

Jonge kinderen leren meten en meetkunde

Tussendoelen Annex Leerlijnen

TAL-team



Noordhoff Uitgevers

JONGE KINDEREN LEREN METEN EN MEETKUNDE



JONGE KINDEREN LEREN METEN EN MEETKUNDE

TUSSENDOELEN ANNEX LEERLIJNEN

ONDERBOUW BASISCHOOL

Redactie

M. van den Heuvel-Panhuizen
K. Buys

TAL-project
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
SLO
m.m.v. CED Rotterdam

NOORDHOFF UITGEVERS, GRONINGEN/HOUTEN



TAL-team

In de periode 2000-2003 hebben meegewerkt aan de ontwikkeling van de leerlijn Meten en Meetkunde Onderbouw Basisschool:

J. Bokhove (FI), P. Boon (FI), J. van den Brink (FI), K. Buys (SLO/FI), N. Eigenhuis (CED), H. van Halm (CED), J. Hochstenbach (Consent/FI), M. van den Heuvel-Panhuizen (FI) (coördinatie), C. Janssen (Consent/FI), J. Menne (FI), E. de Moor (FI), J. Nelissen (FI), A. Noteboom (FI), M. Nijmeijer (Pabo Sittard/FI), A. Treffers (FI), A. Veltman (FI)

<i>Vormgeving binnenwerk:</i>	TAL-team
<i>Secretariële ondersteuning:</i>	Nathalie Kuipers
<i>Technische realisatie cd-rom:</i>	Jan van Eyk Audio-Video Productions
<i>Video-opnamen en foto's:</i>	TAL-team, tenzij anders vermeld
<i>Illustraties:</i>	TAL-team, tenzij anders vermeld
<i>Vormgeving omslag:</i>	Studio Wolters-Noordhoff
<i>Tekening omslag:</i>	Jolijn Thijs, groep 2

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen, e-mail: info@noordhoff.nl

Aan de totstandkoming van deze uitgave is de uiterste zorg besteed. Voor informatie die desondanks onvolledig of onjuist is opgenomen, aanvaarden auteur(s), redactie en uitgever geen aansprakelijkheid. Voor eventuele verbeteringen van de opgenomen gegevens houden zij zich aanbevolen.

10 11 12 13 / 13 12 11

© 2009 Noordhoff Uitgevers, Groningen, The Netherlands.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN 978-90-01-85102-6
NUR 123



Inhoud

VOORWOORD	p. 7
METEN EN MEETKUNDE IN LIJN GEBRACHT <i>M. van den Heuvel-Panhuizen</i>	p. 9
DOMEINBESCHRIJVING METEN <i>K. Buys, E. de Moor</i>	p. 15
METEN IN GROEP 1 EN 2 <i>K. Buys, A. Veltman</i>	p. 37
METEN IN GROEP 3 EN 4 <i>K. Buys, J. Bokhove</i>	p. 67
DOMEINBESCHRIJVING MEETKUNDE <i>E. de Moor</i>	p. 115
MEETKUNDE IN GROEP 1 EN 2 <i>M. van den Heuvel-Panhuizen, A. Veltman, C. Janssen, J. Hochstenbach</i>	p. 145
MEETKUNDE IN GROEP 3 EN 4 <i>M. van den Heuvel-Panhuizen, J. van den Brink, C. Janssen, J. Hochstenbach, J. Menne, E. de Moor, J. Nelissen</i>	p. 227
MEETKUNDE OP DE COMPUTER IN GROEP 3 EN 4 <i>J. van den Brink, P. Boon</i>	p. 327
NOTEN	p. 345



Voorwoord

Kwaliteit van het onderwijs als doel

De kwaliteit van het onderwijs verbeteren is een belangrijk streven van het onderwijsbeleid. Dit is ook het doel van TAL. Het TAL-project is geïnitieerd door het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen en wordt uitgevoerd door het Freudenthal Instituut (FI) van de Universiteit Utrecht en de Stichting Leerplanontwikkeling (SLO), in samenwerking met het Centrum Educatieve Dienstverlening (CED) te Rotterdam.

De kwaliteit van het onderwijs verbeteren kan op veel manieren.

TAL wil dit doen door zicht te geven op de grote lijn in het onderwijsleerproces en de samenhangen daarbinnen. TAL wil een steun zijn voor leraren, naast de methoden.

Tussendoelen Annex Leerlijnen

De opdracht van het TAL-project is het beschrijven van de tussendoelen voor rekenen-wiskunde op de basisschool.

De tussendoelen vormen een verdere uitwerking van en aanvulling op de *kerndoelen* voor het vak rekenen-wiskunde.

Essentieel voor de beschrijving van de tussendoelen is dat deze zijn ingebed in een leerlijn. Vandaar de naam TAL. Dit letterwoord staat voor *Tussendoelen Annex Leerlijnen*, maar kan ook gelezen worden als: Tussendoelen, Afbeeldingen, Leerlijnen. De afbeeldingen verwijzen naar voorbeelden van leerlinggedrag en onderwijsactiviteiten die een wezenlijk onderdeel van de leerlijnbeschrijving vormen.

De TAL-leerlijnen met tussendoelen omvatten de belangrijkste domeinen van het vak rekenen-wiskunde op de basisschool. Bij iedere leerlijn hoort een cd-rom met videofragmenten uit de onderwijspraktijk.

Het voorliggende boek *Jonge kinderen leren meten en meetkunde* bevat de leerlijn voor meten en meetkunde voor groep 1 tot en met 4 van de basisschool.

Na de eerder verschenen leerlijnen voor het rekenen met hele getallen in de onderbouw (*Jonge kinderen leren rekenen*) en de bovenbouw (*Kinderen leren rekenen*) van de basisschool, is dit de derde TAL-leerlijn.



De serie *Jonge kinderen leren ...* die een beschrijving geeft van het reken-wiskundeprogramma voor de eerste vier groepen van de basisschool is daarmee afgerond.

De nu uitgebrachte leerlijn voor meten en meetkunde vraagt echter nog wel om een vervolg voor de bovenbouw van de basisschool.

Werk van veel mensen

Naast het TAL-team hebben veel mensen bijgedragen aan de totstandkoming van deze leerlijn voor meten en meetkunde in de onderbouw van de basisschool. Zo zijn de reacties van de deskundigen die deel hebben genomen aan de consultaties¹ van grote waarde geweest voor de keuzen die zijn gemaakt. Hun commentaar en aanvullingen hebben de leerlijn verrijkt en verbeterd. Daarnaast kon de leerlijn door de consultaties een breed draagvlak krijgen.

Een bijzonder woord van dank gaat uit naar de scholen die betrokken zijn geweest aan de ontwikkeling van deze leerlijn.² Dankzij het meedenken van leraren, en de medewerking die ze hebben verleend aan het uitproberen van onderwijsactiviteiten en het maken van video-opnamen, is de leerlijnbeschrijving geworden wat zij nu is.

De Begeleidingscommissie³ heeft gezorgd voor de beleidsmatige afstemming met de leerlijnbeschrijvingen voor de andere vakken. Bovendien heeft ze wegen geopend voor de implementatie van TAL via de ontwikkeling van informatiebijeenkomsten en nascholingsmodulen voor rekencoördinatoren.⁴

Leerlijnbeschrijvingen als inspiratiebron

We hopen dat de leerlijnbeschrijving stimulerend werkt voor de onderwijspraktijk, en dat het boek leraren inspireert tot vakdidactische prestaties van hoge orde in een tot nu toe in de onderbouw van het basisonderwijs minder bekend onderdeel van het vak rekenen-wiskunde. De leerlijn met tussendoelen biedt leraren houvast om meten en meetkunde een volwaardige plaats te geven in het reken-wiskundeaanbod. De basis die met deze leerlijn wordt gelegd, moet dan wel een voortzetting krijgen in de bovenbouw van de basisschool en verder.

TAL-team, Utrecht januari 2004



Meten en Meetkunde in lijn gebracht

Completering onderbouwleerlijn rekenen-wiskunde

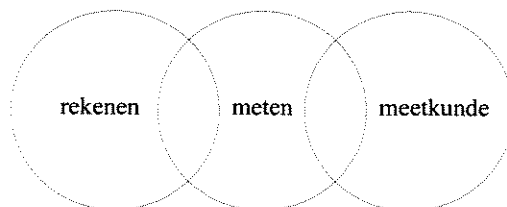
De leerlijn voor meten en meetkunde in de onderbouw van de basisschool laat zien hoe kinderen met behulp van wiskundige middelen en inzichten hun fysieke omgeving steeds beter begrijpen. Zicht op hoe dit proces verloopt is noodzakelijk om de leerlingen een adequate leeromgeving te bieden en passende didactische beslissingen te nemen.

De nu gepubliceerde leerlijn vormt een aanvulling op de leerlijn voor het rekenen met hele getallen in groep 1 tot en met 4. Daarmee maakt deze publicatie de onderbouwleerlijn voor het vak rekenen-wiskunde compleet.

Anders dan men vaak denkt, houdt rekenen-wiskunde op de basisschool meer in dan rekenen. Het vak heeft niet alleen betrekking op de wereld van de getallen, maar ook op de fysieke wereld om ons heen en de verschijnselen die zich hierin voordoen.

Bij *meetkunde* gaat het om het begrijpen van de ons omringende ruimte in de meest brede zin van het woord. Het heeft betrekking op de drie- en tweedimensionale wereld en de bijbehorende figuren en vormen.

Het *meten* is daarentegen gericht op het kwantificeren van onze fysieke omgeving. De nadruk die hierbij wordt gelegd op het met meetgetallen beschrijven van de wereld, maakt het meten tot een verbindende schakel tussen rekenen en meetkunde.¹





Het verschijnen van deze leerlijn betekent niet dat het vak rekenen-wiskunde op de basisschool nu wordt uitgebreid met twee nieuwe onderdelen. Meten heeft een lange traditie in het basisonderwijs – hoewel niet altijd met een realistische grondslag. Meetkunde voor de basisschool is weliswaar van een meer recente datum², maar is evenzeer niet nieuw te noemen. Sinds de vaststelling van de kerndoelen voor rekenen-wiskunde in 1993 maakt realistische meetkunde officieel deel uit van het programma van de basisschool.

Behalve dat beide domeinen genoemd worden in de kerndoelen³, zijn het met name de algemene doelen van reken-wiskundeonderwijs die laten zien hoe wezenlijk meten en meetkunde zijn voor de ontwikkeling van kinderen.⁴

Het onderwijs in rekenen-wiskunde is erop gericht dat de leerlingen:

- verbanden kunnen leggen tussen het onderwijs in rekenen-wiskunde en hun dagelijkse leefwereld
- basisvaardigheden verwerven, eenvoudige wiskundetaal begrijpen en toepassen in praktische situaties
- reflecteren op eigen wiskundige activiteiten en resultaten daarvan op juistheid controleren
- eenvoudige verbanden, regels, patronen en structuren opsporen
- onderzoek- en redeneerstrategieën in eigen woorden beschrijven en gebruiken.

Zowel meten als meetkunde stellen kinderen in staat om verbanden te leggen met de dagelijkse leefwereld. Beide domeinen reiken ieder op hun eigen manier wiskundige middelen aan om de fysieke wereld te structureren en er greep op te krijgen. Bovendien leiden ze beide tot het uitlokken van verwondering, en zo tot het ontwikkelen van een wiskundige attitude die gekenmerkt wordt door een onderzoekende houding, een zekere vasthoudendheid om problemen op te lossen en een gevoeligheid voor de schoonheid van wiskundige structuren en oplossingen.



Inhoud boek

Eén keer per week meten of meetkunde

Ervan uitgaande dat er iedere dag één reken-wiskundeles wordt gegeven – en vijf lessen per week – bestrijkt dit TAL-boek het reken-wiskunde-onderwijs in groep 1 tot en met 4 voor één dag per week: de ene week wordt een meetles gegeven en de andere week een meetkundeles.

Uiteraard is dit een globale tijdsaanduiding. Bovendien moet de term ‘les’ hier niet al te letterlijk worden opgevat. Met name in groep 1 en 2 vormen de activiteiten op het gebied van meten en meetkunde vaak een natuurlijk bestanddeel van de ervarings- en ontwikkelingsgerichte aanpak van het onderwijs, en krijgen ze vaak spontaan een plaats bij andere activiteiten.

Tussendoelen en onderwijskaders

Dit TAL-boek geeft aan de hand van kernactiviteiten een overzicht van het leertraject dat leerlingen in de onderbouw van de basisschool bij meten en meetkunde afleggen. De cruciale leerstappen die de leerlingen hierbij maken zijn als tussendoelen geformuleerd. In aansluiting hierop is in onderwijskaders samengevat hoe het onderwijs kan bijdragen aan het bereiken van deze tussendoelen.⁵

De tussendoelen en onderwijskaders zijn als volgt te herkennen.

Tussendoel

Onderwijskader



Een leerlijn met praktijkvoorbeelden

Kenmerkend voor de leerlijnbeschrijving zijn de erin opgenomen praktijkvoorbeelden. Ze zijn bedoeld als verheldering van bepaalde cruciale elementen in de leerlijn en laten concretisering zien van de beoogde didactiek.

Bij een groot aantal van deze praktijkvoorbeelden is een filmcamera afgebeeld.



Dit betekent dat van deze passage een video-opname is gemaakt die op de cd-rom staat die bij het TAL-boek hoort.⁶ Behalve videofragmenten bevat deze cd-rom ook een demonstratieversie van het computerprogramma 'Bouwen met blokken'.⁷

Een leerlijn meten en een leerlijn meetkunde

De leerlijn voor meten en meetkunde is in twee afzonderlijke blokken in het TAL-boek neergelegd. Het eerste blok heeft betrekking op meten en omvat de hoofdstukken:

- Domeinbeschrijving meten
- Meten in groep 1-2
- Meten in groep 3-4.

Het tweede blok heeft betrekking op meetkunde en omvat de hoofdstukken:

- Domeinbeschrijving meetkunde
- Meetkunde in groep 1-2
- Meetkunde in groep 3-4
- Meetkunde op de computer in groep 3-4.

Ofschoon de leerlijnen voor meten en meetkunde – evenals die voor de andere domeinen van het vak rekenen-wiskunde – eigenlijk niet los van elkaar mogen worden gezien, zijn ze toch apart beschreven. Hierbij is dezelfde werkwijze gevolgd als voor het rekenen met hele getallen, waarbij de verschillende rekenvormen ook afzonderlijk in lijn zijn gezet. Helderheid scheppen in de opbouw van een leertraject vraagt nu eenmaal om een zekere begrenzing. Alleen dan is het mogelijk om het specifieke van het leren van meten en meetkunde bloot te leggen.



Twee domeinen met eigen leerlijnkarakteristiek

Meten en meetkunde zijn twee domeinen met elk hun eigen aard die duidelijk herkenbaar is in de leerlijnbeschrijving. De leerlijn voor meten is bijvoorbeeld meer lineair van opzet dan die voor meetkunde.

Metten zit wat dit betreft dicht bij het rekenen met hele getallen, waar de grootte van de getallen op een natuurlijke manier een opeenvolging aanbrengt in het af te leggen leerproces. Op een vergelijkbare wijze zijn ook bij het meten meer en minder basale vormen te onderscheiden.

Lengte gaat bijvoorbeeld vooraf aan andere grootheden.

Bij meetkunde is daarentegen sprake van een minder lineaire structuur. Zo kan men bijvoorbeeld niet zeggen dat het bepalen van het standpunt van de fotograaf vóór of na het spiegelen van figuren komt. Dit zijn vaardigheden die een beroep doen op verschillende aspecten van meetkunde waarvan de ontwikkeling vaak gelijktijdig plaatsvindt; vandaar dat de meetkundeleerlijn een meer cyclisch karakter heeft.

De verschillende aspecten van meetkunde, zoals oriënteren en lokaliseren, komen steeds op een hoger niveau terug.

Behalve dat er bij meten en meetkunde sprake is van een ander soort leerlijn, zijn ook de tussendoelen anders van karakter. Terwijl bij meten al in de aanvangsgroepen doelen zijn geformuleerd die aangeven wat de kinderen moeten kunnen, ligt bij meetkunde de nadruk vooral op het leggen van een rijke ervaringslaag.

Een belangrijk punt dat bij de typering van de twee leerlijnen niet over het hoofd mag worden gezien, is dat meten vergeleken met meetkunde vakdidactisch veel meer uitgekristalliseerd is. De meetleerlijn die nu is uitgezet vormt in feite een herbezinning op een rijke didactische traditie. Meetkunde daarentegen is voor het basisonderwijs nog een relatief onontgonnen gebied. De nu ontwikkelde leerlijn voor de onderbouw is in feite de eerste uitlijning die voor meetkunde op dit niveau is gemaakt. Dat wil niet zeggen dat er tot nu toe niets aan meetkunde is gedaan. De recente versies van de reken-wiskundemethoden bevatten een groot aantal meetkundeactiviteiten. Veel lijn zit er echter niet in. Bovendien verschillen de methoden nogal in de keuze van meetkundeonderwerpen die ze aan de orde stellen.⁸

Het doel van TAL is om hierin verandering te brengen en te komen tot meer samenhang in het onderwijsaanbod.



Sinds 1997, toen het TAL-project startte, is het begrip leerlijn meer en meer in het onderwijs ingeburgerd geraakt. Dit wil echter niet zeggen dat er geen misverstanden meer over bestaan. Nog steeds moet benadrukt worden dat de TAL-leerlijnen niet bedoeld zijn om stap-voor-stap het leertraject van individuele leerlingen voor te schrijven. Ze zijn ook geen vervanger van de bestaande reken-wiskundemethoden.

De leerlijnen beschrijven het onderwijsleerproces op een meer abstract niveau. Ze moeten gezien worden als een beschrijving van een geïdealiseerde praktijk die tegelijkertijd door de vele voorbeelden geworteld is in het onderwijs van alledag. De leerlijnen zijn bedoeld om leraren te helpen met het ontwikkelen van een theoretisch plan, een referentiekader dat de leraar in zijn of haar hoofd heeft op grond waarvan voortdurend allerlei praktische didactische beslissingen worden genomen.

De leerlijnbeschrijving biedt de leraar daarvoor een macro-perspectief, zicht op de langetermijnleerweg. De leerlijn geeft antwoord op de vraag hoe bepaalde vaardigheden en inzichten over een aantal jaren op te bouwen zijn en welke inhoudelijke keuzen daarbij gemaakt moeten worden.

In de TAL-leerlijnen zijn deze keuzen gemaakt, maar het resultaat vormt zeker niet een van bovenaf opgelegd keurslijf. De leerlijnen zijn met hulp van velen via onderzoek, studie en uitwisseling van ideeën totstandgekomen en weerspiegelen de huidige stand van ons denken. De discussie hierover is dan ook zeker niet gesloten. De TAL-leerlijnen zijn juist bedoeld om het wiskundeaanbod in het basisonderwijs op school en op nationaal niveau op de agenda te zetten.



Domeinbeschrijving Meten

Metten als verschijnsel¹

Metten in historisch perspectief

Metten kan omschreven worden als het getalsmatig ordenen van de ons omringende wereld teneinde die wereld beter beheersbaar te maken.

Met dat doel zijn in de loop der tijden tal van meetmethoden ontwikkeld. Methoden die niet alleen gericht waren op praktische, alledaagse zaken zoals het nauwkeurig afwegen van hoeveelheden, maar ook op veel grootsere zaken zoals het bepalen van de omtrek van de aarde en het vaststellen van de juiste lengtegraad op zee. Bovendien is de menselijke meetactiviteit sedert het begin van de vorige eeuw niet langer beperkt gebleven tot natuurwetenschappelijke verschijnselen.

Ook sociale, psychologische en maatschappelijke vraagstukken zijn

steeds meer object van onderzoek met behulp van meetmethoden geworden.

Met de resultaten daarvan worden we vrijwel dagelijks geconfronteerd in de vorm van IQ-metingen,

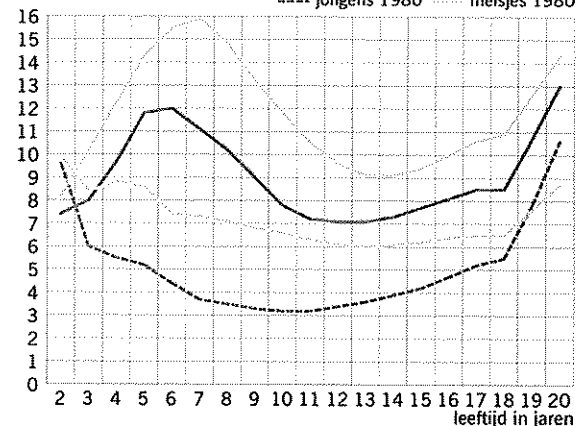
bevolkingsprognoses, bepalingen van geluidsoverlast, armoedemetingen, enzovoorts. Veel van de betreffende meetresultaten worden gepresenteerd door middel van overzichten, tabellen en grafieken waarvan de inhoud soms in hoge mate bepalend is voor belangrijke maatschappelijke ontwikkelingen of beslissingen. Metten is dan ook steeds meer een wezenlijke plaats in onze samenleving gaan innemen.

In samenhang daarmee vormt het metten voor het reken-wiskundeonderwijs een steeds belangrijker leerstofgebied.

Basisschool kinderen zijn dikker geworden

Percentage te dikke* kinderen naar leeftijd

— jongens 1997 - - - - meisjes 1997
- - - - jongens 1980 - - - - meisjes 1980



*overgewicht wordt gezien als het overschrijden van internationaal overeengekomen maximum 'body mass index' (verschilt per leeftijd tot 18 jaar)

NRC Handelsblad 111202 / Bron: Ned. Tijdschrift voor geneeskunde



Meten in de onderbouw van de basisschool

Op elementair niveau wordt meten vaak in de eerste plaats geassocieerd met het gebruik van meetinstrumenten als een duimstok, maatbeker of keukenweegschaal. Via het aflezen van een getal op een schaalverdeling wordt daarbij bepaald hoe groot de lengte, de inhoud of het gewicht van een object is. Uiteraard is dit een belangrijke vorm van meten, maar het is niet de enige en zeker niet de meest elementaire vorm die in het onderwijs aan de orde gesteld kan worden. Meten dient meer te omvatten.

Pandan Rijst
Geurige witte rijst uit Thailand

Traditionele bereidingswijze:
Kooktijd 15 minuten.

Verhouding:
1 kopje rijst (125 g)
1 1/2 kopje water (225 ml)

1. Breng de benodigde hoeveelheid water aan de kook. Voeg evenveel naar smaak wat zout toe.
2. De benodigde hoeveelheid rijst, zonder te wassen, toevoegen



Zo is het opmeten van een afstand door deze met flinke stappen te lopen eveneens een vorm van meten. Hetzelfde geldt voor het afpassen van een kopje rijst per persoon bij het bereiden van een maaltijd, en voor het afmeten van een tijdsduur via tellen bij verstoppertje spelen.

In zulke situaties vindt de meting plaats via afpassen, waarbij een bepaalde voor de hand liggende maat gebruikt wordt om een afstand, inhoud of tijdsduur globaal in uit te drukken. Vanzelfsprekend is dit een minder nauwkeurige, maar in sommige gevallen zeker zo doelmatige vorm van meten als het opmeten met een standaardmaat.

Er is echter een nog meer elementaire vorm van meten, namelijk die waarbij nog geen maat gebruikt wordt en waarbij het meten gebeurt door twee of meer objecten direct te vergelijken qua lengte, gewicht, inhoud, oppervlakte of tijd.



Deze meest elementaire vorm van meten doet zich in de wereld van het jonge kind veelvuldig voor.

Bijvoorbeeld als twee kinderen vergelijken wie de langste dropsliert heeft, het grootste stuk speculaas of het volste glas limonade. Aan deze vorm van meten komen nog geen getallen te pas. Het resultaat van de meting is dat uitspraken gedaan worden over de vraag welke van twee objecten het grootste of het zwaarste is of de meeste inhoud heeft. Dergelijke metingen hoeven

overigens niet altijd even eenvoudig te zijn. Hoe bepaal je in deze situatie bijvoorbeeld welk glas de meeste limonade bevat? En hoe bepaal je van twee ongelijkvormige stukken speculaas welke het grootste is?



Kort gezegd zijn er dus drie essentieel verschillende vormen van meten die voor de onderbouw van het basisonderwijs van belang zijn:

- meten via vergelijken en ordenen
- meten via afpassen aan de hand van een maateenheid (natuurlijke of standaardmaat)
- meten via gebruik van een meetinstrument.

Uiteraard zijn er nog andere vormen van meten, zoals die waarbij de meting voornamelijk via redeneren en rekenen plaatsvindt. Bijvoorbeeld: hoe hoog is een gebouw van zes verdiepingen ongeveer? En: in de krant staat dat er in de provincie Utrecht in 24 uur gemiddeld ruim 50 millimeter regen is gevallen; hoeveel kubieke meter water is dat ongeveer in totaal? Bij dergelijke problemen komt het erop aan dat de kinderen zelf ontbrekende gegevens achterhalen, en dat ze een geschikte redenering opzetten waarmee de uitkomst benaderd kan worden. Hoewel deze vorm van meten ook in de onderbouw een rol kan spelen, is zij toch vooral voor de bovenbouw bestemd.² In de onderbouw zijn het voornamelijk de drie genoemde, meer basale vormen van meten die centraal staan.

Begripsontwikkeling en constructieve inbreng van kinderen

Deze drie vormen kunnen in het onderwijs achtereenvolgens en in onderlinge samenhang aan de orde worden gesteld. Daarbij gaat het niet zozeer om het inoefenen van meethandelingen als zodanig, maar veel meer om het verwerven van inzicht in deze handelingen en, algemener, om het ontwikkelen van goed begrip van het meten. Voor het vergelijken en ordenen kan dat via probleemsituaties waarbij de kinderen zelf een passende vergelijkingsstrategie ontwikkelen, zoals in het bovengenoemde geval van het vergelijken van de inhoud van twee bekertjes. Of zoals in het geval van het vergelijken van de omtrek van een aantal kromlijnjige objecten zoals het eigen middel van de kinderen of de omtrek van een aantal bomen. Evenzo kan de aandacht voor wat betreft het afpassende meten uitgaan naar probleemsituaties waarin de kinderen zelf een passende maat ontwikkelen, en zelf onderzoeken hoe het afpassen aan de hand daarvan in z'n werk gaat. Bijvoorbeeld in de situatie van het jeu de boules-spel als de afstanden van de geworpen ballen tot het centrale kleine balletje vergeleken moeten worden.



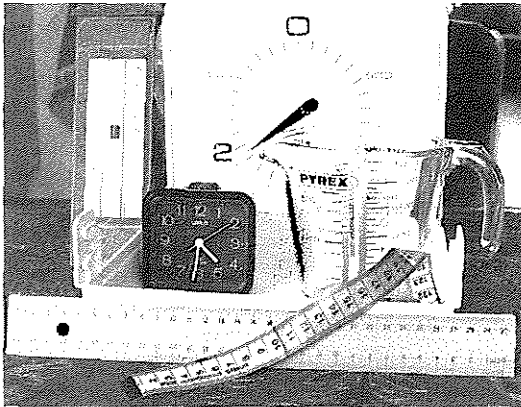


Iets soortgelijks geldt voor het meten via het werken met een meetinstrument. Het is met name het onderzoeken hoe het meten daarmee in z'n werk gaat en soms zelfs het zelf ontwikkelen van een dergelijk instrument dat van grote waarde is. Meer in het algemeen is het vooral de gerichtheid op begripsontwikkeling en op de eigen, constructieve inbreng van de kinderen die bij het meten tot waardevolle en aansprekende leerervaringen leidt, en die derhalve als een wezenlijk aspect van de in het vervolg beschreven leerlijn beschouwd moet worden.

Verschillende grootheden waarop meten betrekking heeft

Zoals hierboven al naar voren kwam, heeft meten dus betrekking op het bepalen van de grootte van objecten of verschijnselen. Een meting geeft op enigerlei wijze uitsluitel over een bepaald groottekenmerk van een of meer objecten of verschijnselen. Zulke kenmerken kunnen betrekking hebben op de meest basale grootheden zoals die in het voorgaande al zijn aangeduid: de lengte (dikte, hoogte, diepte, ...) van een object, de inhoud of het volume ervan, het gewicht, de snelheid waarmee het zich voortbeweegt, de tijd die het daarover doet en de oppervlakte die het beslaat. Uiteraard zijn er nog andere grootheden zoals dichtheid, kracht, arbeidsvermogen, lichtsterkte, intelligentie en dergelijke, maar voor de onderbouw van het basisonderwijs zijn deze nog te geavanceerd.

Van de genoemde grootheden is lengte zonder twijfel de meest primaire. Niet alleen doet deze zich het meest direct aan de kinderlijke



waarneming voor, en is ze vaak het meest maatgevend voor wat men graag aan de weet wil komen van allerlei objecten. Maar ook vinden metingen op het gebied van andere grootheden vaak plaats door deze op de een of andere manier te herleiden tot een vorm van lengtemeting.

In het bovenstaande voorbeeld van de twee glazen limonade was dat al te zien. Maar nog sterker blijkt dit bij het beschouwen van allerlei meetinstrumenten. In deze instrumenten is veelal een maat- of schaalverdeling verwerkt

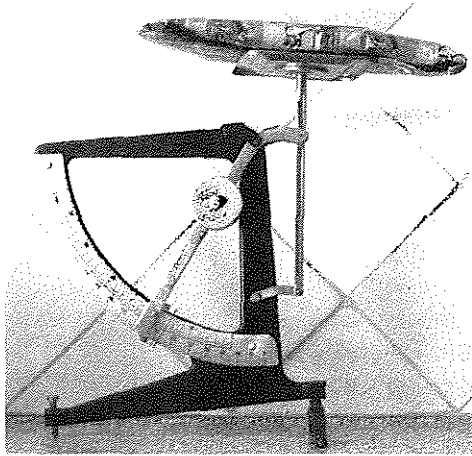


op basis waarvan een bepaald groottekenmerk als gewicht, inhoud of snelheid opgemeten wordt door een lengte af te lezen op de schaalverdeling. Het ligt dan ook voor de hand om aan activiteiten op het gebied van lengte een centrale plaats toe te kennen in het onderwijs. Daarnaast kan regelmatig aandacht besteed worden aan andere basale grootheden als inhoud, gewicht, tijd en snelheid. Vanzelfsprekend is het verschil tussen al deze grootheden de kinderen aanvankelijk verre van duidelijk. Ze maken nog weinig onderscheid tussen uiteenlopende groottekenmerken zoals lengte, inhoud, gewicht en oppervlakte. Ook in het taalgebruik komt dit tot uitdrukking: termen als groot en klein worden vaak als algemene grootte-aanduiding gebruikt zonder dat duidelijk is om welke grootheid het precies gaat. Mede onder invloed van het onderwijs komt daar geleidelijk aan verandering in. De kinderen worden zich in toenemende mate bewust van het eigene van de verschillende grootheden. In overeenstemming daarmee differentieert het taalgebruik zich steeds verder. Bewoordingen als ‘daar gaat meer in’ en ‘ze zijn bijna even zwaar’ doen steeds meer hun intrede, evenals uiteenlopende manieren om lengte aan te duiden via termen als lang, dik, breed, hoog en dergelijke. Het aldus ontluikende grootheidsbesef en de daarmee gepaard gaande taalontwikkeling vormen de grondslag voor de meer specifieke verkenning van de afzonderlijke grootheden, zoals die in de volgende hoofdstukken aan de orde komt.

Een meer kwalitatieve verkenning (wat houdt gewicht in, welke termen worden erbij gebruikt, hoe kun je wegen op de hand, hoe kun je proberen jezelf zwaar te maken?) gaat daarbij vooraf aan een meer kwantitatieve benadering (wat zijn gangbare gewichtmaten, hoe werkt een keukenweegschaal, hoe gebruik je een brievenweger?) terwijl het rekenen en redeneren met maten (maatomzettingen, prijs-gewicht-problemen, effect van vergroten op inhoud en gewicht) nog weer later aan de orde komt.

Waarom meten?

Waarom vormt meten een belangrijk leerstofgebied voor het reken-wiskundeonderwijs? In het voorgaande is daarover al iets gezegd. Meten omvat in de eerste plaats een aspect van praktische vaardigheid dat voor het dagelijks leven van belang is.



Lengte meten met een liniaal of duimstok, inhoud meten met een maatbeker, gewicht bepalen met een brievenweger of personenweegschaal – het zijn allemaal vormen van meten die in het leven van alledag regelmatig voorkomen en die ook in het voortgezet onderwijs een rol spelen. Het ligt dan ook voor de hand dat kinderen daar tot op zekere hoogte in het basisonderwijs vertrouwd mee raken. De nadruk hoeft daarbij niet te liggen op het uitgebreid beoefenen van dit meten met een instrument, als wel op het leren doorzien van de principes waarop het berust en op het ontwikkelen van een vertrouwdheid met belangrijke meetaspecten als het schatten en het interpreteren van de resultaten.

Maar er zijn meer redenen voor het belang van meten op te voeren. Kennis van de belangrijkste maten en maatstelsels zoals die in de praktijk gebruikt worden is eveneens van belang. Dit blijkt alleen al bij het bekijken van de volgende tabel, te vinden in een folder die verkrijgbaar

Post versturen in Nederland

Brievenbuspost	
gewicht	postzegels
0 – 20 gr	0,39
20 – 50 gr	0,78
50 – 100 gr	1,17
100 – 250 gr	1,56
250 – 500 gr	2,25
500 – 2 kg	3,00
2 – 3 kg	3,00

Voorwaarden

- * Minimumformaat: 14 × 9 cm
- * Maximumformaat: 38 × 26,5 × 3,2 cm (formaat rode PTT Post brievenbus)
- * Kaarten zonder envelop moeten stevig zijn (bij voorkeur 170 grams papier), vlak van oppervlak en rechthoekig van vorm. Niet-rechthoekige kaarten behoren in een envelop.

is op alle postkantoren in Nederland. Er is veel kennis van gewicht- en lengtematen nodig om zo'n tabel goed te kunnen interpreteren en gebruiken. Het gaat niet alleen om de maten als zodanig (centimeter, gram, kilogram), maar ook om de samenhang daartussen – om het maatstelsel waarvan ze deel uitmaken. Het is van grote waarde dat de kinderen in het basisonderwijs, in aanvulling op de meer praktische meetervaringen, inzicht verwerven in de verschillende maatstelsels, in het bijzonder voor wat betreft de decimale grondstructuur (het metrieke stelsel).

In samenhang daarmee is het van belang dat de kinderen een stelsel van persoonlijke referentiematen opbouwen: een serie van aan de alledaagse realiteit ontleende maten waarmee de orde van grootte van allerlei objecten geschat kan worden, en waarmee bovendien de orde van grootte

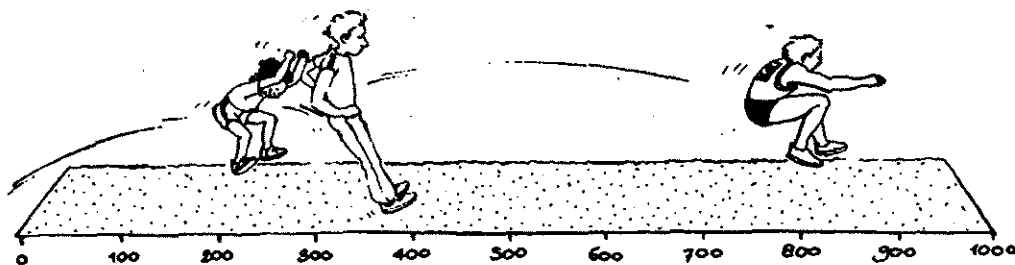


van de verschillende standaardmaten beter voorstelbaar gemaakt kan worden. Bijvoorbeeld:

- de breedte van een vinger als referentiemaat voor de centimeter
- de dikte van een nagel als referentiemaat voor de millimeter
- een flinke stap als referentiemaat voor de meter
- een fles melk als referentiemaat voor de liter
- een pak suiker als referentiemaat voor de kilogram.

Er is nog een reden waarom meten een belangrijk onderwerp is.

Zoals is beschreven in het hoofdstuk over getallen en getalrelaties in het TAL-boek waarin de leerlijn voor het rekenen met hele getallen in de bovenbouw van de basisschool is neergelegd, vormt het meetaspect een van de centrale getalaspecten die van belang zijn voor de verwerving van getalbegrip door kinderen. Meetgetallen vertegenwoordigen een specifiek aspect doordat ze verwijzen naar de ‘omgeving’ waarin een getal ligt. Zo duidt een gemeten afstand van bijvoorbeeld 2,45 m (oftewel 2 meter en 45 centimeter, of 245 centimeter) in feite op een afstand van om en nabij de 2,45 m – het kan ietsje meer zijn of ietsje minder, maar niet véél meer of minder. Ook kan deze afstand geïnterpreteerd worden als bijna twee en een halve meter, als bijna 250 centimeter of zelfs als twee meter en nog vier en een halve decimeter.



> Hoever is het als je 2,45 m springt? En als iemand 3,79 m springt? En 7,98 m? Past die laatste sprong in het lokaal?

Door het uitvoeren en overdenken van metingen als de bovenstaande een plaats in het onderwijs te geven, kan sterk bevorderd worden dat de kinderen een beter inzicht in de getallen verwerven; in hun globale positie op de getallenlijn, in de omgeving waarin getallen zich bevinden, in de samenhang met omringende knooppuntgetallen en dergelijke.



Ook wat betreft andere leerstofdomeinen is een goede kennis van het meten van belang. Zo draagt vertrouwdheid met het schatten ertoe bij dat de kinderen binnen het domein van het schattend rekenen de nodige progressie maken. Terwijl een goed inzicht in de betekenis van meetgetallen tevens de grondslag vormt voor het verwerven van inzicht in kommagetallen. Juist via dergelijke dwarsverbindingen tussen de verschillende domeinen gaan de kinderen rekenen-wiskunde steeds meer als een samenhangend geheel zien.

Opzet van de leerlijn meten

Eerste intuïtieve meetervaringen

De meest elementaire vorm van meten, het vergelijken, wordt door jonge kinderen dikwijls van nature al beoefend: vergelijken wie er grotere voeten heeft, wie een hogere toren kan bouwen, wie het langste stukje drop heeft, enzovoorts. Al doende komen ze erachter dat vergelijken op verschillende manieren kan plaatsvinden: door de objecten naast elkaar te leggen, op elkaar te plaatsen, door met de ruggen tegen elkaar te gaan staan en dergelijke. Aldus ontstaat bij veel kinderen een eerste, intuïtief besef van wat meten inhoudt. Daarnaast zien ze volwassenen om zich heen bezig met allerlei vormen van meten. Veelal zijn dit geavanceerdere vormen waaraan meetinstrumenten te pas komen zoals een duimstok, thermometer, weegschaal of maatbeker. Dat hier sprake is van meten is de kinderen in eerste instantie niet zonder meer duidelijk. Wat er bijvoorbeeld precies gebeurt als ze zelf op de weegschaal staan, als hun lengte bepaald wordt langs een meetlat of als ze hun moeder ingrediënten zien afwegen in een maatbeker, ontgaat hun nog grotendeels. Maar dat het iets te betekenen heeft, is wel duidelijk.

Vaak voelen ze zich sterk aangetrokken tot dit soort activiteiten en gaan ze ertoe over deze na te bootsen.

Bente (ruim 2 jaar oud) gaat in bad. Terwijl zij door haar moeder wordt uitgekleeft, valt haar oog op de badthermometer. Ze pakt deze en kondigt aan dat ze haar voeten gaat opmeten.

Vervolgens houdt ze de thermometer langs haar voeten op een



manier die ze de laatste tijd herhaaldelijk door volwassenen heeft zien gebruiken om haar voetlengte te bepalen. Ze beweegt met haar vinger langs de maatverdeling die op de thermometer zichtbaar is en concludeert: “Zes mama, het is zes ...”

De schaalverdeling van de badthermometer roept bij Bente kennelijk associaties op met de meetlat die ze bij diverse andere gelegenheden heeft zien gebruiken. Ze realiseert zich ook dat het opmeten van haar voeten een belangrijke activiteit is, die te maken heeft met het eigen groeiproces en met het feit dat schoenen of andere kledingstukken goed moeten passen. Maar hoe het meten precies in z’n werk gaat is haar nog niet geheel duidelijk. En dat een badthermometer wel enige uiterlijke gelijkenis vertoont met een maatlat, maar toch voor heel andere doeleinden wordt ingezet, ontgaat haar waarschijnlijk nog volledig.

Grondpatroon leerlijn: van vergelijken via afpassen naar aflezen

Als kinderen de basisschool binnenkomen, hebben ze gewoonlijk al een aantal van de hierboven beschreven ervaringen achter de rug. Er is dus ook al een zeker besef van wat meten inhoudt en van de verschillende grootheden waarop meten betrekking heeft. Het fijne van veel meetactiviteiten ontgaat hen echter vaak nog, en op school dienen dan ook in veel opzichten nieuwe ervaringen opgedaan te worden. Van belang daarbij is dat de kloof tussen de eigen, betekenisvolle meetactiviteiten in de sfeer van vergelijken en ordenen enerzijds, en de nagebootste meetactiviteiten aan de hand van ‘volwassen’ meetinstrumenten anderzijds, geleidelijk aan verder overbrugd wordt. Hoe kan dit? Welnu, zoals in het voorgaande al naar voren is gekomen, is er één cruciale tussenstap die het meten via vergelijken verbindt met het meten aan de hand van een meetinstrument: het meten via *afpassen met een maateenheid* zoals een stap, een tel, een kopje, en een meterstaaf. Bij het directe vergelijken is immers nog geen sprake van het gebruik van dergelijke maateenheden, en dus ook nog niet van de maat opnemen in de zin van achterhalen hoeveel keer een gegeven maateenheid in of langs of op een bepaald object past. Hebben de kinderen eenmaal de behoefte aan dergelijke maateenheden ervaren en hebben ze de nodige ervaring opgedaan met het gebruik ervan in allerlei situaties, dan kan op een natuurlijke manier de overgang plaatsvinden



naar het meten met behulp van meetinstrumenten zoals ze die in hun eigen omgeving veelal al enigszins hebben leren kennen. Bij dat laatste wordt de maat niet meer via afpassen en tellen genomen, maar via *aflezen op een schaalverdeling*: voor het aantal keren dat een maateenheid in of langs of op een gegeven object past, wordt een getal afgelezen dat overeenkomt met het aantal keren dat die maateenheid voorheen afgepast werd. Het daadwerkelijke afpassen maakt dus plaats voor aflezen, en de meetactiviteit wordt gereduceerd tot het bepalen van een hoogte of afstand op een schaalverdeling. Het is juist als de kinderen dit proces van maatontwikkeling en overgang naar het gebruik van meetinstrumenten bewust doorlopen dat het inzicht in het wezen van het meten zich steeds verder verdiept. Hiermee dient zich een grondpatroon voor de leerlijn aan dat voor de verschillende grootheden doorlopen wordt: van vergelijken via afpassen naar aflezen.

In het kader van een serie activiteiten rond het thema 'koken' zijn de kleuters intensief bezig met het bakken van taarten en dergelijke. Natuurlijk moeten er ook ingrediënten afgepast worden. Aanvankelijk fungeert het kopje daarbij als maateenheid. Er worden bijvoorbeeld 4 kopjes 'meel' afgepast, 3 kopjes 'melk', 2 kopjes 'suiker' en zo meer.



In een kringactiviteit wordt vervolgens nog eens teruggekeken op de werkzaamheden. Daarbij wordt onder andere een grote, doorzichtige fles genomen en mogen de kinderen schatten hoeveel kopjes 'melk' er uit een volle fles gehaald kunnen worden. Via controle en streepjes op de fles zetten, komt als vanzelf het idee naar voren om op de fles streepjes per kopje te zetten om aan te geven hoe hoog de 'melk' dient te komen voor 1 kopje, 2 kopjes, enzovoorts.



Als langs de schaalverdeling nog getallen worden toegevoegd, ontstaat aldus een echte ‘kopjesmaatbeker’ die goede diensten kan bewijzen bij het afpassen van ingrediënten.

Centrale plaats van grootheid lengte

Binnen de leerlijn die in de onderbouw voor het meten doorlopen wordt, neemt de grootheid lengte een centrale plaats in. Voor deze grootheid wordt de in het voorgaande geschetste fasering van

- meten via vergelijken en ordenen
 - meten via afpassen aan de hand van een maateenheid
 - meten via aflezen met behulp van een meetinstrument
- in al haar uitgebreidheid doorlopen.

Zo is er in groep 1 en 2 ruime aandacht voor het vergelijken en ordenen, maar ook al voor het afpassen aan de hand van een maateenheid, waarbij lichaamsmaten een belangrijke functie vervullen. Verder vindt er een eerste oriëntatie plaats op het gebruik van meetinstrumenten in de vorm van het ‘vijfmeterlint’ (de rolmaat). Een oriëntatie die wordt voortgezet en uitgebreid in groep 3 en 4 als de kinderen eerst zelf een ‘voetmeter’ construeren, en daarna gangbare meetinstrumenten als duimstok, huishoudcentimeter en bordliniaal onderzoeken en leren gebruiken. Doordat de schaalverdeling van deze instrumenten sterk overeenkomt met die van de voetmeter die ze zelf geconstrueerd hebben, groeit het inzicht in het hoe en waarom van deze instrumenten steeds verder.

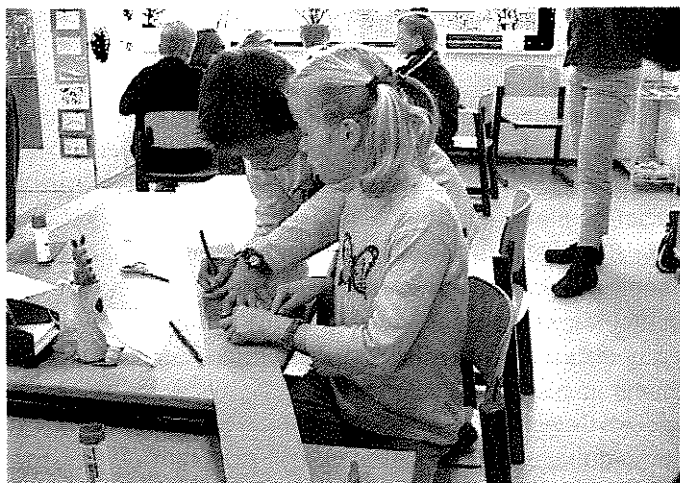
Bij veel van deze activiteiten rond de grootheid lengte krijgt het zelf uitvoeren van metingen de nodige aandacht. Eigen, praktische ervaringen op dit gebied zijn onontbeerlijk. Daarnaast zijn het vooral vragen gericht op een nadere doordenking en verkorting van de meethandelingen, die de activiteiten waardevol maken:

- wat zou een geschikte meetstrategie kunnen zijn?
- hoe ga ik de meting praktisch gezien uitvoeren?
- hoe interpreteer ik het resultaat van de meting?
- zou het ook sneller en handiger kunnen?

De gezamenlijke beantwoording van dergelijke vragen leidt tot een steeds grotere vaardigheid in het praktische meten en tot een steeds verdere verdieping van het inzicht in de werkwijzen die bij het meten voor deze grootheid gehanteerd worden.



In groep 4 doen de kinderen eerst nog enkele ervaringen op met het opmeten van grotere afstanden en afmetingen met behulp van de meterlat: een lat met een lengte van precies 1 meter. Een en ander leidt tot meetresultaten als “bijna 4 meter breed” en “2 meter en nog een klein stukje hoog”. Vervolgens vertelt de leraar een verhaal over een land waar met de voet als maateenheid wordt gemeten. Men gebruikt daarbij een maatlat ter lengte van precies één gestandaardiseerde voet als maat om via afpassen allerlei metingen uit te voeren. Maar echt handig blijkt dit op den duur toch niet. Vooral als er veel opgemeten moet worden (zoals de hoogte van muurtjes in aanbouw), is het afpassen nogal omslachtig. Steeds meer mensen in het land beginnen zich dan ook af te vragen: “Zou het niet sneller en handiger kunnen?”



De kinderen krijgen de beschikking over een voetstrook, een lange strook papier en een schaar, en proberen in groepjes een oplossing voor dit probleem te bedenken. Algauw komt in verschillende groepjes het idee naar voren om een voetmeter te maken: je neemt de lange strook, tekent daar bijvoorbeeld 8 of 10 voeten op af, en hoeft dan de strook alleen nog maar langs het te meten object te leggen en het aantal voeten te tellen. Andere groepjes gaan nog een stap verder. Zij betogen dat je ook getallen bij de streepjes van de voeten kunt zetten, en dan heb je een echte voetmeter waarmee je de lengte kunt aflezen.



Andere grootheden: verkenning in samenhang met lengte

Voor de grootheden inhoud, gewicht, oppervlakte en tijd wordt de genoemde fasering minder uitgebreid en volledig doorlopen. Toch zijn activiteiten op deze gebieden ook van groot belang. Elke grootheid brengt immers z'n eigen specifieke mogelijkheden en moeilijkheden met zich mee om objecten te vergelijken en om de maat te nemen. Juist doordat de kinderen daar de nodige ervaring mee opdoen, verwerven ze een steeds beter inzicht in het wezen van het meten, terwijl ze tevens een zekere mate van praktische vaardigheid in het uitvoeren van metingen ontwikkelen. Waar het nu vooral op aankomt, is dat activiteiten met betrekking tot deze grootheden zodanig gekozen worden dat

- deze een aanvulling en verrijking vormen op wat de kinderen bij lengte in de verschillende fasen al ervaren
- de samenhang tussen de verschillende grootheden voor wat betreft de bij het meten gehanteerde werkwijzen steeds duidelijker naar voren treedt.

Zo vinden er in de groepen 1 en 2 op het gebied van inhoud en gewicht veel waardevolle activiteiten plaats waarbij vergelijkingsstrategieën ontwikkeld worden die een verbreding geven aan wat bij lengte op dit punt al is ontdekt. Terwijl de aandacht voor wat betreft inhoud in deze groepen tevens uitgaat naar het afpassen met een maat en naar het gebruik van een eenvoudig meetinstrument in de vorm van de hierboven al beschreven kopjesmaatbeker. Het belang hiervan ligt natuurlijk niet zozeer in de praktische waarde van dit instrument, maar meer in het bewust ervaren van de overgang van het meten via afpassen naar het meten via aflezen. En van het feit dat de meting daarbij als het ware wordt *getransformeerd* tot een vorm van lengtemeting waarbij de maat wordt afgelezen op een lineaire schaalverdeling.

Ook op het gebied van oppervlakte zijn veel waardevolle activiteiten in de sfeer van vergelijken en afpassen met een maat mogelijk, maar deze lenen zich meer voor groep 3 en 4. Op een verrassende manier komt daarbij ook naar voren hoe de ene grootheid soms door een andere vervangen kan worden om een meting beter uitvoerbaar te maken.

In groep 3 hebben de kinderen in de afgelopen weken de nodige ervaringen opgedaan met het vergelijken van de oppervlakte van allerlei platte objecten als lappen stof en tuintjes. Dat waren veelal



papieren activiteiten waarbij aan de hand van plaatjes van de betreffende objecten gezocht werd naar passende vergelijkingsstrategieën, zoals het op elkaar leggen en kijken waar er nog wat uitsteekt, verknippen en omvormen, enzovoorts. Vandaag wordt een en ander nog eens dunnetjes overgedaan waarbij midden in de kring drie grote, ongeveer even dikke stukken ‘bakkersdeeg’ (klei) liggen. De vraag is: welk stuk zou het grootste zijn? En wat zou een handige manier zijn om daarachter te komen? Er worden diverse strategieën geopperd die sommige kinderen al eerder beproefd hebben. In aanvulling daarop blijkt er nog een verrassende nieuwe suggestie te zijn: je kunt de stukken ook op je hand leggen en proberen te voelen welke het zwaarste is. En als dat niet meteen lukt, kun je ze op de balans leggen en kijken welke het zwaarste is.

Voor de grootheid gewicht ervaren de kinderen in groep 3 en 4 eveneens de samenhang met het meten van lengte bij het zelf construeren van een unster. Voorafgaand daaraan hebben ze met een weegschaal met een set standaardgewichten van 10, 50, 100 en 500 gram gewerkt. Daarbij ontdekken ze hoe zulke standaardgewichten gebruikt worden om een instrument te construeren waarmee het gewicht op een schaalverdeling afgelezen kan worden. Zodoende ervaren ze nogmaals hoe afpassend meten kan overgaan in een vorm van aflezend meten via een transformatie naar de grootheid lengte. Ook hier geldt dat de onderzoeksactiviteiten met dergelijke meetinstrumenten een belangrijke verbreding en verrijking geven aan wat al eerder binnen het gebied van de grootheid lengte is ervaren. Bovendien groeit zo het inzicht in de samenhang tussen de verschillende vormen van meten. De waarde van het zelf werken met dergelijke meetinstrumenten ligt overigens niet alleen in het feit dat daarmee het inzicht in het meten sterk bevorderd wordt. In de schaalverdelingen die kenmerkend zijn voor deze instrumenten ligt namelijk ook al een deel van de maatstelsels besloten die naderhand, vanaf groep 5, steeds meer object van onderzoek en overdenking vormen. Zo ligt in de bordliniaal het systeem van de kleine lengtematen – van meter tot en met millimeter – besloten, en in de keukenweegschaal het systeem van gewichtsmaten kilogram, gram, ons en pond. Via het werken met meetinstrumenten wordt derhalve tevens geanticipeerd op de verkenning van de verschillende maatstelsels als zodanig, en in het verlengde daarvan op het rekenen en redeneren met maten.



Doel en organisatie meetonderwijs

Ontluikend maatbesef als overkoepelend doel

Meetonderwijs heeft als doel de kinderen te leren met een passende maat te meten, daarbij passende wiskundetaal te gebruiken en eenvoudige meetproblemen met betrekking tot lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, snelheid en temperatuur op te lossen.³

In groep 1 tot en met 4 van het basisonderwijs dient de grondslag gelegd te worden voor het bereiken van dit doel. Zoals in het voorgaande is beschreven, ligt het accent daarbij op het opdoen van een aantal betekenisvolle meetervaringen waarmee een brug geslagen wordt tussen de eigen, informele maatkennis en het gebruik van gangbare, maar nog niet goed begrepen meetinstrumenten als liniaal, weegschaal en maatbeker. Kennis van de verschillende maatsoorten, zowel voor wat betreft natuurlijke maten als standaardmaten, komt daarbij geleidelijk aan tot ontwikkeling. Tevens verwerven de kinderen gaandeweg meer inzicht in de werking van de genoemde instrumenten, in het bijzonder voor wat betreft de betekenis van het aflezen van de maat op een schaalverdeling. Via de tussendoelen die in de volgende hoofdstukken worden geformuleerd, wordt een aantal bakens uitgezet die de leraar kunnen helpen bij het gestalte geven aan het meetonderwijs.

Er is echter ook een overkoepelend leerdoel dat aan deze meer specifieke doelen ten grondslag ligt. Het gaat er bij het meetonderwijs eerst en vooral om dat de kinderen gevoel voor het meten verwerven doordat ze:

- besef ontwikkelen in wat voor soort situaties meten als benaderingswijze van toepassing is
- verschijnselen en situaties uit het alledaagse leven op een passende manier kwantitatief leren benaderen
- een daarbij passende meettaal ontwikkelen
- steeds beter de verschillende grootheden leren onderscheiden en leren doorzien welke grootheid in welke situatie in het geding is
- zich iets leren voorstellen bij de verschillende maatsoorten die met deze grootheden verbonden zijn.

Anders gezegd: de activiteiten en ervaringen dienen in de eerste plaats bij te dragen aan het *ontluikend maatbesef* van de kinderen.



Is dat het geval, dan zullen de meer specifieke doelen op het gebied van het meten ook zonder veel problemen bereikt kunnen worden. Vandaar dat in de volgende hoofdstukken regelmatig verwezen wordt naar dit overkoepelende doel van het meetonderwijs.



Organisatie meetonderwijs

Onderwijsactiviteiten op het gebied van meten brengen nogal eens complicaties met zich mee vanwege het werken met allerlei losse materialen. Dit betreft met name de objecten waaraan iets gemeten moet worden, alsmede de hulpmiddelen en meetinstrumenten waarvan gebruik wordt gemaakt. Het werken met deze materialen kan een rommelige sfeer in de klas teweegbrengen waarin het voor de leraar niet altijd makkelijk is een goed overzicht over alle werkzaamheden te houden en ervoor te zorgen dat iedereen goed bij de activiteiten betrokken blijft. Een gevolg hiervan is dat leraren (en auteurs van schoolboeken) soms geneigd zijn om de echte meetactiviteiten achterwege te laten en zich te beperken tot een summiere introductie van de belangrijkste standaardmaten, gevolgd door papieren activiteiten waarin het voornamelijk draait om het omzetten van de ene in de andere maatsoort. Hoeveel centimeter gaat er in een meter? Hoeveel gram in een kilogram? Enzovoorts.



Uiteraard is het goed te begrijpen dat leraren het onderwijs optimaal in de hand willen houden en in veel gevallen kiezen voor een sobere uitvoering van activiteiten. Anderzijds heeft het grotendeels of geheel achterwege laten van echte meetactiviteiten grote bezwaren, omdat dit afbreuk doet aan de essentie van de leerervaringen die de leerlingen binnen het

meten kunnen opdoen. Wellicht nog sterker dan binnen andere gebieden van het reken-wiskundeonderwijs geldt hier namelijk dat de eigen ontdekkingen en de zelf verworven inzichten van de kinderen van doorslaggevende waarde zijn.

Het zelf bedenken van handige vergelijkingsstrategieën, het samen onderzoeken hoe je afpassend met een meterlat kunt meten, en het met de hele groep doordenken van het hoe en waarom van meetinstrumenten als maatbeker, liniaal en brievenweger – dat is toch waar

het voor een belangrijk deel op aankomt. Dat is de oriënteringsbasis die zin en betekenis geeft aan het latere omzetten van de ene in de andere maatsoort en aan het rekenen en redeneren met maten.

Een goede organisatie van het onderwijs is bij dit alles onontbeerlijk.

Het vooraf bijeenzoeken van de benodigde materialen en het doordenken van de activiteit kunnen daarbij in hoge mate behulpzaam zijn. In het kader daarvan kunnen vragen beantwoord worden als:

- Welke materialen zijn er precies nodig?
- In welke hoeveelheden dienen deze aanwezig te zijn om te bereiken dat iedereen actief bezig kan zijn?
- Verdient het de voorkeur om de meetactiviteiten met de hele groep uit te voeren, of is het beter de kinderen in groepjes te laten werken?
- En in het laatste geval: verdient het aanbeveling tot een soort taakverdeling te komen waarbij ieder kind weet wat ervan hem/haar gevraagd wordt?
- Op welke wijze noteren de kinderen de resultaten van hun metingen?
- Wat gaan kinderen doen die voortijdig klaar zijn met hun metingen?
- Hoe vindt een eventuele nabespreking met alle kinderen samen in grote lijnen plaats?





Natuurlijk is het ondoenlijk om bewerkelijke meetactiviteiten zeer regelmatig op touw te zetten. Dat zou zoveel voorbereiding en organisatie vergen, dat de andere lessen eronder te lijden kunnen hebben. Maar het van tijd tot tijd organiseren van zulke activiteiten is onmisbaar voor goed meetonderwijs. Eén daadwerkelijk uitgevoerde en met de hele groep nabesproken meetactiviteit kan meer bij de kinderen teweegbrengen dan tien papieren meetactiviteiten. En het enthousiasme van de kinderen is vaak dermate groot, dat een zekere mate van luidruchtige bedrijvigheid in de klas graag voor lief genomen zal worden.

Enkele punten nader belicht

Historisch uitstapje: geld als grootheid

In hoeverre moet geld als een aparte grootheid worden beschouwd? En in hoeverre verdient dit onderwerp een aparte plaats in de leerlijnbeschrijving? Men kan hierover van mening verschillen. Zo wordt geld in sommige van de huidige reken-wiskundemethoden als een onderdeel van het domein meten opgevat, terwijl het bij andere methoden tot het domein getallen en getalrelaties wordt gerekend. In dat laatste geval wordt het, behalve als een op zichzelf belangrijk onderwerp, vooral als een belangrijke bouwsteen voor getalbegrip beschouwd.

Historisch gezien valt er zeker iets voor te zeggen om geld als een aparte grootheid in de zin van *waarde* op te vatten. Vanaf het moment dat de handel tussen verschillende volkeren in het verre verleden begon op te bloeien, heeft deze grootheid een rol gespeeld in de vorm van ruil- of handelswaarde. Aanvankelijk ging het om ruilhandel waarbij veelal gewerkt werd met vaste ruilverhoudingen. Toen de handel intensiever en uitgebreider werd, ontstond er steeds meer behoefte aan specifieke waarde-ruilmiddelen: middelen die niet direct tot de voedingsmiddelen behoorden, maar die op zichzelf een intrinsieke, vaste hoge waarde vertegenwoordigden. Vooral edelmetalen als goud en zilver leenden zich daarvoor. Terwijl waarde als grootheid tot dan toe vooral gekoppeld was aan aantal en inhoud, werd op dat moment de relatie met de grootheid gewicht steeds actueler.



Door gebruik te maken van bijvoorbeeld gouden ringen of zilveren staafjes van een bepaald gewicht, werd het mogelijk om op een meer geavanceerde manier handel te drijven: men ruilde bijvoorbeeld varkens of schapen tegen een bepaald aantal goudkorrels of zilverstaafjes en gebruikte deze vervolgens om graan of zout te kopen.⁴



Uiteraard dienden de zilverstaafjes een vast gewicht te hebben, en dit verkreeg men onder meer door het gewicht ervan te koppelen aan het gewicht van een vast aantal graankorrels. De balans fungeerde daarbij als hulpinstrument voor het ijken. Om te voorkomen dat er makkelijk geknoeid kon worden met zulke gewichten, werden de staafjes vanaf een zeker moment in dezelfde, meestal ronde vorm gegoten en gestempeld met de beeltenis van een vorst. Daarmee deed voor het eerst het geld z'n intrede zoals wij dat ook nu nog gebruiken: een stelsel van munten en bankbiljetten die een vaste waarde vertegenwoordigen en die gebruikt kunnen worden bij het inkopen en verkopen van allerhande goederen. Dat deze ontwikkeling bepaald nog niet ten einde is, blijkt wel uit de stroom van nieuwe elektronische betaalmiddelen die de afgelopen jaren zijn geïntroduceerd: pinpas, chipknip, creditcard, internet-bankieren, enzovoorts. Daarmee beperkt de rol van geld zich meer en meer tot de functie van rekeneenheid in het betalingsverkeer, en wordt de rol als direct betaalmiddel steeds minder prominent.

Uiteraard is het van belang dat kinderen grondig vertrouwd raken met ons geldsysteem, zeker in een tijd dat wij van de ene naar de andere munteenheid omschakelen: van gulden naar euro. Het ligt echter niet zo voor de hand om dat te doen door geld als een grootheid op te vatten die in het onderwijs op een vergelijkbare wijze behandeld dient te worden als andere grootheden zoals lengte of gewicht.

Dat heeft in de eerste plaats te maken met het feit dat het bij geld om een zogenoemde discrete grootheid gaat, in tegenstelling tot de eerdergenoemde continue grootheden als lengte en inhoud. Bij geld kunnen namelijk niet alle waarden zonder meer in een aantal geldeenheden uitgedrukt worden. In samenhang daarmee zijn echte meetactiviteiten in de zin van waarde vergelijken of waarde bepalen met deze grootheid niet goed mogelijk. Ook zijn er geen echte meetinstrumenten voorhanden waarmee waarde bepaald kan worden. Hoogstens zou men de digitale weegschaal waarmee in de supermarkt appels of tomaten worden afgewogen en geprijsd, enigszins als zodanig kunnen opvatten. Activiteiten rond geld dragen in het algemeen dan ook niet zoveel bij tot het overkoepelende doel van ontluikend maatbesef. Om die reden wordt er in de volgende hoofdstukken geen plaats ingeruimd voor een aparte leerlijnbeschrijving rond de grootheid geld.



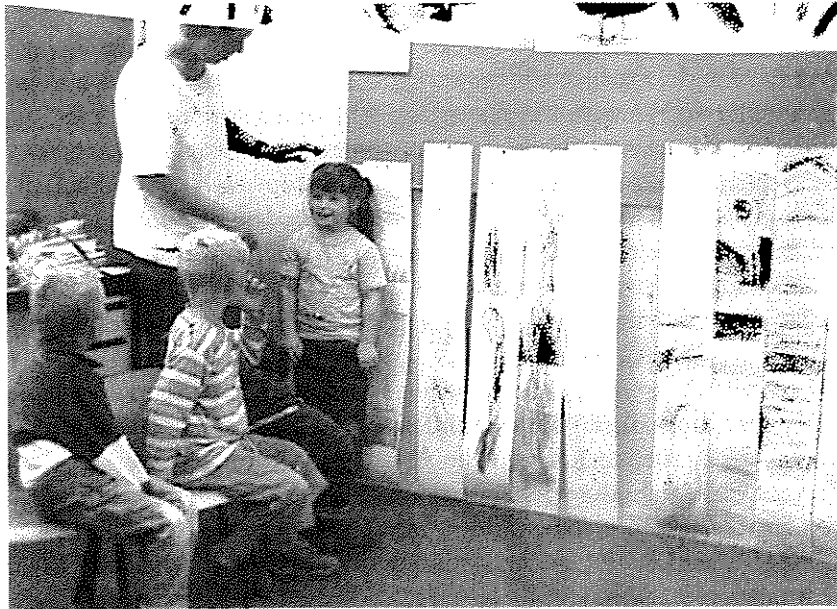
Afwijkende plaats van de grootheid tijd

Een bijzondere plaats wordt binnen de leerlijn ingenomen door de grootheid tijd. Ook hier zijn natuurlijk activiteiten mogelijk waarin de genoemde drie vormen van meten een rol kunnen spelen. Tijd kan bijvoorbeeld gemeten of afgebakend worden via tellen en via gebruik van instrumenten als zandloper, eierwekker, stopwatch en (digitaal) horloge. Daarbij kunnen belangrijke maateenheden als minuut en seconde nader verkend en beleefd worden. Maar de nadruk met betrekking tot deze grootheid ligt toch vooral op een ander aspect, namelijk op de ontwikkeling van een goed tijdsbesef en – in samenhang daarmee – op het leren klokkijken.

De ontwikkeling van tijdsbesef speelt door de hele basisschool een rol, terwijl het klokkijken voor wat betreft de analoge tijdsaanduidingen vooral in de groepen 3, 4 en 5 een sterk accent krijgt. Het werken met digitale tijdsaanduidingen komt vooral in de groepen 5 en 6 onder de aandacht, waarbij de samenhang met het ‘gewone’ klokkijken een belangrijk aanknopingspunt vormt. Terwijl het leren rekenen en redeneren met (digitale) tijd vooral in de hoogste leerjaren actueel is, bijvoorbeeld in het kader van het werken met aankomst- en vertrektijden. In die zin speelt deze grootheid een zijdelingse maar daarom zeker niet minder belangrijke rol in de hierna volgende leerlijnbeschrijving.

Grafieken in het meetonderwijs

Meetresultaten worden in de praktijk vaak op sterk uiteenlopende manieren weergegeven. Eén daarvan wordt gevormd door grafieken. Via allerlei grafische beschrijvingsvormen is het vaak mogelijk een grote hoeveelheid meetgegevens overzichtelijk weer te geven. Bovendien kunnen aan de hand van een grafiek soms bepaalde verbanden achterhaald worden of conclusies worden getrokken. Grafieken is dan ook een onderwerp dat in het kader van het meten zeker een plaats in het onderwijs verdient. Het gaat daarbij in eerste instantie niet zozeer om het lezen en analyseren van bestaande grafieken, maar vooral om het zelf samenstellen van grafieken op basis van zelf bepaalde meetgegevens.



In de hierna volgende leerlijnbeschrijving zal geïllustreerd worden hoe deze grafische verwerking van meetresultaten al op een basaal niveau in de eerste leerjaren van de basisschool kan plaatsvinden. Bijvoorbeeld als de kinderen een strook van de eigen lengte vervaardigen en deze stroken vervolgens naast elkaar aan de muur hangen. Naderhand worden soortgelijke grafieken samengesteld met betrekking tot het eigen gewicht en de lengte van het eigen middel. Verder ervaren de kinderen hoe het verloop van tijd op verschillende manieren grafisch uitgebeeld kan worden in de vorm van dag-, week- en maandoorzichten. Een en ander blijft vooralsnog beperkt tot eenvoudige pictogrammen (plaatjesgrafiek), staafgrafieken en sectordiagrammen.



Meten in groep 1 en 2

Inleiding

Spontane en vooropgezette meetactiviteiten

Meetactiviteiten, al dan niet bewust uitgevoerd, doen zich in de dagelijkse praktijk van het onderwijs in de groepen 1 en 2 veelvuldig voor.

Ze vormen een natuurlijk bestanddeel van het ervarings- en ontwikkelingsgerichte onderwijs in deze leerjaren. Gaan de kinderen in het kader van activiteiten in de poppenhoek bijvoorbeeld op zoek naar een spreid voor over een bed, dan moet deze groot genoeg zijn. En is er sprake van het inpakken van een cadeautje, dan dient een stuk papier gezocht te worden dat groot genoeg is om het hele cadeau te omvatten. Evenzo moet de limonade die de kinderen voor hun 'patiënten' in het 'ziekenhuis' maken, eerlijk over vier of vijf glazen verdeeld worden. In al zulke situaties vormt het meten, vaak op een impliciete manier, een natuurlijk element in het geheel van spel- en werkmomenten dat zich dagelijks in de kleutergroep voordoet. Voor de leraar komt het erop aan alert te zijn op zulke *spontane activiteiten* en deze van tijd tot tijd aan te grijpen om de kinderen te attenderen op het meetaspect ervan. Ook kan het de moeite waard zijn om aan een spontane activiteit een zodanige wending te geven, dat het meetaspect nadrukkelijker onder de aandacht komt.

Mathijs en Sander zijn met de grote houten blokken een toren aan het bouwen. Door de blokken twee aan twee kruiselings op elkaar te stapelen, krijgt de toren zoveel stevigheid, dat deze heel hoog wordt en ook nogal begint over te hellen. "Bijna al zo hoog als ik", zegt Sander. De leraar komt erbij en prijst de kinderen voor het mooie bouwsel. Maar ze heeft liever dat dit niet te hoog wordt, want vorige week heeft een kind door een omvallende toren nog een lelijke buil opgelopen. "Weet je wat? Als jullie de bovenste blokken er nu eens afhalen en daarvan een tweede toren maken? En dan maak je de twee torens precies even hoog ..." Dat vinden de kinderen een goed idee. Er wordt heel wat afgepast en gemeten, en uiteindelijk komen er twee zo goed als even hoge torens te staan.





Vanzelfsprekend kunnen dergelijke spontane activiteiten betrekking hebben op uiteenlopende grootheden, en is het niet goed mogelijk er een duidelijke leer- of ontwikkelingslijn voor aan te geven.

In aanvulling op deze spontane activiteiten is het van belang om een aantal activiteiten te organiseren, waarin de kinderen zich op een meer gerichte, expliciete manier oriënteren op bepaalde aspecten van het meten. Zulke activiteiten zijn natuurlijk ook verbonden met de eigen belevingswereld van de kinderen. Maar doordat het meetaspect nadrukkelijker op de voorgrond staat, is het mogelijk de kinderen een aantal meer bewuste, expliciete leerervaringen op dit gebied te laten opdoen die een waardevolle aanvulling vormen op de meer spontane leerervaringen. Dergelijke *vooropgezette activiteiten* kunnen bijvoorbeeld betrekking hebben op het zelf bedenken van handige vergelijkingsstrategieën, op het onderzoeken hoe het afpassen met een maateenheid in z'n werk gaat, en op het ontwerpen of gebruiken van een eenvoudig meetinstrument. Het zijn vooral de grootheden lengte, inhoud en gewicht die zich lenen voor zulke activiteiten. Deze zijn in de eerste plaats gericht op het stimuleren van ontluikend maatbesef zoals dat in het vorige hoofdstuk als overkoepelend doel voor het meetonderwijs is beschreven. Dit betekent dat aansluiting wordt gezocht bij wat de kinderen al weten en begrijpen op het gebied van meten, en dat ernaar gestreefd wordt deze kennis geleidelijk aan verder te verbreden en te verdiepen. Het accent ligt daarbij op het verwerven van een steeds beter inzicht in wat meten inhoudt, in de verschillende grootheden waarop meten betrekking heeft en in de meetstrategieën die gehanteerd kunnen worden.

Welke fasen komen aan bod in groep 1 en 2?

Anders dan bij de spontane meetactiviteiten is het voor deze vooropgezette meetactiviteiten wel mogelijk een leerlijn aan te geven in de zin dat ze, in een zekere volgorde uitgevoerd, kunnen bijdragen aan een steeds verdere verdieping van het inzicht van de kinderen in de verschillende aspecten van het meten. Deze ordening is echter slechts in globale zin bepaald: er zijn tal van variaties mogelijk in de wijze waarop ze uitgevoerd en achterelkaar in lijn geplaatst worden.

Van de drie in het voorafgaande genoemde fasen is voor deze vooropgezette meetactiviteiten de fase van het vergelijken en ordenen



de meest actuele voor groep 1 en 2. Zowel voor lengte, inhoud als gewicht is er een variëteit aan activiteiten mogelijk waarin allerlei vergelijkingsstrategieën door de kinderen ontwikkeld en doordacht worden.

Daarnaast zijn er uitstapjes naar de fase van de maatontwikkeling en het werken met een maateenheid, waarbij ook het weergeven van meetresultaten in een eenvoudige grafiek aan de orde komt; en naar de fase van het werken met een meetinstrument in de vorm van de kopjesmaatbeker en het vijfmeterlint.

Andere gangbare meetinstrumenten zoals duimstok, personenweegschaal en gewone maatbeker kunnen overigens wel degelijk ook een zekere rol in het onderwijs spelen. In het kader van projecten rond bepaalde beroepen zoals timmerman of kleermaker zijn deze veelal ook wel aanwezig in de kleutergroep. Het probleem is echter dat deze instrumenten nogal complex van aard zijn door de getallen die erop staan, de verschillende maten die ermee belichaamd worden en de decimale structuur die erin is verwerkt. Als gevolg daarvan zijn ze voor de kinderen gewoonlijk nog niet of nauwelijks te doorgronden. Ze worden dan ook vooral gebruikt om op een nagebootste manier metingen uit te voeren waarvan de betekenis de kinderen nog grotendeels ontgaat. Juist door een aantal meer elementaire meetactiviteiten rond vergelijken en maatontwikkeling te organiseren, kan geanticipeerd worden op de ontwikkeling van een beter inzicht in dergelijke meer geavanceerde instrumenten.



Zoals in de domeinbeschrijving ook al is aangegeven, is het onderscheid tussen de verschillende grootheden die kinderen aanvankelijk lang niet altijd duidelijk. Het gebeurt nogal eens dat er bijvoorbeeld gesproken wordt van 'groot' zonder dat duidelijk is of het nu gaat om de lengte, oppervlakte of – meer algemeen – om de omvang van een object.



Voor het onderwijs is het dan ook van belang om de kinderen steeds meer bewust te maken van het eigene van de verschillende grootheden. Bijvoorbeeld: dat je verschil in lengte vaak kunt zien, terwijl dit bij inhoud via enkele passende handelingen zoals overgieten achterhaald kan worden, en bij gewicht via op de hand nemen en voelen. Door de kinderen daarbij hun bevindingen regelmatig te laten verwoorden, komt ook de bijbehorende meettaal steeds verder tot ontwikkeling.

Het belang van plezier in het meten

Buiten dit alles zijn er uiteraard nog andere factoren die bepalend zijn voor de mogelijke leereffecten van meetactiviteiten. De waarde ervan wordt namelijk behalve door hun leerstofinhoud en hun verbondenheid met de belangstellingssfeer van de kinderen ook voor een belangrijk deel bepaald door het plezier dat ze erin hebben, door de mate waarin ze meeleven en zich gegrepen voelen door de aangesneden problematiek. Is dat het geval, dan zal het inzicht in allerlei aspecten van het meten zich zonder twijfel ook voorspoediger ontwikkelen.

In groep 1 en 2 wordt een videofilmje bekeken. Het is een filmpje uit Sesamstraat. Bert en Ernie hebben samen een dropveter gekregen. De veter is in twee stukken verdeeld, maar deze zijn niet even groot. Wat nu te doen?





Ernie weet raad: “Weet je wat ik doe? Ik eet van deze (pakt het langste stuk) een klein stukje op (voegt de daad bij het woord) en dan zijn ze ... precies even groot!”

Maar helaas, nu blijkt het andere stuk iets groter.

Weer weet Ernie raad en hapt een stukje af van wat nu het grootste stuk is.

Zo gaat het door. Uiteindelijk blijkt hij tot ontsteltenis van Bert alles opgegeten te hebben ...

Na afloop van het filmpje wordt een korte nabespreking gehouden. De kinderen zijn er nog vol van.

“Het was niet eerlijk”, aldus een van de kinderen.

Een ander kind: “Misschien deed hij het wel expres.”

Nog een ander: “Maar het was wel slim...!”

Daar is iedereen het over eens.

Dan heeft de leraar nog een vraag: “Zouden wij dat kunnen, een dropveter in twee precies even grote stukken verdelen?”

Ter verduidelijking pakt ze er een stuk touw bij van ongeveer een halve meter: “Stel dat dit de dropsliert is, hoe kun je hem dan met z’n tweeën eerlijk verdelen?”

“Dan moet je hem doormidden doen”, aldus een van de kinderen.

“Maar hoe doe je dat dan?”, is de wedervraag van de leraar.

“Met je hand kijken waar het is”, aldus een ander kind.

Hij demonsteert deze aanpak door met z’n vinger al aanwijzend te proberen het midden te achterhalen.

Verschillende kinderen gaan nu aanwijzingen geven en mogen het ook eens proberen. Totdat er een meisje met een ander idee komt. Zij laat zien hoe je het touwtje dubbel kunt vouwen en daarbij de uiteinden precies naast elkaar kunt leggen.

Voor de meeste kinderen is dit zeer overtuigend: je ziet nu precies waar het midden is, en dan heb je ook twee even grote stukken ...



Tussendoel meten 1

De kinderen verwerven een geleidelijk groeiend inzicht in verschillende grootheden als lengte, inhoud en gewicht, en leren deze van elkaar te onderscheiden.

Kinderen zijn vaak op allerlei manieren spontaan bezig met activiteiten als aankleden van poppen, bouwen van torens, vergelijken wie het grootste is, nagaan of er genoeg limonade is, enzovoorts. De leraar grijpt zulke situaties van tijd tot tijd aan om de aandacht op meetaspecten te richten. Op deze manier verwerven de kinderen een eerste inzicht in een aantal grootheden.

Naast deze spontane bezigheden zijn er vooropgezette activiteiten waarbij kinderen expliciet op de verschillende grootheden gericht worden. Dat gebeurt allereerst door vergelijken en ordenen. Door te vergelijken op lengte, inhoud of gewicht wordt het begrip van de grootheid waarop vergeleken wordt, verdiept en verruimd.

Naderhand vinden ook meetactiviteiten plaats waarbij twee andere, meer geavanceerde vormen van meten aan bod komen: die van het werken met een maateenheid en die van het werken met een meetinstrument. De nadruk ligt daarbij op het afpassen van de maat bij lengte en op het uitscheppen bij inhoud. Incidenteel komt ook het gebruik van meetinstrumenten als meetlint en maatbeker aan de orde.

Door al deze activiteiten vindt een verdieping en verbreding plaats van het begrip van de verschillende grootheden.

Voor alle activiteiten geldt dat het uitgangspunt gekozen wordt in voor de kinderen herkenbare en uitdagende probleemsituaties.

Het accent ligt op het samen onderzoeken en doorddenken van het gegeven probleem en op het ontwikkelen van een passende meettaal.



Lengte

Vergelijken en ordenen

Voor jonge kinderen is lengte ongetwijfeld de meest elementaire en meest tastbare grootheid. Ze zien zichzelf bij wijze van spreken dagelijks groter en dus ook langer worden. Regelmatig ervaren ze dat ze te groot zijn geworden voor een bepaalde broek of trui, of dat een paar schoenen te klein is om nog aan te kunnen doen. Ook de bewonderende opmerkingen van familie of vrienden ("Wat ben jij groot geworden, zeg ...") dragen ertoe bij dat kinderen zich sterk bewust zijn van deze grootheid. Het eigen groeiproces biedt dan ook vele aanknopingspunten om in de kleutergroep tot een aantal activiteiten te komen, waarin bepaalde aspecten van het meten met betrekking tot deze grootheid nader onderzocht worden. In eerste instantie staat daarbij het *vergelijken en ordenen* centraal. Het vertrekpunt kan gevormd worden door een opmerkelijke gebeurtenis uit het leven van een van de kinderen, zoals in het volgende voorbeeld. Naar aanleiding van een verhaaltje van een kind in de kring over een nieuwe jurk die véél groter is dan haar oude jurk, wordt vandaag de eigen lengte van de kinderen onder de loep genomen. Wie is er groter, wie kleiner? Hoe kunnen we daarachter komen?

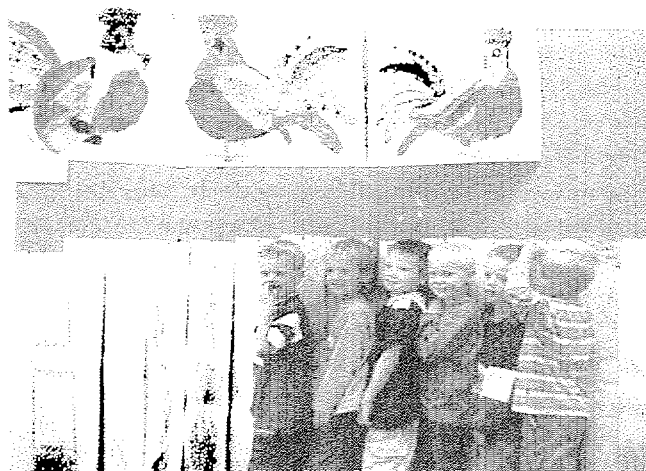
Een groepje van vijf kinderen mag aan één kant van de kring komen staan, zodat iedereen ze goed kan zien. Op het oog is al vast te stellen dat Janneke het grootste is, terwijl Ruben, een jongste kleuter die nog maar net op school zit, duidelijk de kleinste is. Maar hoe zit het met de anderen? Hoe kunnen we dat achterhalen? Sommige kinderen weten van eerdere gelegenheden nog hoe dat kan: "Dan moet je tegen elkaar gaan staan en een plankje of een boek op het hoofd leggen, dan zie je het zo."



Gezamenlijk wordt dit ten uitvoer gebracht en verduidelijkt. Het kind aan wiens kant het plankje omhoog wijst, wordt als grootste aangemerkt. Op deze wijze komt een volgorde van klein naar groot tot stand. De activiteit wordt uitgebreid naar de andere kinderen, en zo



vormt zich uiteindelijk een hele rij van groot naar klein. Vervolgens haalt de leraar een aantal stroken van ongeveer 1½ meter lang te voorschijn. De vraag wordt besproken hoe je een van deze stroken precies even lang kunt maken als Dinja, een van de kinderen uit de groep. Enkele kinderen geven aan dat je dan de strook naast Dinja moet houden en een streepje moet zetten. Maar het blijkt nog niet zo eenvoudig om dit uit te voeren. Hoe weet je nu waar je het streepje precies moet zetten? Uiteindelijk komen er twee suggesties uit de bus die beide uitgeprobeerd worden: de strook op de grond leggen en het kind er zodanig naast laten liggen dat de juiste plaats op de strook afgetekend kan worden, en de strook aan de muur hangen en het kind er tegenaan zetten om de plaats van het streepje te bepalen.



Aansluitend gaan de kinderen in groepjes van twee aan de slag om een strook van de eigen lengte te maken. Dat gebeurt uiteraard niet bij iedereen even nauwkeurig, maar als de verschillende stroken na afloop nog even gezamenlijk bekeken en gecontroleerd worden, blijkt het bij de meeste kinderen toch heel aardig te kloppen. Ter afsluiting hangen ze de stroken naast elkaar aan de muur. Zodoende ontstaat een soort staafgrafiek waar in de komende tijd regelmatig even naar teruggekeken kan worden.



Veel kinderen zijn zeer verbaasd als blijkt dat er maar liefst zes kinderen vrijwel exact even groot zijn. Wie had dat gedacht? Zie video-opname 1.¹



Bijzonder interessant is het natuurlijk als de stroken een klein half jaar later nog eens voor de dag worden gehaald en als nagegaan wordt hoeveel iedereen gegroeid is. Om hierover nader uitsluitel te krijgen, mag elk kind een nieuwe strook op de eigen lengte aftekenen. De aldus verkregen stroken worden nu zodanig achter de oude stroken geplakt, dat je precies kunt zien hoeveel iedereen gegroeid is.

De groeigrafiek die zo ontstaat, wordt gezamenlijk nog eens goed bekeken. Daarbij onderzoeken de kinderen wie het meeste gegroeid is. Op het oog blijken veel kinderen al een vermoeden te hebben.

Zij ondersteunen dit vermoeden door tussen duim en wijsvinger de groeilengte aan te geven van het ene kind, en vervolgens naar de strook van het andere kind te lopen om vast te stellen in hoeverre die meer of minder is gegroeid. Maar al lopende beweegt de hand natuurlijk en zo weet je het nog niet zeker. Uiteindelijk heeft de leraar een goed idee: in plaats van met duim en wijsvinger, wordt de groeilengte op een blaadje aangegeven met twee streepjes. De afstand tussen de twee streepjes wordt vervolgens vergeleken met de groeilengte van het andere kind, en nu is onmiddellijk duidelijk wie het meeste is gegroeid. Al doende is bij deze activiteit het directe vergelijken overgegaan in een vorm van *indirect vergelijken* waarbij een blaadje als *intermediair* fungeert.

Op deze wijze kan een aantal activiteiten plaatsvinden waarbij het eigen groeiproces van de kinderen het uitgangspunt vormt om de eigen lengte te vergelijken en ordenen. In het verlengde daarvan kunnen soortgelijke activiteiten plaatsvinden. Net als bij de bovenstaande activiteiten kan daarbij een zeker accent liggen op het zelf bedenken en uitproberen van handige vergelijkingsstrategieën. Hoe vergelijk je bijvoorbeeld de lengte van het eigen middel van de kinderen? En hoe vergelijk je de omtrek van een aantal bomen in het park naast de school?

De mogelijkheid van het gebruik van een touwtje of strook als intermediair kan hierbij nogmaals onder de aandacht komen.



Werken met een maateenheid: natuurlijke en standaardmaten

Een vorm van vergelijken waarbij als vanzelf ook de mogelijkheid van het werken met een natuurlijke maateenheid naar voren komt, doet zich voor als op een dag op een veldje naast het schoolplein het spel jeu de boules wordt gespeeld. Al spelende zijn de kinderen erachter gekomen dat je goed moet opletten wiens bal het dichtste bij het kleine balletje terechtkomt. Nadat het spel enkele keren gespeeld is, creëert de leraar zelf een spelsituatie waarbij een viertal ballen allemaal een eindje van het kleine balletje af liggen. Verwijzend naar de zojuist beëindigde spelletjes lanceert ze de vraag hoe je nu goed kunt achterhalen welke bal het dichtste bij het kleine balletje ligt. Op het oog kun je al zien dat de blauwe en de gele bal verder weg liggen. Maar hoe zit het met de groene en de rode bal? De meningen blijken verdeeld. Om nader uitsluitsel te krijgen, opperen de kinderen twee mogelijkheden. De eerste daarvan is ook al eens in de klas naar voren gekomen: een stuk touw nemen, daarop de ene afstand aftekenen en deze vergelijken met de andere afstand. De tweede mogelijkheid wordt gesuggereerd door enkele kinderen die het spel al eens eerder op de camping gespeeld hebben: je kunt de beide afstanden met 'voeten achter elkaar' lopen (poten) en vaststellen bij welke bal je minder voeten nodig hebt. Ja, en dat kun je ook met je hand doen, voegt een ander eraan toe.

Nadat hij dit idee heeft toegelicht (de breedte van je hand als maat gebruiken om af te passen), worden alle mogelijkheden uitgeprobeerd.

Er wordt nog wel even stilgestaan bij het feit dat je bij het poten en bij het gebruik van je hand als maat wel dezelfde voet respectievelijk hand voor beide afstanden moet gebruiken. Want als je bijvoorbeeld de ene afstand door de leraar laat poten en de andere door Jerry (een van de jongste kleuters), is het niet eerlijk, zoals enkele kinderen melden. Uiteindelijk komt nu vast te staan dat de rode bal iets dichterbij ligt.

Aldus ervaren de kinderen hoe je met een natuurlijke maateenheid efficiënt lengtes en afstanden kunt vergelijken. Het gebruik van dergelijke lichaamsmaten om afstanden te bepalen kan uiteraard ook los



van het vergelijken aan de orde komen. Bijvoorbeeld in een situatie waarin de kinderen onderzoeken hoeveel stappen het lokaal of de gang naast het lokaal lang is. Ook op het plein kunnen zo allerlei afstanden worden gemeten. Belangrijke aspecten als het schatten, het afpassen via stappen-en-tellen, en het verwoorden en beschrijven van de meetresultaten kunnen daarbij nader onder de aandacht komen. Een nadere kennismaking met dit afpassende meten krijgt z'n beslag als de leraar op een dag de 'meterlat' introduceert: een houten lat met een lengte van precies één meter waarvan drie exemplaren in de kring bekeken worden. In het voorafgaande hebben diverse kinderen de term meter al wel eens gebruikt in verband met de eigen lengte. Maar waar die precies toe dient, is voor veel kinderen nog niet erg duidelijk. Daarom wordt er vandaag nader op ingegaan. Nadat besproken is waar de meterlat allemaal voor gebruikt wordt, legt de leraar het verband met de eigen lichaamslengte: wie is er langer dan de meterlat? En wie ongeveer even lang? En wie korter? Gezamenlijk zoeken de kinderen dit uit, waarbij een verdeling in drie groepen ontstaat: kinderen korter dan de meterlat (slechts enkelen), even lang (idem) en langer (het grootste deel van de kinderen).

