dobbelsteen a – f in het antwoordmodel precies aangegeven is, komt beantwoorden van deze vraag neer op het zesmaal toepassen van de regel: 'Het totaal van de ogen op twee tegenover elkaar liggende zijvlakken van een dobbelsteen is altijd zeven.' Verder moet de leerling zich de dobbelstenen ook in de ruimte kunnen voorstellen. Deze twee competenties vormen een essentieel onderdeel van wiskundige geletterdheid op een laag niveau.

Leerlingenwerk

Anders dan je zou verwachten doen sommige leerlingen een deel van de opgave fout, bijvoorbeeld:

1	5	2*	door een GL-TL-leerling, of	1	5	4	door een BB-KB-leerling.
2	6	3*		2	5*	4*	

Slordigheid?

Een BB-KB-3-leerling nam het plaatje over maar dan met cijfers in plaats van stippen; te slordig gelezen?

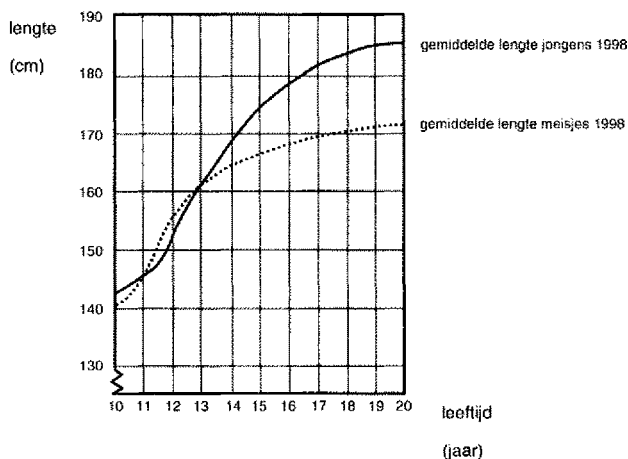
Een havo-vwo-leerling gaf als antwoord

6	4	1
5*		4*

en schreef erbij: 'Kan niet kloppen!' Gezien de tekeningetjes die erbij stonden leek het erop dat deze leerling niet had begrepen wat 'tegenover elkaar liggende zijvlakken' zijn. Hij of zij maakte overigens ook een andere opgave over dobbelstenen fout, wat ook wees op het niet begrijpen van de tekst over de zijvlakken.

JONGEREN STEEDS LANGER

In deze grafiek wordt de gemiddelde lengte van zowel jongens als meisjes in Nederland in 1998 weergegeven.



Vraag 1: JONGEREN STEEDS LANGER

Sinds 1980 is de gemiddelde lengte van 20-jarige meisjes met 2,3 cm toegenomen tot 170,6 cm. Wat was de gemiddelde lengte van 20-jarige meisjes in 1980?

Vraag 2: JONGEREN STEEDS LANGER

Leg uit hoe je aan de grafiek kunt zien dat het gemiddelde groeitempo van meisjes langzamer wordt na hun 12de jaar.

Vraag 3: JONGEREN STEEDS LANGER

Tijdens welke periode in hun leven zijn, volgens deze grafiek, meisjes gemiddeld langer dan jongens van dezelfde leeftijd?

JONGEREN STEEDS LANGER – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:

168,3 cm (eenheid gegeven).

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

JONGEREN STEEDS LANGER – Beoordeling vraag 2

Maximale score

De kern bij deze vraag is dat het antwoord moet refereren aan de verandering in de hellingshoek van de grafiek voor de meisjes. Dit kan expliciet of impliciet zijn. De eerste twee scores 1 gelden voor expliciet noemen van de steilte van de curve van de grafiek, en de derde score 1 is voor de impliciete vergelijking, waarbij de werkelijke groei voor en na 12 jaar is genoemd.

Score 1:

Verwijst naar de afname van de steilte van de curve na het twaalfde jaar in dagelijkse taal, niet in wiskundige termen.

- De lijn gaat niet langer recht omhoog, hij wordt minder steil.
- De curve vlakkt af.
- De lijn is vlakker na 12 jaar.
- De lijn voor de meisjes begint af te vlakken en de lijn voor de jongens gaat door.
- Hij wordt minder steil en de curve voor de jongens blijft stijgen.

Score 1:

Verwijst naar de afname van de steilheid van de curve na het twaalfde jaar in wiskundige termen.

- Je kunt zien dat de hellingshoek kleiner is.
- De mate van verandering in de grafiek neemt na het twaalfde jaar af.
- *[De leerling heeft de hoeken van de curve ten opzichte van de x-as berekend, voor en na 12 jaar.]*

Beschouw in het algemeen het gebruik van woorden als 'hellingshoek', 'steilte', of 'mate van verandering' als wiskundige termen.

Score 1:

Vergelijking van de werkelijke groei (eventueel impliciet).

- Van 10 tot 12 is de groei ongeveer 15 cm, maar van 12 tot 20 is de groei maar 17 cm.
- De gemiddelde groei is van 10 tot 12 ongeveer 7,5 cm per jaar en maar ongeveer 2 cm per jaar van 12 tot 20 jaar.

Geen punten

Score 0:

De leerling geeft aan dat de lengte van de meisjes kleiner wordt dan die van de jongens, maar refereert NIET aan de helling(shoek) van de meisjesgrafiek of het verschil in groeitempo van de meisjes voor en na 12 jaar.

- De lijn voor de meisjes zakt onder die van de jongens.

Als de leerling ZOWEL vermeldt dat de meisjesgrafiek minder steil wordt, ALS dat de curve onder die van de jongens zakt, moet de maximale score worden toegekend (Score 1). We zijn hier niet uit op een vergelijking van de grafieken voor de meisjes en de jongens. Negeer daarom een verwijzing naar zo'n vergelijking en oordeel op basis van de rest van het antwoord.

Score 0:

Andere onjuiste antwoorden. Het antwoord verwijst bijvoorbeeld niet naar kenmerken van de grafiek, terwijl duidelijk gevraagd wordt hoe je aan de GRAFIEK kunt zien dat ...

- Meisjes rijpen eerder.
- Omdat meisjes eerder in de puberteit komen dan jongens, krijgen ze eerder een groeispurt.
- Meisjes groeien niet veel meer na hun twaalfde. [*Geeft aan dat het groeitempo van meisjes na hun twaalfde afneemt zonder te verwijzen naar de grafiek.*]

JONGEREN STEEDS LANGER – Beoordeling vraag 3

Maximale score

Score 2:

Vermeldt het correcte interval, van 11 - 13 jaar.

- Tussen 11 en 13 jaar.
- Van 11 tot 13 jaar zijn meisjes gemiddeld langer dan jongens.
- 11 - 13.

Score 2:

Geeft aan dat meisjes langer zijn dan jongens als ze 11 en 12 jaar oud zijn. (Dit antwoord is in het dagelijks taalgebruik correct, omdat het interval van 11 tot 13 wordt bedoeld.)

- Meisjes zijn langer dan jongens als ze 11 en 12 jaar oud zijn.
- 11 en 12 jaar oud.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Een ander deel van de periode (11, 12, 13), dan hiervoor bedoeld.

- 12 tot 13.
- 12.
- 13.
- 11.
- 11,2 tot 12,8.

Geen punten

Score 0:

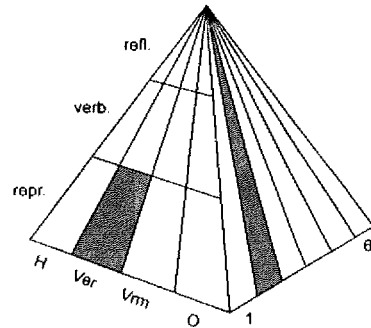
Andere antwoorden.

- 1998.
- Meisjes zijn langer dan jongens als ze ouder zijn dan 13.
- Meisjes zijn langer dan jongens van 10 tot 11.

JONGEREN STEEDS LANGER – Bespreking van de opgave

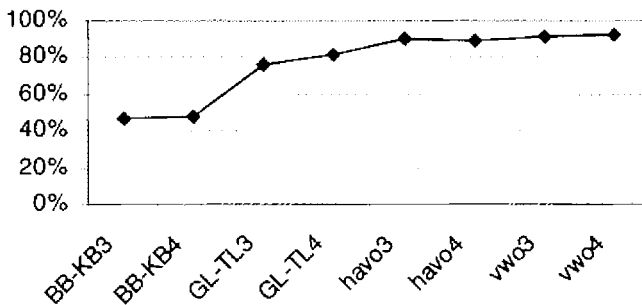
JONGEREN STEEDS LANGER vraag 1

Competentie	Reproductie
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	477



Resultaten in Nederland (% goed)

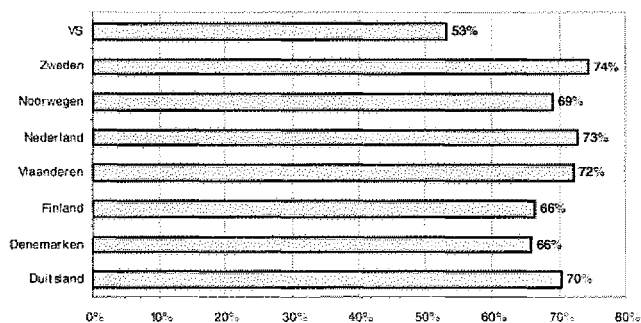
Gemiddeld 73%



Het grote verschil in score tussen de vmbo-BB en -KB-leerlingen en de rest valt onmiddellijk op. Deze leerlingen scoren lager dan verwacht. Mogelijk hebben ze moeite gehad met de vertaling van de vraagtekst naar de correcte berekening.

De context is als wetenschappelijk geclassificeerd en betreft groeicurven van jonge mannen en vrouwen gedurende een periode van 10 jaar. De grafiek zou bijvoorbeeld in de krant kunnen staan. Voor Nederlandse leerlingen is dit type groeigrafieken ook uit de schoolboeken bekend. Vanwege de nadruk op het gebruik van een grafische voorstelling is deze vraag ondergebracht bij het domein 'Veranderingen en Relaties'.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

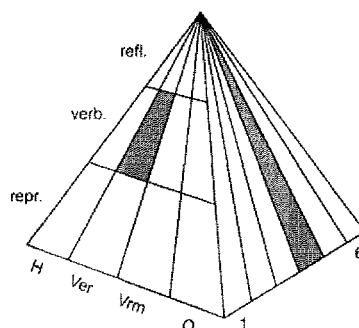


Voor het beantwoorden van de eerste vraag bij deze context is de grafiek niet nodig: leerlingen moeten in staat zijn overbodige informatie op dit moment te negeren en alleen de relevante informatie: 'Sinds 1980 is de gemiddelde lengte met 2,3 cm toegenomen tot 170,6 cm,' te gebruiken.

Leerlingen zullen, ook omdat een rekenmachine mag worden gebruikt, weinig moeite hebben met het berekenen van het verschil $170,6 - 2,3$ maar vinden het wel lastig om de tekst goed te interpreteren en de informatie te 'vertalen' naar de gevraagde berekening. Waarschijnlijk zal een aantal leerlingen de getallen hebben opgeteld. Het maken van een dergelijke vertaling, dus het mathematiseren van de gestelde vraag is een essentiële wiskundige competentie.

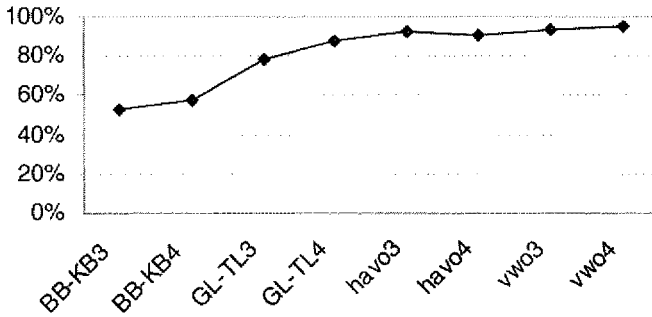
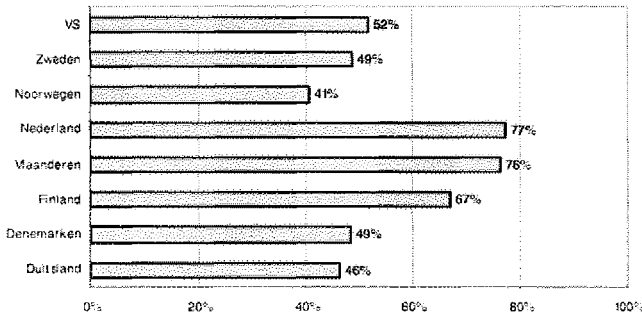
JONGEREN STEEDS LANGER vraag 2

Competentie	Verbindingen
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	574



Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 77%

**Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)**

Leerlingen in Nederland zijn in het algemeen vertrouwd met het aflezen en interpreteren van grafieken. Dat is ook aan de resultaten te zien, hoewel ook op deze vraag de vmbo-leerlingen uit de beroepsgerichte leerwegen duidelijk lager scoren dan de vmbo-leerlingen in de leerwegen TL en GL. De noodzakelijke competentie om dit probleem aan te pakken is het verwoorden van een ingewikkeld concept, namelijk afnemende groei. De combinatie van 'groeitempo' en 'langzamer worden' moet weergegeven worden in meer of minder wiskundige termen, de grafiek wordt minder steil of, nauwkeuriger, de helling neemt af.

Omdat groei van mensen een vertrouwde context is, kan dat de leerlingen helpen om de vraag te beantwoorden. In de grafiek is te zien dat voor meisjes de periode van afnemende groei begint rond het 12e levensjaar. Het antwoord van de leerlingen mag in alledaagse termen (de grafiek wordt minder steil na het 12e jaar) maar ook in meer wiskundige taal gegeven worden (de hellingshoek wordt kleiner).

Leerlingenwerk

Zeker wanneer de context vertrouwd is, zie je soms dat leerlingen goede antwoorden geven, maar helaas niet op de gestelde vraag. Er is over dit onderwerp vaak ook in de biologieles gesproken. Meisjes beginnen bijvoorbeeld eerder dan jongens met een groeispurt voor ze in de puberteit komen. Een voorbeeld van zo'n antwoord is:

Leerling BB-KB-3 (geen punten)

Dat zie je aan de lijn. Eerst groeien de meisjes harder dan de jongens maar na 12 jaar schiet de lijn bij de jongens een heel eind naar boven.

Een ander probleem dat we bij het analyseren van leerlingantwoorden vaker tegenkwamen en dat vmbo-docenten ongetwijfeld herkennen, is het gebrekkig formuleren van een antwoord. Soms heb je het gevoel dat een leerling het probleem wel begrijpt maar blijkt dat onvoldoende of niet uit het antwoord. In twijfelgevallen werd dan overigens toch de bijbehorende score toegekend. Ook hiervan een voorbeeld:

Leerling BB-KB-3

Je ziet dat ze niet meer omhoog gaan maar een beetje dezelfde lengte.

De meeste Nederlandse leerlingen formuleren het antwoord in dagelijkse taal en niet in wiskundige taal:

Leerling BB-KB-4 (goed antwoord)

Daarna gaat de grafieklijn maar langzaam omhoog.

Leerling BB-KB-3 (goed antwoord)

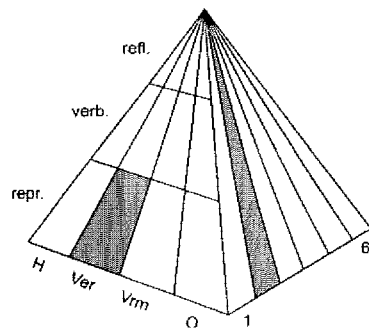
De lijn gaat horizontaler lopen.

Leerling BB-KB-4 (goed antwoord)

De lijn die stijgt niet snel meer maar steeds langzamer.

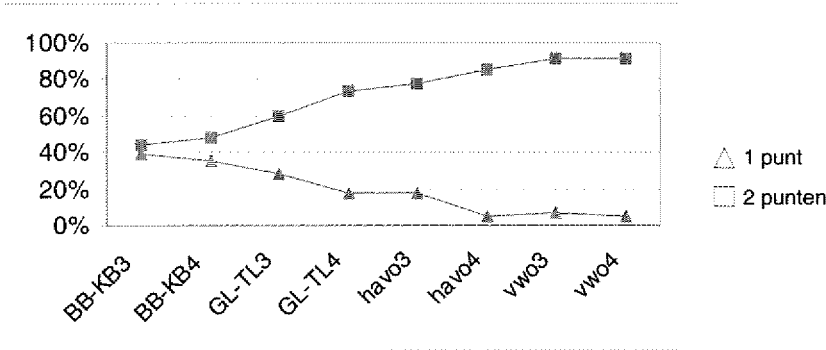
JONGEREN STEEDS LANGER vraag 3

Competentie	Reproductie
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	420 (1 punt) 525 (2 punten)

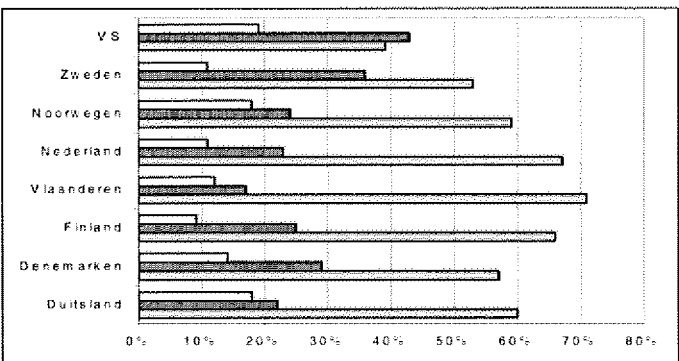


De plaats van de deelscore voor 1 punt (score niveau PISA 420 punten) geeft precies de grens aan tussen niveau 1 en niveau 2. De volledige score is een voorbeeld van vaardigheidsniveau 3.

Resultaten in Nederland (% goed)



Resultaten vergelijking met enkele landen (% per deelscore)



Voor het beantwoorden van de vraag is het aflezen en interpreteren van globale grafieken nodig. Leerlingen die de deelscore van 1 punt behaalden, laten zien dat hun redenering en/of inzicht voldoende is maar ze geven geen compleet dan wel correct antwoord. Ze begrepen bijvoorbeeld niet dat het antwoord een interval zou moeten zijn en niet een enkele waarde als voorbeeld. Dat laatste, een interval geven als antwoord, is waarschijnlijk geen standaardroutine, het aanwijzen van een enkele waarde wel. Andere leerlingen met deelscore 1 vermeldde als antwoord wel een interval maar niet het beoogde.

De leerlingen die de volledige score van 3 punten haalden gaven een volledig antwoord, het correcte interval, en konden dat antwoord ook op de juiste manier formuleren.

Leerlingenwerk

Veel leerlingen uit het vmbo geven niet het hele gebied aan, namelijk het interval van 11 tot 13 jaar, maar noemen slechts een deel ervan:

Leerling BB-KB-3

Als ze 12 zijn.

Leerling BB-KB-3

Vanaf hun 12e tot en met hun 13e jaar.

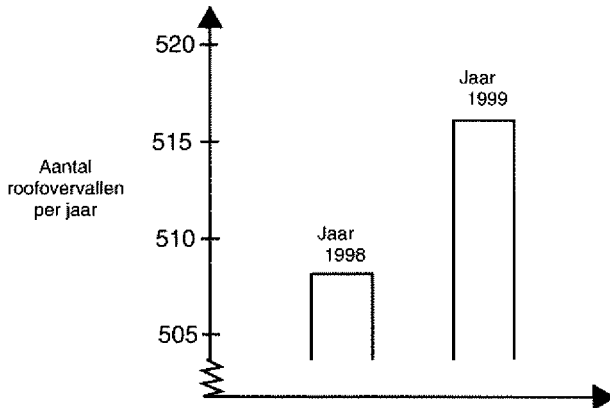
Leerling BB-KB-3

Op hun 13e.

ROOFOVERVALLEN

Een televisieverslaggever toonde deze grafiek en zei:

De grafiek laat zien dat er een enorme toename is van het aantal roofovervallen tussen 1998 en 1999.



Vind je de uitspraak van de verslaggever een redelijke interpretatie van de grafiek? Leg uit waarom je dat vindt.

ROOFOVERVALLEN – Beoordeling

[Let op: Het gebruik van NEE in deze omschrijvingen omvat alle uitspraken die aangeven dat de interpretatie van de grafiek NIET redelijk is. JA omvat alle uitspraken die aangeven dat de interpretatie wel redelijk is. Controleer of het antwoord aangeeft of de interpretatie van de grafiek wel of niet redelijk is en ga niet alleen af op de woorden 'JA' of 'NEE' voor de beoordeling.]

Maximale score

Score 2:

Nee, niet redelijk. Richt zich op het feit dat slechts **een klein gedeelte** van de grafiek getoond wordt.

- Niet redelijk. De hele grafiek zou getoond moeten worden.
- Ik vind het geen redelijke interpretatie van de grafiek, want als de hele grafiek getoond zou worden, zou je zien dat het aantal overvallen slechts licht toegenomen is.
- Nee, omdat hij alleen het bovenste stuk van de grafiek heeft gebruikt. Als je naar de hele grafiek van 0 – 520 zou kijken, is er niet zo'n grote stijging.
- Nee, in de grafiek lijkt het alsof er een grote stijging is, maar als je naar de getallen kijkt, is er niet zo'n grote stijging.

Score 2:

Nee, niet redelijk. Bevat goede argumenten met betrekking tot de relatieve toename.

- Nee, niet redelijk. 10 is geen enorme toename op een totaal aantal van 500.
- Nee, niet redelijk. De toename is slechts ongeveer 2%.

- Nee, 8 roofovervallen meer is 1,5% stijging. Dat is niet veel naar mijn mening!
- Nee, maar 8 of 9 meer in een jaar. Vergeleken met 507 is dat geen groot aantal.

Score 2:

Je hebt trendgegevens nodig voordat je tot een oordeel kunt komen.

- Je kunt niet zeggen of de stijging enorm is of niet. Als in 1997 het aantal roofovervallen hetzelfde is als in 1998, dan zouden we kunnen zeggen dat er in 1999 een enorme toename is.
- Je weet niet wat 'enorm' betekent; daarvoor heb je tenminste twee veranderingen nodig om tot een oordeel te komen.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Nee, niet redelijk, maar de uitleg is niet gedetailleerd genoeg.

Richt zich ALLEEN op een toename die met het precieze aantal roofovervallen wordt aangegeven, maar betreft dat niet op het totale aantal.

- Niet redelijk. De toename bedroeg 10 overvallen. Het woord 'enorm' geeft de werkelijke stijging van het aantal overvallen niet goed weer. De toename bedroeg maar ongeveer 10 en dat zou ik niet 'enorm' willen noemen.
- Van 508 tot 515 is geen grote stijging.
- Nee, want 8 of 9 is geen grote hoeveelheid.
- Enigszins. Van 507 tot 515 is een stijging, maar geen enorme.

[Omdat de schaal van de grafiek niet erg precies is, is een vermelde stijging van het aantal roofovervallen tussen 5 en 15 acceptabel.]

Score 1:

Nee, niet redelijk, met een correcte aanpak maar met kleine rekenfouten.

- Correcte methode en conclusie, maar het berekende percentage is 0,03 %.

Geen punten

Score 0:

Nee, met geen, een onvoldoende of onjuiste verklaring.

- Nee, ik ben het er niet mee eens.
- De verslaggever zou het woord 'enorm' niet hebben moeten gebruiken.
- Nee, het is niet redelijk. Verslaggevers overdrijven altijd.

Score 0:

Ja, richt zich op de uiterlijke verschijning van de grafiek en vermeldt dat het aantal roofovervallen is verdubbeld.

- Ja, de grafiek is dubbel zo hoog.
- Ja, het aantal roofovervallen is bijna verdubbeld.

Score 0:

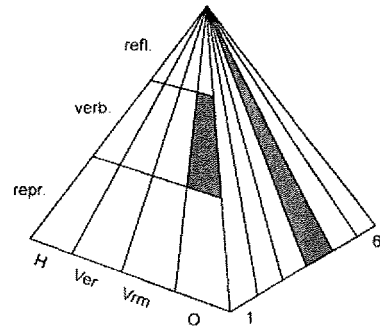
Ja, zonder verklaring of met een andere verklaring dan in score 2.

Score 0:

Andere antwoorden.

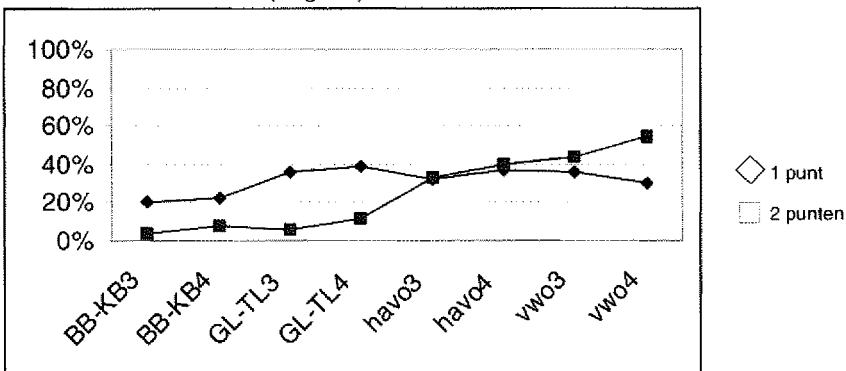
ROOFOVERVALLEN – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Onzekerheid
Context	Publiek
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	4 (1 punt)
Score niveau PISA	577 (1 punt) 694 (2 punten)

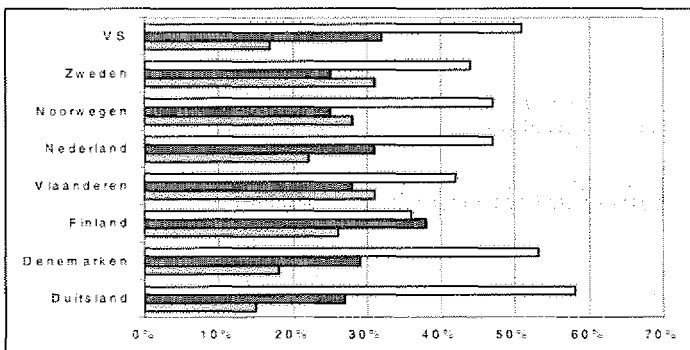


De deelscore van 1 punt hoort bij vaardigheidsniveau 4. Een volledig goed antwoord hoort bij vaardigheidsniveau 6.

Resultaten in Nederland (% goed)



Resultaten vergelijking met enkele landen (% per deelscore)



De grafiek uit de opgave is gebaseerd op een 'echte' grafiek met een vergelijkbare, verkeerde boodschap. Om goed te kunnen functioneren in een kenniseconomie is het erg belangrijk om kritisch te kunnen kijken naar gegevens en grafieken zoals die in de media gepresenteerd worden. Het betreft hier een essentiële vaardigheid voor wiskundige geletterdheid. Aan misleidende grafieken wordt in de Nederlandse schoolpraktijk ook expliciet aandacht besteed.

Vaak hanteren grafische ontwerpers hun vaardigheden (of het gebrek daaraan) om met de gerepresenteerde gegevens een reeds van tevoren vastgestelde boodschap te ondersteunen. Deze opgave is daarvan een voorbeeld. De grafiek lijkt aan te geven dat, zoals een verslaggever meldt, '... er een enorme toename is van het aantal rofovervallen.' Leerlingen wordt gevraagd of deze bewering bij de grafiek past.

Leerlingen die het antwoord gedeeltelijk goed hebben (vaardigheidsniveau 4) geven aan dat de bewering van de verslaggever niet redelijk is, maar slagen er niet voldoende in dit standpunt uit te leggen. Dat betekent bijvoorbeeld dat de redenering zich beperkt tot de opmerking dat er een stijging is in een exact aantal rofovervallen in absolute maar niet in relatieve zin. Een antwoord goed kunnen verwoorden is hier heel belangrijk. Veel van de gegeven antwoorden zijn moeilijk tot in detail te interpreteren. Een voorbeeld: 'een stijging van 508 tot 515 is niet enorm' kan iets anders betekenen dan 'een stijging van ongeveer 10 is niet groot'. Het eerste citaat geeft de werkelijke aantallen en zou daardoor kunnen wijzen op een stijging die klein is ten opzichte van de genoemde grote getallen. Zo'n redenering gaat niet op voor het tweede citaat.

Voor een volledig goed antwoord (vaardigheidsniveau 6) mag de redenering zich niet beperken tot de vermelding van een stijging in absolute aantallen, maar moet deze ook in relatieve zin worden geïnterpreteerd.

Leerlingenwerk

Bij de analyse van het leerlingenwerk blijkt dat er veel vmbo-leerlingen zijn die zich in hun antwoord beperken tot het melden van de absolute toename. In de formuleringen zitten nog verschillen.

Leerling GL-TL- 4, 1 punt:

Nee, want het is maar met 6 toegenomen.

Leerling GL-TL- 4, 1 punt:

Nee, het zijn er 8 meer dat is geen enorme hoeveelheid, het zijn er wel meer maar niet zoveel meer als hij bedoelt.

Er zijn ook hier leerlingen die zich erg inleven in de context en vanuit hun eigen perspectief antwoorden.

Leerling GL-TL- 4, 1 punt:

Nee het is maar ongeveer 7 toegenomen vind ik niet enorm.

Leerling GL-TL- 4, nul punten:

Nou ik vind het maar een domme uitspraak. Je weet niet wat die 505 t/m 520 voorstelt dus daarom vind ik van niet.

Het goed formuleren van een antwoord waarin relatief en absoluut worden gecombineerd valt niet mee voor veel vmbo-leerlingen.

Leerling BB-KB- 4, 2 punten:

Ik vind het meevallen de grafiek is vergroot, maar het gaat maar om 7 diefstallen meer.

Leerling GL-TL- 3, 1 punt:

Nee, want als je naar de grafiek kijkt zonder getallen lijkt het heel wat, maar in werkelijkheid is het maar een verhoging van ongeveer 9 overvallen meer.

Deze laatste leerling zou wellicht het voordeel van de twijfel hebben kunnen krijgen en toch de volledige twee punten hebben kunnen ontvangen. Dat het beoordelen van de antwoorden lastig is, blijkt ook uit het volgende voorbeeld:

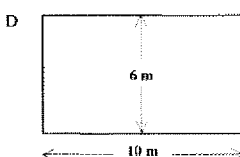
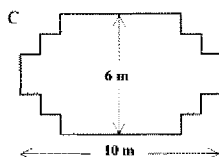
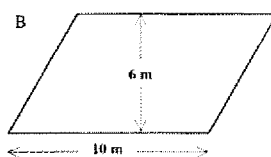
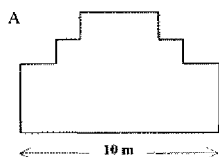
Leerling GL-TL-4, nul punten:

Nee, want de stappen in de grafiek zijn klein, het lijkt alsof het enorm is toegenomen maar dat is niet zo.

Een lezer van dit rapport zou zich de vraag kunnen stellen of deze leerling inderdaad nul punten scoort. Dat daar verschillend over kan worden gedacht, valt ook af te lezen uit het feit dat een van de PISA-beoordelaars in eerste instantie van mening was dat deze leerling zelfs twee punten toegekend zouden moeten krijgen.

TIMMERMAN

Een timmerman heeft 32 meter planken en wil daarmee een rand om een bloemperk maken. Hij overweegt de volgende ontwerpen voor het bloemperk.



Omcirkel 'ja' of 'nee' voor elk ontwerp om aan te geven of het bloemperk met 32 meter planken gemaakt kan worden.

Ontwerp bloemperk	Kan met dit ontwerp het bloemperk worden gemaakt met 32 meter planken?
Ontwerp A	ja / nee
Ontwerp B	ja / nee
Ontwerp C	ja / nee
Ontwerp D	ja / nee

TIMMERMAN – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

A: ja; B: nee; C: ja; D: ja

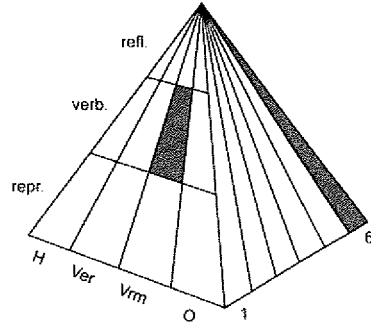
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

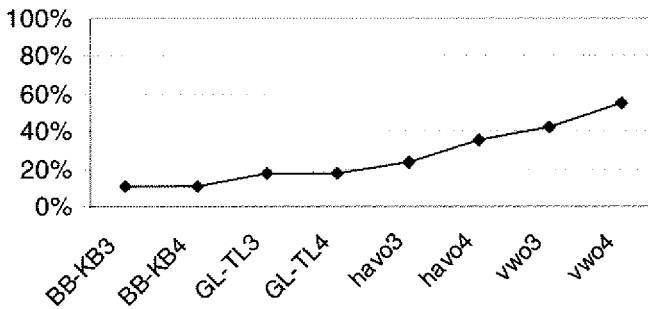
TIMMERMAN – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Vorm en Ruimte
Context	Onderwijs
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	6
Score niveau PISA	687

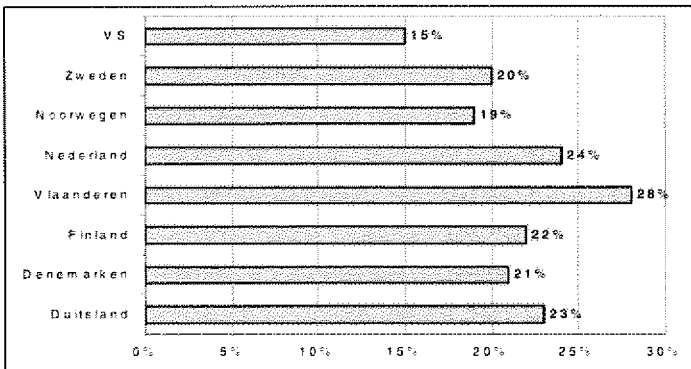


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 24%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Anders dan de titel van de opgave suggereert, kun je een opgave als deze vooral in wiskundeboeken vinden; het is zeker geen realistische context over een probleem dat in een beroepsmatige sfeer speelt. Dit zou voor sommige leerlingen een nadeel kunnen zijn: ze kunnen zich er niet echt iets bij voorstellen. Het probleem is niet ty-

perend voor de PISA-invalshoek van wiskundige geletterdheid, daarom is er slechts een beperkt aantal van deze soort opgaven in het PISA-onderzoek opgenomen. De competenties die nodig zijn om het probleem op te lossen, zijn wel belangrijk voor wiskundige geletterdheid. Meetkundig inzicht, redeneervaardigheden en wellicht ook wat technische meetkundige kennis komen aan de orde. Deze opgave levert alleen een punt op als alle vier de antwoorden juist zijn.

CHATTEN VIA INTERNET

Mark (uit Sydney in Australië) en Hans (uit Berlijn in Duitsland) hebben vaak contact met elkaar door te 'chatten' op het internet. Ze moeten zich tegelijkertijd op het internet bevinden om te kunnen chatten.

Om een goed tijdstip te vinden om te chatten, heeft Mark een overzicht van de wereldtijdzones opgezocht en heeft het volgende gevonden:



Vraag 1: CHATTEN VIA INTERNET

Als het 7 uur 's avonds is in Sydney, hoe laat is het dan in Berlijn?

Vraag 2: CHATTEN VIA INTERNET

Mark en Hans kunnen niet chatten tussen 9 uur 's morgens en half 5 's middags hun lokale tijd, want dan zitten ze op school. Van 11 uur 's avonds tot 7 uur 's morgens hun lokale tijd kunnen ze ook niet chatten, want dan slapen ze.

Wat is een geschikt tijdstip voor Mark en Hans om met elkaar te chatten? Noteer de lokale tijden in de tabel.

stad	tijd
Sydney	
Berlijn	

CHATTEN VIA INTERNET – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:

10 uur 's morgens of 10.00 uur.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

CHATTEN VIA INTERNET – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 1:

Elk tijdstip of elk tijdsinterval waarbij rekening wordt gehouden met het tijdsverschil van 9 uur en dat in een van de volgende tijdsintervallen ligt:

Sydney: 16.30 - 18.00 uur; Berlijn: 07.30 - 09.00 uur

OF

Sydney: 07.00 - 08.00 uur; Berlijn: 22.00 - 23.00 uur

- Sydney 17.00 uur, Berlijn 08.00 uur.

LET OP: Als een interval is gegeven, moet het gehele interval binnen de restricties liggen. Bovendien, als de ochtend (AM) of de avond (PM) niet specifiek gegeven zijn, maar de tijden voor het overige als correct beschouwd kunnen worden, dan krijgt het antwoord het voordeel van de twijfel en krijgt het Code 1, correct.

Geen punten

Score 0:

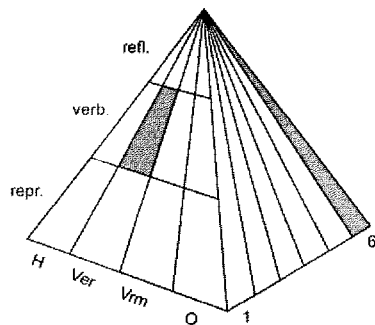
Andere antwoorden, inclusief één goede tijd, maar een onjuiste corresponderende tijd.

- Sydney 08.00 uur, Berlijn 22.00 uur.

CHATTEN VIA INTERNET – Bespreking van de opgave

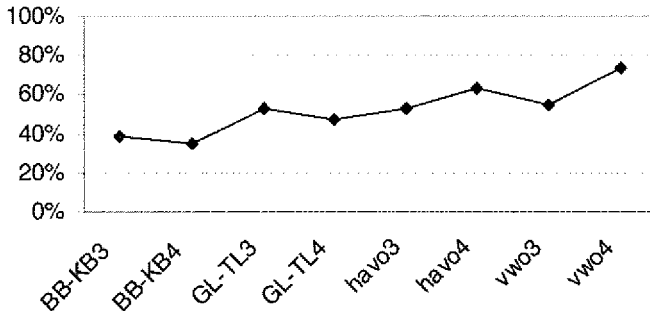
CHATTEN VIA INTERNET vraag 1

Competentie	Verbindingen
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	6
Score niveau PISA	533

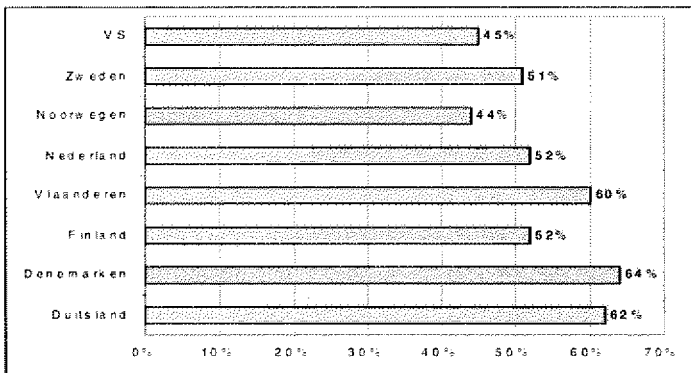


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 52%



Het scoreverloop ziet er wat 'grillig' uit. Leerlingen uit vmbo-GL-TL klas 3 lijken het beter te doen dan je volgens het algemene patroon zou verwachten, terwijl de score van leerlingen uit vwo 3 juist tegenvalt.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

Dit is een vraag uit het verbindingscluster die in Nederland vooral havo/vwo-leerlingen minder goed maken dan je zou verwachten. Zou dat door de formulering van de vraag kunnen komen? In het dagelijkse taalgebruik spreken we in Nederland meestal niet over 1 uur 's morgens maar over 1 uur 's nachts. Misschien heeft een aantal leerlingen gerekend met 1 uur 's middags? Uit de antwoorden is dit niet op te maken. Als dat gebeurt, komt de leerling overigens ook uit op 10 uur maar dan 's avonds. Wanneer hij of zij vervolgens alleen 10.00 uur als antwoord opschrijft, wordt de volledige score toegekend! Hier wrekt zich wellicht de niet volledig consequente omgang met vragen waarin al dan niet om toelichtingen bij antwoorden gevraagd wordt.

De leerlingen moeten berekenen hoeveel uur het tijdsverschil is tussen Sydney en Berlijn (van 1 uur 's nachts tot 10 uur 's morgens, dus 9 uur verschil); vervolgens moeten ze bedenken dat het in Sydney 9 uur later is dan in Berlijn en ten slotte het verschil toepassen op de nieuwe situatie, namelijk 's avonds 7 uur in Sydney. In Berlijn is het dan 9 uur vroeger, dus 10 uur 's morgens. De getallen waarmee gerekend wordt zijn

niet moeilijk maar de situatie is ingewikkeld met een flink aantal mogelijkheden om een vergissing te maken.

Het is een opgave die goed past bij wiskundige geletterdheid en de context is voor Nederlandse leerlingen redelijk dicht bij hun belevingswereld.

Leerlingenwerk

Het is een kort antwoordvraag en alleen een tijdstip opschrijven is voldoende. Uit de analyse van het leerlingenwerk blijkt dat een aantal leerlingen toch ook een berekening opschrijft. In het Nederlandse onderwijs zijn ze dat, als het goed is, gewend.

Leerling GL-TL-4, correct, met uitleg:

10 + 9 = 7 uur 's avonds, 1 + 9 = 10 uur 's ochtends in Berlijn.

Deze leerling gebruikt de gegeven kloktijd van Sydney en rekent van daar door naar 7 uur 's avonds in Sydney. Vervolgens telt hij het verschil van 9 uur op bij de gegeven kloktijd van Berlijn.

Een andere strategie is om het verschil tussen de gegeven kloktijden van Berlijn en Sydney te bepalen en dat te gebruiken. Dat doet de volgende leerling:

Leerling GL-TL-3, correct met uitleg:

9 uur minder als Sydney dus 10 uur 's morgens.

Ook nog een voorbeeld van een leerling die inderdaad 1 uur 's morgens (wat bij de Berlijnse klok staat) heeft opgevat als 1 uur 's middags.

Leerling GL-TL-3, fout met uitleg:

10 uur 's avonds (de klok loopt 3 uur voor op Berlijn).

En tenslotte een voorbeeld van een leerling die duidelijk heeft geleerd bij twijfel helder te zijn waar je van uitgaat.

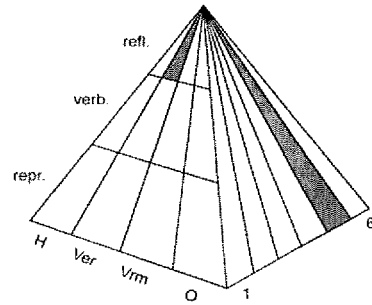
Leerling GL-TL-3:

Berlijn is dat 13.00 of 1.00 het is allebei 's morgens? Ik ga van de 13.00 uit.

Omdat de leerling vervolgens als antwoord opschrijft '10 uur', krijgt hij het punt toch. Hij heeft het vermoedelijk met zijn antwoord ook wel verdiend.

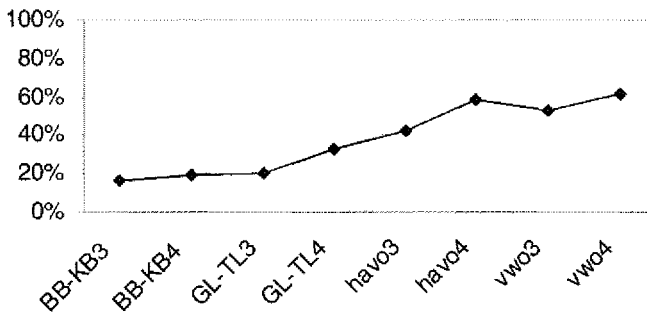
CHATTEN VIA INTERNET vraag 2

Competentie	Reflectie
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	5
Score niveau PISA	636

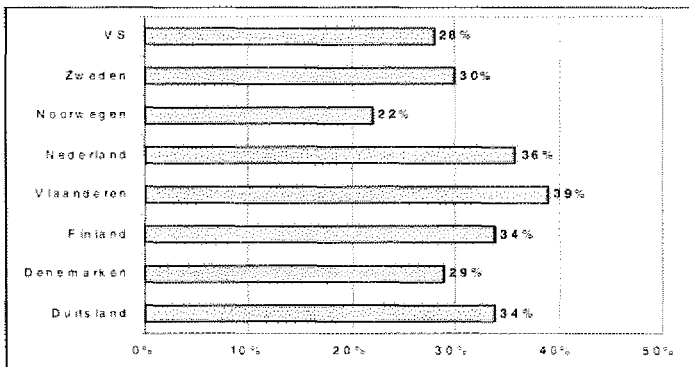


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 36%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



De havo/vwo-leerlingen maken deze vraag vergelijkbaar met de vorige, maar vmbo-leerlingen scoren nu slechter. Wanneer leerlingen bij vraag 1 met 3 uur verschil rekenen, komen ze bij deze vraag niet (meer) tot een toevallig goed antwoord! Als je vraag 1 echter goed had begrepen, is deze tweede vraag niet zo moeilijk. Er hoeft

alleen een voorbeeld gegeven te worden. Kies bijvoorbeeld Sydney 5 uur 's middags (17:00 uur) en bedenk dat het in Berlijn 9 uur vroeger is, dus $17:00 - 9$ is 8:00 uur 's morgens. Was het voor de leerlingen duidelijk dat er slechts een tijdstip gegeven hoefde te worden? Uit het leerlingenwerk is helaas niets op te maken. In tegenstelling tot bij de vorige vraag geven leerlingen hier geen uitleg, berekening of toelichting (of maar heel zelden). Komt dat omdat het antwoord in een tabel moet worden geschreven?

WISSELKOERS

Mei-Ling uit Singapore bereidt zich voor op een verblijf van drie maanden in Zuid-Afrika in het kader van een uitwisselingsprogramma voor studenten. Ze moet Singapore dollars (SGD) wisselen in Zuid-Afrikaanse rands (ZAR).

Vraag 1: WISSELKOERS

Mei-Ling ontdekte dat de wisselkoers van de Singapore dollar en de Zuid-Afrikaanse rand de volgende is:

$$\text{SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Tegen deze wisselkoers wisselde Mei-Ling 3000 Singapore dollars voor Zuid-Afrikaanse rands.

Hoeveel Zuid-Afrikaanse rands kreeg Mei-Ling?

Vraag 2: WISSELKOERS

Toen Mei-Ling na 3 maanden in Singapore terugkwam, had ze nog 3900 ZAR over. Ze wisselde dit geld weer om in Singapore dollars en bemerkte dat de wisselkoers op dat moment veranderd was in:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Hoeveel Singapore dollars kreeg Mei-Ling?

Vraag 3: WISSELKOERS

Tijdens die 3 maanden was de wisselkoers gewijzigd van 4,2 in 4,0 ZAR per SGD.

Was het in Mei-Lings voordeel dat de wisselkoers 4,0 ZAR bedroeg in plaats van 4,2 ZAR toen ze haar Zuid-Afrikaanse rands terugwisselde in Singapore dollars? Geef een duidelijke verklaring om je antwoord te steunen.

WISSELKOERS – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:

12.600 ZAR (eenheid niet vereist)

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

WISSELKOERS – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 1:

975 SGD (eenheid niet vereist)

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

WISSELKOERS – Beoordeling vraag 3

Maximale score

Score 1:

'Ja', met een juiste uitleg.

- Ja, door de lagere wisselkoers (voor 1 SGD) krijgt Mei-Ling meer Singapore dollars voor haar Zuid-Afrikaanse rands.
- Ja, 4,2 ZAR voor één dollar zou 929 ZAR hebben opgeleverd. [Let op: leerling schrijft ZAR in plaats van SGD, maar het is duidelijk dat de correcte berekening en vergelijking zijn uitgevoerd. Negeer de vergissing.]
- Ja, want ze kreeg 4,2 ZAR voor 1 SGD, en nu hoeft ze maar 4,0 ZAR betalen om 1 SGD te krijgen.
- Ja, want het is 0,2 ZAR goedkoper voor elke SGD.
- Ja, want als je door 4,2 deelt is de uitkomst kleiner dan als je door 4 deelt.
- Ja, het was in haar voordeel, want als hij niet gezakt was dan had ze ongeveer \$50 minder gekregen.

Geen punten

Score 0:

'Ja', zonder uitleg of met onvoldoende uitleg.

- Ja, een lagere wisselkoers is beter.
- Ja, het was in Mei-Lings voordeel, want als de ZAR zakt, dan heeft ze meer geld om te wisselen in SGD.
- Ja, het was in Mei-Lings voordeel.

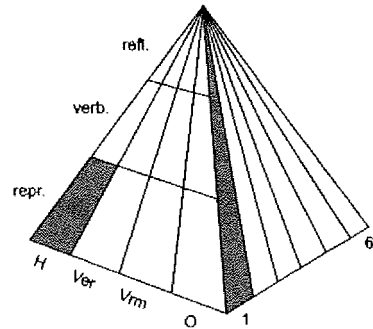
Score 0:

Andere antwoorden.

WISSELKOERS – Bespreking van de opgave

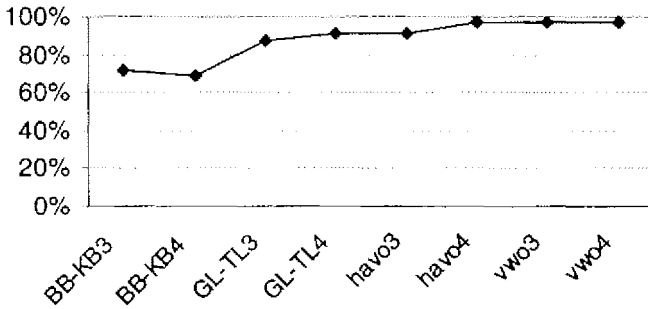
WISSELKOERS vraag 1

Competentie	Reproductie
Domein	Hoeveelheid
Context	Publiek
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	1
Score niveau PISA	406



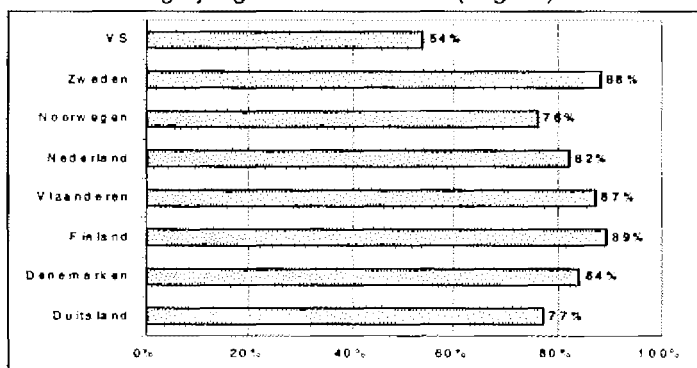
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 82%



De scores op deze vraag zijn, zoals verwacht mag worden, hoog. De leerlingen in vmbo-BB en -KB-4 doen het iets slechter dan die in dezelfde leerwegen in klas 3. Het kan zijn dat aan rekenen meer aandacht wordt besteed in klas 3 dan in klas 4.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

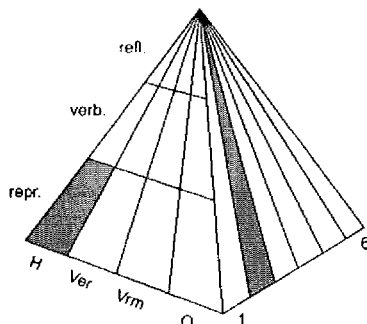


Een groot deel van de leerlingen zal waarschijnlijk geen ervaring hebben met wisselkoersen. Het idee achter deze opgave kan echter wel gezien worden als een voorbeeld van de kennis en vaardigheden die horen bij intelligent burgerschap. De wiskunde die nodig is om de vraag te beantwoorden beperkt zich tot recht-toe-recht-aan vermenigvuldigen, $3.000 \times 4,2 = 12.600$. Bedenk daarbij dat de leerlingen een rekenmachine tot hun beschikking hadden.

Een heel beperkte vorm van mathematisatie is vereist: het begrijpen van een eenvoudige tekst en het verbinden van de informatie met de vereiste berekening. De bijbehorende competentie is het uitvoeren van een routineberekening en/of toepassen van een standaard algoritme.

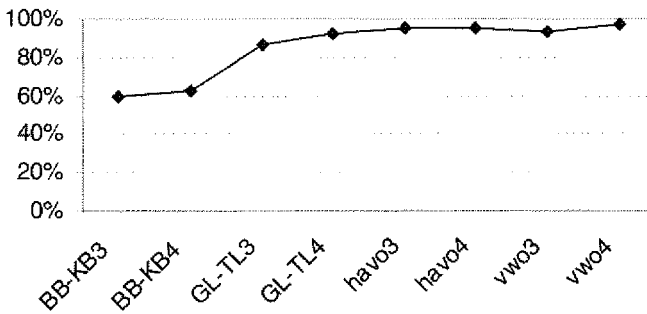
WISSELKOERS vraag 2

Competentie	Reproductie
Domain	Hoeveelheid
Context	Publiek
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	439

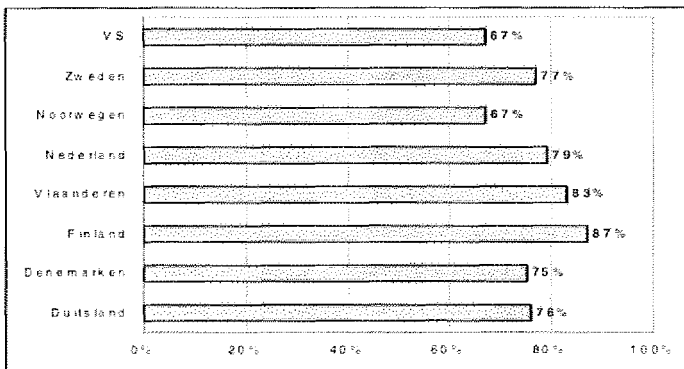


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 79%



Ook hier valt de wat lage score van vmbo-BB en -KB op.

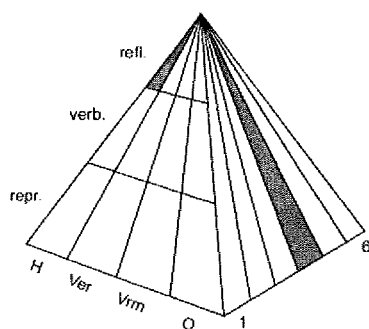
Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

Opvallend is dat in de meeste landen uit dit groepje vraag 2 iets minder goed gemaakt werd dan de eerste vraag, maar in de VS juist beter! In Nederland zijn het vooral de BB- en KB-leerlingen die voor de daling in het gemiddelde resultaat zorgen.

De vraag is vergelijkbaar met de vorige maar nu moet de omgekeerde bewerking worden toegepast en bestaat de wiskunde die nodig is om de vraag te beantwoorden uit het uitvoeren van de deling $3.900 : 4,0 = 975$. Ook in dit geval is slechts een beperkte vorm van mathematisatie nodig: het begrijpen van een eenvoudige tekst en beslissen dat de genoemde deling moet worden uitgevoerd. De bijbehorende competentie is opnieuw het uitvoeren van een routineberekening en/of toepassen van een standaardalgoritme. Zou het kunnen dat de BB- en KB-leerlingen niet op het goede idee komen dat de omgekeerde bewerking moet worden uitgevoerd?

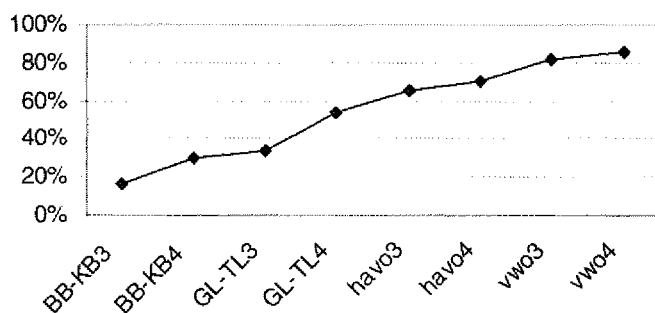
WISSELKOERS VRAAG 3

Competentie	Reflectie
Domein	Hoeveelheid
Context	Publiek
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	586



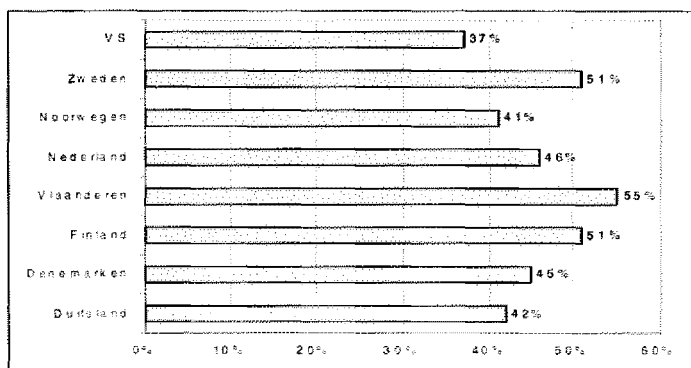
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 46%



Voor Nederland is dit een duidelijk onderscheidende opgave: van BB-KB tot vwo wordt de opgave steeds beter gemaakt.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Leerlingen moeten reflecteren op het begrip wisselkoersen en de gevolgen in deze specifieke situatie. De vereiste procedurele kennis heeft betrekking op vermenigvuldigen en delen. De mathematisatie die in dit geval aan de orde is, is van een vrij hoog niveau: niet alleen de identificatie van de juiste bewerkingen maar vooral de 'vertaling' van de context naar een wiskundig probleem stelt serieuze eisen aan een leerling. Voor een vmbo-leerling is dit moeilijk.