In een vervolgactiviteit wordt de aandacht gevestigd op allerlei voorwerpen in het lokaal. Wie ziet er een ding dat ongeveer even lang is als de meterlat? Wie ziet er een voorwerp dat even lang is als twee meterlatten? Hoe kunnen we dat controleren? Bijna ongemerkt gaat het vergelijken nu over in een vorm van afpassen waarbij de betreffende lengte wordt vergeleegd met de beschikbare meterlatten. Zolang er genoeg meterlatten zijn om dit te doen, blijkt het afpassen betrekkelijk eenvoudig. Maar wat te doen als er niet genoeg zijn? Hoeveel meterlatten passen er bijvoorbeeld achter elkaar in het lokaal? Om dit probleem nog betekenisvoller te maken voor de kinderen, vertelt de leraar een verhaaltje over nieuwe vloerbedekking. Stel dat er in het lokaal nieuwe vloerbedekking moet komen; wat moet je dan doen?





Gezamenlijk wordt vastgesteld dat je dan moet weten hoeveel meter het lokaal lang en breed is. Dat moet je dan doorgeven aan de meneer van de winkel zodat die de vloerbedekking op de juiste maat kan snijden. Aansluitend wordt nader onderzocht hoeveel meter het eigen lokaal lang is. De drie beschikbare meterlatten worden door enkele kinderen keurig achter elkaar vanaf de muur in de juiste richting van het lokaal gelegd, maar dat blijkt bij lange na niet genoeg te zijn.

Wat nu te doen? Enkele kinderen komen met het idee om de drie latten beter over de hele afstand uit te spreiden: eentje aan het begin, eentje ergens in het midden en eentje helemaal aan het eind. Maar weten we nu hoeveel meter het is? Wat moeten we tegen de meneer van de winkel zeggen? Bevredigend blijkt deze oplossing niet. Vervolgens komen enkele kinderen met een ander idee: je moet de latten weer achter elkaar aan het begin leggen, en dan neem je zo'n 'metertje' en die leg je erachter. Ze blijken een rolmaat van twee meter te bedoelen die in het lokaal aanwezig is. Deze wordt erbij gehaald en uitgerold achter de drie latten gelegd. Om de afstand verder te overbruggen wordt vervolgens ook nog een huishoudcentimeter en een sjaal toegevoegd. Bijna is de overkant nu bereikt. Maar ook deze oplossing blijkt niet bevredigend. Je kunt moeilijk tegen de meneer van de winkel zeggen: "Doe maar drie meterlatten, een rolmaat, een centimeter en een sjaal ..."

Uiteindelijk komt de leraar zelf met een suggestie: "Als we nu eens de eerste lat heel voorzichtig opnemen en achter de derde lat leggen? En dan de tweede lat ... ?" De kinderen pakken deze suggestie direct op. Steeds wordt nu een lat voorzichtig opgenomen en weer aan het eind gelegd, waarbij zorgvuldig vastgesteld wordt hoeveel latten het bij elkaar zijn tot het betreffende punt. Zo komt uiteindelijk, zoals te zien is in video-opname 2², vast te staan dat het lokaal negen meter en nog een stukje lang is.



Op deze wijze kan een nadere kennismaking plaatsvinden met het werken met een maateenheid en het afpassende meten.



Met name in het zoeken naar en uitproberen van een geschikte strategie om dit goed te laten verlopen aan de hand van drie meterlatten, komt de essentie van het afpassende meten duidelijk naar voren.

De kinderen ontdekken dat je de aanwezige meterlatten eerst netjes vanaf het begin achter elkaar kunt leggen, en dat je vervolgens telkens een lat zodanig kunt opnemen en verplaatsen dat daarmee de afstand denkbeeldig volgelegd wordt. Door bij te houden hoeveel latten er op deze wijze achter elkaar passen, kan vastgesteld worden hoeveel meter het lokaal lang is.

Na deze activiteit met de hele groep, worden er van tijd tot tijd door een groepje kinderen in en om het lokaal weer allerlei metingen verricht, waarbij ze aan de hand van de meterlatten in onderling overleg de lengte van uiteenlopende objecten bepalen. Uiteraard kan dit ook in situaties waarin er bochten in het te meten traject zitten, zoals in het geval van het bepalen van de lengte van het hek langs het schoolplein of de muur van de gymzaal. Ook het bepalen van de omtrek van objecten als een dikke boom of de zandbak kan interessant zijn. Dergelijke situaties stellen de kinderen voor een extra probleem waardoor deze des te levensechter en uitdagender worden.

Uitbreiding naar werken met een meetinstrument

Enige tijd later doet zich een bijzonder moment voor. De leraar heeft een zelfgemaakt meetinstrument meegenomen: een oprolbaar vijfmeterlint met een maatverdeling in meters. Ook is er een onderverdeling in decimeters aangebracht, maar daarbij staan geen



getallen aangegeven. In de kring wordt dit eenvoudige instrument bekeken en vergeleken met de meterlatten die al aanwezig zijn. Hoeveel meter lang is het? Hoe kun je dat zien? En hoe kun je met dit meetlint meten? Dergelijke vragen komen uitvoerig aan de orde. Daarbij wordt het lint helemaal uitgerold en wordt de lengte ervan vergeleken met de drie aanwezige meterlatten. Voor de kinderen is nu duidelijk dat het lint eigenlijk bestaat uit vijf meterlatten die aan elkaar zijn geplakt. Het meten aan de hand van het lint wordt eveneens beproefd. In eerste instantie zijn de kinderen geneigd om, lopende langs het lint, te tellen hoeveel meters de kast bijvoorbeeld breed is. Maar sommigen ontdekken dat dit helemaal niet hoeft: "Je kunt gewoon naar de getallen bij de streepjes kijken en dan zie je meteen al hoeveel meter het is." Een enkeling brengt naar voren dat je ook kunt kijken hoeveel kleine stukjes (decimeters) het zijn. De strekking van deze laatste opmerking ontgaat veel kinderen echter vooralsnog.



Maar dat je bij het gebruik van het lint niet al die meters hoeft te tellen, maar in één keer kunt *aflezen* hoeveel meter het is, dat doorzien de meesten wel.

Enige tijd later vertelt de leraar in de kring dat ze een brief heeft gekregen van haar zus, die verhuisd is. In de brief wordt onder andere gemeld dat er vlakbij het nieuwe huis een speeltuin is met een zandbak die wel zes meter lang en vier meter breed is. De leraar legt dit gegeven aan de kinderen voor: "Wat betekent dat nu, een zandbak van zes meter lang en vier meter breed?"

Om een en ander uit te kunnen beelden, wordt eerst op een groot vel papier midden in de kring een rechthoekige vorm getekend. Langs de lange kant daarvan wordt een zes genoteerd, langs de korte kant een vier.

Vervolgens gaat de hele groep het schoolplein op om de zandbak in het echt uit te zetten en te tekenen. Maar hoe pakken we dat nu precies aan?



Hoe zorgen we ervoor dat de zandbak precies zes meter lang wordt? Met krijt tekenen de kinderen eerst een lange, rechte lijn evenwijdig aan de richting van de tegels. Vervolgens mogen ze zelf op diverse manieren proberen om zes meter uit te meten. Eerst wordt dit globaal gedaan via grote stappen. Daarna worden er twee meterlatten gepakt en passen ze aan de hand daarvan een afstand van zes meter af. Ten slotte komt het meetlint eraan te pas: helemaal uittrekken en langs de lijn leggen.



Maar dan is het nog te kort! Er wordt nog een meterlat achter gelegd, en dan blijkt de uitgezette afstand inderdaad zes meter. Zo wordt ook de breedte van vier meter uitgezet. Ter afsluiting gaan alle kinderen even in de 'zandbak' staan – ze blijken er met z'n allen makkelijk in te passen, hoewel de zandbak lang niet zo groot is als het lokaal ...

Aldus kunnen de kinderen een aantal gerichte meetervaringen opdoen die een aanvulling vormen op de meer spontane activiteiten op dit gebied. Het vergelijken als meest elementaire vorm van meten wordt daarbij allengs uitgebreid met de meer geavanceerde vorm van het gebruik van een maateenheid en het afpassend meten. Aspecten als het



bedenken van een geschikte meetstrategie, het schatten, het correct uitvoeren van het afpassen en het interpreteren van het meetresultaat passeren daarbij regelmatig de revue. In het verlengde hiervan vindt een uitbreiding plaats naar het gebruik van een eenvoudig meetinstrument in de vorm van het vijfmeterlint, een instrument dat in het licht van de al opgedane ervaringen met het afpassend meten een nadere betekenis krijgt: het afpassen gaat op inzichtelijke wijze over in aflezen.

Dat het met zo'n meetinstrument ook mogelijk is veel nauwkeuriger te meten, ontgaat de meeste kinderen vooralsnog. Maar dat wordt niet als een probleem ervaren – ontdekken hoe het meetlint in elkaar zit, en hoe je het kunt gebruiken op een manier die in het verlengde ligt van het gebruik van de meterlat, dat is waar het vooral om gaat en wat een gevoel van enthousiasme onder de kinderen teweegbrengt.

Tussendoel meten 2

De kinderen kunnen allerlei objecten vergelijken en ordenen op lengte. Ze kunnen daarbij beschrijvingen gebruiken als groter-kleiner, maar ook specifiekere aanduidingen als langer - korter, dikker - dunner en breder - smaller.

Tevens doen ze ervaring op met het afpassend meten met voor de hand liggende maateenheden als stap, voet en meterstrook.

Lengte is een belangrijke, fundamentele grootheid. Ook andere grootheden worden namelijk vaak weergegeven door een lengteschaal. Denk aan de maatlijn op een maatbeker, de snelheidsmeter in een auto, de weeglijn op sommige weegschalen. Het is dan ook van belang de leerlijn voor lengte zorgvuldig te doorlopen. Lengte ligt bovendien voor jonge kinderen heel dichtbij de eigen interesse en leefwereld. Kinderen groeien, schoenen worden te klein, panty's, broeken en rokken te kort, enzovoort. Bij lengtemeting staat in het begin het vergelijken en ordenen centraal. Het onderling vergelijken van kinderen op lengte biedt een mooi aanknopingspunt dat dichtbij de belevingswereld van de kinderen staat. Dat vergelijken en ordenen kan vaak op het oog. Maar bij kleine verschillen zijn andere aanpakken nodig.



In de groep kan de beste wijze om te vergelijken in dat geval besproken en uitgeprobeerd worden.

Er zijn ook situaties waarin direct vergelijken niet goed mogelijk is. Bijvoorbeeld als de breedte van twee ramen of kasten in het lokaal vergeleken wordt. Hoe kan dat opgelost worden? Een mooi onderwerp om aan de groep voor te leggen en de oplossingen die uit de groep komen uit te proberen.

Een mogelijke oplossing in zo'n geval is het indirect vergelijken met behulp van een strook of stuk touw waarop de lengte wordt afgetekend.

In samenhang met deze werkwijzen komt het afpassend meten in zicht. In eerste instantie kan dat in een vergelijkingssituatie, zoals bij jeu de boules, waarbij lichaamsmaten als stap en voet een rol spelen. Maar ook los daarvan kan het beoefend worden.

Hoeveel passen lang is het lokaal bijvoorbeeld? En hoeveel passen breed? Deze vorm van afpassen is een goede opmaat naar het gebruik van de meter als universele standaardmaat. Hoe pas je af met een of meer meterstroken of -latten? Dat probleem is vooral interessant als er niet voldoende meterlatten zijn. Begonnen kan worden met twee of drie latten en ten slotte kan met een enkele lat gewerkt worden. Die kan evenals bij het afpassen gewenteld worden. Ook is het mogelijk met streepjes te werken die aangeven waar je verder moet gaan met de maat. Met name doordat de kinderen onder leiding van de leraar zelf onderzoeken hoe dergelijke vormen van afpassen in hun werk gaan, verdiept het inzicht in deze manier van meten zich.

Ten slotte kan ook het werken met een meetinstrument in de vorm van een vijfmeterlint verkend worden. De samenhang van deze vorm van meten met het afpassend meten met de meterstrook of -lat kan bewust gemaakt worden. Aldus ervaren de kinderen hoe het afpassend meten kan overgaan in aflezend meten.



Inhoud

Vergelijken en ordenen

Hoewel minder elementair dan lengte, is inhoud een grootheid die zich evenzeer leent om belangrijke leerervaringen mee op te doen in de sfeer van vergelijken en maatontwikkeling. Soms gebeurt dat al spontaan als een groepje kinderen bijvoorbeeld in de zandbak bezig is en als ieder een eigen vrachtwagen met zand heeft gevuld. Het gebeurt dan wel dat er discussie ontstaat over de vraag in wiens wagen het meeste zit – een vraag die lang niet altijd even gemakkelijk is te beantwoorden.



Het is nuttig om deze vergelijkingsproblematiek van tijd tot tijd nader aan de orde te stellen en de kinderen in gezamenlijk overleg op zoek te laten gaan naar geschikte vergelijkingsstrategieën. In de volgende situatie gebeurt dat in de context van het vergelijken van de inhoud van drie bekertjes. Midden in de kring staan op een tafeltje drie bekertjes van verschillende vorm en hoogte. De leraar vertelt er een verhaaltje bij over een kind dat mag kiezen welke van de drie bekertjes hij wil hebben om limonade uit te drinken.

Natuurlijk wil hij de grootste hebben, maar hij twijfelt welke van de drie dat is. Waar zou het meeste in gaan? Kunnen we dat misschien zo al zien? Iedereen is het erover eens dat de beker in het midden de kleinste is; je ziet zo dat daar minder in gaat. Maar hoe zit het met de andere twee bekertjes? Er ontstaat enige discussie. Sommigen vinden de linker beker het grootste, want die is het hoogste. Anderen brengen er tegenin dat de rechter beker veel dikker is, dus daar kon best wel eens meer in gaan. Maar zeker weten doe je het niet. Hoe zouden we er precies achter kunnen komen? Wie heeft er een idee? Dicht naast elkaar zetten en dan nog eens heel goed kijken, oppert een kind. Maar als dit gedaan wordt, blijkt er nog steeds verschil van mening. De ene beker met water vullen en dan kijken of het ook in de andere beker past, is een volgende suggestie. Dit idee wordt door veel kinderen goed ontvangen. Een van hen mag nu de hoge beker bijna tot het randje vullen en daarna de



inhoud overgieten in de ‘dikke beker’. Als de hoge beker helemaal leeggegoten is, blijkt de dikke beker nog niet vol te zijn, en gezamenlijk wordt nu geconcludeerd dat deze laatste beker toch groter is. Of, zoals een kind het formuleert: er kan toch meer in.

Vervolgens laat de leraar nog een kopje van het poppenservies zien en stelt een nieuwe vraag: zou je dit kopje misschien ook kunnen gebruiken om na te gaan in welke beker er meer gaat? Aanvankelijk roept deze vraag enige verbazing op. Hoe kun je nu met een klein kopje nagaan of er in de ene dan wel de andere beker meer gaat? Maar al gauw zijn er kinderen die wel een idee hebben: je kunt kijken hoeveel kopjes water er in de ene en hoeveel er in de andere beker gaan. Waar de meeste kopjes in gaan, dat is de grootste beker. Ook deze strategie wordt gezamenlijk beproefd. Al vullende blijkt het nog wel wat moeite te geven om bij te houden hoeveel kopjes er al in een beker zijn gegaan, en daarom wordt het aantal kopjes via streepjes op het bord bijgehouden. Uiteindelijk blijkt dat er in de hoge beker iets meer dan 8 kopjes passen en in de dikke bijna 10 kopjes. Hiermee is nog eens aangetoond dat er in de dikke beker meer gaat: het scheelt ruim één kopje. Uiteraard kunnen zich in een dergelijke situatie nog andere vergelijkingsstrategieën voordoen, zoals het overgieten van de inhoud van beide bekertjes in een veel grotere beker en kijken bij welke beker het water het hoogste komt. Maar interessant is vooral het samen bedenken, uitproberen en overdenken van de verschillende strategieën die de kinderen, daartoe aangemoedigd door de leraar, naar voren brengen.

Zoals bovenstaande voorbeeld laat zien, kan het directe vergelijken daarbij ook overgaan in het vergelijken met behulp van een maateenheid. Een maateenheid die de meeste kinderen al kennen van het werken met recepten en het vrij experimenteren aan water- of zandtafel.

Werken met natuurlijke maateenheden

Op dit vergelijken van inhouden zijn tal van variaties mogelijk, waarbij soortgelijke vergelijkingsstrategieën uitgeprobeerd en doordacht worden. Terwijl natuurlijke maateenheden als kopje, beker, lepel en dergelijke eveneens regelmatig een rol kunnen spelen.



Voor wat betreft dat laatste gaat het in grote lijnen om twee soorten activiteiten. Bij de eerste wordt bepaald hoeveel keer de maateenheid uit een gegeven hoeveelheid geschept of gegoten kan worden. Bijvoorbeeld: een (speelgoed)vrachtwagen, hoeveel kruiwagens kunnen daarmee gevuld worden?

Bij de tweede wordt de omgekeerde weg bewandeld, en wordt onderzocht hoeveel keer de maateenheid in een gegeven fles, beker of laadbak gegoten kan worden. Bij al zulke activiteiten speelt het vooraf schatten en het al vullende of leeghalende bijstellen van een al gemaakte schatting een rol. Ook het gezamenlijk onder woorden brengen van het resultaat, rekening houdend met het feit dat het niet precies uitkomt, is belangrijk. Omschrijvingen als 'bijna acht kopjes', 'vier bekers en nog een klein beetje' en 'drie kruiwagens en nog een halve' kunnen daarbij aan bod komen, terwijl het resultaatief tellen ook regelmatig onder de aandacht komt. Met name het gelijke tred houden van de telhandeling en het uitspreken van het bijbehorende telwoord (het synchrone tellen) wordt zorgvuldig in de gaten gehouden.

Werken met een meetinstrument: de kopjesmaatbeker

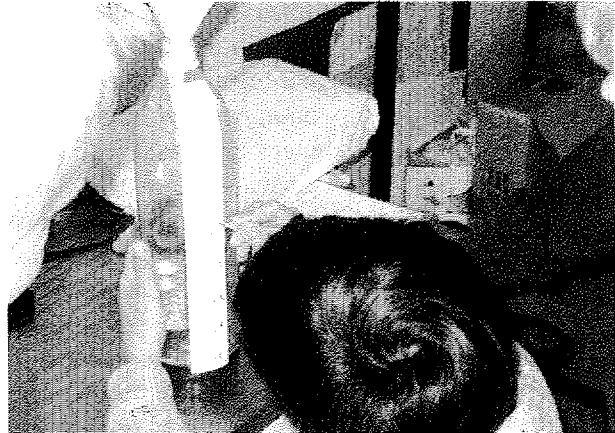
De overgang van het werken met dergelijke natuurlijke maateenheden naar het gebruik van een eenvoudig meetinstrument in de vorm van een maatbeker kan z'n beslag krijgen naar aanleiding van enkele activiteiten rond het koken en het werken met recepten. De kinderen hebben daarbij de nodige ervaring opgedaan met het uitmeten van hoeveelheden als vier kopjes melk, twee kopjes meel, drie eetlepels suiker, en dergelijke. In de kring wordt er vervolgens een grote lege plastic fles (mineraalwater) bijgenomen met een trechter en enkele plastic bekertjes.

De leraar vertelt er een verhaaltje bij dat ze zo'n fles op verjaardagen gebruikt om limonade te maken. Ze giet er dan een scheut siroop in en vult de fles verder met water. Binnenkort heeft ze weer zo'n verjaardag. Nu vraagt ze zich af: "Hoeveel bekertjes limonade zou je uit een volle fles kunnen halen?" De schattingen van de kinderen blijken te variëren van acht tot twintig bekertjes. Aansluitend wordt besproken hoe dit precies bepaald kan worden. Een mogelijkheid is natuurlijk om de fles met water te vullen en vervolgens helemaal leeg te gieten in een aantal bekertjes. Maar er is ook een andere mogelijkheid, en deze wordt op



voorstel van de leraar uitgetoet: er wordt telkens een bekertje in de (aanvankelijk lege) fles gegoten. Op de fles heeft de leraar een smalle, verticale strook geplakt en telkens als een bekertje in de fles is toegevoegd, zet de leraar een streepje op deze strook. Nadat er op deze wijze drie bekertjes in de fles zijn gelege, vraagt de leraar nog even naar de schattingen: denken de kinderen nog steeds hetzelfde, of is het toch anders? Sommigen houden het bij hun eerste schatting, maar anderen passen deze aan. Zoals een kind opmerkt: "Dat is al drie (wijzend), dus ik denk toch geen acht, maar misschien wel vijftien ...". Steeds verder wordt de fles nu gevuld, waarbij telkens een streepje op de strook wordt toegevoegd. Gezamenlijk tellen de kinderen mee: "Zes, zeven, acht, ..."

Uiteindelijk blijken er tien bekertjes in de fles te passen: er staan tien streepjes op de strook. Daarmee ontstaat vanzelf een kopjesmaatbeker. Giet je een bepaalde hoeveelheid water in de fles, dan kan nu direct geteld worden hoeveel bekertjes je met die hoeveelheid kunt vullen. En nadat naast de streepjes ook nog getallen zijn genoteerd, oplopend van 1 tot 10, is het zelfs mogelijk om *af te lezen* hoeveel bekertjes je kunt vullen. Kortom, een handig hulpje als je snel een bepaalde hoeveelheid water wilt hebben.



Op deze wijze ervaren de kinderen hoe het daadwerkelijke afpassen aan de hand van een maateenheid bij inhoud kan overgaan in het langs een maatlijn (schaalverdeling) tellen van het aantal keren dat de maateenheid erin past; en in samenhang daarmee, het op deze lijn aflezen van het aantal keren dat deze maateenheid erin past. Het meten van een inhoud wordt aldus getransformeerd tot het meten van een hoogte (of een lengte), en zo wordt de grootte inhoud in verband gebracht met de 'oergrootte' lengte – een proces dat door de kinderen op een soortgelijke manier ook bij andere grootheden doorgemaakt kan worden.



Tussendoel meten 3

De kinderen kunnen inhouden zowel in de betekenis van wat er in zit als wat er in kan op verschillende manieren vergelijken: op het oog, via in elkaar overgieten, en door afpassen of uitscheppen met eenvoudige natuurlijke maten als kopje, beker of lepel. Verder verkennen ze hoe er met een zelf geconstrueerde kopjesmaatbeker gemeten kan worden.

Kinderen worden geconfronteerd met inhoudsproblemen door ze te laten vergelijken. Daarbij kan het onderwijs zowel gericht zijn op de vraag waar meer in kan als op de vraag waar meer in zit. Soms kan over dergelijke vragen op het oog uitsluitend verkregen worden, maar soms moet een andere werkwijze gevolgd worden. Het spreekt vanzelf dat deze problemen in een zinvolle context aan de kinderen voorgelegd worden. Dat kan door ze te laten kiezen. Welke beker zou jij nemen? Impliciet gaat het dan om de vraag in welke beker meer kan. Als de bekertjes dezelfde vorm hebben en alleen in afmeting verschillen kan de vraag zo beantwoord worden. Maar bij onderling sterk afwijkende vormen is dat niet zo eenvoudig. Kinderen moeten dan nadenken over een aanpak waarmee het probleem is op te lossen. Een mogelijke aanpak is om één beker te vullen en die dan in de andere over te gieten. Een andere mogelijkheid is de inhoud in een kan zonder maatverdeling te gieten en te kijken hoe hoog de vloeistof (of het zand) daarin komt te staan. Een derde mogelijkheid is om gebruik te maken van een natuurlijke maat als een beker of een kopje en aan de hand daarvan te bepalen hoeveel bekertjes of kopjes er met de inhoud van de verschillende objecten gevuld kunnen worden. De betreffende aantallen kunnen vervolgens vergeleken worden. In aansluiting op die laatste methode kan een maatbeker met maatverdeling geconstrueerd worden. Deze maatbeker kan een grote beker of fles zijn waarop afgetekend wordt hoe hoog het niveau komt bij 1 kopje, 2 kopjes, enzovoort. Die zelf geconstrueerde maatbeker is daarna te gebruiken om de inhoud van diverse bekertjes en kannen te bepalen.



Gewicht

Vergelijken en ordenen

Gewicht is een grootheid die sterk tot de verbeelding spreekt doordat kinderen in de kleuterleeftijd zich vaak goed bewust zijn van het feit dat ze steeds groter en zwaarder worden. Met een zekere regelmaat staan ze op deze leeftijd op de weegschaal om te laten vaststellen hoeveel zwaarder ze zijn geworden. Ook in de kleuterklas is soms een weegschaal aanwezig waarmee het gewicht van de kinderen bepaald wordt. Het probleem is echter dat de weeghandeling die daarbij wordt uitgevoerd voor veel kinderen moeilijk te doorgronden en daardoor weinig betekenisvol is.

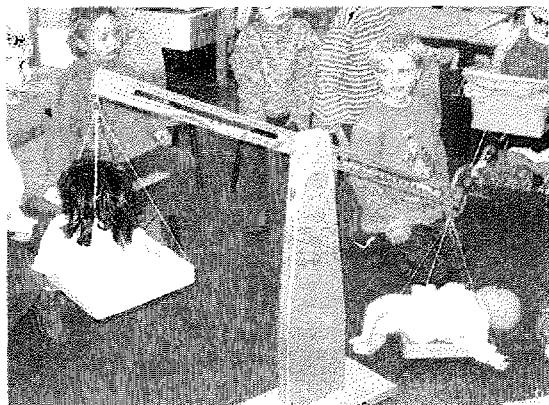
Op een meer elementair niveau zijn echter wel betekenisvolle ervaringen met deze grootheid op te doen. Zo kan het direct vergelijken van het gewicht van allerlei objecten zoals vruchten, poppen of stenen een interessante activiteit zijn, waarbij allerlei vergelijkingsstrategieën bedacht en beproefd worden. Het aardige daarbij is dat wat soms in eerste instantie op het oog als het zwaarste wordt aangemerkt, dit in werkelijkheid niet hoeft te zijn. Onderstaande activiteit is daarvan een voorbeeld.





Midden in de kring staat de poppenwieg met drie poppen. De leraar vertelt er een verhaaltje bij waarin deze poppen nogal opscheppen over het feit dat ze zo geweldig gegroeid zijn en al zo zwaar zijn geworden. Alledrie vinden ze dan ook dat ze verreweg het zwaarste zijn. Vooral de grote pop met de blauwe jurk vindt dat ze recht van spreken heeft: "Ik ben veel groter dan jullie, dus dan ben ik ook veel zwaarder."

De andere poppen hebben daar echter hun twijfels over, die aan de kinderen worden voorgelegd. Wie zou er nu echt het zwaarste zijn? Nogal wat kinderen houden het erop dat de pop met de blauwe jurk inderdaad het zwaarste is, want deze is duidelijk het grootste. Maar anderen vinden dat je dat niet zeker kunt weten. "Dan moet je wegen", aldus een kind. Maar hoe? Op je handen, is de reactie van enkele kinderen. De daad bij het woord voegend, neemt een meisje de drie poppen een voor een op de hand en probeert wikkend en wegend te achterhalen welke het zwaarste is. Ze blijkt van mening dat de kleinste pop, die prachtig gitzwart haar heeft, het zwaarste is. Maar even later blijken twee kinderen de blauwe pop toch zwaarder te vinden. Ook andere kinderen mogen proberen, maar er blijft twijfel bestaan. Wat nu?



"Als we ze eens op de weegschaal zetten?", reageert een kind, verwijzend naar een balans die in een hoek van het lokaal op de kast staat. De leraar laat haar verduidelijken wat ze bedoelt: "Nou, als je de ene pop in het ene mandje zet, en de andere pop in het andere mandje, dan kun je het zo zien!" Om dit te onderzoeken, wordt de balans erbij gehaald. Steeds worden nu twee poppen tegenover elkaar op de balans gezet. Onomstotelijk blijkt nu dat de pop met de roze trui (de middelste qua grootte) het zwaarste is.

Uiteraard is de balans na een introductie zoals hierboven beschreven is, ook voor veel andere vergelijkingsdoelen te gebruiken. De kinderen kunnen in groepjes de nodige eigen ervaring opdoen met het vergelijken van het gewicht van allerlei objecten. Daarbij kan nogmaals ondervonden worden dat wat op het eerste gezicht het zwaarste lijkt omdat het het grootste is, dat in werkelijkheid niet hoeft te zijn.



In combinatie met het gebruik van de balans kan ook het werken met een maateenheid voor gewicht in de kleutergroep een plaats krijgen. Dat kan bijvoorbeeld door blokjes of knikkers van een bepaalde grootte als maateenheid te gebruiken. Daarmee kan bijvoorbeeld onderzocht worden hoeveel blokjes even zwaar zijn als een vrachtauto. Het bezwaar hiervan is echter dat dergelijke voorwerpen al een specifieke eigen betekenis en functie voor de kinderen hebben. Daardoor is het nogal onnatuurlijk om ze bij het wegen als maateenheid te gebruiken. Het verdient waarschijnlijk dan ook de voorkeur om activiteiten rond het wegen in de kleutergroepen te beperken tot de fase van het vergelijken.

Tussendoel meten 4

Kinderen doen ervaring op met het vergelijken van het gewicht van verschillende objecten. Ze verkennen daarbij zowel het wegen op de hand als met een balans.

Gewicht is in zoverre een andere grootte dan lengte en inhoud dat aan de afmetingen van een object niet altijd de grootte qua gewicht valt af te lezen. Daarom biedt deze grootte interessante aanknopingspunten voor het vergelijken en ordenen. In situaties waarin het gewicht van poppen, vruchten of stenen vergeleken wordt, kan in eerste instantie uitsluitend verkregen worden over het zwaarder zijn door de voorwerpen op de hand te nemen en te voelen wat zwaarder is. Maar als deze werkwijze tekortschiet kan ook de balans goede diensten te bewijzen. Daarmee kunnen de kinderen nader bewust gemaakt worden van het feit dat voorwerpen die klein zijn, soms best zwaarder kunnen zijn dan veel grotere voorwerpen. Evenzo kan de situatie interessant zijn waarin de kinderen het gewicht vergelijken van even grote jampotten waarin verschillende soorten objecten als kralen, knikkers of blokjes zijn gedaan. Dergelijke onderzoekjes hebben een toegevoegde waarde ten opzichte van soortgelijke vergelijkingsactiviteiten bij de genoemde andere grootheden.



Andere grootheden

Oppervlakte, snelheid, temperatuur

Oppervlakte, snelheid, temperatuur – het zijn alle grootheden die op gezette tijden, als de situatie zich ervoor leent, in groep 1 en 2 onder de aandacht kunnen komen. Dat geldt zeker voor de grootheid oppervlakte die in het kader van allerlei huiselijke bezigheden als gordijnen ophangen, cadeautjes inpakken of bedden opmaken impliciet een rol kan spelen. Soms kan zich een gelegenheid voordoen om wat explicieter op deze grootheid in te gaan, zonder dat daar vooralsnog aparte, gerichte activiteiten voor georganiseerd worden.

Evenzo kan het vergelijken van snelheden of het meten (opnemen) van de temperatuur aan de orde komen. Dat laatste kan bijvoorbeeld, in het echt of nagespeeld, in het kader van een thema ‘ziek zijn, beter worden’. De kinderen weten soms uit ervaring hoe belangrijk het kan zijn om de eigen lichaamstemperatuur te bepalen. Echter: hoe deze vorm van meten precies in z’n werk gaat, wat de betekenis van de getallen op de thermometer is en wat deze grootheid meer in het algemeen te betekenen heeft, ontgaat de kinderen nog grotendeels. Ze zijn in hun ontwikkeling nog niet ver genoeg om hier tot een zekere mate van inzicht te komen.

Katrijn is niet helemaal lekker. In de poppenkastvoorstelling waarnaar de kinderen kijken, is dat duidelijk te zien: ze kijkt een beetje pips, ze wil niet eten en zit er sloom bij. Jan Klaassen (gespeeld door de leraar) maakt zich dan ook zorgen. “Dat gaat helemaal niet goed met Katrijntje. Moet je nou toch eens zien hoe ze eruit ziet. Misschien is ze wel ziek en moet ze naar de dokter. Ik ga eerst maar even kijken of ze koorts heeft (pakt er een thermometer bij). Hier Katrijntje, stop die eens even in je mond. Ja, goed zo. Eens even kijken ... Oh, oh, oh, ..., 37 graden! Dat is ..., tja wat is dat eigenlijk? Is dat veel? Of juist weinig? Is ze nou ziek, of niet?” De kinderen krijgen gelegenheid om te reageren, maar het heeft er alle schijn van dat zij Jan Klaassen ook niet kunnen helpen. “Je moet het aan de juf vragen, Jan Klaassen!”, is de enige reactie die volgt. Jan Klaassen: “Dat is een idee ... Misschien moest ik ook eerst maar eens een kopje thee voor haar maken ...”



Zoals deze poppenkastactiviteit laat zien, is het stimuleren van inzicht in een dergelijke grootheid via een activiteit met de hele groep niet eenvoudig. Activiteiten rond zulke grootheden hebben dan ook in het algemeen weinig toegevoegde waarde ten opzichte van activiteiten op het gebied van lengte, inhoud en gewicht.

De grootheid tijd

Een uitzondering geldt echter voor bepaalde aspecten van de grootheid tijd. Deze grootheid speelt in groep 1 en 2 een niet onbelangrijke rol. Met een zekere regelmaat komt het verloop van de tijd, zoals dat dagelijks ervaren wordt, aan de orde. Bijvoorbeeld als er sprake is van een belangrijk tijdstip zoals het speelkwartier of het naar huis gaan. Of als er voor de komende dagen of weken bijzondere gebeurtenissen als Sinterklaas of het schoolreisje op het programma staan. Vaak wordt aan zulke gebeurtenissen in het voorbijgaan even aandacht besteed, zonder dat al te nadrukkelijk op het tijdsaspect wordt ingegaan. Maar toch is het van grote waarde dat de kinderen zich steeds meer bewust worden van de meest elementaire cyclische tijdsprocessen die tijdens de dagelijkse gang van zaken thuis en op school ervaren worden: het idee van ochtend, middag, avond en nacht; het vaste ritme van opstaan, ontbijten, naar school gaan, en zo verder; de vaste opeenvolging der dagen in de week met het verschil tussen weekend en doordeweekse dagen; en zo meer. Het kan de kinderen sterken in hun zelfvertrouwen en in hun weet hebben van de wereld als ze zich bewust worden van de vaste volgorde waarin de dingen op school veelal gebeuren, van de dag die het is, of het ochtend dan wel middag is en dergelijke.

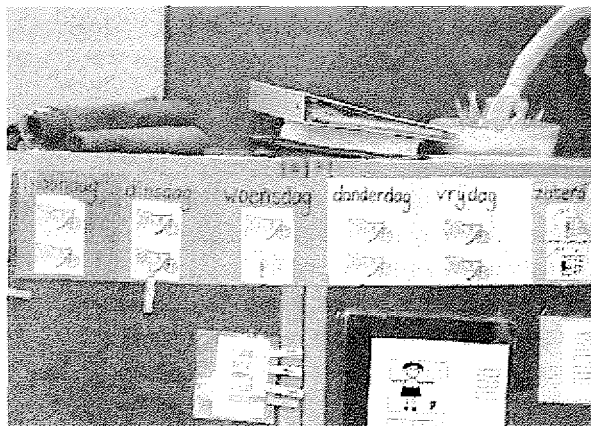
Natuurlijk ondervinden ze dit soort processen dagelijks aan den lijve, maar dat wil niet zeggen dat zich daarmee het tijdsbesef ook spontaan steeds verder ontwikkelt. Het is waardevol de structuur en het ritme van de dagelijkse gebeurtenissen nader bewust te maken.

Dat kan bijvoorbeeld, zoals in sommige kleuterklassen het geval is, door op een vaste plek in het lokaal een serie plaatjes (pictogrammen) op te hangen die de vaste dagelijkse gebeurtenissen symboliseren.



De kinderen kunnen hieruit de dagelijkse gang van zaken aflezen:

- beginnen in de kring (gele plaat)
- daarna buiten spelen (groene plaat; uit ervaring weten ze dat dit soms in de gymzaal plaatsvindt)
- daarna eten en drinken (witte plaat, dit gebeurt weer binnen, in de kring)
- vervolgens een speel-werk-les in het lokaal (rode plaat, een les waarbij de kinderen veelal in groepjes met verschillende werkjes bezig zijn)
- tenslotte nog een keer in de kring (gele plaat).





Door van tijd tot tijd stil te staan bij deze activiteitentijdbalk en door ernaar te verwijzen als kinderen vragen stellen over wat we gaan doen, kan bevorderd worden dat ze geleidelijk aan zich meer bewust worden van het dagelijkse vaste ritme der gebeurtenissen.

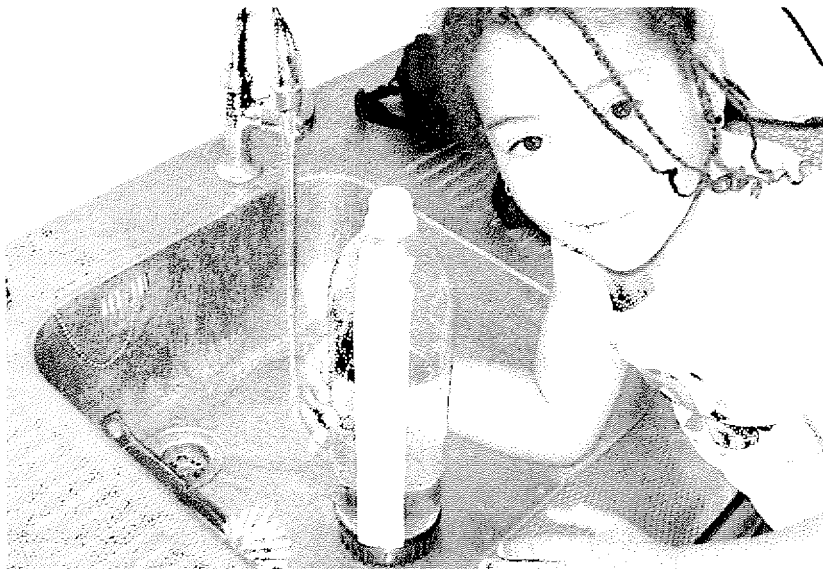
Bovendien wordt zo geanticipeerd op het latere klokkijken, zoals dat in de groepen 3 en 4 intensief aan de orde komt.

Ook een weekoverzicht met aparte pictogrammen voor de ochtenden en de middagen, zoals op de foto hiernaast, kan daaraan bijdragen, waarbij nog weer een verbinding met het tellen tot stand gebracht kan worden als er een belangrijke feestdag in aantocht is en als op het bord wordt bijgehouden hoeveel nachties slapen het nog is.

Besluit

Het geheel van de activiteiten in groep 1 en 2 overziend kan vastgesteld worden dat meten in het programma van deze leerjaren een belangrijke plaats inneemt. Zoals in het voorgaande is beschreven, gaat het daarbij zowel om spontane, door de kinderen geïnitieerde bezigheden als om vooropgezette, door de leraar georganiseerde activiteiten. Bij dit laatste gaat de aandacht vooral uit naar de grootheden lengte, inhoud en gewicht. Voor lengte komt zowel de fase van het vergelijken en ordenen als die van het werken met een maateenheid aan de orde. Ook vindt een eerste verkenning plaats van de derde fase, die van het werken met een meetinstrument. Mede doordat de kinderen actief en constructief betrokken zijn bij de overgang van de ene naar de andere fase en deze voor een deel zelf voltrekken, verwerven ze een steeds beter inzicht in het meten bij deze meest fundamentele grootheid.

Maar ook op het gebied van inhoud en gewicht vinden belangrijke leerervaringen plaats. Niet alleen onderzoeken de kinderen hoe het vergelijken en ordenen en het werken met een maateenheid bij deze grootheden in z'n werk gaat. Maar ook vindt een nadere bewustmaking plaats hoe het afpassende meten via de constructie van de kopjesmaatbeker kan overgaan in aflezend meten. Daarmee wordt een essentiële stap gezet in de richting van het met inzicht leren hanteren van een meetstrategie die zich bij vrijwel alle grootheden voordoet.



Bij de constructie van deze kopjesmaatbeker wordt het meten van de grootheid inhoud namelijk overgezet naar het meten van de grootheid lengte in de vorm van het bepalen van een hoogte danwel een afstand op een maatlijn. Juist doordat het onderwijs zich er op richt om de grootheden met elkaar in verband te brengen en om meetstrategieën volgens dezelfde principes te laten reconstrueren, ontstaat een steeds dieper inzicht in het wezen van het meten.



Meten in groep 3 en 4

Inleiding

Wat vooraf is gegaan

Zoals in het vorige hoofdstuk is beschreven, hebben de kinderen in groep 1 en 2 al een flink aantal meetervaringen opgedaan. Dat betrof zowel spontane meetactiviteiten waarbij het meetaspect veelal impliciet een rol speelde, als vooropgezette, door de leerkracht geïnitieerde activiteiten waarbij bepaalde meetaspecten gericht onder de aandacht werden gebracht. Het accent lag in deze leerjaren op de fase van het vergelijken en ordenen: zowel voor de grootte lengte als voor de grootheden inhoud en gewicht hebben de kinderen zich ruimschoots georiënteerd op het bedenken en uitproberen van allerlei vergelijkingsstrategieën.

Maar het is niet bij vergelijken gebleven. Er zijn ook al heel wat ervaringen opgedaan met de andere twee fasen die in het voorafgaande zijn onderscheiden: de fase van het werken met een maateenheid (afpassend meten) en die van het werken met een meetinstrument (aflezend meten).

Mede doordat de kinderen zelf een actieve bijdrage aan de overgang van de ene naar de andere fase leverden, heeft het inzicht in de verschillende aspecten van het meten zich kunnen verdiepen. Zo hebben ze op het gebied van lengte ervaren dat lichaamsmaten als 'stap' en 'voet' zich heel goed lenen om bijvoorbeeld afstanden op het plein te vergelijken.

Verder is de meter als een eerste standaardmaat geïntroduceerd en zijn de kinderen zich bewust geworden hoe het afpassend meten daarmee in z'n werk gaat. En in het verlengde daarvan hebben ze onderzocht hoe een meetinstrument als het vijfmeterlint (rolmaat) opgevat kan worden als vijf aan elkaar geplakte, oprolbare meterlatten waarmee het afpassen in verkorte vorm als aflezen kan plaatsvinden.





Ook op het gebied van inhoud en (in mindere mate) gewicht hebben verschillende exploraties plaatsgevonden. Vooral wat betreft de fasen van het vergelijken en het werken met een maateenheid, hebben de kinderen belangrijke ervaringen opgedaan die een verdieping geven aan wat bij lengte is gebeurd. Zo zijn ze zich bij inhoud bewust geworden hoe het afpassend meten in de vorm van het werken met een kopje of beker als natuurlijke maat, kan plaatsmaken voor een vorm van aflezend meten met behulp van de kopjesmaatbeker. Het meten van inhoud wordt daarmee getransformeerd tot een vorm van lengtemeting, en de kinderen hebben iets wezenlijks ervaren van de rol die deze grootheid kan vervullen als model voor het meten bij andere grootheden. Evenzo zijn ze er op het gebied van gewicht achtergekomen dat je bij het vergelijken van objecten lang niet altijd kunt afgaan op de grootte ervan – iets wat bij het meten van lengte uiteraard wel het geval is.

Wat in groep 3 en 4 aan de orde komt

In groep 3 en 4 wordt aan al deze ervaringen een uitbreiding en verdieping gegeven. Voor wat betreft de grootheid lengte doorlopen de kinderen daarbij uitgebreid de hiervoor beschreven fasering van:

- vergelijken en ordenen
- werken met een maateenheid (afpassend meten)
- werken met een meetinstrument (aflezend meten).

Hoewel het vergelijken en ordenen aanvankelijk nog de nodige aandacht krijgt, ligt het accent in deze leerjaren toch vooral op activiteiten rond de tweede en derde fase.

Met name doordat de overgang van het afpassende meten naar het aflezende meten door de kinderen als het ware zelf voltrokken wordt, kan het inzicht in deze laatste vorm van meten zich verder verdiepen.

Bij de andere grootheden wordt de fasering minder volledig en uitgebreid doorlopen. Bovendien lopen de fasen daar soms meer door elkaar zonder dat ze nog duidelijk te scheiden zijn.

Op het gebied van inhoud wordt na enkele activiteiten rond het vergelijken en ordenen de liter als standaardmaat geïntroduceerd.



Nadat het afpassende meten aan de hand daarvan enige malen is beproefd, wordt in gezamenlijk overleg een litermaatbeker geconstrueerd waarmee de inhoud van allerlei grotere objecten via aflezen op een schaalverdeling kan worden bepaald. Hoewel bij de grootheid gewicht het accent aanvankelijk op het vergelijken en het werken met een maateenheid ligt, worden vervolgens ook meetinstrumenten zoals de personenweegschaal en de keukenweegschaal gebruikt.



Om het inzicht in de werking van dergelijke instrumenten te versterken, construeren de kinderen zelf een instrument met schaalverdeling in de vorm van een unster. Net als eerder bij inhoud ervaren ze daarmee hoe het meten van gewicht herleid kan worden tot een vorm van lengtemeting, wat het inzicht in de modelfunctie van lengtemeting en in de samenhang tussen de verschillende grootheden in hoge mate ten goede komt.

Ook de grootheden oppervlakte en tijd komen in groep 3 en 4 ruimschoots aan bod. Bij oppervlakte beperken de activiteiten zich



voornamelijk tot de fase van het vergelijken en die van het werken met een natuurlijke maateenheid, terwijl voor wat betreft tijd de hele fasering slechts in beperkte mate een rol speelt. Hier ligt de nadruk vooral op de verdere ontwikkeling van het tijdsbesef en het leren klokkijken. Maar ook daar krijgt de samenhang met andere grootheden via het afbeelden van tijdpatronen op een lineaire schaalverdeling de nodige aandacht.

Tussendoel meten 5

De kinderen verdiepen hun inzicht in de grootheden lengte, inhoud en gewicht en breiden dit uit naar oppervlakte, tijd en incidenteel naar enkele andere grootheden.

In de groepen 1 en 2 lag het accent vooral op het vergelijken bij de grootheden lengte, inhoud en gewicht. Daar worden in groep 3 en 4 grootheden aan toegevoegd als oppervlakte en tijd, en incidenteel grootheden als snelheid en dichtheid. Maar in deze leerjaren vindt zeker voor lengte, inhoud en gewicht een verschuiving plaats naar de fase van het werken met een maateenheid, en die van het werken met een meetinstrument. Deze verschuiving betekent niet dat schattend vergelijken en werken met informele maten als stap en kopje verdwijnen. Die blijven van belang.

Deze benadering van de grootheden waarbij nu eens op het oog wordt geschat, dan weer wordt afgestemd met wat voor handen is of met een standaardmaat, en ten slotte met meetinstrumenten gewerkt wordt die voor een deel door de kinderen zelf zijn geconstrueerd, brengt met zich mee dat het inzicht in het meten zich geleidelijk aan steeds verder verbreedt en verdiept.



Lengte

Vergelijken en ordenen

Met het vergelijken en ordenen van allerlei objecten qua lengte hebben de kinderen al de nodige ervaring opgedaan in groep 1 en 2. Toch kan het geen kwaad om hierop in groep 3 nog eens nadrukkelijk terug te komen. Net als in de kleutergroepen vormt het eigen lichaam een goed vertrekpunt. De kinderen onderzoeken bijvoorbeeld hoe je kunt achterhalen wie de langste armen heeft, de langste benen, het grootste middel, en dergelijke. Allerlei vormen van naast elkaar houden en op elkaar leggen worden daarbij beproefd. Voor wat betreft het middel kan een strook als intermediair fungeren om alle lengtes te vergelijken.

Op de juiste lengte geknipt en op een groot vel papier geplakt kunnen deze stroken naderhand als een soort staafgrafiek dienst doen.

In samenhang hiermee worden mogelijke verbanden besproken: heeft degene die het langste is, ook de langste armen? En de langste benen? En het grootste middel? Zo worden de kinderen zich nader bewust dat wie langer is, in het algemeen vaak ook langere armen en benen heeft. Terwijl dat voor het middel juist niet hoeft te gelden.



In een vervolgactiviteit worden allerlei voorwerpen uit de klas qua lengte vergeleken. Vooral voorwerpen die niet zo makkelijk zijn te verplaatsen, zoals het schoolbord, de kast en het raam, kunnen



aanleiding geven tot interessante experimenten. Hoe vergelijk je bijvoorbeeld de breedte van het schoolbord met die van het raam? Op het oog vergelijken is natuurlijk een mogelijkheid, maar dit is niet zo nauwkeurig. Een andere mogelijkheid is om een touwtje of ander intermediair te gebruiken. Dit kan zodanig langs het bord gehouden worden dat de lengte afgetekend kan worden. Vervolgens kan deze afgetekende lengte langs het raam gehouden worden om vast te stellen welk object werkelijk het langste is.

Maar een derde mogelijkheid ligt voor de kinderen na de al opgedane ervaringen in groep 1 en 2 ook voor de hand: het gebruik van de meter als standaardmaat in de vorm van een lat of strook. Met behulp daarvan kan via afpassen bepaald worden hoeveel meter bord en raam lang zijn. Al deze strategieën worden door de kinderen uitgetoetst, waarbij ook het verwoorden weer van belang is. Meetresultaten als '5 meter en nog een kwart' (breedte van het raam) en 'precies 4 meter' (breedte van het bord) komen daarbij naar voren.

Werken met een maateenheid

Hiermee is het nut van een uniforme maat nog weer eens naar voren getreden. Uiteraard kan de meterlat ook los van het vergelijken gebruikt worden om de afmetingen van allerlei objecten in het lokaal te bepalen, zoals de lengte en breedte van het lokaal, de hoogte van de deur, de lengte van de vensterbank, en de breedte van de kast.



Aspecten als de mate van nauwkeurigheid, het afronden en de behoefte aan een fijnere maat kunnen daarbij naar voren komen. Bovendien zullen afmetingen als deurhoogte (2 meter), bordhoogte (1 meter) en bordbreedte (inclusief zijborden 4 meter) in de toekomst steeds meer als referentiemaat gaan fungeren. Ook dat maakt zulke metingen waardevol. In het verlengde van wat in de kleutergroepen al heeft plaatsgevonden, verrichten de kinderen dan ook regelmatig dergelijke metingen. Om te bereiken dat ze daarbij ook individueel de nodige ervaring opdoen, vinden zulke activiteiten bij voorkeur in kleine groepjes plaats. Een eventuele groepsassistent kan daarbij voor de nodige extra begeleiding en ondersteuning zorgen.



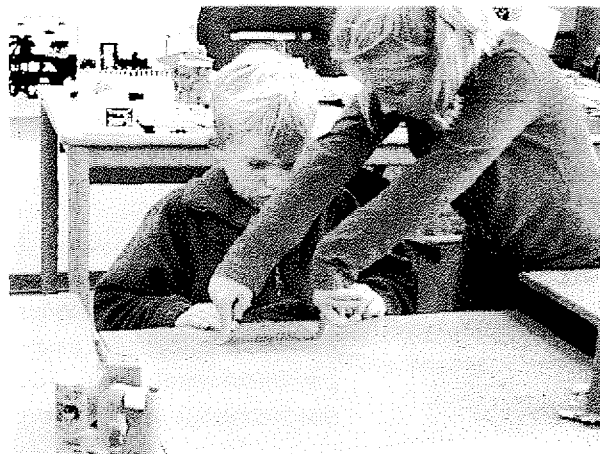
Overgang naar werken met een meetinstrument: van voet naar voetmeter

De overgang van het werken met een maateenheid naar het werken met een meetinstrument is buitengewoon belangrijk. Juist als deze overgang door de kinderen als het ware zelf voltrokken wordt, kan het inzicht in de samenhang tussen deze beide fundamentele vormen van meten versterkt worden. Om interferentie met informele kennis van bestaande instrumenten als duimstok of rolmaat te voorkomen, kan dat het beste gebeuren via een didactisch zijstapje: een uitstapje naar een historische context van een land waar aanvankelijk de voet als maateenheid voor lengte wordt gebruikt.¹

In het verhaal dat de kinderen wordt verteld, zien de inwoners van het land zich geconfronteerd met het probleem dat deze voet al naar gelang de persoon die de meting uitvoert, tot verschillende meetresultaten leidt. Om misverstanden te voorkomen, kondigt de koning daarom af dat de voetslengte van zijn jongste dochter (ruim 1 decimeter) voortaan voor alle burgers uit het land *de* standaardmaat zal vormen. Aldus geschiedt. In het hele land worden aanplakbiljetten opgehangen waarop wordt aangegeven hoe lang de voet van de prinses precies is. Alle maten worden voortaan in 'pv' aangegeven: het aantal prinsessenvoeten. Om het werken met de nieuwe maat te vergemakkelijken, worden in het hele rijk een groot aantal 'voetlatten' verspreid die precies de lengte hebben van de voet van de prinses.

Om de kinderen zich enigszins in deze situatie in te laten leven, worden er enkele afmetingen zoals de tafelhoogte, tafellengte en dergelijke gemeten met een kartonnen 'voetstrook' ter lengte van iets meer dan 10 centimeter. De resultaten worden onderling uitgewisseld en vergeleken.

Maar het verhaal gaat verder. Wat blijkt? Na verloop van tijd zijn er klachten van mensen die heel veel moeten meten. Weliswaar is het mooi dat iedereen in het land nu dezelfde maat gebruikt, maar het afpassen daarmee is soms nogal veel werk.





Zo worden er in het land veel muurtjes gemetseld; lagere muurtjes die bijvoorbeeld 8 voet hoog moeten worden, maar ook hogere die een hoogte van wel 12 of 15 voet moeten krijgen. Steeds moeten de metselaars met hun voetlat dan nagaan of de juiste hoogte al is bereikt.

Zou al dat afpassen niet veel sneller en handiger kunnen? De kinderen krijgen dit probleem voorgelegd. Om een en ander aanschouwelijk te maken, verwijst de leraar naar een muurtje dat 12 voet hoog moet worden. Gewapend met lange stroken papier, een schaar en lijm gaan ze in groepjes aan de slag om een oplossing te bedenken.



Al werkende komen diverse groepjes op het idee om een 'voetmeter' samen te stellen: een strook ter lengte van twaalf of vijftien voet met een onderverdeling in 'losse voeten'. En als je daar dan ook nog getallen bij zet ("Net als bij een echte meter", zoals een van de kinderen betoogt), heb je een echte voetmeter. De kinderen krijgen nu gelegenheid om de verschillende soorten geconstrueerde meters uit te proberen, en bepalen nogmaals de afmetingen van enkele voorwerpen in de klas. Ook wordt nagegaan hoe je met de voetmeter een muurtje ter hoogte van 20 voet kunt

uitmeten. Dit blijkt net zo'n beetje overeen te komen met de hoogte van het lokaal. Zie videofragment 3.²



Aldus voltrekken de kinderen de overgang van de fase van het werken met een maateenheid naar de fase van het werken met een meetinstrument, waarbij de handeling van het 'afpassen en tellen' daadwerkelijk verkort wordt tot 'er langs leggen en aflezen'.

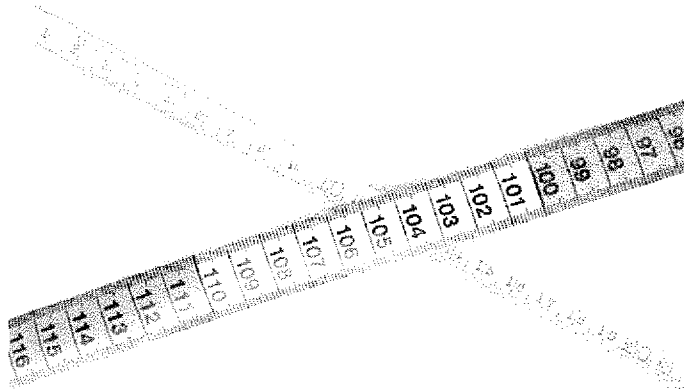


Werken met gangbare instrumenten:

duimstok, centimeter, rolmaat

Terug naar de eigen tijd. In ons land zijn natuurlijk veel meetinstrumenten die lijken op de voetmeter. Enige tijd later nemen de kinderen een aantal van deze instrumenten mee naar school.

Deze worden in de klas uitgestald en gezamenlijk besproken. Zo komen de duimstok (1 of 2 meter), de huishoudcentimeter (150 centimeter), de rolmaat (2 of 5 meter) en ook de bordliniaal naast elkaar op een tafel te liggen, met daarnaast de meterlat en de voetmeter waarmee de kinderen al eerder in de klas hebben gewerkt. In eerste instantie gaat de aandacht vooral uit naar de structuur van de instrumenten. Ze lijken eigenlijk allemaal een beetje op de voetmeter die de kinderen zelf hebben gemaakt. Alleen werken wij niet met de voet als maateenheid, maar met de meter en met centimeters. Op de duimstok en de huishoudcentimeter is heel goed te zien hoe de meter is onderverdeeld in 100 stukjes, en die stukjes (zo weten diverse kinderen al te vertellen) zijn de centimeters.



Elk van die centimeterstukjes is net als op de huishoudcentimeter nog weer onderverdeeld in tien hele kleine stukjes. Dat dit de millimeters zijn waarmee hele fijne metingen uitgevoerd kunnen worden, komt wel even ter sprake maar wordt nog niet benadrukt.

De bordliniaal wordt er nu bijgenomen. Deze wordt vergeleken met de andere instrumenten en met de zelf gemaakte voetmeter, en de overeenkomsten en verschillen worden besproken.

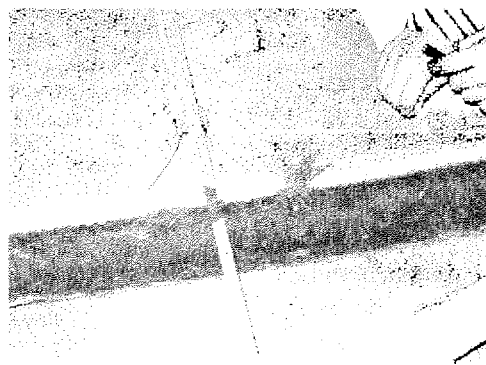


Het blijkt dat de bordliniaal qua lengte precies hetzelfde is als de duimstok, terwijl de structuur ervan grotendeels overeenkomt met die van de voetmeter. Beide hebben een onderverdeling in tien stukjes. Bij de bordliniaal is elk stukje nog weer eens in tien onderverdeeld. Gezamenlijk wordt nu uitgezocht hoe het meten met deze instrumenten in z'n werk gaat. Dit blijkt voor een belangrijk deel overeen te komen met het meten met de voetmeter.

De leraar laat het de kinderen uitgebreid demonstreren en verwoorden: je legt bijvoorbeeld de duimstok langs de breedte van de eigen tafel, met het begin precies bij het begin van de tafel. Vervolgens zoek je het punt waar de tafel 'de hoek omgaat'. Via aflezen kun je dan vaststellen dat de tafel 68 centimeter breed is. Op een vergelijkbare manier zoeken de kinderen uit hoe je de afmetingen kunt bepalen van andere relatief kleine objecten zoals een atlas, de bordenwisser en een velletje A4-papier.



Belangrijke aspecten als het schatten, het correct uitvoeren van de meethandeling en het verwoorden van het meetresultaat komen daarbij onder de aandacht. Enige tijd later wordt ook onderzocht hoe je met behulp van de duimstok de lengte van grotere objecten zoals bijvoorbeeld een bezem kunt bepalen. Hier doet zich een extra moeilijkheid voor, want de duimstok blijkt te kort. Op voorstel van enkele kinderen (die dit ook demonstreren) wordt nu een streepje gezet bij het punt tot waar de duimstok komt, om vandaar af weer verder te kunnen meten.



Uiteindelijk blijkt de bezem '100 centimeter en nog 48 centimeter' lang te zijn, oftewel 148 centimeter. Een kind merkt op: "Eigenlijk horen er ook nog een paar van die kleine stukjes bij." Voor het gemak worden die maar even buiten beschouwing gelaten. Ter controle wordt de meting nogmaals verricht met een langer meetinstrument: de rolmaat. Nu blijkt ook het voordeel van zo'n langer instrument: je hoeft geen tussenstreepjes te zetten.



Tot slot wordt het resultaat nog even op verschillende manieren onder woorden gebracht:

- 1 meter en nog een halve meter (dat is ongeveer)
- 1 meter en 48 centimeter (dat is precies)
- 148 centimeter (ook precies)
- 148 centimeter en nog 3 kleine stukjes (millimeters; heel precies).

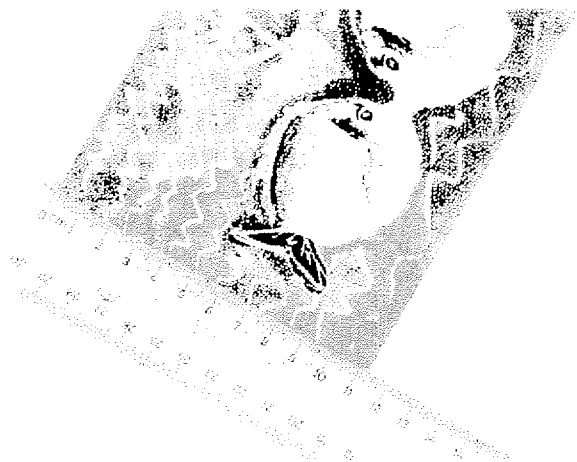
Nadat aldus nog enkele voorwerpen in de klas gemeten zijn, worden alle instrumenten ondergebracht in een speciale meethoek in het lokaal. Dat geeft de kinderen de mogelijkheid om ook individueel de nodige ervaring op te doen. In aanvulling hierop wordt ook de omtrek van ronde objecten zoals een fietswiel onder de loep wordt genomen. Hier blijken de flexibele huishoudcentimeter en de rolmaat goede diensten te kunnen bewijzen, waarbij de kinderen zich bewust worden dat de essentie van de meethandelingen hetzelfde is als bij de stijve duimstok.

Werken met de liniaal

Enige tijd later, in de tweede helft van groep 4, wordt nog een ander meetinstrument geïntroduceerd. Elk kind krijgt de beschikking over een liniaal. Eerst worden de overeenkomsten en verschillen met de al bekeken instrumenten in kaart gebracht. Hierbij komt onder andere naar voren dat de liniaal veel lijkt op de duimstok en andere instrumenten.

Maar hij is niet zo lang (ruim 30 centimeter) en bovendien begint hij niet direct bij nul. Hoe moet je hem nu precies gebruiken? De kinderen onderzoeken dit aan de hand van enkele voorwerpen in de klas. Ze stellen vast dat je de liniaal net als de duimstok langs het voorwerp in kwestie kunt leggen, maar dat je er dan goed op moet letten dat het streepje van de nul ("want daar is het begin...") precies op het goede punt zit. Het resultaat van de aldus uitgevoerde meting wordt weer op verschillende manieren verwoord:

- ruim 11 centimeter (ongeveer)
- 11 centimeter en nog 3 millimeter (precies).





Naderhand vinden er met enige regelmaat activiteiten plaats waarbij de liniaal als meetinstrument gebruikt wordt. Dit betreft niet alleen activiteiten waarbij de lengte, dikte, hoogte en dergelijke van allerlei objecten in de klas of op papier gemeten wordt, maar ook activiteiten waarbij de kinderen zelf in het schrift vormen en figuren tekenen waarvan de afmetingen in centimeters of millimeters gegeven zijn. En bij de eerste verkenningen van het schaalbegrip, als het gaat om plattegronden waarbij de schaal beschreven wordt in termen van '1 cm is in werkelijkheid 200 m', vindt het werken met de liniaal een belangrijke toepassing.

Op deze wijze kunnen de kinderen in de loop van groep 3 en 4 voor de grootte lengte het hele traject van vergelijken en ordenen via werken met een maateenheid tot aan het werken met een meetinstrument doorlopen. Niet alleen verwerven ze daarmee waardevolle inzichten en kennis op dit terrein, maar ook wordt een basis gelegd voor belangrijke aanvullende leerervaringen op het gebied van andere grootheden, zoals inhoud. Het indirecte meten, waarin ook het rekenen nadrukkelijk betrokken wordt, zoals bij het bepalen van de dikte van een blaadje papier, is hier nog niet aan de orde – dat komt pas in de hogere leerjaren ter sprake.

Tussendoel meten 6

De kinderen zijn in staat allerlei objecten en afstanden op lengte te vergelijken, eerst schattend en daarna met behulp van een intermediair als strook of touwtje. Ze kunnen lengten afpassen met maateenheden als voet, stap en meterlat, en zijn in staat in eenvoudige situaties meetinstrumenten te hanteren als vijfmeterlint, huishoudcentimeter, duimstok en liniaal. Verder kennen ze de standaardmaten meter en centimeter, en zijn in staat deze te verbinden met voor de hand liggende referenties als grote stap, vingerdikte, en zo meer.



Het vergelijken van lengten blijft ook in groep 3 en 4 een belangrijk onderdeel. Dit vergelijken gebeurt door schatten, door naast elkaar houden, maar in toenemende mate ook met behulp van een intermediair als een strook of touwtje en nog later door de betreffende lengten af te passen met behulp van een maateenheid of af te lezen met een meetinstrument.

Bij deze activiteiten is het eigen lichaam een goed vertrekpunt, zowel als object om aan te meten, als voor het ontwikkelen van lichaamsmaten als voet en stap. Aan het lichaam kan de lichaamslengte, de lengte van armen en benen, maar ook de omtrek van hoofd (voor een muts) en middel (voor een riem) gemeten worden. Dit meten van gebogen lijnen voorkomt dat lengte alleen met rechte lijnen geassocieerd wordt. Het meten van deze verscheidenheid aan zaken met behulp van meetinstrumenten noopt ook te kijken naar de geschiktheid van dergelijke instrumenten. Een huishoudcentimeter leent zich goed om omtrekken te meten, terwijl een liniaal of duimstok meer geschikt is voor het meten van rechte stukken.

Het zelf construeren en praten over de wenselijke verfijning of vergroving van een meetinstrument als de voetmeter, versterkt het inzicht in de functie van de gangbare instrumenten, die historisch gezien op eenzelfde wijze tot stand zijn gekomen. Het is wenselijk om bij het zelf ontwerpen van een instrument rekening te houden met de decimaliteit van de standaardmaatsystemen, en dus een onderverdeling in tien en aan te houden (respectievelijk tien eenheden tot een grotere maat samen te voegen).

Bij het meten van allerlei objecten is het waardevol dat kinderen een netwerk van referentiematen opbouwen. Dat is met name van groot belang bij het schatten en later ook bij het redeneren en rekenen met meetgetallen. De eigen lichaamslengte is zo'n referentiemaat, net als de hoogte van een deur of woonkamer, de lengte van de speelplaats of de eigen tuin, de hoogte van een huis, de dikte van de duim, en de lengte van een vel A4-papier.



Inhoud

Vergelijken en ordenen

In de kleutergroepen zijn al de nodige verkenningen rond deze grootheid gedaan. Zo hebben de kinderen onderzocht hoe je de inhoud van allerlei flessen en potten kunt vergelijken via overgieten.

Tevens hebben ze enige ervaring opgedaan met het werken met een natuurlijke maateenheid (kopje, beker, lepel) en met het werken met een zelf geconstrueerd meetinstrument: de kopjesmaatbeker.

In groep 3 komt het vergelijken terug. Dat kan bijvoorbeeld in de context van limonade maken, waarbij de inhoud van drie grote schenkkannen vergeleken wordt. Doordat de kannen niet zoveel verschillen in grootte, lukt op het oog vergelijken niet zo. Overgieten kan natuurlijk wel, maar dat is met zulke grote kannen een heel karwei waarbij gauw iets mis kan gaan. Naar aanleiding van een suggestie van de leraar wordt daarom besloten om de drie kannen met behulp van een plastic bekertje te vullen en daarbij te tellen hoeveel bekertjes je kunt legen. Om te beginnen mogen drie kinderen in elke kan vijf bekertjes water gieten. Is er al een verschil te zien? Nee, nog niet. Maar na tien bekertjes blijkt één kan af te vallen. Zoals een kind het formuleert: "Daar gaat het water veel sneller omhoog, hij is al bijna vol." De overige twee kannen worden vervolgens verder gevuld. Uiteindelijk blijken er in de een ruim 14 bekertjes te passen en in de andere bijna 16. In die laatste gaat dus het meeste.

Aldus treedt het gebruik van een natuurlijke maateenheid net als eerder bij lengte het geval was, naar voren als een mogelijkheid om inhoud te vergelijken.

Een standaardmaat op het gebied van inhoud kennen de kinderen gewoonlijk ook al: de liter. Daarom worden op een dag een aantal lege drinkverpakkingen voor de klas uitgesteld die weliswaar van vorm en hoogte verschillen, maar waar toch precies 1 liter in past: een fles appelsap, een pak vruchtensap, een melkfles en een fles druivensap.





Dat er 1 liter in past, is de kinderen wel bekend van de plastic melkfles, maar van de overige verpakkingen is dat nog onduidelijk.

Wederom krijgen de kinderen de vraag voorgelegd in welke verpakking het meeste drinken gaat. Nadat ze hun vermoedens naar voren hebben gebracht, wordt besproken hoe dit nader achterhaald kan worden.

Overgieten wordt als mogelijkheid naar voren gebracht.

Ook wordt de suggestie gedaan om te bepalen hoeveel bekertjes drinken je uit een vol pak kunt halen. Maar de leraar heeft zelf nog een hulpmiddel achter de hand: een maatbeker zoals sommige kinderen wel eens thuis in de keuken hebben zien gebruiken. Er past, net als in de melkfles, precies 1 liter in. Aan de hand van de melkfles wordt dit gecontroleerd. Vervolgens wordt van de andere verpakkingen via vullen en leeggieten in de maatbeker nagegaan waar het meeste in gaat.

Tot verbazing van vele kinderen blijkt in alle verpakkingen precies 1 liter te passen. Waarmee nog eens duidelijk wordt dat allerlei verpakkingen qua vorm en grootte flink kunnen verschillen, terwijl er toch precies evenveel in gaat.

Werken met een maateenheid en met een meetinstrument

Een vervolgvactiviteit vindt in kleine groepjes plaats. Om beurten mag een groepje kinderen plaatsnemen bij de wasbak. Er staan vier kartonnen drinkverpakkingen opgesteld, die in een klassikale inleiding al even onder de loep zijn genomen:

een pak van een halve liter, van 1 liter, van anderhalve liter en van 2 liter. Daarbij was schattenderwijs al vastgesteld dat in een van de verpakkingen duidelijk minder dan 1 liter gaat, terwijl er in de andere twee juist veel meer past.

In groepjes onderzoeken de kinderen vervolgens hoeveel er precies in die andere verpakkingen gaat. Daarbij mogen ze uiteraard ook weer de maatbeker gebruiken. Van hun bevindingen maken alle groepjes een kort verslag dat later met de hele groep besproken wordt.





In het groepje dat nu aan de beurt is wordt eerst het kleine pak vergeleken met de bekende literverpakking. “Hij ziet er net zo uit, alleen lager”, meldt een van de kinderen. “Ik denk de helft”, aldus een ander, “want als je er twee op elkaar zet, dan is het net zo’n beetje een liter” (doet dit voor). Maar hoe kun je dat met de maatbeker uitzoeken? “Nou, als je hem twee keer leeggiet”, oppert een ander, “dan moet het een liter zijn”. Zo gezegd, zo gedaan. Conclusie: inderdaad, het kleine pak is een halve liter. En de beide grote pakken? Dat blijkt nu niet zo moeilijk meer. Het anderhalve literpak wordt geheel gevuld en in etappes in de maatbeker gegoten. Eén keer en nog een halve keer, is de conclusie, dus: één liter en nog de helft. Dat het allergrootste pak twee liter bevat (zoals op de verpakking staat) wordt direct al voorspeld door de kinderen. Aan de hand van de maatbeker wordt dit nog gecontroleerd.

Tot slot schrijven ze hun bevindingen op. Het lukt nog niet altijd om dit in voor iedereen begrijpelijke taal te doen, maar de conclusies zijn wel duidelijk.

Enige tijd later (groep 4) wordt een klassikaal experiment gedaan. De leraar heeft een flinke, cilindervormige doorzichtige emmer meegenomen. Eerst wordt de vraag besproken hoeveel liter hier in zou kunnen. De schattingen van de kinderen variëren van 8 tot 20 liter. Om nader uitsluitsel te krijgen, wordt besloten het literpak melk net zo lang in de emmer leeg te gieten, tot deze geheel gevuld is. Maar op voorspraak van de leraar gebeurt dit op een speciale manier. Zij heeft een strook papier in verticale richting op de emmer geplakt. Als het melkpak een keer geleege is, zet zij een streepje bij de hoogte die het water in de emmer heeft bereikt.

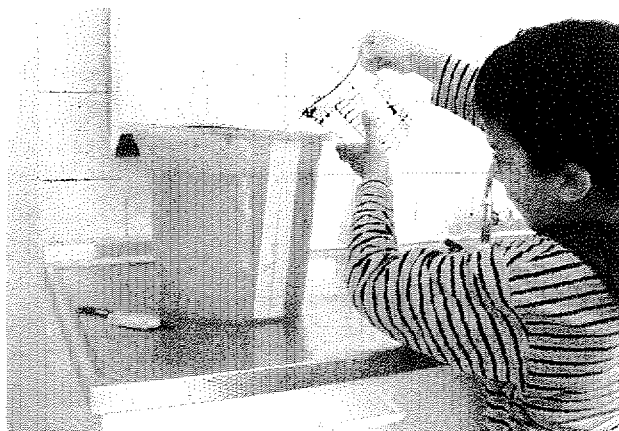
Hetzelfde doet ze na de tweede keer dat het pak geleege is. Vervolgens stelt ze een vraag: zouden wij kunnen voorspellen tot hoe hoog het water komt nadat het pak de derde keer is geleege? En de vierde keer? De kinderen moeten hier even over nadenken, maar al gauw hebben ze een idee. “Net zo hoog”, aldus een kind. “Net zo’n stukje als tussen het eerste en tweede streepje,” voegt een ander toe. “Er komt steeds hetzelfde bij,” aldus weer een ander.

Met de liniaal wordt dit stukje vastgesteld op ongeveer 4 centimeter. Om de vier centimeter wordt nu een streepje toegevoegd op de bak.



Om een en ander nog duidelijker te maken, wordt naast het vijfde streepje een vijf gezet, zodat het aantal liters nog makkelijker is af te lezen.

Uiteindelijk blijkt er ruim 10 liter in de emmer te gaan. Niet alleen is nu de inhoud van de emmer bepaald, maar ook is een 'maatemmer' ontstaan waarmee van allerlei grotere objecten zoals een goudvissenkom, een koelbox en een grote vaas de inhoud via leeggieten en aflezen bepaald kan worden.



Kortom, vanuit het werken met een maateenheid is een meetinstrument geconstrueerd waarmee inhouden via het aflezen van een hoogte bepaald kunnen worden. Daardoor wordt het meten van inhoud nog hechter met het meten van lengte verbonden.

In enkele vervolgactiviteiten in kleine groepjes wordt aan de hand van de maatemmer de inhoud van een aantal grotere objecten beurtelings door de kinderen bepaald. Op voorstel van enkele kinderen zijn daarbij ook nog streepjes voor de halve liters toegevoegd. Dat maakt de metingen nog wat nauwkeuriger. Ten slotte is er nog een klassikale activiteit waarbij de leraar met een verrassende vraag komt. Zij heeft een ballon meegenomen die ze ter plekke opblaast. Nadat is vastgesteld dat deze bij het blazen met lucht wordt gevuld, legt zij de kinderen een nieuw probleem voor: zouden wij kunnen uitvinden hoeveel liter lucht er in de ballon zit? De kinderen mogen eerst schatten, waarbij het melkpak weer als referentiemaat fungeert. "Ik denk dat er wel drie melkpakken in gaan, dus 3 liter", aldus een kind. Anderen houden het op 2 of 4 liter. Maar hoe zouden we de inhoud precies kunnen bepalen? De lucht eruit gieten gaat nu natuurlijk niet. Maar wat dan wel?

Een mogelijkheid zou misschien kunnen zijn om de ballon met water te vullen, maar dat zal ook niet eenvoudig zijn. Gelukkig heeft de leraar zelf nog een idee dat direct wordt uitgetoetst. Er wordt eerst 4 liter water in de maatemmer gedaan. Gezamenlijk wordt vastgesteld dat er nu inderdaad 4 liter in zit.



Vervolgens neemt de leraar de ballon, dompelt deze geheel onder in de bak en vraagt de kinderen hoe hoog het water nu staat. “Ongeveer 5 liter en nog een halve liter”, aldus de kinderen. En wie kan nu vertellen hoeveel liter lucht er ongeveer in de ballon zit? Even is het stil.

Dan volgt er hier en daar enig gemompel met als resultaat dat enkele kinderen naar voren brengen: het is nu 1 liter en nog een halve hoger; dus er moet ongeveer 1 en een halve liter lucht in zitten.

Ook tot de meeste andere kinderen dringt het nu door: de met lucht gevulde ballon heeft het water als het ware anderhalve liter omhoog geduwd, dus er moet inderdaad anderhalve liter lucht in zitten ...

Aldus ervaren de kinderen hoe je de maatemmer ook op een indirecte manier via onderdompelen kunt gebruiken om de inhoud van sommige objecten te bepalen. Om de proef op de som te nemen mag een groepje kinderen naderhand de inhoud van een bal proberen te bepalen.

Conclusie: er zit 1 liter en nog een beetje lucht in. Of eigenlijk: 1 liter, en dan nog de helft van een halve liter. Ze wijzen dit aan op een maatlijn op het bord, en gezamenlijk wordt vastgesteld dat dit 1 liter en nog een kwart liter is. Waarmee tevens een allereerste voorzichtige oriëntatie op de wereld der breuken tot stand komt.

Tussendoel meten 7

De kinderen zijn in staat inhouden op het oog te vergelijken, en via overgieten. Ze kunnen inhouden meten door af te passen en te tellen hoeveel bekertjes, kopjes en dergelijke erin gaan. Ook zijn ze in staat inhouden te meten met behulp van een maatbeker of emmer met maatverdeling. Ze kennen de standaardmaat liter en beschikken over een netwerk van referenties zoals een melkpak, flessen met inhoud variërend van een halve liter tot 2 liter, en een emmer met inhoud van 10 liter. Van bijzondere objecten (bal, ballon) bepalen ze de inhoud door onderdompeling in een emmer gedeeltelijk gevuld met water.



Kinderen hebben in groep 1 en 2 kennismemaakt met inhouden, en hebben die vergeleken door overgieten en door af te passen hoeveel kopjes eruit gaan. Ook hebben ze al gewerkt met een zelf ontworpen kopjesmaatbeker. Dergelijke activiteiten blijven belangrijk; in groep 3 en 4 wordt er volop op voortgebouwd.

Kinderen bepalen de inhoud van een aantal kannen met een niet sterk van elkaar afwijkende inhoud, maar wel ongelijk van vorm en grootte door na te gaan hoeveel bekertjes water erin passen.

De uitkomst daarvan wordt weergegeven met een getal gekoppeld aan de maat, in dit geval het bekertje. Daarbij ronden ze de uitkomst af in verband met het feit dat het vrijwel nooit precies uitkomt.

Termen als: iets meer dan, bijna, een half en een kwart worden op natuurlijke wijze geïntroduceerd en geaccepteerd. Ze staan het vergelijken op basis van het getelde aantal bekertjes niet in de weg. De standaardmaat liter is veelal reeds bekend, maar krijgt nu verder betekenis door verpakkingen zoals flessen te verzamelen, waarvan de inhouden met elkaar vergeleken worden. Literpakken verschillen onderling nogal eens van vorm. Door die verschillende pakken over te gieten in een litermaatbeker wordt vastgesteld dat de inhoud gelijk is. Zo blijkt dat vorm en inhoud niet hoeven samen te vallen.

Dat inzicht kan nog versterkt worden door ook diverse flessen met een inhoud van een liter in de vergelijking te betrekken. Ook van verpakkingen van $\frac{1}{2}$ liter, $1\frac{1}{2}$ liter en 2 liter wordt de inhoud vastgesteld met behulp van een litermaat.

Om ook grotere hoeveelheden te kunnen meten construeren de kinderen een schaalverdeling voor een emmer van circa 10 liter.

Door na het ingieten van een liter water een maatstreepje te plaatsen, ontstaat een maatemmer op dezelfde wijze waarop dat later ook bij gewicht gebeurt. Het handigst is een doorzichtige emmer met maatstrepen aan de buitenkant.



Gewicht

Vergelijken en ordenen

Het vergelijken van het gewicht van allerlei voorwerpen heeft in groep 1 en 2 al een plaats gekregen. Het ging daarbij om het globaal vergelijken op het oog en op de hand; en om het precies vergelijken met behulp van een balans. In groep 3 kan dit vergelijken nog eens terugkomen. Omdat de kinderen vaak al op de hoogte zijn van het bestaan van de standaardmaat kilo(gram), kan dit ook betrokken worden op een situatie waarbij het gewicht van allerlei voorwerpen vergeleken wordt met het gewicht van een kilo in de vorm van een pak suiker of meel. Nadat de kinderen gevoeld hebben hoe zwaar zo'n pak is, worden in de klas enkele voorwerpen gezocht die naar de inschatting van de kinderen respectievelijk even zwaar, lichter en zwaarder dan 1 kilo zijn. Eerst worden dergelijke voorwerpen op de hand vergeleken, daarna fungeert de balans als hulpmiddel om definitief uitsluitsel te krijgen. Het verwoorden van de resultaten kan het besef van de verschillen in maat nog weer verscherpen. Beschrijvingen als 'bijna zo zwaar als een kilo', 'veel zwaarder, ik denk wel 2 kilo' en 'veel lichter, misschien gaan er wel vier in een kilo' kunnen daarbij naar voren komen en gecontroleerd worden.



In enkele vervolgactiviteiten komt het vergelijken met het gewicht van een kilogram terug. Zo is er een activiteit in de context van het boodschappen doen. Uitgangspunt is een flinke tas of krat met boodschappen bestaande uit bijvoorbeeld een pak suiker van 1 kg, een pak wasmiddel van 1,2 kg, een groot pak corn flakes van 375 gram, een zak appels van bijna 1 kg en een zak aardappels van 3 kg. Uiteraard mogen de kinderen eerst voelen of ze deze krat nog wel kunnen dragen. Nadat is vastgesteld dat dit 'net aan' het geval is,

worden de betreffende objecten op een tafel voor in het lokaal gezet. Eerst wordt nu nog eens vastgesteld dat het gewicht van het pak suiker 1 kg bedraagt, en daarna wordt besproken welke van de overige



objecten zwaarder dan 1 kg zouden zijn en welke lichter. De kinderen brengen hun vermoedens naar voren. Dat het pak wasmiddel en de zak aardappels zwaarder dan 1 kg zijn, ligt voor veel kinderen voor de hand. Enkele kinderen mogen dit op de hand controleren, waarna deze objecten rechts van het kilopak suiker op de tafel geplaatst worden. Dat de zak appels ongeveer even zwaar is als het kilopak, wordt proefondervindelijk vastgesteld. Zoals een van de kinderen het formuleert: "Misschien ietsje meer, misschien ietsje minder." Maar hoe zit het met het pak cornflakes? Het ziet er heel groot uit, veel groter dan het pak suiker. Maar zou het ook zwaarder zijn? Sommige kinderen weten uit ervaring hoe het zit: "Het pak is veel lichter! Voel maar ...". Nadat dit is gedaan, wordt het links van het pak suiker op de tafel geplaatst. Tot slot wordt besproken hoe zwaar de hele krat met boodschappen zou zijn. De kinderen mogen schatten en krijgen ruim de gelegenheid om hun schatting te motiveren. Sommigen lijken het schatten als een vorm van raden op te vatten en komen met aantallen als 10, 20 en 100 kilo. Maar anderen proberen het gewicht meer te beredeneren: er zijn drie dingen die ongeveer 1 kg zijn, dus dat is samen 3 kilo. Dan is er nog de zak aardappels die veel zwaarder is, misschien wel 2 of 3 kilo. Bij elkaar al 5 of 6 kilo. En dan nog het pak cornflakes, maar dat is veel lichter dan 1 kg. Dus het moet in de buurt van 6 kg zijn. Ter afsluiting wordt het totale gewicht op een personenweegschaal bepaald. Het blijkt bijna 7 kilo te zijn ...

Werken met een maateenheid

Al vergelijkend heeft het gebruik van de standaardmaat van 1 kilo in de vorm van het pak suiker steeds meer de aandacht gekregen. Daarmee is de fase van het vergelijken bijna ongemerkt overgegaan in de fase van het werken met een maateenheid, zoals dat eerder is gebeurd bij lengte en inhoud. Juist doordat de kinderen zelf actief voelend, wegend en redenerend bezig zijn geweest, is het ontluikend maatbesef flink gestimuleerd. Dat daarbij ook al een personenweegschaal als meetinstrument wordt ingezet, is geen probleem. De kinderen zijn toch al enigszins bekend met dergelijke instrumenten, al doorzien ze nog niet goed hoe de schaalverdeling van dit instrument begrepen moet worden en hoe je aan de hand van de uitslaande wijzer de maat kunt aflezen. Dat is iets om naderhand uitgebreid op terug te komen.



Een interessante mogelijkheid om het werken met een maateenheid nader te exploreren, doet zich voor als op een dag, medio groep 4, een set standaardgewichten met een bijbehorende weegschaal (een bascule) wordt geïntroduceerd.



In eerste instantie wordt de aandacht gevestigd op de grotere gewichten: die van 1000 gram (één exemplaar), 500 gram (één), 200 gram (twee) en 100 gram (drie). Daarmee doet een nieuwe maateenheid z'n intrede: de gram.

Voor een aantal kinderen blijkt deze toch al min of meer bekend te zijn.

Op veel verpakkingen van hagelslag, pindakaas en

dergelijke staat het gewicht vermeld in grammen, zoals sommige kinderen al weten. Gezamenlijk worden de gewichten bekeken en met elkaar in verband gebracht: het gewicht van 200 gram moet precies twee keer zo zwaar zijn als dat van 100 gram, dat van 500 gram moet even zwaar zijn als de drie gewichten van 100 gram samen met het gewicht van 200 gram, enzovoorts.

Nadat de kinderen weer even hebben mogen voelen, worden dergelijke relaties op de weegschaal gecontroleerd. Daarbij komt ook naar voren dat het kilogram inderdaad precies overeenkomt met de vijf gewichten van respectievelijk 500 gram (1), 200 gram (2) en 100 gram (1). Gezamenlijk wordt nu onderzocht hoe het gewicht van enkele voorwerpen in de klas aan de hand van de weegschaal met de set standaardgewichten redelijk nauwkeurig bepaald kan worden. De kleinere gewichten die bij de set horen (50 gram, 20 gram, 10 gram), kunnen hierbij eventueel ook ingezet worden. Het *afpassen* en het kiezen van de meest in aanmerking komende gewichtsmaten gaat hier hand in hand met het berekenen en beredeneren van het gewicht.



Ook krijgen belangrijke meetaspecten als schatten en afronden de nodige aandacht. Niet alleen draagt dit sterk bij tot het maatbesef van de kinderen, maar ook het getalgevoel wordt gestimuleerd. Getallen tot 1000 vormen in deze periode immers een belangrijk onderzoeksterrein, en de weegactiviteiten leveren een waardevolle bijdrage om het gevoel voor de grootte van dergelijke getallen en allerlei onderlinge relaties concreet inhoud te geven.



Om ervoor te zorgen dat de kinderen ook individueel de nodige ervaring kunnen opdoen, wordt de weegschaal met de standaardgewichten vervolgens in de meethoek ondergebracht die al enige tijd in de klas is ingericht. Daarin bevinden zich behalve de al eerder besproken instrumenten op het gebied van lengte ook een aantal opdrachtkaarten voor meten en wegen.

Overgang naar wegen met een meetinstrument: constructie van een unster

Hoewel het werken met de weegschaal en de bijbehorende standaardgewichten redelijk nauwkeurige meetresultaten oplevert, is deze vorm van afpassend meten natuurlijk toch wat omslachtig. Het wegen met gangbare instrumenten als keukenweegschaal en personenweegschaal, waarmee de kinderen vaak al enigszins bekend zijn, gaat sneller en efficiënter. Maar de betekenis van de schaalverdeling en het correct aflezen van de maat op dergelijke instrumenten is voor veel kinderen nog moeilijk.

Om daarop meer zicht te krijgen, wordt een experiment gedaan waarbij in de klas een vergelijkbaar instrument *geconstrueerd* wordt: een unster met een metalen trekveer waarvan de uitrekking als maat kan fungeren voor het gewicht van voorwerpen.

Voorafgaand aan de activiteit heeft de leraar de veer op een houten bord bevestigd. Onderaan de veer hangt een zakje waarin allerlei te wegen



voorwerpen gedaan kunnen worden. Eerst wordt deze opstelling nu gezamenlijk door de kinderen bekeken. Naar voren komt onder meer dat hoe zwaarder het object in het zakje is, des te verder de veer uitrekt. Als je het gewicht van verschillende objecten wilt vergelijken, kun je dus telkens een streepje op het papier zetten dat achter de veer is bevestigd. Het onderste streepje geeft dan het grootste gewicht aan. Door dit samen met de kinderen uit te proberen, ontstaat een eerste inzicht hoe het meten van de grootheid gewicht getransformeerd kan worden tot een vorm van lengtemeting: de 'uitrek-afstand' kan als maat fungeren voor gewicht. Op dit principe wordt in het vervolg van het experiment voortgeborduurd. De standaardgewichten van 100 gram worden er nu bijgenomen. Eerst wordt een van deze gewichten in het zakje gedaan, en een kind mag een met de uitrekking corresponderend streepje zetten op het papier achter de veer. Vervolgens komt er een tweede gewicht van 100 gram bij, en wordt bij de corresponderende uitrekking weer een streepje gezet. Enzovoorts.



De kinderen zien aldus een schaalverdeling ontstaan die loopt van nul (de nulstand van de veer) via streepjes die telkens 100 gram aangeven (de uitrekking van de veer door de gewichten van 100 gram) tot 1000 gram oftewel 1 kilo. Door bij de streepjes de corresponderende maatgetallen te noteren, ontstaat een instrument waarmee het gewicht van allerlei voorwerpen via *aflezen op de schaalverdeling* bepaald kan worden.