De noodzakelijke competentie kan worden omschreven als in staat zijn tot flexibel redeneren en tot reflectie. Leerlingen moeten hun conclusies ook beredeneren, alleen de constatering dat de verandering in de wisselkoers in Mei-Lings voordeel was, is niet voldoende. Bij deze vraag is een combinatie aan de orde van een bekende context, waarin leerlingen zich door enkele inleidende vragen hebben kunnen inleven, een ingewikkelde situatie, een non-routine probleem, de noodzaak tot inzicht tonen en wiskundig redeneren en tenslotte het op de juiste manier verwoorden van de conclusies.

Leerlingenwerk

De leerlingen van wie de antwoorden hieronder te zien zijn, hadden allemaal de vragen 1 en 2 goed beantwoord. Zij antwoordden als volgt op vraag 3:

Leerling GL-TL-3

Nee, want door die wisselkoers krijgt zij minder geld van de overgebleven ZAR.

Leerling GL-TL-4

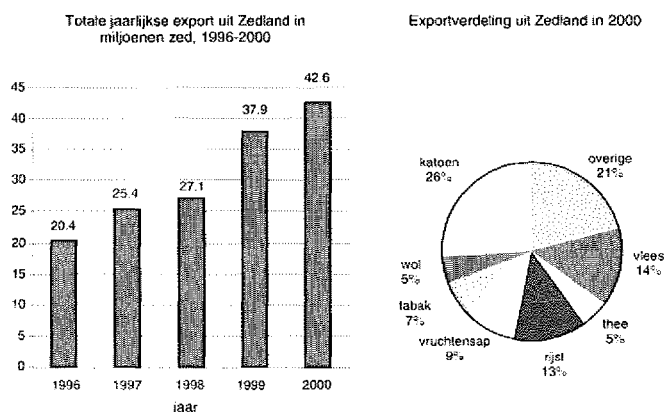
Ja, het was in haar voordeel. Ze heeft nu meer geld terug gekregen dan dat ze had gekregen dan als het nog 4,2 ZAR was.

Leerling havo/vwo

*Ja, want door dit getal deel je. Hoe groter het getal waardoor je deelt, hoe minder ze zou krijgen. Maar het getal werd groter en ze kreeg meer.
Bijvoorbeeld $8 : 4 = 2$ en $8 : 2 = 4$, hoe kleiner, hoe meer winst.*

EXPORT

In de onderstaande grafische voorstellingen vind je informatie over de export uit Zedland, een land dat de zed als munteenheid gebruikt.



Vraag 1: EXPORT

Wat was de totale waarde (in miljoenen zed) van de export uit Zedland in 1998?

Vraag 2: EXPORT

Wat was de waarde van de export van vruchtensap uit Zedland in 2000?

- A 1,8 miljoen zed
- B 2,3 miljoen zed
- C 2,4 miljoen zed
- D 3,4 miljoen zed
- E 3,8 miljoen zed

EXPORT – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:

27,1 miljoen zed of 27 100 000 zed of 27,1 (eenheid niet vereist). Accepteer ook een afronding tot 27.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

EXPORT – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 1:

Antwoord E.

Geen punten

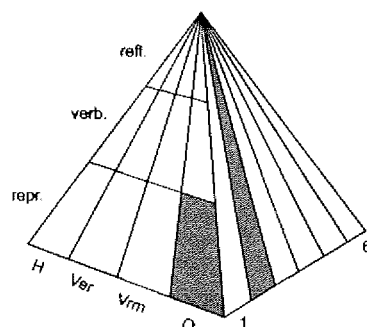
Score 0:

Andere antwoorden.

EXPORT – Bespreking van de opgave

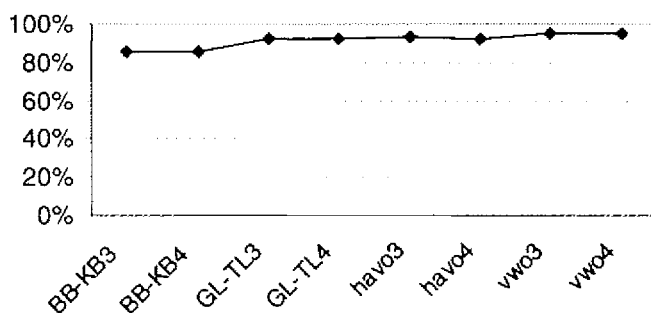
EXPORT vraag 1

Competentie	Reproductie
Domein	Onzekerheid
Context	Publiek
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	427



Resultaten in Nederland (% goed)

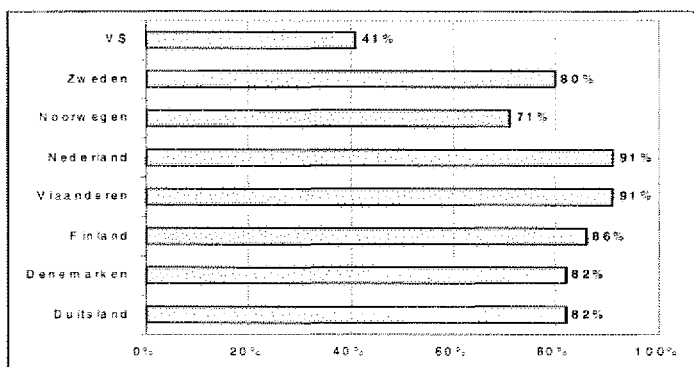
Gemiddeld 91%



Deze opgave wordt in alle schooltypen en leerjaren goed gemaakt. Dit mag voor een opgave in vaardigheidsniveau 2 ook verwacht worden. Als we deze resultaten vergelijken met die van de hiervoor beschreven vraag 1 van de opgave Wisselkoers uit

vaardigheids categorie 1, valt op dat de exportvraag het beter doet, met name voor de vmbo-BB en -KB-leerlingen. Daarvan scoort circa 85% goed op deze vraag terwijl dat bij de vraag over wisselkoersen slechts circa 70% was. Deze opgave staat op de tweede plaats in de top tien van best scorende items in Nederland. Het aflezen van staafgrafieken is voor de Nederlandse vmbo-leerlingen in de beroepsgerichte leerwegen duidelijk makkelijker dan het rekenen met wisselkoersen, waarbij ook kommagetallen voorkomen. Dat lijkt niet verbazingwekkend.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Nederland en Vlaanderen scoren op deze vraag het hoogst van de bekeken landen. Toch is het niet zo dat in alle in dit onderzoek betrokken landen de vraag van de opgave Export beter scoort dan de eerder genoemde vraag van Wisselkoers. Uit de rangordelijst blijkt dat in alle Scandinavische landen (Denemarken, Zweden, Finland en Noorwegen) de leerlingen gemiddeld beter scoren op de vraag over de wisselkoersen dan op de vraag over export, terwijl dat in Duitsland en Vlaanderen net als in Nederland andersom is. Misschien heeft dat te maken met het wel of niet horen bij de euro-landen. Beide vragen horen voor elk van die landen wel bij de tien eenvoudigste.

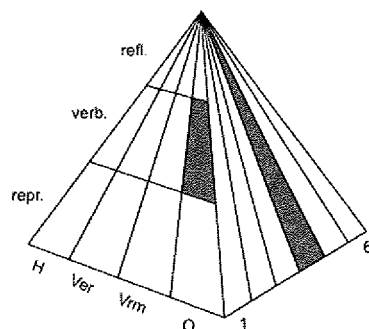
Onze informatiesamenleving baseert zich sterk op gegevens en die worden vaak weergegeven in grafieken. Media gebruiken grafieken om artikelen te illustreren en bepaalde aspecten meer te laten overtuigen. Het kunnen lezen en begrijpen van dergelijke informatie is daarom een essentieel onderdeel van wiskundige geletterdheid op alle niveaus.

Om deze vraag goed te kunnen beantwoorden moeten de leerlingen beslissen uit welke grafiek ze de gevraagde informatie kunnen halen en daarna het juiste jaar opzoeken en daarbij de waarde aflezen. Er hoeft geen gebruik gemaakt te worden van de verticale as, immers de waarde staat boven de staaf genoteerd.

Aan het lezen en interpreteren van grafieken wordt in het Nederlandse onderwijs veel aandacht besteed en de resultaten voor deze eenvoudige vraag zijn dan ook uitstekend.

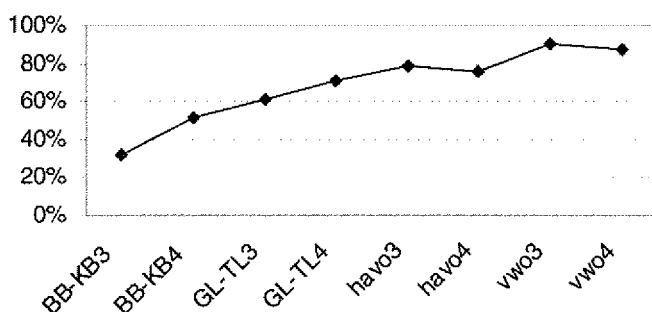
EXPORT vraag 2

Competentie	Verbindingen
Domein	Onzekerheid
Context	Publiek
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	565

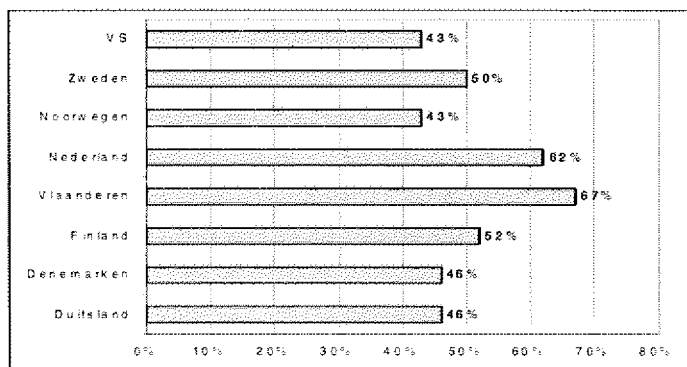


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 62%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



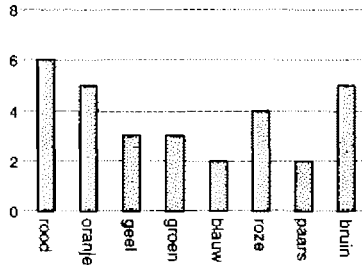
Om het probleem op te lossen moet de leerling relevante informatie uit beide grafieken combineren. Dit betekent dat er gekeken moet worden naar het totaal van de jaarlijkse export in het jaar 2000 (42,6 miljoen zed) en naar het percentage van dit

totaal van de export van vruchtensap (9%). Vervolgens moet de berekening 9% van 42,6 miljoen zed nog worden uitgevoerd. Ten slotte, en ook daar worden vergissingen gemaakt door leerlingen die niet erg gewend zijn aan meerkeuzevragen, moet de juiste letter van het goede antwoord gekozen worden.

Zoals te verwachten, maken vmbo-leerlingen hierin meer fouten (ruim 50% doet het goed) dan de havo/vwo-leerlingen (rond de 80% goed). Beide groepen leerlingen kiezen in plaats van het goede antwoord E, het vaakst (rond de 20%) het foute antwoord C. Dat antwoord is verkregen door 9% van 27,1 te berekenen, wat de export is in 1998 en niet in 2000. Dit zou kunnen komen omdat de eerste deelvraag betrekking had op 1998 en leerlingen automatisch met dat antwoord (27,1) doorrekenen. De havo/vwo leerlingen scoren minder dan 1% op elk van de andere 'afleiders', terwijl deze percentages bij de vmbo-leerlingen rond de 8% per afleider liggen.

GEKLEURDE SNOEPJES

Robert mag van zijn moeder één snoepje uit een zak pakken. Robert kan de snoepjes niet zien. In de onderstaande grafiek zie je hoeveel snoepjes van elke kleur er in de zak zitten.



Wat is de kans dat Robert een rood snoepje pakt?

- A 10 %
- B 20 %
- C 25 %
- D 50 %

GEKLEURDE SNOEPJES – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

Antwoord B.

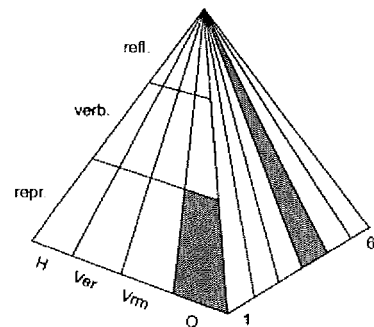
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

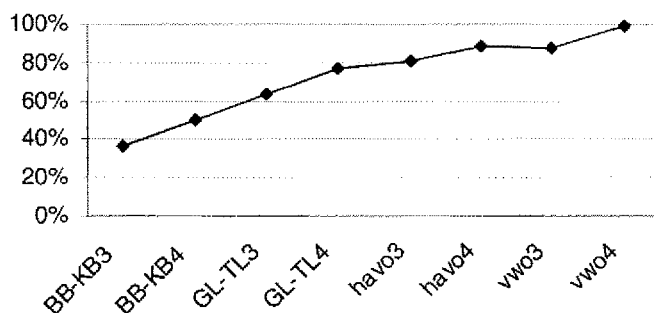
GEKLEURDE SNOEPJES – Bespreking van de opgave

Competentie	Reproductie
Domein	Onzekerheid
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	549

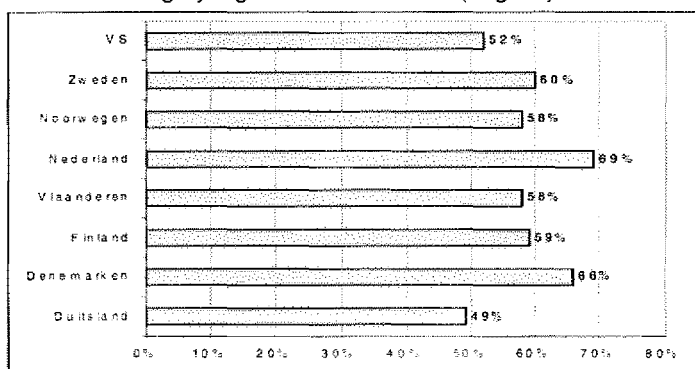


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 69%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



De context is niet realistisch en ook een beetje kinderachtig voor leerlingen van 15 jaar oud. In het vmbo wordt kansrekening niet of nauwelijks op deze 'kale' manier toegepast. Desondanks hebben veel leerlingen op dit niveau toch een goed antwoord gevonden. Bovendien scoren de Nederlandse leerlingen gemiddeld ook beter dan de leerlingen uit de andere bekeken landen. De competenties die voor de beantwoording nodig zijn, horen over het algemeen wel tot wiskundige geletterdheid.

Leerlingen moeten waarden uit een diagram aflezen (6 rode snoepjes van in totaal $6 + 5 + 3 + 3 + 2 + 4 + 2 + 5 = 30$ snoepjes).

Het aantal rode snoepjes is $\frac{6}{30}$ of $\frac{1}{5}$ deel van het totaal. Het omzetten hiervan in 20% is de laatste stap.

NATUURKUNDEPROEFWERKEN

Op de school van Mei-Lin geeft de natuurkundeleraar proefwerken waarvoor een maximale puntenscore kan worden gehaald van 100. Mei-Lin haalde voor haar eerste vier natuurkundeproefwerken een gemiddelde van 60 punten. Voor het vijfde proefwerk kreeg ze 80 punten.

Wat is het gemiddelde resultaat van Mei-Lin voor natuurkunde na de vijf proefwerken?

NATUURKUNDEPROEFWERKEN – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

64 (punten).

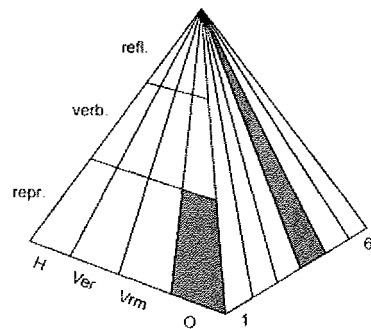
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

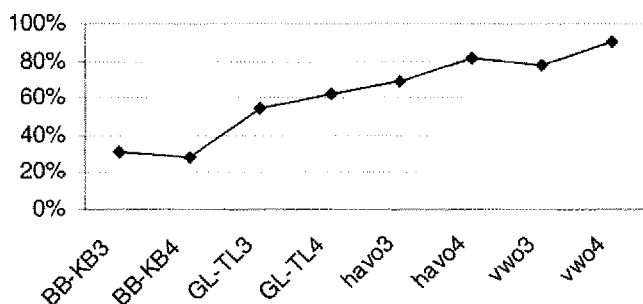
NATUURKUNDEPROEFWERKEN – Bespreking van de opgave

Competentie	Reproductie
Domein	Onzekerheid
Context	Onderwijs
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	556



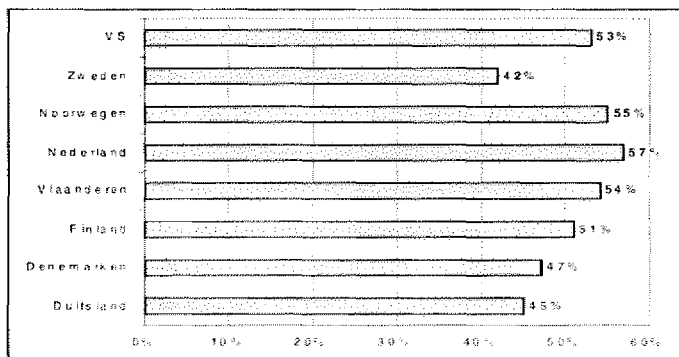
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 57%



Op deze vraag scoren vmbo-BB en KB-leerlingen opvallend laag in vergelijking met de GL-TL-leerlingen.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



'Hoeveel sta ik gemiddeld?' is een vraag die Nederlandse leerlingen zich op school vaak stellen. Deze opgave bevat een onderwijscontext die voor hen heel vertrouwd is. De opgave zou zo uit een Nederlands schoolboek kunnen komen hoewel de vraag voor vmbo-BB en KB-leerlingen waarschijnlijk wat meer rechttoe-rechtaan gesteld zou worden: 'Bereken de gemiddelde score van vijf proefwerken waarvan de score gegeven is'.

Sommige Nederlandse leerlingen hebben de score wellicht omgezet naar een cijfer tussen 1 en 10 zoals in ons land gebruikelijk is.

Voor deze opgave is bekeken welke antwoorden leerlingen geven – als ze de opgave niet hebben overgeslagen. Er is een duidelijk verschil tussen de vmbo-groep en de havo/vwo-leerlingen.

vmbo

Antw	6,4	7	7,5	28	64	65	70	80			totaal
Freq	23	17	4	24	307	9	148	14			709
%	3	2	1	3	43	1	21	2			76%

havo/vwo

Antw	6,4	7	7,5	28	64	65	70	80			totaal
Freq	2			7	211	1	14				255
%	1			3	83		5				92%

Het juiste antwoord is 64. Dat is zowel bij vmbo als bij havo/vwo dan ook het relatief meest voorkomende antwoord: bij vmbo scoort 43% het juiste antwoord en bij havo/vwo doet maar liefst 83% het goed. Wat opvalt is dat de variatie in antwoorden bij de vmbo-leerlingen groter is dan bij de havo/vwo-groep

Het antwoord dat 'daarna' het meest gegeven wordt, zowel bij vmbo als bij havo/vwo, is 70. Die 70 is naar alle waarschijnlijkheid het resultaat van het niet-gewogen middelen van de waarden 60 en 80. Vmbo-leerlingen geven dit antwoord relatief vaker (21%) dan havo/vwo-leerlingen (5%).

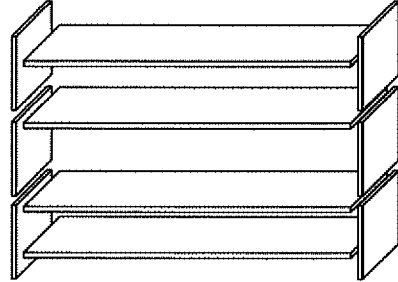
Het antwoord 28 komt bij beide categorieën even vaak voor, te weten in 3% van de gevallen. Dit antwoord is waarschijnlijk de uitkomst van de berekening $\frac{60+80}{5}$; er zijn in totaal 5 proefwerken geweest met slechts 2 verschillende scores, te weten 60 en 80.

Voor het antwoord 6,4 kan als verklaring in aanmerking komen dat leerlingen hun eigen ervaring met de context betrokken hebben in hun antwoord en daardoor te ver doorgegaan zijn. Na de berekening van de op zich correcte waarde 64 hebben ze wellicht gedacht deze waarde te moeten omzetten in een score op de 1-10-schaal (de in Nederland gebruikelijke cijferschaal bij proefwerken) door een deling door 10. Als dit de verklaring is voor deze waarde, dan zou het antwoord 6,4 in landen waar de gebruikelijke schoolcijferschaal afwijkt van 1-10 niet of veel minder vaak voor moeten komen. Omdat er bij het maken van dit rapport slechts inzage in Nederlands leerlingenwerk mogelijk was, kon dit binnen dit kader niet verder onderzocht worden.

BOEKENREKJES

Om één boekenrekje te maken heeft een timmerman de volgende onderdelen nodig:

- 4 lange houten planken
- 6 korte houten planken
- 12 kleine beugels
- 2 grote beugels en
- 14 schroeven



De timmerman heeft 26 lange houten planken, 33 korte houten planken, 200 kleine beugels, 20 grote beugels en 510 schroeven in voorraad.

Hoeveel volledige boekenrekjes kan de timmerman maken?

BOEKENREKJES – Beoordeling

Maximale score

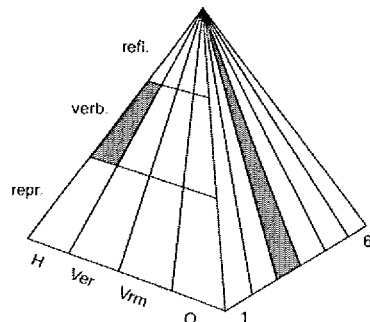
Score 1:
5 (boekenrekjes).

Geen punten

Score 0:
Andere antwoorden.

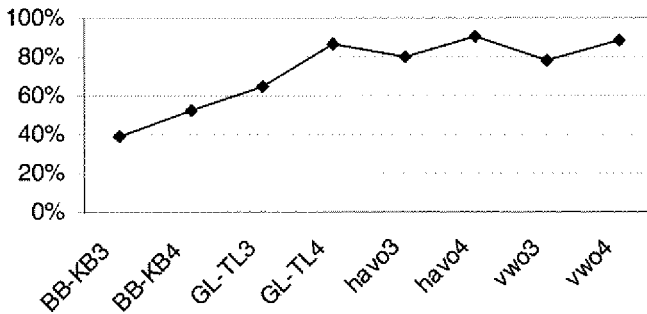
BOEKENREKJES – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Hoeveelheid
Context	Beroep
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	3
Score niveau PISA	499

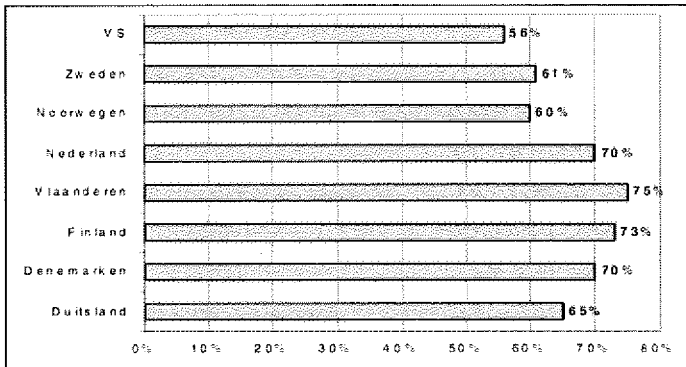


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 70%



De scores vertonen een wat 'hobbelig' verloop bij havo en vwo. Vooral de lage score van vwo 3 valt op.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

Boekenrekjes is een opgave uit de beroepssfeer die goed past bij wiskundige geletterdheid. De berekeningen die de leerling moet maken, zijn delingen waarvoor zij een rekenmachine mogen gebruiken. Uitgaande van de formule $\frac{\text{voorraad}}{\text{benodigdperrekje}}$ worden dan achtereenvolgens de volgende berekeningen uitgevoerd:

26 : 4
 33 : 6
 200 : 12
 20 : 2
 510 : 14

De problemen die de leerlingen kunnen ondervinden, liggen op het gebied van goed lezen van de vraag (Hoeveel **volledige** boekenrekjes...) en de organisatie van het werk.

Voor deze opgave is bekeken wat voor antwoorden leerlingen geven als ze tenminste de opgave niet hebben overgeslagen.

vmbo

Antw	4	5	5,5	6	6,5	7	20				totaal
Freq	10	420	5	118	11	10	23				709
%	1	59	1	17	2	2	3				84%

havo/vwo

Antw	4	5	5,5	6	6,5	7	20				totaal
Freq	4	225	5	8							255
%	2	88	2	3							95%

Het correcte antwoord (5 boekenrekjes) wordt door vmbo in 59% van de gevallen gegeven. De havo/vwo-leerlingen scoren deze vraag voor 88% goed.

Het antwoord 5,5 wordt in vergelijkbare mate door vmbo (1%) en havo/vwo (2%) gegeven. Dit antwoord is vermoedelijk het gevolg van een niet helemaal goed gelezen opdracht: als een leerling de consequentie van het woord 'volledig' in de vraagstelling 'Hoeveel volledige boekenrekjes kan de timmerman maken?' niet tot zich laat doordringen, kan het antwoord 5,5 het gevolg zijn van de op zich correcte conclusie dat het aantal boekenrekjes bepaald wordt door de uitkomst van de deling $\frac{33}{6} = 5,5$. Leerlingen die deze redenering gevolgd hebben, zijn zich vermoedelijk wel bewust geweest van het feit dat ze bij ieder onderdeel de deling $\frac{\text{voorraad}}{\text{benodigd per rekje}}$ moeten uitvoeren om daarna de kleinste uitkomst van al deze resultaten tot het antwoord te laten leiden. Een leerling die zich niet bewust is van het feit dat die deling bij ieder onderdeel uitgevoerd moet worden, zal waarschijnlijk al stoppen na de deling horend bij 'lange houten planken' (te weten $\frac{26}{4} = 6,5$) omdat de lange houten planken als eerste genoemd worden. Hiermee is een vermoedelijke gedachtegang aangegeven die hoort bij de gegeven antwoorden 6 (vmbo 17%, havo/vwo 3%) en 6,5 (vmbo 2% en havo/vwo 0%). Een leerling met een van deze antwoorden heeft waarschijnlijk niet nagedacht over de mogelijkheid dat ieder benodigd onderdeel in een andere verhouding kan staan tot de hoeveelheid onderdelen op voorraad.

Ook het antwoord 7 (vmbo 2%) kan een 'doorgeschoten' vorm van de laatste redenering zijn: na het vinden van het antwoord 6,5 wordt dan besloten, omdat er sprake is van een vraag naar een aantal voorwerpen en het antwoord daarmee een geheel getal moet zijn, de waarde 6,5 op het getal 7 af te ronden.

Voor de antwoorden 4 en 20 hebben we geen plausibele verklaring weten te bedenken, al zou de keuze voor 20 verklaard kunnen worden uit het feit dat dit het kleinste aantal uit de voorraad is. De leerlingen die dit antwoord kiezen, hebben wellicht een vaag idee dat hetgeen in de voorraad het minst aanwezig is, het maximale aantal producten bepaalt. Daarbij zien ze over het hoofd dat er ook gekeken moet worden naar hoeveel van elk onderdeel nodig is.

AFVAL

Voor een werkstuk over het milieu verzamelden leerlingen gegevens over de afbraaktijd van verschillende soorten weggegooid afval:

Soort afval	Afbraaktijd
Bananenschil	1-3 jaar
Sinaasappelschil	1-3 jaar
Kartonnen dozen	0,5 jaar
Kauwgum	20-25 jaar
Kranten	Een paar dagen
Plastic bekertjes	Meer dan 100 jaar

Een leerling wil de resultaten weergeven in een staafdiagram.

Geef **één** argument waarom een staafdiagram niet geschikt is om deze gegevens weer te geven.

AFVAL – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

Geeft een argument dat is gebaseerd op de enorme verschillen in de gegevens.

- Het verschil in de lengte van de staven van het staafdiagram zou te groot zijn.
- Als je een staaf maakt met een lengte van 10 centimeter voor plastic, zou de staaf voor kartonnen dozen 0,05 centimeter lang moeten zijn.

OF

Geeft een argument dat is gebaseerd op de variabiliteit van de gegevens binnen bepaalde categorieën.

- De lengte van de staaf voor 'plastic bekertjes' is onbepaald.
- 1-3 jaar of 20-25 jaar kan niet voorgesteld worden door een staaf.