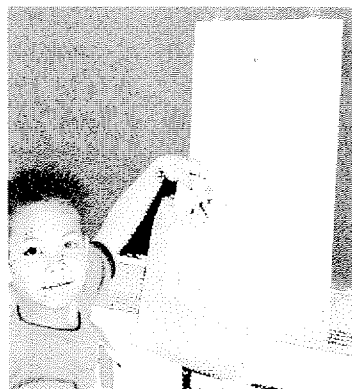
Erg nauwkeurig is dit zelf geconstrueerde instrument natuurlijk niet, omdat de uitrekking niet exact verhoudingsgewijs gebeurt. Maar het experiment laat wel duidelijk zien waarop zo'n instrument gebaseerd is: het wegen wordt omgevormd tot een vorm van lengtemeting die de kinderen al kennen van het werken met instrumenten als duimstok, liniaal en maatbeker.

Aldus staat de grootheid lengte, in het bijzonder het werken met een schaalverdeling waarop de lengte via aflezen kan worden bepaald, model voor de grootheid gewicht. Eerst worden aan hand van de unster nu enkele klassikale metingen verricht waarbij belangrijke aspecten als schatten, het interpreteren van de schaalverdeling en het afronden een rol spelen.



Vervolgens wordt de unster toegevoegd aan de andere instrumenten in de meethoek in het lokaal. Wellicht zijn er kinderen of leraren bij wie thuis echte unsters aanwezig zijn. Ook deze kunnen uiteraard een plaats in de meethoek krijgen. Op geschikte momenten mogen de kinderen nader experimenteren met alle instrumenten.

Daarbij kunnen ze ook ervaring opdoen met het verschijnsel van de meetnauwkeurigheid: heeft een voorwerp hetzelfde gewicht op de weegschaal met standaardgewichten als bij de unster? Hoe zou het komen dat er afwijkingen zijn? Enzovoorts.



Werken met gangbare meetinstrumenten

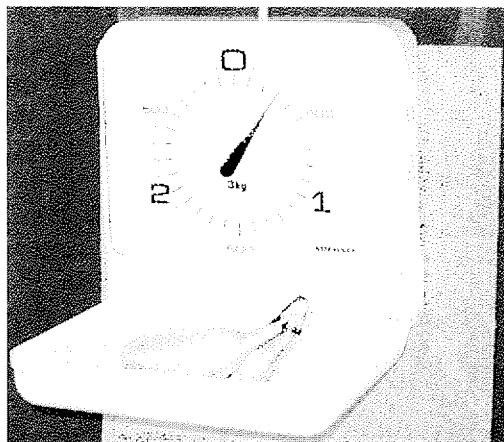
De stap naar het werken met gangbare instrumenten als keukenweegschaal, personenweegschaal en brievenweger is nu niet groot meer. Daarom worden deze op een zeker moment in de kring onder de loep genomen, te beginnen met de keukenweegschaal.

De leraar vraagt daarbij in eerste instantie naar het hoe en waarom van dit instrument: hoe komt het dat de weegschaal bijvoorbeeld het gewicht van twee pakken suiker zo netjes aangeeft? En hoe kun je op de schaalverdeling de maat goed aflezen?

Gezamenlijk wordt vastgesteld dat het instrument op een soortgelijke manier werkt als de unster: het gewicht van het te wegen object duwt het bewegende deel van de weegschaal als het ware omlaag. Hoe groter het gewicht, des te verder de weegschaal omlaag gaat en des te verder de wijzer op de schaalverdeling uitslaat. Voor de personenweegschaal geldt uiteraard hetzelfde. Alleen hebben ze het 'tegenwicht' hier veel zwaarder gemaakt, zodat je veel grotere gewichten kunt afmeten.

Aan de hand van enkele personenweegschalen wordt nu het gewicht van alle kinderen bepaald.

De kinderen doen dit in groepjes waarbij ze zelf steeds het betreffende maatgetal bepalen. De resultaten worden vervolgens in een grafiek weergegeven.





Dat kan in de vorm van een gewone staafgrafiek, maar het is ook mogelijk om een grafiek samen te stellen waarin de gewichten per gewichtsklasse van bijvoorbeeld vijf kilo staan aangegeven. In zo'n grafiek ontstaat min of meer een normale verdeling die in de hogere leerjaren nog regelmatig onder de aandacht zal komen. Tot besluit wordt nog een onderzoekje gedaan waarbij de vraag centraal staat hoe je aan de hand van de personenweegschaal het gewicht van objecten kunt bepalen die moeilijk op de weegschaal te plaatsen zijn, zoals een tas met boeken of boodschappen (valt gauw om) of een kip of konijn (springt er snel af).



Om dit probleem nader te onderzoeken mag een kind op een dag z'n konijn mee naar school nemen.³

Dit konijn blijkt inderdaad niet in het minst geneigd om stil op de weegschaal te blijven zitten. Wat nu te doen? Met hok en al op de weegschaal zetten en dan naderhand het hok ook apart wegen, aldus enkele van de kinderen. Maar nog eenvoudiger blijkt het te zijn om een kind eerst zonder konijn en daarna met konijn op de weegschaal te laten plaatsnemen. Je hoeft dan alleen maar te kijken hoeveel kilo erbij is gekomen, zoals gezamenlijk wordt vastgesteld. Tot besluit wordt deze aanpak met diverse kinderen uitgetoetst. Steeds blijkt nu dat er met konijn ongeveer twee en een halve kilo is bijgekomen. Zo zwaar is het konijn dus. Na afloop komen alle instrumenten in de meethoek te staan. Zodoende kunnen de kinderen ook individueel nog allerlei meetopdrachten uitvoeren.

Tussendoel meten 8

De kinderen zijn in staat het gewicht van voorwerpen te vergelijken, zowel op de hand als met behulp van een balans. Ze kennen de standaardmaten kilogram en gram en beschikken over referenties voor verschillende gewichten. Verder doen ze ervaring op met het wegen aan de hand van gangbare en minder gangbare instrumenten als bascule, unster, keukenweegschaal en personenweegschaal.



In groep 1 en 2 is al de nodige ervaring opgedaan met het gebruik van verschillende vergelijkingsstrategieën voor deze grootte. In groep 3 en 4 wordt hierop voortgebouwd waarbij de kinderen zich nader bewust worden dat de omvang van een voorwerp lang niet altijd maatgevend is voor het gewicht ervan. In aansluiting op de betreffende activiteiten wordt de aandacht gericht op de standaardmaat kilogram. Deze maat wordt verbonden met een kilogram suiker. Kinderen zoeken in de klas naar voorwerpen die ongeveer even zwaar, lichter of zwaarder zijn dan een kilogram. Ze controleren dit op de hand en met een balans. Zo ontstaat een netwerk van referenties en krijgt de standaardmaat kilogram steeds meer betekenis. Kinderen verzamelen verpakkingen en bekijken wat als gewicht staat aangegeven. Zo komen ook gewichten als 250 gram, 200 gram en 100 gram aan de orde en maken ze kennis met de nieuwe maat gram. Door vergelijken ontdekken de kinderen dat vier pakken van 250 gram of twee pakken van 500 gram overeenkomen met een kilogram. Door te redeneren worden meerdere gewichten zo met elkaar in verband gebracht: vijf keer 100 gram komt overeen met 500 gram, 10 keer 100 gram levert een kilogram op, enzovoort.

Het werken met een bascule met bijbehorende standaardgewichten van 1 kg, 500 gram, 200 gram en 100 gram bevordert het ontdekken van al die relaties. Bovendien levert het werken met zulke gewichten een bijdrage aan het betekenis geven aan getallen tot 1000 en aan het optellen daarmee.

Als opmaat tot het gebruiken van gangbare weeginstrumenten construeren de kinderen zelf een instrument door gewichten op te hangen aan een metalen trekveer. Met streepjes geven ze aan hoever de veer uitgerekt wordt. De gewichten worden daarbij genoteerd. Zo ontstaat een instrument met een afleesbare schaal, een unster. Dat zelf ontwerpen is van belang voor het inzicht in de werking van de gangbare instrumenten. Bij een unster is dat het eenvoudigst te zien, dus die mag niet ontbreken.



Oppervlakte

Vergelijken en ordenen

In groep 1 en 2 hebben de kinderen al enige ervaring opgedaan met situaties waarin deze grootheid spontaan een rol speelt, zoals bij het zoeken naar een poppendeken of een stuk pakpapier van passende afmetingen. Het ging daarbij vooral om de vraag of een lap stof of een stuk papier groot genoeg was om een bepaalde ruimte of een bepaald object af te dekken. Maar er zijn nog geen gerichte leerervaringen met oppervlakte opgedaan zoals dat bij enkele andere grootheden het geval was.

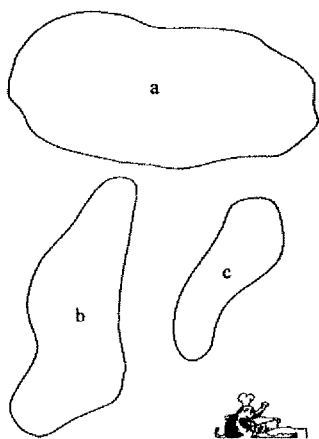
In groep 3 verandert dat. Net als bij andere grootheden komt daarbij eerst de fase van het vergelijken en ordenen uitgebreid aan bod. Daarbij doet zich meteen een specifieke moeilijkheid voor. Oppervlakte is namelijk een grootheid die voor de kinderen moeilijker te vatten is dan de hiervoor besproken grootheden. Dit manifesteert zich ook in de taal: over oppervlakte wordt in eerste instantie veelal in bedekte termen gesproken. Terwijl bij lengte of gewicht al gauw sprake is van het langer, respectievelijk zwaarder zijn van een object, wordt dit bij oppervlakte aangeduid met het meer algemene en onbestemde groter zijn.

Dat daarmee naar oppervlakte wordt verwezen, is niet op voorhand altijd duidelijk. Het is dan ook van belang om aan de begripsontwikkeling bij deze grootheid zorgvuldig aandacht te besteden. Het vertrekpunt wordt daarbij gevormd door situaties waarin het indirect of impliciet om oppervlakte gaat.

Bijvoorbeeld:

- Welke plak drop zou je het liefste hebben?
- Welke lap stof zou het duurste zijn?
- Op welk landje kun je de meeste planten zetten?

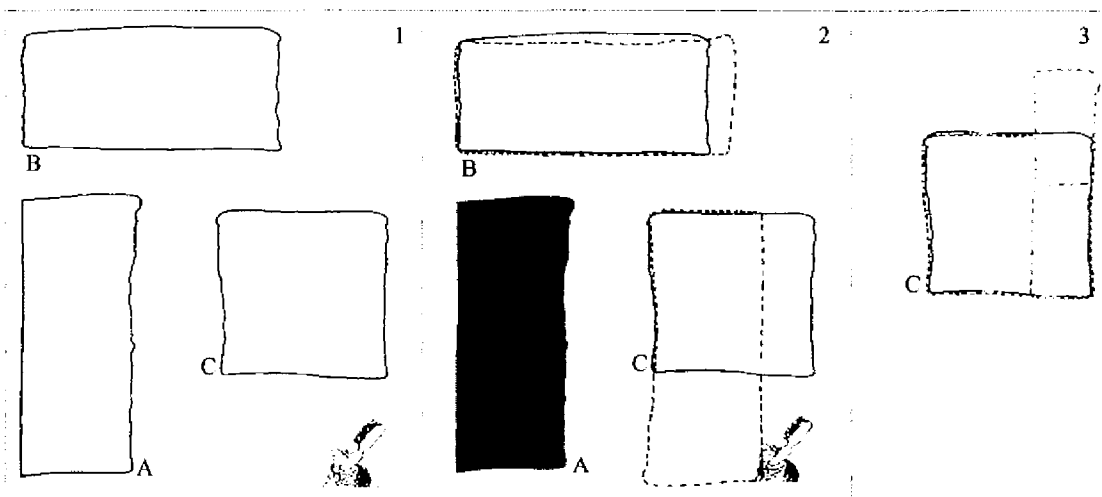
Via exploratie van dergelijke situaties kunnen de kinderen zich beter bewust worden dat het om het grootste stuk drop, stof of land gaat in de zin van de grootste oppervlakte. Daarbij doen ze ervaring op met het bedenken en uitproberen van passende vergelijkingsstrategieën. De meest elementaire daarvan is het op elkaar leggen van de betreffende objecten en kijken waar er nog wat uitsteekt. In het geval van de drie stukken 'bakkersdeeg' hiernaast geeft deze strategie zonder meer uitsluitsel terwijl het gevoel voor wat oppervlakte inhoudt, er tevens door versterkt wordt.⁴





Een andere mogelijkheid om greep op oppervlakte te krijgen is om deze grootheid te binden aan andere grootheden als inhoud en gewicht. In het geval van de plakken drop kan dat bijvoorbeeld door de plakken op een balans te leggen en te kijken naar welke kant deze doorslaat. En in het geval van twee stukken land kan het door de beide stukken gelijkmatig te bedekken met 'planten' in de vorm van knopen of fiches, en deze beide hoeveelheden vervolgens te vergelijken. Op grond van het verschil in aantal kan dan op een indirecte manier worden vastgesteld welk landje het grootste is. Het meten van oppervlakte wordt zodoende herleid tot het de kinderen al vertrouwde meten van gewicht of tot het tellen van hoeveelheden. Niet alleen versterkt dit het begrip van wat oppervlakte inhoudt, maar tevens draagt het bij aan het inzicht in de samenhang tussen grootheden.

Na deze eerste verkenningen volgen verschillende activiteiten waarin het op elkaar leggen als vergelijkingsstrategie nader onderzocht wordt. Interessant is vooral de situatie waarin de betreffende objecten niet zoveel in grootte verschillen, zoals bij de drie plakken koek hieronder (1).⁵



De strategie van het op elkaar leggen en kijken waar er nog wat uitsteekt voldoet dan niet geheel meer (2). Weliswaar kan via het uitknippen en op de andere koeken plaatsen van koek A achterhaald worden dat deze



iets groter is dan koek B, maar hoe het precies met koek C zit, is niet met zekerheid te zeggen. Deze moeilijkheid kan worden opgelost door koek A op een passende manier via knippen en plakken zodanig *om te vormen* (3) dat er geconstateerd kan worden dat er nog een stukje uitsteekt. Conclusie: koek A is het grootste, dan volgt koek B en dan koek C. Impliciet komt daarmee ook een belangrijk onderliggend principe naar voren: de oppervlakte van een (plat) object verandert niet als je het via knip-plak-constructies omvormt.

Via dergelijke probleemsituaties doen de kinderen waardevolle ervaringen op met vergelijkingsstrategieën die specifiek van toepassing zijn voor de grootte oppervlakte. In aanvulling hierop worden enkele situaties onder de loep genomen, waarbij het vergelijken van objecten ook kan plaatsvinden door een voor de hand liggende, natuurlijke maat te gebruiken. In alle reken-wiskundemethoden zijn dergelijke situaties terug te vinden. Bijvoorbeeld:

- dienbladen vergelijken door na te gaan op welk blad de meeste koffiebekertjes passen
- gaten in een muur vergelijken door vast te stellen in welk gat de meeste stenen passen
- bakplaten vergelijken door te onderzoeken hoeveel koeken erop passen.



In nevenstaande situatie⁶ bijvoorbeeld is het moeilijk om op het oog vast te stellen welke bakplaat het grootste is: de een is wat breder, de ander wat langer. Eventueel zou dit wel kunnen door de platen over te tekenen en op elkaar te leggen. Maar veel eenvoudiger is het om het aantal koeken te bepalen dat op de platen past. Voor beide blijkt dat twee rijen van drie, en dus zes te zijn.

Conclusie: de platen zijn precies even groot. Aldus ervaren de kinderen hoe je de grootte van twee objecten kunt vergelijken door een natuurlijke maateenheid te gebruiken.

Ook om een andere reden is het belangrijk dat dergelijke problemen ruimschoots aan de orde komen. Er wordt immers op deze wijze een verbinding met het handig tellen gelegd, en met name voor de verkenning van het vermenigvuldigen als nieuwe operatie (tweede helft



groep 3, eerste helft groep 4) is dit van groot belang. Naderhand zal dit oppervlaktemodel nog een cruciale rol spelen bij het ontwikkelen van handige vermenigvuldigstrategieën.

Werken met een natuurlijke maateenheid

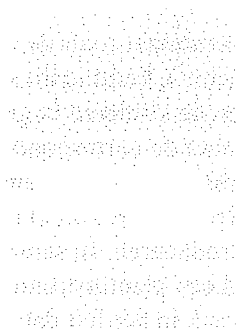
Het gebruik van natuurlijke maateenheden kan uiteraard ook los van het vergelijken aan de orde komen. Het gaat dan om opgaven als:

- hoeveel tegels passen er op het pleintje?
- hoeveel stofdoeken zijn er uit het laken te knippen?
- hoeveel stukken pizza zijn er uit de bakplaat te halen?

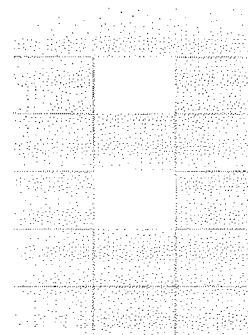
Steeds is daarbij de maateenheid gegeven in de vorm van een tegel, een vierkant lapje stof of een rechthoekig stuk pizza. Via afpassen en tellen dient bepaald te worden hoeveel keer de maat op het betreffende object past, waarbij het natuurlijk lang niet altijd mooi hoeft uit te komen.

Een aardige vorm waarin de kinderen dit zelf kunnen ervaren, is de volgende. De kinderen werken in groepjes van twee. Elk groepje krijgt de beschikking over één A-viertje van stevig gekleurd papier, en twee kaartjes van 5 bij 7 centimeter. De opdracht is om uit te zoeken hoeveel van dergelijke kaartjes er in totaal uit het A-viertje gehaald kunnen worden (1). Er mag uiteraard getekend en geknipt worden. Maar, zoals in een bespreking vooraf in de klas naar voren komt, het is verstandig om niet te snel te gaan knippen, want misschien blijkt later dat je helemaal niet goed uitkomt en dat je nogal wat papier moet weggooien. Het is dus zaak om eerst eens te onderzoeken hoe je de kaartjes er het beste kunt uithalen.

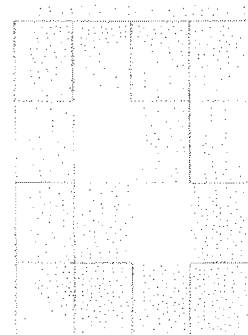
Omdat de kinderen over twee kaartjes beschikken, ligt het voor de hand om deze te gebruiken om eerst eens globaal af te passen hoe de kaartjes het beste uit het vel papier gehaald kunnen worden. Twee afpaspatronen blijken dan goed te voldoen (2 en 3).



1



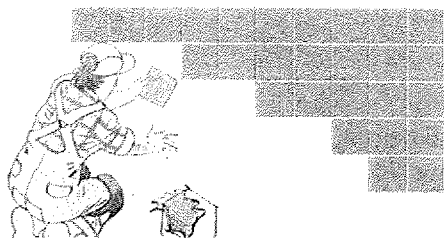
2



3

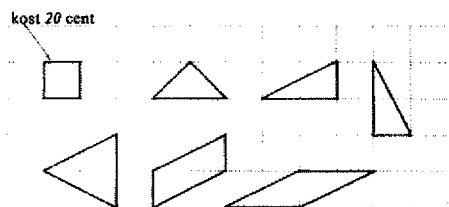


In het ene geval kunnen er vier rijen van vier kaartjes geknipt worden, in het andere drie rijen van vijf (3). In vermenigvuldigtaai: $4 \times 4 = 16$ kaartjes dan wel $3 \times 5 = 15$ kaartjes. Conclusie: de middelste wijze van knippen levert meer kaartjes op. Aldus kan ervaren worden hoe het afpassend meten voor de grootheid oppervlakte op een elementair niveau in z'n werk gaat.



Op een meer mentaal niveau kan dit vervolgens beoefend worden via opdrachten waarbij bijvoorbeeld bepaald moet worden hoeveel tegels er op het pleintje nog ontbreken.⁷ Ook hier is de verbinding met het handig tellen en vermenigvuldigen duidelijk: door in het nog lege gedeelte handige telpatronen te onderkennen, kunnen de kinderen tot een efficiënte oplossing komen.

Een wat complexere variant op dit soort opgaven ontstaat als aan de tegels een bepaalde waarde wordt toegekend, terwijl tevens niet-rechthoekige vormen in beschouwing genomen worden. Bijvoorbeeld⁸:



De oplossing kan in dergelijke situaties handig verkregen worden door de betreffende figuren *om te structureren*, dat wil zeggen zodanig om te vormen dat er rechthoekige figuren ontstaan waarvan de oppervlakte (in dit geval de waarde) via tellen en rekenen eenvoudig bepaald kan worden.

Afpassen met een standaardmaat zoals de vierkante centimeter (cm^2) en de vierkante decimeter (dm^2), komt in dit stadium nog niet aan de orde. Dergelijke maten zeggen de kinderen in groep 3 en 4 nog niet veel. Ze hangen sterk samen met de corresponderende lengtematen. Pas als de kinderen vertrouwd raken met de systematiek van deze lengtematen, in de loop van groep 5 en 6, is het zinvol om de overeenkomstige oppervlaktematen te introduceren. In samenhang hiermee blijft ook de fase van het werken met een meetinstrument buiten beschouwing. Dit vindt mede z'n oorzaak in het feit dat dergelijke meetinstrumenten voor oppervlakte slechts in zeer beperkte mate voor handen zijn.



Anders dan de meeste andere grootheden laat de tweedimensionale grootheid oppervlakte zich niet goed afbeelden op een lineaire schaal.

Tussendoel meten 9

De kinderen kunnen platte objecten vergelijken en ordenen qua oppervlakte. Verder zijn ze in staat oppervlakten met voor de hand liggende natuurlijke maten te meten via afpassen en tellen.

Een probleem bij de grootheid oppervlakte is dat er minder eenduidige beschrijvingstermen zijn dan bij andere grootheden. Het groter of kleiner zijn bij oppervlakte kan gemakkelijk verkeerd begrepen worden als langer of korter. Het is daarom van belang om probleemsituaties aan de orde te stellen waarin het indirect om oppervlakte gaat en waarin gevarieerde vraagstellingen gebruikt worden zoals: op welk vel papier passen de meeste sterren, in welk tuintje kun je de meeste struiken poten, welk koekje zou jij kiezen, welk stuk chocolade zal het duurste zijn, en welke plak cake zal het meeste wegen. Met die verschillende aanduidingen, waar mogelijk gekoppeld aan groter en kleiner, richt de aandacht zich nadrukkelijker op de oppervlakte.

Bij het vergelijken gebruiken de kinderen verschillende strategieën zoals vergelijken op het oog, op elkaar leggen, omvormen, maar ook tellen en gestructureerd tellen.

Met die laatste vorm, waarbij natuurlijke maten als tegels en sterren gebruikt worden, wordt de overgang naar de fase van het werken met een maateenheid bij oppervlakte in gang gezet.

Via afpassen en tellen, en dan bij voorkeur gestructureerd tellen, stellen de kinderen vast hoe groot de oppervlakte van allerlei platte objecten is. Door niet één voor één alles te tellen, maar te denken in rijen en aantallen per rij, leggen de kinderen de verbinding met het vermenigvuldigen.



Tijd

Twee centrale aspecten

Het voorbijgaan van de tijd kan opgevat worden als een lineair verlopend proces. Tijdsduur kan dus net als gewicht of inhoud op een maatlijn of -strook afgebeeld worden. In de praktijk is dat vaak een ronde lijn oftewel een cirkel, waarmee het cyclische karakter van veel tijdprocessen tot uitdrukking komt.

Voor wat betreft het leerproces rond deze grootheid is het in principe dan ook mogelijk om de bekende fasering te doorlopen van vergelijken en ordenen, werken met een maateenheid en werken met een meetinstrument. Toch ligt dat niet zo voor de hand.

Het meten van tijd kent namelijk twee centrale aspecten: het bepalen van *tijdsduur* (ofwel de hoeveelheid tijd die tussen twee gegeven momenten verstrijkt), en het bepalen van *tijdstip* (ofwel het moment van de dag, de week, het jaar).

Hoewel het leren bepalen van de tijdsduur niet onbelangrijk is, is het toch vooral het leren bepalen van het tijdstip dat in groep 3 en 4 sterke nadruk krijgt: het leren klokkijken.

Daarbij speelt vanzelfsprekend het leren werken met maateenheden als uur, kwartier en minuut een rol. Maar dan niet zozeer om met behulp daarvan de tijd steeds preciezer te kunnen meten, doch om het tijdstip van de dag steeds nauwkeuriger te kunnen vaststellen.

Leren klokkijken staat uiteraard niet op zichzelf. Zoals in de leerlijnbeschrijving van groep 1 en 2 al is aangegeven, is het ingebed in het bredere leerproces rond de ontwikkeling van tijdsbesef in meer globale zin, waarbij het gaat om kwesties als:

- kennis van belangrijke vaste tijdpatronen als die van dag, week, maand en jaar
- inzicht in het cyclische karakter van veel tijdprocessen
- bewustwording van het subjectieve aspect van tijd: tijdbeleving.

In de kleutergroepen is al een begin gemaakt met dat bredere leerproces. In groep 3 en 4 wordt erop voortgebouwd, met het leren klokkijken als belangrijk uitvloeisel.

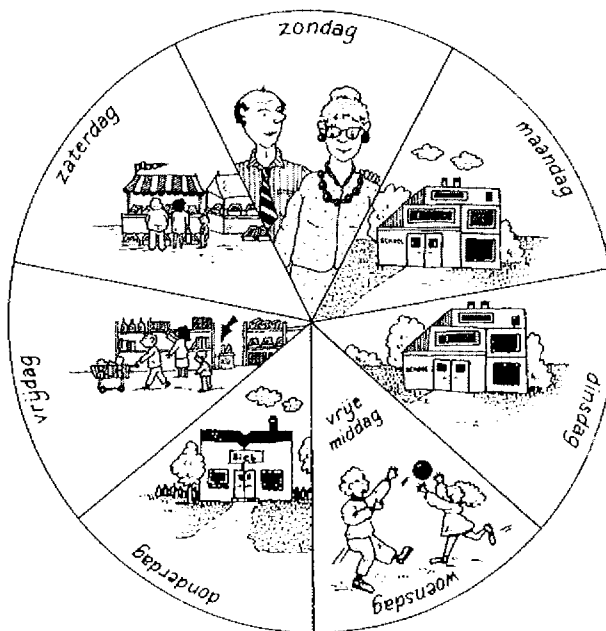


De ontwikkeling van tijdsbesef: vaste tijdpatronen

Tijd heeft voor veel kinderen iets ongrijpbaars doordat ze het niet kunnen zien, voelen of aanwijzen. Aan de andere kant is het een verschijnsel waar ze bijna dagelijks mee te maken hebben. Bijvoorbeeld als ze na het ontbijt vlug naar school moeten omdat ze anders niet op tijd zijn, of als ze op zaterdagavond mogen opblijven en niet op de gebruikelijke tijd naar bed hoeven.

Om de kinderen nader bewust te maken van de wijze waarop de tijd verloopt, verdient het aanbeveling de belangrijkste tijdpatronen waarmee ze in het dagelijks leven te maken hebben, in kaart te brengen en te visualiseren met behulp van schema's, overzichten en kalenders. En om deze te verbinden met gebeurtenissen en activiteiten die zich in het eigen leven regelmatig voordoen. Zodoende ontstaat een referentiekader in termen waarvan ze allerlei gebeurtenissen in heden, verleden en toekomst voor zichzelf een plaats kunnen geven. Het meest elementair zijn de tijdpatronen die voortvloeien uit de indeling in dag, week en maand.

Deze worden gewoonlijk in de loop van groep 3 onder de loep genomen. De kinderen worden daarbij in de eerste plaats nader bewustgemaakt van de vaste indeling van de dag in ochtend, middag, avond en nacht. Er wordt geïnventariseerd waarmee ze zich gedurende een bepaald dagdeel bezighouden: slapen, ontbijten, naar school gaan, avondeten, televisiekijken, enzovoorts. In samenhang daarmee wordt ook de indeling van de week in zeven dagen besproken. Nadat de namen en vaste volgorde van deze dagen op een rij zijn gezet, kan een schema of tabel worden bekeken waarin typerende gebeurtenissen worden weergegeven. Om het cyclische karakter van dit tijdpatroon te benadrukken, kan het schema de vorm van een cirkeldiagram hebben.⁹





De afgebeelde gebeurtenissen en situaties zijn voor de kinderen tot op zekere hoogte herkenbaar uit het eigen dagelijkse leven.

Na verloop van tijd, veelal eind groep 3 of begin groep 4, wordt de maand nader bekeken. Dit kan aan de hand van een kalender van de maand die op dat moment gaande is.¹⁰

Gezamenlijk wordt onderzocht wat er op zo'n maandkalender allemaal te zien is, zoals het aantal dagen in die maand, het aantal volle weken dat in die maand valt, en ook op wat voor dag een bepaalde datum valt. Op de kalender hieronder is bijvoorbeeld aangegeven dat op de 14^{de} Marlies jarig is. Hoe kun je nu zien op wat voor dag dat valt?

ma	di	wo	do	vr	za	zo
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Dat blijkt niet eenvoudig voor veel kinderen.

Het makkelijkste is het nog om bij 1 juni te beginnen; dat valt op een woensdag. Dan valt 2 juni op een donderdag, 3 juni op een vrijdag, en zo door. Geleidelijk aan krijgen de kinderen nu het verticale patroon in de gaten: je kunt vanuit een bepaalde dag (zoals de 14^{de}) recht omhoog gaan en kijken bij welke dag van de week je uitkomt – een dinsdag dus in dit geval.

In groep 4 wordt vervolgens de indeling van het jaar in maanden besproken. Een geschikte aanleiding is bijvoorbeeld de wisseling der seizoenen aan het eind van de zomer (september) of herfst (december). Vanuit de lopende maand komen de omliggende maanden in beeld, gevolgd door de hele rij. Ook de seizoenen worden in kaart gebracht. Zo ontstaat een soort jaarkalender. De aantallen dagen van de maanden kunnen toegevoegd worden, maar meer als wetenswaardigheid dan om uit het hoofd te leren – allengs zullen de kinderen met deze aantallen toch wel vertrouwd raken. Hetzelfde geldt voor het fenomeen van het schrikkeljaar. In de bovenbouw kunnen dergelijke wetenswaardigheden nader onderzocht en bewustgemaakt worden. Aldus ontwikkelen de kinderen steeds meer kennis van de belangrijkste vaste tijdpatronen die zich in hun leven voordoen.



Van tijd tot tijd kunnen ze daarbij ook uitstapjes naar het rekenen maken. Bijvoorbeeld door in de situatie rond de maandkalender te vragen hoeveel nachties het nog slapen is voor een bepaalde hoogtijdag. Verder is het vergelijken van leeftijden een waardevolle bron van rekenactiviteiten, zoals in het voorbeeld hiernaast.¹¹ Maar de nadruk ligt toch op het nader bewustmaken van de tijdpatronen, op het doorzien van het cyclische karakter daarvan en op het leren hanteren van deze patronen als referentiekader.

Leren klokkijken

Als de indeling van de dag in ochtend, middag, avond en nacht wordt besproken, komt al gauw de onderverdeling in uren ter sprake. Het ligt dan voor de hand om een begin te maken met het leren klokkijken.

Misschien wel de mooiste manier om dat te doen is door een grote, oude klok de klas in te halen die slaat of roept op de hele en halve uren.¹² Hoewel dit voor de kinderen natuurlijk een opvallende gebeurtenis is, hoeft er niet meteen ook nadrukkelijk de aandacht op te worden gevestigd. Dat gebeurt op momenten dat de klok slaat, met name op de hele uren. Het aantal slagen wordt geteld en gezamenlijk wordt geconstateerd hoe laat het op dat moment is. Hoewel dit laatste voor een aantal kinderen nog niet zo eenvoudig is, zijn er altijd wel kinderen die dit op grond van ervaringen thuis al kunnen. Door zulke momenten met enige regelmaat in de lessen te betrekken, ontstaat een reeks bezinningsmomenten op het dagelijkse verstrijken van de tijd zoals zich dat in de klas voordoet.

Reken de leeftijd uit.

Teken de tabel in je schrift en schrijf je antwoord erin.

a

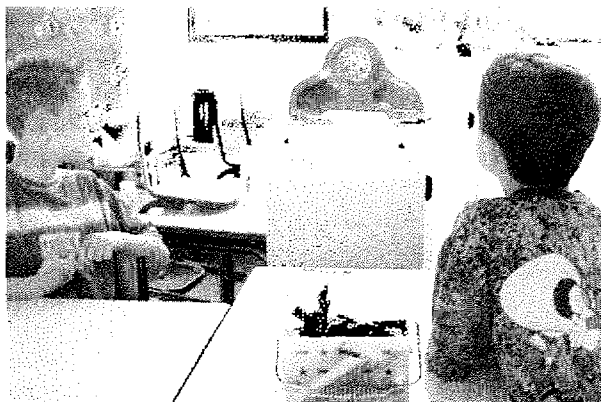


	nu	over 5 jaar	over 10 jaar	over 20 jaar	over 25 jaar
Fatima	23	28			
Sander	28				

b



	nu	5 jaar geleden	10 jaar geleden	20 jaar geleden	25 jaar geleden
tante Sjaan	68				
oom Dirk	74				





Uiteraard spelen vaste dagelijkse gebeurtenissen daarbij een rol: de kinderen weten al gauw dat de school juist een tijdje begonnen is als het negen uur is (de klok slaat negen keer). Vaak is de rekenles net zo'n beetje afgelopen als de klok tien slagen laat horen en het dus tien uur is. Terwijl 's middags, enige tijd na drie uur (de klok heeft drie keer geslagen), de school is afgelopen en iedereen naar huis gaat.

Als dergelijke bezinningsmomenten gedurende enkele weken hebben plaatsgevonden, krijgen de kinderen ook steeds meer in de gaten hoe je op de klok kunt *zien* dat het tien uur is. Om dit nader aan de orde te stellen, kan er op een dag juist voor het tien uur slaat even een doek over de klok gehangen worden. Nadat het aantal slagen gezamenlijk geteld is, wordt besproken hoe je op de klok nu kunt zien dat het tien uur is.

Niet iedereen is zich hiervan al bewust, maar er zijn toch een aantal kinderen die het kunnen verwoorden: de kleine wijzer staat op de tien, en de grote wijzer staat helemaal bovenaan, op de twaalf. Door de doek er even af te halen, wordt geconstateerd dat dit inderdaad het geval is.

Op een vergelijkbare manier kunnen ze achterhalen dat het speelkwartier aanbreekt enige tijd nadat het tien heeft geslagen, om precies te zijn op het moment dat de klok één keer slaat. Dat je dit half elf noemt en dat je het ook op de klok kunt zien, is niet iedereen onmiddellijk duidelijk. Maar allengs raken de kinderen toch steeds meer vertrouwd met de vaste opeenvolging van de hele en halve uren.

Interessant is het dan om ze enkele minuten voordat het bijvoorbeeld tien uur is, even met hun werk te laten stoppen en de vraag voor te leggen hoe laat het binnenkort zal zijn (hoeveel keer de klok zal slaan).



Nu gaat het aflezen en interpreteren van de stand van de wijzers steeds meer een rol spelen: de kleine wijzer zit al heel dicht bij de tien, terwijl de grote wijzer de twaalf nadert. Op grond daarvan kunnen veel kinderen voorspellen dat het binnenkort tien uur zal zijn. Al gauw zullen sommige kinderen vervolgens uit zichzelf ertoe overgaan om de tijd te voorspellen: nog even en het is twaalf uur, dan staan de beide wijzers op elkaar helemaal bovenaan op de twaalf.



En: het is net één uur geweest, dus over een klein tijdje (kwart over één) beginnen de lessen weer.

Dan is het moment gekomen, veelal eind groep 3 of begin groep 4, om nader stil te staan bij de weg die de wijzers van uur tot uur over de wijzerplaat afleggen bij het passeren van de tijd. De leraar beschikt daarbij over een klassikale demonstratieklok, terwijl de kinderen in tweetallen een eigen klokje hebben om het verstrijken van de tijd na te spelen.¹³ Om te beginnen wordt gezamenlijk nog eens de stand van de grote en kleine wijzer vastgesteld bij enkele 'hele uurstanden'.

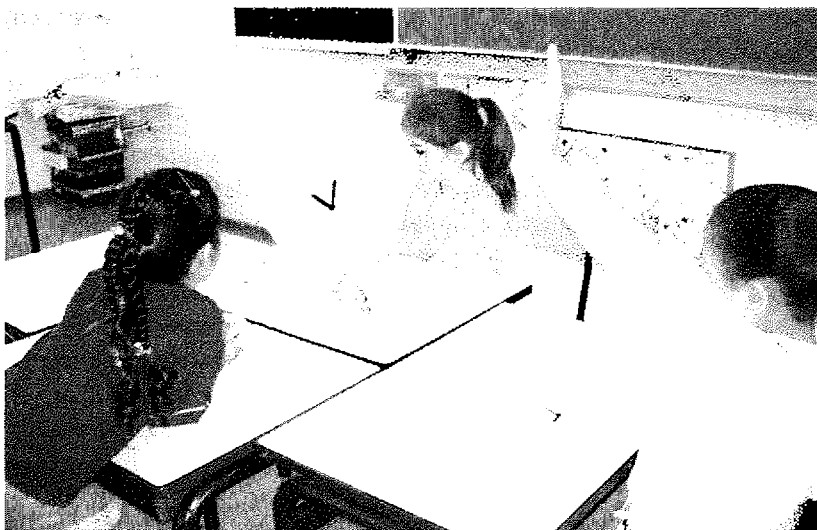
Bijvoorbeeld als het tien uur is: de kleine wijzer staat op de tien, de grote op de twaalf. Evenzo staat de kleine wijzer bij elf uur op de elf, terwijl de grote weer op de twaalf staat. Wat gebeurt er nu met de wijzers precies tussen tien en elf uur? De kinderen hebben dit aan de hand van de grote slaande klok natuurlijk al herhaaldelijk zien gebeuren.

Het wordt in gezamenlijk overleg verwoord: de kleine wijzer draait heel langzaam van de tien naar de elf terwijl de grote wijzer een hele ronde over de wijzerplaat maakt tot hij weer helemaal bovenaan is. Om hier nader zicht op te krijgen, spelen de kinderen de situatie op hun eigen klokje na: ze laten de grote wijzer de hele ronde van twaalf tot twaalf doorlopen, terwijl de kleine wijzer langzaam van de tien naar de elf meeloopt. Vervolgens wordt ook nader expliciet gemaakt hoe je de tijd noemt als deze grote wijzer onderaan staat, op de zes. Hij is dan halverwege de tien en elf, je zou dat dus 'tien en een half uur' kunnen noemen. Maar de gebruikelijke benaming die sommige kinderen al kennen, is natuurlijk half elf.

In het verlengde van deze activiteit vinden regelmatig korte oefenmomenten plaats, waarbij het bewegen van de wijzers over de wijzerplaat gekoppeld wordt aan de hele en halve uurstanden op de klok, en waarbij de kinderen dit naspelen op hun eigen klokjes.

Zodoende groeit de reeks van hele en halve uurtijden uit tot een stelsel van ankerpunten in termen waarvan elk willekeurige tijdstip globaal aangeduid kan worden ('Het is juist elf uur geweest').

Uiteraard blijft daarbij de relatie van deze tijden met bekende gebeurtenissen onder en buiten schooltijd niet buiten beschouwing.



En passant kan het fenomeen van het dubbele optreden van kloktijden over de hele dag naar voren komen: zowel 's morgens als 's avonds is het een keer acht uur; midden op de dag is het een keer twaalf uur, maar ook midden in de nacht. In samenhang daarmee worden de verschillende tijdmaten die impliciet een rol spelen, apart onder de loep genomen. Hoe lang duurt een uur ongeveer? Waar ben je ongeveer een uur mee bezig? En hoe zit het met een half uur of een kwartier? Ook de minuut kan op deze manier besproken worden: ongeveer de tijd waarin je bijvoorbeeld je tanden poetst, je schoenveters vastmaakt, uit de fietsenstalling door de school naar het eigen lokaal loopt, of naar een televisieprogramma kijkt.

Tevens is het mogelijk om de tijdsduur van een aantal bekende gebeurtenissen in een staafgrafiek te beschrijven, waarbij een staaf ter lengte van bijvoorbeeld 5 centimeter als maat fungeert: hoe lang moet dan een staaf ongeveer worden voor het speelkwartier? En voor de rekenles, het tanden poetsen, een verjaardagsfeestje?¹⁴ Aldus ontwikkelt zich net als bij andere grootheden een gevoel voor de orde van grootte van dergelijke tijdmaten, dat ook weer houvast geeft bij het vervolg van het leren klokkijken.



1 Kleur de stroken.

Aankleden	
Rekenles	
Slapen	
Speeltijd	
Tanden poetsen	
Ontbijten	

Bij dit alles kan de aandacht van tijd tot tijd uitgaan naar het subjectieve aspect van tijdbeleving: een uur kan in de beleving van de kinderen soms in een vloek en een zucht voorbij zijn (als je bijvoorbeeld naar een spannende film aan het kijken bent), terwijl het bij andere gelegenheden (als je een uur moet wachten in de wachtkamer van de tandarts) tergend lang kan duren.

Zijn de kinderen eenmaal goed bekend met het aflezen en aanwijzen van de hele en halve uren, dan ligt het voor de hand de tijdsaanduidingen uit te breiden met de kwartiertijden en, op termijn, de minutentijden. Hierbij wordt de hulp van de klassikale klok weer ingeroepen. Nogmaals wordt het verstrijken van de tijd tussen bijvoorbeeld tien uur en elf uur onder de loep genomen.

De leraar demonstreert hoe de grote wijzer vanaf de twaalf rechtsom omlaag beweegt, terwijl de kleine wijzer voetje voor voetje van de tien richting de elf beweegt. Hoe zou je nu het tijdstip kunnen noemen waarop de grote wijzer op de drie aanlandt? Wie zou daar een naam voor weten? Misschien zijn er kinderen die dit uit zichzelf al weten,



maar anders kan deze benoemingswijze gezamenlijk gereconstrueerd worden: de grote wijzer heeft een kwart van het hele rondje tussen tien uur en elf uur afgelegd, je zou het dus 'tien en een kwart uur' kunnen noemen. De gebruikelijke aanduiding van 'kwart over tien' ligt nu voor het oprapen.

Hetzelfde geldt voor de aanduiding van 'kwart voor elf' voor het moment waarop de grote wijzer driekwart van z'n ronde heeft afgelegd en op de negen is aangeland. Op deze wijze kunnen de kwartiertijden en later ook de minutentijden nader verkend en ingeoefend worden.

Het leren hanteren van deze laatste benoemingswijze is echter beduidend lastiger (met aanduidingen als zeven voor half elf, twaalf over half elf, en dergelijke) en komt daarom over het algemeen pas in groep 5 aan de orde. Hetzelfde geldt voor het leren omgaan met digitale tijd.

Op deze wijze ontwikkelen zich kennis, inzichten en vaardigheden op het gebied van de grootheid tijd in de loop van groep 3 en 4. Steeds verder groeit het referentiekader in termen waarvan gebeurtenissen in heden, verleden en toekomst geplaatst en met elkaar in verband gebracht kunnen worden. Daarbij is sprake van een groei naar binnen en een groei naar buiten, met de dag als gemeenschappelijk vertrekpunt. Bij de verkenning van de verschillende vaste tijdpatronen worden uitgaande van de dag steeds grotere tijdsperiodes in beschouwing genomen. Terwijl bij het leren klokkijken steeds verfijndere manieren in kaart worden gebracht om het verloop van de tijd over de dag te beschrijven. Zo ontstaat een samenhangend geheel van kennis waarvan de kinderen zowel in het leven van alledag als in de hogere leerjaren op school veel profijt hebben.

Tussendoel meten 10

De kinderen maken kennis met tijdsindelingen en -patronen als dag, ochtend, middag, avond, nacht, week, maand en jaar en verbinden deze met gebeurtenissen en activiteiten uit hun eigen leven. Ze kunnen klokkijken in uren, halve uren en kwartieren.



Bij de grootheid tijd ligt het accent in groep 3 en 4 aanvankelijk vooral op het ontwikkelen van tijdsbesef, inzicht in het verloop van tijdspatronen en de verbinding daarvan met de eigen beleving.

Tijdsbeleving is subjectief. Een uur kan voorbij vliegen bij leuke dingen en eindeloos lang duren als je je verveelt. Houdt maar eens een uur lang je mond. Of houd maar eens een minuut je adem in. Of houd maar eens twee minuten stilte. Activiteiten gericht op de bewustmaking van dit subjectieve element van tijd mogen in het onderwijs niet ontbreken.

Zo ook met de tijdsindeling. De indeling van de dag in ochtend, middag, avond en nacht kleuren de kinderen persoonlijk in.

Een overzicht van wat je in de loop van de dag doet maakt de indeling concreet. Hetzelfde wordt gedaan voor de indeling van de week. De woensdag verschilt wezenlijk van de andere werkdagen omdat je 's middags vrij bent, naar zwembles gaat of de hele middag buiten speelt. Evenzo koppelen kinderen de tijdseenheden van de maanden en seizoenen aan vertrouwde bezigheden en gebeurtenissen als schaatsenrijden, vakantie houden, de feestdagen en de eigen verjaardag.

In samenhang met het voorgaande komt in groep 3 en 4 het klokkijken uitgebreid aan de orde. Kinderen leren eerst te letten op de uren en de zaken die daarmee verbonden zijn. Naar bed om acht uur 's avonds, het einde van de ochtendschooltijd rond twaalf uur, en zo meer. Een klok met duidelijke cijfers is onmisbaar in de klas.

Na de hele uren komen de halve uren en kwartieren aan de orde.

Dat gaat spelenderwijs. Wijst de klok tien uur aan, dan kan aangekondigd worden dat over een kwartier of om kwart over tien de televisie-uitzending voor de klas begint. Op dezelfde ongedwongen manier wordt de aandacht gevestigd op andere tijden. Mede op basis van het inzicht dat de kinderen verwerven in de tijdseenheden uur, half uur en kwartier én in de relatie daarvan met het over de wijzerplaat bewegen van de grote en kleine wijzer, ontwikkelt zich de vaardigheid in het klokkijken steeds verder.



Andere grootheden

Ook op het gebied van andere grootheden, zoals snelheid en dichtheid, kunnen incidenteel activiteiten in groep 3 en 4 plaatsvinden. Zo kunnen in het kader van een thema over sport en prestaties in de sport verschillen in snelheid besproken worden tussen bijvoorbeeld een wielrenner, een hardloper en een zwemmer. Het gaat daarbij echter vooralsnog om een kwalitatieve verkenning waarbij de betreffende grootheid impliciet een rol speelt. Er zijn in deze leerjaren nog geen activiteiten die zich expliciet richten op een systematische verkenning van deze samengestelde grootheden.

Besluit

In het voorgaande is een leerlijn beschreven waarin een fasering van

- vergelijken en ordenen
- werken met een maateenheid
- en werken met een meetinstrument

voor verschillende grootheden doorlopen wordt. Het indirecte meten, dus het rekenende meten en metende rekenen met maatverhoudingen, is daarbij nog buiten beschouwing gelaten. Voor de grootheid lengte wordt de genoemde fasering volledig doorlopen, voor de grootheden inhoud en gewicht grotendeels. Terwijl deze fasering voor de twee andere grootheden die uitgebreid aan de orde komen, oppervlakte en tijd, slechts in beperkte mate doorlopen wordt.

Kenmerkend voor de leerlijn is verder dat er een hechte samenhang tussen de verschillende grootheden wordt nagestreefd. De kennis die de kinderen ontwikkelen bij de grootheid lengte, vormt mede de grondslag voor het leren meten bij andere grootheden. Dit komt bijvoorbeeld tot uitdrukking in het feit dat de kinderen bij het vergelijken van inhouden leren hoe je naar een ‘hoogte’ kunt kijken om vast te stellen welke van twee inhouden of gewichten het grootste is. Nog sterker treedt deze modelfunctie van de grootheid lengte naar voren als het meten van inhoud en gewicht op een zeker moment herleid wordt tot een vorm van lengtemeting, waarbij een maatgetal op een lineaire schaalverdeling wordt afgelezen.



De kennis die bij de grootheid lengte is opgebouwd, gaat aldus als basis fungeren voor het leren meten bij andere grootheden. Maar ook in een ander opzicht hebben de activiteiten rond deze laatste grootheden een verrijkend effect. Mede doordat de kinderen ervaring opdoen met het bedenken en uitproberen van meetstrategieën die specifiek van toepassing zijn bij inhoud, gewicht en oppervlakte, verdiept het inzicht in de wezenlijke aspecten van het meten zich steeds verder.

Bij het doorlopen van de leerlijn maken de kinderen kennis met diverse maateenheden. In eerste instantie zijn dit vooral natuurlijke maten zoals voet, stap, kopje en tegel. Maar al gauw worden ook standaardmaten geïntroduceerd als meter, centimeter, liter, kilogram en gram.

De kinderen ervaren hoe het afpassende meten met dergelijke maateenheden in z'n werk gaat. Bovendien worden ze ervan bewustgemaakt hoe deze eenheden op een hoger niveau gebruikt worden bij het werken met meetinstrumenten als duimstok, centimeter, maatbeker en huishoudweegschaal. Juist doordat ze ervaring opdoen met het zelf construeren van dergelijke instrumenten, wordt de relatie tussen het afpassende meten en het aflezende meten expliciet gemaakt. Verder worden de standaardmaten in de loop der tijd steeds hechter verbonden met voor de hand liggende referentiematen zoals stap (meter), vingerdikte (centimeter), pak melk (liter) en pak suiker (kilogram). Mede daardoor ontwikkelen de kinderen een sterk gevoel voor de orde van grootte van deze standaardmaten.

Kenmerkend voor de leerlijn is verder dat deze hecht verweven is met de leerlijn rond getallen en getalrelaties. De grootte van de getallen die bij het meten aan de orde komen, correspondeert in hoge mate met de grootte van de getallen die ongeveer in dezelfde periode binnen de leerlijn rond getallen en getalrelaties door de kinderen geëxploreerd worden. Dit geldt zowel voor de getallen binnen het getalgebied tot 20, het gebied tot 100 als het gebied tot 1000. Daardoor is er een optimale gelegenheid voor een wederzijdse versterking van het ontluikend maatbesef enerzijds, en het zich steeds verder ontwikkelend getalgevoel anderzijds.

Een zeker accent bij veel van de activiteiten ligt op het praktisch bezig zijn: het zelf bedenken en uitproberen van geschikte meetstrategieën,



het met andere kinderen bespreken van de resultaten daarvan, het zelf ontwerpen van meetinstrumenten, het onderzoeken van de mate van nauwkeurigheid van verschillende instrumenten, enzovoorts.



Met name in de fase van het werken met een meetinstrument zijn ook al diverse relaties tussen de standaardmaten naar voren gekomen. Bijvoorbeeld: de relatie tussen meter en centimeter, centimeter en millimeter, kilo en gram, en dergelijke. Zulke relaties zijn echter vooral in het kader van praktische meetactiviteiten aan bod gekomen – ze zijn nog niet op zichzelf punt van onderzoek geweest voor de kinderen. In de hogere leerjaren verandert dit. Het accent verschuift van praktische meetactiviteiten naar activiteiten waarin alle maten voor een bepaalde grootheid op een rij gezet worden. Daarmee komt de *structuur* van ons maatsysteem steeds meer in zicht. Het eerste gebeurt dat voor lengte, de grootheid die ook in de onderbouw een voorbeeldmatige functie had.¹⁵ Maar ook voor andere grootheden zullen dergelijke maatstelsels steeds verder in kaart gebracht worden. Op basis daarvan gaat ook het rekenen en redeneren met maten en maatgetallen steeds meer een rol spelen. Aldus doen twee nieuwe fasen in het leerproces rond het meten hun intrede die in de onderbouw nog nauwelijks aan bod zijn gekomen.

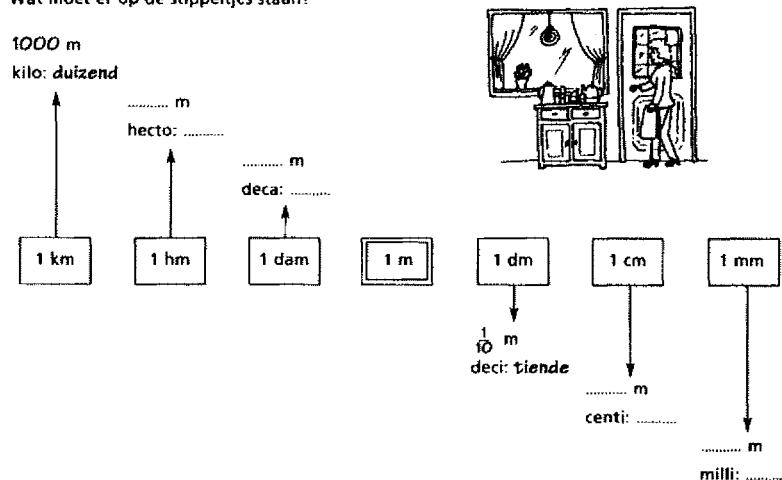


De kinderen krijgen bijvoorbeeld regelmatig prijsgewichtopgaven voorgeschoteld, alsmede contextproblemen waarbij de ene maat in de andere dient te worden omgezet. Vaak zijn zulke opgaven niet eenvoudig.¹⁶

Alle lengtematen op een rij

Vul het schema in

Wat moet er op de stippeltjes staan?



Er komt heel wat maatkennis en inzicht in ons maatsysteem bij kijken. De kennis die de kinderen daarover in de onderbouw via de meer praktisch georiënteerde, proefondervindelijke activiteiten hebben opgebouwd, is daarbij van grote waarde.



Domeinbeschrijving Meetkunde

Inleiding

Meetkunde is geen meten, en meetonderwijs is geen meetkundeonderwijs. Hoewel beide veel met elkaar te maken hebben, richt dit hoofdstuk zich speciaal op meetkunde en het onderwijzen ervan op de basisschool. De domeinbeschrijving is bedoeld als achtergrondinformatie voor de hoofdstukken over meetkunde in de groepen 1 en 2, en 3 en 4. De eerste vraag die opkomt bij deze domeinbeschrijving is: wat is meetkunde eigenlijk? Op deze vraag zijn veel antwoorden op verschillende niveaus mogelijk. Een vergelijking met meten geeft hierbij een eerste houvast. Bij het meetonderwijs gaat het vooral om de getalsmatige kant waarmee de ruimte en de bijbehorende verschijnselen, zoals lengte, oppervlakte en gewicht, worden beschreven, geordend en bewerkt. Meetkundeonderwijs daarentegen heeft als voornaamste doel het ruimtelijk voorstellings- en redeneervermogen te ontwikkelen.

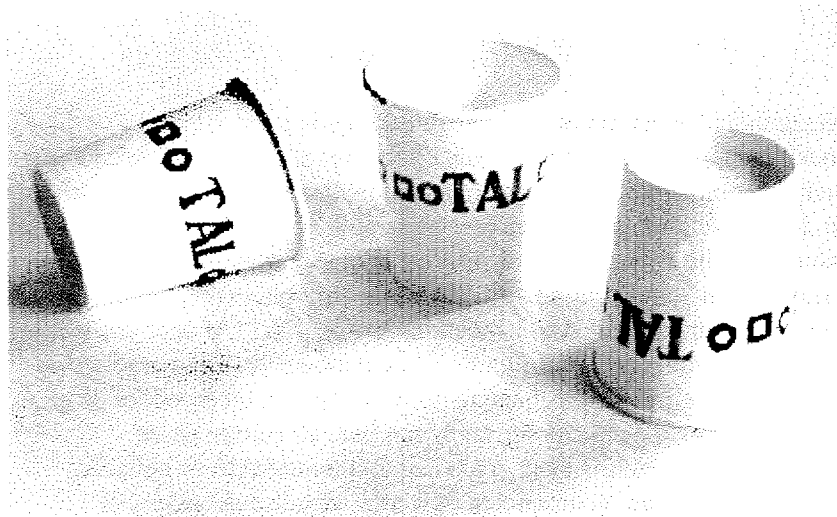
Door de kinderen met meetkundige verschijnselen zoals spiegelingen en schaduwen te confronteren en door ze eenvoudige meetkundige problemen te laten oplossen, leren ze de omringende wereld beter te *be-grijpen*. Dit gebeurt aanvankelijk vooral via concrete ervaringen met oog en hand, maar later krijgt het ruimtelijke redeneren steeds meer nadruk. Op deze manier groeit niet alleen de meetkundige kennis en ontwikkelt zich het ruimtelijke voorstellingsvermogen, maar wordt tegelijkertijd de wiskundige attitude van de kinderen bevorderd.

Een koffiebekertje als voorbeeld

Om het verschil tussen meten en meetkunde duidelijk te maken en de essentie van de meetkunde en de beoogde wiskundige attitudevorming te laten ervaren, volgt hier eerst een voorbeeld. Wil je weten hoeveel koffie er in een bekertje kan dan moet je de inhoud meten. Wil je weten hoeveel bekertjes er op een dienblad passen dan heb je te maken met het meten van de oppervlakte van het dienblad en (de bovenkant) van het



bekertje. Maar zit je met een leeg koffiebekertje te spelen dan kun je je bijvoorbeeld de vraag stellen hoe het rolt. Dit is geen meten, maar is een meetkundige vraag.



Hoe zal het bekertje gaan rollen? In ieder geval niet rechtdoor, maar via een kromme baan. Wordt die baan steeds wijder of gaat hij precies in de rondte, waarbij het bekertje weer op zijn uitgangspunt terugkomt?

Even proberen laat zien dat het waarschijnlijk een cirkel is, maar hoe weten we dat zeker? En wat is het middelpunt van deze cirkel?

De ervaring van het rollen van een puntmuts, of kegel, doet inzien dat het koffiebekertje opgevat kan worden als een deel van een kegel. Een kegel op zijn kant rolt netjes om zijn top. Wie er verder over nadenkt kan zich bijvoorbeeld afvragen hoeveel maal het bekertje om zijn eigen as heeft gedraaid wanneer het weer terug is op zijn uitgangspositie.

Het verklaren van een verschijnsel is een belangrijk kenmerk van het realistische meetkundeonderwijs. Men blijft niet steken in empirische waarnemingen, maar zoekt naar een beredeneerd antwoord op de waarom-vraag. Dit zoekproces en het vinden van het antwoord zijn van persoonlijke waarde en dragen bij tot de ontwikkeling van een wiskundige attitude.



In het volgende zullen we zien dat er tal van meetkundige onderwerpen voor de basisschool bestaan, die het mogelijk maken hier met de kinderen op informele wijze en op hun niveau aan te werken.

Meetkunde op de basisschool, waarom?

Menselijke activiteit

Meetkunde hoort tot het menselijk handelen en denken: het is een menselijke activiteit, die ook door de jongste kinderen wordt bedreven. De allereerste ervaringen van een baby berusten op kijken en tasten. Kijken naar allerlei vormen en fenomenen in de omringende ruimte is een van zijn eerste activiteiten. En ... het blijft niet bij kijken alleen, de baby wil ook handelen: naar de bal grijpen, de vorm voelen, de bal zien rollen als die een zetje krijgt. Als je tegen een bal duwt kan hij alle kanten oprollen, maar een wc-rolletje gaat rechtdoor. Met die waarnemingen en handelingen wordt de basis gelegd voor het ontluiken van mentale voorstellingen, die de eerste denkactiviteiten begeleiden en die bijdragen tot de ontwikkeling van het ruimtelijk inzicht, dat een belangrijk facet van de totaliteit van onze intellectuele vermogens is. Dit wordt bevestigd door experimenten met baby's van enkele maanden oud.¹

Men spreekt bij dergelijke activiteiten gewoonlijk van spelen, maar ze kunnen ook opgevat worden als het onderzoeken van de ruimtelijke omgeving. Zo bezien is dit spelen van het kind al leren. Alleen al om recht te doen aan de natuurlijke ontwikkeling van het ruimtelijk inzicht van het kind dient meetkunde een volwaardige plaats in het basisonderwijs te hebben. Dit is trouwens in vroeger tijden al onderkend, wanneer men denkt aan de oude kleuterprogramma's met hun aandacht voor ruimtelijke oriëntatie. Vóór 1993 ontbrak het echter aan een voortzetting van deze meetkundige wereldoriëntatie voor de kinderen van 6 tot 12 jaar.²

Doelen van meetkundeonderwijs op de basisschool

Sinds 1993 bestaan er kerndoelen voor het basisonderwijs.

Voor meetkunde zijn hierbij de volgende doelen³ geformuleerd:

- De leerlingen beschikken over eenvoudige noties en begrippen, waarmee zij ruimte meetkundig kunnen ordenen en beschrijven.



- De leerlingen kunnen ruimtelijk redeneren. Zij bedienen zich daarbij van bouwsels, plattegronden, kaarten en foto's, en gegevens over plaats, richting, afstand en schaal.
- De leerlingen kunnen schaduwbeelden verklaren, figuren samenstellen en bouwplaten van regelmatige objecten ontwerpen en herkennen.

Waarom meetkunde op de basisschool zou moeten is alleen al op grond van deze kerndoelen gelegitimeerd. Maar ook algemene doelen van het basisonderwijs kunnen rechtstreeks in verband met meetkunde gebracht worden, zoals:

- het ontwikkelen van een positieve werkhouding
- verbanden kunnen leggen tussen rekenen/wiskunde en de dagelijkse leefwereld
- praktische toepassingen kunnen maken
- kunnen reflecteren op de eigen wiskundige activiteiten
- verbanden, regels, patronen en structuren kunnen beschrijven en ontwerpen
- gebruikmaken van redeneringen in eigen woorden.

Een dergelijke houding kan echter niet in zijn volle omvang nagestreefd worden als meetkunde niet tegelijkertijd als een volwaardig domein van rekenen-wiskunde in zijn totaliteit en als serieus onderdeel van het reken-wiskundeonderwijs beschouwd worden.

Nut en waarde van meetkunde

Worden de genoemde aspecten van de algemene doelstelling in termen van nut vertaald, dan is allereerst de *praktische waarde* – welhaast een open deur – van de meetkunde te noemen. Veel praktische zaken uit het leven van alledag hebben een meetkundig karakter. Hierbij valt te denken aan het lezen en begrijpen van handleidingen, bouwschema's en plattegronden, het ruimtelijk oriënteren, zowel in de werkelijkheid als vanaf foto's of schema's, en het kunnen visualiseren van ruimtelijke of vlakke situaties. Bij het meten in praktische situaties wordt vaak gebruikgemaakt van meetkundige hulpmiddelen. Dat varieert van het leggen van tapijt tot het meten van de afstand van de aarde tot de zon. De theoretische meetkunde, zoals we die sinds eeuwen kennen, is voortgekomen uit allerlei problemen bij het landmeten en



meetproblemen bij sterrenkunde. Binnen het meten op de basisschool wordt ook van verschillende meetkundige begrippen en eigenschappen gebruikgemaakt.

Verder wordt de praktische waarde herkend in problemen waarbij de kinderen meetkundige fenomenen uit de realiteit leren begrijpen en verklaren. Men kan hierbij bijvoorbeeld denken aan het verschijnsel dat de zon met je meeloopt als je over een rechte weg wandelt, hoe de lengte van je schaduw samenhangt met de hoogte van de zon of hoe ingenieus sommige verpakkingen gevouwen zijn.

Ten slotte heeft meetkunde ook in meer specifieke zin nut, namelijk bij het organiseren en ordenen van allerhande ruimtelijke situaties, zoals het maken van modellen, grafieken en diagrammen.

Een ander punt is de *voorbereidende waarde*. Het spreekt vanzelf dat het meetkundeprogramma van de basisschool aan zal moeten sluiten op wat later in de brugklas aan de orde komt. Dat kunnen soms dezelfde onderwerpen zijn, al zullen die uiteraard op het ontwikkelingsniveau van de kinderen aangepast moeten worden. Hebben de kinderen op de basisschool bijvoorbeeld ervaringen opgedaan met symmetrische figuren dan kunnen deze op een hoger niveau een goede oriënteringsbasis vormen voor abstractere redeneringen over spiegelen. Het leren van het begrip symmetrie dient als het ware concentrisch opgebouwd te zijn. De basisschool legt de basis voor wat later in het voortgezet onderwijs aan de orde komt. Dit betekent overigens niet dat de inhoud en doelen voor de basisschool afgeleid moeten worden uit die van het voortgezet onderwijs. Het realistische meetkundeprogramma zoals in deze leerlijn beschreven, wil uitgaan van het kind, zijn ontwikkelingsniveau, zijn meetkundige omgeving, zonder daarbij echter het belang van het vakmatige van dit domein uit het oog te verliezen.⁴

Samenhangend met de voorbereidende waarde is het feit dat een kind zich continu geestelijk ontwikkelt. Deze ontwikkeling is van *persoonlijke waarde*, en ook de meetkundige ontwikkeling draagt daartoe bij. De ontwikkelingspsychologie wijst herhaaldelijk op het belang van een veelzijdige en vroegtijdige ontwikkeling van de verschillende hersenfuncties. Er wordt soms zelfs gesteld dat de



ruimtelijke denkontwikkeling eerder aanvangt dan die van het getalsmatige denken.⁵

Wil men de kinderen derhalve een zo breed mogelijke ontwikkeling aanbieden dan is het vanzelfsprekend ook de ruimtelijke intelligentie van jongs af aan door middel van onderwijs, spel en opvoeding te stimuleren; dergelijke processen voltrekken zich immers niet louter vanzelf.⁶

Hoe belangrijk dit is toont een onderzoek uit 1989 aan, waaruit bleek dat een groep allochtone jongeren in het lager beroepsonderwijs een fikse achterstand had op het gebied van het ruimtelijk inzicht. Een verklaring hiervan zou kunnen zijn dat deze leerlingen in hun eerste levens- en schooljaren verstoken zijn geweest van het spelen en leren met ruimtelijk ontwikkelingsmateriaal.⁷

Uit een grootschalig onderzoek uit 1995 bij een groep twaalfjarigen is overigens gebleken dat de correlatie tussen de rekenprestaties en de meetkundeprestaties zwak is. Ziehier een reden te meer om reeds op de basisschool met het meetkundeonderwijs aan te vangen.⁸

Tot de persoonlijke waarde kan ook gerekend worden dat de leerling op den duur oog krijgt voor de *intrinsieke of specifieke waarde* van meetkunde. Deze wordt niet alleen ontleend aan de kracht en schoonheid van haar wetenschappelijke structuur (het was het eerste vak waarvoor een strikt logische opbouw is ontworpen), maar ook aan de bijzondere combinatie van aanschouwelijke evidentie en exactheid van haar methode. Ook op basisschoolniveau bestaan talloze verrassende problemen, zowel voortkomende uit de realiteit als van meer puzzelachtige vorm, die aanleiding geven tot eenvoudig meetkundig onderzoek.

Nauw samenhangend met de intrinsieke waarde is het feit dat meetkunde de leerlingen sterk aanspreekt vanwege haar *esthetische aspect*. Het maken van mooie figuren en patronen, het gebruik van symmetrieën, het ontdekken van structuren in de natuur, het oog krijgen voor geometrische elementen in kunst, vormgeving en architectuur, het zijn aspecten die kunnen bijdragen aan de algehele culturele ontwikkeling van de basisschoolleerling.



Ten slotte blijkt uit praktijkervaringen dat van goed meetkundeonderwijs ook een *motiverende waarde* kan uitgaan. Hoewel hierover geen harde onderzoeksgegevens bekend zijn, blijken zwakke rekenaars bij meetkundige activiteiten in het reken-wiskundeonderwijs soms op te bloeien.

Al met al rechtvaardigen alle genoemde waarden van het meetkundeonderwijs dat dit leerstofdomein een belangrijke plaats toekomt binnen het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.

Aspecten van meetkunde

Deze leerlijnbeschrijving voor meetkunde in de onderbouw legt de nadruk op drie aspecten van meetkunde: *oriënteren*, *construeren* en *opereren*. Deze driedeling sluit aan bij eerder gemaakte indelingen⁹, maar is eenvoudiger van opzet zonder de rijkdom van het meetkundige domein te kort te doen. De aspecten dekken de drie- en tweedimensionale meetkundeactiviteiten in de onderbouw van de basisschool.

Deze indeling geeft houvast bij de verschillende onderdelen van de leerstof. Niet elke meetkundige activiteit is altijd exclusief onder te brengen in één van deze deelgebieden. Vaak komen meerdere aspecten tegelijk aan de orde. Met name bij het opereren met vormen en figuren zijn vaak ook kanten van het construeren te herkennen. In het volgende wordt een algemene introductie op de verschillende deelgebieden gegeven. Bij de inleidingen op de beschreven activiteiten wordt opnieuw, zij het wat specifiek, op de genoemde aspecten ingegaan.

Oriënteren

De term oriënteren komt van het Latijnse woord 'oriëns': het oosten. Wie weet dat de zon in het oosten opkomt kan ook het westen, noorden en zuiden bepalen, je kunt je oriënteren. Er zijn echter meer oriëntatiebegrippen nodig dan alleen die van richting om je eigen positie of die van andere objecten in een bepaalde ruimte te kunnen vaststellen



en om de bewegingen daarbinnen te beschrijven. Iedereen kent wel de situatie dat je de weg vraagt: “Volg de straat die evenwijdig loopt met de grote weg, op de rotonde driekwart draai linksom, dan rechtsaf, met de weg mee, die een scherpe bocht naar rechts maakt; houd de kerktoeren aan je linkerhand totdat je drie elektriciteitsmasten in één lijn ziet, ...” Niet alleen is het moeilijk zo’n verbale beschrijving te onthouden, maar je moet ook alle meetkundige termen begrijpen om die routebeschrijving als een mentale kaart in je hoofd op te slaan.

Een klein kind beschouwt de wereld vanuit zijn eigen ik. Wanneer het voor een ander moet beschrijven waar het zit als het zich verstopt heeft, roept het: “Hier.” Het kind kan nog niet met taal omschrijven wat het met ‘hier’ bedoelt, maar het weet die plek wel te vinden. Wanneer het een andere positie moet aanduiden, gebeurt dat al aanwijzend met ‘daar’. Van belang is het derhalve dat de kinderen zich de basale *ruimtelijke oriënteringsbegrippen en -relaties* eigen maken als achter - voor, onder - boven, links - rechts, verweg - dichtbij, eerste - laatste, vooraan - achteraan, verticaal - horizontaal (recht op - plat), naast, tussen, tegenover, gedraaid en samenstellingen daarvan. De activiteiten die daarop zijn betrokken, hebben altijd een vanzelfsprekende plaats gekend in het kleuteronderwijs zonder dat daarbij van meetkunde werd gesproken. We tekenen hierbij echter direct aan dat een didactiek waarbij deze begrippen volgens een kale en geïsoleerde aanpak worden geoefend, niet bevorderlijk is voor een houding ten aanzien van meetkundeonderwijs zoals die in deze leerlijnbeschrijving wordt nagestreefd. Er bestaan tal van activiteiten waarmee binnen een natuurlijke en betekenisvolle onderwijssituatie en in samenhang met de taalontwikkeling deze begrippen en relaties door de kinderen verworven kunnen worden.

Belangrijk zijn ook de bewegingsbegrippen die gebruikt worden bij het oriënteren, zoals doorlopen en teruglopen, rechtdoor lopen en een bocht maken, in een cirkel lopen, omhoog gaan en omlaag gaan, kantelen en rollen. Verder zijn er begrippen van beweging als verschuiven, omdraaien, omklappen, vergroten en verkleinen, vervormen, die vooral functioneren bij het opereren met vormen en figuren.

Sinds de jaren zeventig is er binnen het basisonderwijs een voortzetting en uitbreiding aan het traditionele ruimtelijk oriënteren gegeven, ook

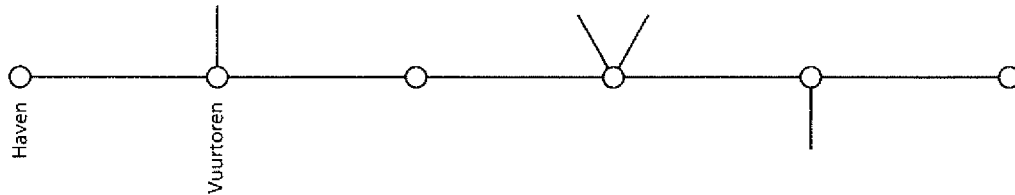
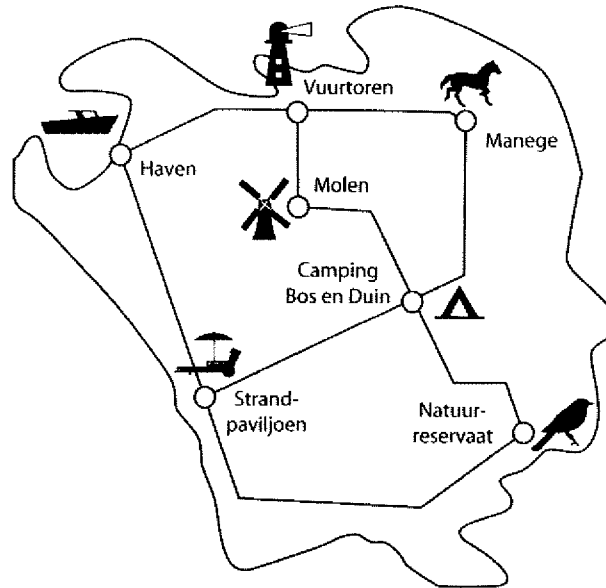


wel bekend als ‘wiskundige wereldoriëntatie’. Vandaar ook dat in de huidige reken-wiskundemethoden allerlei oriënteringsactiviteiten worden aangeboden. De kinderen leren hierbij de weg te vinden in hun eigen omgeving en maken kennis met het lezen, maken en toepassen van eenvoudige plattegronden. Ze leren ook de voortgaande schematiseringen van de realiteit via maquette naar kaart kennen en kunnen daarop bepaalde posities en bewegingen *lokalisieren*.

Bij het lokaliseren met behulp van een kaart moet men niet alleen weten waar men staat, maar ook de kaart zo neerleggen dat men bij verdere beweging als het ware de weg op de kaart afloopt. De kaart moet dus voor de gebruiker in de richting van de beweging georiënteerd worden. Het verwerven van het begrip *richting* start voor de kinderen weer vanuit het eigen ik. “Daar woon ik”, zegt het kind en wijst het gewoon aan. Het wijzen naar een bepaald punt geeft voor het kind de richting van het object aan. Het is een langlopend proces om het richtingbegrip in zijn volle omvang te bevatten. Het staat in relatie met evenwijdigheid en met het lastige begrip hoek. Dit komt tot uiting bij het veranderen van richting, wat te maken heeft met het maken van een draaiing over een hoek. Aanvankelijk gebeurt dit eenvoudig met kwart- en halve draaien naar links of rechts. Daarmee krijgen de kinderen, weer vanuit het eigen lichaam, een eerste notie van het hoekbegrip. De activiteiten met de begrippen richting en hoek blijven in de onderbouw slechts van verkennende aard en beperkt tot lokale kaarten.¹⁰

Het kenmerkende van een kaart is de structuur van zijn wegensnet, die niet verandert als hij op continue wijze vervormd wordt. Een bekend voorbeeld daarvan is het schema van het net van spoorwegen in het spoorboekje. Dit is met al zijn rechte stukken een geschematiseerde afbeelding van het werkelijke net. De structuren zijn hetzelfde (of isomorf).

Een ander voorbeeld van dezelfde structuren is de routekaart van een bus op een eiland en de gestripte (rechtgetrokken) aanduiding die in de bus hangt en waarop de haltes zijn af te lezen.



Oog krijgen voor bepaalde structuren, in het bijzonder gelijke structuren, is een belangrijk doel van het meetkundeonderwijs. Deze kunnen ook al op de basisschool aan de orde komen. Wanneer twee kinderen dezelfde wandeling tekenen en dat correct doen dan zullen die tekeningen ongetwijfeld verschillen, maar de feitelijke structuur zal dezelfde zijn.



Een ander oriënteringsaspect heeft te maken met het *innemen van een standpunt*. Het volgende is daarvan een voorbeeld. Op de televisie zien we twee wielrenners op een rechte weg op enige afstand achter elkaar rijden. Als de eerste renner in beeld komt, rijdt deze naar rechts, maar als vervolgens de camera zich richt op de tweede, blijkt deze renner naar links te koersen. Bij het zien van ‘teggengestelde’ beelden zoek je vanzelf naar verklaringen. Je probeert je in te denken hoe dit kan.

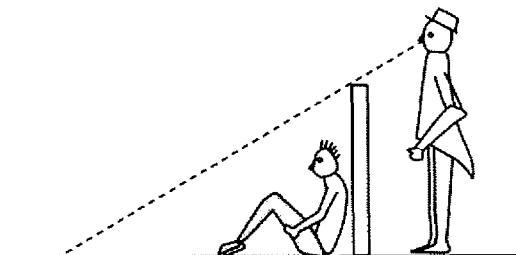
Kennelijk is de filmer aan de andere kant van de renner gaan rijden. Om dit te kunnen bedenken is een visueel of mentaal model nodig, maar om zover te komen, moeten de kinderen dit soort verschijnselen – dat een standpuntverandering invloed heeft op de richting waarin je iets ziet – eerst in werkelijkheid ervaren hebben.

Een ander voorbeeld is de arts die röntgenfoto’s bekijkt en die voor de interpretatie in gedachten telkens een ander standpunt moeten innemen om zich de ruimtelijke situatie te kunnen voorstellen.

Door voorbeelden te kiezen uit de wereld van volwassenen is echter niet gezegd dat activiteiten rond het innemen van een standpunt voor kinderen te moeilijk zijn. Zelfs vrij jonge kinderen kunnen hiermee al overweg. Denk maar eens aan verstoppertje spelen.

Bij alle oriënteringsactiviteiten speelt het kijken een belangrijke rol. Kijken dient daarbij te worden voorgesteld als het maken van een rechte verbindingslijn van het oog naar het object of omgekeerd. Van dit langs een lijn kijken of *viseren* maakt men in allerlei praktische situaties gebruik. Ook de kinderen kunnen met dit viseren in eenvoudige probleemsituaties beredeneren dat objecten soms onzichtbaar zijn vanuit bepaalde standpunten. Hierbij speelt het innemen van een standpunt natuurlijk een essentiële rol.

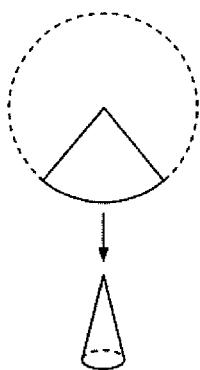
Kortom, oriënteren dient breder opgevat te worden dan alleen het lokaliseren in de ruimte en het werken met kaarten. Het cruciale doel van dit soort activiteiten is dat de kinderen leren een mentaal standpunt in te nemen en daarvan een model te zien: het gaat vaak om een *meetkundige activiteit in en met je hoofd*, het ruimtelijk voorstellen.



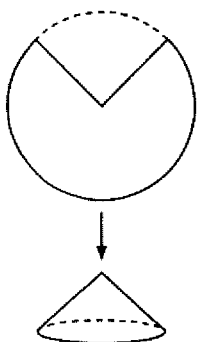


Samenvattend: onder *oriënteren* wordt verstaan het bepalen van de eigen positie en die van andere objecten in de ruimte met behulp van elementaire ruimtelijke oriëntatiebegrippen (richting, hoek, afstand, evenwijdigheid, coördinaten). Tevens valt onder *oriënteren* het kunnen interpreteren van een visueel model van een ruimtelijke situatie, die vanuit een gegeven standpunt wordt waargenomen.

Construeren



Construeren omvat al die activiteiten waarbij de kinderen zelf iets maken. Aanvankelijk zal het handelende construeren met concrete materialen een belangrijke plaats innemen. Concreet handelen en denken zijn echter niet als op zichzelfstaande activiteiten te beschouwen, immers als een kind een construct wil maken moet het toch ook al bedenken hoe het dit in elkaar wil zetten. Bij het maken van een concrete kubus van papier of van ander constructiemateriaal moet men toch al een voorstelling hebben van dit object, vooral van de wijze waarop het in elkaar steekt. Dit construerend vooruitdenken is een belangrijk aspect in de ontwikkeling van het ruimtelijk voorstellingsvermogen. Vandaar dat in deze leerlijnbeschrijving activiteiten die mentale constructies betreffen bijzondere aandacht krijgen.

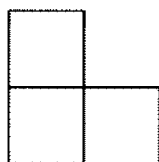


Een voorbeeld hiervan is de opdracht om van een bouwplaatje louter denkend vast te stellen of het tot een kubus gevouwen kan worden. Het maken van een puntmuts is een concrete constructieopdracht die al geschikt is voor groep 3 en 4, waarbij zich allerlei denkactiviteiten aandienen. Ten eerste is het verrassend dat een vlakke figuur, in dit geval een cirkelsector ofwel taartpunt, tot een kegel gevouwen kan worden. Ten tweede dat de vorm van de kegel afhangt van de vorm en grootte van die taartpunt. Dit zijn kwesties waarmee met knippen en vouwen basale ervaringen opgedaan kunnen worden, die in een veel later stadium als grondslag kunnen dienen voor een wiskundige verklaring van die samenhang. In de onderbouw van de basisschool blijft het bij de globale vaststelling: hoe groter de taartpunt, hoe platter de puntmuts.

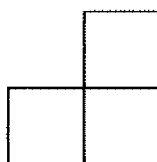


Een ander voorbeeld van construeren is het bouwen met kubusblokjes. Het nabouwen van een blokkenfiguur waarvan een tekening of een foto is gegeven, komt in veel speelmateriaal voor. Men kan ook blokkenbouwsels laten construeren op grond van gegeven aanzichten.

Hoe ziet dit bouwsel er in werkelijkheid uit?



Vooraanzicht



Bovenzicht

Zulke opdrachten vragen veel van het ruimtelijke voorstellen en redeneren en zijn daardoor juist kenmerkend voor het meetkundeonderwijs.

Behalve de genoemde voorbeelden zijn nog meer constructieactiviteiten te noemen die uitermate geschikt zijn voor de onderbouw en die deels ook met oriënteren en opereren met vormen en figuren te maken hebben, zoals het tekenen van plattegronden, het maken van afbeeldingen van figuren, het werken met mozaïeken en tangramfiguren, het werken met spiegels, het tekenen van gespiegelde figuren, het zoeken van symmetrieën met behulp van een (doorkijk)spiegel of door middel van vouwen, het papiervouwen op zich, het maken van een stempel, het stampelen zelf, het maken van een bouwplaatje van een dobbelsteen, het vergroten en verkleinen of deformereren van figuren op roosters en zo meer – allemaal typische constructieactiviteiten.

Om in deze grote verscheidenheid van meetkundeopdrachten enige orde te scheppen is het construeren in deze leerlijnbeschrijving voor de onderbouw als volgt ingedeeld:

- construeren met vrij constructiemateriaal: klei, dozen, touw, ...
- construeren met meetkundig constructiemateriaal: blokken, Lokon, Meccano, Kneks, ...
- construeren met papier: vouwen, bouwplaten, ...
- construeren op papier: tekeningen, patronen, ...



Naast het vrije constructiemateriaal en het meetkundige constructiemateriaal zal er ook gebruikgemaakt worden van hulpmiddelen als schaar, lijn, liniaal, spiegels, roosterpapier en zo meer. De laatstgenoemde hulpmiddelen komen vooral van pas bij het construeren met papier, wat veel mogelijkheden biedt om fundamentele meetkundige eigenschappen en verschijnselen op een natuurlijke manier te onderzoeken. Dit komt omdat met papier eenvoudig rechte lijnen gevouwen kunnen worden die als draai-as dienst doen.

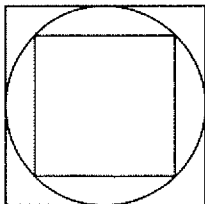
De kinderen scheppen zo uit een tweedimensionaal vlak een ruimtelijke constructie. Omgekeerd kunnen sommige ruimtelijke objecten ook vlak uiteengelegd worden: knip een doosje eens los en ontdek hoe de bouwplaat eruitziet. Dit zijn activiteiten die ook weer kunnen helpen het ruimtelijke voorstellingsvermogen te ontwikkelen.

Een andere interessante eigenschap van papier is dat het buigzaam is: je kunt het oprollen tot allerlei gebogen vormen. Daarmee wordt een enorme uitbreiding gegeven aan het maken van papieren ruimtelijke vormen.

De eenvoudigste daarvan is de cilinder of rol, waaraan belangwekkende meetkundige eigenschappen vallen te ontdekken. Je kunt er bijvoorbeeld eindeloos rechte lijnen op tekenen maar ook kromme lijnen, waarvan sommige als je de cilinder openknipt weer recht blijken te zijn.

Al met al moge duidelijk zijn dat construeren ruimer opgevat dient te worden dan de aloude passer- en liniaalconstructies van de klassieke meetkunde.

Opereren



Men zou het zo op het eerste gezicht niet zeggen, maar de oppervlakte van het kleine vierkant is de helft van het grote vierkant.

Om dit aan te tonen is het in dit geval veel handiger om het kleine vierkant te draaien dan om met formules over oppervlakte te gaan werken. Als het kleine vierkant een kwartslag wordt gedraaid, is het direct duidelijk. Om helemaal overtuigd te raken kunnen de hoekpunten van het grote vierkant nog naar binnen worden gevouwen.¹¹

De oplossing van het vraagstuk is een typisch voorbeeld van *opereren met vormen en figuren*, letterlijk 'te werk gaan met vormen en figuren'. Er zijn twee operaties uitgevoerd; de eerste is een draaiing van het

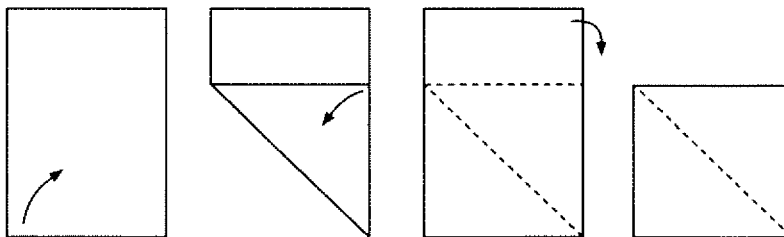


kleine vierkant, de tweede betreft spiegelen of omklappen van gedeelten van het grote vierkant.¹²

Kort gezegd: het gaat bij dit aspect van meetkunde om *meetkundige transformaties*. Hiermee worden allereerst de meetkundige bewegingen als *verschuiven*, *spiegelen en draaien* bedoeld. Soms gaat het daarbij om delen van figuren, maar ook wel om het hele vlak of de ruimte.

Projecteren, zoals schaduwen maken, is eveneens een transformatie, waarop nog nader wordt ingegaan. Voor de didactiek van meetkunde op de basisschool is het van belang dat de kinderen van jongs af aan gewend raken aan het meer dynamische element van de meetkunde, dat zij leren een figuur op een andere manier te zien, er eens een stuk af durven knippen om die ergens anders aan te leggen (omstructureren), figuren uit verschillende posities te bekijken of de aard van zo'n figuur te onderzoeken in verband met een vlakvulling. Zo krijgen de kinderen op de basisschool al enige greep op meetkundige structuren.

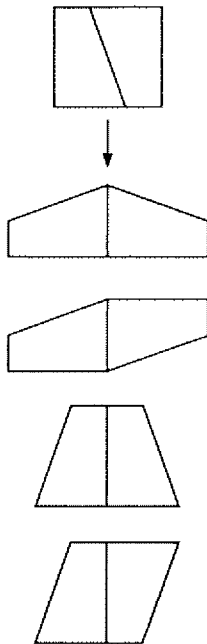
Bij het construeren wordt natuurlijk ook gewerkt met meetkundige figuren, maar daar gaat het met name om het *maken ván een figuur*, terwijl opereren het *doen en denken mét vormen en figuren* omvat.



Wanneer de kinderen zelf een vierkant construeren door middel van een vouwactiviteit, maken ze – zonder dat dit expliciet gemaakt hoeft te worden – gebruik van een belangrijke eigenschap van deze figuur, namelijk de symmetrie van het vierkant ten opzichte van zijn diagonalen. In die zin is er bij deze constructie dus gebruikgemaakt van de operatie spiegelen.

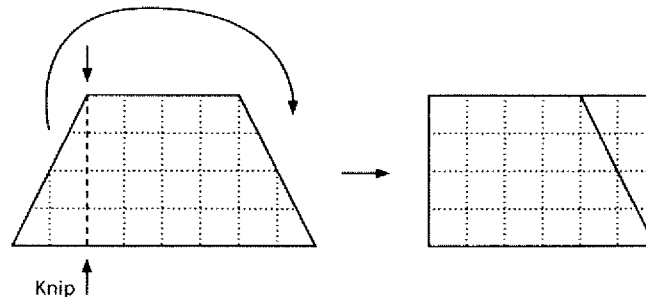
Omstructureren

Hiervoor werd al het zogenoemde *omstructureren of omvormen* van figuren genoemd. Alleen al met een vierkant zijn tal van zinvolle activiteiten voor groep 3 en 4 te ondernemen. Uit de vouwconstructie



kwamen al twee belangrijke symmetrieassen (de diagonalen) voort. Er bestaan nog twee andere symmetrieassen, die door middel van vouwen of spiegelen gevonden kunnen worden. Deze vier symmetrieassen gaan door één punt, het midden van de figuur. Laat de kinderen zelf een aantal vierkanten in twee gelijke stukken knippen en daaruit weer verschillende vormen samenstellen. Welke van deze vormen zijn symmetrisch? Bij welke vormen heb je stukjes moeten omdraaien? Als het hele vierkant twee euro kost, hoeveel kosten die andere vormen dan? Zijn alle mogelijkheden gevonden? Kortom, zinvolle activiteiten te over.¹³

Aan dit omstructureren van figuren zit nog een ander belangrijk aspect dat voor het verwerven van het oppervlaktebegrip essentieel is. De kern hiervan is dat de kinderen leren inzien dat als van een figuur een deel wordt afgeknipt en er daarna weer wordt aangeplakt dat de oppervlakte dan niet verandert. Activiteiten hiermee hebben een zeker constructiekarakter, vooral in mentale zin. Je moet immers zien welk stuk van een figuur afgeknipt en waar die weer aangeplakt moet worden om tot een figuur te komen waarvan de oppervlakte makkelijk te bepalen is. Zo kan een trapezium tot een rechthoek wordt omgestructureerd.