Geen punten

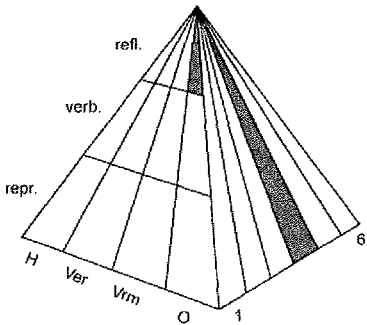
Score 0:

Andere antwoorden.

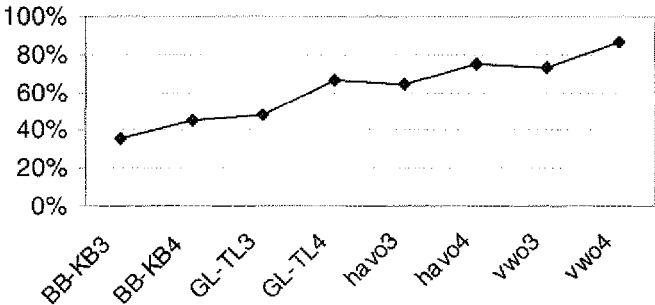
- Omdat het niet werkt.
- Een illustratie / beelddiagram is beter.
- Je kunt de informatie niet controleren.
- Omdat de cijfers in de tabel slechts bij benadering zijn gegeven.

AFVAL – Bespreking van de opgave

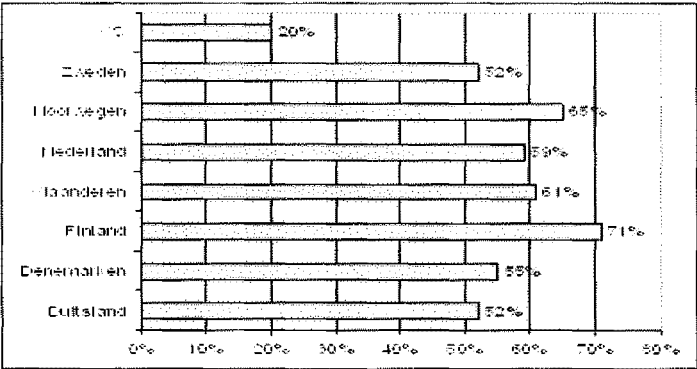
Competentie	Reflectie
Domein	Onzekerheid
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	551



Resultaten in Nederland (% goed) Gemiddeld 59%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Opvallend is de zeer lage score van de VS op deze vraag.
Kritisch naar gegevens kijken en beoordelen op welke manier je die eventueel kunt weergeven in een diagram is een belangrijk onderdeel van wiskundige geletterdheid.

In Nederland wordt daar zeker aandacht aan besteed in de wiskundeles. Er zijn in dit geval twee verschillende argumenten mogelijk waarom het maken van een staafdiagram geen goed idee is. De leerlingen hoeven niet meer dan één argument te geven. Je redenering goed kunnen formuleren is een competentie die bij deze vraag hoort.

Leerlingenwerk

Soms gebruiken verschillende leerlingen hetzelfde (goede) argument maar de formulering is bij de vmbo-leerling in meer dagelijks taalgebruik:

Leerling vmbo

Dan wordt het een rommeltje, de een begint bij 0,5 jaar en de andere bij meer dan 100 jaar.

Onlogisch, heeft geen zin want dan heb je een hele grote staafdiagram.

Leerling havo/vwo

Dan moet je een verticale as maken die tot 100 gaat met een lage stapgrootte want 'een paar dagen' moet erin af te lezen zijn.

Soms lijkt het alsof de leerling de vraag goed heeft begrepen maar is het antwoord te summier of toch net niet helemaal goed genoeg geformuleerd om een punt te krijgen:

Leerling vmbo

Omdat het allemaal niet past en dan klopt het ook niet.

Dan wordt het aantal niet goed zichtbaar.

Het zijn geen precieze cijfers.

En ten slotte zijn er ook leerlingen die weliswaar een juiste opmerking maken maar geen antwoord geven op de vraag:

Leerling vmbo

Omdat het heel erg is wat er gebeurt.

Omdat het niet helemaal zeker is dat de spullen zo lang blijven liggen, want volgens mij wordt er maar gegokt.

Leerling havo/vwo

Omdat je niet weet hoeveel afval er is per soort.

AARDBEVING

Er is een documentaire uitgezonden over aardbevingen en hoe vaak die voorkomen. Hierin vond een discussie plaats over de voorspelbaarheid van aardbevingen. Een geoloog beweerde: 'De kans is twee op drie dat er een aardbeving in Zedstad zal plaatsvinden in de komende twintig jaar'.

Welke van de volgende beweringen geeft het beste weer wat de geoloog bedoelt?

- A Aangezien $\frac{2}{3} \cdot 20 = 13,3$ zal zich in Zedstad over 13 tot 14 jaar een aardbeving voordoen.
- B $\frac{2}{3}$ is meer dan $\frac{1}{2}$. Het is dus zeker dat op een bepaald moment in de komende 20 jaar een aardbeving zal plaatsvinden in Zedstad.
- C Het is waarschijnlijker dat in Zedstad in de komende twintig jaar een aardbeving zal plaatsvinden dan dat er geen zal plaatsvinden.
- D Je kunt niet voorspellen wat er gaat gebeuren, want niemand weet met zekerheid op welk moment zich een aardbeving zal voordoen.

AARDBEVING – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

Antwoord C.

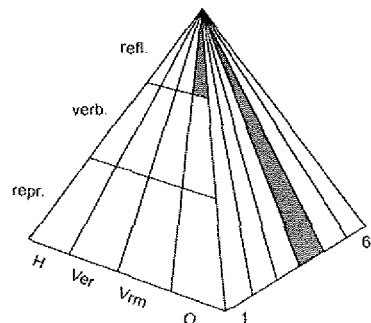
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

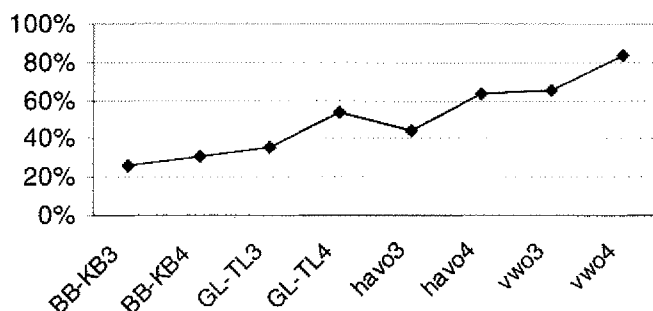
AARDBEVING – Bespreking van de opgave

Competentie	Reflectie
Domein	Onzekerheid
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	557

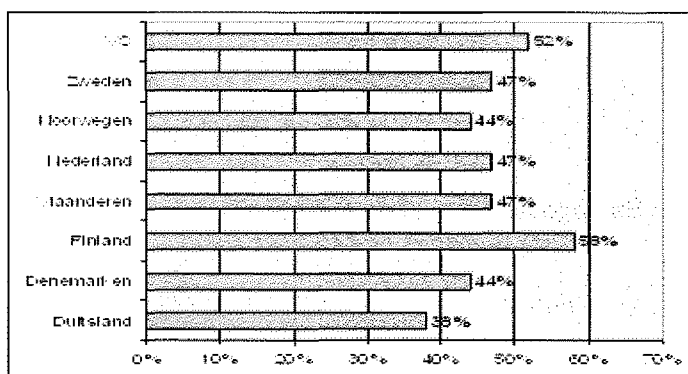


Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 47%



Een opvallende 'sprong' in de grafiek voor de GL-TL-4-leerlingen.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

Een bewering zoals die van de geoloog 'De kans is twee op drie dat...' komt voor in kranten en tijdschriften en soms in tv-documentaires. Begrijpen wat een dergelijke uitspraak betekent, is een competentie die goed past bij wiskundige geletterdheid. Meer dan de helft van de Nederlandse leerlingen heeft kennelijk geen idee!

KEUZES

In een pizzeria kun je een basispizza bestellen met twee ingrediënten: kaas en tomaat. Je kunt ook je eigen pizza samenstellen met **extra** ingrediënten. Je kunt kiezen uit vier verschillende extra ingrediënten: olijven, ham, champignons en salami.

Roel wil een pizza bestellen met twee verschillende **extra** ingrediënten.

Uit hoeveel verschillende combinaties kan Roel kiezen?

KEUZES – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

6.

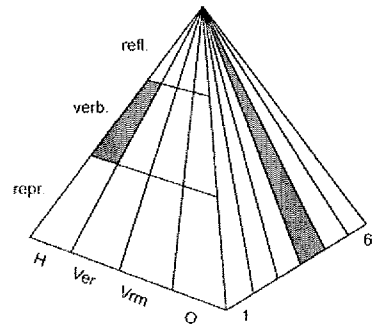
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

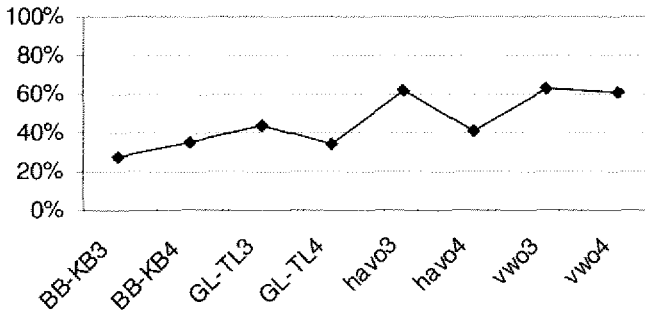
KEUZES – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Hoeveelheid
Context	Beroep
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	559



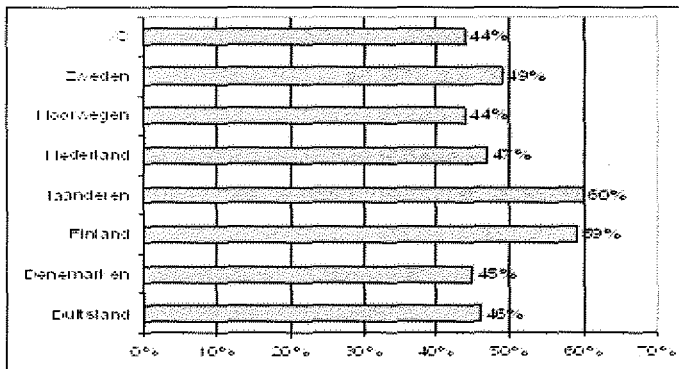
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 43%



Een opvallende 'sprong' in de grafiek voor de havo 3-leerlingen. Zou het onderwerp juist in deze periode in havo 3 behandeld worden? En de havo 4-leerlingen dan? Verder valt op dat leerlingen uit vwo 3 en vwo 4 de opgave minder goed maken dan je zou verwachten in vergelijking met de overige leerlingen.

Lastig is dat je het goede antwoord – 6 – ook kunt vinden (en sommige leerlingen deden dat ook, zo bleek uit een analyse van het leerlingenwerk) door alle genoemde mogelijkheden op te tellen: kaas en tomaat, plus de vier extra ingrediënten olijven, ham, champignons en salami vormen samen zes ingrediënten.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

Nederlandse leerlingen maken deze vraag verhoudingsgewijs slechter dan de andere landen uit het overzicht terwijl dat bij de meeste andere vragen niet het geval is. Er moest nauwkeurig gelezen worden met veel kans op vergissingen: twee ingrediënten, vier extra ingrediënten en tenslotte een keus met twee extra ingrediënten.

Voor deze opgave is bekeken wat voor antwoorden leerlingen geven als ze tenminste de opgave niet hebben overgeslagen.

vmbo

Antw	2	3	4	5	6	7	8	9	12	16	24	totaal
Freq	24	13	93	12	238	20	58	9	98	53	7	696
%	3	2	13	2	34	3	8	1	14	8	1	90%

havo/vwo

Antw	2	3	4	5	6	7	8	9	12	16	24	totaal
Freq	2		3		136		18		41			254
%	1		1		54		7		16			79%

Het correcte antwoord 6 wordt door 34% van de vmbo-leerlingen en 54% van de havo/vwo-leerlingen gegeven. Bij deze vraag zijn er nogal wat mogelijkheden om het goede antwoord te vinden. Verkort en systematisch uitschrijven is een mogelijkheid die voorkwam en die Nederlandse leerlingen vaak ook als eerste methode leren:

o - h h - c c - s
o - c h - s
o - s

Je zou ook als volgt kunnen redeneren: om het aantal combinaties van 2 verschillend extra ingrediënten die gekozen worden uit een verzameling van 4 te bepalen, kies ik één van deze 4 ingrediënten als eerste waarna ik elk van de overgebleven 3 ingrediënten als 2e keuze heb. Zo kom ik op $4 \times 3 = 12$ mogelijkheden. Hierbij wordt iedere mogelijkheid echter twee keer geteld vanwege het volgorde-aspect. Daarom deel ik door 2. Kortom: $\frac{4 \times 3}{2} = 6$.

Overigens kan het antwoord 6 op volledig incorrecte wijze tot stand gekomen zijn: bij de gegeven 2 basisingrediënten en de 4 extra ingrediënten kan een leerling wellicht ook besluiten slechts de getallen 2 en 4 bij elkaar op te tellen met als resultaat diezelfde 6.

Het antwoord 12 dat door 14% van de vmbo-leerlingen en een vergelijkbare 16% van de havo/vwo-leerlingen gevonden wordt, is – zo lijkt althans voor de hand te liggen – het resultaat van het vergeten volgorde-aspect. Dit antwoord blijkt daarmee een goede tweede in de geconstateerde antwoordenrange. Ook bij uitschrijven van de mogelijkheden kwam dit antwoord voor.

Het antwoord 8, gegeven door 8% van de vmbo-leerlingen en 9% van de havo/vwo-leerlingen, is waarschijnlijk het gevolg van een redenering die als volgt omschreven kan worden: er zijn 4 extra ingrediënten, men vraagt naar het aantal combinaties van 2 extra ingrediënten, dus wordt $4 \times 2 = 8$ berekend. Maar het is ook mogelijk dat deze leerlingen ook nog de twee basispizza's, namelijk met kaas en tomaat hebben opgeteld bij de 6 mogelijkheden met extra ingrediënten.

Het antwoord 16, waarvoor 8% van de vmbo-scholieren opteerde, kan wellicht op een vergelijkbare manier ontstaan zijn: er zijn 2 basisingrediënten, 4 extra ingrediënten, men vraagt naar het aantal combinaties van 2 extra ingrediënten, dus moet ik uitrekenen $2 \times 4 \times 2 = 16$.

Een andere mogelijkheid voor het antwoord 16 is dat de leerling twee keer 'kiest' uit de 4 extra ingrediënten en zo op $4 \times 4 = 16$ mogelijkheden komt. Een boomdiagram kan eenvoudig tot dit antwoord leiden. Deze leerling heeft dan geen rekening gehouden met het gegeven dat er twee verschillende ingrediënten moesten worden gekozen.

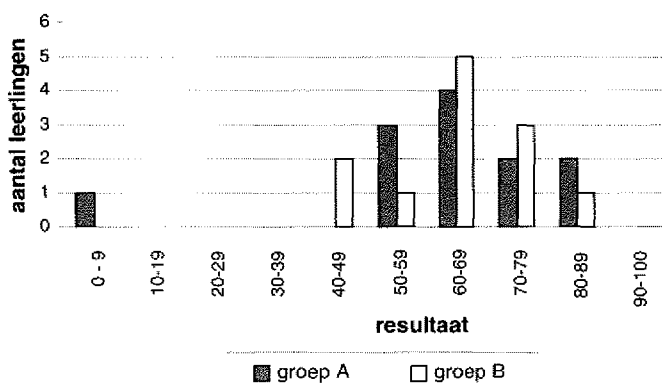
Zoals de vmbo-tabel al laat zien, zijn er legio mogelijkheden om hierbij in de fout te gaan. Het is nu niet meer mogelijk om te constateren welke van deze antwoorden gebaseerd zijn op verkeerde redeneringen en welke van deze antwoorden een correcte redenering met een rekenfout als achtergrond hadden.

TOETSRESULTATEN

In het onderstaande diagram zie je de resultaten van een natuurkundetoets van twee groepen leerlingen, aangeduid als groep A en groep B.

Het gemiddelde puntenaantal van groep A is 62,0 en het gemiddelde puntenaantal van groep B is 64,5. Leerlingen slagen voor de toets als ze een puntenaantal halen van 50 of meer.

Resultaten van een natuurkundetoets



Op basis van het diagram beweert de leraar dat groep B deze toets beter heeft gemaakt dan groep A.

De leerlingen van groep A zijn het niet met hun leraar eens. Zij proberen hun leraar ervan te overtuigen dat groep B het niet noodzakelijk beter heeft gedaan.

Geef één wiskundig argument, gebaseerd op het diagram, dat de leerlingen van groep A hiervoor kunnen gebruiken.

TOETSRESULTATEN – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

Er is één goed argument gegeven. Goede argumenten kunnen betrekking hebben op het aantal leerlingen dat slaagt, de relatief grote invloed van de uitschieter, of het aantal leerlingen met resultaten op het hoogste niveau.

- Er zijn meer leerlingen van groep A voor het examen geslaagd dan van groep B.
- Als je de zwakste leerling in groep A negeert, hebben de leerlingen in groep A het beter gedaan dan de leerlingen in groep B.
- Er zijn in groep A meer leerlingen die 80 of meer hebben behaald dan in groep B.

Geen punten

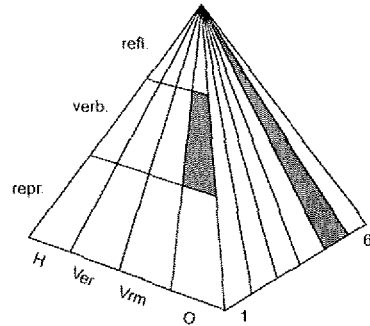
Score 0:

Andere antwoorden, inclusief antwoorden zonder wiskundige argumenten of met foutieve wiskundige argumenten, of antwoorden die eenvoudig verschillen aangeven, maar die geen goede argumenten bevatten om te bewijzen dat groep B het niet noodzakelijk beter heeft gedaan.

- Leerlingen van groep A zijn normaal gesproken beter in natuurkunde dan leerlingen van groep B. De resultaten op deze toets zijn toeval.
- Het verschil tussen de beste en de slechtste resultaten is bij groep B kleiner dan bij groep A.
- Groep A behaalde meer resultaten tussen 80-89 en tussen 50-59.
- Bij groep A is de interkwartielafstand groter dan bij groep B.

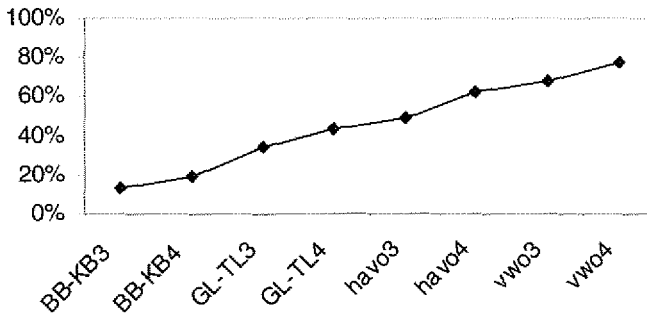
TOETSRESULTATEN – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Onzekerheid
Context	Onderwijs
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5
Score niveau PISA	620



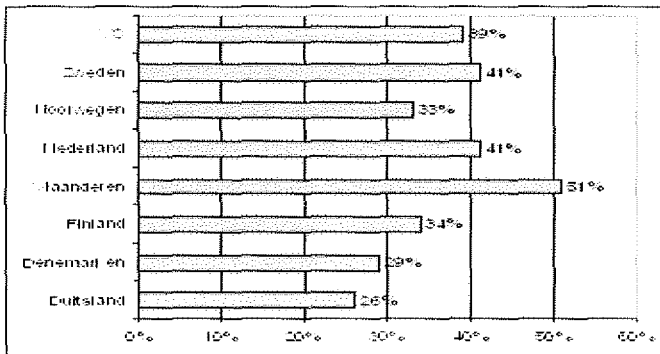
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 41%



Het scoreverloop op deze vraag is zoals te verwachten bij een vraag in vaardigheidsniveau 5: lage score voor vmbo-BB en -KB en geleidelijk oplopend voor de overige schooltypen en leerjaren. De vraag differentieert goed in het Nederlandse onderwijs.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



De schoolse context is er een die alle leerlingen bekend zal voorkomen: het vergelijken van toetsresultaten. In dit geval worden de resultaten van twee groepen, A en B, op twee verschillende manieren verstrekt: in woorden, gecombineerd met enkele numerieke gegevens en door middel van twee grafieken in één assenstelsel, in dit geval een dubbel staafdiagram. De opdracht is om argumenten te vinden die de bewering dat groep A het beter deed dan groep B ondersteunen, als tegenargumenten voor een docent die beweert dat groep B het beter deed vanwege een hoger gemiddelde.

Enige kennis van het domein onzekerheid is noodzakelijk in de informatiemaatschappij waarin we leven, omdat data en grafische representaties een belangrijke rol spelen in de media en in andere aspecten van het dagelijks leven. Kritisch kijken naar gegevens en representaties en een goede redenering opschrijven op basis van de argumenten die zijn ontleend aan de gegevens, zijn de competenties die hierbij horen. In wezen heeft een leerling de keuze uit minstens drie verschillende argumenten bij deze vraag. De eerste mogelijkheid is te argumenteren dat er meer leerlingen uit groep A voor de toets slagen. Als tweede mogelijkheid kan een leerling wijzen op de uitschieter die het totale beeld en daarmee met name het gemiddelde van groep A verstoort. En tot slot is er nog de mogelijkheid om te wijzen op het feit dat er in groep A meer leerlingen een score van 80 of meer hadden. De vraag valt daarmee onder het verbindingscluster.

Leerlingenwerk

Hieronder volgen enkele uitwerkingen van vmbo- en havo/vwo-leerlingen.

Leerling BB-KB-3

Er is 1 buitenbeentje bij ons en al had hij niet meegedaan zou ons aantal stijgen en dan moest u het gedeeld door 11 doen, omdat we dan een leerling minder hebben.

De leerling betreft de gegevens op zichzelf. Dat is een verschijnsel dat we wel vaker zien. Het antwoord op zich is overigens prima.

Een ander goed antwoord uit de vmbo-groep:

Leerling BB-KB-4

Groep A had een hoger percentage bij 80-89 dan groep B.

Voorbeelden van leerlingen die het waarschijnlijk wel goed begrepen hebben maar het antwoord niet voldoende duidelijk formuleren:

Leerling GL-TL-3

Er is bij 50 - 59 veel hoger gescoord dan bij B.

Leerling GL-TL-4

Groep A heeft bij de zak/slaag punten veel beter gescoord dan groep B en dat is het belangrijkste.

Leerling vwo 4

Het ligt aan het aantal leerlingen.

Voorbeeld van een ware bewering die echter niet slaat op de vraag.

Leerling GL-TL-4

Groep B heeft geen lager dan 40 punten gehad en groep A wel.

Voorbeelden van goede antwoorden uit de havo/vwo-groep:

Leerling havo/vwo

Groep B heeft 2 onvoldoendes en groep A maar 1.

Leerling havo/vwo

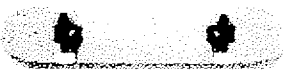
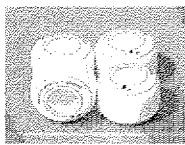
Van een gemiddelde kun je geen conclusies trekken. De ene leerling met het resultaat tussen 0-9 heeft de gemiddelde van groep A ontzettend naar beneden gehaald.

SKATEBOARD

Erik is een fanatiek skateboarder. Hij bezoekt een winkel met de naam SKATERS om wat prijzen te bekijken.

In deze winkel kun je een compleet skateboard kopen. Of je kunt een plank, een set van 4 wieltjes, een set van 2 wielassen en een set losse onderdelen kopen en je eigen skateboard monteren.

De prijzen van de artikelen uit de winkel zijn:

Product	Prijs in zed	
compleet skateboard	82 of 84	
plank	40, 60 of 65	
een set van 4 wieltjes	14 of 36	
een set van 2 wielassen	16	
een set losse onderdelen (lagers, rubberen matjes, bouten en moeren)	10 of 20	

Vraag 1: SKATEBOARD

Erik wil zijn eigen skateboard monteren. Welke zijn de minimumprijs en de maximumprijs in deze winkel voor zelfgemonteerde skateboards?

(a) Minimumprijs: zed.

(b) Maximumprijs: zed.

Vraag 2: SKATEBOARD

De winkel verkoopt drie soorten planken, twee soorten sets met wieltjes en twee soorten sets losse onderdelen. Er is slechts één mogelijke keuze voor een set wielassen.

Hoeveel verschillende skateboards kan Erik monteren?

- A 6
- B 8
- C 10
- D 12

Vraag 3: SKATEBOARD

Erik mag 120 zed besteden en wil met dat geld het duurste skateboard kopen dat hij zich kan veroorloven.

Hoeveel geld kan Erik besteden aan elk van de 4 onderdelen? Noteer je antwoord in de onderstaande tabel.

Onderdeel	Bedrag (zed)
plank	
wieltjes	
wielassen	
losse onderdelen	

SKATEBOARD – Beoordeling vraag 1**Maximale score**

Score 2:

Minimumprijs 80 zed en maximumprijs 137 zed.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Minimumprijs 80 zed of maximumprijs 137 zed (één van beide dus).

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

SKATEBOARD – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 1:

Antwoord D.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

SKATEBOARD – Beoordeling vraag 3

Maximale score

Score 2:

Onderdeel	Bedrag (zed)
plank	65
wieltjes	14
wielassen	16
losse onderdelen	20

Geen punten

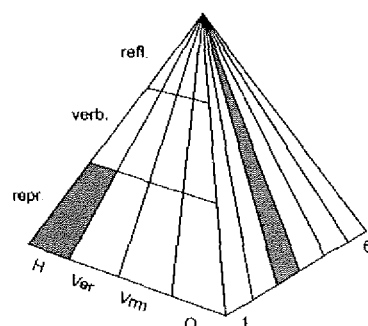
Score 0:

Andere antwoorden.

SKATEBOARD – Bespreking van de opgave

SKATEBOARD vraag 1

Competentie	Reproductie
Domein	Hoeveelheid
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	3 (2 punten)
Score niveau PISA	464 (1 punt) 496 (2 punten)

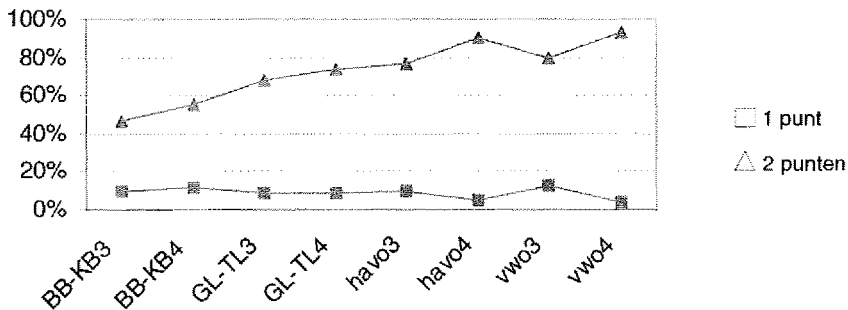


De deelscore van 1 punt hoort bij vaardigheidsniveau 2. De maximale score van 2 punten illustreert vaardigheidsniveau 3.

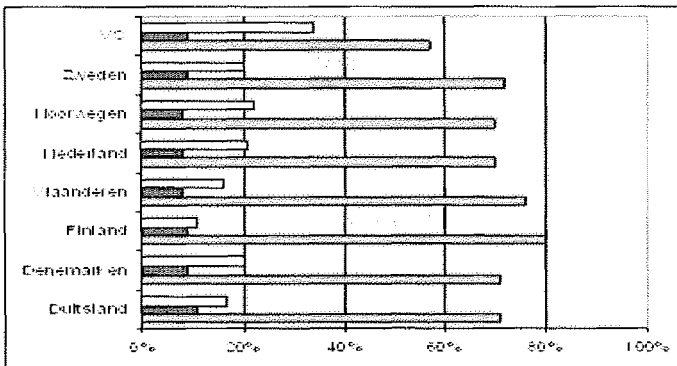
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 70% (2 punten)

8% (1 punt)



Op deze vraag komt de score van 2 punten het meest voor, de score van 1 punt, voor ofwel de minimumprijs ofwel de maximumprijs goed, komt het minst voor.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

De resultaten in Finland en Vlaanderen zijn beter dan die in Nederland, dat weinig verschilt van de andere landen uit dit overzicht. Als we echter kijken naar de top10 met best scorende items van deze landen valt op dat in alle landen uit dit lijstje deze vraag in de top 10 staat (in Duitsland zelfs op plaats 3) behalve in Nederland (15) en de VS (13).

De context is persoonlijk, skateboards zijn een onderdeel van de jongerencultuur en veel jongeren kennen ze uit eigen ervaring of omdat ze het anderen hebben zien doen. Leerlingen moeten de minimum- en maximumprijs voor de samenstelling van een skateboard vinden, gegeven bepaalde voorwaarden. Deze vaardigheden vormen zeker een onderdeel van wiskundige geletterdheid vanwege het feit dat ze het mogelijk maken weloverwogen beslissingen in het dagelijks leven te maken.

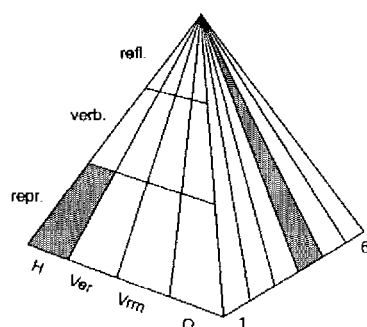
Om de vraag te beantwoorden moet de leerling steeds het kleinste, respectievelijk grootste bedrag kiezen en de getallen optellen.

Kleinste bedrag $40 + 14 + 16 + 10 = 80$. Grootste bedrag $65 + 36 + 16 + 20 = 137$. Veel leerlingen schrijven deze berekening ook op. Fouten die zij maken zijn, behalve vergissingen in de berekening, het bijtellen van de prijs van het complete skateboard; het geven van alleen de minimum- en maxumprijs van een plank (en dus de andere onderdelen vergeten); het kiezen van het kleinste en het grootste bedrag uit de tabel uitgezonderd het complete skateboard (10 – 65).

Bij de analyse van de leerlingenantwoorden werden echter ook de antwoorden 8 - 65, 70 - 117 en 160 - 221 aangetroffen. Een redenering die aannemelijk maakt op welke gedachtegang deze antwoorden stoelt, is tot op heden niet gevonden.

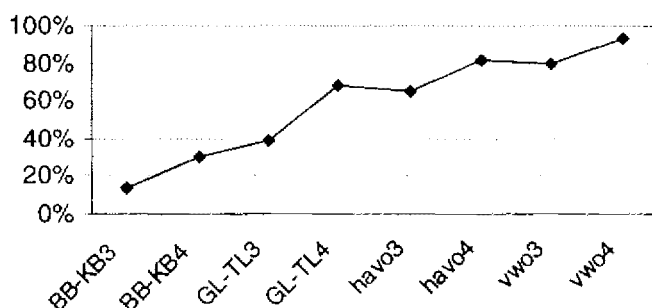
SKATEBOARD vraag 2

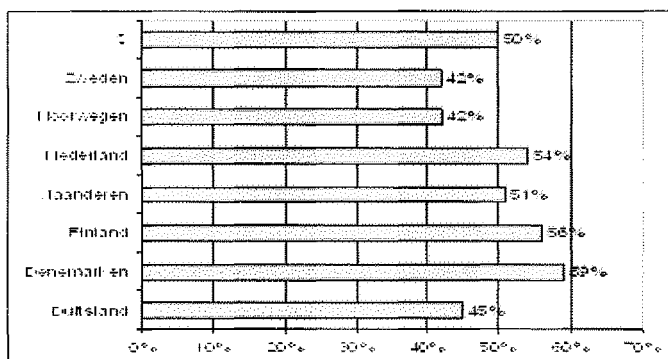
Competentie	Reproductie
Domein	Hoeveelheid
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	570



Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 54%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)

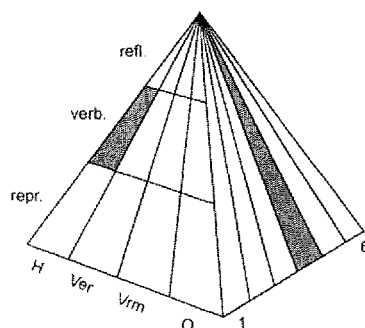
De noodzakelijke vaardigheden voor het beantwoorden van de vraag behoren zeker tot de wiskundige geletterdheid omdat ze het mogelijk maken in het dagelijks leven weloverwogen beslissingen te nemen.

Telproblemen staan in veel landen niet op het wiskundeprogramma. In Nederland leren havo/vwo-leerlingen in het algemeen wel een dergelijke telprobleem met de berekening $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 12$ op te lossen of ze maken een wegendiagram. Een boomdiagram maken behoort ook tot de mogelijkheden. Vmbo-leerlingen zullen het probleem wellicht oplossen door een systematische lijst van alle mogelijke combinaties te maken.

Leerlingen die antwoord B (8 mogelijkheden) hebben gegeven, telden waarschijnlijk alle mogelijkheden op: $3 + 2 + 2 + 1 = 8$. Bij vmbo-leerlingen werd nogal eens het antwoord A (6 mogelijkheden) gegeven. Dit antwoord zou wellicht ingegeven kunnen zijn door de misvatting dat wielen en wielassen hetzelfde zijn. In dat geval zou $3 \cdot 1 \cdot 2 = 6$ als berekening volgen.

SKATEBOARD vraag 3

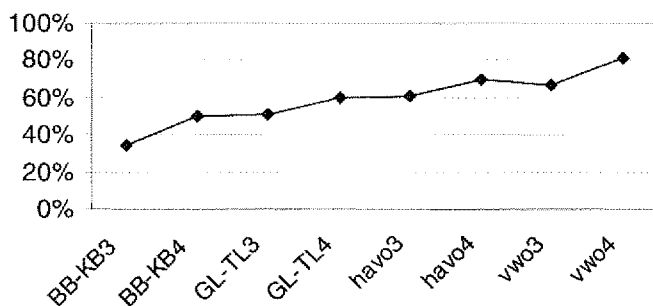
Competentie	Verbindingen
Domein	Hoeveelheid
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	4
Score niveau PISA	554



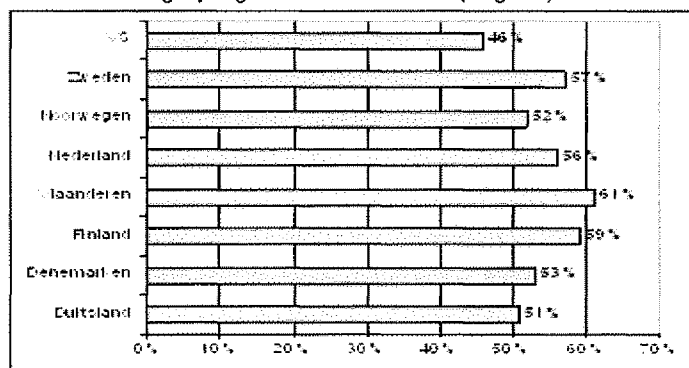
De vraag is een voorbeeld van het onderste gedeelte van vaardigheidsniveau 4 met een score van 10 punten boven niveau 3.

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 56%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Het zal duidelijk zijn dat de vraag onder het domein Hoeveelheid valt omdat de leerlingen gevraagd wordt uit te rekenen welk skateboard gekocht kan worden voor 120 zed. Maar de opdracht is zeker niet voor de hand liggend, want er is hier geen standaardprocedure of algoritme voorhanden. Er zijn verschillende mogelijkheden om het antwoord te vinden, waaronder *trial and error*. Hoewel de context van het probleem (min of meer) bekend is, is het specifieke probleem hier zeker geen routine. Een leerling moet zichzelf de vraag stellen 'Hoe vind ik....?', in de prijzentabel gaan kijken, combinaties maken en enkele berekeningen uitvoeren. Hiermee valt het probleem in het verbindingscluster.

Een effectieve aanpak is de volgende: maak eerst gebruik van alle grotere getallen en pas je antwoord daarna in 'neerwaartse' richting aan totdat het gewenste maximum van 120 zed is bereikt. Er wordt dan dus gekozen voor een plank van 65 zed, een set van 4 wieljes van 36 zed, 16 zed voor de set van 2 wielassen (hier is geen andere keuzemogelijkheid dan deze) en 20 zed voor de set van losse onderdelen.

Daarmee komt het totaal op 137 zed, wat gelijk is aan de eerder gevonden maximumprijs van vraag 1. De kosten moeten nu nog met minstens 17 zed worden teruggebracht. Op de plank kan 5 of 25 zed bezuinigd worden, op de wieltjes 22 zed en op de losse onderdelen valt 10 zed te besparen. De oplossing is daarmee helder: besteed 22 zed minder aan de set met wieltjes.

Om de vraag correct te beantwoorden moet een leerling beschikken over enig redeneervermogen in een bekende context, het verband zien tussen de vraag en de in de tabel verstrekte gegevens, een niet-standaard strategie toepassen en enkele simpele berekeningen uitvoeren.

Uit het leerlingenwerk blijkt dat leerlingen soms niet beginnen met de duurste plank en daarmee niet het maximaal besteedbare bedrag bereiken. Alle mogelijke combinaties van antwoorden komen voor, zoals:

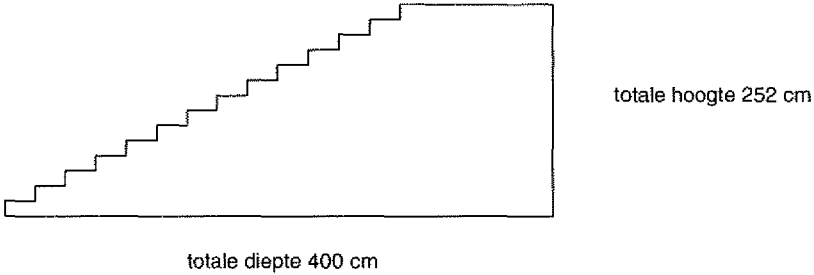
40 - 36 - 16 - 20 (de wielen/assen zijn belangrijker dan de plank?)
60 - 14 - 16 - 20
60 - 36 - 16 - 10
65 - 36 - 16 - 20

Omdat de leerlingen vrijwel nooit een toelichting geven is niet (meer) na te gaan waarom ze een dergelijke keuze maakten. Een mogelijke verklaring zou kunnen zijn dat men alleen getracht heeft te voldoen aan de eis maximaal 120 zed te spenderen en men daarmee niet nastreefde zo dicht mogelijk in de buurt van die 120 zed te komen.

Het zou interessant zijn om na te gaan of deze opgave verschillend werd gemaakt door meisjes en jongens omdat voor meisjes de context waarschijnlijk minder vertrouwd is. Dat was helaas niet mogelijk.

TRAP

Hieronder zie je de afbeelding van een trap met 14 treden met een totale hoogte van 252 cm:



Wat is de hoogte van elk van de 14 treden?

TRAP – Beoordeling

Maximale score

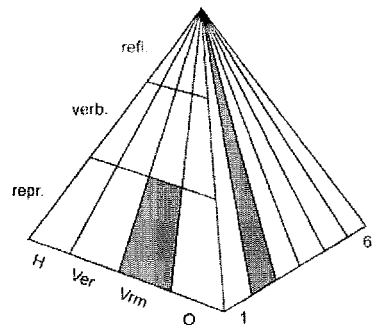
Score 1:
18 (cm).

Geen punten

Score 0:
Andere antwoorden.

TRAP – Bespreking van de opgave

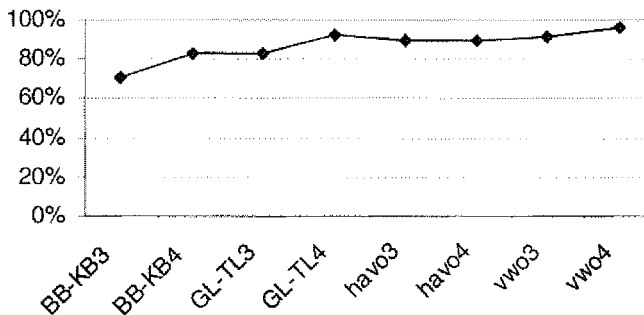
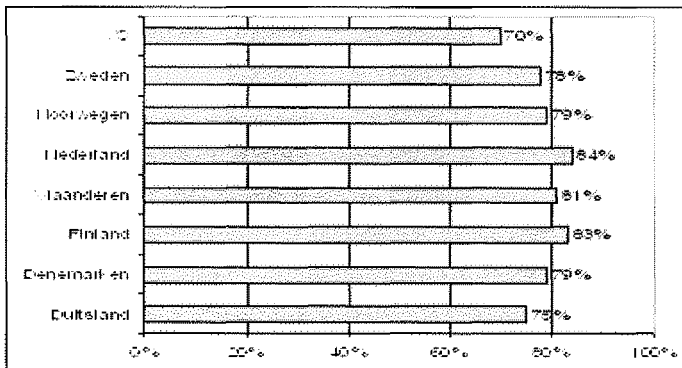
Competentie	Reproductie
Domain	Vorm en Ruimte
Context	Beroep
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	421



De opgave heeft vaardigheidsniveau 2, maar ligt net 1 punt boven de grens tussen niveau 1 en 2.

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 84%

**Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)**

Opvallend is dat in Vlaanderen deze vraag buiten de top tien van best scorende items valt: de vraag eindigt op een 19e plaats. In de andere landen uit de lijst neemt deze vraag gemiddeld een 10e plaats in. Deze vraag zou zich kunnen afspelen binnen het beroep van een timmerman. Daardoor kan overigens ook verwarring ontstaan, een leerling die zich voorbereidt op dit beroep en iets van het maken van trappen weet, zou kunnen redeneren dat bij een trap van 14 treden het aantal opstaande trapkanten 15 is omdat de laatste trede al op de volgende verdieping is en dus niet meer tot de trap hoort. Tenzij er sprake is van een nieuw geplaatste trap met houten treden waarbij de laatste trede wel wordt meegeteld. In dit geval kan kennis van de context dus juist verhinderen dat de vraag goed wordt beantwoord! Daarom is in dit geval de tekening ook belangrijk: een leerling die gaat twijfelen, kan in de tekening het aantal opstaande trapkanten tellen, dat zijn er 14.

Er is overbodige informatie voorhanden: de totale diepte van de trap is 400 cm. Dat is in het dagelijks leven ook vaak het geval maar veel leerlingen zijn gewend dat in een vraag uit hun wiskundeboek nooit minder of meer informatie gegeven wordt dan nodig is om het probleem op te lossen. Nadat leerlingen hebben gevonden wat ze moeten uittrekken hoeft alleen een routineprocedure, de deling $252 : 14 = 18$, te worden uitgevoerd. Dat mag met de rekenmachine.

Leerlingenwerk

Welke fouten worden er zoal gemaakt? Een paar voorbeelden:

Leerling BB-KB-3

252.

Hier is het antwoord dus niet de hoogte van elk van de 14 treden maar het totaal van de 14 treden samen.

Leerling BB-KB-3

1 hoogte ongeveer (???).

Leerling GL-TL-3

1,59 cm $400 : 252 = 1,587 \approx 1,59$.

Totale diepte gedeeld door totale hoogte.

Leerling BB-KB-4

252 : 13 = 19,38 cm.

Hierbij zou de redenering kunnen zijn dat er 14 opstaande trapkanten zijn dus 13 treden.

Dit antwoord werd een redelijk aantal keren gezien bij BB-KB-leerlingen, soms ook in de afgeronde vorm 19 cm.

Leerling BB-KB-3

252 : 14 = ... ongeveer 2 cm.

Leerling BB-KB-3

2,52 cm.

Bij deze antwoorden werd de komma verkeerd geplaatst.

Leerling havo/vwo 4

46 cm.

Hierbij werd de correcte hoogte 18 cm opgeteld bij de correcte diepte 28 cm.

DOBBELSTENEN MAKEN

Rechts zie je een afbeelding van twee dobbelstenen.

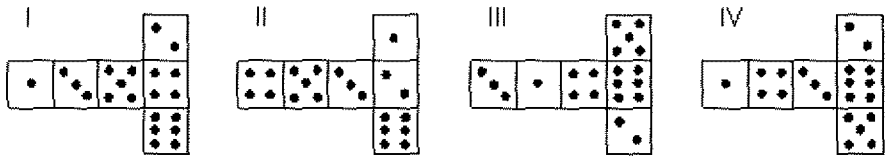
Dobbelstenen zijn speciale getalkubussen waarvoor de volgende regel geldt:



Het totaal aantal ogen op twee tegenoverliggende vlakken is altijd zeven.

Je kunt een eenvoudige getalkubus maken door een stuk karton te knippen, te vouwen en te lijmen. Dit kan op veel manieren. In de onderstaande figuur zie je vier uitgeknipte bouwplaten die je kunt gebruiken om kubussen te maken, met ogen op de zijvlakken.

Welke bouwplaat of bouwplaten kan / kunnen tot een kubus worden gevouwen die voldoet aan de regel dat de som van de tegenoverliggende zijvlakken gelijk is aan 7? Omcirkel in de onderstaande tabel voor elke bouwplaat 'ja' of 'nee'.



Bouwplaat	Voldoet aan de regel dat de som van de tegenoverliggende zijvlakken gelijk is aan 7
I	ja / nee
II	ja / nee
III	ja / nee
IV	ja / nee

DOBBELSTENEN MAKEN – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

I nee; II ja; III ja; IV nee

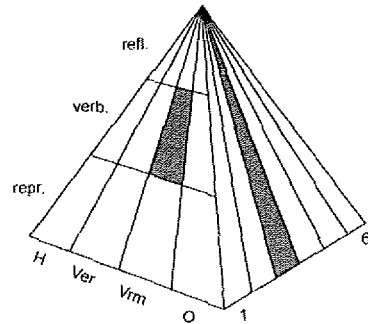
Geen punten

Score 0:

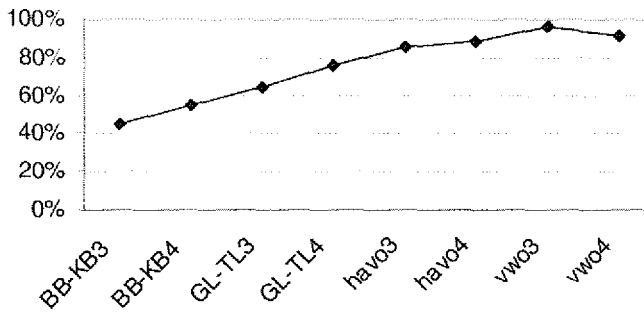
Andere antwoorden.

DOBBELSTENEN MAKEN – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Vorm en Ruimte
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	3
Score niveau PISA	503

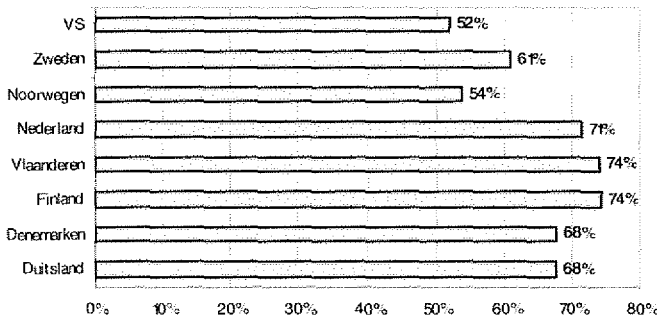


Resultaten in Nederland (% goed) Gemiddeld 71%



Uit het scoreverloop blijkt dat deze vraag zich 'normaal' gedraagt. Wel valt op dat de vwo 4-leerlingen het wat slechter doen dan de leerlingen uit vwo 3. Wellicht vertrouwen leerlingen in vwo 4 het niet dat een vraag zo 'simpel' kan zijn.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Ook in deze vraag (net als in de vraag: Dobbelstenen zie bladzij 19) komt de regel dat het aantal ogen op twee tegenoverliggende vlakken van een dobbelsteen altijd totaal zeven is aan de orde. Dat is een getalsmatig aspect maar de hier gestelde vraag vereist ruimtelijk inzicht of een mentale visualisatietechniek.

De competenties die nodig zijn voor beantwoording van de vraag, vormen een essentieel onderdeel van wiskundige geletterdheid: we leven in een driedimensionale ruimte maar worden vaak geconfronteerd met een tweedimensionale afbeelding daarvan. Een leerling moet zich kunnen voorstellen of de bouwplaat van een dobbelsteen, indien gevouwen tot een driedimensionale kubus, aan de regel voldoet dat de som van de ogen op de twee tegenoverliggende zijvlakken steeds zeven oplevert. Bij een eerdere vraag over dobbelstenen zagen we dat niet iedereen begrijpt wat 'tegenoverliggende zijvlakken' betekent. Dat zal bij deze vraag mogelijk ook een probleem opleveren.

STEUN VOOR DE PRESIDENT

In Zedland zijn opiniepeilingen gehouden om te kijken hoeveel steun de president bij de komende verkiezingen zal krijgen. Vier krantenuitgevers hielden afzonderlijke, landelijke peilingen. De resultaten van de vier krantenpeilingen zie je hieronder:

Krant 1: 36,5% (peiling gehouden op 6 januari, op een willekeurig getrokken steekproef van 500 stemgerechtigden);

Krant 2: 41,0% (peiling gehouden op 20 januari, op een willekeurig getrokken steekproef van 500 stemgerechtigden);

Krant 3: 39,0% (peiling gehouden op 20 januari, op een willekeurig getrokken steekproef van 1000 stemgerechtigden);

Krant 4: 44,5% (peiling gehouden op 20 januari, op 1000 lezers die belden naar de krant om hun mening te geven).

In welke krant voorspelt de opiniepeiling waarschijnlijk het beste hoeveel steun de president zal krijgen als de verkiezingen gehouden worden op 25 januari? Geef twee argumenten om je antwoord toe te lichten.

STEUN VOOR DE PRESIDENT – Beoordeling

Maximale score

Score 2:

Krant 3. De peiling is actueler, op een grotere steekproef gebaseerd, een willekeurig getrokken steekproef en alleen stemgerechtigden werden ondervraagd. (Het antwoord bevat minstens twee van deze argumenten). Aanvullende informatie – inclusief irrelevante of onjuiste informatie – moet worden genegeerd.

- Krant 3, omdat ze meer stemgerechtigden in de aselecte steekproef hebben.
- Krant 3, omdat deze 1000 mensen, aselect, heeft ondervraagd en de datum dicht bij de verkiezingsdatum ligt waardoor de stemgerechtigden minder tijd hebben om van gedachten te veranderen.
- Krant 3, omdat ze willekeurig zijn geselecteerd en stemrecht hadden.
- Krant 3, omdat deze meer mensen dicht bij de (verkiezings)datum heeft ondervraagd.
- Krant 3, omdat de 1000 mensen willekeurig zijn geselecteerd.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Krant 3, met slechts één argument of zonder uitleg.

- Krant 3, omdat de peiling dicht bij de verkiezingsdatum ligt.
- Krant 3, omdat meer mensen werden ondervraagd dan bij krant 1 en 2.
- Krant 3.

Geen punten

Score 0:

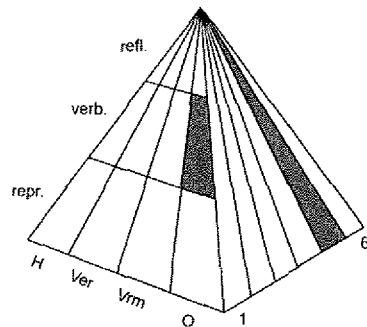
Andere antwoorden.

- Krant 4. Meer mensen betekent nauwkeuriger resultaten en mensen die opbellen hebben beter over hun stem nagedacht.

Oorspronkelijk was dit een item met deelscores zoals uit het beoordelingsdeel kan worden opgemaakt. Bij de eerste analyses van de resultaten van PISA 2003 is echter geconstateerd dat de leerlingen die, uitgaande van het hier opgenomen beoordelingsmodel, met score 1 beloond werden niet substantieel verschilden van de leerlingen die score 0 ontvingen. In de definitieve analyse zijn daarop de leerlingen met oorspronkelijke scores 0 en 1 samengevoegd tot leerlingen met nieuwe score 0. Aan de leerlingen met oorspronkelijke score 2 werd daarentegen de nieuwe score 1 toegevoegd. Op basis van de nieuwe scoretoekenning is dit item 'Steun voor de president' ondergebracht in de PISA 2003-schaal. Ook de verderop vermelde percentages zijn op de nieuwe scoreverdeling gebaseerd.

STEUN VOOR DE PRESIDENT – Bespreking van de opgave

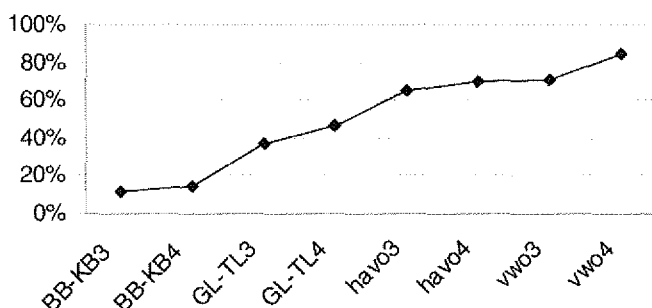
Competentie	Verbindingen
Domein	Onzekerheid
Context	Publiek
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5
Score niveau PISA	615 (1 punt)



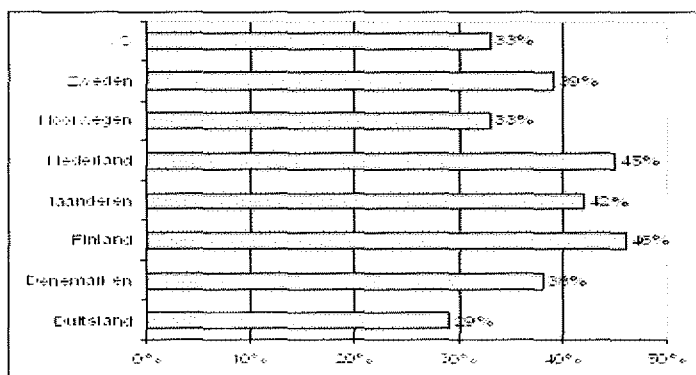
De deelscore van 1 punt hoort bij vaardigheidsniveau 4. Een volledig goed antwoord hoort bij vaardigheidsniveau 6.

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 45%



Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



In Nederland is deze opgave goed gemaakt in vergelijking met de andere landen uit de grafiek, al staat de vraag in onze nationale rangorde niet op een onverwachte plek, net zo min als dat in de andere landen het geval is. Vooral in het havo/vwo-programma wordt aandacht besteed aan de eisen waaraan een goede steekproef moet voldoen. Argumenten geven op basis van informatie die zoals hier in een overzicht is verstrekt, is belangrijk voor de ontwikkeling van een kritische houding tegenover statistische beschrijvingen en daarmee voor de ontwikkeling van wiskundige geletterdheid. Denk daarbij aan zaken als weten hoe de keuze van de steekproef het eindresultaat kan beïnvloeden en de argumentatie goed onder woorden brengen. Ook een aspect als het negeren van irrelevante of aanvullende informatie is van belang in dit kader.

Leerlingenwerk

Eerst een aantal voorbeelden van redeneringen die geen punten opleverden:

Leerling havo/vwo

Krant 4. Het zijn de lezers hun eigen mening; ze belden zelf op. Bij de andere

was het maar een willekeurige steekproef.

Leerling BB-KB-4

*Krant 4. 1) groter aantal procenten (en datum = dichtbij verkiezingen)
2) de mensen belden uit vrije wil om hun mening te geven*

Leerling BB-KB-4

Krant 2. Omdat de mensen niet hoefden op te bellen, want er zijn ook mensen die de president wel steunen maar niet naar de krant bellen. En 20 januari is dichtbij 25 januari dus dan weten de mensen ook al beter wat ze willen.

Leerling GL-TL-4

Krant 3. Daar hebben ze nog best veel % stemmen. Ze hebben daar een steekproef gedaan op 1000 stemgerechtigden en dan kom je uiteindelijk op meer mensen uit.

De volgende antwoorden leverden 1 punt op:

Leerling GL-TL-4

Krant 3. Het is vlak voor de verkiezingen (iedereen weet een beetje op wie hij wil gaan stemmen). Ze hebben een steekproef gedaan onder veel mensen. Hoe meer mensen des te beter de steekproef.

Leerling GL-TL-4

Krant 3. Het is de steekproef met de meeste mensen. Bij krant 4 wilden de mensen zelf stemmen en bij krant 3 werd het aan verschillende mensen gevraagd.

Leerling havo/vwo

Krant 3. Ze hebben duizend mensen gevraagd en niet 500. Het zijn willekeurige mensen dus niet alleen de lezers van krant 3, dus mocht deze krant propaganda uitoefenen dan had dat geen effect op de ondervraagden.

DE BESTE AUTO

Een autoblad gebruikt een beoordelingssysteem voor nieuwe auto's en kent de prijs van 'Auto van het Jaar' toe aan de auto met de hoogste totaalscore. Er zijn vijf nieuwe auto's getest. In de onderstaande tabel staan de toegekende waarderingscijfers.