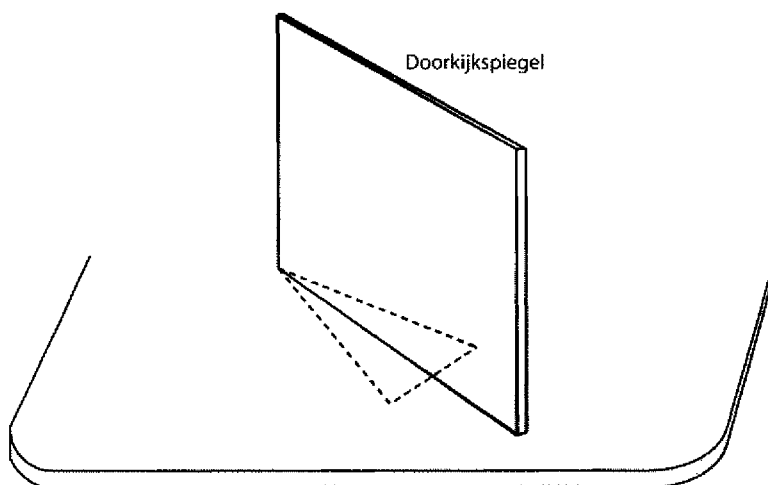
Veel van deze opgaven zijn nog te lastig voor de onderbouw, maar een eerste oriëntatie kan toch plaatsvinden, bijvoorbeeld met echt knippen en plakken van dit soort figuren.



Tijdens het opereren met vormen en figuren leren de kinderen tezelfdertijd op een natuurlijke manier de namen en enkele kenmerkende eigenschappen van een aantal elementaire figuren.

Lijnspiegeling en halve draai (puntspiegeling)

We beperken ons tot het platte vlak. De belangrijkste meetkundige transformatie voor de onderbouw van de basisschool is de *lijnspiegeling*. Met behulp van een gewone spiegel kan men op eenvoudige wijze van allerlei vlakke figuren de symmetrieas(sen) bepalen.



Nog beter is een spiegel die spiegelt, maar waar je ook doorheen kunt kijken. Een stukje gekleurd perspex werkt uitstekend als doorkijkspiegel.

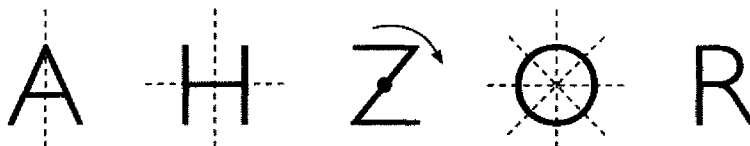
Er zijn figuren die niet lijnsymmetrisch zijn maar toch een bepaalde symmetrie vertonen, zoals de hoofdletter S. Deze figuur heeft een 'midden'. Zo'n figuur kan men in zichzelf laten overgaan door deze een *halve slag (180°) te draaien*. Er is hier iets overeenkomstigs met het lijnspiegelen, zoals blijkt uit de stippellijnen in de tekening van de letter S. We zeggen dan ook dat de figuur gespiegeld kan worden ten



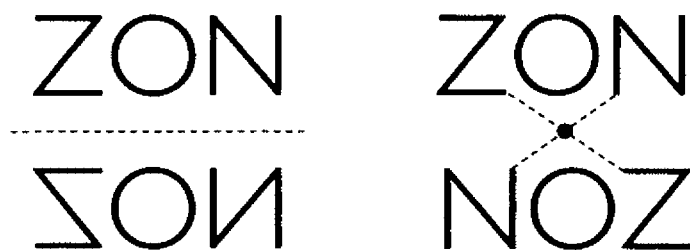
opzichte van een punt (het midden van de figuur) en men spreekt dienovereenkomstig van een *puntspiegeling* en van een *puntsymmetrische figuur*. Naar aard zijn een draaiing over een halve slag en een puntspiegeling verschillende transformaties; de resultaten zijn echter identiek.

Een figuur kan natuurlijk ook door draaiingen over andere hoeken in zichzelf overgaan. Zo gaat een vierkant na draaiingen van 90° , 180° , 270° en 360° weer in zichzelf over.

De nadruk ligt op de lijnsymmetrie via het spiegelen en/of vouwen. Dit betekent echter niet dat er niet ook eenvoudige verkenningen uitgevoerd kunnen worden met draaiingen en/of puntspiegelingen. Zo zijn de hoofdletters van het alfabet een mooi onderwerp om verschillende symmetrieën te onderzoeken. Op welke letters kan een spiegel gezet worden zodat weer dezelfde letter is te zien?¹⁴



In het dagelijks leven worden spiegelbeelden meestal gevormd door een spiegelglas of -vlak buiten de vorm of figuur. Dit kan verrassende verschijnselen opleveren die de moeite waard zijn om nader te onderzoeken. Men kan bijvoorbeeld denken aan teksten op een winkelraam, aan spiegelschrift of aan het gebruik van stempels. Niet alleen letters zijn interessant, ook cijfers en vooral de digitale cijfers, kunnen bij lijnspiegeling grappige effecten opleveren. Puntspiegeling komt in het dagelijks leven minder voor. In de tekening op de volgende bladzijde worden de lijn- en de puntspiegeling nog eens geïllustreerd aan het woord ZON.



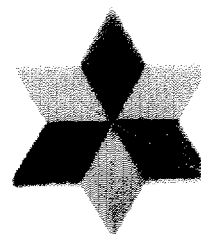
Ook al hebben dit soort spiegelactiviteiten een speels karakter, toch kunnen ze bijdragen tot een eerste oriëntering op het symmetriebegrip dat voor de latere opbouw van de meetkunde van essentieel belang is. Bovendien krijgen de kinderen al enig inzicht in de structuur van bepaalde grondvormen. En ten slotte is ook het esthetische aspect van deze activiteiten niet onbelangrijk. Dit zal nog duidelijker worden in het volgende.

Mozaïeken

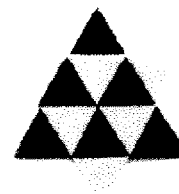
Naast het onderzoek van de structuur van vormen en figuren op zich, kunnen met figuren zelf ook grotere structuren worden opgebouwd. Jonge kinderen doen dat al spelenderwijs wanneer zij met een mozaïekdoos werken.

Misja (6 jaar) legt met het halve wybertje (30° , 30° , 120° -driehoek) uit de Fröbel-mozaïekdoos een zespuntige ster. Pieter (5 jaar) heeft ook een zespuntsster gemaakt, maar gebruikte daarvoor de gelijkzijdige driehoekstukjes uit dezelfde doos. Misja zegt tegen Pieter: "We hebben hetzelfde gemaakt." Het is echter de vraag of Pieter begrijpt dat Misja bedoelt dat de vorm van de twee sterren dezelfde is.

Bij Misja wordt de aard van de ster sterk bepaald door het wybertje (ruit) dat als het ware met afwisselende kleuren ronddraait. Hierdoor is een figuur ontstaan die op zichzelf staat en nauwelijks uitnodigt tot verder uitbouwen. Men spreekt dan wel van een eindige structuur. Daarentegen nodigt Pieters ster met de witte en zwarte driehoeken uit tot het maken van een tegelvloer van deze driehoeken. Omdat dit in het platte vlak tot in het oneindige kan, wordt wel van een oneindige structuur gesproken.



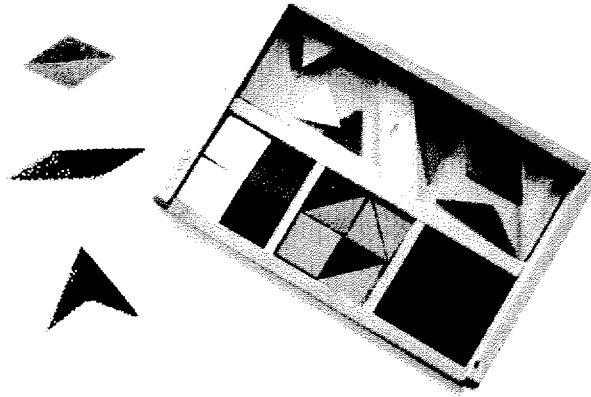
ster van Misja



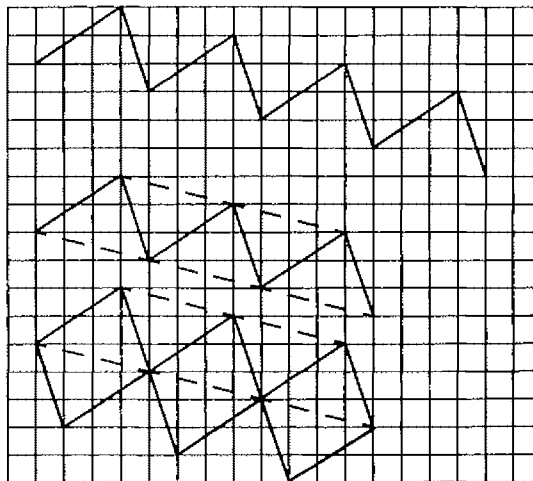
ster van Pieter



Ook de ster van Misja kan tot allerlei ontdekkingen leiden. Er is al gewezen op het maken van het wybertje, maar met de andere combinaties van de twee driehoekjes kunnen ook weer verschillende vormen en patronen gelegd worden.



Tekenen op roosterpapier (vierkantjes) is een oud en beproefd middel om de kinderen zelf tegelpatronen te laten ontdekken. Hiermee kan men al op een eenvoudig niveau inzien dat met een driehoek het hele vlak bedekt kan worden.

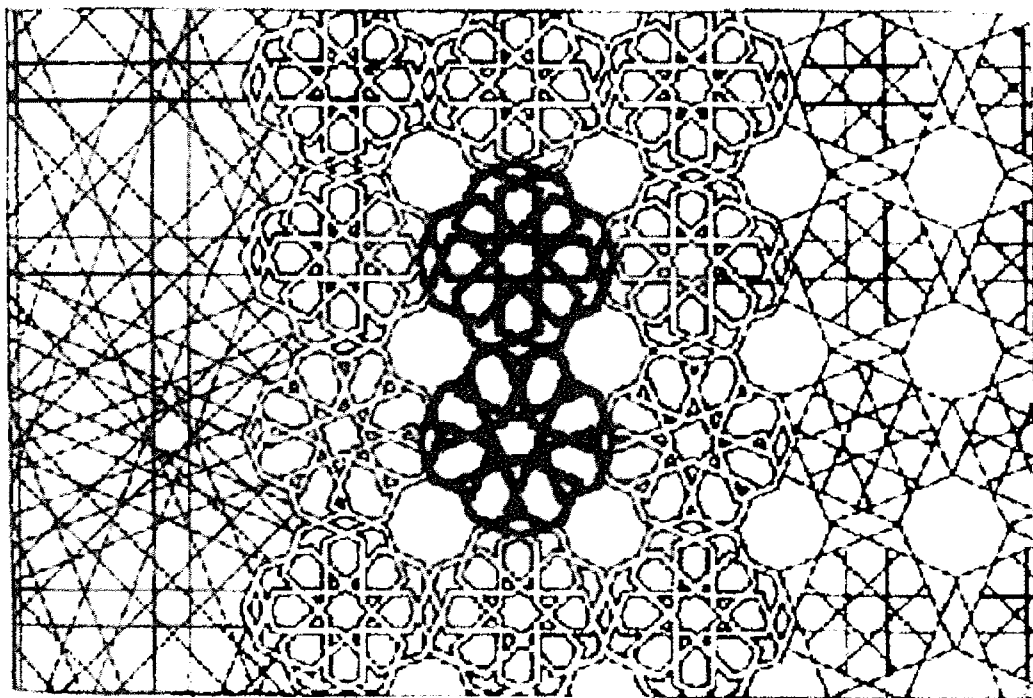




Mooie ervaringen zijn het om samen met de kinderen meetkundige structuren in de realiteit te ontdekken:

- allerlei stapelingen in de supermarkt, zoals dozen, blikken en sinaasappelen
- patronen in de architectuur, zoals huizenrijen, ramen, tegelvloeren en ornamenten
- versieringen, zoals behangpatronen en sinterklaaspapier.

Waar het allereerst om gaat is dat de kinderen oog krijgen voor meetkundige structuren en dat ze goed leren waarnemen. Daar hoort bij dat de kinderen samen met de leraar proberen uit te vinden wat de structurerende elementen van de totale structuur zijn. Dat laatste betekent dat een meetkundige structuur met name in zijn totaliteit gezien moet worden. Dat die totaliteit zeer lastig kan zijn, blijkt bijvoorbeeld uit de beschouwing van islamitische ornamenten. Maar ook hierin is orde aan te brengen zoals moge blijken uit de regelmatigheid van een ornament uit het Alhambra.





De aandacht voor al dit soort activiteiten heeft op het niveau van de basisschool vooral een verkennend karakter en staat onder meer in dienst van het latere meetkundeonderwijs.

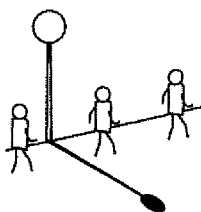
Kortom, het werken met mozaïeken, het maken van patronen op roosterpapier en het zoeken naar meetkundige structuren in de realiteit kunnen een belangrijke bijdrage leveren aan de ontwikkeling van het meetkundige denken en basale meetkundige vaardigheden.

Projecties en schaduwen

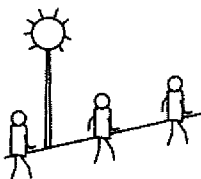
Schaduwen zijn een intrigerend en belangwekkend onderwerp van de meetkunde dat ook op de basisschool al een plaats kan hebben.

De kinderen zijn in het algemeen dol op schaduwspelletjes, zodat de eerste ervaringen hiermee tot zinvolle, haalbare en motiverende activiteiten kunnen leiden. Zo kunnen ze zelf hun zonschaduwen tekenen (construeren) op de grond. Ze kunnen ook ontdekken dat als ze voor een muur staan dit een gebroken schaduw oplevert.

Eerste ervaringen over evenwijdigheid van de schaduwbeelden van de zon treden op als twee kinderen naast elkaar in zon staan. Dit kan vergeleken worden met het effect dat optreedt als dat experiment bij een lamp wordt gedaan. Dan zijn de schaduwbeelden van evenwijdige lijnen in het algemeen niet meer evenwijdig. Wordt de lichtbron steeds verder weggeplaatst (gedacht) dan kunnen de projecterende stralen als evenwijdige lijnen opgevat worden, zoals bij de zon vrijwel het geval is. Er zijn derhalve, afhankelijk van het feit of er met een puntbron (lamp) of met evenwijdige stralen (zon) wordt geprojecteerd, schaduwbeelden waar te nemen die verschillende eigenschappen hebben. Vergelijk bijvoorbeeld maar eens de schaduw van de zon en van een lamp. Hoe wandelt je schaduw overdag als de zon schijnt? En hoe 's nachts als de lamp brandt?¹⁵



Overdag:
schaduw van de zon



's Nachts:
schaduw van een lamp

Hiermee zijn enkele voorbeelden van het deelgebied opereren met vormen en figuren gegeven. In het volgende zal nu ingegaan worden op de aard van het onderwijsleerproces.



Onderwijsleerfasen

Bij het onderwijzen en leren van een (nieuw) meetkundig begrip of een eigenschap worden drie fasen onderscheiden: *ervaren*, *verklaren* en *verbinden*.¹⁶

	ervaren	verklaren	verbinden
oriënteren			
construeren			
opereren			

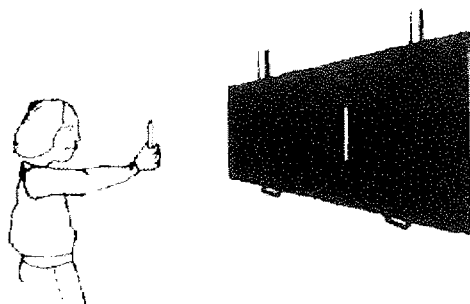
Er wordt van uitgegaan dat de start van het onderwijsleerproces telkens op een natuurlijke manier plaatsvindt en dat van daaruit het inzicht zich naar een steeds hoger niveau ontwikkelt. In de beschrijving van de voorgaande voorbeelden kwam impliciet al iets van deze didactische aanpak naar voren. Deze fasen zijn richtinggevend voor het uitstippelen van de verschillende leerlijnen en het hierbij passende didactische handelen. Om aan te geven wat precies onder de genoemde termen moet worden verstaan, worden deze begrippen in het volgende voorbeeld nader toegelicht.

Een waarnemingsexperiment

Siem (5 jaar) is ziek en ligt in bed. Hij kijkt naar buiten en ziet rechts in het raam een tak van een boom die verder onzichtbaar is. Op de tak zit een merel. Als hij zijn linkeroog toeknijpt verdwijnen tak en merel. “Hoe kan dat nou?”, denkt Siem.

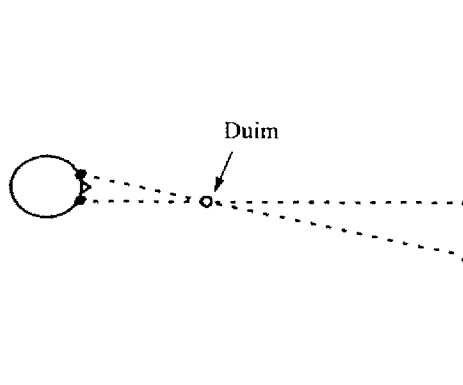


Wat is de verklaring van dit knipoogexperiment? Het gaat hier om kijken en waarnemen, en het gebruik van kijklijnen, één kijklijn vanuit het linkeroog en één vanuit het rechter. Of beter gezegd, één naar het linkeroog en één naar het rechter. Op zeker moment in de basisschool kan hierop worden ingegaan door middel van het volgende experiment.



Je strekt je arm, steekt je duim op en kijkt met één oog. Je zorgt dat je een verticale streep op het bord niet ziet doordat hij door de duim bedekt wordt. Kijk nu met je andere oog. Wat gebeurt er? Doe het nog eens, maar houd je duim nu dichterbij je oog. Wat gebeurt er nu? En hoe kan dat nou?

Er moet nu een model aan te pas komen om het schijnbare verspringen van de duim te kunnen verklaren. Door een schematische tekening 'van bovenaf' te maken wordt direct duidelijk waarom de duim naar rechts verspringt als eerst het linkeroog wordt toegeknepen.

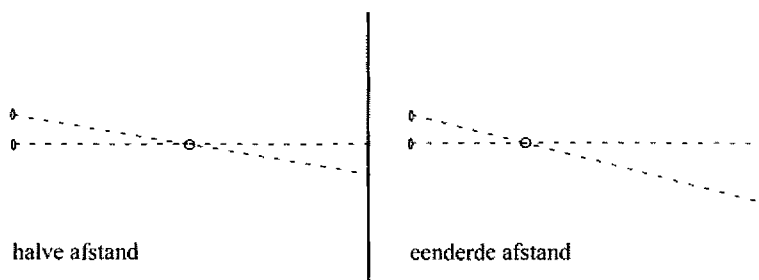




Dit is vanuit een volwassen standpunt gemakkelijk gezegd. Er is echter onderwijs nodig om de kinderen tot het bedoelde inzicht te brengen via het schetsen van zo'n tekening of model. Zie hier een voorbeeld van een niveausprong van de eerste ervaringsfase naar de verklaringsfase van dit verschijnsel.

De kinderen maken zo via een natuurlijk verschijnsel kennis met enkele basale meetkundige begrippen en relaties tussen die begrippen, in dit geval tussen punten en rechte lijnen. Meer precies uitgedrukt, de relatie dat er door twee punten precies één rechte lijn gaat en dat het een bijzonderheid is wanneer drie punten op één rechte lijn liggen. Op een dergelijke ervaringsbasis kan later een meer systematische aanpak van de meetkunde worden opgezet. Zo kan het genoemde experiment tot verdere doordenking leiden wanneer de vraag gesteld wordt waarom het beeld meer verspringt naarmate de duim dichterbij het oog gehouden wordt.

Wanneer de duim zich precies op de helft van de afstand van het oog tot het bord bevindt, is de verspringing gelijk aan de afstand tussen de ogen. Wordt de duim zo geplaatst dat de afstand oog - duim de helft is van de afstand duim - bord dan is de verspringing tweemaal zo groot.



Nu wordt een begin gemaakt met de derde onderwijsleerfase: het verbinden. Dit betekent dat het geleerde in verband wordt gebracht met andere begrippen en verschijnselen die tot een verdieping van het inzicht moeten leiden. In dit voorbeeld kan men denken aan de werking van een dia- of overheadprojector. Daarbij bieden zich belangrijke meetkundige stellingen aan over het vergroten of verkleinen van figuren en de verhoudingen die daarbij constant blijven. In feite wordt dan weer een nieuwe cyclus van ervaren, verklaren, verbinden ingegaan, maar nu op een hoger niveau.



Door cyclische herhaling van deze onderwijsleerfasen zal de leerling zich langzamerhand een netwerk van begrippen en relaties tussen die begrippen verwerven. De leerling krijgt daardoor greep op een fundamenteel structurerend principe, in dit geval het projectieprincipe. De onderwijsleerfasen en hun cyclische herhaling van een of ander structurerend principe (bijvoorbeeld: spiegeling, evenwijdigheid, symmetrie, gelijkvormigheid en zo meer) kunnen zo als bakens van een deelleerlijn uit de meetkunde opgevat worden, die tot ver in het voortgezet onderwijs kunnen doorlopen.

Een meetkundeleerlijn wordt dus vooral uitgezet en afgebakend door de onderwijsleerfasen, waarbij een bepaald kernbegrip of structurerend principe tot een steeds hoger niveau van inzicht dient te leiden.¹⁷

Ofschoon het eerder gegeven schema de indruk wekt dat deze ontwikkeling voor het oriënteren, construeren en opereren afzonderlijk verloopt, is dit geenszins het geval. De vele voorbeelden van activiteiten en problemen die we hebben laten zien, mogen duidelijk maken dat deze verschillende aspecten van meetkunde vaak samenhangen. Dat ze in het schema apart zijn vermeld, is gedaan om greep te krijgen op het complexe gebied van meetkunde. In feite geldt dit ook voor het onderscheid in ervaren, verklaren en verbinden. Ook hierbij is geen sprake van een strikte scheiding van niveaus.

Aard meetkundeonderwijs onderbouw basisschool

Traditioneel bestaat er een verschil in de aard van de pedagogische en didactische aanpak van het onderwijs aan de kleinste kinderen van groep 1 en 2 en de wat grotere kinderen van groep 3 en 4. Het realistisch reken-wiskundeonderwijs sluit bij deze traditie aan, hetgeen betekent dat er in groep 1 en 2 meer van een verkennende en informele aanpak sprake is, terwijl in groep 3 en 4 het onderwijs wat systematischer wordt benaderd. Deze opvatting komt ook in de TAL-leerlijn over het rekenen met hele getallen naar voren en wordt ook voor meetkunde als algemeen onderwijsprincipe aanvaard.¹⁸



Groep 1 en 2

Een kenmerk van het realistische wiskundeonderwijs in groep 1 en 2 is dat uitgegaan wordt van een geïntegreerd programma. Dit betekent dat de ontwikkeling van de cognitieve mogelijkheden van het jonge kind plaatsvindt in samenhang met de sociaal-emotionele ontwikkeling, en de ontwikkeling naar zelfstandigheid en van de creativiteit van het jonge kind. Hiertoe is een onderwijsvorm, die activiteits- en probleemgericht is en waarbij de wiskundige problemen in speelleersituaties zijn opgenomen, het meest geschikt. Meetkunde is daarbinnen met het meten een natuurlijk deel van het totaal.

Dit betekent dat er in deze leeftijdsgroep niet van een strak opgezet programma sprake is.

Het op geïsoleerde wijze oefenen op kale begrippen past niet bij deze vorm van onderwijs. Kennis is namelijk geen begrippenlijst, maar is geënt op een geordend, samenhangend systeem van inzichten.

Die samenhang komt juist tot uiting wanneer de kinderen de verworven begrippen ook in andere situaties kunnen gebruiken. Een vierkant leren herkennen is niet zo lastig. Anders wordt het om een vierkant te maken dat in oppervlakte precies de helft is van een gegeven vierkant.

Dat vergt het nodige denkwerk, maar ook daadwerkelijke ervaring.

Uiteraard dienen de kinderen zich de bekende ruimtelijke oriënteringsrelaties, zoals voor - achter, te verwerven. Ook alledaagse kwalitatieve begrippen, als dik - dun, breed - smal, hoog - laag, groot - klein, lang - kort, diep - ondiep, recht - rond en plat - bol, dienen aan de orde gesteld te worden. Dit proces valt natuurlijk mede onder de taalverwerving, maar de wiskundige betekenis van bepaalde begrippen kan in vele gevallen pas goed begrepen worden in de context van typisch meetkundige situaties of meetsituaties. De kwantitatieve begrippen en relaties komen voort uit eenvoudige meetactiviteiten: even lang als, past tweemaal in, zoveel passen groot, even zwaar als, en zo meer. Deze vinden plaats in samenhang met de bekende algemene ordeningsrelaties: gelijk aan, groter dan en kleiner dan. Echter nogmaals, het heeft weinig zin dit op een geïsoleerde wijze aan te bieden omdat deze begrippen pas beklijven binnen de totale taal- en denkontwikkeling.

In de aanvangsfase van het onderwijs zullen de kinderen hun kennis en vaardigheden op impliciete wijze verwerven: via spel en concrete



betekenisvolle situaties. Wat de meetkunde betreft kan dat vaak plaatsvinden door een enkele krachtige, ofwel voorbeeldige ervaring. Dat is de reden waarom het gebruik van zogenoemde (reken)voorwaardentoetsen hier niet wordt genoemd. Deze werkbladen missen elementen van actieve taalontwikkeling, het concreet handelende, het ruimtelijke aspect, het denkconflict, en het meervoudige antwoord.

De programma's in de realistische methoden voor de groepen 1 en 2, zoals die thans op de markt zijn, gaan alle uit van interactief onderwijs. Hierbij kan een onderscheid gemaakt worden tussen horizontale interactie (tussen de kinderen) en verticale interactie, waar de leraar interacteert met de kinderen. Vooral deze laatste vorm van interactie is van belang, omdat men niet kan verwachten dat kinderen – zeker op die leeftijd – geheel op eigen kracht tot de essentie van de gestelde probleemstellingen kunnen komen. De leraar moet het leergesprek leiden en trachten de kern van de wiskundige activiteiten – vaak op impliciete wijze – bewust te maken.

Uiteraard bestaat daarnaast de mogelijkheid tot individueel werken. Er is tegenwoordig een enorm aanbod van speelleermaterialen ten behoeve van de ruimtelijke ontwikkeling: bouwdozen, Lego, (technisch) constructiemateriaal, ballen en andere ruimtefiguren, weg- en spoorbanen, legpuzzels, vormensets, ringen en stokjes (Fröbel), mozaïeken (Fröbel en andere), kralenplanken, kettingen, vouwblaadjes, plakfiguren, matjes vlechten, tangrams, stempels, tekenoefeningen, plasticine, zand en watertafel, groot bouw materiaal (hutten en dergelijke) en niet te vergeten computerprogramma's.

Veel hiervan wordt zo aangeboden dat het als individueel werkje uitgevoerd kan worden. Ze kunnen in een werkhoeck voor de kleuters een plaats krijgen. Sommige van deze materialen maken wellicht een wat ouderwetse indruk, maar de opvatting dat alle onderwijs in reële contexten gegoten zou moeten worden, kan blind maken voor een aantal verworvenheden van het aloude kleuteronderwijs.

Groep 3 en 4

Wellicht nog sterker dan voor de pedagogische en didactische aanpak in groep 1 en 2, geldt voor groep 3 en 4 dat de component van de verticale interactie – dus de rol van de leraar – voor meetkunde op dit niveau van



cruciaal belang is. Anderzijds bieden de meetkundige activiteiten juist een mooie gelegenheid tot groepswork, zodat ook het aspect van de horizontale interactie tot uiting komt. De kinderen leren samenwerken, ze kunnen elkaar concreet helpen, ze leggen problemen aan elkaar uit, ze maken samen een meetkundig construct, maar de taak van de leraar is ervoor te zorgen dat de essentie van een activiteit op dat niveau bewust gemaakt wordt. Dit betekent dat de leraar heel gericht meetkundelessen geeft. Ook nu geldt weer dat een enkele individuele opdracht – soms ter verrijking, als extra oefening of als toetsopgave – niet uitgesloten hoeft te worden. In zijn algemeenheid echter is meetkunde in groep 3 en 4 een activiteit voor de gehele groep onder leiding van de leraar die het doel en de betekenis van de activiteit voor het vervolg in de leerlijn voor ogen dient te hebben. Dit komt ook tot uiting in de methoden. Anders dan in de methoden voor groep 1 en 2 zijn de meetkundeactiviteiten en opdrachten meer op zichzelfstaande activiteiten. Van de zogenoemde leerkrachtgebonden activiteiten, zoals die in de zes belangrijkste methoden voor groep 3 en 4 van dit moment uitgewerkt zijn, is een diepgaande analyse gemaakt.¹⁹ Wat de inhoud van het aanbod van de verschillende methoden voor groep 3 en 4 betreft zijn vrijwel alle onderwerpen, die hiervoor in onze driedeling genoemd zijn, wel te herkennen. Omvang en diepgang van de verschillende onderwerpen verschillen echter sterk per methode. Er kan dus bepaald niet van een uniform aanbod gesproken worden, iets dat bij getalbegrip en de bewerkingen met getallen juist wel het geval is. De handleidingen beschrijven de inhoud van het meetkundige onderwerp en bieden suggesties voor de aanpak. In het algemeen wordt aangegeven welke vragen aan de leerlingen gesteld kunnen worden. Ook geeft iedere methode aan dat het belangrijk is dat kinderen hun antwoorden toelichten, vertellen wat ze ontdekt hebben, dat ze met elkaar in discussie gaan en van elkaar leren. Maar aandachtspunten voor de feitelijke doelen van de betreffende activiteit ontbreken veelal.

Omvang en organisatie van meetkunde in groep 3 en 4

In de meeste methoden wordt ongeveer 10% van de totale onderwijstijd ingeruimd voor meetkunde. Deze leerlijnbeschrijving sluit hierbij aan. Effectief komt dit neer op één lesuur per veertien dagen. In totaal zijn dat ongeveer twintig lessen per groep (voor meten geldt hetzelfde).



Een thema of onderwerp, bijvoorbeeld 'blokjes bouwen' zal enige lessen in beslag nemen. Daar vallen ook de bijbehorende oefeningen, extra opgaven ter differentiatie en eventuele computeropdrachten onder. Ook een toets kan onderdeel zijn van zo'n reeks lessen. Ten behoeve van een zo goed mogelijk rendement wordt een werkwijze aanbevolen waarbij de kinderen in kleine groepjes werken. De leraar dient echter het totale onderwijsleerproces te bewaken, waarbij de volgende punten het didactische scenario bepalen:

- Wat zijn precies de wiskundige inhouden van het onderwerp?
- Welke doelen worden nagestreefd?
- Hoe krijgt men kijk op de ontwikkeling van het denken en redeneren van de kinderen?

In dit hoofdstuk is een eerste indruk gegeven van het domein meetkunde voor de (onderbouw van de) basisschool. Er is een beschrijving gegeven van wat er onder meetkunde verstaan moet worden. Tevens zijn argumenten voor het belang van dit domein gegeven. Voor de onderbouw is een indeling van het domein gegeven en zijn fasen in het onderwijsleerproces onderscheiden, die het didactische handelen kunnen ondersteunen. In de algemene inleiding van dit boek is omschreven wat onder een leerlijn verstaan moet worden en is gewag gemaakt van de betekenis van doelen en tussendoelen. Dit alles wordt in het volgende verder uitgewerkt. Hoe mooi en zinvol meetkunde kan zijn, ook op dit elementaire niveau, zal men echter het best ervaren door er zelf mee aan de slag te gaan.



Meetkunde in groep 1 en 2

Inleiding

In deze leerlijnbeschrijving wordt onder meetkunde verstaan het *be-grijpen* van de ruimte. Deze opvatting komt overeen met het kerndoel van het meetkundeonderwijs op de basisschool: het ontwikkelen van het ruimtelijk voorstellings- en redeneervermogen. Meetkunde als schoolvak waarmee dit doel wordt bereikt, omvat een breed terrein. De hier beschreven leerlijn voor de onderbouw van het basisonderwijs richt zich op:

- oriënteren
- construeren
- opereren met vormen en figuren.

Deze aspecten van meetkunde hebben betrekking op activiteiten in de ruimte en het platte vlak.

Ervaren en verwonderen

Het leerproces dat de kinderen bij meetkunde doorlopen kent verschillende fasen. De leerlijnbeschrijving gaat uit van een indeling in: ervaren, verklaren en verbinden. In groep 1 en 2 ligt het accent op het ervaren. De activiteiten sluiten aan bij de ruimtelijke ervaringen die de kinderen in de voorschoolse periode hebben opgedaan. Door de ruimte te structureren worden de meetkundige vaardigheden en inzichten geleidelijk naar een hoger niveau getild. In de aanvangsgroepen van de basisschool wordt hiermee op een gerichte wijze een begin gemaakt. Voorop staat echter dat de meetkunde-activiteiten vooral motiverend moeten zijn. Alles precies kunnen verklaren is nog niet aan de orde. Hooguit kan soms al een situatiegebonden verklaring worden gegeven. Ook is het van belang dat er bij de kinderen verwondering ontstaat. Vaak leidt dit tot de behoefte om te onderzoeken hoe iets in elkaar zit en waarom iets werkt. Het zoeken naar antwoorden op waarom-vragen is erg belangrijk voor de verdere ontwikkeling van het meetkundig inzicht.

Geïntegreerde aanpak

Kenmerkend voor het meetkundeonderwijs in groep 1 en 2 is dat de verschillende activiteiten vaak in samenhang met andere



leerstofonderdelen plaatsvinden. Bij het voorlezen van het prentenboek 'De schaduw van Jan'¹ kan de leraar de aandacht gemakkelijk verleggen naar het laten maken van allerlei schaduwvormen. Evenzo kan het spelen in de poppenhoek aanleiding geven tot bouwen en nabouwen. Het voorgaande geeft aan dat in groep 1 en 2 het leren veelal terloops gebeurt. Dit neemt echter niet weg dat de leraar doelbewust een breed scala van meetkundige activiteiten organiseert.

Rol leraar

Niet alle kinderen zullen in dezelfde mate geïnteresseerd zijn in meetkundige activiteiten. Kinderen verschillen nu eenmaal in hun voorkeuren. Daarnaast kunnen de verschillen in belangstelling ook voortkomen uit datgene wat de kinderen van huis uit meebrengen. De leraar moet alert zijn op mogelijke beperkingen in de thuissituatie. Ontbrekende meetkundige ervaringen moeten dan op school worden opgedaan. Dit heeft vooral consequenties voor de meer basale ervaringen. Als de omgeving van de kinderen niet erg stimulerend is, moet de school aanvullende mogelijkheden bieden. Ofschoon het omgaan met verschillen niet altijd even gemakkelijk is, hoeft de leraar de heterogeniteit van de groep niet als een probleem te zien. Kinderen met verschillende ervaringen kunnen elkaar ook ondersteunen. De leraar kan op deze manier de verschillen tussen de leerlingen benutten. Zo kunnen de kinderen elkaar bijvoorbeeld helpen bij het vouwen van een hoedje of het lezen van een kaart. In het algemeen moet het meetkundeonderwijs in groep 1 en 2 de leerlingen een rijke leeromgeving bieden om meetkundige verschijnselen te ervaren en betekenisvolle meetkundige problemen te onderzoeken. De leraar stelt hierbij steeds vragen en stimuleert de kinderen om ontdekkingen te doen en deze te verwoorden.

Meetkunde en taal

Door de meetkundige activiteiten ontwikkelen de kinderen in groep 1 en 2 de vaardigheid om allerlei ruimtelijke begrippen, voorstellingen en redeneringen te beschrijven. Het zich eigen maken van deze taal houdt uitdrukkelijk meer in dan het kennen van meetkundige namen van vormen en figuren. Het omvat ook het benoemen van handelingen die met vormen en figuren kunnen worden uitgevoerd, zoals dubbelvouwen



en draaien, en het zeggen waar iets is, wat je ziet en hoe je kijkt. Door de taal die bij de meetkundige activiteiten hoort, zijn de kinderen in staat met anderen hun ervaringen en het denken daarover te delen. Het verwoorden helpt bovendien bij het ruimtelijk voorstellen en redeneren. Meetkundetaal moet in brede zin worden opgevat. De kinderen communiceren behalve met woorden ook met tekeningen en gebaren. In het begin hanteren de kinderen nog globale aanduidingen, maar op den duur is dit niet meer toereikend. Als de problemen complexer worden, zijn meer specifieke omschrijvingen nodig. Het leren hanteren en verder ontwikkelen van meetkundetaal gaat het beste door de taal te gebruiken. De activiteiten die hierop zijn gericht, moeten zo natuurlijk mogelijk van opzet zijn en dicht bij de gewone leefwereld van de kinderen liggen. Spelletjes zijn hiervoor bijzonder geschikt. Belangrijk is deze zodanig te kiezen dat er een noodzaak bestaat tot communicatie en dat de kinderen worden uitgelokt om uit te leggen wat ze bedoelen. Geïsoleerde oefeningen om meetkundige termen en omschrijvingen eigen te maken moeten worden vermeden.

Opbouw hoofdstuk

Dit hoofdstuk beschrijft hoe het oriënteren, construeren en opereren met vormen en figuren in groep 1 en 2 aan bod komen. Naast achtergrondinformatie over deze aspecten van meetkunde bevat het veel voorbeelden van meetkundige activiteiten. Bij de ontwikkeling en selectie ervan is gekeken of ze passen bij de leefwereld van kinderen, uitnodigend zijn om te doen en uitvoerbaar zijn in de onderwijspraktijk. Voorop staat natuurlijk dat ze ontwikkelingsmogelijkheden bieden waardoor de kinderen steeds een stapje verder komen en een basis wordt gelegd voor de hogere groepen van de basisschool.

De drie onderscheiden aspecten van meetkunde worden in het hoofdstuk in afzonderlijke blokken behandeld. Per aspect wordt ingezoomd op een of meerdere vormen van respectievelijk het oriënteren, construeren en opereren met vormen en figuren. Voor enkele daarvan is bij wijze van voorbeeld een onderwijsactiviteit uitgewerkt, vaak voorzien van video-opnamen. Deze uitwerkingen laten zien welk onderwijs met deze leerlijnbeschrijving wordt beoogd. De tussendoelen en het onderwijskader vormen de afsluiting van elk blok.



Oriënteren

Inleiding

De vaardigheid van het ruimtelijk oriënteren ontwikkelt zich al vroeg in de kindertijd. Voordat kinderen naar de basisschool gaan zijn ze al geïnteresseerd in hun eigen leefruimte. In groep 1 en 2 vindt dit op een natuurlijke manier zijn vervolg. De kinderen zijn nieuwsgierig, willen weten hoe de wereld om hen heen in elkaar zit en gaan volop op onderzoek uit. Ze klimmen bijvoorbeeld overal op en bekijken op deze manier hun omgeving steeds weer vanuit andere posities. De meetkundige kennis die de kinderen in groep 1 en 2 opbouwen, komt vooral voort uit de betekenis die de activiteiten voor hen hebben. Het onderwijs moet hierop inspelen door echte, zinvolle problemen uit de alledaagse werkelijkheid als uitgangspunt te nemen voor uitdagende onderwijsactiviteiten.

Het oriënteren als aspect van meetkunde heeft vooral te maken met bewegen, kijken en beschrijven. Het is een rijk leergebied waarin verschillende vormen van oriënteren te onderscheiden zijn. Het doet zich voor in een veelheid van situaties: ergens naartoe gaan, de terugweg vinden, een tekening van je slaapkamer maken, foto's bekijken, weten waar die foto's zijn genomen en vertellen waar je je had verstopt. Bij het oriënteren in groep 1 en 2 gaat het om het systematisch uitbouwen van de kennis die de kinderen als peuter hebben opgedaan. Deze uitbreiding komt tot stand door ervaringen op te doen in de concrete, ruimtelijke werkelijkheid. Oriëntatieactiviteiten in het platte vlak zoals het lezen van een eenvoudige kaart zijn daaraan weer op een vanzelfsprekende manier gekoppeld.

In groep 1 en 2 staan de volgende twee vormen van oriënteren centraal:

- lokaliseren
- innemen van een standpunt.

Bij het *lokaliseren* gaat het om het kunnen aangeven waar iets of iemand zich bevindt. Daarnaast houdt het ook in, het kunnen gebruiken van lokaliseergegevens om iets of iemand op te sporen.



Activiteiten om ervaring op te doen met het lokaliseren

- Wie is het?

De kinderen zitten in een kring. De leraar neemt een kind in gedachten en geeft aan waar het kind zit. De andere kinderen dienen hierbij als oriëntatiepunt. De leerlingen moeten zeggen welk kind de leraar bedoelt. Bijvoorbeeld:

“Het kind waaraan ik denk, zit ...

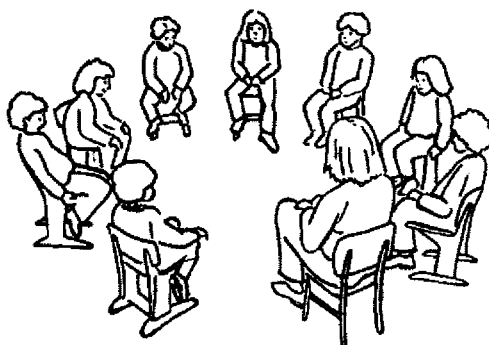
... tussen Arjan en Chaja. Wie is het?

... tegenover Pim. Wie is het?

... links van Aziz. Wie is het?

... twee plaatsen rechts van Mary. Wie is het?”

De kinderen kunnen ook de rol van leraar spelen en vragen stellen aan hun medeleerlingen.



- Groepsfoto

Er is een groepsfoto van de klas gemaakt. De kinderen vertellen waar bepaalde kinderen staan of zitten. Ze maken hierbij gebruik van oriënteringsbegrippen als rechts, links, tussen, voor en achter.

- Ra, ra, waar sta ik?

Een kind mag een route door de klas lopen. De andere kinderen hebben hun ogen dicht. Onderweg laat het kind enkele geluiden horen; bijvoorbeeld het lopen van de kraan of het knippen met de schaar die op het bureau van de leraar ligt. Door deze geluiden kunnen de andere kinderen zich een voorstelling vormen van de plaats waar het kind zich op dat moment bevindt. De leraar vraagt waar het kind staat. Nadat een paar kinderen hebben gezegd wat ze denken, mag iedereen de ogen weer opendoen en kijken of het klopt.

- Blindemannetje

Een kind krijgt een blinddoek om en wordt rondgedraaid. De rest van de klas zit doodstil. Het kind met de blinddoek krijgt de opdracht om naar de eigen plaats te gaan. Hierbij wordt een beroep gedaan op het zich voorstellen van de ruimte. De andere kinderen mogen aanwijzingen geven aan het geblinddoekte kind. Daarbij moeten ze zich in de positie van dit kind verplaatsen.

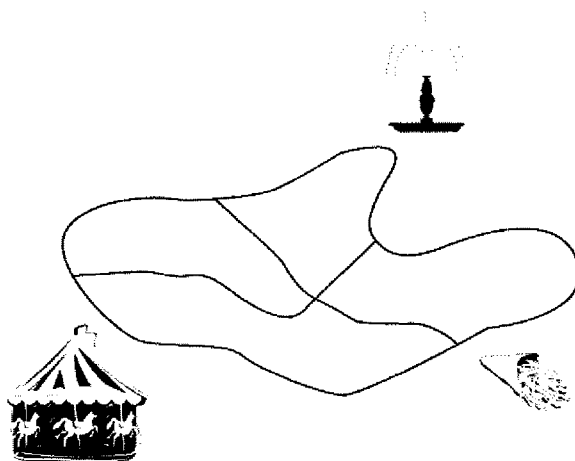
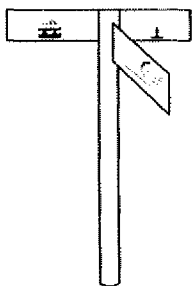


- Fotowandeling

De leraar maakt samen met de kinderen een wandeling door de buurt. In overleg met de kinderen wordt van enkele herkenbare objecten langs de route een foto gemaakt. Dit gebeurt met een digitale camera. Terug in de klas kunnen de kinderen de foto's op de computer bekijken en aan de hand hiervan vertellen en tekenen hoe ze hebben gelopen.

- Wegwijzers

Op de speelplaats is een wegnnet getekend. Met symbolen zijn hierin objecten aangegeven; bijvoorbeeld een fontein, draaimolen en frietkraam.



De leraar heeft palen uit de gymzaal gebruikt om wegwijzers te maken. Hierop staat aangegeven hoe je moet lopen om bij de objecten te komen. De kinderen zoeken uit waar deze wegwijzers kunnen staan. De opdracht kan ook worden omgekeerd. De kinderen maken dan bij bepaalde punten passende wegwijzers.

Bij het *innemen van een standpunt* moeten de leerlingen kunnen zeggen wat er vanaf een bepaalde plaats wel of niet te zien is. Ze moeten kunnen aangeven of een object of persoon vanaf een bepaald punt binnen het blikveld van de kijker valt. Daarnaast moeten de leerlingen zich ook kunnen voorstellen en kunnen omschrijven hoe men iets vanaf een bepaalde plaats ziet.



Activiteiten om ervaring op te doen met innemen standpunt

- Wie is de tekenaar?

In het midden van de tafel staat een theepot of gieter. Aan de tafel zitten vier kinderen; aan elke kant een kind. Elk kind tekent de theepot zoals hij of zij die ziet. Na afloop verzamelt de leraar de tekeningen en deelt ze vervolgens weer uit, maar zo dat elk kind de tekening van een ander voor zich krijgt. De kinderen moeten dan uitzoeken wie de tekening heeft gemaakt. Daarna controleren ze of dit juist is.

- Bekijk het van boven

De leerlingen krijgen een werkblad waarop de bovenaanzichten van verschillende objecten staan afgebeeld die zich in de klas bevinden, zoals een prullenbak, een gieter, een tafel met een herkenbaar object erop, een kop en schotel, een vaas met bloemen en een paraplu. De kinderen gaan met het blad in de hand op zoek naar deze objecten. Daarna mogen ze zelf een tekening 'van boven' maken.

- Verstoppertje

Verstoppertje spelen biedt vele mogelijkheden om uit te zoeken wat je vanuit een bepaald standpunt wel en niet kunt zien.

Een paar voorbeelden:

1. Waar moet je in de klas je knuffel verstoppen, zodat niemand hem kan zien? Maakt het wat uit of de knuffel een kleine muis is of een grote olifant?
2. Een kind verstopt zich achter een schot. Vanaf welke plaatsen kun je het kind zien?
3. Vijf kinderen kiezen een plaats om zich te verstoppen. De andere kinderen kijken toe. Daarna worden vragen gesteld over de kinderen die zich verstopt hebben: Kan Lisa Frank zien? Wie kan Serge niet zien? Waar moet Ali zich verstoppen, zodat Eva hem niet kan zien en waar kan ze hem wel zien?

- Alles op de foto

De kinderen krijgen een luciferdoosje als camera en mogen foto's maken op de speelplaats. Waar moet je gaan staan om de glijbaan en de schommel samen op de foto te krijgen? Wat gebeurt er als je dichterbij of verderaf gaat staan?



Door regelmatig aandacht te besteden aan bovenstaande activiteiten wordt in groep 1 en 2 een basis gelegd voor twee belangrijke vormen van oriënteren: het lokaliseren en het innemen van een standpunt. In hogere groepen wordt dit verder ontwikkeld en komen ook andere vormen van oriënteren aan bod, zoals het werken met draaiingen en richtingen. In het volgende wordt bij wijze van voorbeeld één vorm van oriënteren nader toegelicht. Het laat zien welk onderwijs met deze leerlijnbeschrijving wordt beoogd.

Lokaliseren

‘Waar woon je?’ als kernvraag

Een kind vragen waar het woont, lukt op een directe manier allerlei lokaliseeractiviteiten uit. ‘Waar woon je?’ is dan ook een kernvraag voor het lokaliseren. Het is bovendien een vraag die in de beleving van kinderen een centrale plaats inneemt. Weten waar je woont, is een elementair gegeven voor ze. Het geeft hen een gevoel van veiligheid en van groot zijn. Hun zelfstandigheid wordt erdoor vergroot.

In groep 1 en 2 zijn de kinderen al goed in staat uit te leggen waar ze wonen. Ze doen dat echter nog niet op een volwassen manier, maar maken veelvuldig gebruik van informele bewoordingen. Vaak hebben ze daarbij veel oog voor detail, hetgeen van de luisteraar wel een bepaalde houding vraagt. Het is niet altijd gemakkelijk om het inzicht van kinderen te onderkennen. Als voorbeeld volgt hier een gesprek met Brent (4; 6).²

Leraar: “Zeg Brent, waar woon jij?”

Enthousiast antwoordt Brent: “In Rhenen.”

Leraar: “Is dat ver?”

Brent: “Niet zo ver als de school.”

Met andere woorden, voor Brent is de weg van school naar huis niet zo ver als de weg van huis naar school. De leraar besteedt hieraan geen aandacht, maar gaat verder.

Leraar: “En als je naar school toe gaat, hoe ga je dan?”

Brent: “Dan moeten we eerst de ... berg op, dan de berg af en



dan kom je bij de fietsenstalling en gaan we het trappetje op en dan zijn we er al."

Leraar: "Dat is niet ver. En hoe ga je naar school?"

Brent: "Met de fiets en soms met de auto."

Leraar: "Weet je ook het adres of de naam van de straat?"

Verbaasd reageert Brent met: "De namen? Nee, dat weet ik niet."

Leraar: "Kun je het tekenen?"

Brent tekent en vertelt: "En dan ga je naar beneden ... en dan ben je bij school, en dan ga je zo en dan moet je ... maar het is wel een grote berg hoor."

Leraar: "Maar het is maar één weg?"

Brent: "Het is wel een grote berg hoor. Je kunt ook hier beginnen, zo oversteken en dan ga je zo en dan blijf je daar ... en tot aan de laatste hoek, daar ga je in ... tot vijf ... daar stop je, want daar is het. Tot vijf, alleen vijf, want bij de zes is het al af." (Hiermee bedoelt Brent dat huisnummer vijf aan het eind van de straat ligt.)

Leraar: "Zou je de weg alleen kunnen vinden?"

Brent knikt ja en zegt: "Je moet wel kiezen."

Leraar: "Waar moet je dan tussen kiezen?"

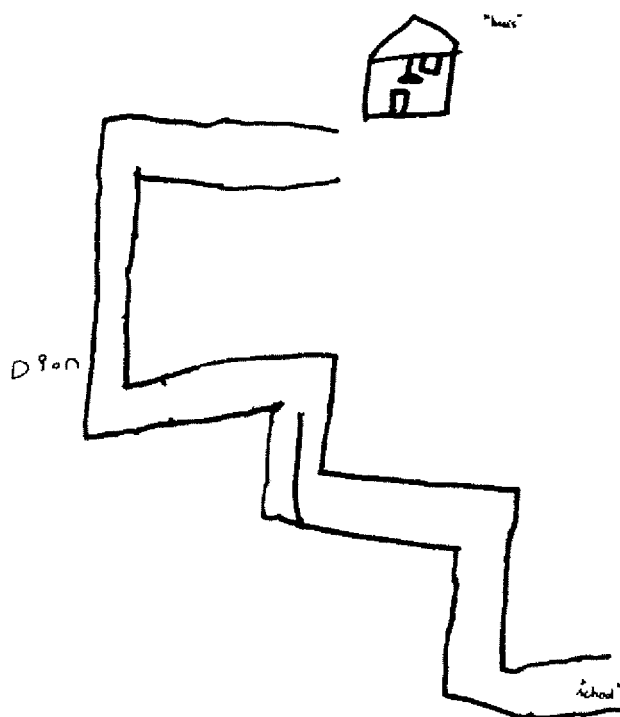
Brent: "Hum, ik kies altijd deze weg."

Leraar: "O ja, je kunt ook die andere weg nemen."

Brent: "Dan moet je wel een beetje remmen, dan ga je te hard naar beneden. Je gaat niet de hoek om, hier, als je helemaal beneden bent. Je moet niet zo gaan. Je moet rechtdoor blijven gaan."

Uit het gesprek met Brent blijkt dat hij al vrij goed in staat is een bekende route te beschrijven. Maar zijn kennis erover is globaal. Hij weet bijvoorbeeld nog niet hoe de straat heet waarin hij woont. Wel weet hij dat huizen een nummer hebben. Ook kan hij zich de weg van huis naar school die hij telkens aflegt goed voor de geest halen, erover vertellen en representeren in de vorm van een globale tekening.





Kenmerkend voor Brents tekening is het dubbele perspectief. Er is sprake van een bovenaanzicht, maar tegelijkertijd heeft de tekening ook duidelijke elementen van een zijaanzicht. De berg die Brent dagelijks op moet, is goed herkenbaar.

Dion (4;8)³ bekijkt de weg van bovenaf. Zijn tekening komt vrij dicht in de buurt van een echte plattegrond. Hij is er zich kennelijk goed van bewust dat je bij het afleggen van de route telkens van richting verandert. Doordat hij de route vaak heeft gelopen of gefietst, kan hij zich er een goede voorstelling van maken.

Bij het vinden van de weg en het maken van een plattegrond zijn oriëntatiepunten heel belangrijk.

Kinderen maken aanvankelijk weinig gebruik van omschrijvingen zoals volwassenen die gewoonlijk hanteren. Aanduidingen als 'de tweede weg rechts' en 'op de Badweg bij nummer 45' kom je niet zo gauw bij jonge kinderen tegen. De herkenningpunten die kinderen gebruiken zijn sterk gebonden aan hun ervaringen en belevingswereld, en kunnen van kind tot kind verschillen. Ze zijn vaak ook voor velerlei uitleg vatbaar: 'tot de hoek', 'bij de grote winkel' en 'naast het huis met de rode poes'.

Mogelijkheden om het lokaliseren te ontwikkelen

Er zijn veel manieren om in groep 1 en 2 de kinderen ervaring te laten opdoen met lokaliseren. Eerder in dit hoofdstuk zijn hiervan al voorbeelden gegeven. Daarnaast biedt de school en de directe omgeving volop mogelijkheden tot verkenning en het zoeken van de weg. Dit kan al in het schoolgebouw beginnen: een nieuwe leerling wegwijs maken in de klas, een briefje naar een andere leraar brengen en materiaal gaan



halen in een ander lokaal. Mogelijkheden voor lokaliseeractiviteiten buiten de school zijn: het maken van een wandeling naar het zwembad, de bibliotheek, speeltuin, winkel, of kinderboerderij.

Een kind dat pas naar school gaat, zal zich veiliger voelen in de nieuwe omgeving als het bijvoorbeeld weet waar het toilet is, waar de materialen in de kast staan en waar de uitgang is. Bovendien is het ook goed voor het gevoel van zelfstandigheid. Het kind heeft niet meer steeds de hulp van de leraar nodig om ergens naartoe te gaan. Hetzelfde geldt voor situaties buiten school, zoals het doen van een boodschap en het na schooltijd bij een vriendje of vriendinnetje gaan spelen.

‘Beer wil op bezoek komen’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

De onderwijsactiviteit gaat over een beer die een bezoek wil brengen aan de klas.⁴ Om te weten te komen hoe hij de klas kan vinden, heeft Beer aan de kinderen een brief geschreven waarin hij om hulp vraagt. Zo wordt het maken van een routekaart uitgelokt en ontstaat vanzelf de noodzaak voor het bedenken van oriëntatiepunten. Door het verzoek van Beer zijn de kinderen bovendien gemotiveerd om een duidelijke uitleg te geven. Ze willen immers graag dat hij daadwerkelijk in de klas aankomt.

Het maken en lezen van kaarten is een belangrijke activiteit in het meetkundeonderwijs. Het draagt bij tot het onderzoeken en begrijpen van de ruimte. De kennis die de kinderen al hebben van de wereld om hen heen wordt uitgebouwd, zodat ze nog meer vat krijgen op hun leefomgeving.

De activiteit begint met een gezamenlijke oriëntatie die ervoor moet zorgen dat de context voor de kinderen gaat leven. Het is van belang de brief van de beer goed toe te lichten. Duidelijk moet worden dat de beer de hulp van de kinderen erg hard nodig heeft.

Voordat de kinderen de routebeschrijving maken, gaan ze zelf de route lopen die de beer moet afleggen. Hierdoor worden ze zich goed bewust van de situatie. Ook de leraar moet zich inleven in dit beleven door de kinderen. Door goed te kijken, te luisteren en met ze te praten kan de



leraar een beeld krijgen van de meetkundige kennis en ervaring van de kinderen. Zicht hierop is nodig om goede leermomenten te creëren. Jonge kinderen hebben heel duidelijk hun leraar nodig om meetkundige ervaringen op te doen en meetkundige begrippen op de juiste wijze te leren gebruiken. De leraar kan de meetkunde toegankelijk maken door de kinderen bewust te confronteren met betekenisvolle meetkundige situaties. De beer die graag in de klas op bezoek wil komen, is daarvan een voorbeeld. Door de kinderen de route te laten beleven vanuit het gezichtspunt van de beer kunnen ze oriëntatiepunten ontdekken die voor de beer van belang zijn. Door de vragen van de leraar krijgen ze oog voor de geschiktheid van bepaalde oriëntatiepunten. Heb je iets aan die knuffel? Kan de beer hem straks nog wel zien of is de knuffel dan al weg?

De kinderen krijgen volop de gelegenheid om zelf oplossingen te bedenken voor problemen die ze tegenkomen. De leraar neemt hierbij in eerste instantie een afwachtende houding aan, zodat de kinderen zelf op onderzoek kunnen gaan, maar grijpt wel in als de kinderen niet verder kunnen. Door het stellen van vragen, het geven van uitleg of een kleine hint, stimuleert de leraar verdere verdieping.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

De briefwisseling met Beer

Op een dag wordt in de klas een brief bezorgd. Hierin staat het volgende te lezen:

Beste kinderen,

Ik heet Beer. Ik wil heel graag in jullie klas komen spelen.

Maar ik vind het wel een beetje eng, want ik ken jullie niet.

Vinden jullie het leuk als ik kom? Schrijf mij snel terug.

Groeten van Beer

Het is aan de kinderen om hierop te reageren. De leraar neemt in eerste instantie een afwachtende rol aan, maar stimuleert de komst van Beer wel. De leraar helpt bij het schrijven van de brief. Om het zo echt mogelijk te maken, bespreekt de leraar alvast wie met Beer kan spelen en welk spel ze kunnen spelen.



Nadat Beer de brief van de kinderen heeft ontvangen, schrijft hij de volgende brief terug.

*Beste kinderen,
Wat fijn dat ik in jullie klas mag komen. Er is alleen één
probleempje. Ik woon nu in een klas met allemaal ballen,
hoepels, springtouwen en zelfs een klimrek. Ik weet de weg naar
jullie klas niet. Kunnen jullie voor mij een kaart maken waarop
ik kan zien hoe ik bij jullie klas kan komen?
Groeten van Beer*

Uit de brief blijkt dat Beer op dit moment in de gymzaal van de school woont. Omdat het maken van een kaart waarop staat hoe Beer moet lopen misschien wat moeilijk is, stelt de leraar voor om eerst bij Beer op bezoek te gaan. Op de terugweg kunnen de kinderen dan de route ervaren vanuit hetzelfde gezichtspunt als Beer: van de gymzaal naar de klas.

In de gymzaal aangekomen zien de kinderen een doos waarin Beer een bed heeft gemaakt. Beer is afwezig, maar er ligt wel een brief en ook een kaart.

*Beste kinderen,
Vinden jullie mijn slaaphol mooi?
Ik heb een potje honing dat ik graag met jullie wil oppeuzelen.
Op de kaart staat waar je het potje kunt vinden. Neem het potje
maar mee naar jullie klas.
Hoever zijn jullie al met het maken van de kaart voor mij?
Voordat ik bij jullie in de klas op bezoek kom, ga ik in het
donker met mijn zaklamp kijken hoe ik moet lopen.
Groeten van Beer*

De kaart die Beer voor de kinderen heeft gemaakt, bestaat uit een eenvoudige schets waarop de gymzaal, het slaaphol van Beer en de vindplaats van het potje honing te zien zijn. De leraar bespreekt met de kinderen de betekenis van de aanduidingen op de kaart. De kinderen gaan aan de hand van de kaart gericht op zoek naar de honing.



Vervolgens stelt de leraar voor om nu te gaan bedenken hoe Beer moet lopen om in de klas te komen. De leraar helpt de kinderen bij het gebruiken van geschikte oriëntatiepunten. Een jas die aan de kapstok hangt, is bijvoorbeeld niet bruikbaar. Deze jas kan immers weg zijn op het moment dat Beer 's avonds op zoek gaat naar de klas. De trap aan de rechterkant van de deur van de gymzaal kan wel goed dienst doen als oriëntatiepunt.

De leraar helpt ook bij het juist verwoorden. De kinderen weten vaak niet hoe een bepaalde richting moet worden aangeduid. Om dit probleem te omzeilen wijzen ze dan gewoon de kant op die ze bedoelen. De leraar geeft in dergelijke situaties hulp door de juiste omschrijving aan de richting te koppelen. Het gaat erom de kinderen te ondersteunen en te begeleiden bij het gebruik van oriënteringsbegrippen waarvan de kinderen wel al enige notie hebben, maar die ze nog niet altijd goed benoemen en op de goede manier gebruiken. Dit komt vooral voor in situaties waarbij de kinderen het standpunt van een ander moeten innemen.

Als de kinderen globaal de route in hun hoofd hebben, wordt de weg van de gymzaal naar de klas in het echt gelopen. Dit is een mooie gelegenheid om de bedachte routebeschrijving te controleren en preciezer te maken.

Op videofragment 4a is te zien hoe dit lopen van de gymzaal naar de klas in een groep 1-2 is gegaan en welke vragen de leraar hierbij heeft gesteld.⁵



De leerlingen stellen zich op voor de deur van de gymzaal.

Van hieruit gaan ze in een rij naar boven naar de klas.

Leraar: "Loop maar zachtjes naar de trap."

Kind: "Ik zag hem op de trap."

Leraar: "Nee, volgens mij is hij boodschappen aan het doen."

Leraar: "Dus eerst de trap op. Kom maar."

Kinderen: "Hij is daar, daar."

Leraar: "Daarna?"

Kinderen: "Nog een trap op."



Leraar: "Hoeveel trappen moet hij dan op?"
Kind: "Twee en dan zo (wijzend) die kant op. Dan ga je naar links."
Leraar: "Hij is twee trappen opgelopen, wat moet hij dan doen?"
Kind: "Rode deur."
Leraar: "Maar er zijn een heleboel rode deuren."
Funcay: "Dan ga je naar links."
Leraar: "Welke rode deur?"
De kinderen wijzen verschillende kanten op.
Chagrietha: "Hij kan overal gaan lopen (wijzend naar alle rode deuren). O, daar is ie."
Leraar: "Welke kant op?"
Funcay wijst en roept hard: "Links of rechts."

Als de kinderen terug zijn in de klas mogen ze nog eens verwoorden welke route Beer moet lopen.

Op videofragment 4b is te volgen hoe Reisja dit doet.



Ze zegt: "Die (beer) moet een trap op, dan weer een trap op. Dan naar die kant (wijzend) en dan ziet hij een rood deurtje en dan is hij in onze klas."

Het maken van de routebeschrijving

Na deze voorbereiding gaan de kinderen de route voor Beer tekenen. Ze doen dit in tweetallen. De leraar geeft hierbij hulp. Het maken van de routebeschrijving bevat twee belangrijke leermomenten. Op de eerste plaats is er het representeren van de werkelijkheid. De kinderen moeten de routebeschrijving begrijpen als een afbeelding van de route in het echt. Ze moeten een verband leggen tussen de oriëntatiepunten uit de werkelijkheid en de symbolen op de kaart. Doordat ze de route eerst zelf gelopen hebben en ook hebben besproken, kunnen ze deze relatie beter leggen.



Het tweede leermoment heeft te maken met het feit dat ze een kaart voor iemand anders moeten maken. In dit geval betekent het dat ze de positie van Beer moeten innemen en de weg moeten beschrijven van de gymzaal naar de klas. Ze moeten de tekening zo maken dat deze voor Beer te begrijpen is. Niet alle kinderen zijn hiertoe in staat. Sommige kinderen denken bovendien dat als de route voor henzelf duidelijk is, dat dit dan ook geldt voor iemand anders. Het kan voorkomen dat ze bijvoorbeeld alleen het eindpunt van de route tekenen of dat de verschillende elementen niet in de goede volgorde staan. Deze problemen komen niet bij alle kinderen voor. Er zijn er ook die wel een kaart kunnen tekenen met bruikbare oriëntatiepunten en daarbij zelfs door middel van pijlen de gewenste richting kunnen aangeven. Voor het begrijpen van de kaart zijn ook de gebruikte representaties van belang. Door voor iemand anders een kaart te maken, worden de kinderen zich ervan bewust dat de door hen getekende oriëntatiepunten niet altijd begrijpelijk hoeven te zijn voor anderen. Zolang de kaart alleen bedoeld is voor persoonlijk gebruik, kunnen de kinderen volstaan met eigen symbolen. Dit wordt echter anders wanneer een ander de kaart moet kunnen lezen. Dan zijn meer uniforme symbolen nodig.

Toen de kinderen klaar waren met het maken van hun kaarten zijn deze met de hele groep besproken. Hiernaast is een van de tekeningen afgebeeld.

De leerling gaf er de volgende toelichting bij: "Dit is de beer. Hij moet een trap op en nog een trap op. Dan ziet hij de deur van onze klas. Dan de berenslinger die in onze klas hangt."

Op de getekende kaart staan de verschillende elementen die deel uitmaken van de route. Ook Beer is op de kaart afgebeeld.

Verder zijn te zien: twee trappen, de deur van de klas met Winnie de Pooh en Tijgetje, en de berenslinger die in de klas hangt. Volgens de kinderen vindt Beer die slinger erg leuk.

De volgorde van de route is voor hen vanzelfsprekend.

Ze realiseren zich niet dat Beer de volgorde niet uit de kaart kan afleiden. Als de leraar vraagt of Beer nu weet hoe hij moet lopen en of hij weet waar hij moet beginnen, geven de kinderen een duidelijke toelichting, waarbij ze wijzen op de verschillende elementen van de route die op de kaart te zien zijn.

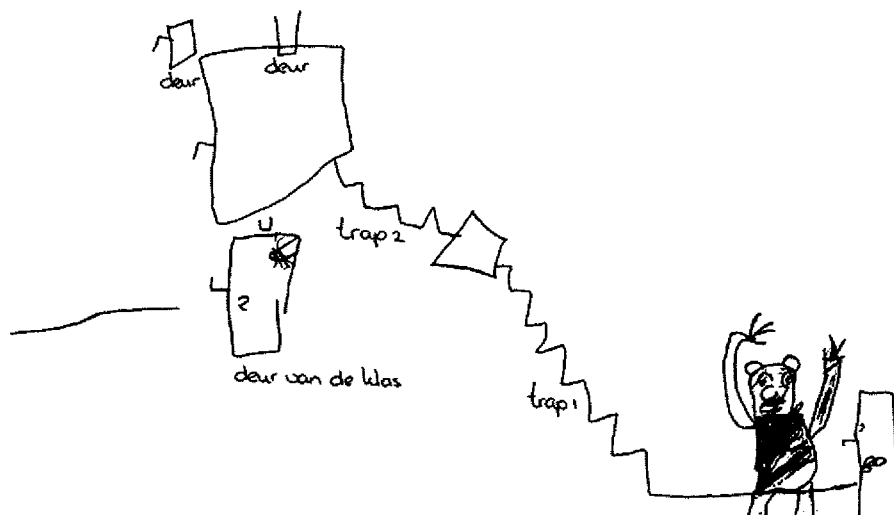


Om de kinderen te stimuleren tot meer precieze omschrijvingen, heeft de leraar – zonder dat de kinderen dit weten – nogmaals de hulp van Beer ingeroepen. Er arriveert weer een brief. In deze brief stelt Beer vragen over de gebruikte symbolen en aanduidingen. Deze zijn voor hem niet duidelijk.

*Lieve kinderen,
Wat hebben jullie een mooie kaart gemaakt. Vannacht ben ik met mijn zaklamp gaan kijken hoe ik in jullie klas kan komen. Ik kon nergens de deur met de tijger vinden toen ik uit de gymzaal kwam. Ik heb lang gezocht, maar kon de deur niet vinden. Ik werd moe en ben toen weer gaan slapen. Ik ben nu erg verdrietig. Nu kan ik nog niet met jullie spelen. Kunnen jullie mij helpen?
Groeten van een verdrietige Beer*



De leraar bespreekt de brief met de hele groep. Gezamenlijk wordt nagedacht over een oplossing. De kinderen zijn het met elkaar eens. Op de kaart moet Beer kunnen zien hoe hij moet lopen. Twee kinderen maken een nieuwe kaart. Later bekijkt de hele groep deze nieuwe kaart. Alle kinderen kunnen er zich in vinden. Er zijn geen aanvullingen.



Op de kaart is de gymzaal te zien. Naast de deur staat Beer. Verder zijn de twee trappen getekend met daartussen een plateau. Ook zijn er deuren te zien van drie verschillende klassen. De tekening van Tijgetje op de klasdeur geeft aan waar de klas van de kinderen zich bevindt. Vergeleken met de eerdere kaart is de nieuwe kaart een stuk duidelijker. De verschillende onderdelen zijn met elkaar verbonden. Omdat enkele kinderen nog twijfelen over datgene wat op de kaart moet staan, geeft de leraar de mogelijkheid de route nog eens te lopen. Ook laat de leraar de kinderen met de kaart in de hand de route controleren. Hierbij is het van belang dat de kinderen het juiste standpunt innemen. Ze moeten dus niet beginnen bij het eindpunt. Dat kan in de ogen van de kinderen immers een heel andere route zijn.



Na afloop is de kaart nog een keer met de hele groep besproken en zijn er nog wat laatste wijzigingen aangebracht. Daarna is de kaart met begeleidende brief naar de verblijfplaats van Beer gebracht.

Het maken van een routebeschrijving is een middel om de structuur en opbouw van de omgeving op een andere manier te begrijpen. Het leggen van een relatie tussen de werkelijkheid en de kaart is noodzakelijk. Gebeurt dit niet dan blijft de kaart een tekening zonder enige betekenis. Zodra de kinderen wel betekenis kunnen geven aan de afbeeldingen en symbolen op de kaart, kunnen ze zich ook een voorstelling vormen van de werkelijkheid waarnaar de tekening verwijst. Om die koppeling tot stand te laten komen, is het nodig dat er voortdurend – zowel tijdens de oriëntatie vooraf als bij de controle achteraf – wordt gekeken hoe de route in werkelijkheid loopt.

Het afbeelden van herkenbare elementen uit de werkelijkheid is niet voldoende om van een tekening een kaart te maken. Met de informatie die erop staat moet een gerichte zoektocht mogelijk zijn. Hoe beter de aanwijzingen zijn, hoe beter de kaart is. Door de context van de beer die de weg naar de klas moet vinden, worden de kinderen zich bewust van het houvast dat de kaart moet geven. De leraar helpt ze hierbij door het gebruik van symbolen en pijlen te stimuleren. De symbolen staan voor oriëntatiepunten en de pijlen geven bewegingen en richtingen aan. Door deze te gebruiken wordt een stap gezet in de richting van een meer formele notatie. De briefwisseling met de beer draagt ertoe bij dat de kaart steeds eenduidiger wordt. Het werken hieraan vormt een aanzet tot het latere lezen van stadsplattegronden en wegenkaarten.

Ook het samen praten over de route die de beer moet afleggen is van groot belang voor de ontwikkeling van het meetkundig denken. Aanvankelijk hanteren de kinderen hierbij vaak persoonlijk gekleurde omschrijvingen die gemakkelijk tot misverstanden leiden. Hierdoor ontstaat vanzelf de behoefte om meer algemeen geldende termen te gebruiken en wordt de taal meer meetkundig van aard.

Vervolgactiviteiten

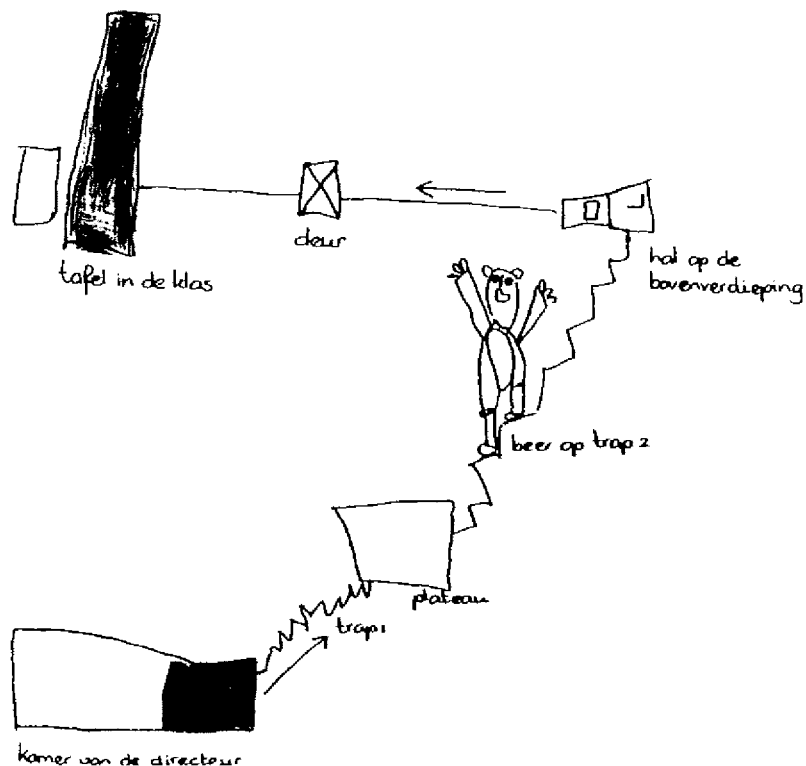
Als Beer eenmaal is aangekomen en in de klas zijn intrek heeft genomen, kunnen rond deze context nog allerlei vervolgactiviteiten plaatsvinden.



De beer stimuleert de kinderen om nieuwe dingen te onderzoeken. Hij stelt steeds weer andere vragen. Zo kunnen de eerder opgedane kennis en ervaringen weer op een nieuwe manier worden ingezet.

- Nog een kaart voor Beer

Er zijn verschillende situaties te bedenken waarin weer een nieuwe kaart nodig is. Er kan bijvoorbeeld een andere knuffel op bezoek komen. Ook kan Beer iets willen hebben uit een andere klas, waarvoor hij dan weer een kaart nodig heeft.



In de groep 1-2 waar de video-opname is gemaakt, wil Beer een bezoek brengen aan het kamertje van de directeur. Hier is namelijk een bijzondere, lichtgevende tandenborstel te vinden. De hele groep verkent samen met de leraar de route. De kinderen krijgen volop de gelegenheid om aanwijzingen



voor Beer te formuleren. Daarna gaan twee kinderen de kaart maken. Als ze klaar zijn, wordt hun tekening in de kring besproken. De belangrijkste vraag is of het voor Beer duidelijk is hoe hij moet lopen. De kinderen reageren hierop door pijlen op de kaart te zetten die de juiste richting aangeven.

- Beer en de schatkaart

Beer heeft een schatkaart. Hierop is af te lezen waar in de klas een schat verborgen is. Wie kan ontdekken waar de schat ligt?

De kinderen kunnen ook zelf een schat verstoppen en vervolgens een schatkaart maken. Dit laatste is voor jonge kinderen nog moeilijk. Ze tekenen aanvankelijk alleen de plaats van de schat. Het zoeken is dan geen uitdaging. Daarom stimuleert de leraar de kinderen een uitgebreidere kaart te maken met meer van de omgeving erop, zodat er echt gezocht kan worden naar de plaats waar de schat verborgen ligt.

- Hulp bij het zoeken

Beer roept de hulp van de kinderen in bij het zoeken van een potje honing. Hij heeft een kaart, maar is zelf te moe om op zoek te gaan. Behalve Beer zijn nog andere personages te bedenken die hulp nodig hebben. Zo kunnen de kinderen een routebeschrijving maken voor Zwarte Piet die graag cadeautjes bij de kinderen wil brengen maar de weg niet weet. Ook de paashaas kan om hulp vragen, omdat hij elk jaar moeite heeft om te onthouden waar hij de eieren verstopt heeft. Een andere mogelijkheid is het in de klas organiseren van een tentoonstelling. De bezoekers krijgen een routebeschrijving zodat ze de tentoongestelde voorwerpen in de juiste volgorde kunnen bekijken.

Tussendoel meetkunde 1

De kinderen doen ervaring op met het lokaliseren van objecten in een voor hen bekende omgeving. Ze hanteren daarbij oriënteringsbegrippen zoals achter, voor, dichtbij, door, naast, rechts en links, maken gebruik van herkenningspunten en werken met eenvoudige plattegronden. Ook verwoorden en tekenen ze wat je wel en niet kunt zien vanuit een daadwerkelijk of in gedachten ingenomen standpunt.



Het oriënteren in groep 1 en 2 sluit aan bij de ervaringen die de kinderen in de voorschoolse periode hebben opgedaan en de ruimtelijke begrippen die ze hierbij hebben verworven.

Het onderwijs breidt deze ervaringen uit en verdiept de kennis van de leerlingen. Dit gebeurt op een speelse manier die boeit en waaraan de kinderen plezier beleven. Uitgangspunt bij het lokaliseren is steeds de eigen bekende omgeving. De activiteiten zijn gekoppeld aan concrete situaties.

Binnen de context van de school wordt aandacht besteed aan het beschrijven van de plaats waar iets of iemand zich bevindt.

De opdrachten zijn daarbij zodanig opgezet dat de kinderen aan iemand anders duidelijk moeten maken waar die plaats is en hoe je er kunt komen. Door vragen van de leraar en door er met de hele groep over te praten, leren de kinderen zich steeds begrijpelijker uit te drukken. Belangrijk is dat ze zich daarbij verplaatsen in het standpunt van degene voor wie de beschrijving is bedoeld.

Dit inleven is essentieel om een bepaald niveau van ruimtelijk inzicht te bereiken. Het wordt uitgelokt door aan de kinderen om hulp te vragen bij het vinden van de weg. Zo ontstaat een noodzaak voor het maken van een routebeschrijving en leren de kinderen op een natuurlijke manier allerlei oriënteringsbegrippen, zoals achter, voor, dichtbij, rechts, links te gebruiken en te begrijpen.

De beschrijvingen worden niet alleen verbaal gegeven, ook tekeningen ondersteunen of vervangen deze. Het zelf in een tekening aangeven hoe iemand bijvoorbeeld op een bepaalde plaats in de school kan komen, bereidt de kinderen voor op het lezen van eenvoudige plattegronden.

Behalve aan het lokaliseren wordt in groep 1 en 2 ook aandacht besteed aan het innemen van een standpunt. Dit gebeurt in samenhang met het beschrijven en tekenen van routes. De leraar vraagt dan wat vanuit een bepaald standpunt wel of niet te zien is. Belangrijk is dat de kinderen door het concrete ervaren en uitproberen, zich de situatie kunnen voorstellen. Controle achteraf is hierbij van belang, omdat dit weer nieuwe mogelijkheden biedt voor reflectie en het op een rij zetten van wat ontdekt en geleerd is.



Construeren

Inleiding

Construeren is van oudsher het meest bekende deelgebied van de meetkunde. Het omvat het maken van ruimtelijke en vlakke objecten. Dit is een wiskundig domein van hoog niveau, maar elementen ervan horen ook duidelijk tot de wereld van het jonge kind. Kinderen in groep 1 en 2 zijn voortdurend bezig hun eigen wereld te scheppen. Ze houden ervan om dingen te maken en nog leuker vinden ze het om objecten uit elkaar te halen. Dit laatste is in feite de vorm van construeren waarmee jonge kinderen beginnen. Daarom is het belangrijk dat hiervoor voldoende mogelijkheden worden geboden.

De constructieactiviteiten in groep 1 en 2 hebben behalve op blokken en ander meetkundig materiaal vooral betrekking op allerlei ‘natuurlijk’ materiaal, zoals dozen, wc-rolletjes, oude kranten, touw, enzovoort. Allemaal spullen die volop gelegenheid bieden om te knutselen. Zo leren de kinderen allerlei verschillende materialen kennen. Ze ontdekken dat je papier kunt vouwen en buigen, dat klei of plasticine vervormbaar is, dat Legoblokken aan elkaar zijn te klikken en dat houten blokken zijn te stapelen. Verder maken de kinderen zich technische bekwaamheden eigen als knippen, lijmen, knopen, timmeren en andere vaardigheden.

Het spreekt vanzelf dat veel van de constructieactiviteiten in groep 1 en 2 in de context van een spel of verhaal worden aangeboden. Als de kinderen bijvoorbeeld spelen dat ze gaan kamperen kan dat aanleiding zijn om een tent te gaan opzetten. Om ridder te worden is een schild nodig. Op verjaardagsfeesten mogen feestmutsen en slingers niet ontbreken. In ‘de week van het fruit’ maken de kinderen sinaasappels van klei om die vervolgens in mooie partjes te verdelen. De kapper zit verlegen om een voetenbankje; niet alle klanten komen met hun voeten op de grond als ze in de hoge stoel zitten. Bij het maken van al deze attributen komen vanzelf allerlei meetproblemen en meetkundige kwesties aan de orde. Hoe kun je van een laken een tent maken? Welke vorm krijgt de tent? Hoe kun je de tent groter, hoger of lager maken? Bij het timmeren van het voetenbankje moet natuurlijk



voorkomen worden dat het gaat wiebelen. Hoe kun je hiervoor zorgen? Bij een krukje met drie pootjes heb je van wiebelen geen last. Is dat altijd zo?

Samen iets bouwen vraagt om overleg. Om dit mogelijk te maken moeten de kinderen elkaar kunnen begrijpen. Met andere woorden, ze moeten een gemeenschappelijke taal ontwikkelen. De rol van de leraar is hierbij erg belangrijk. De leraar observeert en luistert, praat mee, noemt zaken bij de juiste naam, geeft hints en stelt vragen. Het zich eigen maken van meetkundetaal betekent meer dan het leren gebruiken van bepaalde termen. Het heeft ook een belangrijke functie bij het ontwikkelen van het ruimtelijk voorstellingsvermogen. Door te verwoorden zie je meer. De taal ondersteunt het kijken en leidt ertoe dat de kinderen een beter beeld krijgen van de objecten.

Het ruimtelijk voorstellen en redeneren vormt een belangrijk doel van het meetkundeonderwijs. Ofschoon het in groep 1 en 2 aanvankelijk vooral gaat om het concrete construeren, is het de bedoeling dat de kinderen steeds beter in staat zijn zich ruimtelijke objecten mentaal voor te stellen. Voordat ze iets gaan maken, moeten ze in gedachten al proberen te bepalen hoe het eruit komt te zien. Ze moeten vooraf bedenken wat ze nodig hebben om het te maken en hoe ze te werk gaan bij het uitvoeren van de constructie. Wie een doosje wil maken moet dat doosje mentaal eerst openvouwen. Het kind dient er in het hoofd een bouwplaatje van te maken. Het is belang dat het onderwijs de kinderen mogelijkheden biedt om dit 'construerende vooruitdenken' te ontwikkelen. Dit houdt onder meer in dat de kinderen in de gelegenheid worden gesteld concrete objecten en foto's of tekeningen ervan te onderzoeken. Hierbij moeten ze een grote mate van vrijheid hebben. Het uit elkaar halen van objecten om erachter te komen hoe iets in elkaar zit, mag niet een kwestie zijn van het uitvoeren van een voorgeschreven procedure. Onderzoeken houdt in dat de kinderen zich door hun eigen vragen en indrukken laten leiden en dat ze volgens hun eigen inzichten te werk gaan.

In groep 1 en 2 komen de volgende drie vormen van construeren aan bod:

- construeren met vrij materiaal
- construeren met blokken en ander meetkundig materiaal
- construeren met papier.



Bij het *construeren met vrij materiaal* gaat het om het maken van ruimtelijke en vlakke objecten met allerlei ‘natuurlijk’ knutselmateriaal dat in de klas voorhanden is. Kenmerkend voor dit materiaal is dat het doorgaans niet als meetkundig leermateriaal is ontwikkeld en wordt gezien, maar dat het zich wel leent voor het maken van constructies waar meetkunde aan te pas komt of aan te ontdekken is. Het werken hiermee geeft de kinderen een ingang tot het latere construeren met meetkundig materiaal.

Activiteiten om ervaring op te doen met construeren met vrij materiaal

- Bootje maken

Met doosjes en allerlei ander verpakkingsmateriaal maken de kinderen een bootje. Ze moeten zelf de vormen kiezen die hiervoor geschikt zijn.

- Partyhapjes boetseren

De kinderen krijgen de opdracht om met klei of plasticine partyhapjes te maken. Bij het boetseren van kaasblokjes of -puntjes, gehaktballetjes en kroketten doen ze ervaring op met ruimtelijke basisvormen als kubus, prisma, bol en cilinder.

- WC-rolletjes

De kinderen werken in tweetallen. Ze krijgen samen een flink aantal wc-rolletjes. Wie maakt het mooiste bouwsel? WC-rolletjes zijn ook prima geschikt om een verrekijker te maken. Op deze manier is aan het construeren ook een oriënteringsactiviteit te koppelen.

- Luciferdoosjes

De kinderen zetten met luciferdoosjes een bouwsel in elkaar. De verbindingen maken ze door de doosjes en hulsjes in elkaar te schuiven. Zo zijn verschillende gebouwtjes te construeren. Een ander idee is het maken van een ladenkastje voor moederdag.

- Bouwen in het groot

Een schoolreis naar de bossen is een prachtige gelegenheid om de kinderen een hut te laten bouwen. Door er zelf in te gaan zitten, doen ze belangrijke ruimtelijke ervaringen op. Ook kan op de speelplaats een timmerdorp worden georganiseerd. Activiteiten als deze doorbreken het idee dat het construeren alleen op kleine schaal moet plaatsvinden.



Bij het *construeren met meetkundig materiaal* worden objecten gemaakt met drie- en tweedimensionale meetkundige vormen als basismateriaal. Bij het eerste moet vooral gedacht worden aan kubussen, blokken, prisma's en cilinders. Het tweedimensionale materiaal omvat tegels in allerlei vormen, zoals vierkanten, rechthoeken en driehoeken. Behalve massief materiaal bestaat er ook allerlei verbindingsmateriaal waarmee 'transparante' ruimtelijke en platte meetkundige figuren kunnen worden gemaakt.

Activiteiten om ervaring op te doen met het construeren met blokken en ander meetkundig materiaal

- Kubussen en andere bouwstenen

Bouwdozen zijn er in alle soorten en maten. Vaak bevatten ze alleen kubussen, maar er zijn ook dozen met dubbele kubussen ($1 \times 1 \times 2$), halve kubussen ($1 \times 1 \times \frac{1}{2}$) en diagonale halveringen van kubussen (prisma's; kinderen noemen deze vormen vaak driehoeken). Vergeleken met kubussen stellen deze bouwstenen andere eisen bij het bouwen.

Ze leiden bovendien tot andere resultaten.

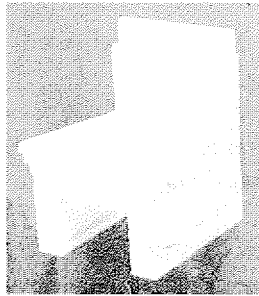
De meeste kinderen bouwen het liefst met kubussen. Het zijn vaak de stenen die ze als eerste uitkiezen. Zijn de kubussen op, dan wordt vanzelf overgeschakeld op andere bouwstenen. Door het aantal kubussen in te perken kan de leraar hierbij een handje helpen.

- Opgeruimd staat netjes

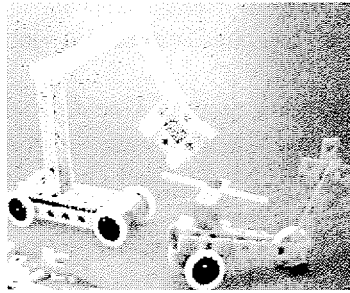
Wie kan de doos met blokken opruimen en zorgen dat alles weer netjes in de doos past? Dit is een opdracht die duidelijk twee doelen dient. Behalve dat er opgeruimd wordt, biedt het inpakken van de blokken-doos mogelijkheden voor het ontwikkelen van het ruimtelijk inzicht.

- Bouwtentoonstelling

De kinderen mogen vrij werken met materialen als Kapla (1), Baufix (2), Lokon, K'nex (3)⁶, Meccano, Sio, Lego of Duplo. Na afloop wordt van de bouwsels een tentoonstelling ingericht.



1



2



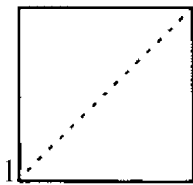
3

Bij het *construeren met papier* gaat het om het maken van twee- en driedimensionale objecten van papier.

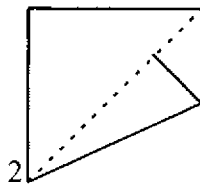
Activiteiten om ervaring op te doen met het construeren met papier

- Vlieger vouwen

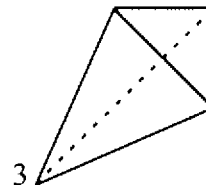
Het vouwen van vliegers is een opdracht voor zomerse dagen, die echter ook 's winters heel goed te doen is. In de klas liggen als voorbeeld enkele gevouwen vliegers. Hebben de kinderen meer hulp nodig, dan kan de leraar een vouwtekening op het bord zetten.



1



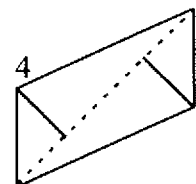
2



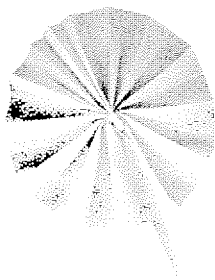
3

Het moeilijkste onderdeel van het vouwen is vaak stap 3. De kinderen zijn geneigd om in plaats van de linkerzijkant de bovenkant van het papier tegen de diagonaal te leggen (stap 4).

Na het vouwen geven de kinderen de vlieger een staart voorzien van strikken. Het vouwsel is ook geschikt om er een snoepzak van te maken. Door de twee driehoeken een stukje over elkaar heen te plakken ontstaat een puntzak. Van een aantal vliegers een zonnebloem maken is eveneens mogelijk. Hoeveel vliegers heb je daarvoor nodig?



4



- Waaier vouwen

Voor het maken van een ronde waaier zijn vier vierkante vouwbladen nodig.

Vouw de bladen harmonicagewijs. Doe dit zo dat er zeer smalle repen ontstaan. Voeg de harmonicadelen samen door de buitenste reepvlakken op elkaar te plakken. Druk het geheel dicht en maak de dikke reep aan de onderkant vast met een nietje.

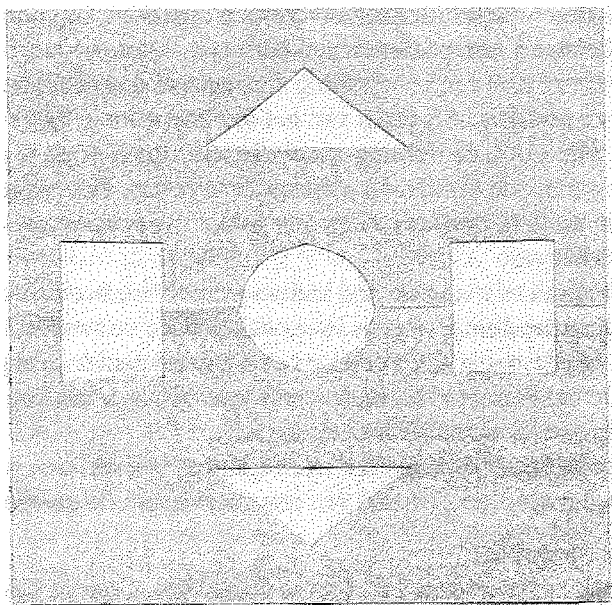
Trek daarna aan de bovenkant de waaier open. Plak de twee buitenste reepvlakken op elkaar en leg er eventueel een lange houten spatel of reep karton tussen. Dit uitstekende deel wordt dan het handvat van de waaier. Een halve waaier maken kan ook. Dan heb je minder vouwbladen nodig.

Kinderen die brede repen hebben gevouwen, zullen ontdekken dat ze meer dan vier vouwbladen nodig hebben om een mooie ronde waaier te maken.

- Wat wordt het?

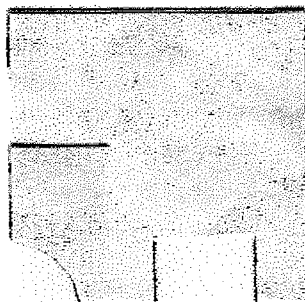
Bij deze activiteiten voorspellen de kinderen het resultaat.

1. Een blad papier is één keer gevouwen.
Stel je voor dat je een halve cirkel eruit knipt. Wat zie je als je het blad openvouwt? Waar moet je knippen om een hele cirkel te krijgen? Kun je ook zorgen dat er twee halve cirkels ontstaan?
2. Neem een blad papier en vouw het dubbel.
Hoe moet je in het dubbelgevouwen blad knippen zodat er, als je het weer openvouwt, in het papier een gat zit in de vorm van een driehoek?
3. Neem twee bladen papier. Vouw één blad dubbel. Knip er een figuurtje uit en vouw dit open. Geef met een tekening op het andere blad aan waar het uitgeknipte figuurtje te zien zal zijn. Daarna controleren of de tekening klopt.
4. In het midden van een vierkant blad papier wil ik graag een vierkant gat hebben. Hoe kan ik dit op een handige manier knippen? Kan het ook nog anders?
5. Op de volgende bladzijde zie je een geknipt matje.
Probeer ook eens zo'n matje te knippen.



Deze laatste opdracht is moeilijker dan de vier voorgaande. Dit komt omdat het knipsel is gemaakt op basis van een blad dat twee keer dubbel is gevouwen. Het resultaat is dan minder makkelijk te doorzien.

Door te onderzoeken wat het effect is van het knippen op een bepaalde plaats, zijn de kinderen na verloop van tijd in staat om zo'n matje na te maken. Ze vouwen het blad in gedachten en 'zien' dan hoe ze moeten knippen. Greep krijgen op de magie van de matjes betekent vooral veel ervaring ermee opdoen. Dit kan bijvoorbeeld door de kinderen matjes te laten ontwerpen die dan door hun medeleerlingen moeten worden nagemaakt. Komt een leerling er niet uit, dan mag de maker van het matje helpen.



- Inpakken

Inpakken is iets wat de kinderen graag doen. Een ingepakt voorwerp roept namelijk altijd spanning op. Je kunt dan immers niet meer zien wat het is. Of toch wel?



Laat de kinderen verschillende voorwerpen inpakken; bijvoorbeeld een grote dobbelsteen, een poster en een bal.

Eerst moeten ze zich een voorstelling vormen van de hoeveelheid papier die hiervoor nodig is. Afgezien van het feit hoe ruim je iets wilt inpakken, blijkt ook de richting waarin je iets inpakt ertoe te doen.

Probeer via hints de kinderen op dit spoor te zetten. Het papier lijkt te klein, maar als je het papier of het in te pakken voorwerp een kwartslag draait, lukt het wel.

De vorm bepaalt ook nog op een andere manier hoe het inpakken gebeurt. De grote dobbelsteen is in te pakken door vouwen in het papier te maken. Bij de opgerolde poster moet het inpakpapier gebogen worden. De bal is door zijn ronde vorm moeilijk in te pakken.

Het inpakpapier is namelijk niet elastisch.

Vooraf kan de leraar de kinderen laten schatten hoeveel vouwen in het papier moeten worden gemaakt om een voorwerp in te pakken.

- Hoe is het gemaakt?

Aan verpakkingsmateriaal valt veel te ontdekken. Laat de kinderen verschillende papieren verpakkingen onderzoeken; bijvoorbeeld een doosje waarin theezakjes hebben gezeten. Een wc-rolletje leent zich daarvoor ook goed. De voorwerpen worden uit elkaar gehaald en plat gemaakt. De kinderen kunnen dan zien hoe een doosje of wc-rolletje in elkaar zit. Daarna kan de platte, tweedimensionale vorm weer teruggebracht worden in de oorspronkelijke driedimensionale staat. Door deze activiteit doen de kinderen een eerste ervaring op met bouwplaten.

De bovenstaande constructieactiviteiten zijn evenals de oriënteringsactiviteiten van wezenlijk belang voor de ontwikkeling van het ruimtelijk voorstellingsvermogen en ruimtelijk redeneren.

In het volgende wordt het construeren met blokken en het construeren met papier meer in detail besproken.



Construeren met blokken

Bij het werken met meetkundig constructiemateriaal neemt het construeren met blokken een centrale plaats in. In geen enkele kleutergroep mag dan ook een bouwhoek ontbreken. Hierin is een veelheid van verschillende blokken te vinden: kubussen, blokken (zoals dubbele kubussen, halve kubussen en dubbele halve kubussen), prisma's (diagonale halveringen van kubussen) en cilinders. Uit dit rijtje blijkt wel dat de kubus de belangrijkste vorm is. Dit werd ook al door Fröbel benadrukt. Het is een grondvorm waarmee de ruimte opgebouwd en geordend kan worden en die de basis vormt voor veel stapelingen en configuraties. Behalve dat de kinderen allerlei vormen van bouwstenen tot hun beschikking hebben, bevat de bouwhoek ook blokken van verschillende afmetingen. Jonge kinderen kunnen vaak beter uit de weg met grote blokken. Het werken met kleine blokjes vereist namelijk een goede motorische vaardigheid. Ofschoon er met diverse materialen kan worden gewerkt, bouwen de kinderen meestal met houten blokken. De bouwwerken bestaan dan uit los op elkaar gestapelde onderdelen.

Afgezien van de vele spelsituaties waarin het bouwen met blokken een ondersteunende activiteit is, is het ook een activiteit met een doel op zich. Kleuters bouwen vaak om het bouwen. En het slopen hoort hier natuurlijk ook bij. Terwijl ze bouwen doen de kinderen veel ervaringskennis op over wat kan en niet kan bij het stapelen van blokken. Een toren blijft beter staan als je met grote blokken begint. Door de blokken half op elkaar te leggen wordt de muur steviger. Driehoekige blokken (prisma's) kun je maar beter alleen gebruiken als het gebouw bijna klaar is. Het is moeilijk om op deze schuine blokken voort te bouwen. Een lang, plat blok is handig als je een raam of deur wilt maken. Met zo'n blok overbrug je de opening. Belangrijke leerervaringen doen zich ook voor als bepaalde vormen opraken. De kinderen ontdekken dan dat ze in plaats van een kubus ook twee halve kubussen kunnen gebruiken. Door bepaalde blokken te combineren ontstaan weer nieuwe vormen. Al bouwende krijgen de kinderen steeds meer oog voor de samenhang tussen de verschillende blokken. Hoe is de ene vorm uit de andere ontstaan en hoe kan met een bepaalde vorm weer een andere worden gemaakt.



In groep 1 en 2 staat het bouwen met blokken vooral in het teken van het vrij bouwen, maar van tijd tot tijd wordt er ook gevraagd een gegeven bouwsel na te bouwen.

De kinderen zijn op deze leeftijd vooral gericht op het concrete handelen. De nadruk ligt hierbij op het opdoen van ervaring.

In groep 1 en 2 ervaren de kinderen allerlei basale meetkundige eigenschappen van de blokken. Ze leren een taal ontwikkelen voor het bouwen, leren gebruik te maken van mondelinge bouw instructies en maken kennis met afbeeldingen (foto's en tekeningen) van bouwsels. In groep 3 en 4 komt het bouwen met blokken opnieuw aan de orde. Dan ligt de nadruk op het werken met de kubusblokjes en het analyseren van bouwsels. Naast het ervaren is dan soms ook al sprake van verklaren.

'Nieuw huis voor Klein Mannetje'

Toelichting op de onderwijsactiviteit

Deze onderwijsactiviteit is gericht op het construeren van een driedimensionaal bouwwerk. Er wordt gewerkt met middelgrote blokken (van 5 tot 7,5 cm).⁷ Kleinere blokken zijn voor jonge kinderen nog moeilijk te hanteren. De activiteit vindt plaats naar aanleiding van het prentenboek 'Klein Mannetje heeft geen huis'.⁸ Nadat de leraar het boek heeft voorgelezen, gaan de kinderen het droomhuis van Klein Mannetje bouwen. Ook andere gebeurtenissen kunnen de aanleiding vormen voor deze constructieactiviteit.

Terwijl de leraar vertelt welke wensen Klein Mannetje allemaal heeft voor zijn huis, maken de kinderen zich al een voorstelling van hoe het huis eruit komt te zien. Vervolgens vragen ze zich af welke materialen ze nodig hebben en hoe ze kunnen beginnen te bouwen. Bij het construeren ontmoeten ze allerlei problemen van technische en meetkundige aard. Of het wel een mooi en bruikbaar huis wordt, speelt natuurlijk ook een rol.

Afhankelijk van het niveau van de kinderen biedt deze onderwijsactiviteit verschillende ontwikkelingsmogelijkheden:



- ervaring opdoen met het maken van constructies met blokken, zoals het maken van een stevige muur, een raam en andere overbruggingen, een verdieping en een spits dak met een schoorsteen erop
- onderzoeken hoe constructies in het echt in elkaar zitten
- een voorstelling maken van een constructie en deze weergeven in een schets
- ontdekken van de mogelijkheden om verschillende samenstellingen te maken met kubussen, halve kubussen en prisma's
- gebruikmaken van meetkundetaal, eventueel ondersteund door gebaren
- ervaring opdoen met meetkundig redeneren; dit gaat vergezeld van een voortdurende afwisseling van uitproberen, kijken en verwoorden.

Kinderen met nog weinig bouwervaring kunnen een makkelijker opdracht krijgen. Door klem-constructiemateriaal te gebruiken, zoals Legoblokken, of door te werken met restmateriaal kan op een meer eenvoudige manier een huis voor Klein Mannetje worden gebouwd.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Een prentenboekverhaal als introductie

Als oriëntatie op de activiteit leest de leraar het prentenboek 'Klein Mannetje heeft geen huis' voor. De hele groep zit in de kring en luistert.⁹





Het verhaal gaat over Klein Mannetje die heel tevreden in een schoenendoos woont. Dat wordt anders als het gaat regenen. Zijn huisje wordt nat en stort in elkaar. Dan gaat hij op zoek naar een nieuwe woning. Het is de bedoeling dat het probleem van Klein Mannetje gaat leven voor de kinderen en dat er enthousiasme ontstaat om voor hem een nieuw huis te gaan bouwen.

Als de kinderen zich goed in het verhaal hebben ingeleefd, willen ze niets liever dan Klein Mannetje een nieuw huis bezorgen. Een huis dat beter bestand is tegen de regen en dat voldoet aan de wensen van Klein Mannetje. De kinderen wisselen de ideeën die ze erover hebben uit. Ze beschrijven hoe het huis er volgens hen uit zou moeten zien en vertellen over hun ervaringen met het bouwen van huizen. Hierdoor raken ze al enigszins toegerust om aan de slag te gaan.

Vorbereiding voor het bouwen

Nadat het plan is opgevat om een huis voor Klein Mannetje te bouwen, gaan de kinderen – als echte bouwmeesters – eerst allerlei voorbereidend werk doen. Ze moeten goed weten wat ze gaan bouwen en hoe ze dat zullen doen.



- Wensenlijstje

De leraar verzamelt de wensen van de kinderen voor het nieuwe huis. Volgens de kinderen wil Klein Mannetje graag:

1. een spits dak
2. een afdak om te schuilen
3. tien ramen, zodat je aan alle kanten van het huis naar buiten kunt kijken
4. een deur
5. een schoorsteen
6. verschillende kamers: een woonkamer, slaapkamer, keuken en badkamer.

Het is natuurlijk moeilijk om alle wensen te onthouden. De leraar schrijft mee op het klembord en koppelt aan elke wens een pictogram.



- Ondersteuning bij het zich voorstellen van het huis

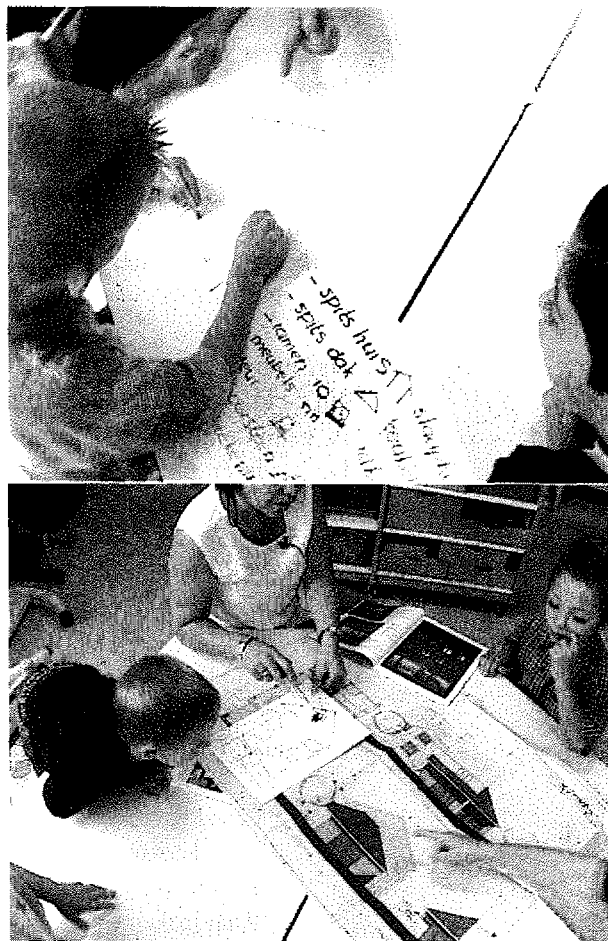
In kleine groepjes werken de kinderen verder aan de voorbereiding. Een kind maakt een tekening van het nieuwe huis. Zo'n tekening is een eerste weergave van wat de kinderen zich voorstellen bij het bouwwerk. Deze mentale voorstellingen zijn erg belangrijk, omdat ze ankerpunten bevatten die de kinderen sturen bij het daadwerkelijke bouwen.

Een andere activiteit die ondersteunend werkt bij het maken van een voorstelling van het te bouwen huis, is het bekijken van plaatjes. Hiermee zijn een paar andere kinderen van de groep bezig. Ze snuffelen in het documentatiemateriaal dat de leraar heeft verzameld: foto's van huizen, advertenties van huizen die te koop staan, een informatieboekje over de nieuwe wijk en een echte bouwtekening van een architect.

De kinderen bekijken het materiaal en praten erover. Op deze manier krijgen de kinderen een steeds beter beeld van het huis dat ze gaan bouwen. Ook later, als ze al met het maken van het huis bezig zijn, kunnen de kinderen nog steun vinden bij dit documentatiemateriaal. Door nog even op de foto of tekening te gaan kijken hoe het huis er in het echt uitziet, worden hun voorstellingen ervan niet alleen concreter, maar ook rijker.

- Aanwijzingen voor het construeren
Terwijl de kinderen een steeds beter beeld krijgen van het huis dat ze gaan maken, ontstaan er ook al ideeën over

hoe ze dit het beste kunnen bouwen. Om de kinderen wat meer op weg te helpen, laat de leraar zien welke blokken de kinderen kunnen gebruiken. Ofschoon het huis hierdoor weer een stuk concreter wordt,





roept dit echter ook vragen op. Hoe maak je toch zo'n schuin dak? In het gesprek dat nu ontstaat, blijkt dat de oplossing zich gauw aandient. De kinderen putten uit de ervaringen die ze bij eerdere bouwactiviteiten hebben opgedaan. Voor een puntdak heb je schuine blokken nodig. Maar van tevoren moet je wel een plafond maken. Dit kan met grote bouwplaten die je op de muren van de eerste verdieping legt. Een verdieping erop maken kan ook. Door vragen te stellen activeert de leraar de voorkennis van de kinderen. De volgende stap in de voorbereiding is het klaarzetten van het materiaal. De leraar vraagt zich samen met de leerlingen af hoe groot het huis wordt. Dit bepaalt immers hoeveel blokken je nodig hebt. Indien dat gewenst is, kunnen bij de voorbereiding nog andere aspecten van het bouwen aan de orde komen, zoals de planning (met welk onderdeel kun je het beste beginnen?) en de verdeling van taken (wie doet wat?).

Het bouwen

Na de introductie en de gezamenlijke verkenning van wat de bedoeling is, gaan de kinderen in kleine groepjes aan het werk.

De kinderen met weinig bouwervaring vinden het moeilijk om precies te bouwen volgens het wensenlijstje. Zij hebben de handen vol aan de techniek van het bouwen. Hoe bouw je een stevige muur? Hoe krijg je een mooie rechte hoek? Al bouwend gaan deze kinderen vaak ongemerkt over tot het spelen met het bouwwerk.

Kinderen met meer ervaring kunnen zich doorgaans beter aan het gemaakte plan houden en zijn vaak zeer bewust bezig met het uitvoeren en eventueel bijstellen van dit plan. Ze verwoorden hun aanpak al bouwend:

“Eens kijken, eerst een rand. Gaan we metselen.”

“Nee, dat wordt veel te groot. Een kleiner huis, anders heb je heel veel blokken nodig.”

“Waar maken we de voorkant?”

“Dan hier de achterkant. Begin ik vast mee. Hier de deur.”

“Waar?”

“Hier in het midden. Hier gaan we de hoek om.”



Om te beschrijven wat ze doen of wat ze van plan zijn, gebruiken de kinderen ruimtelijke begrippen. Soms zijn deze begrippen nog globaal en kunnen de kinderen nog niet onder woorden brengen wat ze bedoelen. Hun uitleg blijft dan beperkt tot het aanwijzend benoemen met woorden als 'hier' en 'daarachter'.

Het werken in een groepje brengt met zich mee dat de kinderen zich moeten verplaatsen in de keuze van een ander en dat ze moeten vertalen wat dit voor hen betekent. Zeer ervaren bouwers doorzien dit vrijwel meteen. Doordat deze kinderen meestal ook een goede voorstelling hebben van de situatie, kunnen ze gemakkelijk de waarneming van een ander kind interpreteren. Bij de meeste kinderen kost dit echter meer tijd. Zij maken die vertaalslag al doende, terwijl ze aan het bouwen zijn.

Tijdens het bouwen geeft de leraar hulp door het aanreiken van hints, door soms iets voor te bouwen, maar vooral door het stellen van vragen. Als de leraar ziet dat een muur dreigt in te storten wordt hierop geanticipeerd door te vragen hoe de kinderen de muur steviger kunnen maken.

Ook hernieuwt de leraar af en toe de relatie tussen bouwwerk en plan: "Waar zouden de ramen ook al weer komen en hoeveel ramen hadden jullie bedacht voor het huis?" Door vragen als deze worden de kinderen aangemoedigd om meer bewust te bouwen.

Bij het bouwen doen zich allerlei problemen voor. Een van die problemen betreft het dak. Hoe maak je bijvoorbeeld een mooi spits dak met de nok in het midden? Dit is een meetkundig probleem, maar daarnaast vooral een betekenisvol probleem voor de kinderen, hetgeen erg belangrijk is, omdat het de kinderen stimuleert om zelf met een oplossing te komen. De leraar laat de kinderen experimenteren, maar ondersteunt ze hierbij wel door te verwoorden wat ze doen en door ze vragenderwijs suggesties te geven: "Als je het blok nu eens zo houdt", "Klopt het dan wel?", "Wat is er gebeurd?", "Hoe kan dat nu?"

Video-opname 5 geeft een indruk van hoe het bouwen in een groep 2 is gegaan.¹⁰



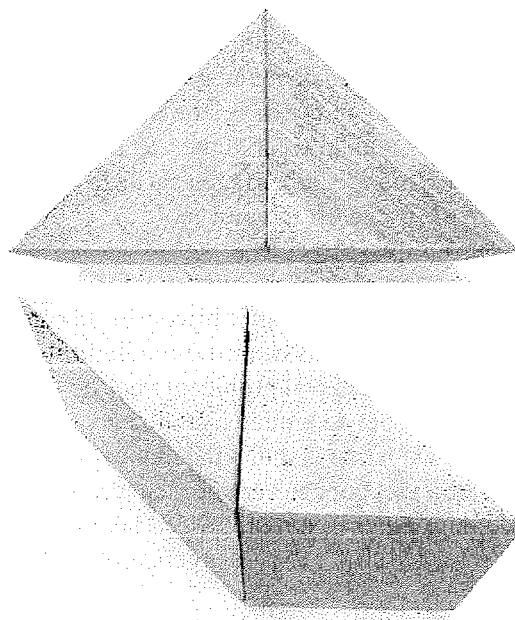
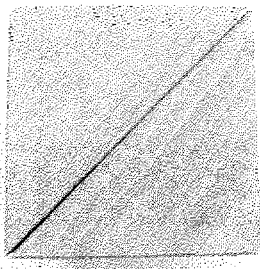


De kinderen hebben de muren van het huis af en beginnen met de dakconstructie. Het moet een spits dak worden. De kinderen zijn druk in gesprek over dit probleem en proberen allerlei constructies uit op de bovenverdieping van hun bouwwerk.

Ze vinden het een moeilijk probleem.

De leraar stelt voor om eerst samen op een bouwplaat uit te zoeken hoe je een dak in het midden hoog en spits kunt maken. De leraar zit met drie kinderen op de grond en vraagt om met de blokken een punt te maken.

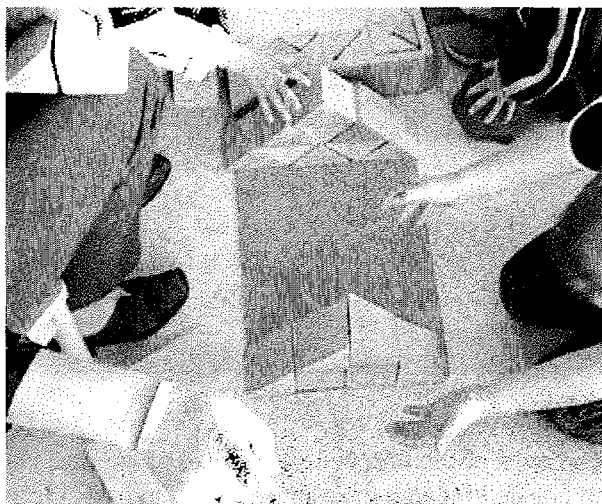
Al probeerend doen de kinderen verschillende ontdekkingen; bijvoorbeeld dat je driehoekige blokken (prisma's) op verschillende manieren tegen elkaar kunt leggen en dat dit steeds een andere vorm oplevert.



Voor het maken van het dak betekent dit dat twee constructies mogelijk zijn. De kinderen stellen vast dat beide echter niet op één dak te gebruiken zijn, want dan wordt de ene nok hoger dan de andere. Ze kiezen voor het dak met de kubussen in het

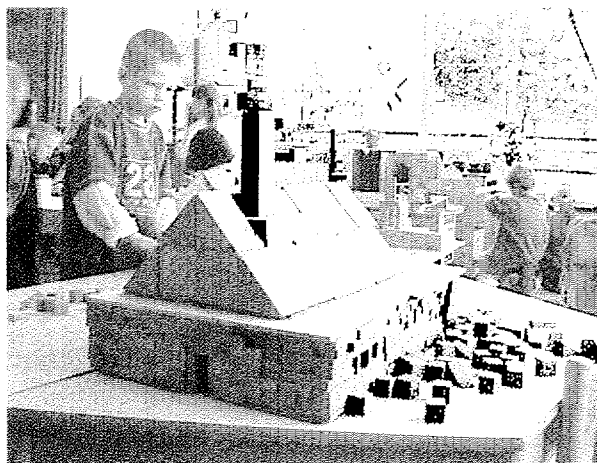


midden (zie het dak vooraan op de foto), omdat ze denken dat je hiervoor niet zoveel schuine blokken (prisma's) nodig hebt.



Naast het maken van een spits dak doen zich nog andere constructieproblemen voor, zoals het overbruggen van de ramen en de verdieping, en het maken van een rechte hoek. De leraar stelt zich ook bij deze problemen stimulerend maar terughoudend op. De leraar moedigt de kinderen aan te verwoorden wat moeilijk is, nodigt de kinderen uit oplossingen te bedenken en geeft waar nodig suggesties.

Het belangrijkste is dat de kinderen dingen gaan uitproberen en daarbij heen en weer pendelen tussen doen, kijken en verwoorden. Op deze wijze ontwikkelen de kinderen hun vermogen om het bouwwerk ruimtelijk voor te stellen en doen ze waardevolle meetkundige redeneerervaringen op. De taal die de kinderen leren gebruiken is op een zinvolle manier gekoppeld aan hun ervaring. Ze ontdekken oplossingen die functioneel zijn voor de ervaren problemen. De gevonden oplossingen worden verwerkt in het bouwwerk. Zo bouwen de kinderen het huis voor Klein Mannetje verder af volgens het wensenlijstje.



Nabespreking

Tijdens het bouwen observeert de leraar welke problemen zich voordoen en hoe de kinderen deze aanpakken. Op basis hiervan maakt de leraar een plan voor de nabespreking. Dit is bedoeld als een gezamenlijke terugblik op de moeilijke punten in de bouwactiviteit. Aan deze bespreking doen niet alleen de kinderen mee die gebouwd hebben, maar ook leerlingen die ondertussen iets anders hebben gedaan. De bouwers vertellen en laten aan deze leerlingen zien wat er moeilijk was en welke oplossingen ze hebben gevonden. Door de problemen met niet-bouwers te bespreken doen ook deze kinderen ervaring op met bepaalde oplossingen. Ook voor de bouwers is het leerzaam. Het terugblikken op het bouwen betekent dat zij zich weer voor de geest moeten halen in welke stappen de activiteit is verlopen. Ze reconstrueren en verwoorden de gevonden oplossingen en laten hun ontdekkingen aan anderen zien.

Als de leraar merkt dat de kinderen in het nagesprek goed kunnen meedenken in de gevonden oplossingen, kan besloten worden een nieuw probleem in te brengen.

Leraar: "De bouwers hebben net uitgelegd dat zij gekozen hebben voor het dak met de kubussen in het midden. Zij denken

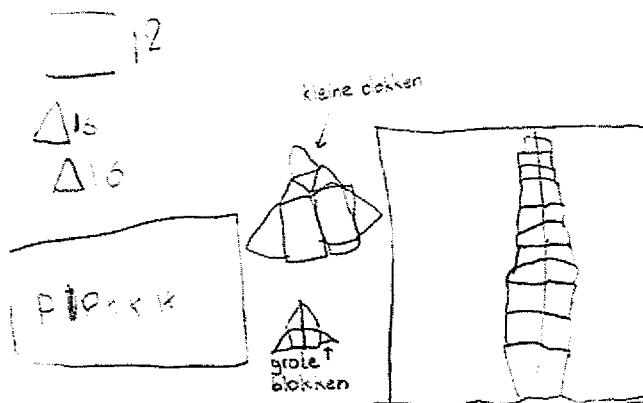


dat er voor dit dak niet zoveel 'driehoekjes' nodig zijn als voor het andere dak. Klopt dit wel?"

De kinderen gaan het onderzoeken en komen tot de ontdekking dat ze voor het andere dak ook kubussen kunnen gebruiken en dat ze dan juist minder 'driehoekjes' nodig hebben.

Om de herinnering aan de oplossingen vast te houden is in de klas een map met bouwkaarten en foto's aangelegd.

In de nabespreking komen alle vondsten aan bod die de moeite waard zijn om in deze map op te nemen, zoals een bouwkaart voor een spits dak. Hoe zo'n kaart eruitziet is op de tekening te zien. Het is de eerste versie van de bouwkaart voor een spits dak.



Twee kinderen in groep 2 hebben op zich genomen om deze bouwkaart te maken. De leraar bespreekt de eerste versie met de kinderen. Ze gaan na of het voor iedereen duidelijk is wat erop staat en of de tekening klopt met het echte bouwwerk.

De makers passen vervolgens de kaart aan.

Vervolgactiviteiten

Als het droomhuis voor Klein Mannetje gebouwd is, kunnen nog allerlei vervolgactiviteiten plaatsvinden.

- Foto's opsturen

Na de bouwles worden de huizen op foto vastgelegd en naar Klein Mannetje gestuurd. Bij het maken van de foto's ontdekken de kinderen dat er meerdere foto's nodig zijn om Klein Mannetje goed te laten zien hoe zijn nieuwe huis eruitziet. Om het huis van alle kanten te laten zien, moeten de kinderen bij het fotograferen verschillende standpunten innemen. Er kan zich dan een gesprek ontpinnen over waar ze het best kunnen gaan staan om een goede foto te maken.



Na een paar dagen stuurt Klein Mannetje een brief terug om de kinderen te bedanken voor hun foto's. In de brief staat ook dat Klein Mannetje goed kon zien hoe de huizen eruitzien. Daarom was het voor hem ook mogelijk om een keuze te maken. Hij beschrijft het huis dat hij heeft uitgekozen. Kunnen de kinderen ontdekken wie dit huis heeft gebouwd?

- Een tuin erbij

Klein Mannetje schrijft nog een brief en laat weten dat hij graag een voor- en achtertuin bij zijn huis wil. De leraar bepaalt het formaat van de bouwplaats zodat het huis erop past en er ruimte is voor een tuin. Afhankelijk van de grootte van het huis is dit een blad papier van A3-formaat of het dubbele ervan.

De kinderen bepalen waar het huis op de bouwplaats moet komen en geven aan waar de metselaars de eerste laag stenen moeten leggen. Hoe kun je dit zo nauwkeurig mogelijk aan de metselaars verduidelijken? Een raster gebaseerd op de afmetingen van de bouwblokken kan helpen.

Construeren met papier

Constructies maken met papier heeft een ruime betekenis. Het omvat niet alleen vouwen, maar ook buigen, knippen, scheuren en plakken. Een en ander kan resulteren in twee- en driedimensionale constructies. Kinderen zijn geboeid door wat je allemaal met een blad papier kunt maken. Wie herinnert zich niet uit zijn eerste schooljaren het bootje, de muts, het hoedje van papier, het zoutvaatje of het vliegtuigje?



En iedereen heeft wel eens zo'n mooie slinger gemaakt met allemaal poppetjes.

Vaak waren het vooral handige oefjes met een hoog verrassingseffect. Natuurlijk mag het plezier in deze activiteiten niet ontbreken, maar het is ook van belang dat de kinderen aan de hand hiervan bepaalde wiskundige ervaringen opdoen.



- Vouwen en grondvormen van vouwsels

Bij het construeren met papier neemt het vouwen een belangrijke plaats in. Als de kinderen naar de basisschool gaan, hebben ze al de nodige ervaring hiermee opgedaan.

Zo zijn sommige kinderen al in staat hun eigen kleding op te vouwen. Natuurlijk is het ene kind wat vaardiger dan het andere, maar de meeste jonge kinderen zijn wel in staat een brief te vouwen om een jarige opa of oma te feliciteren.

Het maken van een rechte vouw is een van de eerste vouwactiviteiten die de kinderen op school moeten uitvoeren; bijvoorbeeld om van een blad papier een boekje te maken.

Na de rechte vouw komen achtereenvolgens en in combinatie met elkaar ook andere grondvormen van het vouwen aan bod: het vouwen van een schuine vouw, een recht kruis, een schuin kruis en het vouwpatroon dat zestien vierkantjes oplevert.

Met elke grondvorm zijn vouwsels te maken die herkenbare voorwerpen uit de werkelijkheid voorstellen, zoals een huis, envelop, doosje, vlieger en een lijst voor een schilderij.

- Vouwen en symmetrie

Door het vouwen van vierkante vouwblaadjes leren de kinderen spelenderwijs de vier symmetrieassen van het vierkant kennen.

Wordt daarentegen met rechthoekige vouwblaadjes gevouwen, dan blijkt een rechthoek maar twee symmetrieassen te hebben.

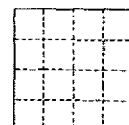
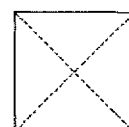
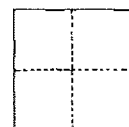
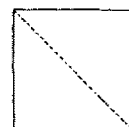
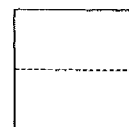
Toch roept ook de diagonaal iets van symmetrie op, immers de twee driehoeken waarin de rechthoek wordt verdeeld zijn precies gelijk.

Ze zijn alleen gedraaid en wel om het middelpunt van de rechthoek.

Daarom wordt hier niet van lijnsymmetrie gesproken, maar van puntsymmetrie of draaisymmetrie. Het is niet de bedoeling dit al in groep 1 en 2 aan de orde te stellen en zeker niet met deze benamingen.

Alles wordt in termen van vouwen en op elkaar passen verwoord.

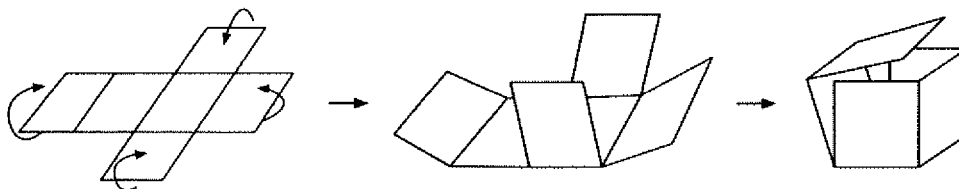
Meer over het symmetriebegrip is te vinden bij het opereren met vormen en figuren. Het komt met name aan de orde bij het spiegelen en het werken met mozaïeken.





- Een doosje vouwen en uit elkaar halen

De kinderen kunnen ook wiskundige ontdekkingen doen bij het vouwen van een doosje. Dit is een bekende activiteit in het kleuteronderwijs waarbij de kinderen kunnen ervaren hoe de verschillende zijvlakken van de kubus aan elkaar passen.



Dat het doorgronden van deze structuur nog niet zo eenvoudig is, blijkt wel als kinderen in hogere leerjaren van een bepaalde bouwplaat moeten voorspellen of er ook werkelijk een kubus van te maken is. Om deze meetkundige redeneringen te kunnen maken, is een goede ervaringsbasis onmisbaar. Behalve het vouwen van doosjes moeten de kinderen ook de gelegenheid krijgen om te onderzoeken hoe doosjes in elkaar zitten. Hoe kun je bijvoorbeeld door te knippen een melkpak plat krijgen? Hoe kun je er een bouwplaat van maken die weer in elkaar te zetten is? Dit deconstrueren is een activiteit die aan het verwerven van ruimtelijk inzicht een belangrijke bijdrage levert.

‘Hoedje van papier’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

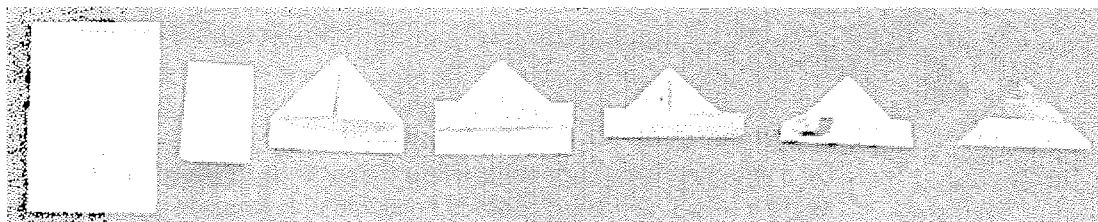
In deze onderwijsactiviteit gaan de kinderen van een krantenpagina het bekende hoedje van papier maken. Het gaat er vooral om dat de kinderen een vouwvoorschrift leren volgen. Om het gewenste eindproduct te krijgen, moeten ze de vouwen die na elkaar komen precies onthouden. Dit lijkt op het eerste gezicht een tamelijk werktuiglijke aangelegenheid die zonder inzicht kan worden uitgevoerd. Dit is maar ten dele waar. Er komt meer bij kijken. Denk maar eens aan de situatie waarin een eerder gemaakt vouwsel opnieuw ontdekt moet worden. Dan is duidelijk hoe belangrijk het is dat men ook zicht heeft op het geheel, dat men bepaalde grondvormen kent en weet welke mogelijkheden deze in zich



hebben. De vouwactiviteiten moeten dus meer inhouden dan het blindelings volgen van de leraar. Wil het meetkundig denken van de kinderen door het vouwen verder ontwikkeld worden, dan vraagt dit om een aanpak waarbij de leraar door vragen te stellen de kinderen op het spoor zet van bepaalde meetkundige ontdekkingen. In groep 1 en 2 gaat het hierbij met name om het ervaren. Ook al kunnen hints de kinderen in de richting van het verklaren brengen, het echte verbinden in de betekenis van het zien van de achterliggende verbanden komt pas veel later. Dan zijn de kinderen ook al in staat om zelf ontwerpen voor papierconstructies te maken. In deze fase zijn ze nog niet zover. Nu is het alleen nog maar een kwestie van stap-voor-stap navouwen. Maar ook dat is voor veel kinderen al een hele opgave. Om ze hierbij te helpen biedt de leraar vouwmodellen aan.

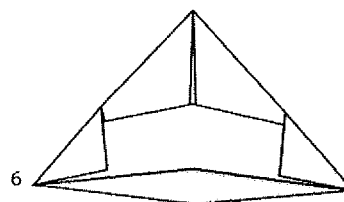
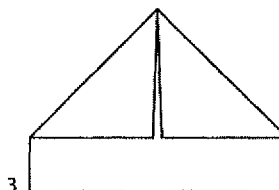
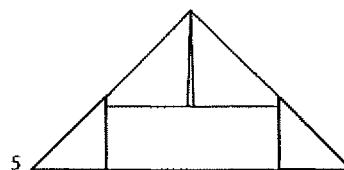
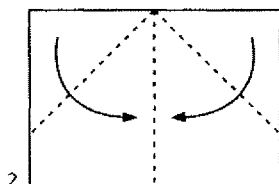
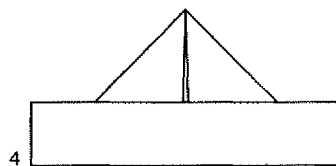
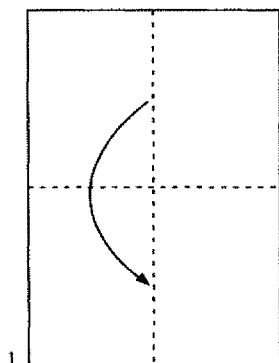
- Vouwselstrook

Een voorbeeld van een vouwmodel is de vouwselstrook. Dit is een strook papier waarop vouwsels zijn geplakt die de opeenvolgende stappen van het vouwen laten zien. De vouwsels zijn met één kant aan de strook bevestigd en paperclips houden de vouwen vast. Hierdoor zijn ze gemakkelijk uit te vouwen en terug te vouwen. Voor het doorgronden van de vouwsels is dit heel belangrijk.



- Vouwtekening

Een vouwtekening geeft ook houvast bij vouwen. De verschillende stappen zijn door tekeningen weergegeven. Evenals de vouwselstrook laat het de geschiedenis van een vouwsel zien, maar dan op een schematische manier. Willen de kinderen hieraan steun hebben, dan moeten ze wel een ruimtelijke voorstelling kunnen maken van datgene wat in de tekeningen is afgebeeld.



Beschrijving van de onderwijsactiviteit

De aanleiding voor deze onderwijsactiviteit is de verjaardag van een leerling of van de leraar, maar de hoed kan ook gemaakt worden voor Koninginnedag of een andere feestelijke gebeurtenis. De activiteit wordt uitgevoerd in een kleine groep van vier of vijf kinderen.

De leraar start met een gesprekje over het komende feest. Iedereen moet er dan feestelijk uitzien en trekt zijn mooiste kleren aan. Natuurlijk mag een mooie feesthoed niet ontbreken.

Op de tafel van de leraar ligt een stapel kranten met ernaast twee gevouwen hoeden gemaakt van krantenpapier. De kinderen mogen ook zo'n hoed maken.



Eerst bekijken

Voordat de kinderen met vouwen beginnen, gaan ze eerst uitzoeken hoe ze zo'n hoed kunnen maken. Ze bekijken de voorbeelden en proberen erachter te komen hoe ze gevouwen zijn. Om dat te weten te komen, mogen ze een van de twee voorbeeldhoeden uit elkaar halen.

De kinderen vouwen de hoed open en proberen of ze hem weer op dezelfde manier kunnen terugvouwen. De andere voorbeeldhoed blijft in elkaar gevouwen. Hierdoor is de eindvorm voor de kinderen steeds zichtbaar. Door de sporen die de vouwen hebben nagelaten, kunnen ze deze weer reconstrueren. Aan de hand hiervan moeten ze bedenken welke vouwen ze allemaal moeten maken. Hoe moet je beginnen? In welke richting loopt die vouw? Welke vouw komt daarna? De leraar laat de kinderen verwoorden waar de vouwen moeten komen en hoe ze eruitzien.

Als blijkt dat het voor de kinderen te moeilijk is om te ontdekken hoe de hoed gevouwen moet worden, geeft de leraar een vouwselstrook of vouwtekening als steun. Deze vouwmodellen worden besproken.

Terwijl de verschillende stappen worden doorlopen vouwt de leraar of een leerling in het echt mee.

Een andere manier om de kinderen greep te laten krijgen op het vouwsel, is door ze slechts enkele tussenfasen te geven of alle tussenfasen, maar dan in ongeordende vorm. De kinderen moeten deze bekijken en de volgorde ervan vaststellen.

Het vouwen van de hoed

Na deze voorbereiding gaan de kinderen met begeleiding van de leraar ieder een eigen hoed vouwen. De grondvorm van het rechte kruis vormt de basis van de papieren hoed. De kinderen krijgen van de leraar een krant en maken de grondvorm. Bij het maken van de eerste vouw moet vooral gelet worden op het recht op elkaar komen van de punten.

De vouw deelt de krant doormidden en loopt als een middellijn door het midden van de krant. De uitgevouwen voorbeeldhoed kan vervolgens weer gebruikt worden om te kijken wat de volgende vouwen zijn.

De kinderen vergelijken de tussenstanden van hun vouwwerk telkens met het gegeven voorbeeld. De leraar verwoordt wat de kinderen doen en stelt vragen. Als de hoed klaar is, zetten de kinderen hem op.



Ze realiseren zich daarbij dat ze van een platte pagina van een krant, een ruimtelijke vorm hebben gemaakt.¹¹



Nabespreking

Na het vouwen van de hoed kijkt de leraar met de kinderen terug op de vouwactiviteit. Dit moment van terugkijken is belangrijk voor het ontwikkelen van het meetkundig inzicht.

De kinderen vertellen en laten zien hoe ze het vouwen van de hoed hebben aangepakt. Weer is er sprake van openvouwen en terugvouwen. Het verwoorden helpt bij het begrijpen van wat ze gedaan hebben. Bij dit terugkijken wordt ook aandacht geschonken aan wat moeilijk was bij het vouwen en wat gemakkelijk.

Een andere mogelijkheid om een goed beeld te krijgen van de verschillende vouwen die achtereenvolgens gemaakt moeten worden, is aan een ander uitleggen hoe je zo'n mooie hoed kunt maken. Op deze manier kunnen ook de andere kinderen van de groep in het bezit komen van deze hoed.

Ook de koppeling met het meten wordt niet vergeten. De poppen uit de poppenhoek willen er ook feestelijk uitzien. Kunnen we voor hen ook zo'n papieren hoed maken? Hoe groot moet het stuk krant ongeveer zijn dat we hiervoor nodig hebben?



Vervolgactiviteiten

Er zijn verschillende mogelijkheden om later nog een keer terug te komen op de gevouwen hoed.

- Van hoed naar boot

De kinderen mogen nog een keer zo'n zelfde hoed vouwen, maar dan met minder hulp. Als de hoed klaar is, wordt deze omgetoverd tot een boot. Dit gaat als volgt.

1. Neem de gevouwen hoed en buig de twee zijpunten naar elkaar zodat de hoed openklapt. Maak de vorm plat. Er ontstaat dan een vierkant op z'n punt.
2. Vouw de onderste punt aan de voorkant naar de bovenste punt. Doe met de onderste punt hetzelfde, maar vouw deze aan de achterkant naar de bovenste punt. Er ontstaat dan een driehoekige vorm.
3. Maak deze vorm open, vouw de onderste punten tegen elkaar.
4. Maak de vorm plat en trek de bovenste punten opzij.
5. Trek nog wat door en het bootje is klaar.

- Het hemd van de kapitein

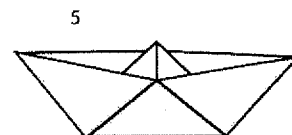
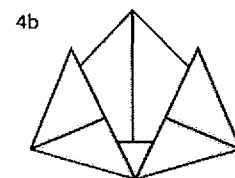
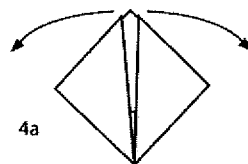
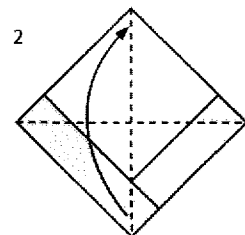
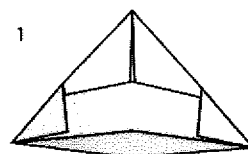
Nadat de kinderen van het hoedje van papier een bootje hebben gemaakt, kan nog een vervolg komen met een verrassende afsluiting. De leraar vertelt wat er met het bootje is gebeurd: "Het bootje loopt in een zware storm op de klippen. Het voordek breekt af."

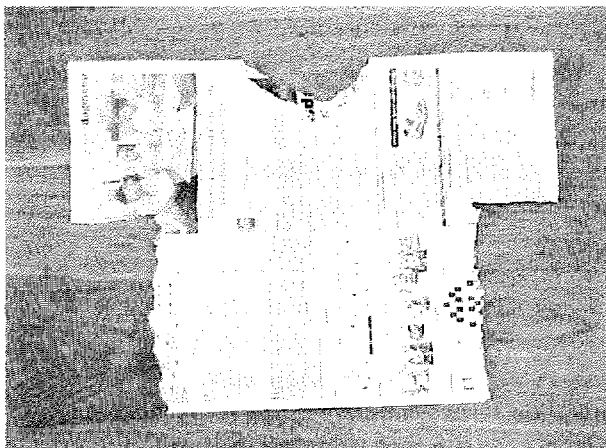
Terwijl de leraar dit zegt, wordt dit deel van het vouwsel afgescheurd. "De bemanning probeert het bootje nog te redden; maar tevergeefs. Ook het achterdek begeeft het."

Vervolgens wordt ook dit deel van de boot verwijderd. "En helaas, de mast begeeft het ook in de zware storm." Daarna wordt ook dit deel van het vouwsel eraf gescheurd.

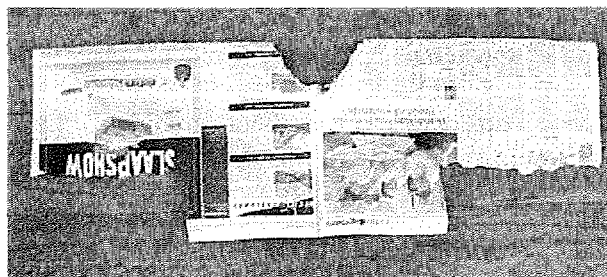


Dan vraagt de leraar aan de kinderen: "Wat denk je dat er van het bootje en de bemanning is overgebleven? Wat denk je dat ze later op het strand vonden?" De kinderen mogen raden. Na enig proberen geeft de leraar het antwoord door het overgebleven vouwsel open te vouwen. Dan zien de kinderen ... het hemd van de kapitein.





De meeste kinderen zullen niet uit zichzelf op dit antwoord zijn gekomen. Daarvoor is het vouwsel te gecompliceerd. Verrassend is de uitkomst wel. Het is een leuke activiteit om thuis nog eens te herhalen.¹² Het hemd biedt ook nog een mogelijkheid tot variatie en verdere doordienking. Wat moet je doen om een hemd met lange mouwen te krijgen?



- van papier

In plaats van een hoedje en een bootje kunnen ook nog andere objecten van papier worden gevouwen: een doosje, tulp, molen, peper- en zoutvaatje, servet, envelop, vlieger, schoentje om bij de schoorsteen te zetten, enzovoort.



Tussendoel meetkunde 2

De kinderen doen ervaring op met het construeren met 'vrij' materiaal, met blokken en ander meetkundig constructiemateriaal, en met papier. Ze ontdekken hoe objecten in elkaar zitten en zijn op te bouwen. Ze komen in aanraking met bekende ruimtelijke en vlakke meetkundige figuren, zoals blokken, kubussen en vierkanten, en verkennen hun elementaire kenmerken.

Kinderen doen niets liever dan dingen maken en uit elkaar halen. Bij de constructieactiviteiten in groep 1 en 2 wordt hiervan gebruikgemaakt. De activiteiten sluiten aan bij de ervaringen die de kinderen in de voorschoolse periode hebben opgedaan.

Het construeren gebeurt met vrij materiaal, blokken en papier, en vindt zoveel mogelijk plaats binnen zinvolle contexten. Eerst komt het vrij construeren aan bod. Met bijvoorbeeld wc-rolletjes en luciferdoosjes worden ladenkastjes, kijkers, huisjes en bootjes gemaakt of met klei en plasticine vormen geboetseerd als balletjes, rolletjes of kaaspuntjes. Het vrij construeren is ook mogelijk met blokken en ander constructiemateriaal en met papier. De kinderen ontdekken daarbij wat wel en niet mogelijk is.

Na het vrij construeren volgt het gerichte construeren aan de hand van opdrachten als het nabouwen of afmaken van een huis en het maken van een doosje of een hoed. Met name voor het werken met papier geldt dat het uit elkaar halen van een object een belangrijke deelactiviteit is. Zo geeft het losmaken en platdrukken van doosjes en mutsen inzicht in bouwplaten.

Bij de constructieactiviteiten leren de kinderen al doende niet alleen de namen van ruimtelijke en vlakke figuren, maar ook hun kenmerken. Hierop wordt echter niet expliciet aangestuurd. Het construeren in groep 1 en 2 heeft vooral een verkennend karakter. De activiteiten leggen een brede ervaringsbasis waarop in groep 3 en 4 wordt voortgebouwd.



Opereren met vormen en figuren

Inleiding

Opereren betekent letterlijk ‘handelen’ en dat is ook precies waar het bij dit aspect van meetkunde om gaat: het werken met vormen en figuren. Globaal aangeduid betekent dit het verschuiven, spiegelen, draaien en projecteren van vormen en figuren en combinaties hiervan. Dit opereren kan zowel plaatsvinden met ruimtelijke als vlakke objecten. Heel passend noemt men dit wel de meetkunde van de bewegingen of transformaties. Op het niveau van groep 1 en 2 worden deze termen natuurlijk nog niet gebruikt. Wel kunnen de kinderen al met deze verschijnselen in aanraking komen en op een intuïtieve manier opereren met vormen en figuren. Hiervan zijn veel voorbeelden te bedenken.

Zo ervaren de kinderen dat een behangselpatroon steeds hetzelfde blijft als het geheel verschuift. Andere ontdekkingen zijn dat sommige figuren hetzelfde blijven als je er in het midden een spiegel op zet, of dat bij dubbelvouwen van deze figuren de twee delen precies op elkaar passen.

De kinderen bemerken dat ze sommige mozaïekstukjes die veel op elkaar lijken moeten omkeren om ze hetzelfde te laten worden, en dat het bij andere stukjes voldoende is om deze in een andere richting te draaien. Bij een papieren molentje ervaren ze dat je dit na een bepaalde draaiing weer in dezelfde stand krijgt. En bij een schaduw zien ze dat de vorm ervan verandert als je het object draait.

Opereren heeft veel gemeen met construeren, maar toch verschilt het ervan. Bij het opereren wordt onderzocht hoe de operaties worden uitgevoerd en wat de effecten hiervan zijn op de ligging, vorm en grootte van de figuur. Met andere woorden, bij het opereren doe je iets met een figuur. Bij het construeren gaat het daarentegen primair om het maken van een figuur. Dit lijkt een duidelijk onderscheid, maar het ligt toch wat ingewikkelder, want ook bij het maken van figuren wordt gebruikgemaakt van transformaties. Dit is bijvoorbeeld het geval bij het omstructureren van figuren. Als een kind een vierkant langs de diagonaal doormidden



knipt en daarna met beide stukken een grote driehoek vormt, heeft het een nieuwe figuur geconstrueerd. Een ander voorbeeld van opereren bij construeren is de situatie waarin een kind van een torentje van drie kubusblokjes het bovenste afneemt en het aanschuift tegen het onderste blokje. Door deze handeling vormt het kind het bouwsel om tot een andere ruimtelijke constructie. Zowel bij het vervaardigen van de grote driehoek als bij het creëren van het nieuwe blokkenbouwsel is geopereerd met een vorm, maar eerst en vooral om iets te maken. Daarbij wordt de aard van de transformatie niet speciaal in beschouwing genomen.

Door te opereren met vormen en figuren leren de kinderen deze herkennen en ontdekken ze de eigenschappen ervan. In vele spelvormen en activiteiten die tussendoor plaatsvinden doen ze iedere keer weer ervaring op met allerlei vormen en figuren, zoals bij het maken van zandtaartjes in de zandbak, het maken van een gezicht van fruit, zeggen welke figuren je in een wolk ziet en het aan de contouren herkennen van objecten die met de overheadprojector op een scherm worden geprojecteerd. Ook de mogelijkheid om vormverkenningen te koppelen aan het werken met prentenboeken moet niet worden vergeten.

Activiteiten om ervaring op te doen met vormen en figuren

- Vormenvoeldoos

Maak gaten in de zijkanten van een kartonnen doos zodat de kinderen hun handen erin kunnen steken. Zet de open kant van de doos naar de groep toe. Leg in de doos voorwerpen die een verschillende vorm hebben. Eén voorwerp per keer. Het kind dat aan de beurt is vertelt wat het voelt. De andere kinderen kijken toe.

- Wat teken ik?

De kinderen werken in tweetallen. Ze tekenen afwisselend met de vinger op elkaars rug en zeggen erbij wat ze tekenen. Hieraan voorafgaand kunnen in de kring voorwerpen en figuren in de lucht worden getekend. De hele groep kijkt mee en moet raden wat het is.

- Ik zie, ik zie wat jij niet ziet en het is ...

Het kind dat aan de beurt is, noemt een vorm en de andere kinderen moeten voorwerpen in de klas zoeken die deze vorm hebben.



Op deze manier kunnen ze erachter komen welk voorwerp het kind bedoelt. Het spel kan vaker worden gespeeld. Per spel kan een bepaalde vorm centraal staan. De kinderen verzamelen op de kijktafel allerlei voorwerpen die deze vorm hebben.

- Vormenwandeling

De groep maakt een wandeling in de buurt van de school. De kinderen krijgen de opdracht om zoveel mogelijk voorwerpen te vinden die een bepaalde vorm hebben. Het omgekeerde kan ook. Dan wordt uitgegaan van een bepaald voorwerp en moeten de kinderen uitzoeken welke vormen ervan bestaan. Bijvoorbeeld welke vorm kan een raam hebben?

- Rare bobbel

Als aanleiding voor deze activiteit kan een verhaal dienen uit het boek 'Bij Uil thuis' van Arnold Lobel.¹³ Het boek gaat over een aandoenlijke, naïeve uil die problemen maakt waar ze niet zijn. In het tweede verhaal ontdekt Uil twee rare bobbel in zijn bed, die zijn eigen voeten blijken te zijn. Na het voorlezen van het verhaal legt de leraar verschillende voorwerpen onder een doek. De kinderen beschrijven de vormen en raden de voorwerpen.

Het is van groot belang dat de activiteiten aansluiten bij de beleavingswereld van de kinderen en dat ze plezier beleven aan hun ontdekkingsstocht naar vormen en figuren. Verder moeten de vormverkenningen niet in geïsoleerde activiteiten plaatsvinden, maar op een natuurlijke manier deel uitmaken van allerlei spelletjes en opdrachten. De leraar heeft hierbij als taak de ervaringen met de vormen en figuren met elkaar in verband te brengen.

De onderwijsactiviteiten voor het opereren met vormen en figuren zijn in deze leerlijnbeschrijving gecentreerd rond drie onderdelen:

- spiegelen
- mozaïeken
- schaduwen.

Deze onderdelen komen in het volgende apart aan de orde, maar moeten wel in relatie met elkaar worden gezien. Dit geldt met name voor het spiegelen en het werken met mozaïeken. In beide spelen symmetrieën een rol.



Spiegelen

Kinderen komen in hun directe leefwereld voortdurend spiegelingen tegen. Dit begint al met het eigen lichaam. Zo zijn je handen ten opzichte van elkaar gespiegeld en ook je voeten, hetgeen weer consequenties heeft voor handschoenen en schoenen. Wanneer de kinderen hun schoenen aandoen, moeten ze goed naar de vorm kijken. Dit leidt ertoe dat ze vaak al prima kunnen uitleggen waarom die voeten, die toch erg op elkaar lijken, niettemin verschillend zijn. Bij spiegelen is iets hetzelfde en tegelijkertijd toch anders. Deze eigenschap geeft dit onderdeel van de meetkunde met recht iets toverachtigs. Het zou een gemiste kans zijn als hiervan in groep 1 en 2 geen gebruik wordt gemaakt.

Van jongs af voelen kinderen zich aangetrokken door spiegels. Wie kent niet hun eerste verkenningen van het aanraken van hun eigen spiegelbeeld en het achter de spiegel willen kijken? Ofschoon bij oudere kinderen het gedrag verandert, blijft die fascinatie bestaan. Ze kunnen eindeloos lang voor een spiegel staan om te bekijken wat er bijvoorbeeld gebeurt als ze een hand opsteken, een been optillen of een knipoog geven. Spiegels in winkels bieden een prachtige mogelijkheid om allerlei dingen te ontdekken. Maar ook de lepel naast het etensbord en rimpelende wateroppervlakken geven aanleiding tot verbazing. Bij deze niet-vlakke spiegels treden allerlei komische vervormingen op. De verklaringen van de verschijnselen die bij spiegels optreden zijn overigens heel lastig en maken geen deel uit van het basisschoolprogramma. Maar toch valt er op deze leeftijd voor kinderen al veel te ontdekken.

In groep 1 en 2 krijgen de kinderen volop de gelegenheid om hun ervaringen met spiegelingen en spiegels uit te breiden. De onderwijsactiviteiten spitsen zich toe op het vrij experimenteren met vlakke spiegels en het onderzoeken van spiegelingen en spiegelbeelden. Dit laatste heeft vooral betrekking op het ontdekken en gebruiken van symmetrieën. Door te schuiven met spiegels wordt de symmetrieas heen en weer bewogen en kan deze zowel binnen als buiten de oorspronkelijke figuur komen te liggen; beide hebben ieder hun eigen effecten. Hierbij wordt ook de relatie met vouwen gelegd.



Activiteiten om ervaring op te doen met spiegelen

- Bang voor monsters

De leraar vertelt het verhaal van een kleine beer die niet over een brug durft te lopen, want als hij in het water kijkt dan ziet hij een eng monster dat heel boos naar hem kijkt. Hij gaat een grote beer om hulp vragen. Die zegt dat de kleine beer naar het monster moet lachen en dat het monster dan ook naar hem lacht. Denk je dat de grote beer gelijk heeft? Kan de grote beer toveren? Gespreksstof genoeg.

- Waterplassen

Op het schoolplein zijn grote waterplassen. De groep gaat naar buiten om een kijkje te nemen. Een kind zegt: "Ik zie de boom in de plas." Als de leraar vraagt wat er nog meer te zien is, zijn de kinderen niet meer te stoppen: "Ik zie mezelf", "Zo zie ik de onderkant van mijn schoen", "Als je het water laat bewegen dan zie je de boom in golven." Na afloop gaan de kinderen tekenen wat ze hebben gezien.

- Zelfportret

Om kinderen bewust te maken van hun spiegelbeeld tekenen ze zelfportretten. Kijk maar goed in de spiegel en teken wat je ziet. Heb je de wimpers bij je ogen al gezien en de haartjes in je neus? Teken alle sproeten heel precies. Geef ook eens een knipoog aan jezelf. Het resultaat van deze opdracht is heel verrassend. Het leidt tot zeer gelijkende portretten. Kleuters die gewoonlijk alleen maar kopvoeters tekenen, komen nu met gedetailleerde tekeningen.

- Spiegelspel

Twee op elkaar lijkende kinderen staan tegenover elkaar. Het ene kind maakt bewegingen en neemt houdingen aan die door het andere kind worden geïmiteerd. Zo ontdekken ze dat als het ene kind de rechterarm omhoog houdt, het 'spiegelbeeld' de linkerarm in de lucht moet steken.

- Lepels

Bekijk jezelf eens in een lepel. Hoe zie je eruit in de holle kant van de spiegel? En hoe in de bolle kant? Teken wat je ziet.

- Om een hoekje kijken

Spiegels verruimen je blik. Met een spiegel kun je meer zien dan zonder. Denk aan een spiegel bij een uitrit en aan een spionnetje.



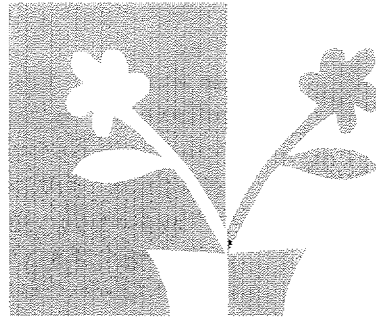
Hoe kun je met een spiegel achter de kast kijken? Kun je ook onder de kast kijken? Hoe kun je achter op je hoofd kijken? De kinderen gaan uitproberen wat allemaal kan en vertellen erover in de groep. Ze mogen natuurlijk ook demonstreren wat ze hebben gevonden.

- Samen een vlinder maken

De leerlingen vouwen een A4-blad dubbel en tekenen aan de ene kant de helft van een vlinder. Het midden van de vlinder valt samen met de vouwrand. Daarna geven de kinderen de tekening door aan een medeleerling die de tekening afmaakt. De twee helften moeten zoveel mogelijk op elkaar lijken.

- Rood-wit versiering

De kinderen krijgen een wit A4-blad en een rood A5-blad (is een half A4-blad). Het rode blad plakken ze op de linkerkant van het witte blad, maar voordat ze dit doen, knippen ze er eerst figuren uit. Deze uitgeknipte figuren worden omgeklapt en op de rechterhelft van het witte blad geplakt.



- Spiegelen op de computer

Op het rekenweb (www.rekenweb.nl) is een computerspelletje te vinden waarbij de kinderen met een virtuele spiegel naar links en rechts over een plaatje kunnen schuiven. Iedere stand levert een ander resultaat op.

Bij wijze van voorbeeld wordt nu een onderwijsactiviteit nader uitgewerkt. De nadruk ligt hierbij op het ontdekken en gebruiken van lijnsymmetrie met behulp van een spiegel.

‘Toveren met een spiegel’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

Het doel van deze activiteit is de kinderen te laten ervaren dat je met behulp van een spiegel getekende figuren van vorm kunt laten veranderen en dat je eveneens het aantal objecten dat is afgebeeld kunt wijzigen. Door de spiegel op een bepaalde plaats in de tekening te



zetten, kunnen de kinderen dus een beetje toveren. In feite zijn deze veranderingen een gevolg van het manipuleren met de symmetrieas. Door de spiegel te bewegen kan deze as zowel binnen als buiten de figuur komen te liggen. In het eerste geval ontstaat een symmetrische figuur. Lig de symmetrieas erbuiten dan krijg je twee figuren die gespiegeld zijn ten opzichte van elkaar. In feite is er dan ook sprake van een symmetrische vorm van dit samenstel van figuren.

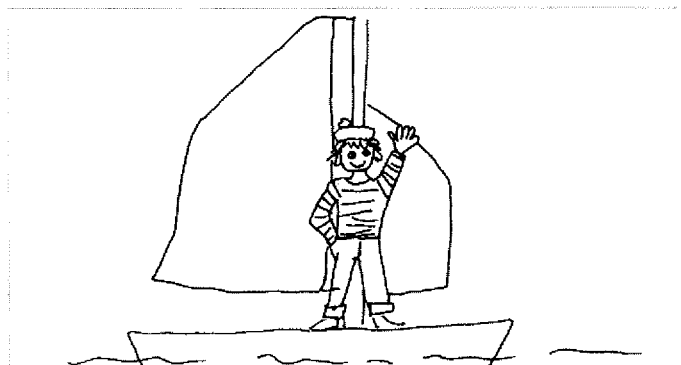
Om de kinderen zoveel mogelijk van deze activiteit te laten profiteren, heeft elk kind de beschikking over een rechthoekige spiegel ter grootte van een briefkaart. In plaats van echte spiegels zijn ook rechthoeken geknipt uit spiegelfolie te gebruiken.

De activiteit is ingebed in een verhaal over een zeeman die met een zeilboot op reis gaat.¹⁴ De leraar vertelt steeds een stukje van het verhaal. Bij elk stukje hoort een illustratie. In totaal zijn het er negen. De kinderen hebben deze tekeningen voor zich liggen in de vorm van een boekje of als losse bladen. Bij elke illustratie bevat het verhaal een paar vragen of opdrachten. De kinderen lossen deze problemen op met behulp van hun spiegel. Al experimenterend ontdekken ze wat ze allemaal met de spiegel kunnen doen. Een afbeelding kan groter of kleiner, korter of langer, smaller of breder en hoger of lager worden. Een niet afgemaakte tekening kan worden gecompleteerd. Door de spiegel op een bepaald onderdeel van een afbeelding te plaatsen ontstaat een heel nieuwe vorm. En verder kan nog het aantal figuren dat afgebeeld is toenemen of afnemen en zelfs helemaal verdwijnen.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

De leraar begint met een korte inleiding op het verhaal van de zeeman die op reis gaat met zijn zeilboot. Hij heeft van een wijze, oude vrouw een prachtige spiegel gekregen waardoor hij nog meer van de wereld kan zien en genieten. Aangezien de kinderen allemaal zelf ook een spiegel hebben, zitten ze met spanning te wachten op wat komen gaat.

De leraar begint te vertellen.



Hier zie je de boot van de kleine stoere zeeman. Met deze boot maakt de zeeman veel reizen. De boot is het beste te zien als hij dicht bij de kust vaart. Dan weet je ook dat de kleine stoere zeeman weer prachtige verhalen vertelt. Deze keer vertelt hij dat hij van een wijze, oude vrouw een mooie spiegel heeft gekregen. Met deze spiegel kan hij twee boten heel dicht bij elkaar laten varen, maar ook heel ver uit elkaar. Jullie hebben ook zo'n spiegel. Neem hem maar en probeer of je de boten kunt laten varen. Zorg er wel voor dat ze geen botsing krijgen!

De kinderen hebben de tekening voor zich liggen en gaan proberen met hun toverspiegel de twee boten te laten varen. Door de spiegel naar de tekening te bewegen gaan de boten naar elkaar toe. Ze kunnen ook van elkaar af varen. De kinderen zijn verbaasd over het feit dat je met een spiegel een tekening in beweging kunt brengen.

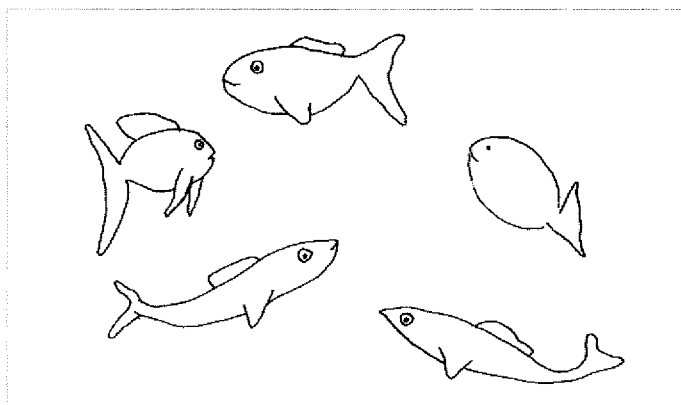
Behalve de boot is ook de kleine stoere zeeman te zien. Hij staat voor de mast. Via de leraar spreekt hij de kinderen toe.

Ik sta op de boot voor de mast. Ik zwaai met één hand naar jou, maar als je je spiegel gebruikt, zie je mij met twee handen zwaaien. Het kan ook zijn dat ik allebei mijn handen in mijn zak heb. Wat zie je?



De kinderen mogen de spiegel zo plaatsen dat de zeeman met twee handen zwaait of twee handen in zijn zak heeft. Misschien zijn er ook kinderen die ontdekken dat de boot in het laatste geval groter is en dat deze veel kleiner is als de zeeman met beide handen zwaait. Dit groter en kleiner worden van de boot is een gevolg van het feit dat deze asymmetrisch van vorm is. De leraar gaat weer verder met het verhaal.

De kleine, stoere zeeman kijkt met de spiegel naar de vissen in de zee. De vissen hebben de prachtigste kleuren. Hij ziet eerst twee vissen, dan drie, vier, vijf. Maar met de spiegel zijn het er: tien, negen, acht, ..., drie, twee en een. Hij ziet er heel veel of juist heel weinig. Kijk zelf maar eens. Hoeveel vissen zie jij?

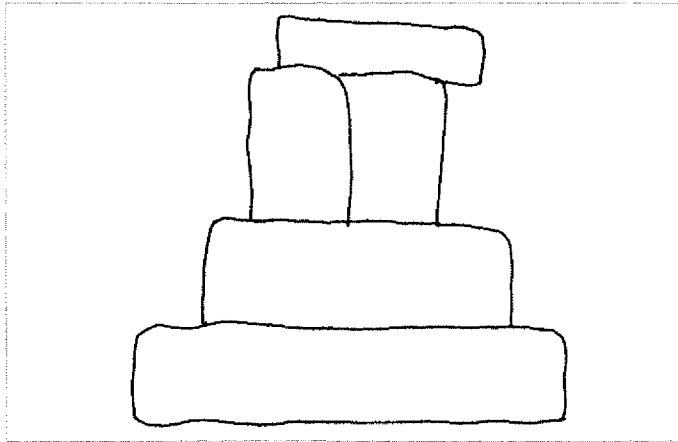


De opdrachten zijn op concreet niveau uit te voeren door met de spiegel allerlei standen uit te proberen. Om de kinderen ook op het spoor van het voorstellen en redeneren te brengen, kan de leraar ze vragen om eerst na te denken over de juiste plaats van de spiegel, daarna pas deze te plaatsen en vervolgens te controleren of hun voorspelling van het aantal vissen klopt.

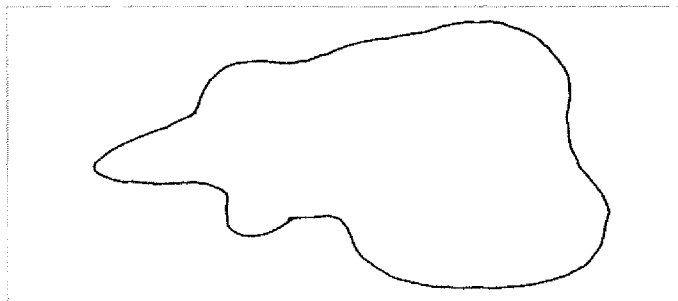
Maakt de zeeman een lange reis dan gaan er veel koffers mee.
Een koffer met eten, een koffer met speelgoed, een lege koffer voor de schatten van de zee, en een koffer voor ...
Weet jij misschien nog iets?



Van de koffers maakt de kleine, stoere zeeman een mooie stapel. Kun jij met de spiegel een hogere, bredere, dunnere of kleinere stapel maken?



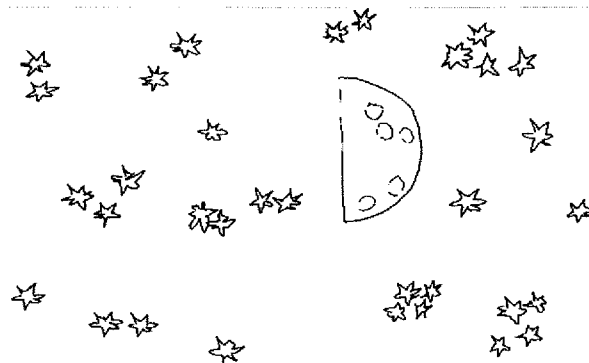
Kun je ook alle koffers laten verdwijnen en weer neerzetten? Aan het aantal koffers is te zien dat de kleine, stoere zeeman een lange reis maakt. Hij gaat op reis naar een eiland in de grote zee. Hier zie je een luchtfoto. Een foto die vanuit een helikopter van het eiland is gemaakt. Kun jij het eiland groter maken, kleiner maken of laten verdwijnen?



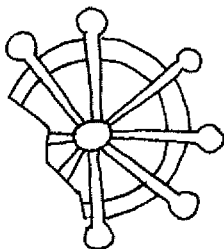
Op het eiland zijn geen huizen, maar er staat wel een palmboom met kokosnoten. De kleine, stoere zeeman is dol op kokosnoten. Hij eet ze graag. Hij pakt de spiegel en maakt de palmboom dikker. Er zijn kokosnoten te zien. Hoeveel kokosnoten tel jij?



De kleine, stoere zeeman is moe. Hij gaat even op het strand liggen. Zijn ogen vallen dicht. Hij slaapt een tijdje.
De kleine, stoere zeeman geeuwt en rekt zich uit. Het is tijd om weer eens naar huis te gaan. Hij loopt naar zijn boot. De kleine, stoere zeeman haalt het anker op. Hij kan weer varen. Hij vaart nu richting huis.
Gelukkig schijnt de maan en zijn er veel sterren. Dit is het mooiste wat de kleine, stoere zeeman in zijn leven heeft gezien. Door het zilveren maanlicht is het voor de kleine, stoere zeeman veel makkelijker om de weg terug te vinden. Zie jij de volle maan ook? En zie je heel veel sterren?

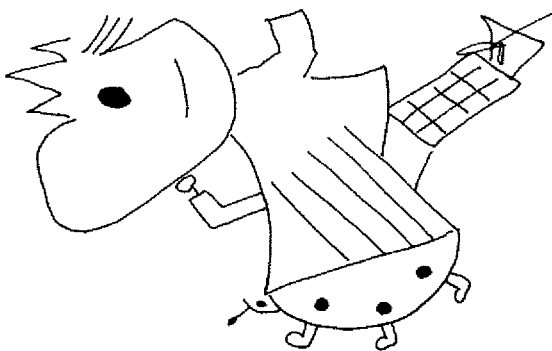


Krrraak, krak, ... krak. Wat hoor ik daar? Het stuurwiel van de boot is gebroken. Wat nu? Kun jij het stuurwiel weer heel maken?



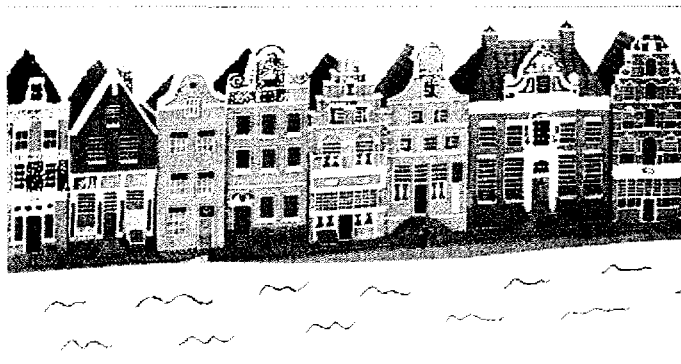
Even later vaart de kleine, stoere zeeman rustig verder.

Bonk, bink, bonk. "Wat is dat nu weer?!", denkt de kleine, stoere zeeman. O, nee toch. Het zal toch niet waar zijn. Het lijkt wel een zeemonster. Met de spiegel bekijkt de zeeman het monster eens goed. Kijk ook maar. Kun je vertellen hoe het zeemonster eruitziet?



Het is een vriendelijk zeemonster. Nadat het een tijdje met de kleine, stoere zeeman heeft gespeeld, vertrekt het weer.

De haven komt in zicht. De kleine, stoere zeeman ziet al een deel van de huisjes aan de kade. Kun jij de huizenrij langer maken?



Bij thuiskomst vertelt de kleine, stoere zeeman van het onbewoonde eiland, de prachtige vissen, de vele kokosnoten en de maan en de sterren. Maar het spannendste van alles was de ontmoeting met het zeemonster. Maar ja, hoe zag het er ook alweer uit?

Bij de bespreking van deze laatste vraag worden de kinderen zich nog eens bewust dat ze bij het zeemonster allemaal iets anders hebben gezien. Dat komt doordat ze de spiegel op verschillende plaatsen hebben gezet.

Vervolgactiviteit

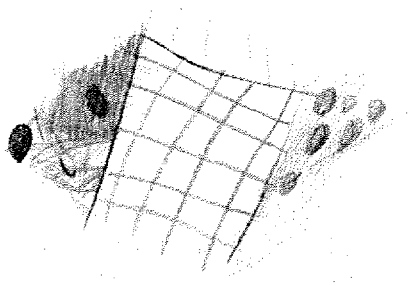
De kinderen maken zelf een tekening waaraan met een spiegel veel te ontdekken valt. Een geschikt onderwerp hiervoor is het zeemonster. De opdracht kan als volgt worden gegeven: “Het zeemonster uit het verhaal zag er steeds weer anders uit. Dat komt doordat je het steeds op een andere manier kunt bekijken. Teken nu zelf ook een zeemonster. Je kunt de spiegel gebruiken om te kijken hoe het eruit komt te zien.”

De tekening van Dorrit (4;2) is een voorbeeld van wat zo’n opdracht kan opleveren. Dorrit heeft tijdens het tekenen regelmatig gebruikgemaakt van de spiegel om te kijken wat er allemaal te zien is. Als ze klaar is, zegt ze hoe het zeemonster eruitziet.

Dorrit: “Het is een soort vis met allerlei figuurtjes, stippen, vierkanten en driehoeken. Je kunt met de spiegel een groen

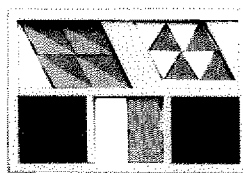


beest zien met twee ogen en een paars gezicht. En een soort vlinder. Maar er is ook nog wel een ander beest te zien. De driehoek met stippen kan een grote driehoek worden met heel veel stippen.” Het mooie is dat Dorrith na afloop de rollen omdraait en de leraar de opdracht geeft om in haar tekening op zoek te gaan naar het hol van het zeemonster. Dit gebeurt eerst zonder daarbij een echte spiegel te gebruiken. De leraar zet in gedachten een spiegel op een bepaalde plaats en beschrijft wat er dan te zien zou zijn. De opdracht blijkt echter niet eenvoudig. Dorrith vindt het daarom een beter idee om met een echte spiegel te zoeken. Maar ook dan kan de leraar het hol niet vinden. Gelukkig komt Dorrith met twee aanwijzingen. Eerst geeft ze de globale vorm van het hol prijs. Ze doet dit door met haar hand een halve boog te maken. Daarna zegt ze: “In de binnenkant van het hol zie je een vierkant met aan de zijkant een driehoek met stippen.” Nu is het hol snel gevonden. De tekening moet wel even omgedraaid worden.



Mozaïeken

Zoals eerder al is toegelicht, zijn de verschillende aspecten van meetkunde moeilijk in eenduidige, elkaar uitsluitende categorieën onder te brengen. Tussen het oriënteren, construeren en opereren bestaat overlap. Dit komt bijvoorbeeld naar voren bij het onderdeel mozaïeken dat in deze leerlijnbeschrijving onder het opereren valt, terwijl er toch ook iets wordt geconstrueerd. Dat het toch bij het opereren met vormen en figuren is opgenomen heeft te maken met het specifieke dat het werken met mozaïekfiguren eigen is. Bij het maken van mozaïeken gaat het namelijk vooral om het omstructureren. Van bestaande figuren worden door opdelen, wegnemen en aanvullen, en door schuiven, draaien en omklappen nieuwe figuren gemaakt.





Het werken met mozaïeken kent twee belangrijke basisactiviteiten: het maken van vormen en figuren, en het maken van patronen. Voor beide geldt dat hiervoor zowel natuurlijke materialen zoals schelpen, stenen, bloemen, takjes en bladeren, als schoolse mozaïekmaterialen zoals meetkundige figuren zijn te gebruiken.

Daarnaast bestaat nog veel meer mozaïekmateriaal: insteekmozaïek, plakmozaïek, strijkmoozaïek, vloermozaïek, de kralenplank, hamertje tik, Prismo, Formogram, Vormenset, Magneet figurespel, Figuurovorm en Tangram. Verder zijn er materialen om figuren in te leggen, zoals Scope. Met behulp van plakmozaïek, dat dezelfde vormen heeft als de losse mozaïekstukjes, zijn werkjes te bewaren en eventueel later na te maken.

Via mozaïekmaterialen maken de kinderen op een speelse manier kennis met verschillende meetkundige figuren, zoals vierkant, rechthoek, driehoek en cirkel. Door het uit elkaar halen van samengestelde figuren, het aanvullen van ontbrekende delen en het combineren van figuren tot nieuwe vormen, worden de kinderen zich bewust van de eigenschappen van deze figuren. Zo ontdekken ze bijvoorbeeld dat een vierkant is opgebouwd uit twee driehoeken en dat je van vier driehoeken ook een vierkant kunt maken.

Als kinderen vormpjes en figuurtjes tot hun beschikking hebben, gaan ze er vanzelf versieringen mee maken. Bijvoorbeeld een mooie rand voor een spiegel of schilderij. Op deze manier komen op een natuurlijke manier patronen in beeld. In de werkjes van kinderen is veel herkenbaar van hetgeen de menselijke cultuur aan decoraties heeft voortgebracht. Behalve aan het maken van patronen wordt ook aandacht besteed aan het beschrijven, vergelijken en voortzetten van patronen. Om dit te kunnen, moeten de kinderen de patronen kunnen analyseren. Het voortzetten van een patroon vraagt om inzicht in de grondstructuur ervan. De kinderen moeten kunnen aangeven hoe het patroon is opgebouwd (vorm, grootte, kleur, aantal) en wat er steeds in terugkomt. Patronen kunnen in één richting of in twee richtingen lopen. Een voorbeeld van het eerste is een fries of behangselrand. Het behang zelf heeft meestal een patroon over de lengte en in de hoogte.



Voordat de kinderen zelf met mozaïekmateriaal aan de slag gaan, zijn ze meestal al bekend met mozaïekfiguren en -patronen die ze op stoffen en aardewerk, en in de vorm van tegelwerk en bestrating zijn tegengekomen. Voor het geval de kinderen deze ervaring missen, is het goed dat voorbeelden hiervan in de klas aanwezig zijn. Ook voor de meer ervaren leerlingen dienen deze voorbeelden uit de werkelijkheid als inspiratiebron bij het zelf maken van figuren en het ontwerpen van patronen.

Het werken met mozaïekmateriaal kan beginnen aan de hand van voorbeelden. Zo zijn er voorbeeldkaarten waarop vormen staan waarin de kinderen de mozaïekstukjes leggen of plakken. Starten met het zelf maken van figuren en patronen kan natuurlijk ook. Deze eigen ontwerpen zijn voor minder vaardige kinderen weer een voorbeeld om na te maken, maar ze kunnen er ook door op een idee worden gebracht.

Willen de kinderen plezier beleven aan het werken met mozaïekmaterialen, dan moeten ze over een goede motoriek beschikken. De leraar houdt bij de aanbidding van de materialen hiermee rekening en past de opdrachten aan de vaardigheid van de kinderen aan. Het maken van figuren in gips, zand of klei is eenvoudiger dan het leggen van een patroon met kleine mozaïekfiguurtjes.

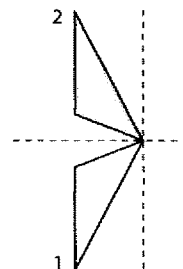
Symmetrie

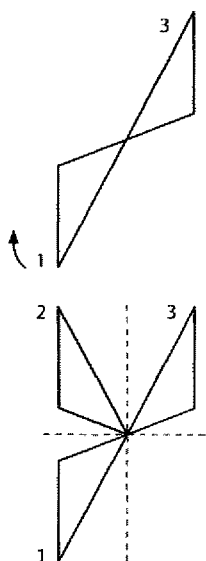
In mozaïekfiguren en -patronen is veel symmetrie te ontdekken. Neem het volgende voorbeeld.

De stukjes 1 en 2 lijken hetzelfde, maar zijn dat niet. Door ze te verschuiven of rond te draaien is het namelijk niet mogelijk er twee dezelfde stukjes van te maken die elkaar kunnen bedekken. Dat lukt wel als je het ene stukje omklapt. Hetzelfde gebeurt als je het papier vouwt op de stippellijn. Dat het ene stukje door het om te klappen in het andere stukje verandert, is goed te zien als de voor- en achterkant een verschillende kleur of arcering hebben.

De overeenkomst die in de stukjes te herkennen is, komt voort uit het feit dat ze ten opzichte van de stippellijn symmetrisch zijn. De vorm die je aan de ene kant van de lijn ziet, komt terug aan de andere kant.

Omdat de figuur gespiegeld is ten opzichte van de lijn, wordt dit een lijnsymmetrie of lijnspiegeling genoemd.





De stukjes 1 en 3 lijken ook weer hetzelfde, maar nu bedekken ze elkaar niet als je ze omklapt. Om ze hetzelfde te maken, hoef je ze nu alleen maar te draaien. Door stukje 1 een halve draai (180°) om het draaipunt te draaien, past dit stukje precies op stukje 3. De kleur of arcering blijft hier hetzelfde. Het maakt niet uit of het een draaiing linksom of rechtsom is.

Het bijzondere van deze draaiing is, dat je deze ook kunt bereiken door twee keer een lijnspiegeling toe te passen. De spiegellijnen moeten dan wel loodrecht op elkaar staan. Dit is te zien in de tekening.

Via de eerste lijnspiegeling gaat 1 over in 2 en via de tweede lijnspiegeling gaat 2 over in 3. Wordt 1 met 3 vergeleken, dan komt dit overeen met een halve draai.

Het werken met mozaïekfiguren en -patronen biedt de kinderen in groep 1 en 2 de mogelijkheid tot een intuïtieve verkenning van deze spiegelingen en draaiingen, hun eigenschappen en hun samenhang.

Activiteiten om ervaring op te doen met mozaïeken

- Stempelen

Verzamel allerlei kosteloos materiaal en laat de kinderen ontdekken welke afdrukken ze met de verschillende materialen kunnen maken. Geef daarbij de opdracht om een lijst voor een schilderij te ontwerpen of een versiering te maken voor een uitnodiging, menukaart, sjaal, T-shirt of fietsvlag.

- Cadeaupapier

Geef de kinderen allerlei plakvormen, zoals vierkanten, rechthoeken, driehoeken en cirkels, en laat ze van een gekleurd A3-blad cadeaupapier maken. Van elke figuur mogen ze evenveel plakvormen gebruiken. Vraag de kinderen het papier zo te versieren dat je door het patroon gemakkelijk kunt zien of je van elke figuur er evenveel hebt gebruikt.

- Kettingen en slingers

De kinderen maken een ketting of slinger met een bepaald patroon. Ze gebruiken hiervoor verschillende soorten kralen of materialen, zoals reepjes papier en wc-rolletjes. Ze kunnen zich laten inspireren door een voorbeeld. Helemaal zelf een patroon bedenken kan ook.



De kinderen leggen aan elkaar uit hoe hun patroon eruitziet. Als ze toe zijn aan een ingewikkelder patroon mogen ze een ketting of slinger ontwerpen die meerdere draden heeft.

- Vormen uitvinden

De kinderen maken vormen waarbij ze zelf bepaalde grondvormen moeten combineren. Maak bijvoorbeeld een ster terwijl je alleen driehoeken hebt, of maak een groot vierkant terwijl je alleen kleine vierkanten hebt.

Bij wijze van voorbeeld wordt in het volgende een onderwijsactiviteit nader uitgewerkt. Het onderzoeken en gebruiken van symmetrieën vormt de kern ervan.