Auto	Veiligheid (V)	Brandstof- verbruik (B)	Ontwerp (O)	Interieur (I)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

De waarderingscijfers hebben de volgende betekenis:

3 punten = Uitstekend

2 punten = Goed

1 punt = Redelijk

Vraag 1: DE BESTE AUTO

Om de totaalscore van een auto te berekenen past het autoblad de volgende formule toe, die een gewogen som is van de afzonderlijke waarderingscijfers:

$$\text{Totaalscore} = (3 \cdot V) + B + O + I$$

Bereken de totaalscore voor auto 'Ca'. Noteer je antwoord hieronder.

Totaalscore voor 'Ca':

Vraag 2: DE BESTE AUTO

De fabrikant van de auto 'Ca' vond de formule voor de totaalscore oneerlijk.

Geef een formule om de totaalscore zo te berekenen dat auto 'Ca' er als winnaar uitkomt.

Jouw formule moet elk van de vier variabelen bevatten. Geef jouw formule door positieve getallen in te vullen op de vier stippellijntjes in de onderstaande formule.

$$\text{Totaalscore} = \dots\dots\dots V + \dots\dots\dots B + \dots\dots\dots O + \dots\dots\dots I$$

DE BESTE AUTO – Beoordeling vraag 1**Maximale score**

Score 1:

15.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

DE BESTE AUTO – Beoordeling vraag 2**Maximale score**

Score 1:

Iedere formule waarbij auto Ca winnaar is, bijvoorbeeld:

$$\text{Totaalscore} = (5 \cdot V) + B + O + (5 \cdot I)$$

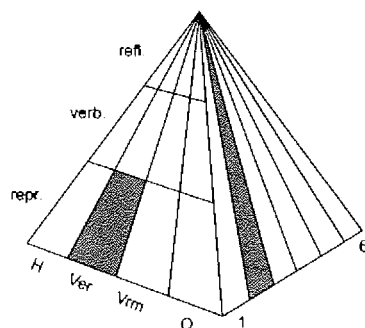
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

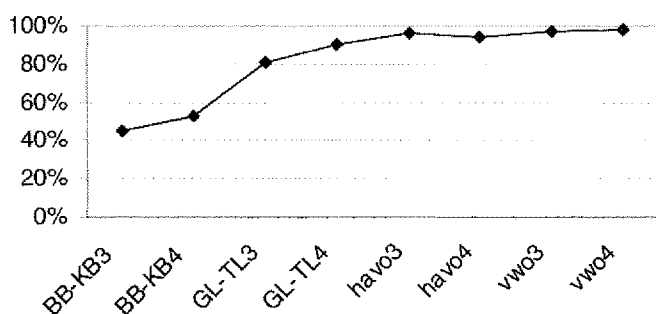
DE BESTE AUTO – Bespreking van de opgave**DE BESTE AUTO vraag 1**

Competentie	Reproductie
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Publiek
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	2
Score niveau PISA	447



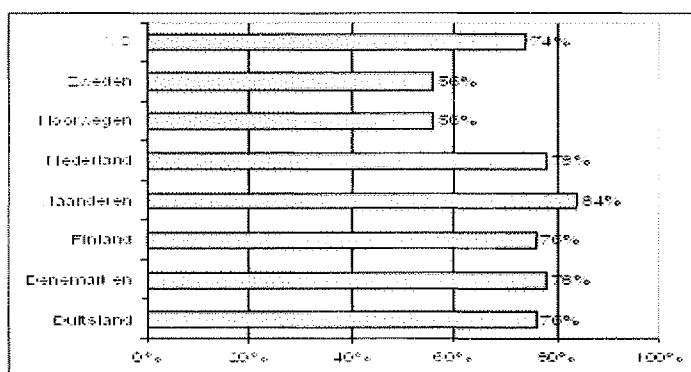
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 78%



De vmbo-BB- en -KB-leerlingen scoren duidelijk lager dan verwacht op een vraag van niveau 2.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



In Nederland werken de vmbo-BB-KB-leerlingen vrijwel uitsluitend met woordformules; algebra is voor hen slechts een heel klein onderdeel van het programma. Overigens zou ook voor hen deze opgave, waarbij getallen moeten worden ingevuld in een gegeven woordformule, te doen moeten zijn. Vanaf GL-TL liggen de scores boven de 80%, het is dan ook een algebra-opgave op een heel laag vaardigheidsniveau.

Leerlingenwerk

Uit het leerlingenwerk is, zoals te verwachten, niet heel veel informatie te halen over wat leerlingen nu precies hebben gedaan. De meeste leerlingen noteren uitsluitend het antwoord. Naast het goede antwoord 15 komt ook het antwoord 9 vrij vaak voor bij vmbo-leerlingen. Enkele voorbeelden van wat leerlingen wel hebben opgeschreven.

Leerling vmbo-KB-3:

$$3 + 1 + 2 + 3 = 9.$$

Alle scorepunten voor Ca opgeteld zonder weging, waarschijnlijk helemaal zonder gebruik van de formule.

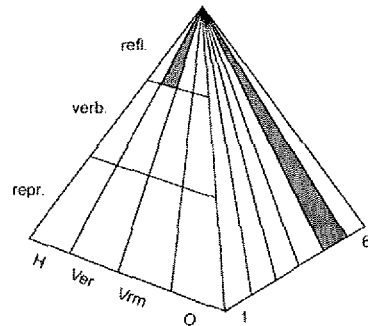
Leerling vmbo-KB-4:

$$(3 \cdot V) + B + (2 \cdot O) + (3 \cdot I).$$

Dit antwoord komt een aantal keer voor. In plaats van de variabelen te vervangen door de waarden zijn de waarden als coëfficiënten gebruikt. Wellicht is het lastig voor de leerlingen dat zowel de coëfficiënten in de formule als de waarden in de tabel allemaal 1, 2 of 3 zijn. Dit antwoord laat in ieder geval onbegrip over het omgaan met formules zien.

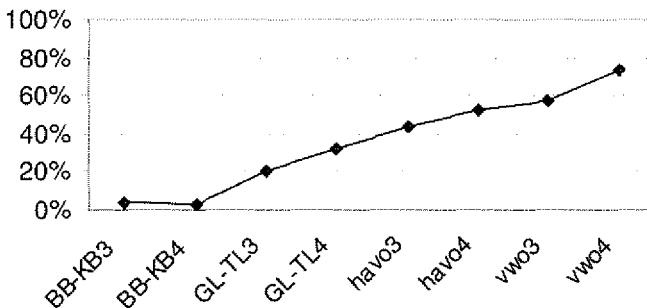
DE BESTE AUTO vraag 2

Competentie	Reflectie
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Publiek
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5
Score niveau PISA	657



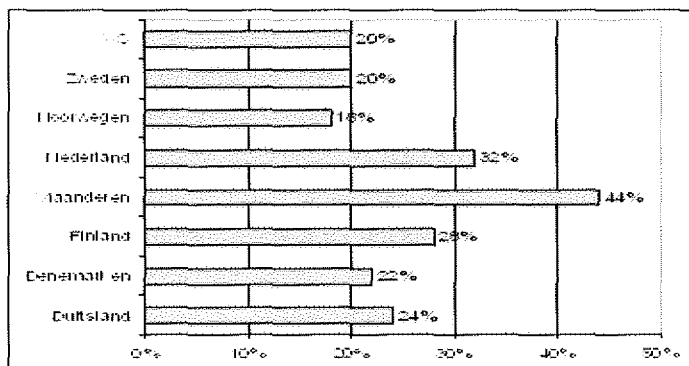
Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 32%



De score voor de BB-KB-leerlingen op deze vraag is nagenoeg gelijk aan 0. Slechts een zeer laag percentage haalt hiervoor een punt.

Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)



Zoals te verwachten is, maken de BB-KB-leerlingen deze opgave zelden goed. Het is niet iets dat zij in hun lessen veel tegenkomen. Een formule kunnen wijzigen volgens een bepaalde aanwijzing (auto Ca moet nu winnaar worden) is wel een competentie die tot wiskundige geletterdheid behoort, maar waarschijnlijk niet op vmbo-niveau.

Leerlingenwerk

Wat opvalt bij het bekijken van het leerlingenwerk is dat de meeste Nederlandse leerlingen wel iets hebben ingevuld. Daar nodigt de vorm waarin de vraag gesteld wordt (vul positieve getallen in op de stippellijntjes in de formule) ook wel toe uit. Uit het ingeleverde werk blijkt niet dat leerlingen hebben gecontroleerd of op grond van hun nieuwe formule de auto Ca inderdaad als winnaar uit de bus komt. Leerlingen gebruiken vaak de waarden die voor Ca in de tabel staan als coëfficiënten:

Leerling BB-KB-3

$$\text{Totaalscore} = 3 \cdot V + 1 \cdot B + 2 \times O + 3 \cdot I$$

Ingevuld zijn de getallen uit de tabel voor auto Ca. Gelukkig levert dat geen goed antwoord op.

Leerling BB-KB-4

$$\text{Totaalscore} = 12 \times V + 9 \times B + 13 \times O + 12 \times I$$

De getallen uit de tabel zijn per kolom opgeteld en ingevuld in de formule. Gelukkig levert dat geen goed antwoord op.

Leerling BB-KB-3

$$\text{Totaalscore} = 2 \times V + 2 \times B + 2 \times O + 2 \times I$$

Alle coëfficiënten zijn gelijk gekozen, er wordt niet gecontroleerd of de formule doet wat hij moet doen. Dat is namelijk niet het geval. Deze variant, met gelijke coëfficiënten, komt ook voor met allemaal 1-en of 3-en.

Er zijn ook vmbo-leerlingen die het goed doen:

Leerling GL-TL-4

$$\text{Totaalscore} = 3 \times V + 1 \times B + 2 \times O + 4 \times I$$

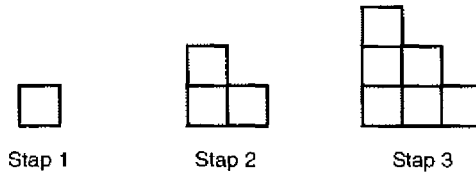
Vermoedelijk is deze leerling begonnen met het overnemen van de waarden uit de eerste rij van de tabel als coëfficiënten. Hij of zij heeft toen waarschijnlijk de totaalscore berekend en ingezien dat het verstandig is om de coëfficiënt bij de I groter te maken zodat deze waarde vaker meetelt. Het merk Ca heeft immers voor I een waarde die hoger is dan die van alle andere merken. Bij de tabel heeft de leerling de score per merk geschreven die met deze nieuwe formule worden gevonden, om te controleren of de formule werkt. En inderdaad: Ca scoort met 26 punten het hoogst.

Andere goede formules uit het leerlingenwerk zijn bijvoorbeeld:

- $\text{Totaalscore} = 3 \cdot V + 4 \times B + 1 \cdot O + 3 \cdot I$, met een controleberekening erbij.
- $\text{Totaalscore} = 3 \cdot V + 0 \times B + 0 \cdot O + 3 \cdot I$, met een controleberekening erbij.
- $\text{Totaalscore} = 3 \cdot V + 1 \times B + 1 \cdot O + 3 \cdot I$, zonder controleberekening erbij.

TRAPPATROON

Robert maakt een trappatroon met behulp van vierkanten. Hij doet dit stapsgewijs als volgt:



Zoals je ziet gebruikt hij één vierkant voor Stap 1, drie vierkanten voor Stap 2 en zes voor Stap 3.

Hoeveel vierkanten zal hij moeten gebruiken voor de vierde stap?

TRAPPATROON – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

10.

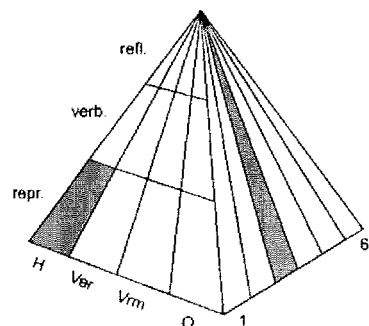
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

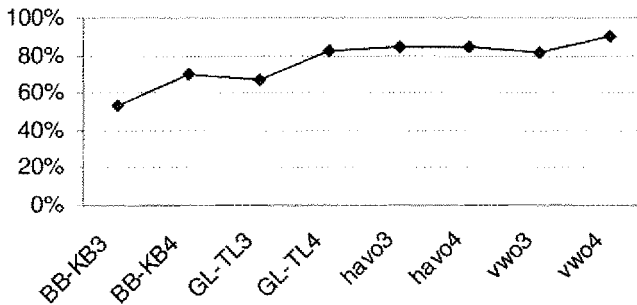
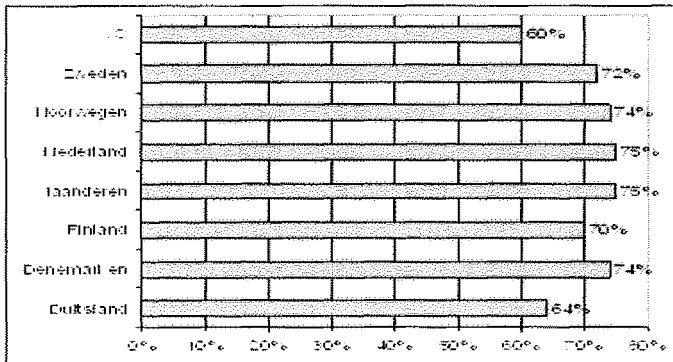
TRAPPATROON – Bespreking van de opgave

Competentie	Reproductie
Domein	Hoeveelheid
Context	Onderwijs
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	3
Score niveau PISA	484



Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 75%

**Resultaten vergelijking met enkele landen (% goed)**

Het kunnen aanvullen van een in tekeningen gegeven patroon is niet iets dat de leerlingen in het dagelijks leven veel zullen tegenkomen, het is typisch een voorbeeld van een opgave zoals die in een wiskundeboek voor komt. Het probleem is niet typerend voor de PISA-invalshoek van wiskundige geletterdheid, daarom is er slechts een beperkt aantal van deze soort in het PISA-onderzoek opgenomen.

Voor deze opgave is bekeken wat voor antwoorden leerlingen geven als ze tenminste de opgave niet hebben overgeslagen.

Wat bij het bekijken van het leerlingenmateriaal opviel, was dat leerlingen vaak geen plaatje maakten en op zijn best soms een soort aanvulling in de tekening van het patroon bij stap 3 gaven. Beetje slordig?

vmbo

Antw	4	6	8	9	10	11	12	16				totaal
Freq	36	1	3	115	463	1	7	1				696
%	5			17	67		1					90%

havo/vwo

Antw	4			9	10							totaal
Freq	5			6	107							127
%	4			4	84							93%

Het correcte antwoord 10 werd door 67% van de vmbo-leerlingen en 84% van de havo/vwo-leerlingen gegeven. Vermoedelijk redeneerde het merendeel van deze leerlingen op correcte wijze door te zien dat de toe te voegen hoeveelheid vierkantjes nu 4 is waarmee het totaal van stap vier op 10 komt. Het correcte antwoord kan natuurlijk ook gevonden worden door zelf stap vier naar analogie van de gegeven stappen een tot en met drie te tekenen en daarna de vierkantjes te tellen. Het onderkennen van de regelmaat in de gegeven rij 1 – 3 – 6 (toename stijgt steeds met 1) kan ook leiden tot het correcte antwoord 10. Leerlingen schrijven de bijbehorende redenering echter meestal niet op, zo bleek uit het materiaal dat bekeken is.

Een redenering die leidt tot het verkeerde antwoord 9 (gegeven door 17% van de vmbo-leerlingen en 4% van de havo/vwo-leerlingen) is lastig te reconstrueren. Is dat antwoord het resultaat van het niet goed onderkennen van de structuur in de plaatjes, waarbij een leerling niet ziet dat er om van stap drie naar stap vier te komen, aan de rechterkant 4 vierkantjes moeten worden toegevoegd? Je zou je kunnen voorstellen dat een leerling daar, als hij het niet uittekent, denkt slechts 3 hokjes toe te gaan voegen, waarmee het totaal aantal op 9 uitkomt voor stap vier. Of denkt een leerling wat slordig aan het completeren van de gegeven stap drie naar een vierkant (van 3 bij 3) waardoor er ook 3 vierkantjes toegevoegd zullen worden? En misschien heeft een enkele leerling wel de tafel van drie gezien en die regelmaat 3 – 6 – 9 vermeld.

Om het gegeven antwoord 4 (geopperd door 5% van de vmbo-leerlingen en 4% van de havo/vwo-leerlingen) hoeven we ons wellicht in iets minder ingewikkelde redeneringen te begeven: het is waarschijnlijk dat deze leerlingen niet zozeer het totale aantal vierkantjes van stap 4 vermeld hebben (waarnaar uiteraard gevraagd werd) maar veel eerder de toename van het aantal vierkantjes in de overgang van stap drie naar stap vier.

3. Extra opgaven wiskundige geletterdheid

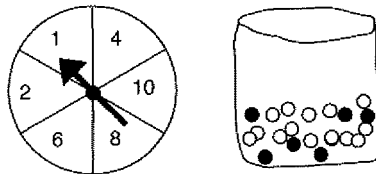
EXTRA OPGAVEN

In de *field trial* (afgenomen voorjaar 2002 bij 15-jarigen in de diverse aan PISA deelnemende landen) was een veelvoud aan items opgenomen van het aantal dat in de definitieve PISA-2003-set zat. Onder andere op basis van de uitkomsten van de *field trial* is besloten welke items in die definitieve verzameling opgenomen werden.

Na afloop van PISA-2003 konden de verschillende items die de definitieve PISA-2003-verzameling niet 'gehaald' hebben, op basis van de *field trial* alsnog ondergebracht worden in de verschillende vaardigheidscategorieën. In de nu volgende pagina's treft u een aantal items aan die wel in de *field trial* maar niet in het definitieve onderzoek opgenomen zijn, voorzien van enkele kenmerken. Verdere beschrijvingen ontbreken bij deze items omdat ze niet in het definitieve onderzoek opgenomen zijn geweest. Ze worden wel aan deze verzameling toegevoegd omdat ze door de bij PISA-2003 betrokken experts als een zinvolle illustratie van wiskundige geletterdheid beschouwd worden.

VOORJAARSKERMIS

Op een voorjaarskermis is er een kansspel waarbij eerst de wijzer van een draaibord gedraaid moet worden. **Als** de wijzer bij een even getal stopt, mag de speler een knikker pakken uit een zak. In de figuur hieronder zie je het draaibord en de zak met knikkers.



Men wint een prijs als men een zwarte knikker pakt. Susan speelt het spel één keer.

Hoe waarschijnlijk is het dat Susan een prijs wint?

- A Onmogelijk.
- B Niet erg waarschijnlijk.
- C Ongeveer 50% kans.
- D Erg waarschijnlijk.
- E Absoluut zeker.

VOORJAARSKERMIS – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

Antwoord B.

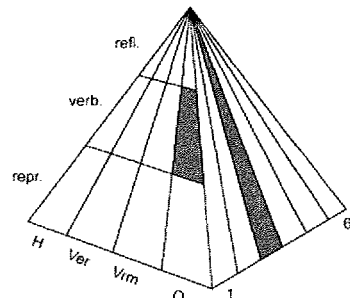
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

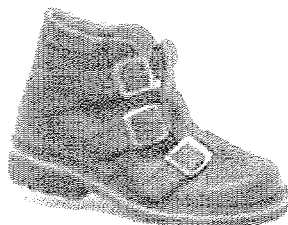
VOORJAARSKERMIS – Kenmerken van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Onzekerheid
Context	Onderwijs
Vraagtype	Meerkeuze
Vaardigheidsniveau	3



KINDERSCHOENEN

In de onderstaande tabel zie je de standaard Zedlandse schoenmaten, die overeenstemmen met de verschillende voetlengtes.



Van (in mm)	Tot (in mm)	Schoenmaat
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

Omrekeningstabel voor maten van kinderschoenen in Zedland

Marina's voeten zijn 163 mm lang. Gebruik de tabel om te bepalen welke Zedlandse schoenmaat Marina moet aanpassen.

KINDERSCHOENEN – Beoordeling

Maximale score

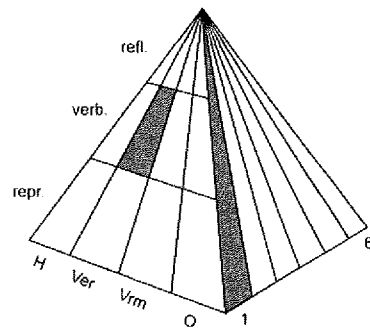
Score 1:
(schoenmaat) 26.

Geen punten

Score 0:
Andere antwoorden.

KINDERSCHOENEN – Kenmerken van de opgave

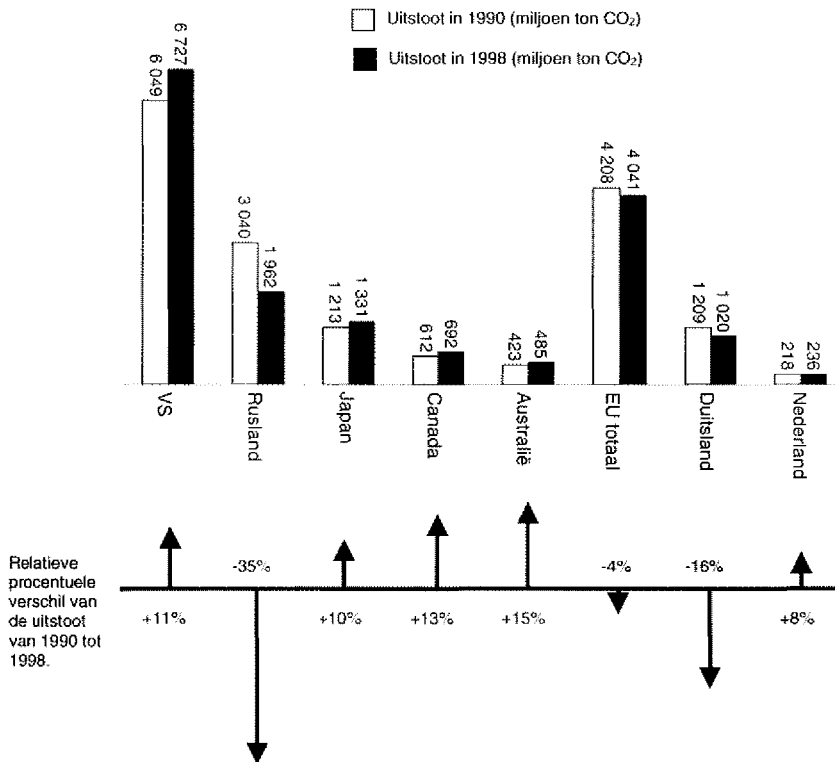
Competentie	Verbindingen
Domein	Veranderingen en Relaties
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	1



CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN

Veel wetenschappers vrezen dat de toenemende concentratie van CO₂-gas in onze atmosfeer klimaatveranderingen veroorzaakt.

Het onderstaande diagram laat voor verschillende landen of regio's de CO₂-uitstoot zien in 1990 (de lichte staven), de uitstoot in 1998 (de donkere staven) en het relatieve procentuele verschil van de uitstoot tussen 1990 en 1998 (de pijlen met percentages).



Vraag 1: CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN

Uit het diagram kun je aflezen dat in de VS de toename van de CO₂-uitstoot van 1990 tot 1998 11% was.

Schrijf de berekening op die aangeeft hoe de 11% is verkregen.

Vraag 2: CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN

Marieke heeft het diagram geanalyseerd en beweert dat ze een fout heeft ontdekt in het relatieve procentuele verschil in de uitstootgegevens: 'Het afnemend percentage in Duitsland (16%) is groter dan het afnemend percentage in de gehele Europese Unie (EU totaal: 4%). Dit is niet mogelijk, aangezien Duitsland deel uitmaakt van de EU'.

Ben je het met Marieke eens als ze zegt dat dit niet mogelijk is? Licht je antwoord toe.

Vraag 3: CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN

Marieke en Niels vroegen zich af welk land (of regio) de grootste toename van CO₂-uitstoot had.

Ze kwamen elk tot een verschillende conclusie op basis van het diagram.

Geef twee mogelijke 'juiste' antwoorden op deze vraag en leg uit hoe je tot elk van deze antwoorden gekomen bent.

CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN – Beoordeling vraag 1**Maximale score**

Score 2:

Correct verschil, en een correcte berekening van het percentage.

- $6727 - 6049 = 678, \frac{678}{6049} \cdot 100 \% \approx 11\%$

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Verkeerde berekening verschil en een correct percentage of een correct verschil en een deling door 6727.

- $\frac{6049}{6727} \cdot 100 = 89,9\%$, en $100 - 89,9 = 10,1\%$.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden waaronder 'Ja' of 'Nee'.

- Ja, het is 11%.

CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 1:

Nee, met een correcte argumentatie.

- Nee, andere landen van de EU kunnen een stijging hebben, bijvoorbeeld Nederland, waar door de totale daling in de EU kleiner kan zijn dan de daling in Duitsland

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN – Beoordeling vraag 3

Maximale score

Score 2:

In het antwoord worden beide wiskundige aspecten vermeld (de grootste absolute toename en de grootste relatieve toename) en worden de landen VS en Australië vermeld.

- De VS heeft de grootste toename in miljoenen tonnen en Australië heeft de grootste toename in procenten.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

In het antwoord zijn zowel de grootste absolute toename als de grootste relatieve toename vermeld of er wordt naar verwezen, maar de leerling noemt niet de landen of noemt de verkeerde landen.

- Rusland heeft de grootste toename in de hoeveelheid CO₂ (1078 ton), maar Australië heeft het grootste percentage toename (15%).

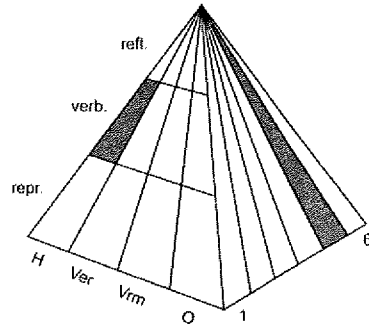
Geen punten

Score 0:

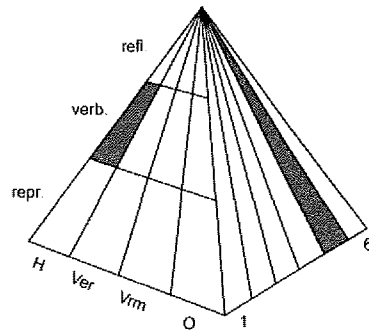
Andere antwoorden.

CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN – Kenmerken van de opgave**CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN vraag 1**

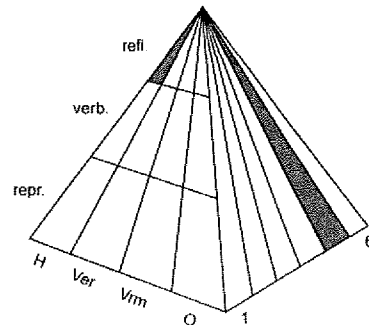
Competentie	Verbindingen
Domein	Hoeveelheid
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5

**CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN vraag 2**

Competentie	Verbindingen
Domein	Hoeveelheid
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5

**CO₂ UITSTOOT VERMINDEREN vraag 3**

Competentie	Reflectie
Domein	Hoeveelheid
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Lang Antwoord
Vaardigheidsniveau	5



TAFELTENNISTOERNOOI



Teun, Rian, Bianca en Dirk hebben een oefengroepje gevormd bij een tafeltennisclub. Elke speler wil één keer tegen elke andere speler spelen. Ze hebben twee oefentafels gereserveerd voor deze wedstrijden.

Noteer in het onderstaande wedstrijdschema de namen van de spelers die telkens een wedstrijd tegen elkaar spelen.

Ronde 1	Teun – Rian	Bianca – Dirk
Ronde 2	 –	 –
Ronde 3	 –	 –

TAFELTENNISTOERNOOI – Beoordeling

Maximale score

Score 1:

De vier resterende wedstrijden zijn correct ingevuld en verdeeld over ronden 2 en 3.

- Bijvoorbeeld

Ronde 2 Teun – Bianca Rian – Dirk

Ronde 3 Teun – Dirk Rian – Bianca

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

TAFELTENNISTOERNOOI – Kenmerken van de opgave

Competentie

Reproductie

Domein

Onzekerheid

Context

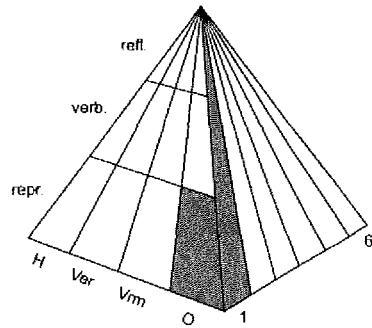
Persoonlijk

Vraagtype

Kort Antwoord

Vaardigheidsniveau

1



RUIMTEVLUCHT

Het ruimtestation Mir is gedurende 15 jaar in een baan om de aarde gebleven en is tijdens die ruimtevlucht ongeveer 86 500 keer rond de aarde gedraaid.