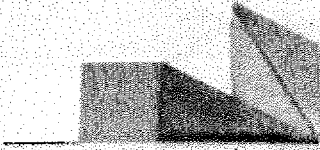
‘Vier aan het werk’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

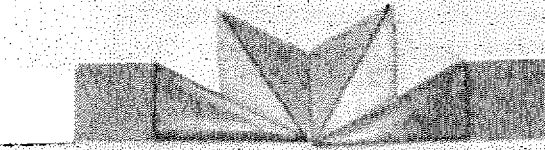
In deze activiteit maken de kinderen een mozaïekfiguur bestaande uit vier delen (zie volgende bladzijde). De leerlingen werken daarbij in groepjes van vier en helpen elkaar bij het maken van de figuur. Elk kind krijgt een blad papier dat in vieren wordt gevouwen. Vervolgens ontwerpen ze ieder voor zichzelf in een van de vier vlakken een mozaïekfiguur. De figuur moet aansluiten op het kruis en tussen de mozaïekstukjes mogen geen openingen zitten. Als de figuur in het eerste vlak klaar is (zie foto 1 op de volgende bladzijde), wisselen de kinderen van plaats en gaat een andere leerling het ontwerp in het tweede vlak voortzetten. Dit gebeurt door de figuur te spiegelen (2). Hiervoor is nodig dat de kinderen eerst de structuur van de figuur in het eerste vlak doorzien. Een volgende leerling maakt daarna de figuur in het derde vlak (3). Deze figuur is weer een spiegeling van de figuur in het tweede vlak. Ten slotte maakt de vierde leerling het geheel af door de figuur in het derde vlak spiegelen af te beelden in het vierde vlak (4). De spiegelingen op basis waarvan de totale mozaïekfiguur is opgebouwd zijn lijnspegelingen: leerling een en twee hebben samen een symmetrische figuur gemaakt, dit geldt ook voor leerling twee en drie, leerling drie en vier, en ook weer voor leerling vier en een.



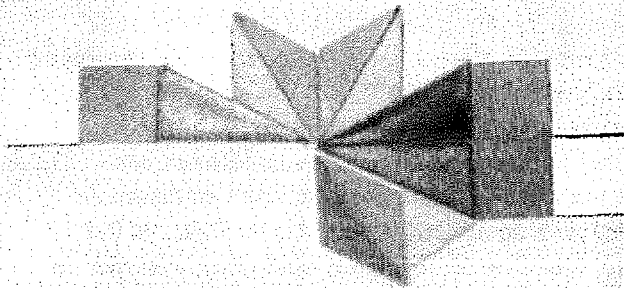
1



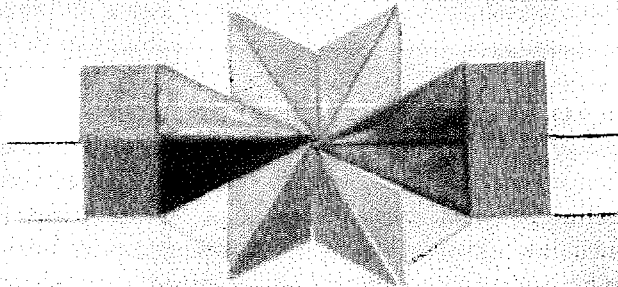
2



3



4





De bijbehorende vouwlijnen zijn steeds de spiegellijnen. Naast deze lijnspiegelingen zijn ook draaiingen te ontdekken. Zo zou men kunnen zeggen dat de figuur in vlak drie ontstaan is door de figuur in het eerste vlak een halve draai te laten maken.

Voordat de kinderen aan mozaïekactiviteiten zoals ‘Vier aan het werk’ beginnen, moeten ze eerst volop de gelegenheid krijgen om te experimenteren met natuurlijke materialen en allerlei mozaïekstukjes. De leraar observeert welke vormen en patronen de leerlingen gaan maken. Zijn de kinderen bijvoorbeeld al in staat om vormen te combineren tot nieuwe vormen en kunnen zij patronen voortzetten en spiegelen?

Twee aan het werk

Indien de voorgestelde activiteit nog te moeilijk is voor de kinderen, is ook een makkelijke variant mogelijk. De kinderen werken dan in tweetallen en maken samen een figuur met alleen een horizontale lijn in het midden. Aan beide zijden van de lijn wordt dezelfde mozaïekfiguur gelegd, waarbij de ene figuur het spiegelbeeld is van de andere.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Een gezamenlijke start als begin

De kinderen zitten in de kring en op de grond ligt een blad papier dat in een recht kruis is gevouwen. De leraar gaat in een van de vier vlakken een mozaïekfiguur maken. Hiervoor mogen allerlei vormen en kleuren worden gebruikt, maar het vlak moet wel vol liggen bij het kruis. Ook in de rest van het vlak moeten de figuren passend tegen elkaar liggen. Er mogen geen openingen tussen de mozaïekstukjes zitten. De buitenkant van de figuur hoeft echter niet het hele vlak te vullen. De leraar begint met het leggen van een mozaïekstukje bij het midden van het kruis. Om dit stukje in het kruis te laten passen moet het een hoek van negentig graden hebben. De leraar kan tegen de kinderen zeggen dat het kruis helemaal gevuld moet zijn. Dit kan door met een vierkant mozaïekstukje te beginnen, maar er zijn ook andere mogelijkheden om dit te bereiken.



Nadat de figuur in het eerste vlak af is, nodigt de leraar de kinderen uit om achtereenvolgens de andere drie vlakken op dezelfde manier vol te leggen. Hierbij moet de figuur steeds gespiegeld worden. Zonder dit woord te gebruiken kan de leraar laten zien wat dit betekent.

De aanwijzing dat de figuren die aan de lijn liggen in het ene vlak ook in het andere vlak aan de lijn moeten liggen, geeft de kinderen meer houvast dan het gebruik van de term spiegelen.

Een stuk plastic dat een spiegeling geeft en tegelijkertijd doorzichtig is – een zogenoemde doorkijkspiegel – kan een hulpmiddel zijn bij het maken of controleren van de spiegeling.

Proberen te voorspellen hoe de figuur er na spiegeling uitziet, is een mogelijkheid om het spiegelen beter te doorgronden. Voor veel kinderen is dit echter nog moeilijk.

Het onderstaande laat zien hoe deze introductie in een groep 2 verder verliep.¹⁵

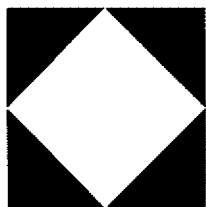
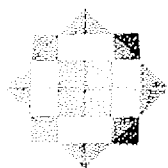
Na het maken van het tweede vlak merkt Luuk verbaasd op:
“O, nou wordt het een heel andere figuur.”

Bij de gezamenlijke start als voorbereiding op het groepswork maken de kinderen in overleg met elkaar de figuren in de andere vlakken af.

Als ze hiermee klaar zijn, is de figuur compleet.

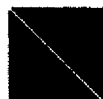
Daarna stelt de leraar vragen over de opbouw van de figuur.

Welke vormen zijn er gebruikt? Kun je met driehoeken ook een vierkant maken?



Roel maakt met vier driehoeken een vierkant door de rechte hoek van de driehoeken aan de buitenkant te plaatsen.

Anouk merkt meteen op dat Roel eigenlijk twee vierkanten heeft gemaakt. De andere kinderen zien het ook. Er is een vierkant aan de buitenkant te zien en een aan de binnenkant. Door vervolgens het vierkant in het midden op te vullen met driehoeken, zien de kinderen dat er nog een andere manier is om met vier driehoeken een vierkant te maken.



Dan vraagt de leraar of het ook met twee driehoeken kan.
Deze vraag blijkt lastiger te zijn dan verwacht, maar na even denken komen de kinderen tot de oplossing.

Groepswerk

Na de gezamenlijke activiteit als voorbereiding gaan de kinderen zelfstandig in een groep van vier beginnen. Video-opname 6 laat in een aantal fragmenten zien hoe dit ging in een groep 2.¹⁶

Eerst legt de leraar uit dat de kinderen samen een nieuw mozaïekwerk gaan maken. De kinderen zitten aan een tafel met vier stoelen en krijgen elk een A4-tje dat ze in een recht kruis moeten vouwen.
In videofragment 6a geeft de leraar hiervoor aanwijzingen.



De kinderen moeten met een vinger over het gebogen papier strijken, zodat het blad een vouw krijgt. Na één keer vouwen denkt een leerling dat het werk al af is. De leraar laat het blad ter controle weer openvouwen en het kind ziet dat er nog geen sprake is van een recht kruis. Het heeft snel in de gaten welke vouw ontbreekt.

Een ander kind heeft moeite met het vouwen. De leraar helpt door het papier in de gewenste richting te buigen. Daarna is het makkelijker voor het kind om de vouw te maken.

Vervolgens vat de leraar voor het groepje van vier nog een keer samen hoe ze aan dit mozaïekwerk gaan werken. In videofragment 6b is dit te volgen.





De leraar legt uit dat de kinderen met de mozaïekstukjes een vlak van het blad mogen vullen. De mozaïekstukjes moeten daarbij goed op elkaar aansluiten. Door de eerdere introductie begrijpen de kinderen dat ze niet het hele vlak hoeven te vullen. Ook weten ze dat de stukjes langs de vouwlijnen moeten liggen. Hierover bestaan geen misverstanden. Na de uitleg gaat ieder kind op een eigen A4-tje aan het werk.

Nadat de vier kinderen elk op hun eigen blad papier in een van de vier vlakken een figuur hebben gelegd, moeten ze van plaats wisselen. Als dit voor de eerste keer gebeurt, vraagt dit wel de nodige aandacht; zie videofragment 6c.



Wanneer de leerlingen vinden dat ze klaar zijn met hun vlak, legt de leraar uit dat ze van plaats gaan veranderen. Het werk blijft liggen. De kinderen draaien met de klok mee. Roel merkt op dat hij nu toch nog naast Otto zit. Vervolgens vertelt de leraar wat de bedoeling is: "Je kijkt eerst heel goed hoe de mozaïekfiguur is gemaakt. Daarna maak je in het volgende vlak eenzelfde figuur." De kinderen gaan aan de slag.

Tijdens het werken maakt de leraar opmerkingen over de mozaïekfiguren. Er kunnen hints worden gegeven over de patronen, waardoor de leerlingen op nieuwe ideeën komen. Kinderen die een bepaald mozaïekfiguurtje niet meer in hun doos hebben liggen, worden aangespoord om te kijken of dit misschien van een ander kind is te lenen. Dit kan alleen bij een leerling die zelf geen vierkanten heeft gebruikt. Om de leerlingen te helpen het patroon te doorzien, stelt de leraar vragen over de opbouw ervan.

In videofragment 6d is een probleem te zien waar de kinderen tegenaan lopen.

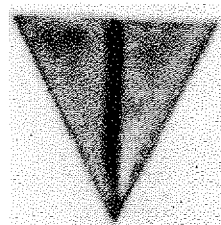




Het probleem is dat de mozaïekfiguur niet gespiegeld is. De stukjes liggen zo alsof ze zijn opgepakt en in het andere vlak zijn neergelegd. De leraar geeft hulp door van een stukje uit te leggen waar het in het andere vlak moet liggen. De hulpregel hierbij is: wat in het ene vlak aan de vouwlijn ligt, ligt in het andere vlak ook aan de vouwlijn. De leraar betreft de kinderen bij het zoeken naar een oplossing en vraagt: "Hoe moet het nu verder?" Na enig puzzelwerk is duidelijk wat de bedoeling is.

Een ander probleem gaat over een vlieger.

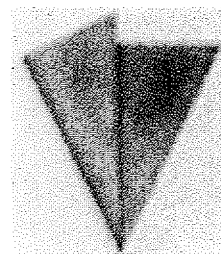
De mozaïekfiguur van Anouk bevat twee driehoeken die zo tegen elkaar liggen dat ze een grote driehoek vormen. Voor Roel blijkt het lastig om die vorm na te maken. Zijn figuur ziet er anders uit.



Op videofragment 6e is te volgen hoe de leraar dit aanpakt.



"Deze is korter", zegt Roel. De leraar zegt: "Laat eens kijken, is dit zo?" Daarna laat de leraar zien dat je met twee driehoeken twee verschillende nieuwe vormen kunt maken: een vlieger en een grote driehoek. Roel heeft een mengvorm gemaakt.



De activiteit gaat verder totdat de kinderen met alle vier de vlakken klaar zijn. Ze zijn enthousiast over de prachtige figuur die is ontstaan. Het mooie van de activiteit is dat de kinderen niet alleen bezig zijn geweest met het ontwerpen van hun eigen mozaïekfiguur, maar ook met het bekijken en spiegelen van een figuur die door een ander is gemaakt.

Nabespreking

De activiteit wordt afgerond met een gezamenlijke terugblik. De kinderen vertellen en laten zien hoe ze de figuur hebben gemaakt en wat er moeilijk aan was. De leraar vraagt hoe ze zijn begonnen en welke mozaïekstukjes ze hebben gebruikt. Als de kinderen nog moeite hebben om deze juist te benoemen, geeft de leraar hulp.



De leraar stelt ook vragen over de opbouw van het patroon en laat de kinderen aanwijzen waar bepaalde stukjes terugkomen in het andere vlak. De reflectie op het patroon kan ook worden uitgelokt door het werken in de vier vlakken qua moeilijkheidsgraad te vergelijken. Welke figuur was het makkelijkst te maken en welke het moeilijkst en waarom? Bij de bespreking van deze vraag kan naar voren komen dat de kinderen het spiegelen over de verticale as (van links naar rechts en omgekeerd) lastiger vinden dan het spiegelen over de horizontale as (van boven naar beneden en omgekeerd). Door het blad papier een kwartslag te draaien kan dit probleem voor deze kinderen voorlopig omzeild worden. Als vervolgactiviteit mogen de kinderen de mozaïekfiguur van 'Vier aan het werk' met plakmozaïek namaken en als kaart naar oma en opa sturen.

Schaduwen

In de wereld van vormen en figuren nemen schaduwen een bijzondere plaats in. Mits er sprake is van een zonnige dag heb je ze altijd bij de hand en kun je er volop mee experimenteren. Wat het onderwerp schaduwen bovendien nog erg aantrekkelijk maakt, is dat de kinderen allemaal hun eigen schaduw hebben. Jan uit het boek 'De schaduw van Jan'¹⁷ is niet voor niets zo verrukt over het feit dat de schaduw helemaal van hem is. Ofschoon de kinderen in groep 1 en 2 nog veraf zijn van het projecteren als meetkundige activiteit, kunnen ze door te spelen met schaduwen al veel eigenschappen hiervan waarnemen en beleven. Er zijn dan ook talloze activiteiten rond schaduwen te bedenken die voor jonge kinderen heel geschikt zijn en die tevens een goede basis leggen voor later. Nog belangrijker is misschien wel dat ze vooral leuk zijn om te doen. Steeds moet voor ogen worden gehouden dat het doel is, het opdoen van ervaringen en het wekken van verwondering. Een belangrijke ontdekking is bijvoorbeeld dat je een schaduw naar je hand kunt zetten; dat je door met een object te manipuleren de vorm van de schaduw kunt veranderen. Naar de meetkundige verklaring hiervan wordt in groep 1 en 2 nog niet gevraagd. Dit neemt echter niet weg dat de kinderen soms wel in eigen woorden kunnen uitleggen dat de schaduw ontstaat doordat het licht geblokkeerd wordt.



Om te voorkomen dat het voor de kinderen allemaal te ingewikkeld wordt, beperken de activiteiten in groep 1 en 2 zich tot het werken met schaduwen van de zon. Dit wil niet zeggen dat de schaduw van een lamp niet ter sprake mag komen, maar wel dat het verschil tussen beide buiten beschouwing blijft.

Activiteiten om ervaring op te doen met schaduwen

- De schaduw van Jan

Naar aanleiding van het voorlezen van het prentenboek 'De schaduw van Jan' gaan de kinderen allerlei schaduwspelletjes spelen. Net als Jan lopen ze met hun schaduw om het hardst en proberen ze van hun schaduw los te komen.

- Schaduwtekening maken

Maak een tekening met een schaduw. De volgende beschrijving laat zien welke leerkanen zo'n ogenschijnlijk simpele opdracht in zich heeft.¹⁸

Sommige kinderen tekenen een poppetje met zijn schaduw. De houding van de schaduw en het poppetje zijn identiek. De schaduw wordt zwart ingekleurd.

Opvallend is dat de schaduw niet vastzit aan het poppetje. Hans tekent zichzelf en maakt een schaduw die veel groter is dan hijzelf. Hij zegt: "Soms is een schaduw groter dan je zelf bent."

Op de vraag "Hoe komt dat, denk je?"

zegt Hans: "Dat komt, denk ik, door de zon. Soms staat de zon dichtbij en soms

ver weg. Maar ik weet niet waar ik de zon moet tekenen als de schaduw groot is." De leraar wil graag dat hij zelf ontdekt waar de zon staat om een grote schaduw te krijgen en nodigt hem uit om dat maar eens uit te gaan zoeken. Hans gaat op dat moment niet op de opmerking in. Hij besluit om twee zonnen te tekenen. Eén zon hoog en één zon laag. "Dan klopt het in ieder geval", zegt hij. Een paar dagen later komt hij triomfantelijk vertellen dat de lage zon moet blijven staan en de hoge zon weg moet.





- Je schaduw overtrekken

Kun je met krijt je eigen schaduw op de grond overtrekken? Zou een andere leerling je daarbij kunnen helpen? Zit je schaduw altijd aan jezelf vast? Hoe kun je je schaduw kwijtraken? Hoe moet je gaan staan om je eigen schaduw niet te zien?

- Je schaduw laten krimpen en groeien

Probeer je schaduw eens korter en langer te maken. Dit kan bijvoorbeeld door een flink stuk karton op de grond te leggen en dat vervolgens schuin te zetten.

- Dingen van vorm laten veranderen

Onderzoek wat er gebeurt als je een voorwerp als een meetlat, boek, emmer, bal, en gieter in het zonlicht houdt en draait. Wat zie je? Blijft de vorm hetzelfde?

- Ra, ra wat is dit?

Een leerling houdt een bepaald voorwerp in de hand en steekt dat omhoog. De andere kinderen zien alleen de schaduw van dat voorwerp en moeten raden wat het is.

Bij wijze van voorbeeld is in het volgende een onderwijsactiviteit nader uitgewerkt.

‘Vang de vogel’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

Schaduw maken op kinderen veel indruk. Ze kunnen ze zelfs angst inboezemen, maar meer overheersend is toch de pret die ze eraan beleven. Denk maar aan de opwindende die zich van hen meester maakt als ze elkaars schaduwen proberen te vangen. Deze onderwijsactiviteit gaat ook over het vangen van een schaduw, maar in dit geval over de schaduw van een papieren vogel die op het raam is geplakt en die een schaduw op de muur geeft.¹⁹

Het eerste doel van de activiteit is dat de kinderen beseffen dat het zonlicht onderschept wordt en dat daardoor een silhouet op de muur ontstaat. Het licht gaat in rechte lijnen langs de vorm van de vogel op



het raam. Er wordt als het ware vanaf het raam naar de muur een koker geboord uit de zee van licht die de zon geeft.

Een tweede doel is dat de kinderen ontdekken dat de zon zich in de loop van de dag verplaatst. 's Morgens staat hij laag, 's avonds ook weer, maar dan wel op een heel andere plaats. Dat dit komt door het draaien van de aarde hoeft nog niet aan de orde te worden gesteld. Wel kan door deze observaties al een eerste idee gekregen worden van de zonnebaan en de symmetrische vorm ervan.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Even wat ervaringen uitwisselen

De les begint met een kringgesprek over schaduwen. Wie heeft er 's avonds, terwijl je in bed lag, wel eens een grote schaduw op de muur gezien? Na zo'n vraag zullen de tongen gemakkelijk loskomen.

De leraar stuurt het gesprek daarna naar de veroorzaker van de schaduw. In de donkere slaapkamer kan dit de maan of de lamp op het nachtkastje zijn. Via de vraag of je overdag ook schaduwen kunt zien, wordt de aandacht verlegd naar de zon als lichtbron.

Buitenspelen als intermezzo

Als het een zonnige dag is, kan naar buiten worden gegaan om te kijken naar schaduwen. De kinderen kunnen dan veel ontdekkingen doen.

Een leraar uit groep 1-2 vertelt hierover.²⁰

Tot mijn verbazing zie ik kinderen direct hun schaduw bekijken. Enkele kinderen beginnen een ontdekkingstocht naar schaduwen. Ze kijken nauwkeurig wat er gebeurt met hun schaduw als ze zich bewegen. Voor enkele kinderen is het even zoeken naar de plaats waar hun schaduw te zien is.

Britt stelt voor een zo klein mogelijke schaduw te maken.

"Tja, hoe doe je dat?" zie ik een aantal kinderen denken.

Niels gaat in de schaduw van de muur staan. Daardoor is zijn schaduw niet meer te zien. "Dat mag niet, nu heb je geen schaduw." Om een schaduw te hebben moet je in de zon staan.

Daarmee ontdekken de kinderen spontaan dat je schaduw krijgt omdat het zonlicht niet op die plaats kan komen.



Maartje en Britt hebben een idee. Ze gaan niet, zoals ik verwachtte, op hun hurken zitten. Ze gaan op de grond liggen en tillen hun hoofd een klein stukje op zodat er een kleine schaduw ontstaat. De andere kinderen proberen dit ook. Ja, dan heb je inderdaad een kleine schaduw.

Kim Lien heeft ook een opdracht bedacht. Ze zegt: "Nu ligt je schaduw, kun je je schaduw ook laten staan?" Ik ben verbaasd over de opdrachten die ze elkaar geven en ik ben benieuwd hoe ze het oplossen. "Als je zelf gaat liggen, gaat je schaduw niet staan", zegt Hannah. Ze loopt op en neer. "Kijk", zegt ze, "mijn schaduw loopt achteruit en ik loop vooruit."

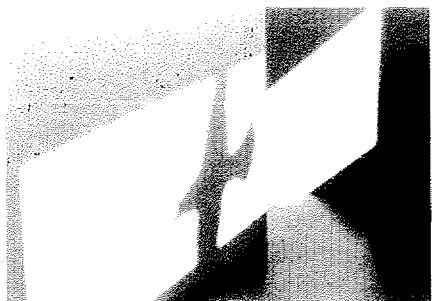
Kim Lien is intussen bij de muur gaan staan en heeft haar schaduw rechtop gezet. De anderen zien dit en laten direct hun schaduw afwisselend staan en liggen.

Even later verplaatst de aandacht van de kinderen zich naar het zoeken van de schaduw van een voorwerp. "Dit is de schaduw van de emmer en deze schaduw is van een schep", hoor ik ze zeggen. Ze ontdekken de schaduw van de bomen op het plein. "Kijk eens wat een gekke schaduw deze boom heeft." De schaduw van de boom ligt op het plein en bij de muur klimt de schaduw tegen de muur. "Kom, dan gaan we gekke schaduwen zoeken."

Ze ontdekken ook nog een gekke schaduw van een lantaarnpaal. Het is jammer genoeg alweer tijd om naar binnen te gaan.

Een vogel op het raam, een vogel op de muur

Op het raam in de klas wordt een papieren vogel geplakt. Als de zon schijnt maakt deze vogel een schaduw of silhouet op de muur.



De afdruk die op de muur ontstaat, wordt overgetrokken op een stuk papier dat op de muur is bevestigd.

De kinderen kunnen de schaduw nu nog beter zien.

Nadat deze schaduwvogel voldoende bewonderd is, gaat de groep verder met andere activiteiten en wordt de vogel een beetje aan zijn lot overgelaten.

Na enige tijd richt de leraar de aandacht weer op de vogel, want wat is het geval? De vogel blijkt zijn silhouet te zijn ontvlucht. De kinderen moeten opnieuw de schaduw overtrekken. Daarna gebeurt dit nog een paar keer.



Vervolgens wordt met de hele groep over de baan van de schaduw gesproken. De leraar stelt allerlei vragen: Waar zal de schaduw over een uur staan? Hoe ziet de hele baan die de schaduw gaat er eigenlijk uit? En hoe zal de schaduw morgen bewegen? Ten slotte ontstaat het idee om de schaduwvogel te vangen. Zou dat kunnen? Er wordt een kooitje op de muur getekend of bevestigd. Wat een verrassing als de vogel ook daadwerkelijk wordt gevangen. Maar kan de vogel wel gevangen worden gehouden?

Vervolgactiviteit

In plaats van een schaduwvogel kunnen de kinderen ook zonnevogels op de muur maken. Dit is het omgekeerde van een schaduwvogel. Misschien zijn er kinderen die kunnen bedenken hoe je een zonnevogel op de muur krijgt. Je neemt een stuk karton en knipt er een vogelvorm uit. Dan plak je het stuk karton waaruit de vogelvorm is geknipt op het raam. Wat gebeurt er nu? Door het gat in het karton boort een bundel lichtstralen zich naar de muur.

Tussendoel meetkunde 3

De kinderen doen ervaring op met het opereren met vormen en figuren. Via activiteiten met spiegels en schaduwen komen ze in aanraking met symmetrieën en afbeeldingen van vormen en figuren. Bij het werken met mozaïeken stellen ze mooie patronen samen en herkennen ze regelmaat, symmetrieën en samenstellingen van figuren.

In groep 1 en 2 worden de ervaringen die de kinderen in de voorschoolse periode spelenderwijs met vormen en figuren hebben opgedaan verder uitgebreid. In allerlei dagelijks voorkomende situaties kijken ze in verschillende soorten vlakke en gebogen spiegels, zoals lepels, bolle vazen, blinkende deuren en gladde of rimpelende wateroppervlakken. Ze verwonderen zich daarbij over de verrassende vormen en de vervormingen die spiegelbeelden laten zien. Door te experimenteren met spiegels komen ze in aanraking met symmetrie en gaan ze de mogelijkheden ervan ontdekken.



Ze plaatsen spiegels zodanig dat nieuwe beelden ontstaan: kapotte figuren maken ze heel, van twee objecten maken ze er vier of drie, een zeeman zwaait eerst met één hand en later met twee, en een huizenrij wordt langer of korter gemaakt. Ze ontdekken dat door het spiegelen een symmetrisch evenbeeld ontstaat.

Bij het werken met mozaïeken en meetkundige puzzels komen op een functionele manier namen en kenmerken van meetkundige vormen en figuren aan de orde. De kinderen ervaren dat figuren uiteengelegd kunnen worden in andere figuren en dat omgekeerd nieuwe figuren kunnen ontstaan uit samenstellingen van figuren. Zo ontdekken ze al doende dat bepaalde driehoeken kunnen worden omgevormd tot een vierkant en dat dit zelfs op verschillende manieren kan. Mozaïekstukjes lenen zich ook goed voor het leggen van patronen. Begonnen wordt met het voortzetten van een gegeven patroon. Door discussies over de opbouw ervan krijgen de kinderen steeds beter zicht op hoe patronen in elkaar zitten. Behalve het element van herhaling, herkennen ze ook symmetrische structuren. Hiervan maken ze weer gebruik bij het zelf bedenken van patronen. Oog krijgen voor de schoonheid ervan en het leren genieten van het bedenken van patronen zijn belangrijke aandachtspunten in het onderwijs.

Ook bij het spelen met schaduwen opereren de kinderen met vormen en figuren. In groep 1 en 2 staat de schaduw van de zon centraal. Hierbij gaat het vooral om de vormveranderingen die optreden bij een andere lichtinval of ondergrond. Door aansprekende activiteiten als het los van je schaduw proberen te komen, het overtrekken van je schaduw, het laten groeien en krimpen van schaduwen, het veranderen van de vorm ervan door objecten te draaien of deze bijvoorbeeld voor een trap te houden waar het zonlicht opvalt, doen de kinderen allerlei waarnemingen die tot verwondering leiden. Dit laatste is erg belangrijk, omdat het een aanzet vormt tot het begrijpen van de veranderingen die in de richting, lengte en vorm van de zonneschaduw optreden.



Meetkunde in groep 3 en 4

Inleiding

Een meer systematische aanpak

In groep 3 en 4 zetten de kinderen de meetkundige ontdekkingstocht voort die ze in groep 1 en 2 zijn begonnen. Doel is het *be-grijpen* van de ruimte. Dit moet zowel figuurlijk als letterlijk worden opgevat. Door concrete ervaringen krijgen de kinderen greep op de ruimte en groeit hun ruimtelijk inzicht. Dit betekent bijvoorbeeld dat de kinderen in groep 3 en 4 niet alleen weten waar iets is, wat er te zien is en hoe iets te bouwen is, maar dat ze verschijnselen die zich hierbij voordoen steeds vaker kunnen verklaren. Ook al is hun inzicht veelal nog gebonden aan een bepaald voorbeeld en is er nog geen sprake van het doorzien van het grote geheel en de samenhang tussen de verschijnselen, toch zijn er duidelijk tekenen van hun voortgang in ontwikkeling waar te nemen. Het oplossen van meetkundige problemen kenmerkt zich door meer systematiek en gaat gepaard met meer reflectie.

Evenals in groep 1 en 2 spitst het meetkundeonderwijs in groep 3 en 4 zich toe op:

- oriënteren
- construeren
- opereren met vormen en figuren.

De kinderen gaan nu wel een stapje verder. Ze komen in aanraking met meer gecompliceerde meetkundige activiteiten en nieuwe vormen van oriënteren en construeren dienen zich aan. Ook bij het gebruiken van meetkundige termen en het benoemen van meetkundige handelingen en eigenschappen wordt steeds meer van de kinderen gevraagd. Men zou kunnen zeggen dat in groep 3 en 4 de taal wat formeler wordt. Dit geldt overigens eveneens voor het rekenen in groep 3 en 4, doordat de sommentaal dan zijn intrede doet. Afgezien van nieuwe accenten in de inhoud, heeft het meetkundeonderwijs in groep 3 en 4 ook een wat gewijzigde opzet. Vergeleken met groep 1 en 2 is het onderwijs minder



afhankelijk van toevallige gebeurtenissen. Ook in dit opzicht is er sprake van een toename in systematiek. Zonder de samenhang met andere leerstofinhouden los te laten, worden de meetkundige activiteiten steeds herkenbaarder en krijgen ze een vastere plaats in het programma. Het spontane, terloopse leren maakt plaats voor een meer gerichte manier van meetkunde leren in een vast patroon van lessen waarbij de hele groep betrokken is. Dit houdt in dat de leraar voor de verschillende onderdelen van het meetkundeprogramma lessenseries moet plannen die de kinderen een leeromgeving bieden om gericht bepaalde vaardigheden en inzichten te ontwikkelen.

Doordat de lessen in groep 3 en 4 aan de hele groep worden gegeven, is het bovendien belangrijk dat de leraar zoekt naar mogelijkheden voor differentiatie. Zo kan het ene kind bij het verklaren van bepaalde verschijnselen verder gaan dan het andere. De leraar houdt hiermee rekening bij het stellen van vragen.

Opbouw hoofdstuk

Het hoofdstuk heeft dezelfde opbouw als dat voor meetkunde in groep 1 en 2. Ook nu zijn in de leerlijn drie aspecten van meetkunde onderscheiden: het oriënteren, construeren en opereren met vormen en figuren.

Naast achtergrondinformatie bevat het hoofdstuk veel voorbeelden van meetkundige activiteiten. Bij de ontwikkeling en selectie ervan is gekeken of ze passen bij de leefwereld van kinderen, uitnodigend zijn om te doen en uitvoerbaar zijn in de onderwijspraktijk. Vooropstaat dat ze aansluiten bij de ervaringen die de kinderen in groep 1 en 2 hebben opgedaan en dat ze de basis verstevigen voor de hogere groepen van de basisschool.

De drie onderscheiden aspecten van meetkunde worden in het hoofdstuk in afzonderlijke blokken behandeld. Per aspect wordt ingezoomd op een of meerdere vormen van respectievelijk het oriënteren, construeren en opereren met vormen en figuren. Voor enkele daarvan is bij wijze van voorbeeld een onderwijsactiviteit uitgewerkt, vaak voorzien van video-opnamen. Deze uitwerkingen laten zien welk onderwijs met deze leerlijnbeschrijving wordt beoogd. De tussendoelen en het onderwijskader vormen de afsluiting van elk blok.



Oriënteren

Inleiding

In groep 3 en 4 komen de volgende drie vormen van oriënteren aan bod:

- lokaliseren
- innemen van een standpunt
- draaiingen en richtingen.

Met de eerste twee vormen hebben de kinderen in groep 1 en 2 al enige ervaring opgedaan. In groep 3 en 4 worden deze ervaringen uitgebreid en maken de kinderen ook kennis met draaiingen en richtingen.

In groep 1 en 2 vond het *lokaliseren* vooral plaats binnen de context van de school. Zo hebben de kinderen routebeschrijvingen gemaakt om Beer de weg te wijzen naar de klas. De bijbehorende tekeningen vormden de eerste aanzetten voor plattegronden en kaarten. In groep 3 en 4 wordt de aandacht verlegd naar lokaliseeractiviteiten buiten de school. De kinderen verkennen de omgeving van het schoolgebouw en maken een maquette van de wijk die later op een plattegrond wordt afgebeeld. Zo gaan de kinderen op weg naar een steeds schematischer afbeelding van de werkelijkheid. Uiteindelijk moet dit leiden tot een inzicht in wat kaarten en plattegronden zijn en tot de vaardigheid om deze te gebruiken.

Behalve dat kaarten en plattegronden een praktische functie hebben bij het vinden van de weg, zijn ze ook in wiskundig opzicht een onderwerp dat aanleiding geeft tot onderzoek. In de hogere groepen van de basisschool komt dit vooral aan de orde als de kinderen werken met coördinaten, schaal en allerlei soorten kaarten die volgens verschillende criteria zijn samengesteld. Een eenvoudig voorbeeld is het lezen van de schematische kaarten die in trams de haltes aangeven. Moeilijker is het om de samenhang te begrijpen tussen de bolvormige aarde en een gewone wereldkaart in een atlas. Een onderwerp als dit kan pas aan het einde van de basisschool aan de orde komen. Dan kan ook van de kinderen worden verwacht dat ze de verschillende begrippen die met kaarten te maken hebben met elkaar in verband brengen. De activiteiten in groep 3 en 4 bereiden hierop voor. Dit houdt in dat de kinderen bij het lokaliseren vooral veel gelegenheid krijgen om te ervaren. Af en toe kan hierbij het verklaren in beeld komen.



Ook het *innemen van een standpunt* is al in groep 1 en 2 aan de orde geweest. Via eenvoudige activiteiten hebben de kinderen ervaren dat bepaalde objecten er heel anders uitzien wanneer ze van een andere kant worden bekeken. Nog een stapje verder in de ontwikkeling is het zelf bedenken van verschillende aanzichten. Om dit te kunnen, moeten de kinderen in gedachten een visueel model maken van een object en hiermee mentaal manipuleren. In groep 3 en 4 wordt hieraan verder gewerkt. De kinderen krijgen problemen aangeboden waarbij ze de gevolgen van een standpuntverandering onderzoeken. Ze maken hierbij gebruik van panoramische aanzichten, maar ook van meer schematische voor-, boven- en zij aanzichten. Behalve bij het oriënteren komt het innemen van een standpunt aan bod bij de onderwijsactiviteit 'Vierkuberhuisjes' die beschreven is in het blok over het construeren. Ofschoon het werken met aanzichten heel wat vraagt van kinderen in groep 3 en 4, kan deze leeftijdsgroep er soms al heel goed mee overweg. Er is dan voldoende reden om het verklaren te stimuleren.

Draaiingen en richtingen vormen voor groep 3 en 4 een nieuwe vorm van oriënteren. Dit betekent echter niet dat de kinderen hiermee nog geen ervaring hebben opgedaan. Integendeel, het kinderleven is er vol mee: ronddraaien, rondslingeren, een ritje in de draaimolen maken, kijken naar de secondewijzer en links of rechts afslaan. Daarnaast zijn er ook talloze computerspelletjes waarbij de kinderen al navigerend hun weg moeten vinden. Bovendien is deze vaardigheid nodig om op afstand bestuurbare autootjes op de weg te houden.

Zoals deze voorbeelden duidelijk maken, zijn draaiingen en richtingen nauw verbonden met het begrip hoek. De draaiing die je maakt en de richting waarin je loopt, kunnen beide met een hoek worden uitgedrukt. Ofschoon de activiteiten in groep 3 en 4 nog niet gericht zijn op het werken met hoeken, kunnen de kinderen al op een intuïtieve manier ermee kennismaken. Door routes te lopen komen ze vanzelf in aanraking met draaiingen. Ze kunnen bijvoorbeeld ervaren dat een draaiing linksom of rechtsom kan gaan en doen zo opnieuw een belangrijk oriënteringsbegrip op. Ook kan een eerste notie van hoek ontstaan wanneer ze de oorspronkelijke en de nieuwe richting met elkaar vergelijken. Voordat de kinderen een andere kant opgaan, stoppen ze en wijzen ze met uitgestrekte arm aan waar ze oorspronkelijk naartoe zouden zijn gelopen.

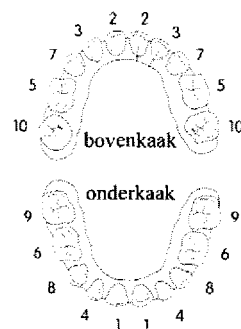


Vervolgens draaien ze hun arm naar de nieuwe richting. De uitgestrekte arm maakt daarbij een draai over een bepaalde hoek. Aanvankelijk wordt alleen in termen van kwartslag of kwartdraai, halve draai, driekwart draai en hele draai gesproken. De samenhang met de hoeken van 90 graden en veelvouden daarvan komen op het niveau van groep 3 en 4 nog niet aan de orde. In deze fase worden draaiingen vooral vanuit het eigen lichaam ervaren en is de bijbehorende notie van hoek nog impliciet. Ook richtingen worden in alledaagse situaties meestal niet met een hoek in verband gebracht. Vaak wordt met de richting niet aangeduid waar zich iets bevindt, maar wordt er de route mee bedoeld die je moet volgen om er te komen: “Vanaf het station loop je naar de kerk en daar ga je rechtsaf.” Waar dat gebouw ligt ten opzichte van het station blijft meestal buiten beschouwing. Een stap verder in de verwerving van dit aspect van het richtingsbegrip wordt gezet bij het raadplegen van een kaart. Iedereen kent wel de plattegronden die je bij een station of aan het begin van een gemeente of wijk kunt vinden. Hierop staat meestal een pijl met bij de punt de tekst: “U bevindt zich hier.” Doordat zo’n kaart ook de wind- of kompasrichting aangeeft, kun je er precies op aflezen hoe bepaalde gebouwen ten opzichte van elkaar liggen. In groep 3 en 4 doen zich op beperkte schaal mogelijkheden voor om met wind- of kompasrichtingen ervaring op te doen. Dit kan bijvoorbeeld bij de onderwijsactiviteiten ‘De wijk’ en ‘Zoek het geheime kistje’. Het bovenstaande laat zien dat richting en draai lastige begrippen zijn. Het moge duidelijk zijn dat de verwerving ervan de nodige zorg verdient in het onderwijs. In deze fase betekent dit vooral dat kinderen de gelegenheid krijgen om ervaringen op te doen aan de hand van concrete bewegingen die vervolgens weer mentale beelden moeten oproepen.

Activiteiten om ervaring op te doen met het lokaliseren

- Bij de tandarts

De kinderen hebben vast wel eens meegemaakt dat ze na een bezoek aan de tandarts nog een keer terug moesten komen voor een vervolgbehandeling. Iedereen weet wel hoe dat gaat. Je gaat zitten in de stoel, je doet je mond open en de tandarts weet meteen aan welke tand je nog behandeld moet worden. Hoe onthoudt de tandarts dit? Welke ideeën hebben de kinderen hierover? Kunnen ze een manier bedenken om te onthouden om welke tand het ging?





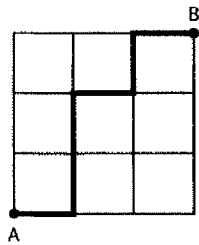
- Dubbeldorp

Voor dit spel zijn twee exemplaren nodig van de plattegrond van een gefingeerd dorp. Afhankelijk van het niveau van de leerlingen kan de leraar de plattegrond eenvoudiger of ingewikkelder maken.

Twee leerlingen gaan tegenover elkaar zitten met een schot tussen hen in zodat ze niet op de plattegrond van de ander kunnen kijken.

De ene leerling plaatst allerlei objecten zoals huisjes, winkels,abri's en verkeersborden op zijn of haar plattegrond en vertelt aan de andere leerling waar alles staat. Deze leerling moet op grond van deze informatie de objecten op zijn of haar eigen plattegrond op dezelfde plaats zetten. Daarna bekijken ze of alles goed staat.

- Taxiën



Bij het eerste deel van dit spel wordt met taxi's over een rooster gereden. De kinderen werken in tweetallen. De ene leerling bedenkt en tekent een route, en zegt tegen de andere leerling hoe zijn of haar taxi moet rijden. Daarna controleren de kinderen of de taxi de juiste weg heeft genomen. Na elke rit wisselen de kinderen van rol. Na vijf ronden stopt het spel en is de leerling met het grootste aantal goede routes de winnaar.

Voordat met het spel wordt begonnen, bespreekt de leraar met de hele groep hoe de kinderen de ritten kort kunnen weergeven, en wel op zo'n manier dat iedereen toch begrijpt wat de bedoeling is. Zo betekent ROOR: een stuk naar rechts, twee stukken omhoog en weer een stuk naar rechts. Bij het tweede deel van dit spel moeten de taxi's op bepaalde (kruis)punten pakketjes afleveren. De kinderen mogen om de beurt zeggen waar de taxi naartoe moet. Ze doen dit zonder te wijzen. Als de taxi op de plaats van bestemming is controleren de kinderen of het pakketje op de goede plaats terecht is gekomen.

- Zeeslag

Dit is een duikbootspel waarbij met een letter en een cijfer wordt aangegeven waar een duikboot zich bevindt. De plaatsaanduiding verwijst naar een roosterpunt. Wie het eerst alle schepen van zijn tegenstander tot zinken heeft gebracht, heeft gewonnen. Het spel wordt door een aantal firma's uitgegeven en is te koop in verschillende formaten en uitvoeringen, onder andere in de vorm van computer-programma's. De eerste versies van Zeeslag verschenen in 1931. Het was een editie die met potlood en papier gespeeld kon worden.



Voor het spel is roosterpapier nodig. De verticale lijnen krijgen een letter en de horizontale lijnen een cijfer. Elk roosterpunt is nu eenduidig bepaald. Twee leerlingen spelen tegen elkaar. Beide leerlingen vullen hun rooster met boten. Daarna mogen ze om de beurt proberen de duikboten van hun tegenstander tot zinken te brengen. Dit gaat als volgt: een leerling noemt een roosterpunt en de andere leerling zegt of het 'raak' of 'plons' is. De leerlingen kunnen zelf ook andere spelregels en vraagmogelijkheden bedenken. Bijvoorbeeld: "Heb je een schip boven lijn 4?"

Activiteiten om ervaring op te doen met het innemen van een standpunt

- Dobbelsteen

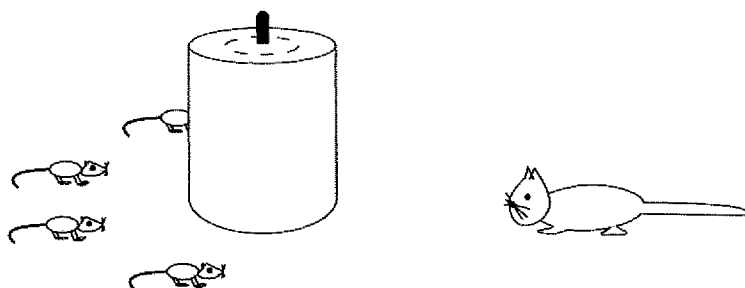
Laat de kinderen uitzoeken hoe een dobbelsteen is opgebouwd. Wat staat er aan de achterkant van de 1? Enzovoort.



Daarna krijgen de leerlingen een werkblad met de uitslag van een dobbelsteen. Voordat ze de dobbelsteen in elkaar zetten, tekenen ze de ogen op de zes vlakken. Ze mogen daarbij een dobbelsteen als voorbeeld gebruiken. Bij de 2, 3 en 6 moeten ze ook op de richting van de ogen letten. Als de kinderen denken dat de dobbelsteen helemaal goed is, knippen ze de uitslag uit en gaan ze de dobbelsteen maken. Daarna controleren ze of ze het goed hebben gedaan.

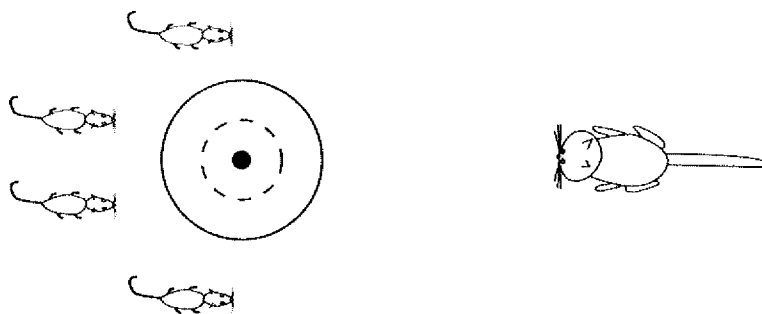
- Kat en muis

Enkele muizen hebben zich achter een koekblik verstoppt en de kinderen moeten uitzoeken of de kat de muizen kan zien. De kinderen bestuderen eerst een panoramische tekening van de situatie.

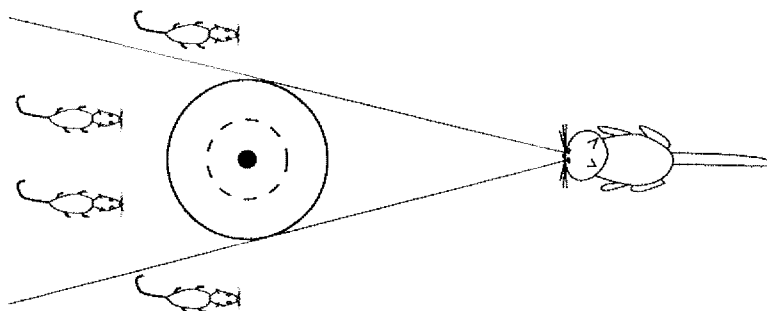




Daarna krijgen ze een tekening van het bovenaanzicht ofwel een plattegrond. Hierop is te zien of hun voorspelling klopt. Het bovenaanzicht is bovendien te gebruiken om uit te zoeken tot waar de kat de muizen kan zien. De kinderen moeten dan kijklijnen tekenen.



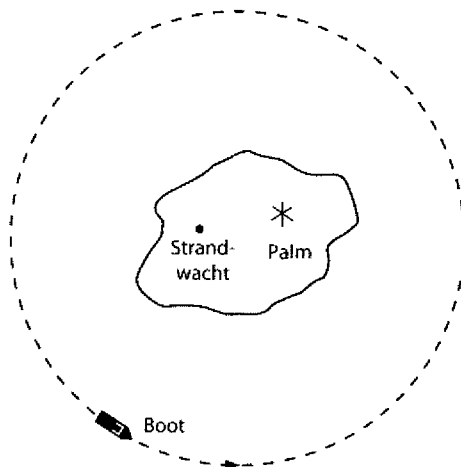
Bovenaanzicht



Bovenaanzicht met kijklijnen

- Foto's in volgorde

De kinderen krijgen een plattegrond van een eiland. Op het eiland staat een strandwacht en een palmboom. Een boot vaart één keer rond het eiland (zie de pijl).



De strandwacht maakt drie foto's (a, b en c) van de boot.

In welke volgorde zijn de foto's gemaakt?

Een computerversie van deze activiteit is onder de naam 'Schateiland' op het Rekenweb te vinden (www.fi.uu.nl/rekenweb). Deze versie is wel aan de moeilijke kant voor groep 3 en 4 en meer geschikt voor de bovenbouw.

Activiteiten om ervaring op te doen met draaiingen en richtingen

- Robotspel

Een kind mag robot zijn en de andere kinderen zeggen welke route de robot in de klas moet lopen. Bijvoorbeeld: ga twee stappen vooruit, een kwartdraai naar rechts, een stap vooruit, een halve draai naar links, drie stappen vooruit. Door een tegelplein als rooster te gebruiken, kunnen de aanwijzingen nog preciezer worden. De manier waarop de robot gestuurd wordt, vormt het begin van de programmeertaal LOGO.

Meerdere vervolgactiviteiten zijn mogelijk, zoals het bedenken van een opdracht waardoor je weer op de startplaats uitkomt.

Na de spelactiviteiten op de speelplaats of in de klas kunnen de routes op roosterpapier worden afgelegd. Een dikke punt met een pijltje geeft het startpunt en de richting van lopen aan. Door aanwijzingen te geven dirigeren de kinderen de robot naar een bepaalde plaats. Samen met de leraar wordt een taaltje ontwikkeld om de robot te sturen.



Bijvoorbeeld: START, 3V(ooruit), R(echtsaf), 2 V, L(inks), 1V, R, 3V, STOP. De kinderen kunnen elkaar zo routes opgeven. De omgekeerde weg is ook te bewandelen. De kinderen moeten dan een getekende route omzetten in een opdracht om te lopen.

- Wijs eens aan

Stel je voor, je staat bij een hoge flat. Wijs aan op welke verdieping je woont. Wijs nog een verdieping hoger aan en nog een. Hoever kun je met dit aanwijzen doorgaan? Wat gebeurt er met je arm als je verder weg gaat staan of dichterbij?

Nadat er in de klas over is gesproken, wordt de opdracht buiten nog een keer in het echt uitgevoerd, bijvoorbeeld bij een hoge boom die op de speelplaats staat.

- Linksom, rechtsom

De kinderen zoeken samen met de leraar objecten die naar rechts of naar links draaien, zoals sleutels in een slot, schroeven, deksels, wenteltrappen, verkeersrotonden, ijsbanen en fietswielen.

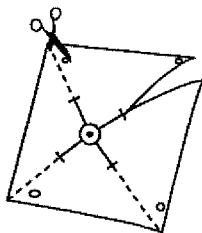
Daarna maken de kinderen een papieren molentje. Eerst knippen ze een vierkant en vouwen ze een schuin kruis. In het midden maken ze een gaatje. Ze knippen de vouwlijnen in tot ruim voor het midden. Dan maken de kinderen in een van de twee hoekpunten van elk deel een gaatje. Ze nemen een spijker en rijgen de vier delen hieraan. Tot slot gaat de spijker door het middelste gaatje en wordt hij in een stokje geslagen dat als handvat dient.

Hoe draait je molentje? Hoe kun je het andersom laten draaien?

- Met de klok mee

De wijzers van de klok hebben een vaste draairichting. Daarom wordt de klok als voorbeeld genomen om aan te geven hoe iets draait: met de klok mee of tegen de klok in. Bij spelletjes waarbij iets uitgedeeld moet worden of bij aftikspelletjes komt dit vaak van pas.

Er zijn ook andere mogelijkheden om met klokrichtingen ervaring op te doen. In de verhaalkring kan bijvoorbeeld iedere dag een andere richting gekozen worden. Denk er wel aan dat de klokrichtingen alleen gelden als je naar de voorkant van de klok kijkt. 'Met de klok mee' wordt aan de achterkant 'tegen de klok in'.





- Lopen in de richting van de klokwijzers

Bij dit spel doen de kinderen ervaring op met het begrip hoek zonder dat dit expliciet wordt gemaakt. De kinderen zitten in de kring die een grote klok voorstelt. Paaltjes uit de gymzaal geven aan waar de 12, de 3, de 6 en de 9 zich bevinden. De leraar wijst telkens twee kinderen aan die de wijzers van de klok mogen zijn. Vanuit het midden loopt het ene kind in de richting van de grote wijzer en het andere kind in de richting van de kleine wijzer. De leraar laat de kinderen verschillende tijden lopen.

Begonnen wordt met gemakkelijke tijden. Daarna mogen de kinderen zelf ook klokstanden bedenken. Bij welke tijden lopen de twee kinderen dezelfde kant uit? Bij welke tijden lopen ze wel op één lijn, maar precies tegenovergesteld? Hoe lopen ze bij drie uur? Zijn er nog meer manieren om als een rechte haak uit elkaar te gaan?

Door regelmatig aandacht te besteden aan bovenstaande oriëntatie-activiteiten wordt aan de leerlingen in groep 3 en 4 gelegenheid gegeven drie belangrijke vormen van oriënteren te ontwikkelen: het lokaliseren, het innemen van een standpunt en het werken met draaiingen en richtingen. In de hogere groepen komt dit verder aan de orde.

In het volgende wordt bij wijze van voorbeeld het lokaliseren meer in detail besproken. Deze uitwerking laat zien welk onderwijs met deze leerlijnbeschrijving wordt beoogd.

Lokaliseren

De kinderen in groep 3 en 4 weten doorgaans al goed de weg van hun huis naar school en omgekeerd. Ze weten hoe ze moeten lopen, fietsen of rijden om van de ene locatie bij de andere te komen. Ze herkennen markeringspunten die ze onderweg tegenkomen. Dit betekent echter niet automatisch dat ze kunnen uitleggen hoe je vanaf een bepaalde plaats een ander punt kunt bereiken. Ze vinden het doorgaans nog erg moeilijk om op een willekeurig punt aan te wijzen in welke richting hun huis ligt. De weg weten in de eigen wijk betekent dan ook niet dat de kinderen al een goede voorstelling hebben van de globale indeling ervan. Dit zijn allemaal zaken waaraan in groep 3 en 4 gewerkt wordt. Naast de vergroting van de actieradius zijn er nog andere punten van groei.



Het lokaliseren is steeds minder gebonden aan de eigen beleving en positie van de leerling. Hierdoor worden de omschrijvingen voor anderen meer toegankelijk. Ook het in gedachten kunnen lokaliseren en het gebruikmaken van meer schematische representaties en meer formele plaatsaanduidingen zijn tekenen van vooruitgang.

‘De wijk’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

In deze onderwijsactiviteit verkennen de kinderen de omgeving van de school en maken ze een maquette van de wijk. Ze doen dit door op roosterpapier blokjes te plaatsen. Ze beginnen met het schoolgebouw en daaromheen komen enkele andere gebouwen en objecten uit de wijk, zoals de bibliotheek, de supermarkt en een bushalte. Van de maquette wordt later een bouwtekening of plattegrond gemaakt. Bij het bouwen van de wijk en het maken van de plattegrond komen zaken aan de orde als vorm, verhouding, richting, routes en grafische weergave. De verbinding met de werkelijkheid zorgt er niet alleen voor dat de kinderen sterk betrokken zijn bij de activiteit, maar lokt ook reflectie uit. De leraar vraagt zich met de kinderen voortdurend af of de maquette wel klopt met de situatie in het echt. Door deze activiteit krijgen de kinderen gelegenheid zich verder te bekwamen in het ruimtelijk voorstellen en redeneren, en leren ze meetkundige middelen gebruiken bij het ordenen en beschrijven van hun naaste omgeving. Het bijzondere van deze activiteit is dat het lokaliseren gekoppeld is aan het construeren en dat er een verbinding is met de daarbij behorende onderwijsactiviteit ‘Vierkuberhuisjes’.

De onderwijsactiviteit ‘De wijk’ is opgebouwd rond een aantal kernvragen:

- Hoe ziet de wijk eruit?
- Hoe kom je van de school naar ...?
- Waar is onze klas in de school?
- Hoe kunnen we de maquette afbreken en toch bewaren?

Deze kernvragen zijn bedoeld om bepaalde leerprocessen op gang te brengen. De eerste vraag lokt de kinderen uit te vertellen hoe de wijk



eruitziet. Hoe staan bijvoorbeeld de verschillende gebouwen ten opzichte van elkaar? Uitgangspunt hierbij is de plaats van de school. Bij de tweede vraag gaat het erom hoe je moet lopen om bij een bepaald gebouw te komen. Wat zie je onderweg? Door hierover te praten, gaat de maquette voor de kinderen leven. In feite wordt bij deze vraag de overstap gemaakt van het statische naar het dynamische aspect van lokaliseren. De derde vraag is een opzetje naar het maken van herkenbare bouwsels. Niet alle gebouwen zien er hetzelfde uit. Er zijn hoge en lage gebouwen en kleine en grote gebouwen. Door hiermee rekening te houden, wordt de maquette levensechter. De laatste vraag leidt het maken van een bouwtekening of plattegrond in. Door in een tekening vast te leggen hoe de gebouwen eruitzien en hoe ze staan, kan de maquette weer gemakkelijk nagebouwd worden.

Voor het maken van de maquette zijn per tweetal leerlingen twintig blokjes nodig. Het is aan te bevelen om niet met te kleine blokken te werken. Een geschikte afmeting is 2,2 cm bij 2,2 cm bij 2,2 cm. Daarnaast moeten de leerlingen de beschikking hebben over roosterpapier ter grootte van twee aan elkaar geplakte A3-bladen waarvan de roostervakken precies even groot zijn als de blokken.

Nadat de kinderen met echte blokken een maquette hebben gemaakt, biedt de computer mogelijkheden voor een vervolg. Binnen het TAL-project is hiervoor het computerprogramma 'Bouwen met blokken' ontwikkeld. Dit computerprogramma wordt uitgebreid beschreven in het hoofdstuk 'Meetkunde op de computer in groep 3 en 4'. Een belangrijke eigenschap van dit programma is dat het rooster waarop de wijk staat kan worden uitgebreid. Daarmee kan de wijk deel gaan uitmaken van een groter gebied. Ook is de wijk op de computer gemakkelijk te draaien. De wijk bewaren om er een volgende keer mee verder te gaan, behoort eveneens tot de mogelijkheden.¹

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Hoe ziet de wijk eruit?

De leerlingen zitten rond een tafel. De leraar laat een paar kinderen vertellen waar ze wonen en op welke plaatsen ze buiten spelen.



Enige tijd later spitst de vraag zich toe op de omgeving van de school. Enkele kinderen mogen zeggen hoe de buurt van de school eruitziet. Als de leraar komt met het idee om de wijk in het klein na te bouwen, willen de kinderen meteen aan de slag.

Op tafel liggen een groot stuk roosterpapier en een flink aantal blokjes. De leraar plaatst midden op het roosterpapier een blokje en zegt erbij dat dit de school voorstelt. Met de school als uitgangspunt worden vervolgens andere gebouwen op het rooster gezet. Hun plaats komt overeen met de plaats die ze in het echt in relatie tot de school innemen. Als de gymzaal in werkelijkheid ten oosten van de school staat, dan moet dit op de maquette ook zo zijn. In groep 3 en 4 is het nog niet nodig om de wind- of kompasrichtingen expliciet te noemen. In plaats daarvan kunnen de kinderen ook aangeven hoe de gebouwen ten opzichte van elkaar liggen; bijvoorbeeld door duidelijk te maken in welke richting je vanuit de school de andere gebouwen ziet: "Daar is de gymzaal."

Vervolgens zetten de kinderen de gymzaal in dezelfde richting op het roosterpapier. Door deze plaatsing ligt meteen ook vast waar bijvoorbeeld de voordeur van de school zich bevindt.

Behalve de gymzaal kunnen nog andere gebouwen uit de omgeving van de school op het rooster worden gezet, zoals het ziekenhuis, de grote supermarkt en de moskee met de minaret. Samen met de kinderen inventariseert de leraar welke grote gebouwen nog meer in de wijk staan. De inventarisatie hoeft natuurlijk niet beperkt te blijven tot gebouwen. Een bushalte, een kanaal of een grote weg kunnen ook een plaatsje krijgen op de maquette. In plaats van blokjes kunnen dan een hompje klei met een rietje erin en stroken papier worden gebruikt.

Dat over de plaats waar de blokjes moeten komen heel verschillend kan worden gedacht, blijkt uit videofragment 7a afkomstig uit groep 4.²



De leraar laat een houten blokje zien en zegt: "Dit blokje is de Zeven Gavenschool geworden." Ze wijst op de zijkant van het blokje en zegt: "Hier zitten wij."



Dit is een belangrijke toevoeging waardoor de kinderen zich op de maquette kunnen oriënteren als het blokje wordt neergezet.

Wijzend op het roosterpapier, zegt de leraar: “En dat is Kanaleneiland.” Daarna wordt de aandacht verlegd naar de directe omgeving van de school: “Hier is het schoolplein.” Vervolgens vraagt de leraar: “Waar zouden we de gymzaal moeten neerzetten?”

Er ontstaat enige onenigheid. Een meisje zet het blokje dat de gymzaal voorstelt op de maquette, maar een jongen is het niet eens met die plek.

Hij zegt: “Daar is de gymzaal.” En hij zet het blokje op een andere plaats.

De leraar gaat samen met de kinderen uitzoeken in welke richting de gymzaal in het echt staat.

Leraar: “Kun je de gymzaal zien?”

De kinderen komen tot de conclusie dat dit vanuit het klaslokaal niet mogelijk is. Daarop wordt een van de leerlingen naar buiten gestuurd om te kijken in welke richting de gymzaal te vinden is. De leerling komt terug en plaatst het blokje achter het blokje dat de school symboliseert. Iedereen gaat hiermee akkoord.

Aanvankelijk staan er maar twee blokjes op het roosterpapier.

Wanneer er een derde gebouw bij komt, moet behalve met de positie die de gebouwen ten opzichte van elkaar innemen, ook rekening worden gehouden met hun onderlinge afstand.

- Raad mijn gebouw

De maquette wordt door de leraar uitgebreid met een nieuw gebouw.

Er wordt niet gezegd welk gebouw het is. De kinderen moeten dit afleiden uit de plaats waar de leraar het blokje neerzet. Bij een eerdere try-out van deze activiteit ging dit als volgt.³

De leraar zet een nieuw blokje op de maquette en vraagt: “Wat kan dit zijn?”

“De bibliotheek”, zegt Alexandra.

Mohammed reageert met: “Maar dan moet het wel hier staan.”



Hij komt naar voren en schuift het blokje in een rechte lijn een stukje verder. Deze verbetering wordt gecontroleerd door de maquette nog eens te vergelijken met de situatie in het echt.

Ter afwisseling kan de leraar ook aan een kind vragen om een gebouw in zijn of haar gedachten te nemen en dan op de maquette te plaatsen. De andere kinderen moeten dan zeggen welk gebouw het is.

- Kwartslag draaien

Wat meer uitdagend is de volgende opdracht. De leraar draait het blokje dat de school voorstelt een kwartslag. De kinderen zoeken uit wat dit voor de andere gebouwen op de maquette betekent.

- In tweetallen aan de slag

Na de verkenning gaan de leerlingen in tweetallen een maquette van hun wijk maken. Ze doen dit op roosterpapier.

Op videofragment 7b is dit te volgen.



Twee kinderen verzamelen blokken en gaan samen aan de slag. Op het roosterpapier plaatsen ze een blokje dat de school voorstelt. Al gauw blijkt dat ze het niet met elkaar eens zijn. Ze discussiëren erover en het blokje wordt verplaatst. Daarna praten ze er nog even over door. Hierbij komt naar voren dat de jongen zich laat leiden door de positie die de gymzaal ten opzichte van de school inneemt. Hij wijst in de richting van de gymzaal. Het meisje daarentegen denkt aan de route die ze van school naar de gymzaal moet lopen.

De opdracht motiveert de kinderen. Ze hebben er plezier in en voeren onderling druk overleg. Ook gaan ze bij de andere kinderen de maquette bekijken. Soms leidt dit tot verbeteringen in hun eigen maquette. De leraar loopt rond om te luisteren naar wat de leerlingen tegen elkaar zeggen. Bij onduidelijkheden vraagt de leraar om toelichting. De bij deze observaties verkregen informatie dient als basis voor een korte klassikale bespreking.



- Hoe kom je van de school naar?

In het volgende deel van de onderwijsactiviteit wordt de aandacht verlegd van het statische naar het dynamische. Het eerste heeft betrekking op waar iets is en het tweede op hoe je er komt. Dit zijn twee verschillende benaderingen die echter wel veel met elkaar te maken hebben.

Bij het beschrijven van de weg naar een bepaald gebouw moet je je steeds bewust zijn waar je bent en welke oriënteringspunten je kunt gebruiken om de weg uit te stippelen. Dit kan door straatnamen en andere herkenningspunten te noemen, maar ook door gebruik te maken van begrippen als (tweede) linksaf, (derde) rechtsaf en alsmaar rechtdoor. De leraar leidt de activiteit in door bijvoorbeeld te vragen hoe je vanaf de voordeur van de school naar de ingang van het ziekenhuis loopt.

Als dit nog lastig is om te verwoorden, kunnen de kinderen eerst de route met potlood op het roosterpapier tekenen. Nadat de leerlingen in tweetallen aan de opdracht hebben gewerkt, volgt een bespreking met de hele groep. De leerlingen moeten hun route aan de groep duidelijk maken. Bij het vertellen hebben ze steun aan de oriëntatiepunten op de maquette. De leraar tekent mee op het roosterpapier dat op de instructietafel ligt. Klopt de route? Is de beschrijving van de route te volgen? Het is belangrijk dat de leraar de kinderen laat ontdekken dat je niets hebt aan aanwijzingen die niet duidelijk zijn.

- Naar welk gebouw?

Als extra oefening deelt de leraar aan elk groepje een geheim opdrachtkaartje uit. Hierop staat naar welk gebouw de kinderen in gedachten moeten lopen.

Ga naar

De groepjes weten niet van elkaar welk opdrachtkaartje ze gekregen hebben. Elk groepje beschrijft zijn route in woorden. De rest van de klas moet proberen te ontdekken welk gebouw er op het kaartje van het groepje heeft gestaan. Als hulp bij het verwoorden van de route mogen de kinderen eerst samen een tekening maken van de af te leggen weg.



- Gedetailleerd of globaal

Als de weg wordt gevraagd naar het ziekenhuis kunnen de leerlingen met het volgende antwoord komen.

“Je loopt de speelplaats af en bij het hek ga je naar links.
Dan steeds rechtdoor tot de kruising en dan zie je het ziekenhuis
aan je rechterhand.”

In dit geval verwoorden de kinderen de af te leggen weg gedetailleerd met gebruikmaking van oriëntatiebegrippen.

De vraag waar het ziekenhuis is, kan echter ook anders worden opgevat. In plaats van uit te leggen hoe je er kunt komen, zou volstaan kunnen worden met het wijzen in de richting van het ziekenhuis. De ligging wordt dan hemelsbreed, met een rechte lijn aangegeven.

“Het ziekenhuis is daar.”

Ofschoon deze laatste aanwijzing minder verfijnd is dan de eerste, is het op zich al een hele prestatie als een kind kan wijzen in welke richting een gebouw zich bevindt.

- Waar is onze klas in de school?

Dit deel van de onderwijsactiviteit is bedoeld om de gebouwen op de maquette wat meer profiel te geven. Tot nu toe is bij het maken van de wijk voor elk gebouw steeds één blokje gebruikt. Alle gebouwen hebben dan dezelfde vorm en afmeting. Dit komt niet overeen met de werkelijkheid. De school is bijvoorbeeld veel langer dan de gymzaal en ook hoger.

Door aan de leerlingen de vraag te stellen waar zij in de school zitten, kan een discussie uitgelokt worden over de vorm van de school. Dit kan tot de conclusie leiden dat niet alle gebouwen door één blokje gerepresenteerd kunnen worden. Sommige gebouwen zijn hoger dan andere, of zijn breder of langer. Na de discussie kunnen bepaalde gebouwen op de maquette aangepast worden aan hun vorm. Dit hoeft natuurlijk niet in detail, maar de hoogte en het grondplan zouden toch wel verhoudingsgewijs enige overeenkomst moeten vertonen met het gebouw in werkelijkheid. Dit kan bijvoorbeeld betekenen dat het



ziekenhuis hoger moet, de school langer en de supermarkt breder. Het geven van meer profiel aan de maquette vormt een opstapje naar het volgende onderdeel waarin de kinderen een tekening van de maquette maken.

- Hoe kunnen we de maquette afbreken en toch bewaren?

De leraar leidt dit laatste deel van de onderwijsactiviteit in door te zeggen dat de maquette niet in de klas kan blijven staan en afgebroken moet worden. De reden hiervoor kan bijvoorbeeld zijn dat de tafel nodig is voor een handvaardigheidsles. De vraag rijst dan hoe de maquette na het afbreken weer gemakkelijk opgebouwd kan worden. Met andere woorden, er moet vastgelegd worden waar de gebouwen staan en hoe ze eruitzien. De leraar kan voorstellen om tegelijk met het afbreken een bouwtekening te maken. Telkens als de kinderen een gebouw van de maquette halen, schrijven ze op het onderliggende roosterpapier hoeveel blokjes er op een roostervakje hebben gestaan. Indien nodig zetten ze er nog een letter bij, bijvoorbeeld een S op de plaats van de school. Als de maquette helemaal is afgebroken, is tegelijkertijd ook de tekening klaar en kunnen de kinderen de vorm en grootte van de gebouwen en hun onderlinge afstanden uit de tekening afleiden. Met andere woorden, hier leren de kinderen een bouwtekening of plattegrond te lezen door er een te maken.

Vervolgactiviteiten

De onderwijsactiviteit 'De wijk' is op veel manieren uit te breiden. Hieronder staan een aantal ideeën.

- Bouwtekeningen ruilen

De kinderen halen de bouwtekeningen die ze van de maquette hebben gemaakt nog eens te voorschijn. Vervolgens veranderen deze van eigenaar. De leerlingen krijgen de bouwtekening van een ander groepje en moeten hiermee de maquette opnieuw opbouwen. Hierbij ervaren ze hoe belangrijk het is dat de tekening duidelijk is. Door het werken met de tekening van een ander ontdekken de leerlingen wat in hun bouwtekening te verbeteren is. Als afsluiting worden de gevonden verschillen en de mogelijkheden voor verbetering met de hele groep besproken.



- Zoek de schuilplaats

De leerlingen verstoppert in gedachten iets op de maquette en mogen dan via omschrijvingen van de locatie en het geven van aanwijzingen om er te komen een medeleerling naar de schuilplaats loodsen.

Ze mogen ook extra hints geven door te zeggen of de leerling 'warm' of 'koud' is.

- Waar kun je je verstoppert?

Voor deze activiteit is een maquette nodig waarop de speelplaats groot is uitgebeeld. Behalve de muren van de school zijn ook het hek, de zandbak en andere objecten zichtbaar die zich op de speelplaats bevinden. De leraar wijst de route aan die de leraren van de school tijdens het speelkwartier lopen. Ze gaan steeds in een lijn op en neer over de speelplaats. Nadat de situatie voor de kinderen duidelijk is, vraagt de leraar: "Waar kun je je op de speelplaats verstoppert zodat de leraren die op de speelplaats lopen je niet kunnen zien?"

Ook andere situaties zijn geschikt om na te denken over mogelijkheden om je op de speelplaats te verstoppert.

Stel je eens voor dat je de directeur van de school bent en dat je graag alles wilt zien wat er op de speelplaats gebeurt. Hoe zou je dit aanpakken? Als je camera's neerhangt, waar zou je dat dan doen en hoeveel camera's heb je minstens nodig? Zou je ook alles kunnen zien door spiegels te gebruiken? Met behulp van bijvoorbeeld een potlood kan de kijklijn van het oog van de camera zichtbaar worden gemaakt en kunnen de leerlingen zich inbeelden welk gebied de camera kan zien. Wel moet er rekening mee worden gehouden dat de camera's waarschijnlijk kunnen draaien. Een camera boven in de kerktoeren of boven in de vlaggenmast is ook een mogelijkheid.

Behalve het meetkundige aspect mag ook de menselijke kant in de bespreking aan bod komen: het is niet altijd leuk om bespied te worden.



Tussendoel meetkunde 4

De kinderen lokaliseren objecten in een voor hen bekende omgeving en kunnen omgaan met representaties van deze omgeving. Ze maken maquettes en plattegronden van de school en de wijk, en houden daarbij rekening met de relatieve positie, vorm en grootte van de objecten. Ze gebruiken die maquettes en plattegronden om mondeling en aanwijzend routes te beschrijven, en maken daarbij gebruik van richtingaanduidingen als linksaf, rechtdoor, bij de derde straat rechtsaf en dergelijke. Ook kunnen ze aangeven of ze objecten vanaf een bepaald voorgesteld standpunt kunnen zien en zijn ze in staat een en ander te verklaren met behulp van kijklijnen.

Aangrijpingspunt voor het onderwijs is de wijk waarin de school staat. De kinderen zijn doorgaans al bekend met deze omgeving. Al wandelend – echt of in gedachten – wordt de buurt verder verkend. In de klas bespreken ze waar markante en herkenbare gebouwen als de kerk en de supermarkt, en objecten als een bushalte zich bevinden. De kinderen lokaliseren de ligging van deze gebouwen en objecten door te wijzen waar ze zijn en te zeggen hoe je er kunt komen. Ze leren hierbij allerlei beschrijvingstermen gebruiken waaronder aanduidingen voor de richting. Ook de afstand van deze gebouwen en objecten tot de school komt aan de orde. Op een groot stuk papier wordt met blokjes een maquette van de wijk gemaakt. Begonnen wordt met een blokje dat de school voorstelt. Gerelateerd hieraan krijgen andere gebouwen en objecten een plaats. De kinderen zoeken uit waar de blokjes moeten staan. Ze overleggen daarbij over de juiste plaats, richting en afstand tot de school. Hoe de blokjes worden neergezet en hoeveel er nodig zijn, bespreken de leerlingen onderling en met de hele groep. Indien nodig lokt de leraar met vragen meer precieze uitwerkingen uit. Het geheel kan worden gecompleteerd door het aangeven van wegen. Het is handig om bij het maken van de maquette richtingsgetrouw te werken. Dit houdt in dat de richting ervan overeenkomt met die in de werkelijkheid. Als de maquette gereed is, geven de kinderen van de gebouwen aan waar ze liggen.



Ook beschrijven ze routes. Daarbij gebruiken ze algemene aanduidingen als 'bij de eerste straat rechtsaf' en 'bij de rotonde rechtsaf'. Meer specifieke, aan de situatie gebonden omschrijvingen als 'eerst naar de bakker lopen' en 'bij de kledingzaak op de hoek linksaf' zijn eveneens mogelijk.

Het maken van een plattegrond komt op een natuurlijke manier aan de orde als de maquette opgeruimd moet worden. Om deze een volgende keer weer snel te kunnen opbouwen, maken de kinderen een bouwtekening. Telkens als ze een gebouw weghalen, schrijven ze op het onderliggende roosterpapier hoeveel blokjes er op een roostervakje hebben gestaan. Met deze informatie kunnen ze de maquette later weer gemakkelijk in de oude staat brengen.

Ook het innemen van een standpunt en het werken met verschillende aanzichten worden op een vanzelfsprekende manier ontwikkeld en geoefend bij het maken van een maquette. Voor het plaatsen en uitbeelden van de verschillende gebouwen moeten de kinderen zich bijvoorbeeld goed kunnen voorstellen wat je vanaf een bepaald punt kunt zien en hoe een gebouw er van de andere kant uitziet. Behalve bij het bouwen van de maquette van de wijk ontwikkelen de kinderen in talloze andere activiteiten en spelletjes hun oriënteringsvaardigheden.





Construeren

Inleiding

Het construeren in groep 3 en 4 bouwt voort op wat in groep 1 en 2 is aangezet. In deze eerste twee groepen lag de nadruk vooral op het concrete handelen. Construeren werd letterlijk opgevat als het maken van iets. In groep 3 en 4 gaan de kinderen een stapje verder. Zo wordt het maken van driedimensionale ruimtelijke objecten uitgebreid met tweedimensionale constructies op papier die minder tastbaar zijn. Meer in het algemeen geldt, dat in groep 3 en 4 het accent verschuift van het concrete naar het mentale aspect van het construeren. Door na te denken over de objecten die ze in het echt gaan maken en zich voor te stellen hoe deze eruit komen te zien, ontwikkelen de kinderen hun ruimtelijk voorstellingsvermogen en vaardigheid in het ruimtelijk redeneren. Het daadwerkelijk handelen blijft daarbij echter wel belangrijk. Behalve dat deze eigen activiteit nodig is om tot ruimtelijk inzicht te komen, zorgt het handelen er ook voor dat het inzicht beklijft.

Een ander verschilpunt met groep 1 en 2 heeft betrekking op de aard van de constructies. Het maken van figuratieve objecten wordt in groep 3 en 4 aangevuld met meetkundige constructies. Een voorbeeld daarvan is het maken van een vierkant. De kinderen kunnen dit bijvoorbeeld doen door het vouwen van een A-4 blad of door vier mecanostrips aan elkaar vast te maken. Bij deze laatste aanpak ervaren de kinderen dat het verbinden van vier gelijke strips niet voldoende is om een stabiele figuur te krijgen. Kennelijk ligt een vierkant niet vast door alleen het hebben van vier gelijke zijden. Pas als er ook een diagonale verbinding wordt gemaakt is dit het geval. Door de driehoeken die dan ontstaan kunnen de strips niet meer bewegen. Dergelijke inzichten hoeven in groep 3 en 4 nog niet te worden geëxpliciteerd, maar voor de leraar is de kennis van deze achterliggende eigenschappen wel belangrijk. Wil het construeren als een meetkundige activiteit uit de verf komen, dan dient de leraar zich bewust te zijn van de wiskundige bedoeling van de opdrachten en vooral van de betekenis ervan voor de verdere ontwikkeling van het meetkundig inzicht. Om de wiskundige betekenis van een activiteit meer naar voren te laten komen, kan het helpen om spelregels voor het construeren af te spreken, zoals wordt gedaan bij



de onderwijsactiviteit 'Vierkuberhuisjes'. Hierdoor ontstaan tevens meer mogelijkheden om de kinderen naar verklaringen te vragen.

In groep 3 en 4 komen de volgende vier vormen van construeren aan bod:

- construeren met blokken en ander meetkundig materiaal
- construeren met papier
- construeren op papier
- construeren op de computer.

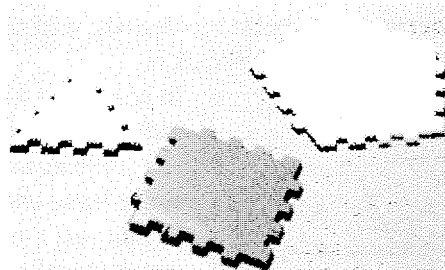
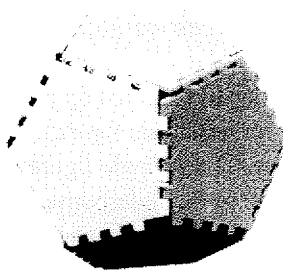
Het gebruik van de *computer* bij meetkundeactiviteiten is op de basisschool een nieuw verschijnsel. Nog weinig computerprogramma's zijn voorhanden en in de reken-wiskundemethoden is het nog geen vast onderdeel. Daarom is in deze leerlijnbeschrijving een apart hoofdstuk aan dit onderwerp gewijd. Dit betekent echter niet dat meetkunde op de computer als een geïsoleerde activiteit moet worden gezien. Het construeren op de computer is onlosmakelijk verbonden met het bouwen met echte blokken.

Het *construeren met vrij materiaal* dat in groep 1 en 2 als start is gebruikt, komt in de leerlijnbeschrijving voor groep 3 en 4 niet meer terug. Daarmee is niet gezegd dat er nu geen aandacht meer moet zijn voor dergelijke constructies. In handvaardigheidslessen krijgen de kinderen nog volop gelegenheid om ruimtelijke objecten te maken met constructiemateriaal dat niet direct meetkundig van aard is. Ook moet het grootschalige bouwen niet worden vergeten. Het zogenoemde apenspel opzetten in de gymzaal vormt hiervan een mooi voorbeeld. In de meetkundelessen daarentegen komt de aandacht meer op basale drie- en tweedimensionale meetkundige figuren te liggen.

Het *construeren met meetkundig materiaal* vindt in groep 3 en 4 vooral plaats via het maken van bouwsels met kubusblokken. Hierbij vindt bovendien een koppeling plaats naar het oriënteren en ruimtelijk redeneren. De kinderen werken met verschillende aanzichten van gebouwen en onderzoeken hoeveel verschillende huisjes ze met vier kubusblokjes kunnen maken. Naast het maken van objecten met meetkundige figuren doen de kinderen ook ervaring op met het construeren van meetkundige figuren,

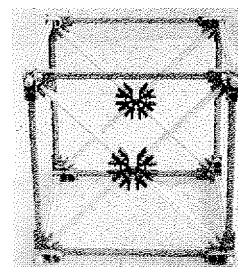


zoals kubussen, balken, vierkanten, rechthoeken, driehoeken. Met constructiemateriaal als Lokon kunnen de kinderen bijvoorbeeld zelf een regelmatig twaalfvlak in elkaar zetten.



Lokon bestaat uit gelijkzijdige driehoeken, vierkanten en regelmatige vijfhoeken voorzien van een kliksysteem. Doordat de basisvormen allemaal zijden hebben van eenzelfde afmeting, zijn veel verschillende constructies mogelijk.

In aanvulling op de dichte meetkundige figuren, maken de kinderen ook draadvormige constructies. Zo kunnen ze bijvoorbeeld met elementen van K'nex een vierkant of een kubus in elkaar zetten.



Vergeleken met de dichte vormen komen bij de draadfiguren de hoekpunten en de zijden of ribben nadrukkelijker naar voren.

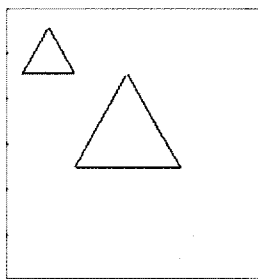
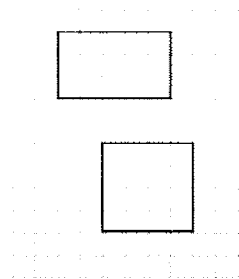
Het *construeren met papier* vormt een voortzetting van de activiteiten in groep 1 en 2. Ofschoon ook in groep 3 en 4 het creatieve werk gericht op het maken van figuratieve constructies belangrijk blijft, wordt nu wel steeds meer het accent gelegd op de meetkundige figuren.

De ervaringen die de kinderen in groep 1 en 2 hebben opgedaan rond de grondvormen van vouwsels en het begrip symmetrie dienen daarvoor als basis. Bovendien komen in groep 3 en 4 naast het vouwen ook andere constructieactiviteiten met papier aan bod als knippen en buigen en wordt de cirkel onderzocht via het maken van punthoeden.

Nieuw in de leerlijn voor groep 3 en 4 is het *construeren op papier*. Een voorbeeld hiervan is het tekenen van een vierkant. Bij het maken van zo'n tekening moeten de kinderen weten wat de eigenschappen van



de te construeren figuren zijn. Bij een vierkant zijn alle zijden gelijk en de vier hoeken 90 graden ofwel recht. Een rechthoek heeft ook vier hoeken van 90 graden, maar heeft geen vier gelijke zijden. Bij een rechthoek zijn alleen de tegenoverliggende zijden even lang. Hierbij moet wel opgemerkt worden dat, wiskundig gezien, een vierkant in feite een bijzondere rechthoek is.



In groep 3 en 4 beperkt het construeren op papier zich tot de basale tweedimensionale figuren. Het zelf tekenen van driedimensionale figuren is een te lastig onderwerp voor de onderbouw. Er zijn veel mogelijkheden om constructies op papier te maken. Het is bijvoorbeeld handig om roosterpapier (vierkantjes) of isometrisch papier (driehoekjes) te gebruiken.

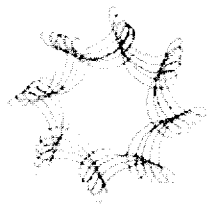
Natuurlijk kunnen de kinderen voor het tekenen van meetkundige figuren zelf ook aanpakken bedenken, zoals het natekenen van figuren die met stokjes zijn gelegd of het omtrekken van mozaïekstukjes.

In aansluiting op deze informele werkwijzen voor het construeren op papier wordt in groep 3 en 4 ook een begin gemaakt met het gebruiken van instrumenten. Het meest bekende gereedschap hiervoor is de liniaal. Vanuit het dagelijks leven zijn de kinderen hiermee al vaak bekend. De liniaal heeft twee belangrijke functies: het tekenen van rechte lijnen en – in het geval er een maatverdeling op staat – het afpassen van lengtes. Als de liniaal breed genoeg is, kunnen de kinderen de hoek gebruiken voor het maken van rechte hoeken. Eventueel is ook de rechte hoek van een mozaïekstukje na te trekken.

Een passer, het klassieke instrument om een cirkel te construeren of gelijke lengtes af te passen, wordt in de onderbouw nog niet gebruikt. Wel kan een eerste stap naar het doorgronden van de cirkel worden gezet door een touwtje rond een punaise te laten draaien.

Er zijn natuurlijk nog allerlei andere manieren en andere instrumenten om constructies op papier te maken. Een heel mooi apparaat is de spirograaf. Hiermee zijn verrassende patronen te tekenen.

De wiskundige verklaringen hiervan overstijgen echter wel het niveau van de basisschool.

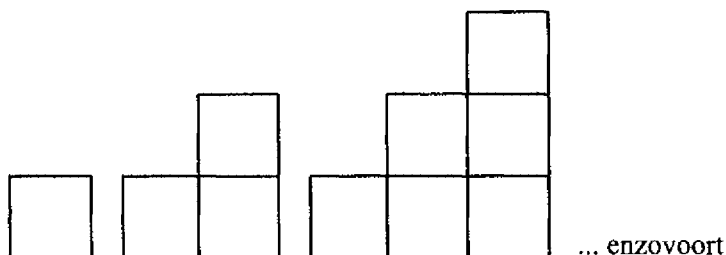
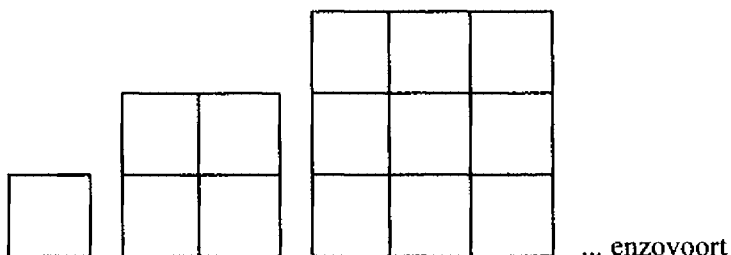




Activiteiten om ervaring op te doen met het construeren met blokken

- Bouwpatronen voortzetten

De leraar maakt het begin van een serie blokkenbouwsels. De kinderen zetten de serie voort.



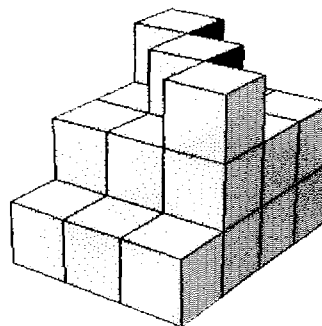
Hoeveel blokjes heb je nodig voor het volgende bouwsel?
Zoek uit hoeveel blokjes er steeds bijkomen.

- Blokken tellen

De kinderen werken in tweetallen. De ene leerling maakt een gebouw van blokken, de andere leerling houdt de handen voor de ogen en mag pas kijken als het af is.

Zonder het gebouw af te breken moet deze leerling dan uitzoeken hoeveel blokken zijn gebruikt.

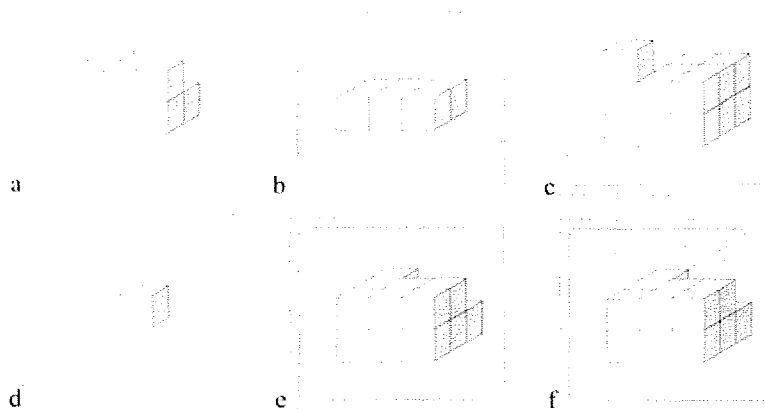
Aan de hand van enkele bouwsels die met grote blokken zijn gemaakt, bespreekt de leraar handige telstrategieën. Dit kan vooraf, maar ook als intermezzo nadat de kinderen al enige ervaring met het tellen van de blokken hebben opgedaan.





- Bouwfoto's

De leraar laat een set met foto's zien die genomen zijn bij het maken van een blokkenbouwsel.

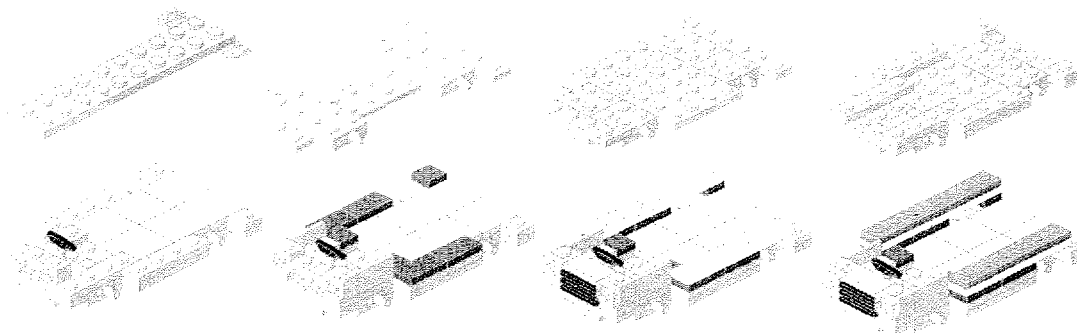


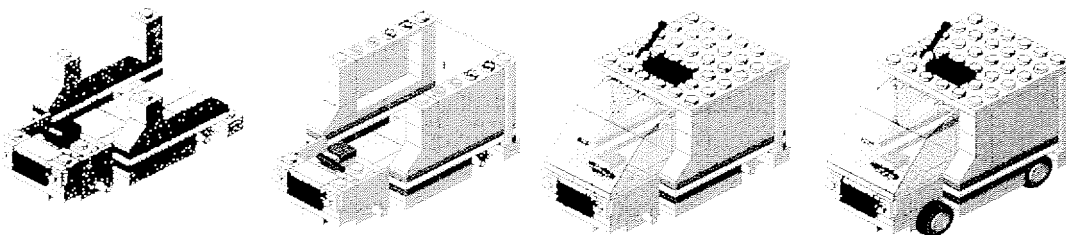
De kinderen moeten de foto's in de goede volgorde leggen.⁴
Indien de school over een digitale camera beschikt, kan de leraar bepaalde fasen van de constructieactiviteiten van de kinderen vastleggen en aan de hand van de foto's het bouwproces nabespreken.

Activiteiten om ervaring op te doen met het construeren met ander meetkundig constructiemateriaal

- Volg de bouwtekening

De kinderen bouwen met Lego-elementen een auto of een ander object en doen dit volgens een voorgeschreven bouwplan.⁵





Het werken met panoramische bouwtekeningen bereidt de kinderen voor op het werken met plattegronden en aanzichten.

- Een vormtentoonstelling

Met Kapla, Lokon, K'nex, Meccano, Sio en dergelijke kunnen niet alleen figuratieve objecten worden gemaakt. Dit soort materiaal leent zich ook erg goed voor het maken van meetkundige vormen als kubussen, balken, vierkanten, rechthoeken en driehoeken.

Van deze vormen liggen enkele voorbeelden in de klas. De leraar wil een tentoonstelling organiseren en vraagt de kinderen nog meer van deze vormen te maken.

De figuren mogen vlak zijn en ruimtelijk, en dicht en open.

Na afloop wordt de tentoonstelling gezamenlijk ingericht.

Wat komt bij wat te liggen? Met deze vraag als aanleiding worden de verschillende vormen besproken.

- Zeepbelvormen

De kinderen maken met pijpenstokers en op maat geknipte rietjes een draadmodel van een kubus.

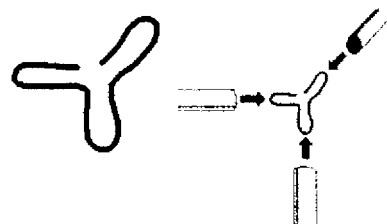
Door de tandenstokers te buigen en de rietjes erover te schuiven worden de ribben van de kubus met elkaar verbonden.

Als de kubus klaar is, maken de kinderen aan een hoekpunt een touwtje vast en dompelen ze het draadmodel in een bak met zeepsop. Bij het ophalen is de open vorm een dichte, glanzende figuur geworden.

De vlakken zijn ook te vullen door er zeepbellen in te blazen.

Hoeveel bellen zijn hiervoor nodig?

Behalve kubussen kunnen ook andere draadfiguren worden gemaakt.





Activiteiten om ervaring op te doen met het construeren met papier

- Vierkant vouwen

De kinderen krijgen een A4-blad met de vraag of dit stuk papier vierkant is. De discussie hierover en de argumenten die kinderen aandragen zijn vaak al een eerste stap voor het vinden van een manier om van een rechthoek een vierkant te vouwen.

Meer hierover is te vinden bij de onderwijsactiviteit 'Tangram' in het onderdeel over mozaïeken bij het opereren met vormen en figuren.

- Dozen maken

Als start halen de kinderen allerlei dozen uit elkaar. Ze maken deze plat. De 'bouwplaat' die dan ontstaat geven ze door aan een andere leerling die vervolgens de doos weer in elkaar moet zetten. Daarna gaan de kinderen zelf bouwplaten voor dozen maken. Ze werken in groepjes waarbij elk groepje zich bezighoudt met een ander soort doos.

Zo kan er gewerkt worden aan een doos voor een grote dobbelsteen, een vlaai, een set kaarsen, een Barbiepop en een brandweerauto.

Na afloop bespreekt de leraar met de kinderen de verschillende vormen. Hierbij wordt ook de vorm van de bouwplaat betrokken. Kun je aan de bouwplaat al zien wat voor een soort doos het wordt?

- Dobbelstenen maken

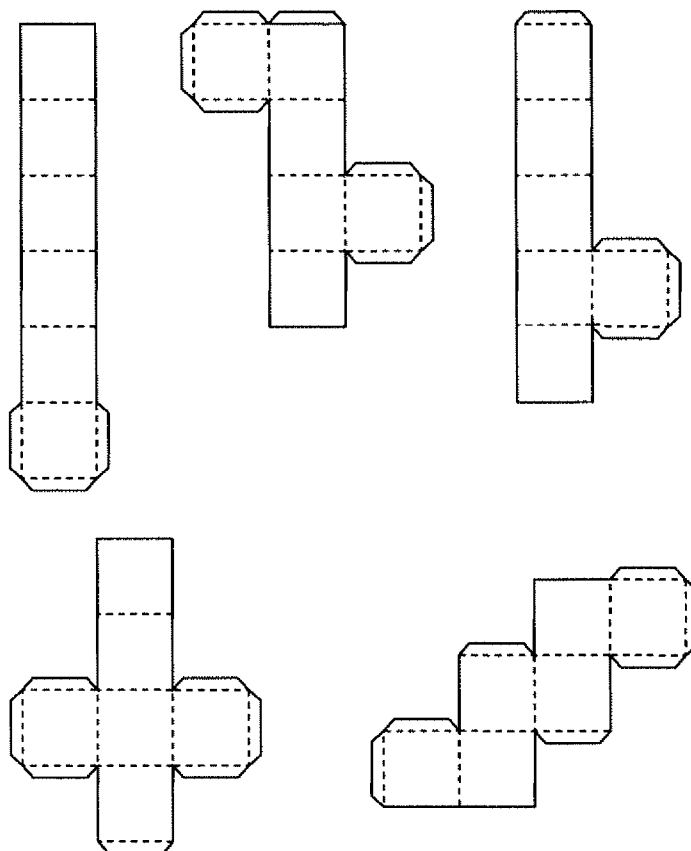
De kinderen maken zelf een dobbelsteen. De leraar heeft hiervoor een aantal bouwplaten gemaakt.

De kinderen kiezen een bouwplaat en gaan aan de slag.

Na een korte tijd legt de leraar het werk stil en mogen de kinderen vertellen hoe het gaat. Zijn alle bouwplaten wel geschikt om er een dobbelsteen van te maken? Bij welke lukt het wel en bij welke niet? Waar ligt dit aan?

Laat de kinderen zoveel mogelijk verschillende bouwplaten bedenken die goed zijn. Ze hoeven ze niet allemaal te vinden. Het gaat erom dat ze kunnen beredeneren waarom ze de ene bouwplaat wel en de andere niet tot een kubus kunnen vouwen.

Na de bespreking maken de kinderen de dobbelsteen af.



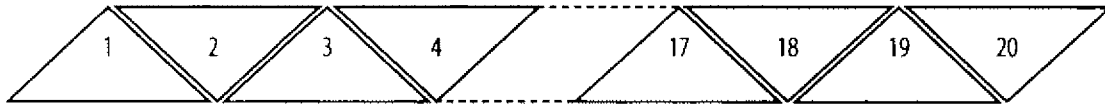
- Vouwslinger

Voor deze slinger zijn twintig diagonaal geknipte halve vierkanten (ofwel gelijkbenige rechthoekige driehoeken) nodig. De kinderen krijgen een gekleurd A-4 blad en gaan eerst bedenken hoe ze hieruit de halve vierkanten kunnen knippen. De meest handige manier is om eerst van het A-4 blad een vierkant te maken; daarna dit in vieren te vouwen en vervolgens nog een keer in vieren te vouwen.

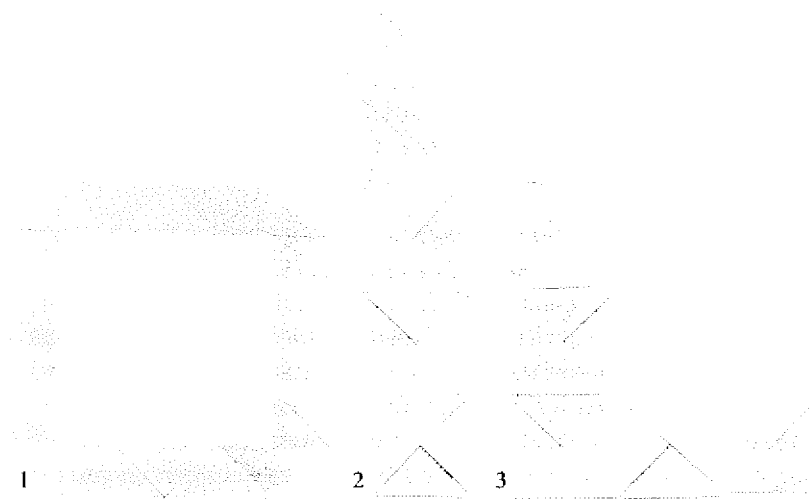
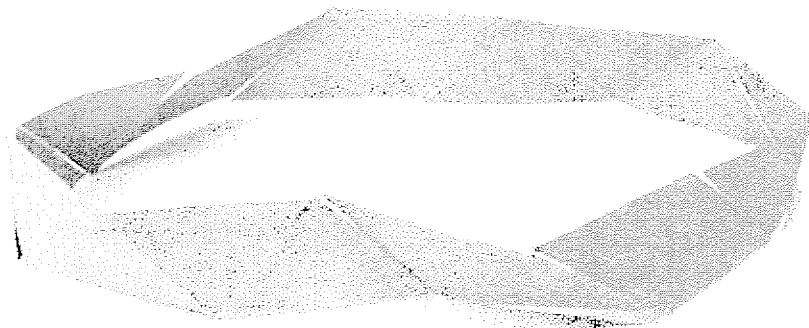
Het grote vierkant bevat dan zestien kleine vierkanten die schuin doorgeknipt moeten worden. Ook dit laatste kan weer handig gebeuren



door dit in gevouwen toestand te doen. De kinderen leggen de driehoeken om en om in een rij. Ze maken de driehoeken met een klein stukje plakband aan elkaar vast. Tot slot wordt driehoek 1 op dezelfde manier verbonden met driehoek 20.



Het resultaat is een slinger van driehoeken.





Het bijzondere van deze slinger is dat de kinderen er allerlei onverwachte figuren mee kunnen maken. Dit komt omdat de slinger naar alle kanten kan buigen. Het is de kunst om deze eigenschap handig te gebruiken.

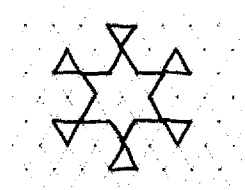
Figuur 1 is makkelijk. Figuur 2 gaat ook wel als het begin eenmaal is gevonden. En wie speelt het klaar om figuur 3 te maken?

De kinderen kunnen met de slinger naar hartelust experimenteren en elkaar uitdagen. Na afloop leggen ze wel uit hoe hun figuur in elkaar zit.

Activiteiten om ervaring op te doen met het construeren op papier

- Figuren tekenen

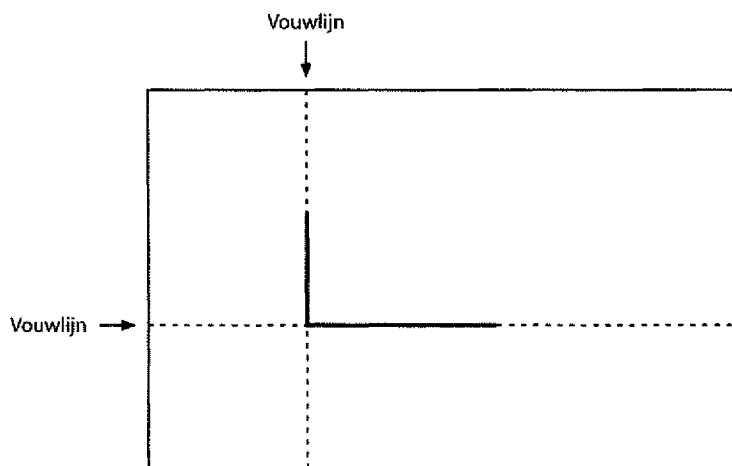
De kinderen tekenen allerlei mooie figuren op roosterpapier (vierkantjes) of isometrisch papier (driehoeken). De kinderen mogen alleen de lijntjes van het achtergrondpapier gebruiken.



- Vierkanten en rechthoeken

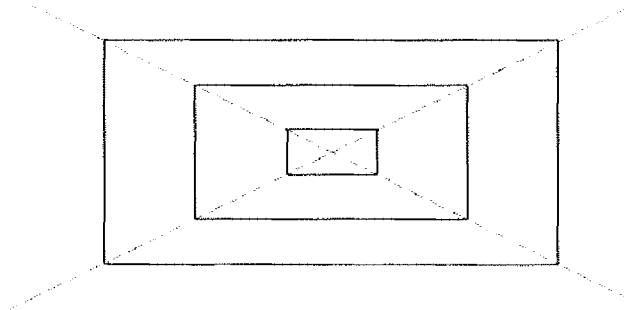
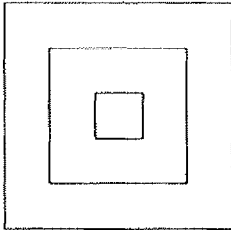
De kinderen tekenen vierkanten en rechthoeken van bepaalde afmetingen op blanco papier. Ze maken daarbij gebruik van een liniaal. Wie weet een manier om de rechte hoeken te maken?

Een mogelijkheid is een A4-blad twee keer te vouwen en dan de vouwlijnen over te trekken.





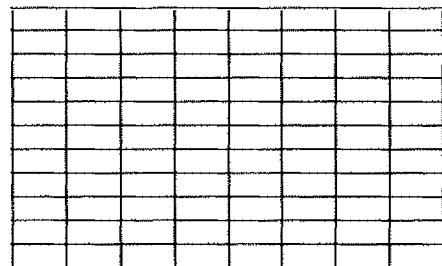
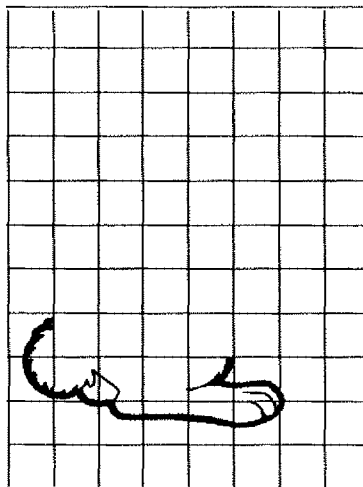
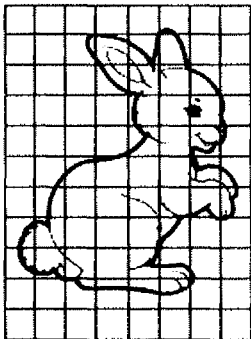
Bij deze activiteit zijn verschillende opdrachten te bedenken.
Bijvoorbeeld: begin met een klein vierkant en maak er steeds een groter vierkant omheen.



Hetzelfde kan ook met een rechthoek. Een handige manier om bij dit laatste de vorm van de rechthoeken hetzelfde te houden is door met een kleine rechthoek te beginnen, de diagonalen hiervan te tekenen, deze te verlengen en ze vervolgens te gebruiken als hulplijnen voor het maken van grotere rechthoeken.

- Vergrotingen en verkleiningen maken

Van figuren die op roosterpapier zijn getekend maken de kinderen vergrotingen en verkleiningen.





Van dit konijn is het begin al gemaakt. Kunnen de kinderen ook uitleggen waarom het rooster zo handig is om een vergroting te maken? Hoe komt het eigenlijk dat de tekening hetzelfde blijft en alleen maar groter wordt? Hoe zou het konijn op het rechter rooster eruit komen te zien?

- Cirkelwedstrijd

Wie kan uit papier een cirkel knippen die mooi rond is? De leerlingen krijgen een A4-blad. De leraar zegt dat ze mogen beginnen, maar geeft verder geen aanwijzingen. Met welke ideeën komen de kinderen?

Er zijn verschillende mogelijkheden:

- Een bord of ander rond voorwerp op het A-4 blad leggen en omtrekken.
- Eerst van het A-4 blad een vierkant maken, dan dit in een kruis vouwen en daarna in een ronde lijn de hoeken eraf knippen.
- Het twee keer dubbelgevouwen vierkant vanuit de hoek van het middelpunt steeds opnieuw dubbelvouwen. Er ontstaat dan een stralenkrans van vouwen, die op eenzelfde lengte worden afgeknipt.
- Een touwtje nemen, aan de ene kant een potlood vastmaken en aan de andere kant een punaise. Een dik stuk karton onder het A-4 blad leggen en het touwtje met de punaise op het papier vastzetten. Met het potlood een omtrekkende beweging maken en het touwtje strak houden.
- Een strook papier met een punaise op het A-4 blad bevestigen. De strook ronddraaien en steeds op het eind ervan een streepje zetten. Daarna de streepjes verbinden.

Inventariseer de strategieën en beprek de gemaakte cirkels. Laat de kinderen ook aantonen dat hun cirkel inderdaad helemaal rond is.

Daarna krijgt de groep nog gelegenheid om ervaring op te doen met de technieken die door de andere kinderen zijn bedacht.

- Midden van een cirkel vinden

De leraar geeft elk tweetal een vierkant blad en een rond stuk papier met de opdracht om van beide het midden te vinden. Voor de meeste kinderen is het vanzelfsprekend om het vierkant twee keer dubbel te vouwen. De leerlingen ontdekken dat het niet uitmaakt of de vouwen schuin of recht zijn.

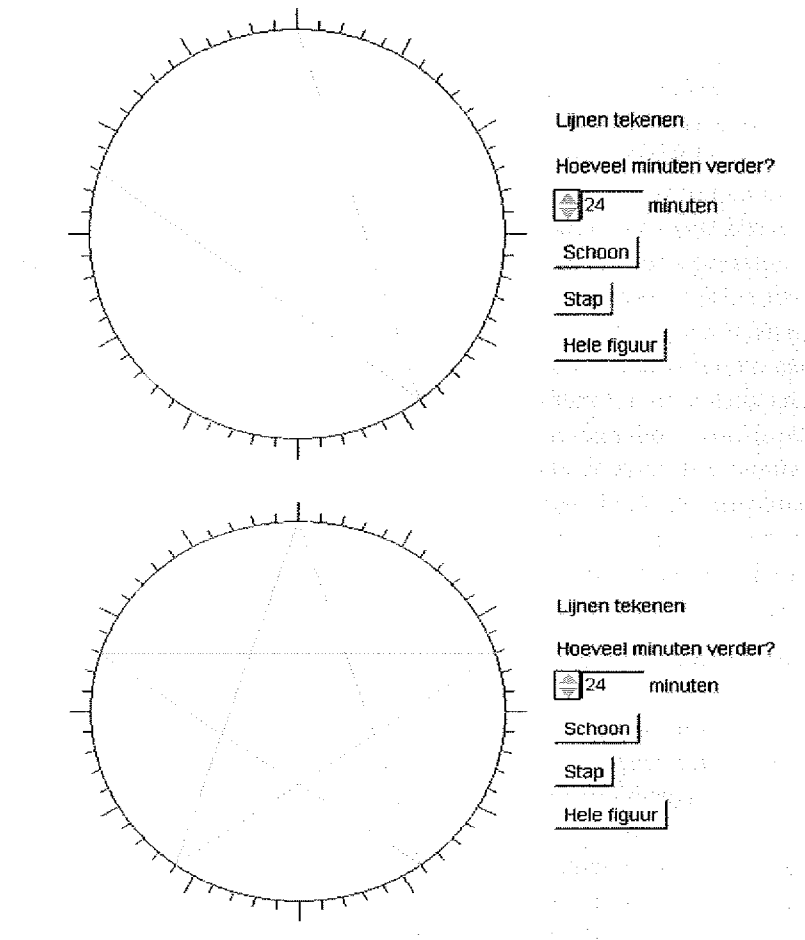
Op dezelfde manier gaan ze te werk bij het zoeken naar het midden van een cirkel. De kinderen vouwen een cirkel precies dubbel en vinden zo een middellijn. Door nogmaals te vouwen ontstaat een nieuwe



middellijn. Bij een cirkel zijn er eindeloos veel mogelijkheden om zulke middellijnen te vouwen, maar net als bij een vierkant is twee keer vouwen voldoende om het midden te vinden.

- De klok rond

Bij deze activiteit maken de kinderen sterpatronen door op een klok te verspringen. Op het Rekenweb is hiervoor een computerprogramma te vinden. Door het aantal minuten in te stellen springt de lijn steeds het gewenste aantal minuten verder met als resultaat allerlei soorten sterren.⁶





In plaats van het computerprogramma kan ook gebruik worden gemaakt van een cirkelvormig spijkerbord.

De bovenstaande constructieactiviteiten zijn evenals de eerder besproken oriënteringsactiviteiten van wezenlijk belang voor de ontwikkeling van het ruimtelijk voorstellingsvermogen en het ruimtelijk redeneren.

In het nu volgende wordt bij wijze van voorbeeld het construeren met blokken en het construeren met papier meer in detail behandeld.

Construeren met blokken

In groep 1 en 2 hebben de kinderen al gewerkt met kubusvormige blokjes. Dankzij Fröbel zijn deze voor de jongste kinderen een standaardleermiddel geworden, maar ook in de hogere leerjaren is er nuttige en interessante meetkunde mee te bedrijven.

Zo wordt in groep 3 en 4 het bouwen met blokken steeds meer onderwerp van onderzoek. Als iets gebouwd is, wordt dit door de kinderen op verschillende manieren bekeken. Ze beschrijven wat ze zien: uit hoeveel blokjes bestaat het bouwsel, hoe zijn de blokken gestapeld?

Bovendien biedt dit bekijken mogelijkheden voor een verkenning van ruimtelijke symmetrische structuren.

Een andere activiteit is het ruimtelijk omstructureren: door blokken te verplaatsen kan een bouwsel van vorm veranderen.

Verder bieden blokkenbouwsels met een eenvoudige structuur gelegenheid tot het ontwikkelen van inzicht in de verschillende aanzichten. Daarmee krijgen de kinderen weer een nieuw middel in handen om ruimtelijk te redeneren.

Hoewel het construeren met blokken in groep 3 en 4 steeds ondersteund wordt door het concrete handelen en ervaren, wordt wel meer een beroep gedaan op het verklaren. Tevens kunnen de kinderen wat meer greep krijgen op de samenhang tussen de verschillende meetkundige figuren: wat het vierkantje is voor het platte vlak, is de kubus voor de ruimte. Uiteraard wordt in hogere leerjaren hieraan verder gewerkt.



‘Vierkuberhuisjes’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

In deze activiteit construeren de kinderen vierkuberhuisjes.⁷ Dit zijn huisjes die uit vier kubusblokjes bestaan. Door de blokjes steeds weer op een andere manier op en naast elkaar te zetten, zien de huisjes er steeds weer anders uit. Uiteindelijk gaat het erom te bepalen hoeveel verschillende huisjes je met vier blokjes kunt maken.

De leraar bespreekt vooraf met de leerlingen volgens welke regels ze de huisjes moeten bouwen. De leerlingen gaan in tweetallen aan het werk. Ze moeten samen uitvinden of de huisjes hetzelfde zijn of niet. Door hun ideeën uit te wisselen en verschillende standen van de huisjes te vergelijken, ontdekken ze dat bepaalde huisjes die verschillend lijken toch hetzelfde zijn als je ze draait. Met andere huisjes is dat niet zo. De vraag of de huisjes verschillend zijn, roept veel interactie tussen de kinderen op en lokt uit tot ruimtelijk voorstellen en redeneren.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Een onvoorzichtige reus

Om de context van de vierkuberhuisjes te introduceren vertelt de leraar over een dorp – heel ver hiervandaan – waar heel kleine mensjes wonen. Ze zijn erg opgewonden, want er is net iets vervelends gebeurd. Er is een reus op bezoek geweest en die heeft door het dorp gelopen. De reus was echter zo onhandig dat hij alle huisjes omver heeft gestoten. Dat is heel triest voor de mensjes. De huisjes waren op een heel bijzondere manier gebouwd. Alle huisjes bestonden uit vier blokjes en toch waren ze allemaal verschillend. Nu de huisjes kapot zijn, moeten de mensjes ze opnieuw opbouwen. Natuurlijk willen ze hun dorp bijzonder houden. Dus moeten de huisjes weer allemaal verschillend worden.

In videofragment 8a is te zien hoe de leraar van groep 4 dit verhaal gebruikt als start voor de bouwactiviteit.⁸

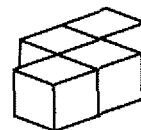
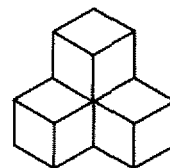




De leerlingen zitten op bankjes in een kring. In het midden van de kring staat een tafel. De leraar zit achter de tafel en vertelt het verhaal over de reus die huisjes omver heeft gestoten.

“Zullen we eens proberen of we de mensjes kunnen helpen?” vraagt de leraar.

Ze willen graag wonen in huisjes die uit vier blokken bestaan. De huisjes moeten mooi worden gebouwd. De mensjes houden er niet van als twee blokken maar half tegen elkaar zitten of half op elkaar liggen.

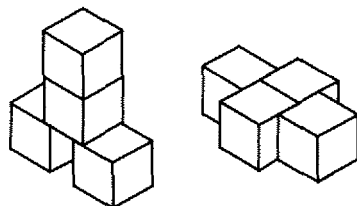


- Manier van bouwen

Omdat het bouwvoorschrift nog niet voor alle kinderen duidelijk is, laat de leraar nog eens zien hoe het niet moet.

De leraar legt uit dat de mensjes niet graag wonen in huisjes met een bruggetje of met een gaatje.

De blokken van de volgende huisjes staan niet goed tegen elkaar. De kinderen moeten dus niet zo bouwen.

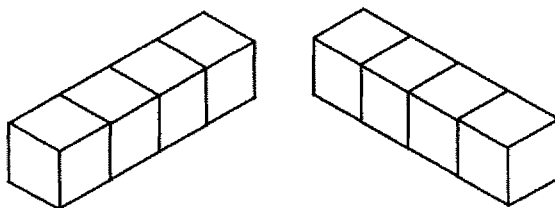


- Verschillende huisjes

Ook de eis dat de huisjes verschillend moeten zijn, vraagt vooraf enige toelichting.

Om er zeker van te zijn dat de leerlingen de opdracht goed hebben begrepen, bouwt de leraar op de tafel die midden in de kring staat twee lange huisjes van één blokje hoog. De leraar gebruikt hiervoor extra grote blokken.

De vraag aan de kinderen is: “Zijn deze huisjes hetzelfde of zijn ze verschillend?”



Bijna alle leerlingen zien snel dat de huisjes hetzelfde zijn. Marian kan dit goed verwoorden. Zij zegt, wijzend naar het huisje rechts: “Het stáát alleen anders, maar ís hetzelfde.” “Hoeveel verschillende huisjes denken jullie dat je kunt maken met vier blokken?”, vraagt de leraar. Een kind weet het meteen: “Vier.” Leraar: “Wie denkt meer dan vier?” Kind: “Ik denk meer dan vier.” Ander kind: “Ik denk wel tien of meer dan tien.” Leraar: “Nou ik ben benieuwd.”

De kinderen bouwen verschillende huisjes

Na de inleiding gaan de leerlingen aan de slag met het bouwen van huisjes die van elkaar verschillen, maar wel allemaal bestaan uit vier blokjes. De opdracht kan op verschillende manieren worden uitgevoerd, maar ideaal is om de leerlingen in tweetallen te laten werken. Ze kunnen dan samen overleggen over hoe ze de huisjes bouwen. Is een huisje klaar, dan mogen de kinderen uit de voorraaddoos vier nieuwe blokjes halen om een nieuw huisje te bouwen. Videofragment 8b maakt duidelijk dat de opdracht erg aanslaat.



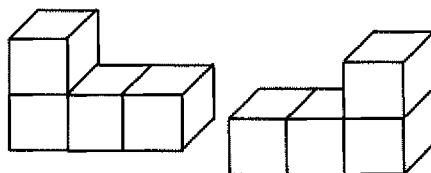
De leerlingen gaan enthousiast aan de slag. Ze vinden dit bouwen van steeds een ander huisje erg leuk en zijn er geconcentreerd mee bezig. De leraar benadrukt nog eens dat er genoeg blokjes zijn. Er is één groepje dat aanvankelijk alleen platte huisjes bouwt.



De blokjes liggen naast elkaar en niet op elkaar. De leraar, die van groepje naar groepje loopt, ziet dit en wijst erop dat de kinderen in een ander groepje heel andere huisjes aan het bouwen zijn. "Kijk maar eens wat voor huisjes zij bouwen." Dit brengt de kinderen op een idee. Je kunt ook huisjes bouwen met de blokjes óp elkaar. Ze ontdekken dat het aantal mogelijkheden dan sterk toeneemt.

Een kernvraag bij deze activiteit is hoe je te weten kunt komen of een huisje hetzelfde is of niet. Kinderen bedenken hiervoor zelf bepaalde manieren. Dit is ook het geval in de geobserveerde groep 4.

In het vervolg van videofragment 8b is te zien dat de kinderen spontaan de huisjes draaien. Ze doen dit heel voorzichtig en ontdekken zo bijvoorbeeld dat deze huisjes na draaien hetzelfde zijn.



De leraar vraagt zich hardop af hoe deze huisjes genoemd kunnen worden. De term 'draaihuisjes' blijkt voor alle kinderen heel begrijpelijk.

Ze ontdekken ook dat niet alle huisjes 'draaihuisjes' zijn. Door ze te draaien, merken de kinderen dat sommige huisjes die wel erg op elkaar lijken na draaiing toch niet hetzelfde zijn.

Nabespreking

Nadat de kinderen in tweetallen zoveel mogelijk verschillende huisjes hebben gebouwd, gaan ze hun ervaringen en ontdekkingen met de hele groep uitwisselen. Zo'n gezamenlijke bespreking biedt veel leermogelijkheden. Op de eerste plaats moeten de kinderen verwoorden hoe ze het bouwen hebben aangepakt. Daarnaast moeten ze bewijzen waarom de huisjes wel of niet verschillend zijn.



Verder is het niet alleen de bedoeling om er samen over te praten. De kinderen moeten ook samen naar de huisjes kijken. In de geobserveerde klas verloopt de nabespreking als volgt; zie videofragment 8c.

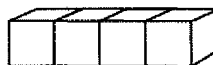


De kinderen zitten in een kring rond de instructietafel. De leraar geeft de opdracht om van de eigen tafel een huisje te gaan halen en zegt erbij: "Onthoud goed hoe jullie het huisje gebouwd hebben. Het moet precies zo neergezet worden." De kinderen pakken hun huisje heel voorzichtig op; met vier blokken is dit goed te doen. Daarna zetten ze het huisje precies neer zoals ze het hebben gebouwd. De andere kinderen kijken of dit huisje al op tafel staat.

Bij het bespreken van de huisjes ontstaan regelmatig discussies. Videofragment 8d laat daarvan een voorbeeld zien.



Een leerling meent dat deze huisjes hetzelfde zijn.
Leerling: "Jawel, ze zijn wél hetzelfde."
Leraar: "Laten we eens kijken wat er gebeurt als je ze draait. Maar je mag ze niet tillen, niet optillen en dan plat leggen."
De leerling draait het liggende huisje en houdt vol: "Ze zijn hetzelfde."



Leraar tot de groep: "Vinden jullie dat ook?"
Tweede leerling: "Nee, ze zijn anders."
Leraar: "Als je in die huisjes zou wonen, hoe loop je dan?"



Dit blijkt een goede hint te zijn.

Tweede leerling: "Hier kun je naar boven lopen en hier kan dat niet."

Leraar: "Het is een toren, hè?"

Bij de huisjes die gebouwd kunnen worden, nemen de 'spiegelhuisjes' een speciale plaats in. Dit zijn huisjes die het spiegelbeeld vormen van elkaar. In tegenstelling tot de draaihuisjes zijn de spiegelhuisjes verschillend; tenminste als ze zelf niet symmetrisch zijn. Als je van twee spiegelhuisjes een van de huisjes draait, wordt dit nooit hetzelfde als het andere huisje. Met andere woorden, de twee huisjes zijn niet uitwisselbaar.

In de geobserveerde groep 4 krijgen de spiegelhuisjes bij de nabespreking aparte aandacht; zie videofragment 8e.

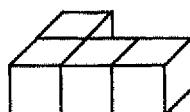
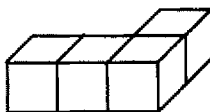


"Wat denken jullie", vraagt de leraar, "zijn dit dezelfde huisjes?"

Veel kinderen denken dat ze hetzelfde zijn.

Een kind gaat een van de huisjes draaien.

Leraar: "Wat zien jullie?"



De meeste kinderen zien meteen dat door het draaien de huisjes niet hetzelfde worden.

"We zien dat dit huisjes zijn, die niet hetzelfde zijn als ze worden gedraaid", concludeert de leraar.

Het uiteindelijke doel van de opdracht is te ontdekken hoeveel verschillende huisjes je kunt maken van vier blokjes. In totaal zijn dit er vijftien. Het is mooi als de kinderen tot dit aantal komen en ze ook nog kunnen beredeneren dat dit het maximale aantal is met vier huisjes.



Toch moet de leraar niet op een geforceerde manier naar dit resultaat toewerken. Ook in de geobserveerde groep 4 gebeurt dit niet; zie videofragment 8f.



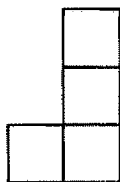
Na een poosje staan er heel wat verschillende huisjes op de tafel. Ze hebben aanleiding gegeven tot het maken van veel vergelijkingen. De kinderen draaiden en redeneerden volop. Het maximale aantal is nog niet gevonden, maar de leraar is al heel tevreden met de dertien huisjes die de leerlingen ontdekt hebben. Het zoeken naar de resterende variaties wordt verschoven naar een volgende les.

Vervolgactiviteiten

Na het bouwen van de huisjes zijn verschillende vervolgactiviteiten mogelijk, waarbij de kinderen extra ervaringen opdoen rond het ruimtelijk voorstellen en redeneren.

- Aanzichten

Bij deze activiteit wordt het construeren gekoppeld aan het oriënteren; meer specifiek aan het innemen van een standpunt. De kinderen ervaren dat de vierkuberhuisjes er verschillend uitzien wanneer ze de huisjes van verschillende kanten bekijken. Met name in het donker is niet duidelijk te zien welk gebouw schuilgaat achter een bepaald silhouet. Door uit te zoeken welke huisjes kunnen passen bij een bepaald aanzicht, leren de kinderen aanzichten te interpreteren.



De leraar komt weer terug op het verhaal waarmee de les werd begonnen. "Hoe zou het nu zijn met het dorp? Zou het gelukt zijn om weer nieuwe huisjes te bouwen die allemaal verschillend zijn? Twee kinderen gaan op onderzoek. Ze kijken naar een huisje. Het is helaas al bijna donker. Daarom zien ze alleen dit." De leraar tekent op het bord wat de kinderen zien. Hij maakt er een silhouet van door de blokjes in te kleuren. De leraar vraagt: "Welk huisje is hier getekend. Denk eraan dat het donker is en dat je alleen één kant van het huisje kunt zien."



De leerlingen krijgen rustig de tijd om het silhouet van het huisje op het bord te vergelijken met de eerder gebouwde huisjes die nog steeds op de tafel staan. Het zoeken van een huisje dat erbij hoort, blijkt niet eenvoudig.

Om te bereiken dat de kinderen zich een goed beeld vormen van de aanzichten bedenkt de leraar een hulpactiviteit. Hij neemt twee grote blokken en zet die op elkaar. De kinderen zien twee blokken. De pijl geeft de kijkrichting aan.

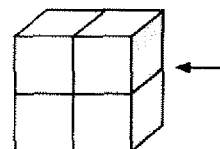
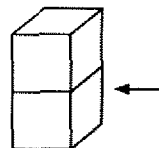
Dan neemt de leraar nog twee blokken. Ze worden achter de twee voorste blokken verstoppt.

De leraar vraagt: "Hoeveel blokken zien jullie nu?" In het geval de kinderen er recht voor staan, zien ze nog steeds twee blokken. Ze weten wel dat er twee blokken achter zitten, maar die zien ze niet. De leraar wijst weer naar de silhouetkening op het bord. De kinderen zitten nog steeds in een kring rond de tafel waarop de huisjes staan die ze hebben gebouwd.

Leraar: "Wie van jullie ziet het huisje dat op het bord is getekend zo ook op de tafel staan? Als je het zo ziet, wijs het dan eens aan."

De kinderen kijken aandachtig. Enkele kinderen lopen om de tafel heen om te observeren hoe je een bepaald huisje ziet vanuit een andere positie. Voor Henny is dit niet nodig. Hij kan zich goed verplaatsen in het standpunt van andere kinderen. "Ik denk dat Irma vanaf haar plaats het huisje zo ziet", zegt hij. En dat blijkt juist te zijn. Irma knikt.

Er worden nog andere aanzichten op het bord getekend waarbij de kinderen huisjes moeten zoeken.



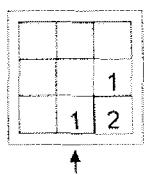
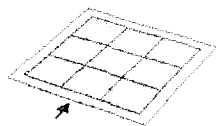
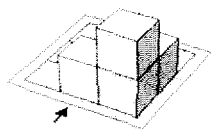
Activiteiten rond het tekenen en interpreteren van aanzichten zijn ook uit te voeren op de computer. In het hoofdstuk 'Meetkunde op de computer in groep 3 en 4' is hierover meer te vinden.

- Hoogtegetallen

Evenals de vorige activiteit verbindt ook deze het construeren met het oriënteren, maar nu gaat het vooral om het leren werken met een plattegrond met hoogtegetallen. Dit betekent dat het bovenaanzicht centraal staat.



Als de kinderen vanuit verschillende kanten naar een bouwsel hebben gekeken, hebben ze ervaren dat bij elk standpunt bepaalde delen niet waarneembaar zijn. Bekijk je het bouwsel van opzij of van voren dan kun je de blokjes die achter de zichtbare blokjes zitten niet zien. Van bovenaf zie je deze verborgen blokjes wel, maar dan zie je andere weer niet. De leraar vraagt aan de kinderen hoe ze in een tekening duidelijk kunnen maken dat het niet één laag van blokjes is, maar dat er soms blokjes op elkaar staan. Veel kinderen zullen niet spontaan tot het maken van een plattegrond met hoogtegetallen komen. Vragen en hints zullen nodig zijn om ze op dit spoor te zetten.



Leraar: "Hier zie je een bouwsel en een leeg grondvlak."

Wijzend naar het vak rechtsonder vraagt de leraar: "Hoeveel blokjes staan hier op elkaar?"

Leerling: "Twee."

Leraar: "Juist, daar staan er twee, maar hoe zouden we dat in de tekening kunnen opschrijven, zodat iedereen weet dat hier twee blokjes op elkaar staan?"

Geleidelijk komt de leraar samen met de leerlingen uit bij een plattegrond met hoogtegetallen. Door aan de hand van deze plattegrond het blokkenbouwsel opnieuw te bouwen, is meteen te zien of de tekening juist is. Dergelijke plattegronden met hoogtegetallen zijn heel handig als bouwsels op een andere plaats weer moeten worden opgebouwd, bijvoorbeeld voor de tentoonstelling. Door zo'n hoogtekaart weet je bovendien meteen hoeveel blokken je nodig hebt. Ook op de computer is heel handig met hoogtegetallen te werken. Zie hiervoor weer het hoofdstuk 'Meetkunde op de computer in groep 3 en 4'.

- Hebben we ze allemaal?

Bij deze activiteit gaan de kinderen proberen of ze alle variatiemogelijkheden van de vierkuberhuisjes kunnen vinden. Het is een activiteit die de kinderen aanzet tot wiskundig redeneren. Behalve dat ze moeten kunnen vaststellen of de huisjes verschillend zijn, dienen ze een systematische aanpak te bedenken om geen huisjes te vergeten. Met name om dit laatste gaat het. Minder van belang is of de kinderen ook daadwerkelijk het maximale aantal kunnen vaststellen.

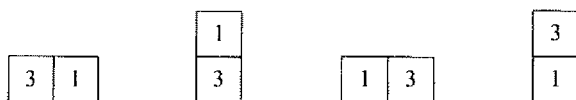


Om de kinderen tot een systematisch zoeken te brengen, is op de eerste plaats nodig dat ze graag willen weten hoeveel verschillende huisjes er zijn. Op zich geeft de context hiertoe wel aanleiding. Het is altijd spannend om te zien of er weer een nieuwe vierkuber gevonden is. Toch vraagt zo'n zoektocht doorzettingsvermogen. De kinderen moeten het zoeken volhouden. Ook deze vaardigheid moet ontwikkeld worden.

Bij de vraag of een bepaald huisje nieuw is of niet, ligt het voor de hand om te gaan kijken welke huisjes er allemaal al zijn. Dit lokt op een natuurlijke manier het aanbrengen van een ordening uit.

De leraar laat de kinderen de huisjes soort bij soort zetten. Door de discussies die hieruit voortvloeien krijgen de kinderen de gelegenheid hun keuze voor een bepaalde indeling te beargumenteren. Indien nodig kan de leraar een hint geven: "Laten we alle huisjes van één hoog eens bij elkaar zetten. Hoeveel hebben we er van die soort?" Daarna gaat het verder met de huisjes die een tweede verdieping hebben: "Zijn er ook huisjes met drie verdiepingen? En met vier verdiepingen?"

Na het maken van deze indeling wordt per soort gekeken of alle huisjes op tafel staan. Het makkelijkst is deze vraag te beantwoorden voor het huisje van vier hoog. Daar is er maar één van. Voor drie hoog is de vraag ook niet zo moeilijk. Samen kan nog eens vastgesteld worden dat alle huisjes die hiervan te maken zijn, er hetzelfde uitzien.



Je kunt dit huisje in verschillende standen draaien, maar het blijft steeds hetzelfde huisje.

Huisjes met twee verdiepingen zijn er wel meer. Dan zijn er ineens zes mogelijkheden. En bij de huisjes van één hoog zijn zeven verschillende te construeren. Dit brengt het totaal op vijftien.

Nogmaals, het is niet de bedoeling dat de kinderen dit maximale aantal kunnen vaststellen. Belangrijker is het zoeken ernaar.

Bij deze zoektocht helpt het om alle mogelijkheden overzichtelijk in kaart te brengen. De hoogte van de huisjes is aan de hoogtegetallen af te lezen.



4

3 1

2 2

2 1
1

1 2
1

2 1
1

1 2 1

2 1 1

1 1 1 1

1 1 1
1

1 1 1
1

1 1 1
1

1 1
1 1

1 1 1
1 1 1
1 1

Voor de kinderen die wel in staat zijn het maximale aantal verschillende huisjes vast te stellen, is het wellicht een uitdaging om uit te zoeken hoe dit zit als de huisjes uit meer blokjes bestaan. Algauw zal duidelijk zijn dat er dan meer mogelijkheden zijn. De vraag is hoeveel.

Construeren met papier

Een vliegtuigje, een molentje of een muts vouwen, het in elkaar zetten van een bouwplaat, het knippen van een mooi matje, allemaal zaken die met papier mogelijk zijn. Terecht zijn motivatie en ontwikkeling van de handvaardigheid belangrijke argumenten om deze werkjes in het onderwijs een plaats te geven. In deze leerlijnbeschrijving wordt echter vooral het meetkundige aspect van het werken met papier centraal gesteld. Papier biedt namelijk veel mogelijkheden om eigenschappen van vormen en figuren te bestuderen.

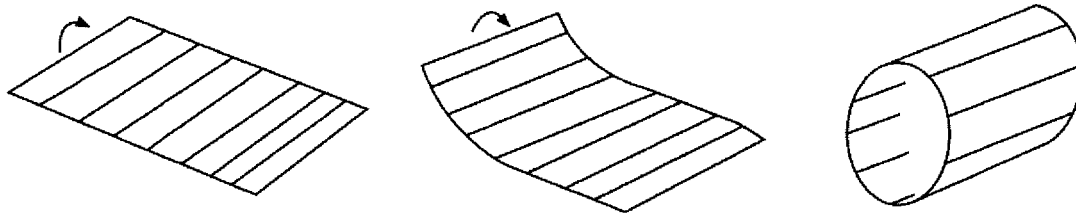
In groep 1 en 2 is al uitgebreid stilgestaan bij het vouwen en bij de grondvormen van vouwsels. Via het vouwen zijn de kinderen ook spelenderwijs met symmetrieën in aanraking gekomen.



Naast het vouwen behoren ook knippen, plakken en buigen tot de middelen om constructies met papier te maken. Met name dit laatste wordt in groep 3 en 4 verder uitgewerkt. Het buigen van papier leidt tot allerlei ruimtelijke papieren voorwerpen die heel vernuftig in elkaar zitten. De wereld van de kinderen is er vol mee: beschuitrollen, poedersuikerbussen, dropzakken, wc-rolletjes, feesthoedjes en zo meer. Dat je papier kunt buigen en oprollen is vanzelfsprekend, maar toch is het goed om even bij deze bijzondere eigenschap stil te staan.

Wat betekent dit allemaal? Welke vormen van buigen kun je tegenkomen? Men kan met papier een koker (cilinder) buigen, maar ook een punthoed (kegel). En hoe zit een wc-rolletje in elkaar? Laat de kinderen eens uitzoeken wat het oplevert als je een wc-rolletje langs de plaklijn losknijpt.

Ook de grenzen van het buigen worden afgetast. Waarom kan bijvoorbeeld een vel papier wel om een conservenblik worden gewikkeld en niet om een bal? Dit is een lastige vraag waarop de kinderen nog geen antwoord hoeven te geven. Wel kunnen ze door de constructieactiviteiten heel bewust ervaren dat papier niet rekbaar is. Dat een vel papier om een conservenblik gewikkeld kan worden en niet om een voetbal, heeft te maken met het feit dat een cilinder opgevat kan worden als een stelsel evenwijdige lijnen en dat op een bol dit soort rechte lijnen niet voorkomen.



Dit zijn allemaal ervaringen die in groep 3 en 4 concreet handelend aan de orde komen. Tegelijkertijd kunnen de kinderen in deze groepen ook al allerlei verklaringen vinden, zoals zal blijken bij het maken van punthoeden. In ieder geval doen ze ruim ervaring op met driedimensionale figuren en de samenhang met vlakke figuren. Zo krijgt de ontwikkeling van het ruimtelijk voorstellings- en redeneervermogen een fikse impuls. In de hogere groepen krijgt dit weer een vervolg; onder andere aan de hand van uitslagen van papierconstructies.



‘Punthoeden’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

Bij deze onderwijsactiviteit gaat het om het maken en onderzoeken van punthoeden. De kinderen krijgen gelegenheid de impliciete meetkundige ervaringen die ze bij handvaardigheidslessen met papier hebben opgedaan meer expliciet te maken en verder te verdiepen. Met de keuze voor punthoeden komt de kegel als meetkundige figuur centraal te staan. Voor de kinderen valt hieraan veel te ontdekken. Bovendien is het maken van hoofddeksels een activiteit die op een natuurlijke manier past bij verkleedspelletjes, toneelvoorstellingen en andere feestelijke gebeurtenissen. Geen verjaardag of carnavalsfeest zonder hoed.

De onderwijsactiviteit bestaat uit twee delen. In de eerst les wordt vooral geëxperimenteerd en denken de kinderen na over hoe ze een punthoed kunnen maken. Voor veel kinderen is het niet eenvoudig om zich hierbij iets voor te stellen. Een schets maken helpt dan. Essentieel is dat ze uitproberen wat ze hebben bedacht en dat ze het echte product met hun voorstelling vergelijken. Als hun constructiewerk niet tot het gewenste resultaat leidt, proberen ze het opnieuw.

De voornaamste reden voor de kinderen om deze worsteling aan te gaan, is niet dat hun leraar erom heeft gevraagd, maar dat ze zelf dit probleem willen oplossen. Ze worden gedreven door hun eigen behoefte en nieuwsgierigheid. Al doende ervaren de kinderen voortdurend nieuwe problemen. Hoe zorg je ervoor dat de punt van de hoed in het midden zit en dat de hoed recht staat als je hem neerzet? Wat moet je doen om de hoed hoog en spits te maken en hoe krijg je juist een lage en stompe hoed? Door deze constructieproblemen samen te bespreken en de beproefde oplossingen uit te wisselen, ontstaan bij de kinderen vragen en noties over meetkundige kenmerken van de punthoeden. Ook ontwikkelen ze gezamenlijk een hierbij passende taal. Zo noemen de kinderen een stompe punthoed een Chinese hoed. Vaak komen ze met eigen omschrijvingen van hun handelen. Ze zeggen bijvoorbeeld: “Ik heb tot het halve midden geknipt.” Doordat de kinderen tegelijkertijd laten zien wat ze hebben gedaan, is duidelijk wat ze bedoelen. Sommige eigen omschrijvingen zijn zelfs zo treffend dat ze door andere kinderen worden overgenomen.



In een tweede les gaan de kinderen punthoeden uit elkaar halen ofwel demonteren. Door de uitslagen van verschillende punthoeden te bekijken en te vergelijken realiseren ze zich steeds beter welke meetkundige kenmerken van belang zijn bij het maken van een punthoed. Dit wordt nog versterkt door er met elkaar over te praten. Dan moeten de kinderen namelijk deze kenmerken benoemen. Toegerust met de kennis die ze bij het demonteren hebben opgedaan, gaan ze weer een nieuwe punthoed maken.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Les 1: Punthoeden bedenken en maken

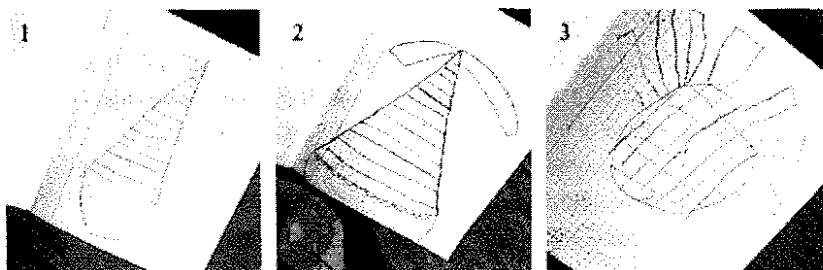
- Punthoeden in voorbereiding

Om de kinderen te motiveren voor het maken van een punthoed, vertelt de leraar dat er een feest op komst is: de leraar is binnenkort jarig. Voor dit feest zijn nog feesthoeden nodig. De leraar wil graag allerlei verschillende punthoeden van papier hebben: grote, kleine, spitse en stompe hoeden. Sommige kinderen vragen hoe een stompe punthoed eruitziet. Ter verduidelijking laat de leraar enkele voorbeeldhoeden zien. In de groep 3 waar deze les is gegeven, sloeg deze introductie goed aan.⁹

De kinderen raken enthousiast en willen graag aan de slag.

De leraar vraagt hen om eerst goed na te denken over wat ze gaan maken. De kinderen bespreken dit in tweetallen.

Sommigen maken een schets. Daarna worden de ideeën kort met de hele groep besproken. De kinderen verduidelijken aan elkaar hoe hun hoed eruit komt te zien. Hierbij gebruiken ze woorden, gebaren en tekeningen.





Op foto 1 en 2 zijn twee spitse hoeden te zien. Ze zijn voorzien van een elastiekje en een versiering. Op de tekening van foto 3 is een stompe hoed afgebeeld. De leerling heeft het bovenaanzicht van de hoed getekend. De stip in het midden geeft aan waar de punt moet komen. De stompe punthoed wordt een Chinese hoed genoemd. Met hun handen gebaren de kinderen hoe stomp hun hoed moet worden. Door hun vingertoppen tegen elkaar te houden geven ze de hoek aan.

De bedoeling van deze voorbereiding is dat de kinderen voorafgaande aan het concrete construeren zich een voorstelling vormen van de hoed die ze gaan maken. De leraar stuurt dit proces door te vragen hoe ze bij de constructie van de hoed te werk zullen gaan en welke materialen ze gaan gebruiken. Eerst komen de kinderen met ideeën over hoe ze zo'n hoed technisch kunnen construeren. Ze denken aan plakband, stiften, nietmachine en elastiekjes. Om ervoor te zorgen dat ook meetkundige aspecten van de punthoed in beeld komen, stelt de leraar vragen als: "Hoe maak je je hoed in de goede vorm?" De kinderen reageren hierop met: "Je moet een driehoek knippen", "Je moet het blaadje dubbelvouwen, want er moet een voor- en een achterkant zijn" en "Ik ga eerst een punt rollen". Deze reacties maken duidelijk dat de kinderen nog niet zo'n goede voorstelling hebben van de vorm van een punthoed. Door vervolgens wat ze bedacht hebben in het echt te gaan maken, krijgen ze een steeds beter beeld van deze vorm.

- Punthoeden in de maak

De leraar deelt materialen uit die de leerlingen bij het maken van de punthoeden kunnen gebruiken: stevig papier in A3-formaat in verschillende kleuren, scharen, lijm, plakband en een grote nietmachine.

In de groep 3 waar de video-opname is gemaakt, heeft de leraar bij wijze van hint ook 'vlaaiplaten' uitgedeeld. Dit zijn ronde stukken karton die onder een vlaai of taart worden gelegd. De leerlingen kunnen deze vlaaiplaten gebruiken om cirkels uit het gekleurde papier te knippen, die als basis kunnen dienen voor het maken van de punthoeden.



Om overleg tussen de kinderen te stimuleren wordt in groepjes van twee à vier kinderen gewerkt. In de eerste fase van het constructieproces kunnen de verschillen in aanpak tussen de kinderen erg groot zijn. De meeste kinderen komen via proberen en bijstellen tot een punthoed, terwijl andere veel directer te werk gaan en meteen een goed plan in hun hoofd hebben van de stappen die ze achtereenvolgens moeten nemen. Deze verschillen in oplossingswijzen deden zich ook voor in de groep 3 waar een video-opname van deze onderwijsactiviteit is gemaakt.¹⁰ Op videofragment 9a zijn hiervan enkele voorbeelden te zien.



Timo weet meteen hoe hij zijn Chinese hoed gaat maken. Met behulp van de vlaaiplaat knipt hij een cirkel uit het papier. Vervolgens maakt hij een knip tot het midden van de cirkel. Hij schuift de twee randen van de knip over elkaar heen tot de punthoed naar zijn idee de goede vorm heeft. Vervolgens maakt hij de twee stukken papier die over elkaar zijn geschoven met een nietje aan elkaar vast. In de aanpak van Timo komt duidelijk naar voren dat hij direct doorziet wat hij moet doen. Mogelijk heeft hij al eerder ervaring opgedaan met het maken van punthoeden. Dit geldt niet voor iedereen. Sommige kinderen worden er duidelijk voor het eerst mee geconfronteerd. Maddy wil een spitse punthoed maken. Zij heeft een grote driehoek geknipt en wil de benen van de driehoek aan elkaar plakken. Dit blijkt moeilijk te gaan. Ze is echter zo overtuigd van haar oplossing dat ze al het mogelijke doet om de driehoek toch in de gewenste vorm te krijgen. Uiteindelijk lukt het haar. Als ze merkt dat haar punthoed niet recht op de tafel blijft staan, knipt ze de onderrand bij.

De meeste aandacht van de kinderen gaat uit naar het zoeken van een manier om een punt in de hoed te krijgen. Sommige leerlingen laten zich leiden door hun ervaring met het maken van papieren pijltjes voor een blaaspijp. Ze rollen het papier zodanig dat er een punt ontstaat. Andere kinderen rollen ook, maar komen daarbij niet verder dan een

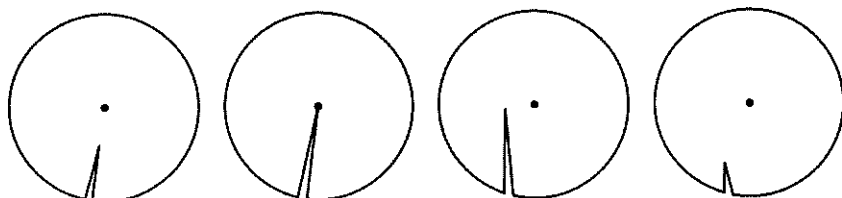


cilinder ofwel koker. Ze proberen telkens weer andere manieren uit, zoals het rollen vanaf een hoek van het papier en het draaien van een punt aan één kant van de koker.

De meeste kinderen die er wel in slagen om de vorm van een kegel te krijgen, lopen vervolgens tegen het probleem aan dat de hoed niet recht op tafel kan staan. Ze lossen dit op door de onderrand bij te knippen. Er zijn ook leerlingen die sterk vanuit het platte vlak denken.

Ze realiseren zich dat er een voor- en achterkant moet komen en beginnen met het dubbelvouwen van het papier. Vervolgens knippen ze een driehoek uit het dubbelgevouwen papier. Daarna stellen ze vast dat dit geen mooie punthoed oplevert en besluiten ze het op een andere manier aan te pakken.

De kinderen die uitgaan van een cirkel maken weliswaar al een goede start, maar kunnen vervolgens toch weer voor een probleem komen te staan, als blijkt dat de punt niet in het midden van de hoed zit. Door de cirkel op verschillende wijzen in te knippen en erbij te redeneren, ontdekken ze waar en tot hoever ze moeten knippen om de punt in het midden te krijgen.



Hoe de kinderen ontdekkingen doen bij het maken van een punthoed is te volgen op videofragment 9b.



Sam is een van de kinderen die start met het knippen van een cirkel. Vervolgens probeert hij door te vouwen een punt te maken, maar dit lukt niet. De leraar stimuleert hem om bij een andere leerling te gaan kijken.

“Oh, ik moet knippen”, is de reactie van Sam en hij gaat dit meteen doen. Hij maakt een klein knipje in het papier.



Als hij de randen over elkaar schuift, merkt hij dat de punt niet in het midden zit. Dan knipt hij door tot het midden van de cirkel. Als hij hiermee klaar is, ziet hij dat zijn hoed de goede vorm heeft.

De leraar verheldert de problemen waar de kinderen bij het maken van de punthoeden tegenaan lopen. Door vragen te stellen en samen met de kinderen te zoeken naar oplossingen, stimuleert de leraar de kinderen en blijft hun betrokkenheid hoog. Daarnaast vormt ook het samenwerken met medeleerlingen een inspiratiebron. Ze brengen elkaar op ideeën.

- Nabespreking

Aan het eind van de eerste les laten de kinderen aan elkaar zien wat ze hebben gemaakt. In de bespreking komt vooral naar voren hoe mooi ze de punthoeden vinden. Hun belangstelling gaat daarbij meestal niet op de eerste plaats uit naar meetkundige kenmerken van de punthoeden en naar de mooie vondsten die bij het construeren zijn ontdekt. Om de kinderen toch op dit spoor te zetten, stipt de leraar nog eens kort een aantal problemen aan die de kinderen bij het maken van de punthoeden zijn tegengekomen. Enkele typische punthoeden dienen hierbij als voorbeeld: “Hoe komt het dat de punthoed van Mariëlle wel recht op de tafel staat en die van Jan niet?”

Het is niet de bedoeling dat de leraar op dit moment uitgebreid aandacht besteedt aan het beantwoorden van deze vragen. Ze zijn meer bedoeld als een opwarmertje voor les 2 van deze onderwijsactiviteit.

Les 2: Punthoeden uit elkaar halen en maken

- Terugblik als start

Het doel van deze terugblik is de kinderen meer bewust te laten worden van meetkundige kenmerken van punthoeden en ze tevens meer greep te laten krijgen op technische aspecten van de constructie ervan.

De leraar gaat samen met de kinderen op zoek naar wat er moeilijk was bij het maken van de punthoeden. Door de kinderen te laten demonstreren en verwoorden wat ze hebben gedaan, wordt hun inzicht verdiept. Videofragment 9c geeft een indruk van wat hierbij naar voren komt.



Een kind zegt: “Het lukte eerst niet om de punt dicht te maken.”
Een ander kind had ook moeite met de punt: “Ik ging steeds recht rollen en het werd een rolletje als een pannenkoek.”
Enkele kinderen demonstreren hoe ze een vel papier hebben gerold tot een punt. Toen dat gelukt was, stond de punthoed scheef op tafel. Een leerling licht toe hoe dit is opgelost: “Ik heb toen de onderkant rond geknipt en toen stond hij recht.”
De leraar vraagt of de kinderen nog andere manieren hebben gevonden om een spitse hoed te maken. Maddy vertelt dat ze eerst een driehoek heeft geknipt en dat het moeilijk was om de randen op elkaar te plakken.
Tot slot vraagt de leraar wat er moeilijk was aan het maken van een stompe hoed. Sam laat zien hoe hij is gestart met het knippen van een cirkel. Hij heeft de vlaaiplaat als model gebruikt en licht zijn werkwijze als volgt toe: “Toen moest ik een knipje zetten. Eerst had ik tot het halve midden geknipt. Maar dat was niet ver genoeg. Mijn punt zat niet in het midden. Toen heb ik steeds een stukje verder geknipt tot in het midden. Toen was het goed.”

De leraar stelt steeds vragen die de meetkunde van de punthoed naar voren halen. De volgende vragen spelen hierbij een belangrijke rol:

- Hoe komt het dat de punthoed recht komt te staan als we de onderrand bijknippen?
- Hoe kunnen we een spitse punthoed maken en hoe een stompe?
- Hoe kunnen we een grote punthoed maken en hoe een kleine?
- Hoe krijgen we de punt van de hoed in het midden?
- Tot waar precies moeten we de cirkel inknippen?

- Punthoeden verder onderzocht

Nadat de nieuwsgierigheid van de kinderen verder is aangewakkerd, krijgen ze gelegenheid om de punthoeden aan een nader onderzoek te onderwerpen. De leraar laat twee punthoeden zien: een stompe en een spitse.



Ze zijn respectievelijk gemaakt van een driekwart cirkel en een halve cirkel. De randen zijn met plakband tegen elkaar geplakt.

Leraar: "Hoe denk je dat deze hoeden zijn gemaakt?"

De kinderen geven hun eerste indruk: "De randen zijn tegen elkaar geplakt met een plakbandje en niet over elkaar."

"Ik denk dat ze eerst een rondje hebben geknipt."

"Deze is niet opgerold, want anders zou er een stukje onderuit steken."

Dan komt de leraar met de opdracht: "Jullie mogen nu gaan uitzoeken hoe deze hoeden in elkaar zitten. Ik ben benieuwd of jullie goed gedacht hebben. Bekijk in je groepje wat je opvalt bij deze twee hoeden. Wat is het verschil? Je mag ze losknippen."

Daarna geeft de leraar aan elk groepje een spitse en een stompe punthoed.



Als de kinderen het plakband doorknippen en de punthoeden openbuigen, ontdekken ze dat niet alleen de stompe hoed van een cirkel is gemaakt, maar ook de spitse punthoed. Het verschil is, dat bij de stompe hoed de cirkel bijna heel is en dat voor de spitse hoed slechts een klein stukje van de cirkel nodig is. Het lijkt net op een taartpunt die uit een taart is gesneden. De kinderen doen ook nog andere ontdekkingen:



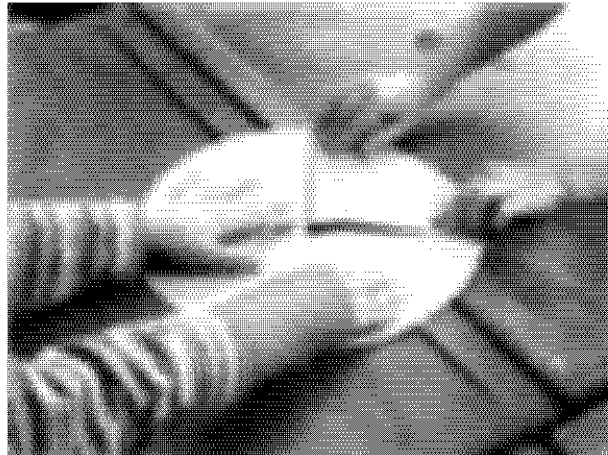
de cirkels zijn tot het midden ingeknipt en de randen zijn tegen elkaar geplakt; ze zijn niet over elkaar geschoven.

Op videofragment 9d is te zien hoe het bij dit onderzoek toegaat.



Sommige kinderen verbazen zich erover hoe eenvoudig de punthoeden in elkaar zitten: “Het was eerst gewoon een plat rondje en toen zijn de randen tegen elkaar geplakt.” Als echte onderzoekers laten ze merken dat ze er iets van geleerd hebben: “We snappen het!”

Een bijzondere ontdekking is dat de taartpunten van de spitse en de stompe punthoed in elkaar passen. De kinderen zijn verrast: “Een puzzel.”



- Nabespreking

De nabespreking is bedoeld om de ontdekkingen van de kinderen te ordenen en te verwoorden. Hierbij wordt nog eens extra op de taal gelet. De kinderen zoeken naar woorden en komen dan vaak op beschrijvingen met eigen uitdrukkingen: “Het begint met een rondje”, “Het lijkt wel een pizza” en “Als je zo begint dan hoef je later niet meer het onderrandje eraf te knippen.”



Waar nodig biedt de leraar alternatieve beschrijvingen. Als een leerling zegt: “Er wordt een stukje uitgeknipt, tot in het midden”, kan de leraar hierop reageren met: “Het lijkt wel een taartpunt die eruit is geknipt.” Door het stellen van vragen en het verduidelijken van benamingen die de leerlingen hanteren, stuurt de leraar in de richting van de gebruikelijke meetkundetermen. Hierbij moet wel de nodige soepelheid worden betracht. Zolang die formele meetkundetaal de kinderen niets zegt, kunnen ze beter over een ‘rondje’ blijven spreken en de cirkel bewaren voor later.

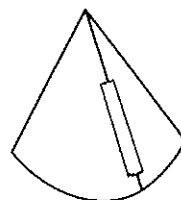
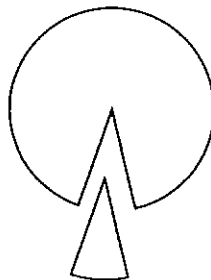
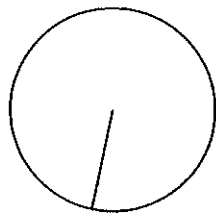
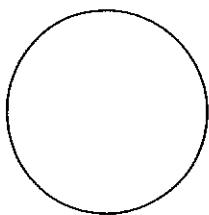
Centraal in de nabespreking staat de vergelijking van de eigen punthoed die ze in de eerste les hebben gemaakt en de voorbeeldhoeden die ze in deze tweede les hebben onderzocht. Voor de meeste kinderen is het niet moeilijk om verschillen te vinden.

Leerling: “Ik had bij mijn hoed de randen over elkaar geplakt en dat was hier niet bij. Bij de voorbeeldhoed was er tot in het midden een stuk uitgeknipt. Toen konden de randen tegen elkaar worden geplakt.”

Ook zijn er enkele kinderen die opmerken dat je van een kleine taartpunt geen stompe hoed kunt maken. Voor sommige kinderen gaat die ontdekking zelfs nog verder. Zij hebben ook door dat naarmate de taartpunt groter is, de hoed stomper is. Eigenlijk realiseren de meeste kinderen zich nu pas dat de punt van de hoed het middelpunt van de cirkel is en dat de hoed daardoor recht staat. De afstand van het middelpunt naar de rand is namelijk steeds hetzelfde.

Aan het eind van de nabespreking vat de leraar in een stappenplan samen wat de kinderen geleerd hebben over het maken van een punthoed:

1. Een cirkel maken.
2. Inknippen tot in het midden.
3. Een taartpunt eruit knippen.
4. De randen tegen elkaar plakken.



Om het goed in de vingers te krijgen, mogen de kinderen tot slot nog een punthoed naar eigen keuze maken.

Vervolgactiviteiten

De kennis over punthoeden die de kinderen bij deze twee lessen hebben opgedaan, kan bij allerlei andere opdrachten worden ingezet.

- Paddestoelen

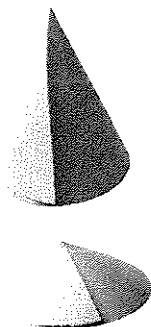
De kinderen maken verschillende soorten paddestoelen met hoge, spitse en met lage, stompe hoeden. De steel van de paddestoel bestaat uit een koker ofwel cilinder. In deze activiteit verkennen de kinderen nogmaals de relatie tussen de grootte van de cirkelsector, ofwel de taartpunt, en de mate waarin de hoed een spitse vorm heeft.

- Toveraarshoed

De leraar knipt uit een blad papier een cirkel met een knijlijn tot het middelpunt. Hiervan wordt een spitse punthoed gemaakt door de knipranden ver over elkaar te laten schuiven. Dan wordt de hoed op tafel gezet en duwt de leraar de hoed omlaag door met de vinger op de punt te drukken. Dit levert alweer een nieuwe ontdekking op, die de leraar als volgt verwoordt: "Hé, door er met je vinger op te duwen kun je een spitse tovenaarshoed veranderen in een Chinese hoed. Hoe kan dat?" Door zelf ook zo'n tovenaarshoed te maken, proberen de kinderen hier achter te komen.

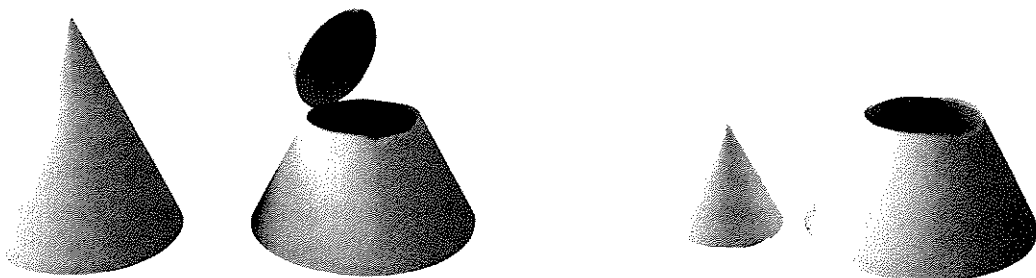
- Maak een fez van je punthoed

In de klas hangt een foto van een fez. De leraar bespreekt met de kinderen hoe je een fez zou kunnen maken. Het is handig om eerst een punthoed te maken en dan een kleine punthoed ervan af te knippen.





Dan houd je een fez over. Deze fez is aan de bovenkant open. Hoe maak je dan een passende deksel erop?



De fez is eigenlijk een punthoed zonder punt en met een grotere cirkel onderaan dan bovenaan. Ken je nog meer voorwerpen die er zo uitzien? Voorbeelden zijn een lampenkap en een plastic bekertje.

Tussendoel meetkunde 5

De kinderen maken eenvoudige blokkenbouwsels op basis van concrete voorbeelden, mondelinge beschrijvingen, getekende aanzichten en plattegronden met hoogtegetallen. Ook met ander materiaal zetten ze meetkundige constructies in elkaar. Met papier construeren ze eenvoudige ruimtelijke en vlakke meetkundige figuren, zoals vierkanten, rechthoeken, driehoeken, cirkels, kubussen, blokken, cilinders en kegels. De constructies op papier beperken zich tot vlakke figuren.

In groep 3 en 4 wordt de aandacht, die in de aanvangsgroepen vooral uitging naar het praktisch handelen, steeds meer verlegd naar het ruimtelijk voorstellen en redeneren. In combinatie daarmee krijgt ook het planmatig werken meer accent.

Bij het construeren met kubusblokken leren de kinderen volgens bepaalde regels te werken. Ze krijgen de opdracht om met vier kubussen verschillende huisjes te bouwen. Na afloop lichten de kinderen hun bouwsels toe. Kernpunt van de discussie is of de huisjes hetzelfde dan wel verschillend zijn.



Het vergelijken van de aanzichten is hiervoor niet toereikend. Soms zijn deze verschillend terwijl de huisjes wel hetzelfde zijn. Ook het omgekeerde komt voor: de bovenaanzichten van twee huisjes kunnen identiek zijn terwijl het toch twee verschillende bouwwerkjes betreft. Deze ervaringen vormen een mooie aanleiding tot het maken van plattegronden met hoogtegetallen.

Bij het construeren met papier wordt gebruikgemaakt van de verschillende mogelijkheden van het materiaal om tot bepaalde vormen te komen. Een rechthoekig vel papier kan door buigen een koker worden en door vouwen een doosje. Een ingeknipte cirkel leent zich voor het maken van een puntmuts of kegel. De kegel kan weer leiden tot een afgeknotte kegel of fez. Om meetkundige vormen als deze te doorgronden, halen de kinderen ze uit elkaar, bekijken ze de uitslagen of grondvormen ervan en brengen ze daarna de voorwerpen weer in de oude staat terug. Door dit proces van demonteren en construeren kunnen de kinderen de constructies doorzien. Op deze manier leren de kinderen allerlei doosjes te maken. Door te vragen hoe kokers dunner, langer of korter gemaakt kunnen worden en hoe puntmutsen hoger, platter, groter of kleiner te maken zijn, wordt het inzicht in de constructies verder verdiept. Vragen als deze dragen bij tot het begrijpen van eigenschappen van ruimtelijke meetkundige objecten.

Tegelijk met ruimtelijke constructieactiviteiten zijn de kinderen ook bezig met constructies in het platte vlak. Ze tekenen figuren als vierkanten, rechthoeken en cirkels en komen op die manier in aanraking met de kenmerkende eigenschappen van deze figuren. Het gaat daarbij onder meer om de gelijkheid van lijnstukken, de rechte of haakse hoek en de constante afstand tot het middelpunt van de cirkel.



Opereren met vormen en figuren

Inleiding

Wat in deze leerlijnbeschrijving onder het opereren met vormen en figuren wordt verstaan, is in het hoofdstuk over meetkunde in groep 1 en 2 uitgebreid toegelicht. Het gaat om bewerkingen als verschuiven, spiegelen, draaien en projecteren die zowel op ruimtelijke als op vlakke figuren kunnen worden toegepast.

Evenals in groep 1 en 2 zijn ook in groep 3 en 4 de onderwijsactiviteiten voor het opereren met vormen en figuren toegespitst op de onderdelen:

- spiegelen
- mozaïeken
- schaduwen.

In groep 1 en 2 beperkten de aard en het niveau van de activiteiten zich hoofdzakelijk tot het opwekken van verwondering en een concrete, intuïtieve manier van opereren met vormen en figuren. In groep 3 en 4 wordt een groter beroep gedaan op het verklaren van gevolgen van bepaalde bewerkingen en het systematischer beschouwen van eigenschappen van deze handelingen. Pas veel later in het langlopende leerproces brengen de kinderen de ervaren en verklaarde verschijnselen met elkaar in verband, waardoor inzicht in meer algemene meetkundige structuren kan ontstaan.

Zoals in het hoofdstuk over meetkunde in groep 1 en 2 al is benadrukt, zijn de verschillende aspecten van meetkunde moeilijk in eenduidige, elkaar uitsluitende categorieën onder te brengen. Tussen het oriënteren, construeren en opereren bestaat veel overlap. Zo is het onderdeel mozaïeken behalve bij het opereren ook bij het construeren onder te brengen. Er wordt hierbij duidelijk iets gemaakt. Dat het toch bij het opereren met vormen en figuren is opgenomen, komt voort uit het specifieke dat het werken met mozaïekfiguren eigen is. Bij het maken ervan gaat het vooral om het omstructureren: het maken van nieuwe figuren uit bestaande door aanvullen, wegnemen en delen, en door schuiven, draaien, en omkeren.

Spiegelen

Spiegelen is een verschijnsel dat voortdurend in allerlei situaties valt waar te nemen. Via het kijken in spiegels enpiegelende vlakken als glimmende deuren kunnen de kinderen zichzelf en andere objecten in



gespiegelde vorm zien. Hierbij treden allerlei verrassende zaken op als de links-rechtsverwisseling. Een andere verrassing is dat je jezelf in een passpiegel helemaal kunt zien, ook als die spiegel minder hoog is als je zelf bent. Bovendien is het verwonderlijk dat je niet recht voor een spiegel hoeft te staan om bepaalde zaken waar te nemen. Verder neem je de spiegelbeelden kleiner waar dan ze in werkelijkheid zijn; zoals je objecten in de verte ook kleiner ziet. Zijn niet-vlakke spiegels in het geding, zoals bij lachspiegels, dan treden nog allerlei vervormingen op.

Leerlingen bewust maken van spiegelingen kan helpen bij het voorkomen van het omdraaien van letters en getallen. Kinderen verwisselen dan bijvoorbeeld een b met een d en andersom. Niet alle kinderen hebben in hun thuissituatie evenveel mogelijkheden om ervaringen met spiegelingen op te doen. De school moet dit dan aanvullen. Marokkaanse leerlingen hebben hierbij nog een extra handicap, omdat in het Arabisch van rechts naar links wordt gelezen. Het doen van spiegelactiviteiten kan ze helpen zich meer bewust te worden van de tegengestelde leesrichtingen. Meer in het algemeen kan het herkennen van spiegelbeelden ook zijn functie hebben bij het vlot bepalen van aantallen.

Via allerlei activiteiten hebben de kinderen in groep 1 en 2 al ervaring opgedaan met spiegelen. Zo weten ze dat er verschillende spiegels zijn en dat het spiegelen hierin verschillende spiegelbeelden oplevert. Bij de holle kant van een lepel ziet het spiegelbeeld er anders uit dan bij de bolle kant. Ook kunnen de kinderen met een spiegel aantallen veranderen en patronen creëren en halve afbeeldingen compleet maken. De meeste activiteiten in groep 1 en 2 waren hoofdzakelijk gericht op het opdoen van ervaringen. In groep 3 en 4 komt ook steeds meer het verklaren in beeld. De kinderen worden uitgelokt te voorspellen en te beredeneren wat het spiegelen van eenvoudige vormen en figuren zal opleveren en of er in de figuren en vormen symmetrie te vinden is. Het zoeken van letters die in een spiegel hetzelfde eruitzien, is een activiteit die het symmetriebegrip verder versterkt en uitdaagt tot het geven van een verklaring. Waarom levert de ene letter wel een spiegelbeeld dat gelijk is aan de oorspronkelijke vorm en lukt dit bij de andere letter niet? Bij dit soort onderzoekjes is het concreet manipuleren



met de objecten heel belangrijk. Het zoeken van de hoofdletters die door te spiegelen en/of te draaien hetzelfde blijven, legt een intuïtieve basis om later de verschillende soorten symmetrie (lijnsymmetrie en draaisymmetrie) te kunnen doorgronden.

Activiteiten om ervaring op te doen met spiegelen

- Achteruitkijkspiegel

Voor in de klas staat een auto die gemaakt is van vier stoelen. De leraar heeft aan een standaard uit de gymzaal een spiegel bevestigd die als achteruitkijkspiegel dient. De kinderen zetten de standaard op verschillende plaatsen neer en beredeneren bij elke plaats wat ze in de spiegel zien en welke gevolgen het draaien en kantelen van de spiegel heeft. Daarna controleren ze of het klopt wat ze denken.

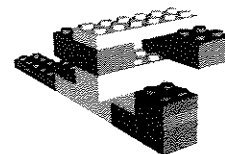
- Raak of niet raak?

Voor deze activiteit is een zonnige dag nodig. De leerlingen proberen of ze met behulp van een spiegel de zon op een bepaald punt op de muur van de klas kunnen laten schijnen. Eerst laat de leraar verschillende leerlingen vertellen waar ze zouden gaan staan en hoe ze de spiegel zouden richten. Vervolgens wordt gecontroleerd of ze het punt ook daadwerkelijk raken. In een volgende ronde worden andere plekken op de muur het mikpunt en krijgen weer andere leerlingen een beurt. Via twee spiegels de zonnestralen doorgeven aan elkaar is ook een mogelijkheid. Verder is van deze activiteit gemakkelijk een spel te maken.

- Spiegelbouwsels

De kinderen werken in tweetallen. Ze bedenken ieder een bouwsel met Legostenen. Daarna gaan ze het ontwerp van de ander in spiegelbeeld namaken. Ze mogen zelf weten waar ze de denkbeeldige spiegel neerzetten. Als ze klaar zijn controleren ze met een echte spiegel of het bouwsel gespiegeld is.

Bij deze activiteit zijn veel variaties mogelijk. De kinderen kunnen bijvoorbeeld tegenover elkaar gaan zitten en om de beurt twee stenen aan hun bouwsel toevoegen: een blokje dat het spiegelbeeld vormt van het blokje dat daarvoor door de andere leerling is neergezet, en een nieuw blokje dat daarna weer door de andere leerling spiegelbeeldig aan



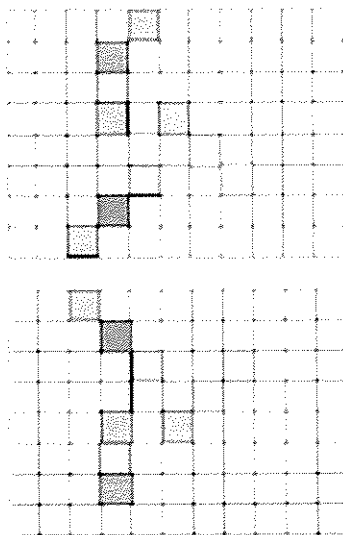


zijn of haar bouwwerk moet worden toegevoegd. In plaats van een echte spiegel te gebruiken, kunnen de kinderen ook met een doorkijkspiegel werken. Dit is een stuk perspex dat een spiegeling geeft, maar tegelijkertijd doorzichtig is. De kinderen kunnen dan meteen controleren of ze de stenen goed neerzetten.

- Spiegelpatronen

Dit is een tweedimensionale versie van de vorige activiteit.

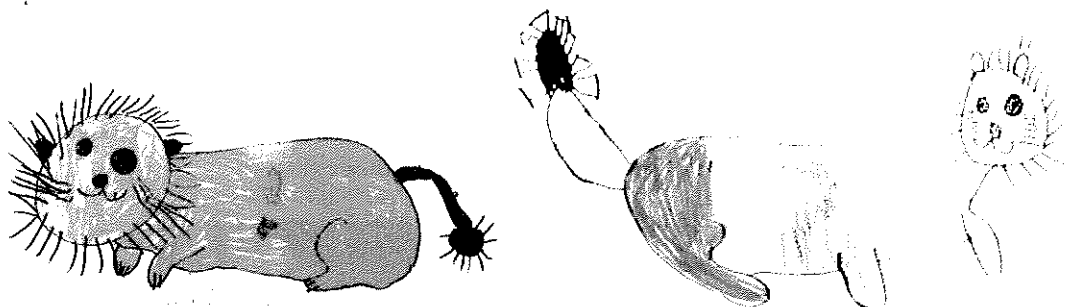
Twee kinderen zitten naast of tegenover elkaar en tekenen op een roosterveld een patroon door vakjes in te kleuren. De twee patronen moeten het spiegelbeeld worden van elkaar.



- Spiegeltekeningen

Nog een andere variant. Twee kinderen gaan naast of tegenover elkaar zitten en gaan tegelijkertijd eenzelfde tekening maken, maar het resultaat moet wel spiegelbeeldig zijn. Een van de twee leerlingen mag de leider zijn en mag beslissen wat voor een tekening ze allebei gaan maken. De andere leerling probeert te volgen.

Sanna (6 jaar) en Sem (6 jaar) hebben gespiegelde leeuwen getekend, maar klopt dat wel bij de staarten?



Bij wijze van voorbeeld wordt nu een onderwijsactiviteit nader uitgewerkt.

‘Spiegelschrift’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

De kern van deze activiteit is het ontcijferen van spiegelschrift. Het is een vervolg op ‘Toveren met een spiegel’ dat in de leerlijn voor groep 1 en 2 is beschreven. De opdracht is ontleend aan het boek ‘De S van spiegeltje’.¹¹ In de klas arriveert een brief met een raadselachtige tekening erin en drie stroken papier met een onleesbare tekst.

De kinderen komen met behulp van een spiegel erachter wat er staat, maar passen ook andere technieken toe om dit te weten te komen.

Belangrijk is dat ze ontdekken wat de samenhang is tussen de verschillende aanpakken.

Om de leerlingen voldoende ervaring te laten opdoen, is het nodig dat ze allemaal beschikken over een spiegel en liefst een die aan twee kanten spiegelt. De leraar kan deze eventueel maken van spiegelfolie. Als de tekst voor de kinderen te moeilijk is, kan deze worden aangepast. Dat geldt ook voor het lettertype. Hoe strakker dit van vorm is, hoe gemakkelijker de letters te herkennen zijn. Verder is het handig als de kinderen een liniaal of strook papier bij de hand hebben waarmee ze de spiegellijn kunnen aangeven.



Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Een geheimzinnige brief

Er is post voor de kinderen. Nieuwsgierig maken ze de brief open.
Er zit een tekening in en drie stroken papier waarop een bericht lijkt te staan. Het zijn duidelijk letters, maar je kunt niet lezen wat er staat.
Wat de tekening voorstelt, is ook niet duidelijk.



- 1 Een geschenk voor een beeldschone vrouw
- 2 Een geschenk voor een beeldschone vrouw
- 3 Een geschenk voor een beeldschone vrouw



De kinderen worden nieuwsgierig. Ze gaan proberen het geheimschrift te ontcijferen en bedenken manieren om dit te doen. Misschien zijn er kinderen die zelf op het idee komen een spiegel te gebruiken. De leraar heeft in ieder geval gezorgd dat er spiegels klaarliggen. De kinderen proberen hiermee de zinnen te lezen. De vraag is, hoe je de spiegel moet houden. Dat is even zoeken. Bij strook 1 kun je de spiegel aan de bovenkant houden. Bij strook 2 lukt dit niet, maar wel als je de strook eerst ondersteboven draait. Dan ziet strook 2 er hetzelfde uit als strook 1. Behalve met een spiegel kan strook 2 ook nog op een andere manier worden gelezen, namelijk door de strook om te klappen en tegen het licht te houden. Lukt dat met strook 1 ook? Nee, maar wel als je de strook ondersteboven draait en dan omklapt. Dus zonder spiegel zou je ook deze tekst kunnen lezen. En hoe zit het eigenlijk met strook 3? De zin die hierop staat kan letter voor letter ontcijferd worden door de spiegel in de leesrichting over de tekst te bewegen. Omdat de kinderen intussen al weten wat er staat ('Een geschenk voor een beeldschone vrouw'), zal het lezen van dit moeilijke spiegelschrift toch niet zo moeilijk zijn. Het begrijpen van de tekst is echter weer iets anders. Voor sommige kinderen is het wellicht nodig om even aandacht te besteden aan niet-alledaagse woorden als 'beeldschoon' en 'geschenk'. Wanneer krijg je bijvoorbeeld een geschenk?

Gewapend met de raadselachtige zin gaan de kinderen tot slot kijken of ze ook achter het geheim van de tekening kunnen komen. Weer biedt een spiegel uitkomst. Door ermee over de afbeelding te schuiven, komt er een mooie dame in beeld die een cadeau krijgt. Misschien kunnen de kinderen ook vooraf al bedenken hoe ze van die niet vrolijk kijkende mevrouw een lachende dame kunnen maken. En misschien hebben ze ook al door wat die man in zijn hand kan hebben. Zou je daarvan een vaas met bloemen kunnen maken?

Deze vragen zetten de kinderen op het spoor van allerlei ontdekkingen. Ze kunnen verklaren dat door de spiegel een symmetrische figuur ontstaat. De vrouw krijgt dan aan allebei de kanten een net kapsel en een mond met twee mondhoeken omhoog. Door de vragen en met hulp van een strook papier waardoor een deel van de tekening is af te dekken, kunnen de kinderen zich een goede voorstelling vormen van de mogelijkheden die de tekening in zich heeft. De spiegel dient dan alleen nog maar als controlemiddel.



Vervolgactiviteiten

Het onderwerp spiegelschrift komt in verschillende vervolgactiviteiten terug. De kinderen krijgen hierdoor volop gelegenheid om nog meer ontdekkingen te doen.

- Een brief in spiegelschrift

De leerlingen schrijven elkaar een brief in spiegelschrift. Ze gaan zelf uitzoeken hoe ze dat doen, want het is immers een geheime brief. Wie er niet uitkomt, kan een hint van de leraar krijgen. Ze schrijven eerst een gewone brief, dan maken ze er spiegelschrift van. Dit kan op verschillende manieren:

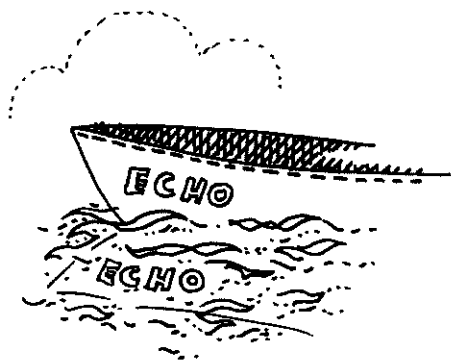
- de tekst bij een bakje water houden en natekenen wat je ziet
- een spiegel op verschillende plaatsen bij de tekst zetten
- de tekst met een dikke viltstift op een blad schrijven en het blad op een raam plakken, dan aan de andere kant van het raam gaan staan, een blanco blad papier tegen het raam drukken en de letters overtrekken
- de tekst op een transparant schrijven en die omgekeerd onder de kopieermachine leggen.

Algauw zullen de kinderen ontdekken dat de tekst het gemakkelijkst in spiegelschrift is om te zetten als het in blokletters is geschreven.

Bovendien zijn hoofdletters weer gemakkelijker dan kleine letters.

Hoe komt dat eigenlijk?

De kinderen kunnen zin voor zin spiegelen of letter voor letter, en ze kunnen de tekst eventueel ook nog ondersteboven draaien. Het is natuurlijk een hele uitdaging om de brief zonder spiegel te lezen. Dat zal niet iedereen lukken.



- Naam op boot

Een trotse eigenaar van een roeiboot is op zoek naar een mooie naam om op de boot te schilderen.

Het mooiste zou zijn als de naam ook in het water goed te lezen is. De leraar laat een voorbeeld zien.

De kinderen proberen nog meer van zulke namen te vinden. Eerst gaan ze uitzoeken welke letters geschikt zijn. Het is handig als ze dit kunnen doen aan de hand van plastic letters die ze op een magneetbord vastmaken. Door te redeneren of door een spiegel te gebruiken selecteren ze letters die gespiegeld in het water hetzelfde blijven.



Ze kunnen ook alle letters in een rij op papier zetten en bij elke letter kijken wat het spiegelbeeld bij een horizontale spiegellijn oplevert. Letters die niet aan de eis voldoen worden doorgestreept.

Dit levert de hoofdletters B, C, D, E, H, I, K, O en X op. Als de kleine letters erbij worden betrokken, komen behalve de o en de c ook nog de l en de a in aanmerking (als bij de a tenminste een bepaalde schrijfwijze is toegepast). De kinderen maken ook duidelijk waarom sommige letters bij spiegeling in het water hetzelfde blijven en andere niet:

$\frac{S}{\times}$ $\frac{A}{\times}$ $\frac{a}{a}$ $\frac{L}{\times}$ $\frac{I}{I}$

“O blijft een rondje.”

“I is gewoon een streepje.”

“U wordt een poortje.”

Als de letters bekend zijn, proberen de kinderen er namen mee te vormen. Hier volgen er enkele: BODE, CODE, DEK, DIK, DOK, ECHO, EI, HIK, IKKE en KOE.