Het langste verblijf van een kosmonaut in Mir duurde ongeveer 680 dagen.

Mir cirkelde om de aarde op een hoogte van ongeveer 400 kilometer. De diameter van de aarde is ongeveer 12 700 km en de omtrek is ongeveer 40 000 km ($p \cdot 12\,700$).

Geef een schatting van de totale afstand die Mir aflegde tijdens de 86 500 omwentelingen in zijn baan om de aarde. Rond je antwoord af op 10 miljoen nauwkeurig.

RUIMTEVLUCHT – Beoordeling

Maximale score

Score 2:

Een antwoord tussen 3 600 en 3 800 miljoen kilometer, afgerond op 10 miljoen nauwkeurig.

- diameter van de aarde $\approx 12\,700$
diameter de baan van Mir $\approx 13\,500$
lengte van een baan $\approx 42\,000$
totaal 3 630 miljoen kilometer.
- lengte van een baan $40\,000 + 2p \cdot 400 \approx 42\,513$ km
totaal 3677,4 miljoen km, dus het antwoord is 3 680 miljoen km.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Een procedurele fout.

- gebruik van de straal in plaats van de diameter.
- 400 bij de straal optellen in plaats van 800 voor de berekening van de baan van de Mir.
- niet afgerond volgens de vraagstelling (afgerond op miljoen km nauwkeurig in plaats van 10 miljoen).

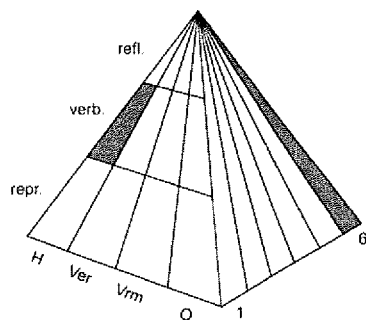
Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

RUIMTEVLUCHT – Kenmerken van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Hoeveelheid
Context	Wetenschappelijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	6

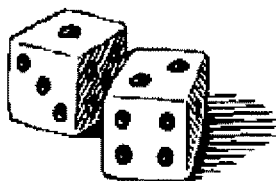


DOBBELSTENEN MAKEN

Rechts zie je een afbeelding van twee dobbelstenen.

Dobbelstenen zijn speciale getalkubussen waarvoor de volgende regel geldt:

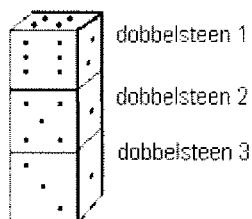
Het totaal aantal ogen op twee tegenoverliggende vlakken is altijd zeven.



Vraag 1: DOBBELSTENEN MAKEN

Rechts zie je drie dobbelstenen op elkaar gestapeld. Dobbelsteen 1 heeft vier ogen op de bovenzijde.

Hoeveel ogen bevinden zich in totaal op de vijf horizontale vlakken die je niet kunt zien (onderzijde van dobbelsteen 1, boven- en onderzijde van dobbelsteen 2 en 3)?



DOBBELSTENEN MAKEN – Beoordeling vraag 1

Maximale score

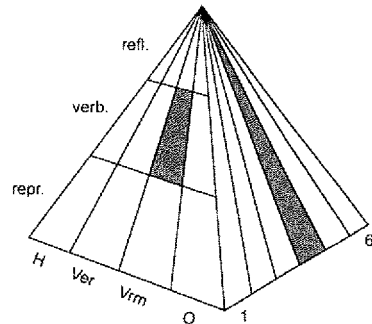
Score 1:
17.

Geen punten

Score 0:
Andere antwoorden.

DOBBELSTENEN MAKEN – Bespreking van de opgave

Competentie	Verbindingen
Domein	Vorm en Ruimte
Context	Persoonlijk
Vraagtype	Kort Antwoord
Vaardigheidsniveau	4

**N.B. bij de opgave Dobbelstenen maken**

In de 'reguliere' verzameling vrijgegeven PISA 2003-items is dezelfde context 'Dobbelstenen maken' opgenomen. Zie eerder in dit verslag. Oorspronkelijk werden er rond deze context twee vragen gesteld: vraag 1 was de bovenstaande en vraag 2 was de vraag die nu in de reguliere verzameling is opgenomen. De context met beide vragen was opgenomen in de *field trial*. Bij de selectie voor de definitieve verzameling PISA 2003-items is vraag 1 afgevallen, echter niet vanwege psychometrische defecten maar vanwege de wenselijke diversiteit van contexten, domeinen, competenties en vraagtype. Nog steeds is de betreffende vraag een aardige illustratie van het betreffende vaardigheidsniveau dat in de *field trial* kon worden vastgesteld.

Leerling GL-TL-4

4. Opgaven probleemoplossen

Probleemoplossen

In het laatste deel van deze opgavenverzameling zijn de opgaven uit het onderdeel 'Probleemoplossen' opgenomen. De toetsing van dit onderwerp, dat nauw samenhangt met het domein wiskunde, vond uitsluitend in 2003 plaats.

Vaardig zijn in probleemoplossen biedt leerlingen een basis om deel te nemen aan het maatschappelijk verkeer en om in de persoonlijke sfeer activiteiten te ontwikkelen. Dat betekent dat de vaardigheden die getoetst worden op het vlak van analytisch denken en redeneren liggen. Bij de ontwikkeling van de opdrachten is de nadruk gelegd op drie soorten situaties waarin de leerlingen hun vaardigheden op dit gebied moeten tonen. Dit zijn situaties waarin ze:

- beslissingen moeten nemen onder tijdsdruk (besluitvorming)
- systemen beoordelen en ontwerpen voor een specifieke toepassing (systeemanalyse en ontwerp)
- een oplossing bedenken voor een slecht functionerend systeem of voorwerp op basis van een serie symptomen (probleemoplossen).

De opgaven zijn in het kader van de PISA-NL-studie in beperkte mate nader geanalyseerd, zie hiervoor de andere publicatie. Toch is de serie vrijgegeven opgaven toegevoegd aan deze publicatie om een indruk te geven van het type opdrachten dat bij dit onderwerp hoort. De resultaten in Nederland voor de diverse schooltypen worden bij elke opdracht vermeld. Er is hier geen leerlingenwerk opgenomen.

ENERGIEBEHOEFTE

Deze opgave gaat over de voedingsmiddelen die een inwoner van Zedland nodig heeft om in zijn energiebehoeften te voorzien. In figuur 1 hieronder staan de aanbevolen energiebehoeften in kilojoules (kJ) voor verschillende categorieën inwoners

Figuur 1

De dagelijkse aanbevolen energiebehoefte voor volwassenen

		MANNEN	VROUWEN
Leeftijd (jaar)	Activiteitsniveau	Benodigde energie (kJ)	Benodigde energie (kJ)
van 18 tot 29	Laag	10660	8360
	Gemiddeld	11080	8780
	Hoog	14420	9820
van 30 tot 59	Laag	10450	8570
	Gemiddeld	12120	8990
	Hoog	14210	9790
60 en ouder	Laag	8780	7520
	Gemiddeld	10240	7940
	Hoog	11910	8780

ACTIVITEITNIVEAU OP BASIS VAN BEROEP

Laag:

Verkoopmedewerker
binnendienst
Administratief medewerker
Huisvrouw

Gemiddeld:

Docent
Verkoopmedewerker
buitendienst

Hoog:

Bouwvakker
Ongeschoold
Verpleegster arbeider
Sportman/-vrouw

Vraag 1: ENERGIEBEHOEFTE

David de Weerd is een 45 jaar oude leraar. Wat is zijn aanbevolen dagelijkse energiebehoefte in kJ?

Carla Gielen is een 19 jaar oude hoogspringster. Op een avond nemen Carla's vrienden haar mee uit eten in een restaurant. Op de volgende bladzijde vind je het menu.

MENU		Carla's schatting van de energie per portie (kJ)
Soepen:	Tomatensoep	355
	Gebonden champignonsoep	585
Hoofdgerechten:	Mexicaanse kip	960
	Caraïbische kip met gember	795
	Varkenskebabs met salie	920
Salades:	Aardappelsalade	750
	Spinaziesalade met abrikoos en hazelnoot	335
	Couscoussalade	480
Nagerechten:	Appel- en frambozentaartje	1380
	Gember-/kaastaart	1005
	Worteltjestaart	565
Milkshakes:	Chocola	1590
	Vanille	1470

Het restaurant heeft ook een speciaal menu met een vaste prijs:

**VASTE PRIJS-MENU
50 ZED**

Tomatensoep

Caraïbische kip met gember

Worteltjestaart

Vraag 2: ENERGIEBEHOEFTE

Carla houdt bij wat ze elke dag eet. Voor het avondeten had zij die dag gegeten voor een totaal van 7520 kJ.

Carla wil **niet** dat haar totale energie-inname meer dan 500 kJ **onder of boven** haar aanbevolen dagelijkse hoeveelheid uitkomt.

Bepaal of Carla met het Vaste prijs-menu binnen die 500 kJ boven of onder haar aanbevolen energiebehoefte blijft. Laat zien hoe je tot je antwoord bent gekomen.

ENERGIEBEHOEFTE – Beoordeling vraag 1**Maximale score**

Score 1:

12120. Als er geen antwoord is gegeven, controleer dan of de leerling '12120' heeft omcirkeld in de tabel.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

ENERGIEBEHOEFTE – Beoordeling vraag 2**Maximale score**

Score 2:

Het vaste prijs-menu bevat niet voldoende energie om Carla binnen 500 kJ van haar energiebehoefte te laten uitkomen. Het antwoord moet het volgende bevatten:

- De berekening van de totale energie van het vaste prijs-menu: $355 + 795 + 565 = 1715$
- Het verschil tussen $1715 + 7520$ en 9820 is meer dan 500.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

De juiste methode, maar wat kleine fouten in de berekening, waardoor de juiste of de verkeerde, maar consistente, conclusie wordt getrokken.

Of

Een juiste optelling van de totale energie van het vasteprijs-menu, maar een verkeerde interpretatie van de vraag doordat 500 kJ als de limiet wordt gezien.

- 1715 ligt boven 500 kJ, dus Carla moet dit niet eten.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden, inclusief 'Nee' zonder uitleg.

- Nee, Carla moet niks bestellen uit het vasteprijs-menu.

Een juiste redenering, maar geen berekeningen.

- Het vaste prijs-menu bevat onvoldoende kJ, dus Carla moet het niet eten.

Score 9:

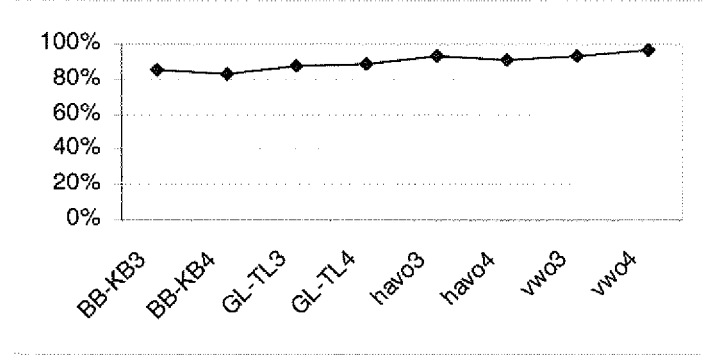
Antwoord ontbreekt.

ENERGIEBEHOEFTE – Bespreking van de opgave

ENERGIEBEHOEFTE vraag 1

Score niveau PISA 361

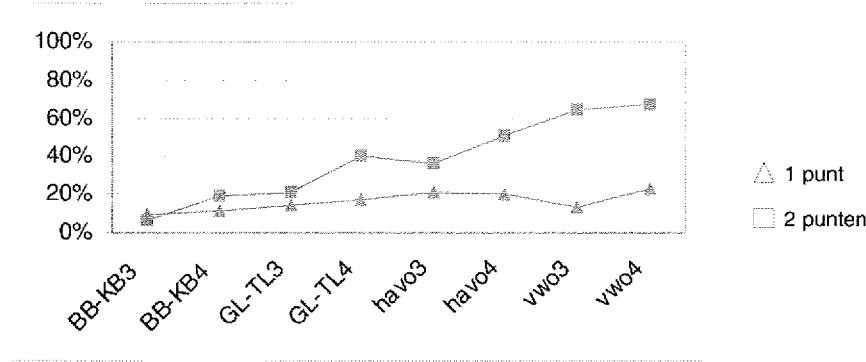
Resultaten in Nederland (% goed) Gemiddeld 88%



ENERGIEBEHOEFTE vraag 2

Score niveau PISA 587 (2 punten)
624 (1 punt)

Resultaten in Nederland (% goed) Gemiddeld 32% (2 punten)
15% (1 punt)



Dit is een opgave van het type besluitvorming.

NAAR DE FILM

Dit probleem gaat over het vinden van een geschikte tijd en datum om naar de bioscoop te gaan.

Isaac, een jongen van 15, wil tijdens een schoolvakantie van één week met twee vrienden van dezelfde leeftijd naar de film. De vakantie begint op zaterdag 24 maart en eindigt op zondag 1 april.

Isaac heeft zijn vrienden gevraagd op welke mogelijke datums en tijden zij naar de film kunnen. Hij heeft de volgende informatie gekregen.

Fred: *'Ik moet op maandag- en woensdagmiddag van 14.30 tot 15.30 uur thuis blijven om muziek te oefenen.'*

Steven: *'Zondag moet ik naar mijn oma, dus zondag kan ik niet. Ik heb Pokamin al gezien en wil hem niet nog een keer zien.'*

De ouders van Isaac staan erop dat hij alleen naar films gaat die bij zijn leeftijd passen en dat hij niet naar huis gaat lopen. Ze willen de jongens tot uiterlijk tien uur 's avonds ophalen.

Isaac kijkt welke films er die week draaien. Hij vindt de volgende informatie.

BIOSCOOP TIVOLI Telefonisch reserveren: 019-2442300 24 uur per dag: 019-2442007 Dolle dinsdagen: Alle films 3 euro			
Films van vrijdag 23 maart en de twee weken erna:			
Kinderen in het net 13 minuten 14.00 uur (alleen ma t/m vr) 21.35 uur (alleen za/zo)	12 jaar en ouder	Pokamin 105 minuten 13.40 uur (elke dag) 16.35 uur (elke dag)	Meekijken gewenst; alle leeftijden, maar enkele scènes mogelijk niet geschikt voor jonge kinderen
Monsters uit de diepte 164 minuten 19.55 uur (alleen vr/za)	16 jaar en ouder	Enigma 144 minuten 15.00 uur (alleen ma t/m vr) 18.00 uur (alleen za/zo)	12 jaar en ouder
Carnivore 148 minuten 18.30 uur (elke dag)	16 jaar en ouder	Koning van de wildernis 117 minuten 14.35 uur (alleen ma t/m vr) 18.50 uur (alleen za/zo)	alle leeftijden

Vraag 1: NAAR DE FILM

Als je rekening houdt met de informatie die Isaac heeft over de films en met de informatie van zijn vrienden, welke van de zes films kunnen Isaac en zijn vrienden dan zien?

Film	Omcirkel 'Ja' of 'Nee' om aan te geven of de drie jongens de film kunnen zien
Kinderen in het net	Ja / Nee
Monsters uit de diepte	Ja / Nee
Carnivore	Ja / Nee
Pokamin	Ja / Nee
Enigma	Ja / Nee
Koning van de wildernis	Ja / Nee

Vraag 2: NAAR DE FILM

Als de drie jongens besluiten naar *Kinderen in het net* te gaan. Welke van de volgende datums komt hen dan goed uit?

- A Maandag 26 maart
- B Woensdag 28 maart
- C Vrijdag 30 maart
- D Zaterdag 31 maart
- E Zondag 1 april

NAAR DE FILM – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 2:

Ja, Nee, Nee, Nee, Ja, Ja, in die volgorde.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Eén verkeerd antwoord.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

NAAR DE FILM – Beoordeling vraag 2

Maximale score

Score 1:
C. Vrijdag 30 maart.

Geen punten

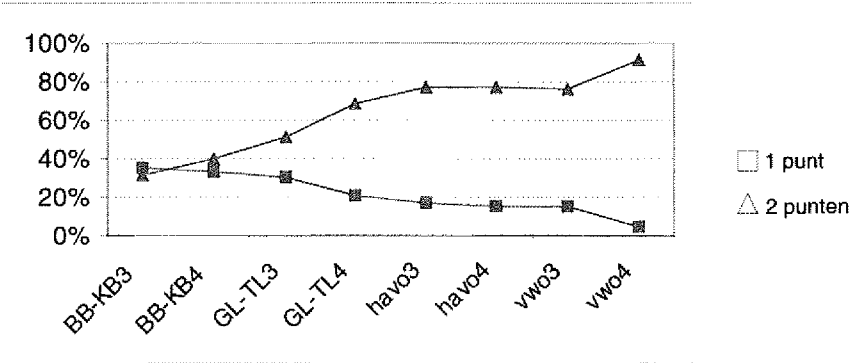
Score 0:
Andere antwoorden.

Score 9:
Antwoord ontbreekt.

NAAR DE FILM – Bespreking van de opgave

NAAR DE FILM vraag 1

Score niveau PISA	442 (2 punten) 522 (1 punt)
Resultaten in Nederland (% goed)	Gemiddeld 57% (2 punten) 25% (1 punt)



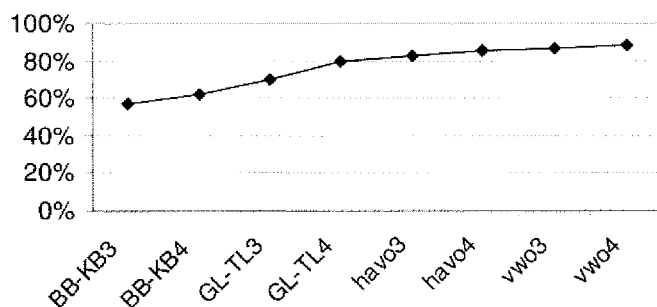
NAAR DE FILM vraag 2

Score niveau PISA

468

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 72%

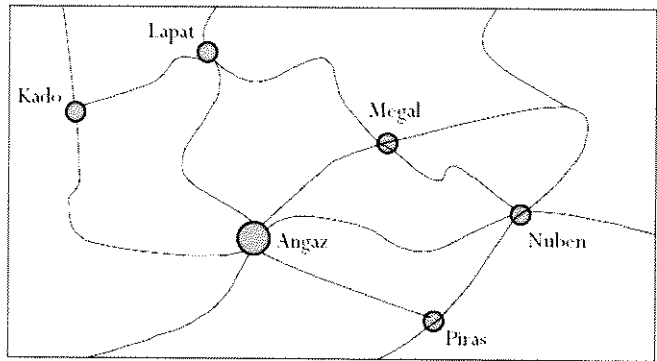


Ook deze opgave is van het type besluitvorming.

VAKANTIE

Dit probleem gaat over het vinden van de beste route voor een vakantie.
In figuur 1 en 2 zie je een kaart van het gebied en de afstanden tussen de dorpen.

Figuur 1: Een wegenkaart van de wegen tussen de dorpen.



Figuur 2: De kortste afstand tussen de dorpen in kilometers.

Angaz							
Kado	550						
Lapat	500	300					
Megal	300	850	550				
Nuben	500		1000	450			
Piras	300	850	800	600	250		
Quiny	350	900	850	650	800	550	
Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras	Quiny	

Vraag 1: VAKANTIE

Bereken de kortste afstand over de weg tussen Nuben en Kado.

Vraag 2: VAKANTIE

Anna woont in Angaz. Ze wil **Kado** en **Lapat** bezoeken. Ze kan op één dag maar 300 kilometer reizen, maar ze kan de reis opsplitsen door te overnachten op campings tussen de dorpen.

Anna overnacht **twee nachten** in elk dorp, zodat ze in elk dorp een hele dag heeft om rond te kijken. Stippel Anna's reisroute uit door in de volgende tabel in te vullen waar ze telkens de nacht doorbrengt.

Dag	Overnachting
1	Camping tussen Angaz en Kado
2	
3	
4	
5	
6	
7	Angaz

VAKANTIE: BEOORDELING 1

Maximale score

Score 1:

1050 km (eenheid niet vereist).

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

VAKANTIE: BEOORDELING 2

Maximale score

Score 2:

Ingevuld zoals hieronder:

Dag	Overnachting
1	Camping tussen Angaz en Kado
2	Kado
3	Kado
4	Lapat
5	Lapat
6	Camping tussen Lapat en Angaz
7	Angaz

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Eén fout.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

VAKANTIE – Bespreking van de opgave

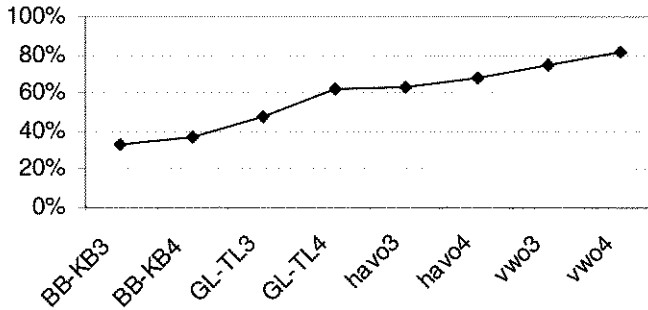
VAKANTIE vraag 1

Score niveau PISA

570

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 54%



VAKANTIE vraag 2

Score niveau PISA

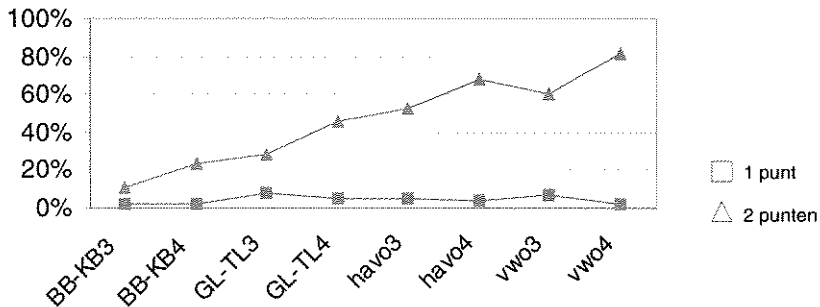
593 (2 punten)

603 (1 punt)

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 42% (2 punten)

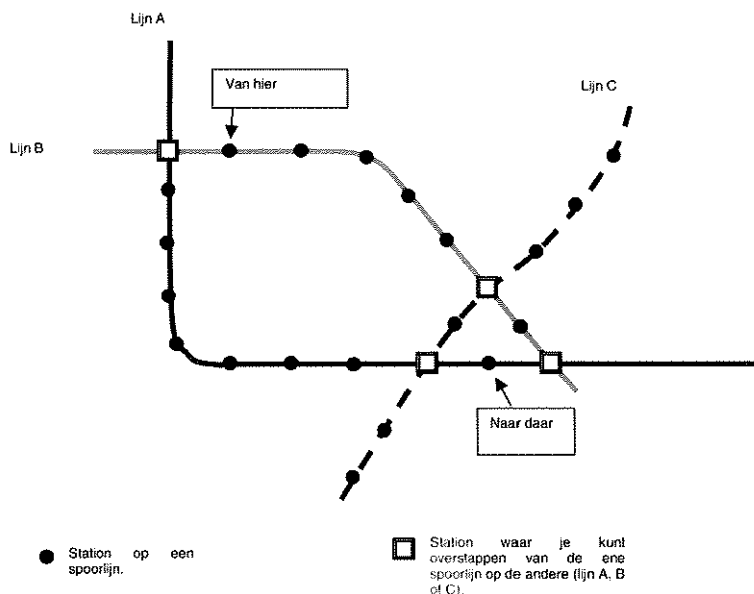
4% (1 punt)



Beide vragen horen thuis bij het type besluitvormingsitems.

AANSLUITINGEN

In onderstaand schema zie je een deel van het vervoerssysteem van een stad in Zed-land, met drie spoorlijnen, het punt waar je je bevindt, en het punt waar je heen moet:



De prijs van een kaartje is gebaseerd op het aantal stations waar je komt (waarbij het station waar je begint niet meetelt). Elk station waar je komt, kost 1 zed.

De reistijd tussen twee opeenvolgende stations is ongeveer 2 minuten.

De overstaptijd van de ene spoorlijn op de andere op een station is ongeveer 5 minuten.

Vraag: AANSLUITINGEN

In het schema is het station aangegeven waar je je bevindt ('Van hier'), en het station waar je heen wilt ('Naar daar'). **Teken in de figuur** de beste route qua kosten en tijd, en noteer hieronder hoeveel je moet betalen en hoe lang je ongeveer over de reis zal doen.

Prijs van het kaartje:

Reistijd bij benadering:

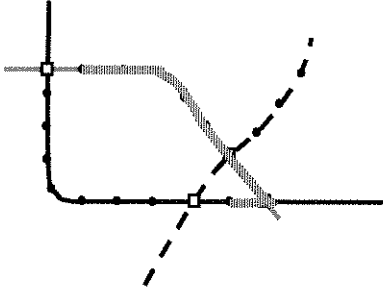
AANSLUITINGEN – Beoordeling

Deel a: Route

Maximale score

Score 1:

Het aangegeven traject.



Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

Deel b: Prijs van het kaartje

Maximale score

Score 1:

De prijs van het kaartje voor de beste route is 8 zed.

OF

De correcte prijs van het kaartje voor de gekozen route (bijvoorbeeld 8 zed of 10 zed voor de andere twee routes).

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

Deel c: Reistijd bij benadering

Maximale score

Score 1:

Voor de beste route is de geschatte reistijd 21 minuten.

OF

De correcte reistijd voor de (foute) gekozen route (namelijk 25 minuten of 26 minuten voor de andere twee routes).

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

Opmerking over de beoordeling:

Als er geen route is aangegeven en de opgegeven prijs van het kaartje en tijd respectievelijk 8 en 21 zijn, is de beoordeling (1, 1, 1).

Als er geen route is aangegeven en de opgegeven prijs van het kaartje en tijd respectievelijk 8 en 26 zijn, is de beoordeling (0, 1, 1).

Als er geen route is aangegeven en de opgegeven prijs van het kaartje en tijd respectievelijk 10 en 25 zijn, is de beoordeling (0, 1, 1).

Als er geen route is aangegeven en de opgegeven prijs van het kaartje en tijd anders zijn dan de hierboven genoemde, is de beoordeling (0, 0, 0).

AANSLUITINGEN – Bespreking van de opgave

Score niveau PISA

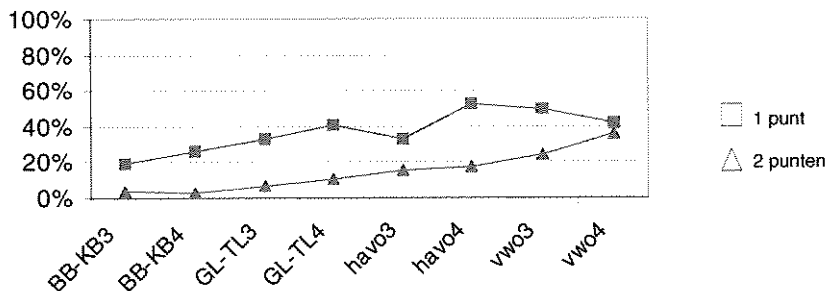
725 (2 punten)

608 (1 punt)

Resultaten in Nederland (% goed)

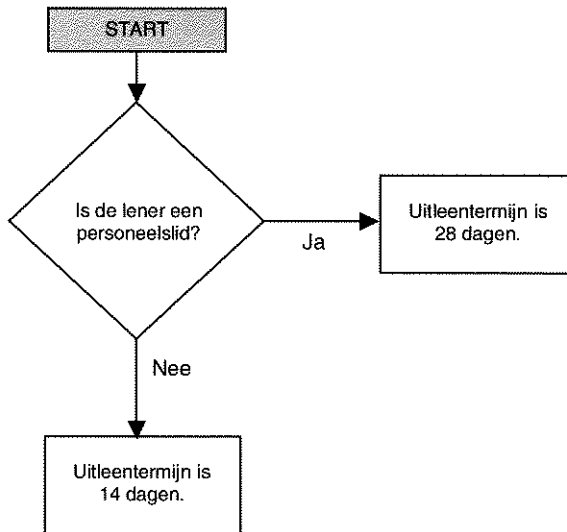
Gemiddeld 13% (2 punten)

34% (1 punt)



BIBLIOTHEEKSYSTEEM

De bibliotheek van de **Gelderse Scholengemeenschap** heeft een eenvoudig systeem voor het uitleenen van boeken: voor personeelsleden is de uitleentermijn 28 dagen. Voor leerlingen is de uitleentermijn 14 dagen.



Hierboven zie je een beslisboom die laat zien hoe dit eenvoudige systeem werkt.

Nu wil de bibliotheek van het **Stedelijk College** Amsterdam een vergelijkbaar leensysteem opzetten dat wat ingewikkelder is:

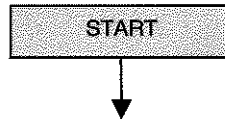
- Voor alle publicaties met de aanduiding 'besproken', is de uitleentermijn 2 dagen.
- Voor boeken (exclusief tijdschriften) die niet op de lijst 'besproken' voorkomen, is de uitleentermijn 28 dagen voor personeelsleden en 7 dagen voor leerlingen.
- Voor tijdschriften die niet op de lijst 'besproken' voorkomen, is de uitleentermijn 7 dagen.
- Personen die publicaties in hun bezit hebben waarvan de uitleentermijn is verstrekken, mogen niets meer lenen.

Vraag 1: BIBLIOTHEEKSYSTEEM

Je bent een leerling van het **Stedelijk College** en je hebt geen publicaties uit de bibliotheek waarvan de uitleentermijn is verstrekken. Je wilt een boek lenen dat **NIET** op de lijst 'besproken' staat. Wat is de uitleentermijn van dit boek voor jou?

Vraag 2: BIBLIOTHEEKSYSTEEM

Maak een beslisboom voor het bibliotheekstelsel van het **Stedelijk College** Amsterdam zodat een geautomatiseerd controlesysteem kan worden ontworpen voor het uitleen van boeken en tijdschriften in de bibliotheek. Het controlesysteem moet zo efficiënt mogelijk zijn (met zo min mogelijk controle-stappen).



BIBLIOTHEEKSYSTEEM – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:
7 dagen.

Geen punten

Score 0:
Andere antwoorden.

Score 9:
Antwoord ontbreekt.

BIBLIOTHEEKSYSTEEM – Beoordeling vraag 2

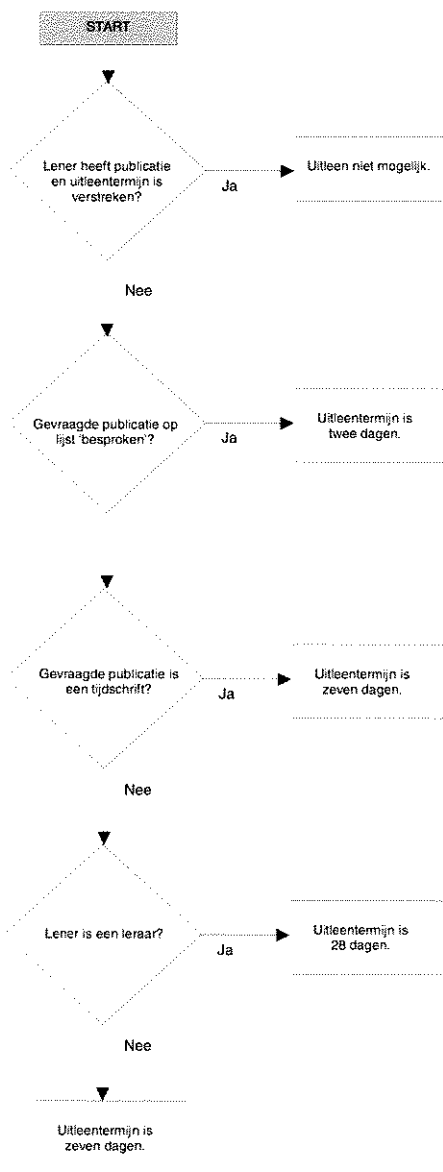
Opmerking over de beoordeling: een correct gebruik van de verschillende vormen in de beslisboom zoals ruiten, rechthoeken en pijlen, is onbelangrijk. Punten worden toegekend voor het logisch kunnen rangschikken van stappen en niet op het kunnen tekenen van beslisbomen. Antwoorden die niet in een ruit of een rechthoek zijn geplaatst, zijn goed.

Maximale score

Zie het schema op de volgende pagina.

Score 2:

Het efficiëntste systeem is een controlesysteem met 4 stappen:



Opmerking: gelijkwaardige stappen kunnen worden geaccepteerd. De vraag 'Lener is een leraar?' is bijvoorbeeld gelijkwaardig aan 'Lener is een leerling?'. Controleer of de labels 'Ja' en 'Nee' en de daarop volgende beslissingen aan de juiste vragen zijn gekoppeld.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

De vier processtappen staan in de juiste volgorde, maar bevatten kleine fouten. Bijvoorbeeld:

- De controle op 'publicaties waarvan de uitleentermijn verstreken is' is geschreven als een statement dat buiten de boom valt of ontbreekt, maar de rest van het diagram moet helemaal juist zijn en in de juiste volgorde.
- Een van de uitleentermijnen is onjuist.
- Een van de uitleentermijnen ontbreekt.
- Een Ja/Nee heeft een onjuist label.

Of

Twee processtappen staan in de verkeerde volgorde, waardoor er 5 stappen ontstaan, omdat er EEN extra processtap nodig is. Het systeem is wel compleet, maar minder efficiënt. Met compleet bedoelen we dat het systeem in alle gevallen de juiste uitleenperioden produceert.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

- Systeem is niet compleet (tenzij de enige fout is dat de test voor 'publicaties waarvan de uitleentermijn verstreken is' weggelaten is).
- 5 processtappen en het systeem is niet compleet.
- 5 processtappen en 'publicaties waarvan de uitleentermijn verstreken is' ontbreekt.
- Meer dan 5 processtappen.

Score 9:

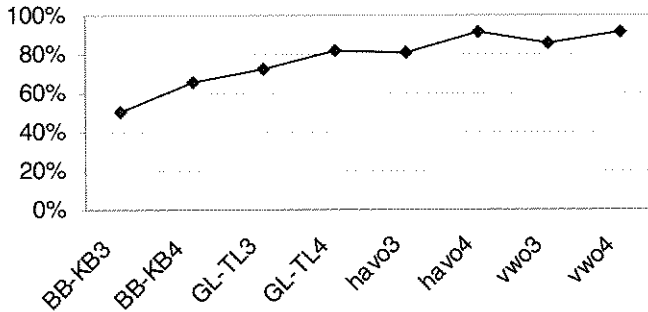
Antwoord ontbreekt.

BIBLIOTHEEKSYSTEEM – Bespreking van de opgave

BIBLIOTHEEKSYSTEEM vraag 1

Score niveau PISA 437

Resultaten in Nederland (% goed) Gemiddeld 74%



BIBLIOTHEEKSYSTEEM vraag 2

Score niveau PISA

693 (1 punt)

677 (2 punten)

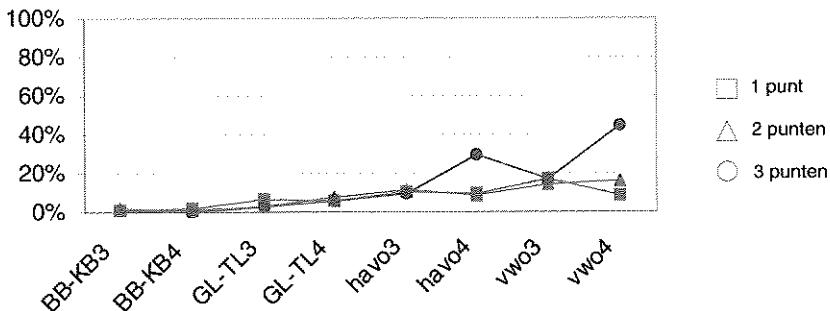
658 (3 punten)

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 14% (3 punten)

7% (2 punten)

6% (1 punt)



Beide vragen behoren tot het type Systeemanalyse- en ontwerp.

OPZET VAN EEN CURSUS

Op een opleiding techniek worden de volgende vakken gegeven voor een 3-jarige cursus. Elk vak wordt gedurende één heel cursusjaar gegeven:

	Code vak	Naam vak
1	M1	Mechanica niveau 1
2	M2	Mechanica niveau 2
3	E1	Elektrotechniek niveau 1
4	E2	Elektrotechniek niveau 2
5	B1	Bedrijfseconomie niveau 1
6	B2	Bedrijfseconomie niveau 2
7	B3	Bedrijfseconomie niveau 3
8	C1	Communicatie niveau 1
9	C2	Communicatie niveau 2
10	C3	Communicatie niveau 3
11	T1	Technologie- en informatiebeheer niveau 1
12	T2	Technologie- en informatiebeheer niveau 2

Vraag: OPZET VAN EEN CURSUS

Elke cursist volgt 4 vakken per jaar en doet dus 12 vakken in 3 jaar.

Een cursist kan pas een vak op een hoger niveau volgen, als hij of zij eerst de lagere niveaus van dat vak heeft voltooid. Je kunt bijvoorbeeld pas Bedrijfseconomie niveau 3 volgen nadat je Bedrijfseconomie niveau 1 en niveau 2 hebt gedaan.

Bovendien kun je pas Elektrotechniek niveau 1 volgen nadat je Mechanica niveau 1 hebt gedaan. Elektrotechniek niveau 2 kun je pas doen na Mechanica niveau 2.

Bepaal welke vakken in welk jaar moeten worden gegeven en vul de onderstaande tabel in. Noteer de codes van de vakken in de tabel.

	Vak 1	Vak 2	Vak 3	Vak 4
Jaar 1				
Jaar 2				
Jaar 3				

OPZET VAN EEN CURSUS – Beoordeling

Maximale score

Score 2:
De volgorde van de vakken in een jaar is niet van belang, maar de lijst met vakken voor elk jaar moet er als volgt uitzien:

	Vak 1	Vak 2	Vak 3	Vak 4
Jaar 1	• B1	• M1	• T1	• C1
Jaar 2	• B2	• M2	• E1	• C2
Jaar 3	• B3	• T2	• E2	• C3

Gedeeltelijk goed

Score 1:
Mechanica komt niet vóór Elektrotechniek. Met alle andere beperkingen is rekening gehouden.

Geen punten

Score 0:
Andere antwoorden.

Score 9:
Antwoord ontbreekt.

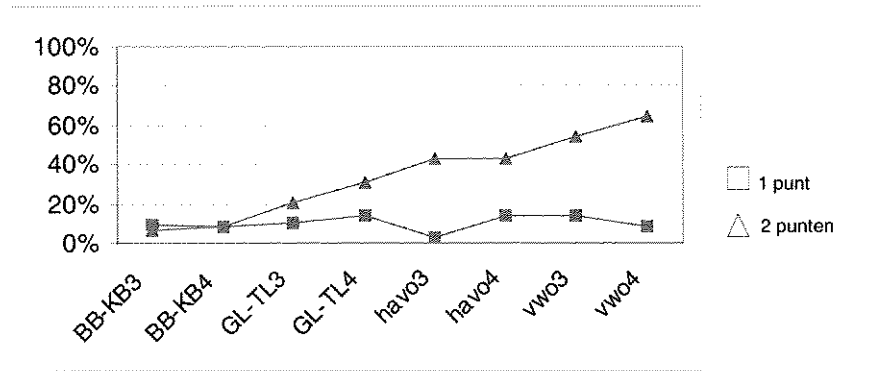
OPZET VAN EEN CURSUS – Bespreking van de opgave

Score niveau PISA

629 (2 punten)
602 (1 punt)

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 30% (2 punten)
10% (1 punt)



VAKANTIEKAMP

Het Jongerenwerk in Zed organiseert een vakantiecamp van 5 dagen. Er hebben zich 46 kinderen (26 meisjes en 20 jongens) ingeschreven voor het kamp, en acht volwassenen (vier mannen en vier vrouwen) hebben zich als vrijwilliger aangemeld om het kamp te organiseren en de kinderen te begeleiden.

Figuur 1: Volwassenen

Mevr. Grietjes
Mevr. Chantal
Mevr. Merel
Dhr. Nelissen
Dhr. Stevens
Mevr. Kelly
Dhr. Willems
Dhr. Peters

Figuur 2: Slaapzalen

Naam	Aantal bedden
Rood	12
Blauw	8
Groen	8
Paars	8
Oranje	8
Geel	6
Wit	6

Regels voor de slaapzalen:

- 1 Jongens en meisjes slapen op gescheiden slaapzalen.
- 2 Op elke slaapzaal slaapt ten minste één volwassene.
- 3 De volwassene(n) op de slaapzaal zijn van hetzelfde geslacht als de kinderen.

Vraag: VAKANTIEKAMP

Slaapzaalindeling.

Vul de tabel op de volgende pagina in om de 46 kinderen en de 8 volwassenen te verdelen over de slaapzalen. Zorg ervoor dat je alle regels daarbij toepast.

Naam	Aantal jongens	Aantal meisjes	Naam van volwassene(n)
Rood			
Blauw			
Groen			
Paars			
Oranje			
Geel			
Wit			

VAKANTIEKAMP – Beoordeling

Maximale score

Score 2:

Er moet aan 5 voorwaarden zijn voldaan:

- Totaal aantal meisjes = 26
- Totaal aantal jongens = 20
- Totaal aantal volwassenen = vier vrouwen en vier mannen
- Totaal per zaal past binnen het maximum voor elke zaal
- Personen in elke zaal zijn van hetzelfde geslacht

De tabellen hierboven bevatten de twee correcte modellen. In beide gevallen is het totale aantal jongens en meisjes respectievelijk 20 en 26 en kunnen sommige getallen variëren afhankelijk van in welke slaapzalen de twee lege bedden staan.

Naam	Aantal jongens	Aantal meisjes	Naam van volwassene(n)
Rood		9 - 11**	Mevr. Chantal
Blauw		5 - 7**	Mevr. Merel
Groen	7*		Dhr. Nelissen
Paars	7*		Dhr. Peters
Oranje	6*	5**	Dhr. Willems en dhr. Stevens
Geel		3 - 5**	Mevr. Grietjes
Wit		3 - 5**	Mevr. Kelly
Totaal	20	26	

Naam	Aantal jongens	Aantal meisjes	Naam van volwassene(n)
Rood	8 - 11***		Dhr. Nelissen en dhr. Willems
Blauw	5 - 7***		Dhr. Peters
Groen		7	Mevr. Chantal
Paars		7	Mevr. Merel
Oranje		7	Mevr. Grietjes
Geel	3 - 5***		Dhr. Stevens
Wit		5	Mevr. Kelly
Totaal	20	26	

*Elk van deze drie zalen kan de slaapzaal met 6 jongens zijn, als het dan ook maar de zaal met twee volwassen mannen is.

**Het aantal moet binnen het genoemde bereik vallen, maar het totaal moet 26 zijn. De namen zijn uitwisselbaar per geslacht, maar in de slaapzaal met twee volwassenen moet het aantal kinderen worden verlaagd om voldoende plaats te maken voor de volwassenen. Ook slaapzalen van dezelfde grootte zijn uitwisselbaar.

*** Het aantal moet in het genoemde bereik vallen, maar het totaal moet 20 zijn en de slaapzaal met twee volwassen mannen moet de capaciteit minus twee niet overschrijden.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Een of twee foutjes.

- Vergeten de volwassenen mee te rekenen bij het tellen van het aantal personen per zaal.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

VAKANTIEKAMP – Bespreking van de opgave

Score niveau PISA

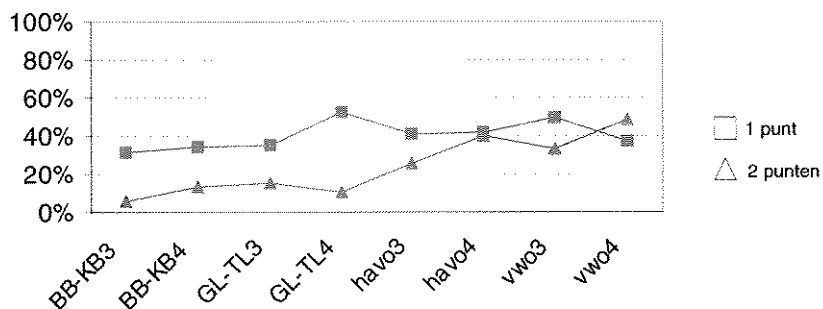
529 (1 punt)

650 (2 punten)

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 21% (2 punten)

41% (1 punt)



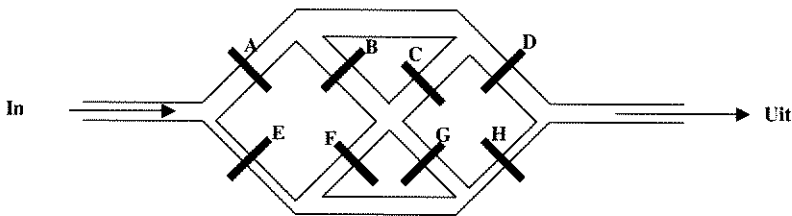
De opgave hoort tot het type Systeemanalyse- en ontwerp.

IRRIGATIE

In de figuur hieronder zie je een overzicht van een systeem met irrigatiekanalen voor de bevoeiing van landbouwgrond. De sluisdeuren A tot en met H kunnen worden geopend en gesloten om het water te laten stromen naar de plaatsen waar het nodig is. Als een sluisdeur dicht is, kan er geen water doorheen.

Dit probleem gaat over het zoeken van een sluisdeur die vastzit, waardoor er geen water door het kanalsysteem stroomt.

Figuur 1: Een systeem met irrigatiekanalen



Michael merkte dat het water niet altijd loopt waar het naartoe zou moeten lopen.

Hij denkt dat een van de sluisdeuren vastzit en dus niet opengaat als men de deur op 'open' wil zetten.

Vraag 1: IRRIGATIE

Michael gebruikt de instellingen uit tabel 1 om de sluisdeuren te testen.

Tabel 1: Instellingen van de sluisdeuren

A	B	C	D	E	F	G	H
Open	Dicht	Open	Open	Dicht	Open	Dicht	Open

Vraag 2: IRRIGATIE

Michael merkt dat het water met de instellingen uit tabel 1 niet stroomt. Dat betekent dat er ten minste één van de 'open' sluisdeuren vast en dus dicht zit.

Bepaal voor elk probleemgeval hieronder of het water helemaal doorstroomt.

Probleemgeval	Omcirkel 'Water stroomt door' of 'Water stroomt NIET door'
Sluisdeur A zit vast. Alle andere sluisdeuren werken correct volgens de instellingen uit tabel 1	Water stroomt door Water stroomt NIET door
Sluisdeur D zit vast. Alle andere sluisdeuren werken correct volgens de instellingen van tabel 1	Water stroomt door Water stroomt NIET door
Sluisdeur F zit vast. Alle andere sluisdeuren werken correct volgens de instellingen van tabel 1	Water stroomt door Water stroomt NIET door

Bepaal voor elk probleemgeval hieronder of het water helemaal doorstroomt.
Ga uit van de sluisdeurinstellingen uit tabel 1 en teken alle mogelijke routes die het water kan volgen, aangenomen dat alle sluisdeuren werken volgens de instellingen.

Vraag 3: IRRIGATIE

Michael wil kunnen testen of **sluisdeur D** vastzit en dus dicht blijft.

(a) Laat in de volgende tabel de instellingen van de sluisdeuren zien waarmee wordt getest of **sluisdeur D** vastzit als deze op 'open' is gezet.

Instellingen voor sluisdeuren (elke sluisdeur is 'open' of 'dicht')

A	B	C	D	E	F	G	H

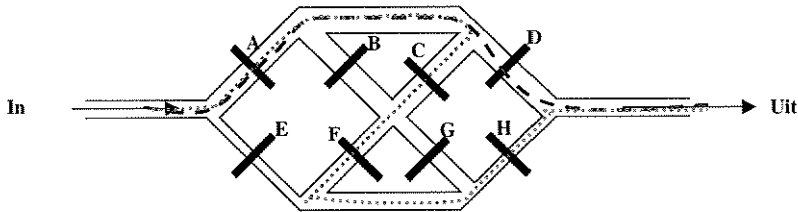
(b) Leg met de instellingen die je hebt gekozen uit wat je over sluisdeur D kunt concluderen als het water niet helemaal doorstroomt. Noem alle veronderstellingen en aannames die je hierbij maakt.

IRRIGATIE – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:

De hieronder aangegeven stroomroutes:



Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

IRRIGATIE – Beoordeling vraag 2**Maximale score**

Score 1:

NIET, wel, wel, in die volgorde.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

IRRIGATIE – Beoordeling vraag 3***Deel (a)*****Maximale score**

Score 1:

A en E zijn niet allebei dicht. D moet open zijn. H kan alleen open zijn als het water H niet bereikt (bijvoorbeeld als er andere sluisdeuren dicht zijn waardoor het water niet bij H komt). Anders moet H dicht zijn.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

Deel (b)**Maximale score**

Score 2:

Als het water niet helemaal doorstroomt, is de conclusie dat sluisdeur D vastzit, aangenomen dat de andere sluisdeuren werken volgens de instellingen.
Of een soortgelijke uitleg.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

De juiste conclusie maar geen veronderstellingen genoemd.

- De conclusie is dat sluisdeur D vastzit.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden. Als deel (a) niet goed is, wordt voor dit deel '0' gescoord, ongeacht wat er is opgeschreven.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

IRRIGATIE – Bespreking van de opgave

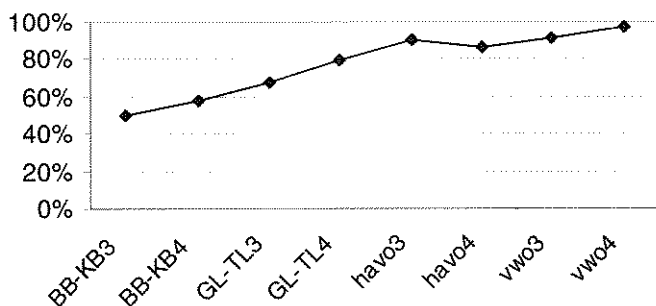
IRRIGATIE vraag 1

Score niveau PISA

497

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 74%

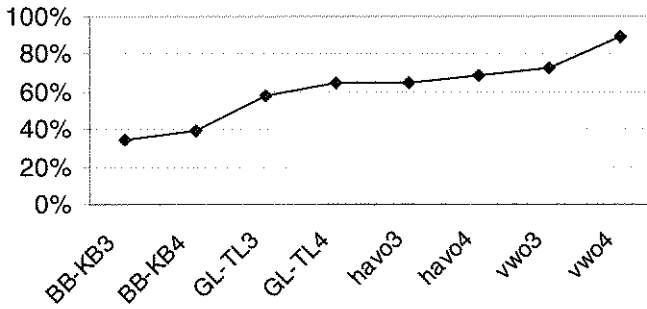


IRRIGATIE vraag 2a**Score niveau PISA**

54

Resultaten in Nederland (% goed)

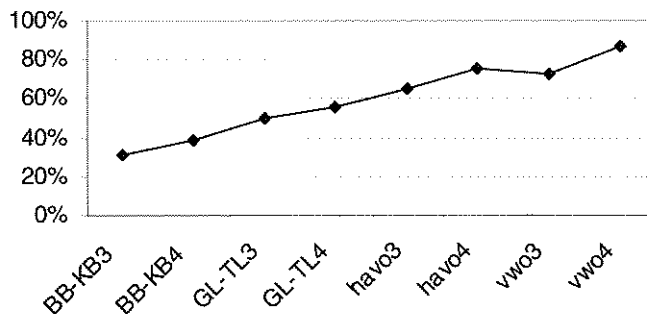
Gemiddeld 59%

**IRRIGATIE VRAAG 2b****Score niveau PISA**

532

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 56%



De opgave Irrigatie behoort tot het type Probleemoplos-items.

DIEPVRIEZER

Carla heeft een nieuwe diepvriezer gekocht. De handleiding geeft de volgende instructies:

- Sluit het apparaat aan op het stroomnet en zet het apparaat aan.
 - U hoort nu de motor werken.
 - Er gaat een rood waarschuwingslampje (LED) branden op het afleesvenster-tje.
- Zet de temperatuurregelaar in de gewenste stand. De normale stand is 2.

Stand	Temperatuur
1	-15°C
2	-18°C
3	-21°C
4	-25°C
5	-32°C

- Het rode waarschuwingslampje blijft branden totdat de temperatuur van de diepvriezer laag genoeg is. Dit duurt 1 tot 3 uur, afhankelijk van de temperatuur die u instelt.
- Vul de diepvriezer na vier uur met levensmiddelen.

Carla heeft deze instructies opgevolgd, maar heeft de temperatuurregelaar op stand 4 gezet. Na 4 uur heeft ze de diepvriezer gevuld met levensmiddelen.

Na acht uur brandde het rode waarschuwingslampje nog steeds, hoewel de motor werkte en het koud was in de diepvriezer.

Vraag 1: DIEPVRIEZER

Carla vroeg zich af of het waarschuwingslampje wel goed werkte. Welke van de volgende handelingen of waarnemingen kunnen erop wijzen dat het lampje goed werkte? Omcirkel telkens 'Ja' of 'Nee' achter elke handeling of waarneming.

Handeling en waarneming	Wijst de waarneming erop dat het waarschuwinglampje goed werkte?
Toen ze de regelaar in stand 5 zette, ging het rode lampje uit.	Ja / Nee
Toen ze de regelaar in stand 1 zette, ging het rode lampje uit	Ja / Nee
Toen ze de regelaar in stand 1 zette, bleef het rode lampje branden.	Ja / Nee
Toen ze wat eten uit de diepvriezer haalde, ging het rode lampje kort daarna uit.	Ja / Nee

Vraag 2: DIEPVRIEZER

Carla las de handleiding nog eens om te kijken of ze iets verkeerd had gedaan. Ze kwam de volgende zes waarschuwingen tegen:

- 1 Sluit het apparaat niet aan op een niet-geaard stopcontact.
- 2 Stel de diepvriestemperatuur niet lager in dan nodig (-18°C is normaal).
- 3 Blokkeer de ventilatieroosters niet. Hierdoor kan het vriesvermogen van het apparaat afnemen.
- 4 Vries geen sla, radijzen, druiven, hele appels en peren of vet vlees in.
- 5 Geen zout of kruiden toevoegen aan vers voedsel voor u het invriest.
- 6 Open de deur van de diepvriezer niet te vaak.

Op welke van de onderstaande zes waarschuwingen heeft Carla mogelijk niet gelet met als gevolg dat het waarschuwinglampje pas veel later uitging?

Omcirkel 'ja' of 'nee' voor elk van de 6 waarschuwingen.

Waarschuwing	Kan het niet letten op de waarschuwing ertoe hebben geleid dat het waarschuwinglampje pas later uitging?
Waarschuwing 1	Ja / Nee
Waarschuwing 2	Ja / Nee
Waarschuwing 3	Ja / Nee
Waarschuwing 4	Ja / Nee
Waarschuwing 5	Ja / Nee
Waarschuwing 6	Ja / Nee

DIEPVRIEZER – Beoordeling vraag 1

Maximale score

Score 1:

Nee, Ja, Nee, Ja, in die volgorde.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

DIEPVRIEZER – Beoordeling vraag 2**Maximale score**

Score 2:

Nee, Ja, Ja, Nee, Nee, Ja, in die volgorde.

Gedeeltelijk goed

Score 1:

Eén fout.

Geen punten

Score 0:

Andere antwoorden.

Score 9:

Antwoord ontbreekt.

DIEPVRIEZER – Bespreking van de opgave**DIEPVRIEZER vraag 1**

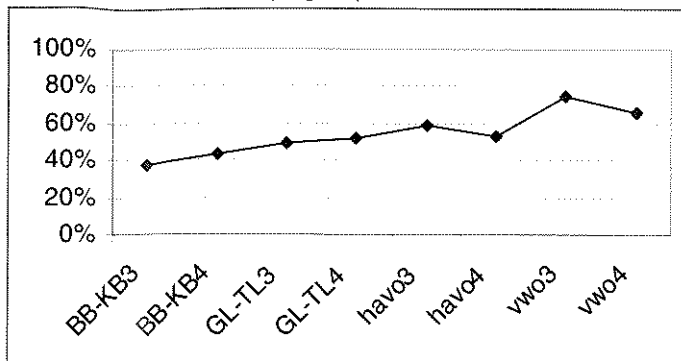
Opgavetype	Trouble shooting
Vraagtype	Meerkeuze

Score niveau PISA

573

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 51%



DIEPVRIEZER – Bespreking van de opgave

DIEPVRIEZER vraag 2

Opgavetype Trouble shooting

Vraagtype Meerkeuze

Oorspronkelijk was dit een item met deelscores zoals uit het beoordelingsdeel kan worden opgemaakt. Bij de eerste analyses van de resultaten van PISA-2003 is echter geconstateerd dat de leerlingen die, uitgaande van het hier opgenomen beoordelingsmodel, met score 1 beloond werden niet substantieel verschilden van de leerlingen die score 2 ontvingen. In de definitieve analyse zijn daarop de leerlingen met oorspronkelijke scores 1 en 2 samengevoegd tot leerlingen met nieuwe score 1.

Vaardigheidsniveau :

Score niveau PISA

551

Resultaten in Nederland (% goed)

Gemiddeld 45%

De opgave Diepvriezer behoort tot het Probleemoplos-type.