Laat de kinderen in aansluiting op deze opdracht ook eens uitzoeken welke letters symmetrisch zijn bij een verticale symmetrielijn. Op deze manier ontdekken de kinderen proefondervindelijk dat sommige letters een symmetrie- of spiegelas hebben, sommige meerdere en andere in het geheel niet. Behalve voor letters geldt dit ook voor andere vormen. Het is goed om in dit verband eveneens aandacht te besteden aan het bijzondere van de letter S. Deze letter lijkt een spiegelas te hebben, maar dat is niet zo. Dit is goed te zien als je een S met het spiegelbeeld ervan probeert te bedekken. Dit lukt niet. Wat wel tot eenzelfde S leidt, is het draaien van de S. Met andere woorden, bij de S is geen sprake van lijnsymmetrie, maar wel van draaisymmetrie. Deze termen hoeven de kinderen echter niet te kennen.

- Naam op raam

Als de ramen beslagen zijn, kun je erop schrijven. Veel kinderen kunnen het niet nalaten om even een spoor erop achter te laten. Hoewel het schoonmaakpersoneel het niet graag zal zien, kunnen deze beslagen ramen voor de meetkundeontwikkeling van de kinderen wel een aardige activiteit opleveren. Bij wijze van uitzondering mogen ze hun naam op de ramen schrijven, maar wel zodanig dat deze van buitenaf te lezen is. Omdat hierbij niets mis mag gaan, moeten ze van tevoren een voorbeeld



maken op papier en dat controleren door het blaadje met de achterzijde tegen het licht te houden. Met waterverf je naam op het raam schrijven kan natuurlijk ook.

- Naam op je voorhoofd

Dit is een kort tussendoortje om over na te denken. Laat de kinderen een blad papier tegen hun hoofd houden en er hun naam opschrijven.

Daarna bekijken ze wat er op het papier staat: hun naam in spiegelschrift. Rara, hoe kan dat?

Mozaïeken

In groep 1 en 2 lag de nadruk bij het werken met mozaïeken vooral op het concrete handelen. Via allerlei activiteiten is onder andere een oriënteringsbasis gelegd voor het begrijpen van symmetrie. Zonder dit zo te benoemen is vooral aandacht besteed aan lijnsymmetrie. Zowel door te spiegelen als door het omklappen van figuren hebben de kinderen met dit verschijnsel kennisgemaakt. Daarnaast kwam ook de halve draai ter sprake, die als een spiegeling vanuit een punt kan worden opgevat. Bij de onderwijsactiviteit 'Vier aan het werk' is zelfs op intuïtieve wijze enige ervaring opgedaan met het feit dat opeenvolgende lijnspiegelingen ten opzichte van twee loodrecht op elkaar staande spiegellijnen een halve draai opleveren. Door dergelijke spelletjes werkten de kinderen aan de opbouw van hun symmetriebegrip. Wat de onderscheiden onderwijsfasen betreft lag het accent in groep 1 en 2 dus duidelijk op het ervaren.

In groep 3 en 4 zijn de activiteiten wat diepgaander. Het is de bedoeling dat de kinderen bij bepaalde ervaringen ook verklaringen vinden.

Deze worden bijvoorbeeld uitgelokt door onderzoekjes naar lijnsymmetrische figuren. Sommige objecten hebben maar één symmetrieas, andere meerdere en weer andere helemaal geen. Met name deze laatste, de asymmetrische figuren, zijn belangrijk om greep te krijgen op het bijzondere van symmetrie. Uiteraard kan op het niveau van groep 3 en 4 de samenhang tussen de verschillende symmetrieververschijnselen nog niet worden doorzien. Het verbinden van de begrippen dat tot een hoger inzicht moet leiden, zal pas later zijn beslag krijgen.



In deze leerlijnbeschrijving is voor het werken met mozaïeken in groep 3 en 4 gekozen voor het Chinese Tangram. Dit is een legpuzzel waarbij figuren moeten worden nagelegd door deze te ontleden. Vaak gaat het hierbij om zeer ingewikkelde figuratieve en meetkundige figuren.

In groep 3 en 4 ligt echter niet de nadruk op het oplossen van Tangrampuzzels. In plaats daarvan staan de meetkundige structuur en de samenhang van de puzzelstukjes als object van onderzoek centraal. Essentieel voor het doorzien van de structuur van het Tangram is dat de kinderen de driehoek (half vierkant) als eenheid ontdekken.

De verschillende puzzelstukjes zijn allemaal samenstellingen hiervan en ook het hele vierkant is hieruit opgebouwd. Door deze structuur te onderzoeken komen de kinderen vanzelf in aanraking met het omstructureren (omvormen) van figuren, hetgeen binnen de meetkunde een belangrijke basisvaardigheid is. Ook voor het oplossen van Tangrampuzzels, dat voor een groot deel bestaat uit het analyseren en synthetiseren van figuren, is deze vaardigheid nodig. Dat bepaalde figuren wel gelijk kunnen zijn van vorm maar niet van grootte (oppervlakte), komt ook aan de orde. Dit principe van gelijkvormigheid van meetkundige figuren is de kinderen door het spelen met blokken in verschillende maten trouwens al van jongs af bekend. In groep 3 en 4 wordt dit begrip van gelijkvormigheid weer verder bewust gemaakt door bijvoorbeeld tekeningen op het bord en projecties via de overheadprojector. De term gelijkvormigheid hoeven ze daarbij nog niet te gebruiken. Als ze kunnen zeggen dat bepaalde figuren dezelfde vorm hebben, is dat op dit niveau voldoende.

Het oplossen van de Tangrampuzzels vraagt om concentratie en een zekere mate van vasthoudendheid. Naast het richten van de aandacht, maakt ook de wil om een probleem op te lossen wezenlijk deel uit van een wiskundige houding. Het maken van puzzels kan aan de ontwikkeling hiervan bijdragen. De kracht van de Tangrampuzzels is de onmiddellijke en natuurlijke feedback. Het kind ziet zelf direct of de oplossing juist is.

Behalve met Tangrampuzzels kunnen de kinderen in groep 3 en 4 nog met andere mozaïekvormen ervaring opdoen. Hieronder volgt een korte omschrijving van enkele mogelijkheden.



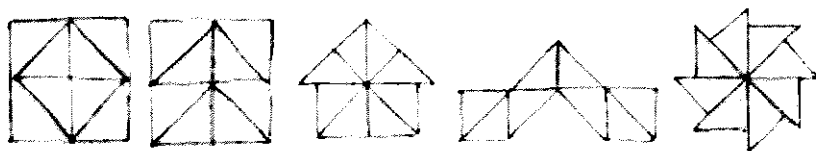
Activiteiten om ervaring op te doen met mozaïeken

- Een wereld vol patronen

De leraar laat enkele voorbeelden zien van vlakvullingen die de kinderen in de wereld om hen heen kunnen tegenkomen, zoals het plaveisel van een straat, een tegelwand in een badkamer en een honingraat. Dan krijgen de kinderen opdracht om zelf op zoek te gaan naar patronen. Ze kunnen plaatjes meebrengen of een tekening ervan maken. De resultaten kunnen zeer uiteenlopend zijn: van stukjes behang of inpakpapier, een schaakbord of een lap stof, tot een mooie mozaïekfiguur of een zelfgemaakt stempelpatroon. De verschillende patronen worden in de klas opgehangen en door de kinderen toegelicht.

- Mooie figuren maken

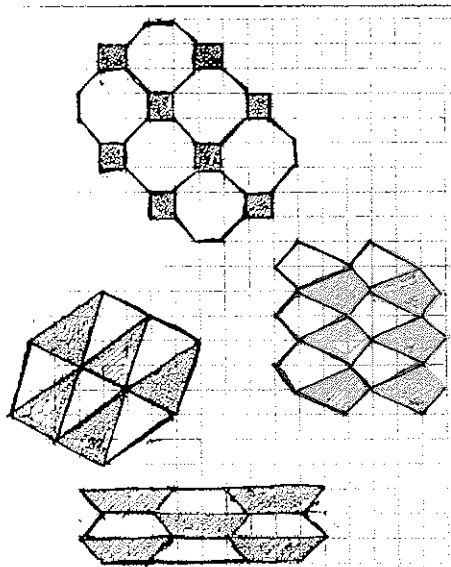
De kinderen krijgen een vierkant stuk karton waarvan de voorzijde een andere kleur heeft dan de achterzijde. Dit vierkant wordt in acht driehoeken (halve vierkanten) verdeeld. De stukjes worden uitgeknipt en de kinderen leggen er mooie figuren mee, waarbij ze spelen met het kleurverschil van voor- en achterzijde. Om de figuren uit elkaar te houden, geven de kinderen ze namen als raam, dennenboom, huisje, brug, molentje.



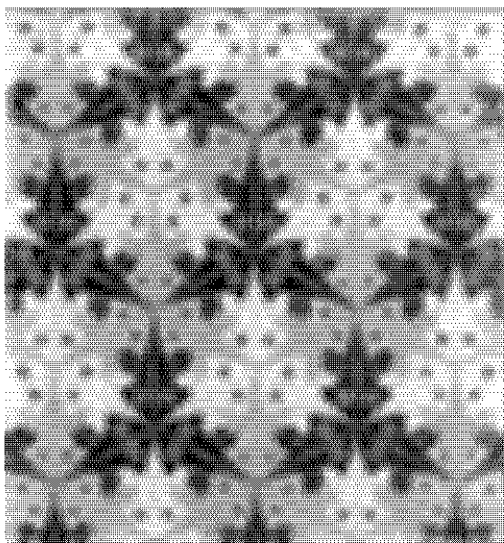
Daarna onderzoeken de kinderen de symmetrie van deze figuren. Met behulp van een gewone spiegel of doorkijkspiegel zoeken ze uit welke figuren symmetrielijnen hebben. Door het molentje kan geen symmetrieas getrokken worden, maar toch heeft deze figuur iets symmetrisch. Draaiing levert immers dezelfde figuur op.¹²

- Een tegelvloer maken

Roosterpapier is eigenlijk zelf al een tegelvloer. Op dit papier met het rooster als basis tekenen de kinderen lijnen en kleuren ze vakjes in. Zo krijgen ze een mooi patroon voor een tegelvloer.



Ter inspiratie kan een patroon van Escher worden bekeken. Hoeveel vissen staan erop?¹³



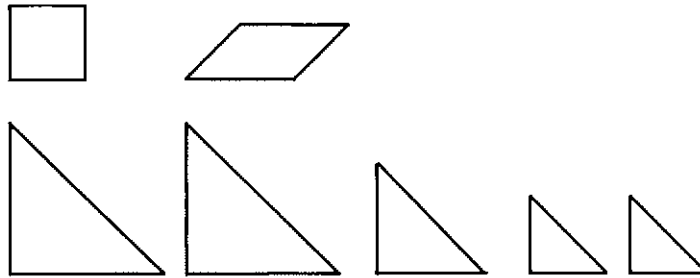


Zoals gezegd, spitst het werken met mozaïeken zich in groep 3 en 4 vooral toe op het onderzoeken van het Tangram. In de volgende beschrijving wordt een voorbeeld gegeven van hoe dit in de klas kan worden aangepakt.

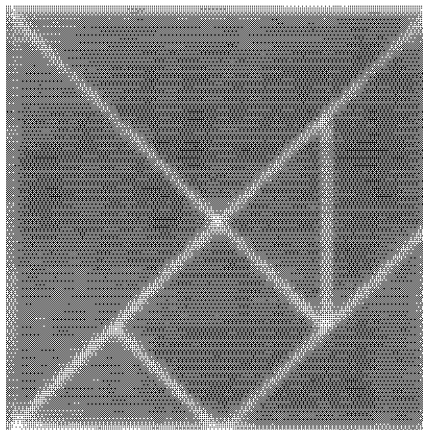
‘Tangram’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

In deze onderwijsactiviteit werken de kinderen met het aloude Chinese Tangram.¹⁴ De puzzelstukjes die ze hiervoor nodig hebben maken ze zelf. Het Chinese Tangram bestaat uit zeven stukken: een vierkant, een parallellogram en vijf driehoeken.

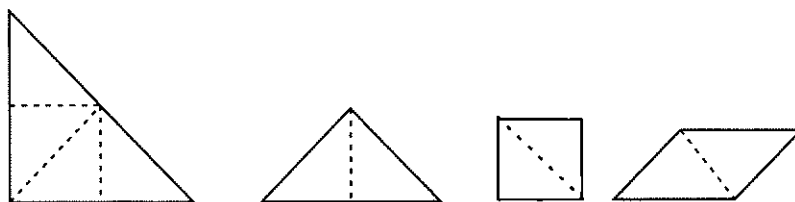


Het bijzondere van deze stukken is dat ze samen een vierkant vormen.

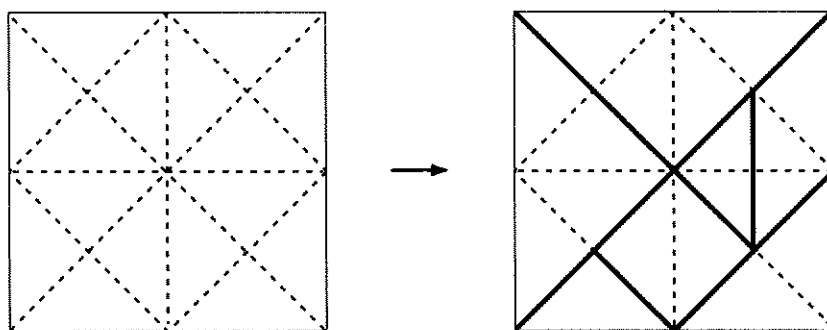




Goed beschouwd is dit echter helemaal niet zo opmerkelijk. De stukken zijn immers allemaal te herleiden tot de kleine driehoek.



In totaal zitten in het Tangramvierkant zestien kleine driehoeken die door samenvoegingen zijn omgevormd tot nieuwe basisvormen.

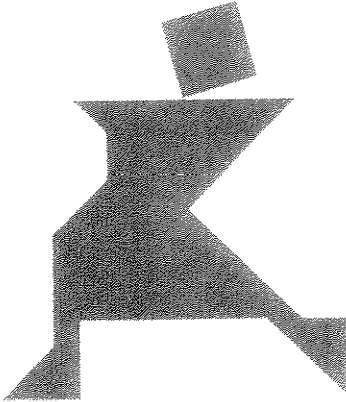
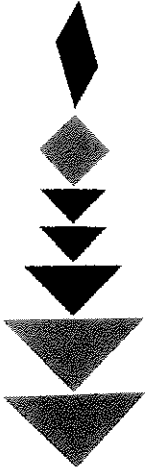


Aan de hand van dit Tangram doen de kinderen bij deze activiteit ervaring op met het samenstellen, uiteenleggen en omstructureren van meetkundige figuren. Dit laatste houdt in dat ze nieuwe vormen creëren door stukjes op een andere manier samen te voegen.

Om een Tangramfiguur na te maken, moeten de kinderen de onderliggende structuur ervan ontdekken. Naarmate ze een juist beeld hebben van de meetkundige figuren waaruit het voorbeeld is opgebouwd, en ze zich kunnen voorstellen welke vormen de stukjes in combinatie met elkaar kunnen aannemen, slagen ze er beter in deze structuur te doorgronden. Behalve de vorm moet ook de grootte van de figuren in de gaten worden gehouden. Soms bevat het voorbeeld een groot vierkant terwijl dat geen deel uitmaakt van de puzzelstukjes.



De moeilijkheidsgraad van Tangrampuzzels kan snel oplopen. Om de kinderen niet te frustreren, komen in groep 3 en 4 alleen de eenvoudige puzzelopgaven aan bod. Hoe duidelijker de afzonderlijke vormen in de totale figuur herkenbaar zijn, hoe gemakkelijker de Tangrampuzzel is op te lossen.



De brandende kaars is daarom zonder grote problemen te leggen. Bij de danser wordt dit al moeilijker, maar hierbij zijn in ieder geval het vierkant en de twee grote driehoeken herkenbaar. Helemaal moeilijk is het parallellogram met het gat erin. In deze figuur is alleen deze vorm herkenbaar, terwijl die juist niet gelegd hoeft te worden. In feite is voor groep 3 en 4 alleen de brandende kaars geschikt en eventueel komt ook de danser in aanmerking.

De onderwijsactiviteit is allereerst gericht op het zelf maken van de stukjes van het Chinese Tangram. Daarna volgt een verdere verkenning van de meetkundige figuren waaruit het is opgebouwd. Dit houdt onder andere in dat de kinderen met de stukjes het Tangramvierkant opnieuw leggen. Tot slot lossen ze nog een Tangrampuzzel op waarvan er in latere lessen nog meer kunnen volgen. Bij de vervolgactiviteiten is ook aandacht voor eigen producties. Naast het meetkundige aspect speelt hierbij ook het esthetische element een rol.



Afhankelijk van het ontwikkelingsniveau van de kinderen, kan in de onderwijsactiviteit nog een extra moeilijkheid worden ingebracht door het omkeren van het Tangramvierkant aan de orde te stellen. De figuur wordt dan gespiegeld met alle gevolgen van dien. Mochten de kinderen hieraan niet toe zijn, dan kunnen de extra onderdelen die hierbij horen worden overgeslagen.

De beschrijving van de onderwijsactiviteit die hierna volgt, geeft een schets van de totale opzet ervan, maar zoomt vooral in op de reacties en antwoorden van Faan.¹⁵ Door de activiteit vanuit het perspectief van één leerling te bekijken, wordt duidelijk wat deze bij de kinderen kan oproepen.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Van danser naar vierkant

De leraar heeft van de zeven stukken van het Chinese Tangram een dansende figuur gemaakt. Door de figuur op de overheadprojector te leggen, kunnen de kinderen de danser goed zien. Als de leraar de stukjes een beetje uit elkaar schuift, is zichtbaar uit welke vormen de puzzel bestaat. De leraar laat de stukjes benoemen. Welke vormen kennen de kinderen al? Het is niet nodig om hierbij lang stil te staan.

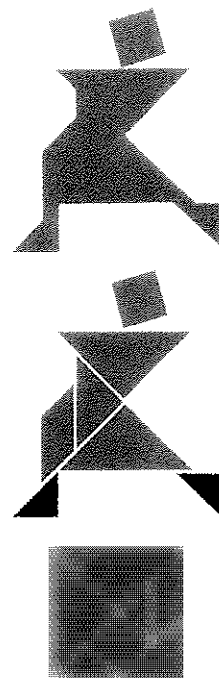
Het benoemen van vormen komt verderop in de activiteit nog terug. Dan komt de leraar met een verrassing. Door de stukjes op een bepaalde manier aan elkaar te schuiven, kan er een vierkant van gemaakt worden. Dit is een leuke puzzel waarvan de kinderen gemakkelijk zelf de puzzelstukjes kunnen maken. Besloten wordt dit te doen.

Vierkant vouwen

De kinderen krijgen een rood A4-blad met de opdracht om daarvan een vierkant te maken. De leraar observeert hoe ze dit doen.

Faan gaat de korte zijde terugvouwen, maar ziet dan dat het niet erg klopt. Uiteindelijk gebruikt hij een liniaal en zet hij de 21 cm van de korte zijde af op de lange kant. Dan gaat hij weer vouwen en knipt hij het vierkant.

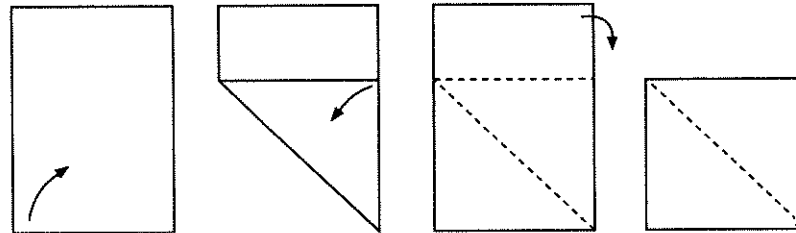
De leraar neemt daarop een nieuw A4-blad en vraagt of Faan het ook zonder liniaal kan. Faan denkt lang na en probeert wat met





dubbelvouwen. De leraar wijst met gespreide hand aan dat de korte kant op de lange kant moet komen. Dan begint Faan schuin te vouwen. Plotseling is de goede vouw er. Faan roept: "Net als bij een vliegtuigje." Blijkbaar heeft hij het al eens eerder gedaan, maar kon hij deze ervaring bij de nieuwe opdracht niet inzetten.

De meest elegante, verkorte manier om van een rechthoek een vierkant te maken, is het leggen van de korte zijde op de lange zijde. Als dan vervolgens het papier wordt gevouwen, is de schuine vouw de diagonaal van het vierkant.



Niet alle kinderen passen deze werkwijze uit zichzelf toe. Behalve ervaring met vouwen vraagt dit ook een goed begrip van wat een vierkant is. Daarom gaat de leraar hierop nog even in.

"Hoe kun je zien dat het een vierkant is?"

Faan wijst de zijden aan en zegt: "Deze moeten allemaal gelijk zijn."

De leraar reageert hierop door een ruit op het bord te tekenen en daaraan toe te voegen: "Hiervan zijn ook alle zijden gelijk."

Faan: "Nee, dat is geen vierkant. Dat is een scheef vierkant..."

"Nee, het heet een ruit", vervolgt hij.

Leraar: "Hoe weet je dat?"

Faan: "Van het kaarten."

De leraar zegt dan: "Je hebt gelijk. Een vierkant is recht.

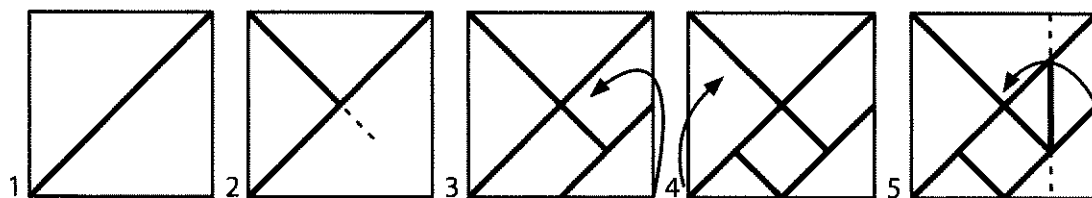
De hoekpunten zien eruit als rechte haken."

Vouwen, tekenen en uitknippen

De volgende stap voor het maken van de puzzelstukjes van het Tangram is het tekenen van de kniplijnen. Om deze kniplijnen te vinden, moeten de leerlingen hun vierkant gaan vouwen op de witte lijnen van het



zwarte Tangramvierkant. De leraar legt dit vierkant als voorbeeld op de overheadprojector of plakt een vergrote versie ervan op een groot vel wit papier. De kinderen zien dan hoe ze moeten vouwen.



De diagonale lijnen (zie tekening 1 en 2) gaan gemakkelijk. Na elke vouw tekenen de kinderen de bijbehorende kniplijn op hun vierkant. Bij de tweede diagonaal (2) moet alleen het lijnstuk linksboven getekend worden. Hierna is de kleine diagonaal rechtsonder (3) aan de beurt. Deze is aanmerkelijk moeilijker te vouwen. Dat de punt van het vierkant dan naar het midden van het vierkant moet, is niet altijd vanzelfsprekend voor de kinderen. Door wat te proberen lukt het meestal wel. En weer wordt de kniplijn getekend. Dit keer is het de volledige vouwlijn. De diagonaal linksonder (4) is in feite een herhaling van de vorige handeling, maar toch betekent dit niet automatisch dat het vouwen van deze lijn dan vanzelf gaat. Sommige kinderen hebben een zetje nodig. Het helpt als de leraar erop wijst dat het hier eigenlijk om net zo'n lijn gaat als de vorige. Als de bijbehorende kniplijn is getekend, komt het kleine vierkant te voorschijn. Nu nog de laatste vouwlijn (5). Als de kniplijn die hierbij hoort is getekend, is het vierkant klaar om uitgeknipt te worden.

Extra onderdeel: Achterkant van een andere kleur

In het geval de leraar later in deze activiteit wil ingaan op de consequenties van het omkeren van het Tangramvierkant, is het handig om in deze fase eerst nog een vierkant te maken, maar dan van een blauw A-4 blad. Kinderen die de eerste keer nog niet zo behendig waren in het vouwen van een vierkant, krijgen dan een tweede gelegenheid om de diagonaalmethode toe te passen.

Is het blauwe vierkant uitgeknipt, dan wordt dit aan de achterkant tegen het rode vierkant geplakt. Vervolgens knippen de kinderen de Tangramstukjes uit.



Stukjes sorteren en benoemen

Als iedereen de rode Tangramstukjes op tafel heeft liggen, worden de stukjes soort bij soort gelegd en benoemd.

Faan: "Er zijn vijf driehoeken. Die twee zijn hetzelfde, die twee zijn hetzelfde en dan nog die. Het zijn allemaal driehoeken."

Leraar: "Ja, maar ze zijn niet allemaal even groot..."

Faan laat de leraar niet uitspreken en voegt er uit zichzelf aan toe: "Ze hebben wel allemaal dezelfde vorm."

Het is opmerkelijk dat deze leerling de vorm en grootte van figuren al herkent. In het algemeen zal het nodig zijn dat de leraar hierbij wat langer stilstaat en een aantal voorbeelden en tegenvoorbeelden bespreekt.

De leraar legt de driehoeken bij elkaar en wijst op de twee overgebleven stukken.

Leraar: "Wat zijn dat?"

Faan: "Dat is een vierkant en dat is een schuine rechthoek."

Ofschoon 'schuine rechthoek' niet de officiële naam is, vindt de leraar dit een goede aanduiding voor het parallellogram. De zelfgekozen naam laat zien dat Faan inzicht heeft in deze vorm. Hij ziet er een schuine versie van een rechthoek in. Een andere naam zou kunnen zijn 'scheve rechthoek'. Het spreekt vanzelf dat in dit stadium de kinderen nog niet de formele meetkundige termen hoeven te kennen. Zeker voor de minder alledaagse vormen is het aan te bevelen om visuele omschrijvingen te gebruiken.

Het rode vierkant weer heel maken

Nu volgt het meest spannende deel van de activiteit. De kinderen moeten van de losse rode stukjes weer een vierkant maken. Het moet er precies zo uitzien als het zwarte Tangramvierkant. In eerste instantie proberen de kinderen dit voor elkaar te krijgen zonder het zwarte vierkant als voorbeeld. Elkaar helpen mag wel.

Voor Faan blijkt dit geen gemakkelijke opdracht. Telkens begint hij met een van de grote driehoeken. De rechte hoek hiervan vat hij dan op als een van de hoekpunten van het hele Tangramvierkant.



Aan de kinderen die er maar niet uitkomen geeft de leraar een zwart vierkant dat even groot is als het hele Tangramvierkant. Hierop is echter niet de verdeling van de vormen getekend. Indien nodig kan er nog een hint bij worden gegeven door de kinderen erop te wijzen dat ze op de lange zijden (of kanten) van de twee grote driehoeken moeten letten. Met deze lange zijden kan de bovenkant en de zijkant van het Tangramvierkant worden gemaakt. Wie er dan nog niet uitkomt, krijgt het zwarte Tangramvierkant waarop de witte lijnen staan.

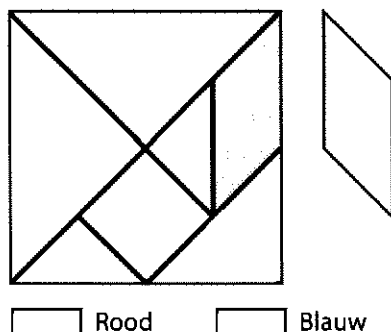
Extra onderdeel: Het blauwe vierkant

Via deze opdracht kan de leraar de consequenties van het omkeren aan de orde stellen. Het rode Tangramvierkant wordt weer uit elkaar gehaald en de leraar vraagt de kinderen om nu het blauwe Tangramvierkant te leggen. Om het niet al te moeilijk te maken, mogen ze het zwarte voorbeeld met de witte lijnen erbij hebben.

Ook Faan start enthousiast aan deze herhaling.

Hij legt de puzzel neer volgens het zwarte voorbeeld, dus met het grote vierkant links. Tot zijn verrassing blijkt de schuine rechthoek (het parallellogram) nu alleen te passen als deze met de rode kant naar boven wordt gelegd.

De leraar vraagt hem hoe dat nu mogelijk is.



Wijzend op het parallellogram antwoordt Faan: “Je moet deze omdraaien.”

Leraar: “Maar waarom?”

Dit blijkt zeer lastig voor Faan. Wel merkt hij op dat het bij de



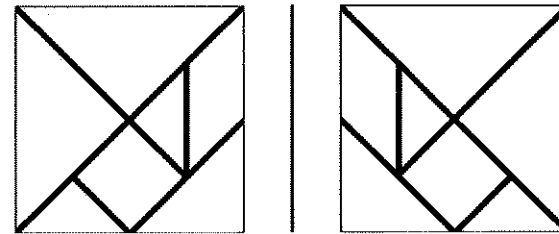
andere stukjes (de driehoeken en het vierkant) niet uitmaakt of je ze met de voorkant of de achterkant naar boven legt:

“Die passen toch wel.”

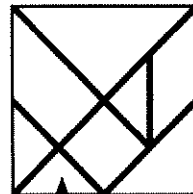
Opeens komt Faan dan toch met een verklaring: “Deze (hij bedoelt het parallellogram) is niet symmetrisch.”

Later legt hij uit dat hij dit woord kent van zijn moeder.

Dat het inderdaad zo is dat met de rode en blauwe stukjes niet eenzelfde Tangramvierkant gelegd kan worden, is goed te zien als van twee rode Tangramvierkanten er één wordt omgekeerd. Dit kan handig door het vierkant tussen twee A4-bladen te nemen. Het resultaat hiervan is een blauw Tangramvierkant dat het spiegelbeeld is van het rode. Precies in het midden tussen de twee vierkanten loopt de symmetrieas.



Sommige kinderen zien misschien de symmetrie pas als de vierkanten helemaal tegen elkaar liggen. Dan kan de rechter zijkant van het rode Tangramvierkant als de lijn worden beschouwd waarlangs het is omgeklapt. De kinderen kunnen nu proberen of ze de blauwe stukjes op dezelfde manier kunnen neerleggen als de rode. Door ze rond te draaien lukt dit voor alle stukjes, behalve voor het parallellogram. De vraag is nu waarom dit zo is. Waarom heeft alleen de scheve rechthoek last van het omklappen? Het antwoord hierop is dat deze vorm niet (lijn)symmetrisch is en de andere vormen wel. Maar weinig kinderen zullen dit op deze manier formuleren.



5 eurocent

Wat kost het?

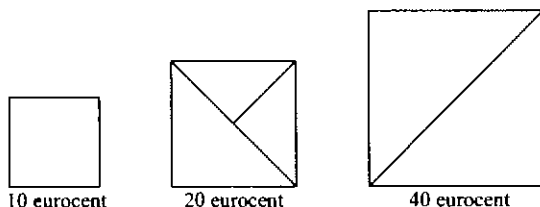
Om de stukjes van het Tangram nog beter te leren kennen en te ontdekken hoe met de kleinste driehoek als basis andere figuren te maken zijn, voorzien de kinderen de stukjes van prijzen. Dit kan bijvoorbeeld ingeleid worden met een verhaal over een dropfabrikant, die het Tangram in zijn assortiment wil opnemen. Er wordt afgesproken dat het kleine dropdriehoekje 5 eurocent kost.



Vragenderwijs wordt daarna van alle stukjes de prijs vastgesteld. Als dit ene stukje 5 eurocent kost, zijn er dan nog meer stukjes die 5 eurocent kosten? Zijn er ook stukjes van 10 eurocent?

Faan wijst direct de drie stukjes aan die 10 eurocent kosten.
Hij geeft er ook een verklaring bij door te laten zien hoe deze stukjes te maken zijn van twee kleine driehoeken.

Daarna maken de kinderen vierkanten die verschillen in waarde.



Hoe is de vogel opgebouwd?

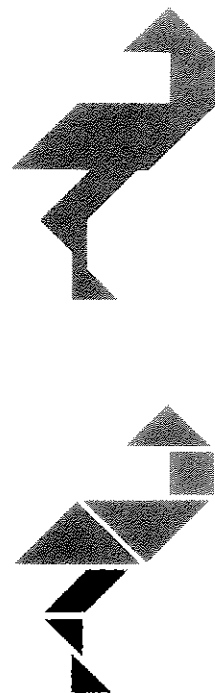
Het oplossen van een echte Tangrapuzzel vormt de afsluiting van deze onderwijsactiviteit. De kinderen werken hieraan in tweetallen.

Dit is een echte breinbreker. Als de kinderen hulp nodig hebben, geeft de leraar vragenderwijs enkele hints:

- Zoek vormen die je meteen herkent (kop - driehoek; hals - vierkant; voet - kleine driehoek).
- Dat lijf heeft de vorm van een scheve rechthoek (parallellogram), maar zit er wel zo'n grote scheve rechthoek bij de stukjes? Kan deze misschien gemaakt worden door andere vormen te gebruiken?
- Een rechthoek om de poot te maken is er niet, maar misschien is het wel mogelijk om een begin van de poot te maken en ervoor te zorgen dat dit mooi aansluit bij het lijf. Dan hoeft de poot alleen nog maar langer te worden.

De oplossing van de vogelpuzzel staat hiernaast.

Kinderen die er niet uitkomen, mogen dit voorbeeld gebruiken om de vogel na te maken.





Vervolgactiviteiten

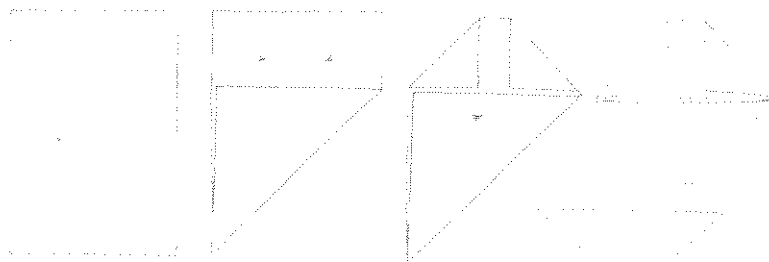
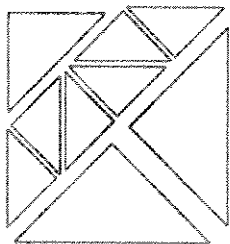
Wie zoekt naar vervolgactiviteiten kan in puzzelboeken allerlei Tangrapuzzels vinden. Daarnaast biedt ook het materiaal uit de onderwijsactiviteit mogelijkheden voor een vervolg.

- Laat je buur het maken

De leerlingen mogen zelf met de Tangramstukjes een figuur maken. Als ondergrond nemen ze een stuk papier. Als de figuur klaar is, trekken ze deze op het papier over. Daarna geven ze de tekening aan hun buurman of buurvrouw die de puzzel probeert op te lossen. Om hun medeleerling te helpen, moeten de kinderen wel een aantal tips erbij geven.

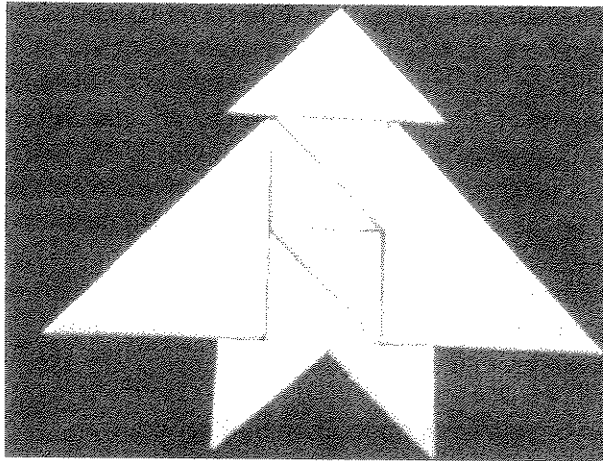
- Tangram van driehoeken

Bij deze activiteit wordt gewerkt met een Tangram dat alleen bestaat uit driehoeken.¹⁶ In totaal zijn voor deze puzzel negen driehoeken nodig van drie verschillende grootten. Deze driehoeken kunnen op de volgende manier worden gevouwen.



Het resultaat van dit vouwen is een driehoek in de vorm van een papieren kussentje. De grote driehoeken worden met een A4-blaadje gevouwen, de iets kleinere driehoek met een half A4-tje (A5) en voor de kleinste driehoeken is de helft van een half A4-tje (A6) nodig. Het feit dat de formaten A4, A5 en A6 zich op een bepaalde wijze verhouden, maakt dat dit ook bij de driehoeken het geval is en dat de ene driehoek tot de andere is te herleiden.¹⁷

Nadat het Tangramvierkant is gemaakt, kunnen de kinderen met de stukjes eigen producties maken. Hierbij hoeft het niet altijd te gaan om het maken van herkenbare objecten. Met de driehoeken zijn ook mooie meetkundige patronen te creëren die als versiering kunnen dienen.



Schaduwen

Spelen met schaduwen is spelen met licht. Door het licht te blokkeren ontstaan allerlei vormen en figuren. Hoe dit uitpakt is afhankelijk van de vorm en stand van het object dat het licht tegenhoudt, maar ook het vlak waarop de schaduw terechtkomt is bepalend hiervoor. Bovendien is de lichtbron zelf eveneens van belang. Het maakt heel wat uit of die dichtbij staat of op zeer grote afstand. In groep 3 en 4 wordt het verschil tussen de schaduw van een lamp of van de zon in het algemeen nog niet aan de orde gesteld. Evenals in groep 1 en 2 blijven de activiteiten hoofdzakelijk beperkt tot het werken met zonnenschaduwen.

De zon staat op zo'n grote afstand van de aarde, dat de zonnestralen als een bundel evenwijdige stralen opgevat kunnen worden. Een gevolg hiervan is dat, als een object twee evenwijdige lijnen heeft, dit ook tot twee evenwijdige schaduwlijnen leidt.¹⁸ Dit behoud van evenwijdigheid geldt niet als er sprake is van een dichtbijstaande lichtbron zoals een lamp. Dat de zon en een lamp tot andere schaduwen leiden, kan men gemakkelijk zelf ontdekken. Maak op een zonnige dag maar eens een wandelingetje langs een rechte lijn en loop 's avonds maar eens langs een rechte lijn bij het licht van een straatlantaarn. In het eerste geval blijft de schaduw steeds even lang en wijst deze steeds dezelfde richting uit. In het tweede geval verandert de schaduw van lengte en richting; hij haalt je in.



Ofsehoon de kinderen in groep 3 en 4 dit al wel kunnen ervaren, is het verklaren van het verschil tussen de schaduw van de zon en van een lamp duidelijk een onderwerp voor de bovenbouw. Wel kan in groep 3 en 4 al enig besef ontstaan van het effect van de stand van de zon en de samenhang tussen tijd en zonnenschaduw. Ook kan al een eerste stap worden gezet in de richting van het schematiseren: het schematisch weergeven van de schaduweffecten van de zon. Bij dit alles dient de leraar echter niet het speelse element te vergeten.

Het is aan te bevelen om enkele spelactiviteiten uit groep 1 en 2 te herhalen met meer reflectie. Daarnaast zijn er ook talloze mogelijkheden voor nieuwe activiteiten.

Activiteiten om ervaring op te doen met schaduwen

- Een rechte banaan

Dat bananen krom zijn weet iedereen, maar betekent dit dat de schaduw ook altijd krom is? Laat de kinderen eerst zeggen wat ze ervan vinden. Daarna mogen ze laten zien of het klopt wat ze denken.

Wie lukt het om van een banaan een rechte schaduw te krijgen?

Op hoeveel manieren kan dat? En hoe zou je de schaduw van de banaan langer kunnen maken?



- Zigzag schaduwen

Laat de kinderen de afbeelding met de zigzagschaduw zien en laat ze bedenken hoe deze schaduw kan zijn ontstaan.¹⁹

Komt iemand op het idee dat de mevrouw voor een trap staat?

De kinderen kunnen ook zelf zo'n trapschaduw maken. Neem een vel papier en vouw dat in de vorm van een trap. Houd er in de zon een potlood voor.

Daarna onderzoeken de kinderen nog andere achtergronden. Hoe ziet je schaduw eruit als je voor een laag muurtje staat of voor een gebogen vorm?



- Houd je schaduw in de gaten

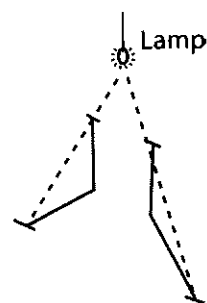
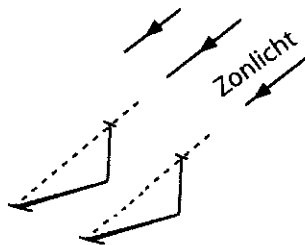
Hoe beweegt je schaduw als je langs de rand van het trottoir loopt of langs een andere rechte lijn? Wat gebeurt er als je naar links of naar rechts draait? Blijft je schaduw even lang? Doe dit ook eens als je met z'n tweeën naast elkaar loopt. Kun je dan zo gaan staan dat de schaduwen elkaar kruisen?

- Vierkant in de zon

De kinderen maken van een correspondentiekaart een vierkant. In het midden (op het snijpunt van de diagonalen) prikken ze een gaatje. Een van de hoekpunten van het vierkant wordt met plakband aan een stokje vastgemaakt. Dan onderzoeken de kinderen de schaduwen van het vierkant. Ze houden de kaart in het zonlicht en laten de schaduw op een wit vel papier vallen. Ze trekken de schaduwen om. Welke figuren ontstaan er? Is de schaduw altijd een vierkant? Nee, alleen als je de kaart in een bepaalde stand houdt. Wel is de schaduw altijd een figuur met vier hoeken (als je tenminste het vlak van de kaart niet laat samenvallen met de zonnestralen). Van deze figuren zijn de overliggende zijden steeds evenwijdig. Het gaatje in het midden van de kaart geeft ook nog aanleiding tot een ontdekking: het blijft steeds in het midden van de schaduwvorm.

- Vierkant onder de lamp

Eventueel kan na het voorgaande experiment een klein uitstapje worden gemaakt naar een lamp als lichtbron. Wat gebeurt er als de proef met de kaart met een lamp wordt gedaan? Het resultaat is verrassend. De meeste kinderen denken dat de schaduw van een lamp en de zon hetzelfde zijn. Door het uit te proberen kunnen ze zien dat bij de lamp de evenwijdige lijnen niet evenwijdig blijven. Op deze manier krijgen de kinderen een eerste notie van het basale idee van verschillende projecties. Bij een lamp (centraalprojectie) komt het licht vanuit een centraal punt (de stralen wijken uit). Bij de zon (parallelprojectie) komt het licht van zo'n grote afstand dat de stralen allemaal in dezelfde richting lijken te lopen.





Om de kinderen ervaring te laten opdoen met schaduwen zijn actieve, praktische werkvormen nodig. Voor het leren doorgronden van het effect van de stand van de zon en de samenhang tussen tijd en zonnenschaduw is het noodzakelijk dat de kinderen naar buiten gaan en experimenten doen. Bij wijze van voorbeeld is in het volgende zo'n activiteit nader uitgewerkt.

‘Zoek het geheime kistje’

Toelichting op de onderwijsactiviteit

Bij deze activiteit over schaduwen krijgen de kinderen gelegenheid zich bewust te worden van het feit dat een schaduw van de zon voortdurend van richting en lengte verandert en dat deze verandering een gevolg is van de stand van de zon. De activiteit vindt voor een deel buiten plaats en vraagt om een zonnige dag.²⁰ Het experiment is niet bedoeld als een eerste les over schaduwen. De meeste kinderen hebben in schoolverband of daarbuiten al met schaduwen kennisgemaakt. Omdat dit echter niet voor alle kinderen hoeft te gelden, kan het nodig zijn om in een les vooraf wat ervaringen met schaduwen te actualiseren; bijvoorbeeld op de volgende manier.

Een les vooraf: Allemaal op een rij

De leraar gaat met de klas naar buiten, gaat op een zonnige plek staan en begint een gesprek over schaduwen. In het volgende voorbeeld start de leraar met een zeer directe vraag.

Leraar: “Weten jullie wat een schaduw is?”

Faan draait zijn rug naar de zon en wijst naar zijn schaduw op de grond.

Leraar: “Weet je ook hoe dat komt, dat je die schaduw krijgt?”

Faan: “Ik houd het licht tegen. Dat gaat zo langs mij heen.”

Faan maakt daarbij een gebaar over zijn hoofd waarbij hij zijn hand in de richting van de top van de schaduw van zijn hoofd laat gaan.

Leraar: “Marieke laat jij ook eens zien hoe jij je eigen schaduw kunt bekijken.”



Marieke draait zich eerst naar de zon toe, maar al snel heeft ze in de gaten dat ze zich moet omdraaien.

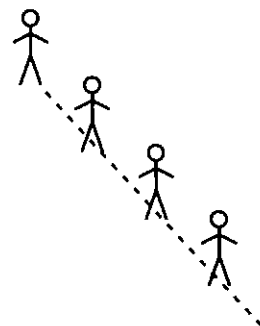
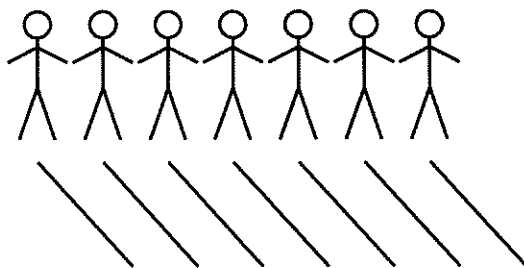
De leraar laat haar deze ontdekking ook nog even verwoorden:

“Waarom draaide je je om, Marieke?”

Marieke: “Nou, het licht moet van achteren komen.”

Dan richt de leraar zich tot hele klas: “Hoe moeten we met z’n allen gaan staan om onze schaduwen te zien?”

Als de kinderen allemaal door elkaar staan, zien ze wel hun eigen schaduw, maar merken ze misschien nog niet op dat hun schaduwen allemaal in dezelfde richting lopen. Daarom stuurt de leraar aan op een nette rij waarbij de kinderen naast elkaar staan met hun neuzen dezelfde kant op.



Een andere rij is ook mogelijk. De kinderen gaan voor elkaar staan waarbij het volgende kind telkens aansluit op de top van de schaduw van het vorige kind. Op deze manier ontstaat een lange rechte lijn van kinderen en schaduwen.

Nog een andere manier om de kinderen te laten ontdekken dat hun zonneschaduwen allemaal evenwijdig lopen, is door ze in tweetallen de lengte van hun schaduwen met krijt op de grond te laten tekenen.

De onderwijsactiviteit ‘Zoek het geheime kistje’ begint met een klassikale inleiding buiten op de speelplaats. De leraar vertelt over een geheim kistje dat verstopt is bij het uiteinde van de schaduw van de vlaggenmast. De kinderen moeten dit kistje weer proberen terug te vinden door de schaduw van de mast te volgen. Omdat het echter ondoenlijk is om dit met de hele groep te doen, krijgen om beurten twee



‘schaduwwachters’ de opdracht om het verloop van de schaduw bij te houden. De rest van de groep gaat terug naar de klas. Aan het eind van de dag worden de bevindingen van de schaduwwachters klassikaal besproken.

Voor het oplossen van het probleem moeten de kinderen uitzoeken hoe de zon gedurende de dag langs de hemel beweegt en wat dit betekent voor de beweging van de schaduw. Ze zullen ontdekken dat de schaduw vrij snel van plaats verandert. Al na vijf minuten is duidelijk een verplaatsing waarneembaar. Een ander kenmerk van de schaduw is dat deze niet altijd even lang is. Dit heeft ook met de stand van de zon te maken. Hoe hoger de zon staat, hoe steiler de stralen inkomen, dus hoe korter de schaduw zal zijn. Tijdens de activiteit zoeken de kinderen uit op welk tijdstip de zonnestand het hoogst is. Dit is niet op elke dag hetzelfde.

Beschrijving van de onderwijsactiviteit

Kom mee naar buiten

De hele klas gaat naar de speelplaats. Voordat de leraar begint over het probleem van het geheime kistje, worden eerst nog wat eerdere ervaringen met schaduwen geactualiseerd. Hoe dit in de groep 3 ging waar de video-opname is gemaakt, is te zien op videofragment 10a.²¹



De zon schijnt volop. Een grote schaduw bedekt een groot deel van de speelplaats. De leraar staat voor de groep met zijn rug naar de school. Hij staat vol in het zonlicht en zijn schaduw ligt tussen hem en de kinderen in. Dan loopt hij achterwaarts in de richting van de school. Hij zwaait met zijn handen in de lucht en loopt net zo lang door totdat zijn schaduw verdwijnt in de schaduw van de school.

Vervolgens begint de leraar een gesprek over de stand van de zon met als beginvraag of de zon de hele dag op dezelfde plaats staat. Enkele kinderen geven antwoorden in de trant van:

“Als de zon daar staat, is de schaduw daar, maar is de zon dáár



(wijzend naar de andere kant) dan is de schaduw daar.”

Het is duidelijk dat voor de kinderen het verplaatsen van de schaduw in relatie staat met de zonnebaan.

Daarna stelt de leraar nog een vraag over de lengte van de schaduw. Deze vraag is lastiger. Een kind geeft aan dat de lengte van de schaduw te maken heeft met een hoge of lage zonnestand, maar hoe dit precies zit is onduidelijk. In elk geval weet deze leerling ook nog te melden dat de zon aan het eind van de dag laag staat.

Het verhaal over het geheime kistje

Na deze inleiding vertelt de leraar over het geheime kistje dat verstopt is en dat teruggevonden moet worden. Hoe de leraar dit aanpakt is te zien op de videofragmenten 10b en c.

10b/c



De leraar vertelt over zijn nichtje dat een kistje met geheime spullen heeft verstopt in de tuin. Ze heeft dit gedaan omdat haar broer erg nieuwsgierig is en telkens op zoek gaat naar het kistje. Hij wil natuurlijk graag weten wat erin zit. Omdat het nichtje in huis geen geschikte plek kon vinden, is ze buiten een plaats gaan zoeken. Uiteindelijk kwam ze op het idee om het kistje te begraven aan het einde van de schaduw van de vlaggenmast. Het is bijna één uur, haar broer komt zo thuis, dus stopt ze het kistje snel in de grond. Zorgvuldig wist ze elk spoor uit.

De volgende dag wil het nichtje weer naar haar kistje gaan kijken. Ze loopt de tuin in en kijkt rond. Waar moet ze gaan graven? De leraar laat de kinderen meedenken; zie videofragment 10d.

10d



De kinderen van groep 3 komen met allerlei ideeën. Sommige kinderen roepen al meteen dat in ieder geval de zon moet schijnen. Anderen laten in hun reactie blijken dat ze vermoeden



dat het tijdstip waarop het nichtje gaat zoeken er ook toe doet. Na wat discussie is iedereen het ermee eens dat als je weet wat er met de schaduw gebeurt, dat je dan ook achter de verstopplaats van het kistje kunt komen.

Hoe gaat de schaduw?

Om alles wat concreter te maken zet de leraar een markeringspaal uit de gymzaal neer op een zonnige plek op de speelplaats. Onder de paal wordt een stuk behangpapier gelegd. Hierop kunnen de kinderen de veranderingen aangeven die optreden in de richting en de lengte van de schaduw. Met krijt op de speelplaats tekenen kan ook, maar het voordeel van een vel papier is dat het gemakkelijk mee naar de klas te nemen is. Nadat de paal is neergezet, wordt de plaats goed gemarkeerd. Dit geldt ook voor het papier dat eronder ligt. Paal en papier mogen de hele dag niet van plaats veranderen. Vervolgens vraagt de leraar aan de leerlingen wat er met de schaduw van de paal zal gebeuren.

Leraar: "Blijft de schaduw de hele dag hetzelfde of niet?"

Voor de meeste kinderen is het geen probleem om aan te geven in welke richting de schaduw loopt. Ze weten ook dat de verandering samenhangt met de stand van de zon. Vervolgens stelt de leraar voor om te kijken wat er precies met de schaduw gebeurt. Als ze dit weten, kunnen ze het probleem van het geheime kistje oplossen.

Schaduwwachters aan het werk

Omdat het ondoenlijk is om de hele dag met de klas bij de paal te blijven staan, wordt afgesproken dat op toerbeurt twee schaduwwachters naar buiten mogen om de toestand van de schaduw te bekijken en deze vast te leggen. Om het kwartier wordt de schaduw op het papier overgetrokken en de lengte ervan gemeten en genoteerd. De leraar gaat ondertussen door met de andere lessen. Van tijd tot tijd wordt de les even onderbroken om de schaduwwachters hun ervaringen te laten vertellen.

De schaduwwachters komen binnen en vertellen dat de schaduw verplaatst is. Ze laten het papier zien waarop de schaduwlijnen staan.



De leraar vraagt of iemand weet waar de schaduw dadelijk zal staan. Leerlingen wijzen links van de laatste schaduw.

Leraar: "Hoe komt dat?"

Leerlingen: "De zon gaat die kant op (wijzen naar rechts).

Dus dan moet de schaduw hier komen (wijzend naar links)."

Leraar: "Hoe zal de schaduw over een uur staan? En hoe zal dan de zon staan?"

Om de plaats van de schaduw aan te geven, wijzen de leerlingen links van de laatste schaduw en voor de zon wijzen ze naar rechts.

Op het bord wordt de nieuwe lengte van de schaduw geschreven:

9.00 u 120 cm

9.15 u 117 cm

9.30 u

9.45 u

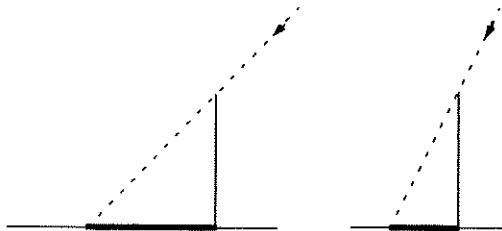
Leraar: "Hebben jullie al iets ontdekt over de lengte van de schaduw?"

Leerlingen: "De schaduw kan lang of kort worden."

Leraar: "Wordt de schaduw langer of korter?"

De leerlingen denken in eerste instantie dat de schaduw langer wordt, maar dat corrigeren ze meteen weer.

De vraag hoe het zit met de lengte van de schaduw op de verschillende tijdstippen, levert de bouwstenen voor de verklaring van de verandering van de schaduw. Ook het schematisch weergeven van de verschillende manieren waarop de zon op de paal kan schijnen kan hieraan bijdragen.



Hoe hoger de zon staat, hoe steiler de stralen inkomen en hoe korter dus de schaduw zal zijn. De meeste kinderen zullen in dit stadium dergelijke modeltekeningen nog niet goed begrijpen. Wel kunnen ze – met hun hand langs hun hoofd bewegend – in concreto aanwijzen hoe dit verschil in schaduw te verklaren is.



Leerlingen: “We dachten dat ie langer zou worden, maar hij is korter geworden.”

Leraar: “Denk eens aan je eigen schaduw. Wat gebeurt er als de zon hoger komt te staan?”

Een van de leerlingen gaat met zijn rug naar de (denkbeeldige) zon staan en zegt dan: “Hij wordt korter.” Terwijl hij dit zegt, maakt hij een handgebaar om te laten zien hoe door de hogere zon de schaduw steeds korter wordt.

Leerling: “De zon is hoog en de schaduw kort. De zon is laag en de schaduw lang.”

Leraar: “Heb je ‘s morgens wel eens naar je schaduw gekeken?”

Leerling: “Dan moet ie lang zijn.”

Leraar: “En ‘s avonds?”

Leerling: “Ook lang.”

Leraar: “Wanneer denk je dat de schaduw het kortst is?”

Leerling: “Om 12 uur.”

De leraar gaat er op dit moment niet op in, maar laat wel enige twijfel merken: “We zullen zien of dit klopt.”

Afrondende bespreking

Aan het einde van de dag wordt klassikaal besproken wat ze hebben gezien en geleerd. De leraar en de kinderen bekijken wat de schaduwwachters hebben gevonden. Zowel van de schaduwlijnen op het behangpapier als van de tabel met de tijden en de schaduwlengten valt veel te leren.

Leraar: “Wat valt je op als je naar de schaduwlijnen kijkt?”

Leerlingen: “De schaduw is steeds ergens anders te zien.”

Leerlingen: “De schaduw is hier lang en daar kort.”

Leraar: “Hoe zit het met de lengte van de schaduw?”

Leerling: “De schaduw begint lang en wordt steeds korter en daarna weer langer.”

Leraar: “Wanneer is de schaduw het kortst?”

Leerling: “Om kwart voor een.”

(Dat het niet om 12.00 uur is, zoals eerder gezegd werd, valt de leerlingen niet op. Dat is iets om later nog eens op terug te komen.)

Leraar: “Waarom is juist dan de schaduw het kortst?”

Leerling: “Dan staat de zon op zijn hoogst.”



Leraar: "Waarom verandert de richting van de schaduw?"

Leerling: "Omdat de zon zo gaat (al wijzend op de zonnebaan)."

Leraar: "Verandert de richting elke dag op dezelfde manier?"

Leerling: "Ja. De zon gaat elke dag zo (wijzend in de richting die de zonnebaan maakt)."

Leraar: "Dus de zon komt elke dag op dezelfde plaats op en gaat op dezelfde plaats onder."

Leerling: "Ja."

Misschien is het goed om na afloop van zo'n gesprek toch even na te gaan of de kinderen goed begrijpen dat dit verschijnsel niet alleen geldt voor een stok of paal, maar voor elk ander voorwerp. De leraar kan dan bijvoorbeeld zeggen: "Stel je voor dat we nu van iets anders de schaduw gaan meten, bijvoorbeeld van een stoel, zal dan hetzelfde met de schaduw gebeuren?" Als de kinderen niet zeker zijn over het antwoord kunnen ze het experiment met andere objecten herhalen.

Tijdens de nabespreking kan ter sprake komen dat je met de schaduw kunt achterhalen waar het zuiden is. Als deze het kortst is staat de zon in het zuiden. Dan weet je meteen ook waar het noorden is. Met een kompas is dit te controleren. Vervolgens kan in dit gesprek de zonnebaan gekoppeld worden aan de andere windrichtingen. Waar komt de zon op en waar gaat de zon onder? Is dat elke dag hetzelfde? Waar staat de zon op zijn hoogst? Hoe heten die richtingen? Wat is het verschil tussen de zonnebaan in de zomer en in de winter? In aansluiting daarop kan iets gezegd worden over het draaien van de aarde. Hoe komt het dat het dag en nacht wordt?

Tot slot komt de leraar terug op het geheime kistje dat in de tuin verstopt was. Waar kan dat kistje liggen? Hoe kunnen we het terugvinden?

Een leerling geeft aan dat het kistje aan het uiteinde van elke schaduwlijn kan liggen. Een andere leerling zegt dat je moet weten op welk tijdstip het kistje in de grond is gestopt. De leraar vraagt waarom de tijd belangrijk is en laat ook de andere leerlingen hierover meedenken.



De kinderen geven aan dat je op hetzelfde tijdstip moet kijken, want dan zie je waar het einde van de schaduw van de vlaggenmast toen was en waar je dus het kistje kunt vinden.

Vervolgactiviteit

Een mogelijke vervolgactiviteit is het maken van een zonnewijzer.²²

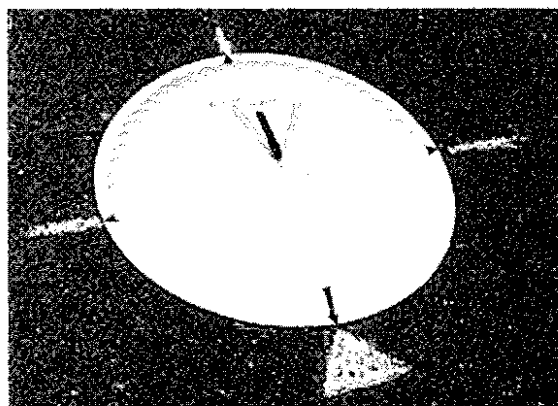
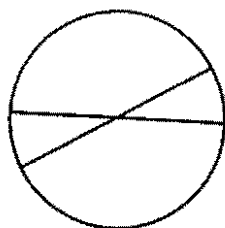
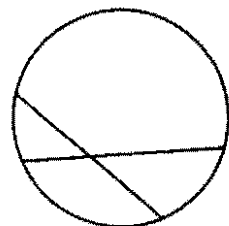
De kinderen krijgen een papieren partybordje. Eerst moeten ze aan de achterkant van het bord het midden vinden. Dit kan door twee elastiekjes kruiselings over het breedste deel van het bord te spannen. Bij hun kruispunt ligt het midden.

Besprek met de kinderen waarom je op deze manier het midden vindt. Denk aan het vouwen om het middelpunt van de cirkel te bepalen.

Op de plaats waar het midden is, wordt een dik rietje bevestigd.

De kinderen doen dit door vier kleine knipjes (1 à 1½ cm) in het rietje te maken en de vier stukjes met plakband vast te plakken op het bord.

Het opstaande deel van het rietje moet ongeveer 5 cm zijn. Dit rietje zorgt ervoor dat er schaduwlijnen op het bord komen. De kinderen moeten deze lijnen overtrekken en de tijd erbij schrijven. Voordat ze met het vastleggen van de schaduwlijnen beginnen, zoeken ze eerst een geschikte plaats om dit te doen. Heel belangrijk is vervolgens dat ze met tekens zowel op het bord als op de ondergrond de plaats van het bord aangeven.



Om te zorgen dat het bord steeds in dezelfde richting ligt, wordt op één plaats een pijl neergezet. Dit moet op het bord gebeuren en op de grond. Het aflezen van de tijd kan alleen als het bord steeds hetzelfde wordt gelegd. Waarom is dit zo?

En als je het bord nu mee naar huis wilt nemen, kloppen de tijden dan nog?

Hoe kun je ervoor zorgen dat dit het geval is?



Tussendoel meetkunde 6

De kinderen verdiepen hun kennis van opereren met vormen en figuren. Ze kunnen van eenvoudige figuren het spiegelbeeld bepalen en de juistheid ervan verklaren. Ze leggen en ontwerpen mozaïekpatronen en ze verkennen de meetkundige structuur van het Tangram en Tangramfiguren. Voorts weten ze en kunnen ze verklaren hoe richting, lengte en vorm van schaduwen samenhangen met de stand van de zon.

In groep 3 en 4 wordt voortgebouwd op de eerdere ervaringen die de kinderen met spiegels, mozaïeken en schaduwen hebben opgedaan. Dit opdoen van ervaringen en het zich verwonderen over tal van verschijnselen blijven belangrijk, maar de nadruk komt nu meer te liggen op verklaren en voorspellen.

Met een spiegel onderzoeken de kinderen welke figuren, hoofdletters en andere objecten symmetrisch zijn, oftewel of door een spiegel erop te plaatsen de figuur hetzelfde blijft. Op basis van deze ervaringen completeren ze figuren waarvan de spiegelas is gegeven. In aansluiting daarop staat in onderzoekjes het spiegelschrift centraal. Eerst krijgen de kinderen een korte tekst in spiegelschrift aangeboden. Het verrassende hiervan is dat ze deze met behulp van een spiegel kunnen ontcijferen, maar dat dit ook lukt door de tekst aan de achterzijde te bekijken. Daarna gaan de kinderen zelf een tekst in spiegelschrift maken en zetten ze hun onderzoek naar de relatie tussen spiegelen en omklappen voort.

Bij het naleggen en ontwerpen van mozaïeken gaat het om herkennen van patronen en vlakvullingen zoals bestratingen en tegelvloeren, het waarderen van de schoonheid ervan en het analyseren van de meetkundige structuren. Veel aandacht is er voor het Chinese Tangram, een meetkundig tovervierkant. Het accent ligt daarbij op het verkennen van de meetkundige structuur van de Tangramstukjes die allemaal te herleiden zijn tot een kleine driehoek (half vierkant). Het doorzien van die structuur wordt bevorderd door het zelf maken van de Tangramstukjes waarvoor eerst van een A-4 blad een vierkant moet worden gevouwen.



Als de kinderen alle stukjes hebben uitgeknipt, leggen ze het Tangramvierkant ermee. Ook lossen ze enkele Tangrampuzzels op. Meetkundige puzzels zijn leuk om te doen en dragen bij tot de vaardigheid om problemen op te lossen.

De activiteiten rond de zonneschaduw, waarmee in de aanvangsgroepen een start is gemaakt, worden in groep 3 en 4 voortgezet. Door van een markeringspaal uit de gymzaal de schaduw te volgen en vast te leggen, ontdekken de kinderen dat de schaduw van de zon voortdurend van richting en lengte verandert en dat deze verandering een gevolg is van de stand van de zon. Het zelf maken van een zonnewijzer is een mooie gelegenheid om deze kennis toe te passen.



Meetkunde op de computer in groep 3 en 4

Inleiding

De computer is niet meer uit de meetkunde weg te denken. Hij heeft niet alleen nieuwe onderwerpen en toepassingen gebracht, maar ook een nieuwe wereld geopend: de virtuele werkelijkheid. Deze voegt iets toe aan de echte realiteit. Mede daardoor kan deze bijzondere werkelijkheid ook een nieuwe bijdrage leveren aan het realistisch meetkundeonderwijs op de basisschool, zoals in dit hoofdstuk naar voren zal komen. Het hoofdstuk is gewijd aan het computerprogramma 'Bouwen met blokken' dat in het kader van het TAL-project is ontwikkeld. Een demonstratieversie ervan is te vinden op de cd-rom die bij dit boek hoort.¹

Het computerprogramma 'Bouwen met blokken' is een uitbreiding van het oriënteren en construeren in groep 3 en 4. Meer specifiek sluit het programma aan bij de onderwijsactiviteiten 'Vierkuberhuisjes' en 'De wijk'. Het is uitdrukkelijk niet de bedoeling dat het werken op de computer het echte bouwen vervangt. Eerst moeten de kinderen ervaring opdoen met echte blokken, daarna volgt de uitbreiding naar het bouwen op de computer. Dit laatste kent namelijk zijn zintuiglijke beperkingen. De blokjes zijn bijvoorbeeld niet te betasten, zoals met echte blokjes het geval is. Ze kunnen ook niet schots en scheef neergezet worden. De eigen aard van het computerprogramma kan deze speelsheid van het echte bouwen niet nabootsen. Daarvoor in de plaats biedt het programma echter een eigen, meer gestileerde vorm van speelsheid, zoals we in het vervolg zullen laten zien. De computer functioneert op school veelal als middel voor het inoefenen en verwerken van kennis en vaardigheden. Maar zoals uit het programma 'Bouwen met blokken' blijkt, kan hij ook een rijke, gestructureerde en afgebakende leeromgeving bieden waarin de leerlingen al onderzoekend basale begrippen en inzichten kunnen ontwikkelen en hun vindingrijkheid kunnen beproeven bij het oplossen van problemen. Bovendien biedt het koppelen van het echte bouwen met het bouwen op de computer mogelijkheden om op een natuurlijke manier ervaring op te doen met



tweedimensionale representaties van driedimensionale objecten. Twee kenmerken van het programma zijn van doorslaggevende betekenis: het kunnen draaien van de objecten op het scherm en het feit dat de objecten een ruimtelijke indruk kunnen geven. Op deze wijze levert het programma 'Bouwen met blokken' een meetkundig onderwijspakket dat het ruimtelijk voorstellingsvermogen van de leerling ontwikkelt, dat rekening houdt met een voortschrijdend ruimtelijk inzicht, en dat het ruimtelijke redeneren van de leerling versterkt. 'Bouwen met blokken' is dus niet alleen een oefenprogramma, maar ook een *beoefenprogramma*; het is een autonome leeromgeving die men met de traditionele onderwijsaanpak niet gemakkelijk kan evenaren. Daarmee is een dergelijk computerprogramma tot een nieuw didactisch middel gepromoveerd.

Computerprogramma 'Bouwen met blokken'

De onderdelen

Het computerprogramma is opgebouwd uit zeven onderdelen. Twee ervan worden in dit hoofdstuk uitgebreid besproken. Dit zijn het *Vrij bouwen* en het *Nabouwen*. Deze onderdelen zijn ook opgenomen op de cd-rom die bij dit TAL-boek hoort.² Het beginscherm van het programma geeft een overzicht van de onderdelen.





Het overzicht begint met *Extra opdrachten*, dat wil zeggen, een verzameling gevarieerde opgaven die op verschillende manieren gebruik laten maken van de computerruimte. Deze opdrachten behoeven weinig uitleg. Het kind kan er even aan snuffelen, om later meer gelijksoortige opdrachten in de andere onderdelen uit te voeren. Het onderdeel *Vrij bouwen* bevat een rooster waarop de kinderen bouwsels kunnen maken, die met rooster en al te draaien zijn, en voorwaarts en achterwaarts gekanteld en bewerkt kunnen worden. Deze dynamische eigenschappen van het 'beeldhouwen' kunnen overigens ook in alle andere onderdelen worden toegepast door met de muis over de tafel te bewegen en te klikken.

Nabouwen levert lijsten van staande, zwevende of in serie staande bouwsels die op het computerscherm moeten worden nagebouwd.

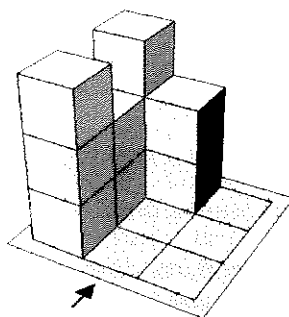
Nachtbouw toont computergebouwen uitsluitend in de nacht. Met deze wat duistere informatie moet de leerling het voorbeeldgebouw nabouwen. Alleen de buitenste contour is te zien, maar door het voorbeeld rond te draaien en het van alle kanten te bekijken, is meer zicht te krijgen op hoe het gebouw in elkaar steekt.



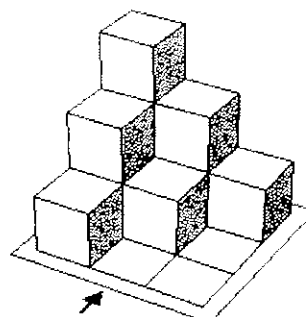
gebouw in de nacht

In *Hoogtekaart* wordt op de computer een gebouw nagemaakt dat alleen met hoogtegetallen is beschreven en in *Hoogtebouw* wordt, omgekeerd, een driedimensionaal gebouw gegeven dat door middel van een hoogtekaart kan worden nagebouwd. Links staat steeds de opdracht, rechts vindt de uitvoering plaats.

3	2	3
2		2
3	2	3



uit *Hoogtekaart*



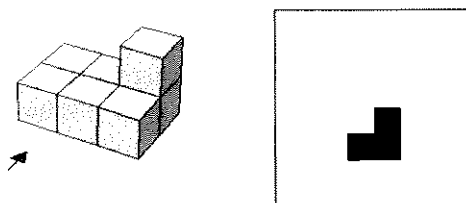
uit *Hoogtebouw*

2		
1		



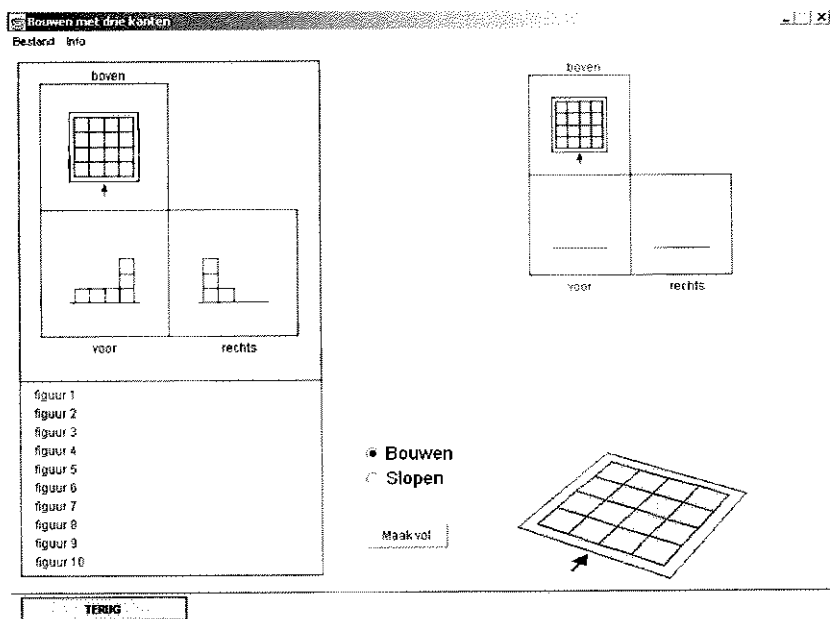


In het zesde onderdeel *Draaispel* krijgt de leerling de opdracht om een bepaalde zijkant van een computergebouw voor te draaien, zodat het gevraagde aanzicht wordt verkregen.



uit *Draaispel*

Op deze wijze worden twintig gebouwen gegeven die de leerlingen moeten draaien en waarmee ze punten voor hun prestaties kunnen verdienen.



uit *Bouwen met drie kanten*

Het laatste onderdeel *Bouwen met drie kanten* gaat over het ontwerpen van een bouwset waarvan drie aanzichten gegeven zijn.



Ruimtelijk Inzicht: de dimensieproblematiek

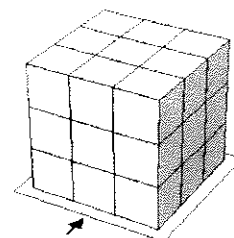
Deze zeven onderdelen plus de extra opdrachten kenmerken zich door de dynamiek in de computerplaatjes, de verschillende soorten perspectief, maar vooral ook door de interactie tussen de echte ruimte en de computerruimte die door de leerling wordt gecreëerd.

De bouwsels kunnen alle kanten opdraaien en zijn panoramisch op het scherm af te beelden, waardoor ze goed ruimtelijk zijn te zien. Er is een bouw- en sloopkeuze en een knop om het dag of nacht te laten worden, afhankelijk van wat de leerling wenst. Ook is het rooster uit te breiden en kunnen de bouwsels worden opgeslagen.³

Deze onderwijsmogelijkheden zorgen ervoor dat de leerlingen op interactieve wijze ruimtelijk inzicht kunnen verwerven. Daarbij springen de volgende bijzonderheden in het oog.

Allereerst de zogenoemde dimensiekwestie: ziet een leerling op het platte scherm wel het ruimtelijke gebouw dat bedoeld wordt? Eén van de doelen van het computerprogramma is om het ruimtelijk inzicht in de platte plaatjes verder te ontwikkelen.

Dat dit ook echt nodig is, moge blijken uit het feit dat sommige leerlingen bijvoorbeeld de platte 'dakpannen' van blokjeshuisjes ook voor blokjes aanzien. Deze leerlingen denken dat een computerbouwwerk van $3 \times 3 \times 3$ blokjes vier hoog is.



kubus van $3 \times 3 \times 3$

Dat het perspectief in de computerplaatjes niet iedereen direct een ruimtelijke indruk geeft, komt naar voren bij het volgende scherm. Het blokje dat hierop is te zien en dat duidelijk groter is dan een roostercel, zou volgens een leerling pal boven de bovenste punt van het rooster hangen. Om deze dimensieproblematiek tussen twee- en driedimensionaal het hoofd te kunnen bieden, worden verschillende activiteiten uitgevoerd.

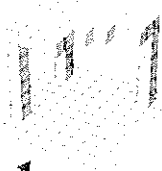


blokje boven
roosterpunt

Onderzoek van de virtuele ruimte

Naast deze dimensiekwestie nodigt het programma de leerling uit om op eigen initiatief onderzoek te doen in de computerruimte.

Dit is bijvoorbeeld het geval bij het afmaken van een tafel. De leerling draait de tafel rond en vult het tafelblad aan. Dan moet de andere poot er nog onder. Door de hokjes in het rooster vanaf de al staande



maak de tafel af

tafelpoten uit te tellen, vinden ze de plek op het rooster waar de andere poot op het rooster staat.

De leerling onderzoekt en vergelijkt daarbij de virtuele blokkenruimte met de echte wereld. Er kunnen verschillende blikwisselingen optreden: op de computer draait de leerling bijvoorbeeld het gebouw rond (met achtergrond en al), terwijl het kind in het echt zelf om zijn bouwsel moet lopen teneinde na te gaan of het wel goed is nagebouwd.

Met het onderzoeken van de virtuele ruimte wordt dus de echte ruimte nader beschouwd: een blokje lager dan ooghoogte, daar kijk je bovenop; anderzijds laat het programma zien dat ook de horizon als ooghoogte gebruikt kan worden – een nieuwtje voor veel kinderen.

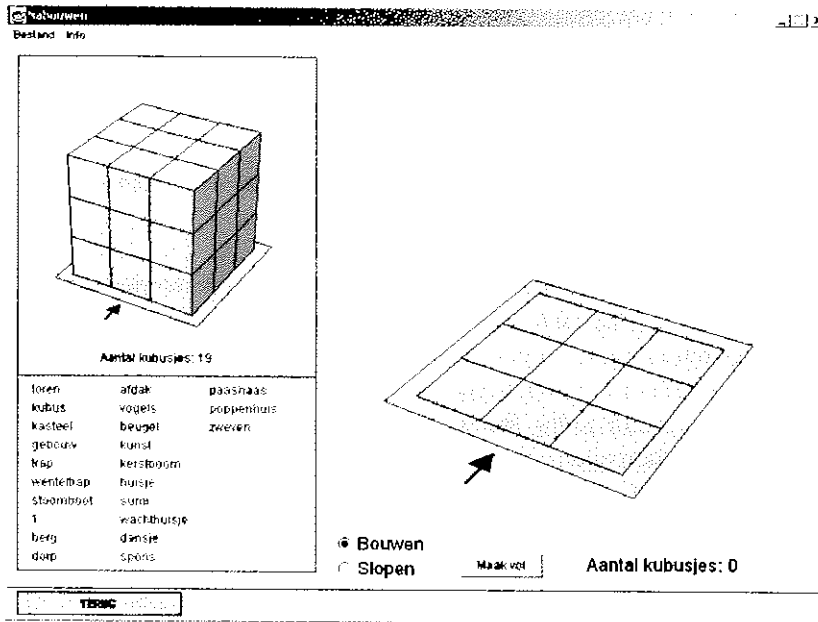
Eigenaardigheden van de computerruimte

De virtuele ruimte van het computerprogramma legt soms ‘storende’ verschillen aan de dag tussen het echte bouwen en het bouwen op de computer.

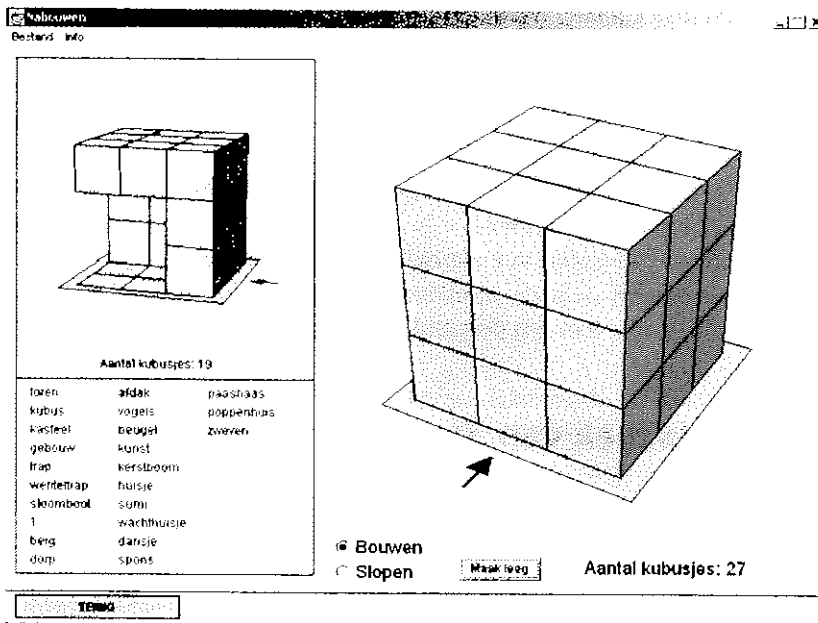
Wat op de computer kan, is in de werkelijkheid niet altijd mogelijk. Bijvoorbeeld gebouwen met een balkonnetje zijn zonder specie of lijm niet met losse blokjes te maken; om over bouwsels die in de ruimte zweven maar te zwijgen. De werkelijkheid legt andere beperkingen op aan het bouwen dan de computerruimte. Dat heeft tot gevolg dat computerbouwsels van bijzondere makelij ontworpen kunnen worden. De eigenaardigheden van de computerruimte kunnen in eigen onderzoek van de leerling volledig worden benut.

Groepjes van twee leerlingen krijgen in het onderdeel *Nabouwen* van het computerprogramma onder andere de opdracht een voorbeeld na te bouwen.

“Het is een kubus”, zegt een leerling direct. De kubus bestaat echter uit 19 blokjes. Dat aantal staat weliswaar onder het bouwsel vermeld, maar er is vrijwel geen kind dat daarop let. De leerlingen bouwen bij het zien van het voorbeeld direct een volledige kubus van $3 \times 3 \times 3$ op het rooster. Als ze daarmee klaar zijn, verschijnt er echter geen groene stip ten teken dat het voorbeeld goed is nagebouwd.



bouwset van 19 blokjes



bouwset gedraaid

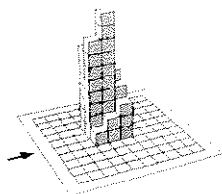


“Hoe kan dat nou?”, roept een meisje verbaasd. Nieuwsgierig draait ze het voorbeeld rond en komt dan tot de verrassende ontdekking van het zwevende deel van het bouwspel – een constructie die eigenlijk alleen in de computerruimte goed kan worden gemaakt.

“We moeten er blokjes uithalen”, lacht ze en de kinderen slopen de blokjes die te veel zijn uit hun eigen kubus.

Dit voorbeeld berust op het belangrijke principe in de meetkunde om vraagstukken te scheppen door beperkingen of uitbreidingen aan de bouwactiviteiten op te leggen. Leerlingen moeten bijvoorbeeld gewoonlijk rekening houden met de zwaartekracht, maar op de computer is dat niet nodig. Bouwen met blokken vindt daar plaats in een ruimte met andere eigenschappen. Daardoor zijn fantasiegebouwen te maken die geheel of gedeeltelijk zweven. En daardoor ligt de weg open voor het bedenken van allerlei meetkundige opgaven die interessanter zijn dan het louter slaafse nabouwen. Hier volgen enkele voorbeelden van opgaven die de bouw beperken of juist uitbreiden:

- Hoeveel blokjes van de kubus zijn weg te halen zodat het ding toch nog van drie kanten op een kubus lijkt?
- Maak eens een kubus van 26 blokjes. Hoeveel verschillende kubussen van 26 blokjes zijn mogelijk?
- Zou deze kubus instorten als je hem van echte blokjes maakt? Naar welke kant zou hij omvallen?
- Maak een kubus met twee gaten die elkaar niet treffen (gaten die elkaar niet raken of snijden).
- Is van de $3 \times 3 \times 3$ -kubus een wenteltrap te maken? Hoe hoog kun je daarmee komen als je de wenteltrap voortzet?
- Wat is de hoogte van een dergelijke wenteltrap op een 4×4 -grondvlak?



wenteltrap op
 3×3 -grondvlak

Didactiek van ‘Bouwen met blokken’

Hier worden suggesties en hints gegeven voor het onderwijs. Antwoord wordt gegeven op praktische vragen, zoals “Waar past een bepaald onderdeel, spelletje of werkje?”, “Welke voortzettingen zijn er?” en “Hoe is het computerprogramma in een alledaagse les te gebruiken?”.



Gewoonlijk wordt er in een apart lokaal door individuele of groepjes kinderen met computerprogramma's gewerkt; soms gebeurt het ook in een hoekje van de klas. Er zijn ook klassikale lessen mee te doen. In de bouwactiviteiten laten zich drie globale fasen onderscheiden: vrij bouwen, meebouwen en nabouwen.

Onderdeel Vrij bouwen

Dit onderdeel van het programma heeft vele mogelijkheden. Het biedt de kinderen een uitstekende gelegenheid om te demonstreren wat ze thuis op de computer al hebben geleerd. Het onderdeel is goed te gebruiken bij het vrije 'beeldhouwen' van bouwsels waarbij blokjes worden weggehaald, het maken van een maquette voor de woonwijk van de leerlingen, of voor het maken van een zelf bedacht dorpje dat aan bepaalde bouwvoorwaarden voldoet. Na een les over bouwen van huisjes (zie 'Vierkuberhuisjes') of de maquette van de woonwijk (zie 'De wijk') volgt bijvoorbeeld een computerspelletje ter oefening of verdieping van het bouwen. Ook een klassikale les over de computer is bijzonder waardevol. Zo'n groepsgerichte inleiding is zelfs heel geschikt om technische vaardigheden te demonstreren, om leerlingen computervoorbeelden te laten meebouwen of nabouwen, om eigen werk (eigen producties zoals droomhuisjes, vierkubers of computermaquettes) te laten maken, om het echte bouwen op tafel met het virtuele bouwen op de computer te koppelen en zodoende de zogenoemde dimensieproblematiek het hoofd te bieden en de virtuele ruimte te leren toepassen. Een voorbeeld van een les.

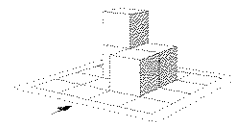
De laptop van de leraar wordt voor de klas op een stoel gezet voor een lesje *Meebouwen*. Alle kinderen kunnen het scherm zien.

Ze hebben allemaal vier houten blokjes gekregen.

De leraar toont het scherm van het onderdeel *Vrij bouwen* van het computerprogramma en legt uit: "Kijk, dit rooster op het scherm is de tafel. Daar kan ik een blokje opzetten. Nou ga ik op de computer een gebouw maken en jullie bouwen meteen mee."

Zonder verder commentaar bouwt de leraar een gebouw van vier blokjes. De kinderen doen het direct na en controleren elkaar.

Dan laat de leraar het computergebouw op het scherm draaien en zegt: "Jullie mogen kijken of je het goed hebt."



een gebouw
van vier blokjes



Ze laat het gebouw ook in vogelvluchtperspectief zien. De kinderen volgen haar en kijken eveneens vanuit verschillende posities naar hun zelfgemaakt gebouwtje. Ze lopen eromheen. Dan haalt de leraar een blokje weg. De leerlingen doen dat ook in hun eigen gebouwtje. “Maar het moet wel hetzelfde blokje zijn als dat van mij”, stelt de leraar. Ieder controleert zijn of haar bouwsel met het computerscherm. “Welk blokje zullen we nu weghalen, slopen?” Een leerling doet een voorstel: “Dat blokje links; nee, daarvoor.” De leerlingen zijn al bedreven in het vertellend bouwen en blijken dit ook in deze computerruimte te kunnen. Ze gaan door het nabouwen steeds beter de driedimensionale bouwsels onderscheiden die op het platte computerscherm geprojecteerd staan. Dan zet de leraar een computergebouw van zes blokjes neer. Er ontstaat enige consternatie in de klas: “Zoveel blokjes heb ik niet”, zegt een leerling. Ieder heeft er immers slechts vier. Maar de klas vindt snel een oplossing door twee aan twee samen te werken. Even later geeft de leraar de beurt aan een leerling die de computer mag besturen en voorbeelden op het scherm mag bouwen. Het ene kind doet dat wat handiger dan het andere, maar het blijkt dat dit klassikale meebouwen en nabouwen probate middelen zijn om de computer te leren hanteren en om ruimte in het platte computerscherm te leren zien.

De huisjes die in de computerruimte worden gebouwd, kunnen tezamen een stad of dorpje vormen, net als bij de maquette van de woonwijk. Met deze toevoeging van de computer hebben we nu zelfs drie werelden. Allereerst de woonwijk waarin de kinderen leven en die ze natuurlijk op hun duimpje kennen. Daarnaast is er de maquette van de wijk, op tafel gemaakt. De wijk is dus niet zomaar een vrij bedacht miniatuurwereldje, maar is gebaseerd op de wijk waar ze wonen. En als derde wereld: de virtuele wereld die ‘computermaquette’ heet. Deze drie werelden verschillen sterk. In de echte wijk loopt het kind rond, maar op de computer bekijkt het de wijk van buitenaf, en hier bouwt en beweegt de leerling anders dan in de blokjesmaquette. In de klas blijkt dat de leerling vooral gericht is op de overeenkomsten tussen de drie in plaats van op de verschillen.



Bij het computerwerk in de klas spelen de computermaquette en de echte woonwijk afwisselend de hoofdrol. De computermaquette moet volgens de kinderen een werkelijkheidsgetrouwe afbeelding vormen van de wijk en ze sleutelen er daarom lang aan. Ze bekijken elkaars maquette, bespreken en verbeteren hem. Ze slaan hun maquette op in het programma om hem later nog verder uit te breiden. Nu eens zijn de richtingen tussen de huisjes belangrijk, dan weer de afstanden en ten slotte staan de hoogtes en de vormen van de gebouwen centraal. Het computeronderdeel *Vrij bouwen* is voor deze activiteiten zeer geschikt. Het heeft een bouw- en een sloopknop, een dag/nacht-instelling en de leerlingen kunnen het rooster uitbreiden van een 4×4-rooster tot een 16×16-rooster om daarmee zelfs buiten de grenzen van hun woonwijk te bouwen. Nog een voorbeeld van een les.

De kinderen hebben de computermaquette van hun woonwijk gebouwd op een rooster van 8×8.

De leraar verandert het rooster door het aantal cellen te wijzigen. Het wordt een rooster van 16×16. De eerdere blokjes blijven staan, zij het verkleind.

“O, kleiner”, roept een meisje verschrikt. Het wordt door de leerlingen spannend gevonden om het bouwen nu preciezer te moeten uitvoeren, maar het past wel goed bij de precisie die de leerlingen bij de computer van nature aan de dag leggen.

De leraar vraagt naar de plaats van het station dat buiten de directe schoolwijk ligt, op circa 2 km van school. Dat wordt niet gekend door de leerlingen.

De supermarkt (circa 1 km van de school) wel. Het valt soms op hoe klein de omgeving is die de leerlingen van groep 3 kennen. Een leerling laat het rooster weer inzoomen, zelfs tot een 4×4-rooster waardoor alleen de school in het centrum blijft staan, terwijl alle andere gebouwen zijn verdwenen. “We zijn weer thuis”, zeggen ze.

Een leerling maakt, aangespoord door de leraar, voor de klas op de computer een bouwsel van vier blokjes.

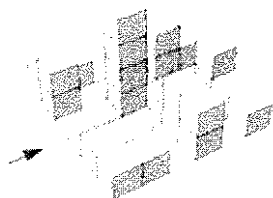
De leerlingen bouwen het met vier echte blokjes na. Het wordt een torentje. Het verticale bouwen op de computer gaat de leerling in het begin beter af dan het bouwen op een horizontaal rooster.



maquette op 8×8-rooster



maquette op 16×16-rooster



verschillende vierkubers

De leraar vraagt de leerlingen om een ander huisje van vier blokjes te bouwen: "Doe het eerst maar op je tafel met echte blokjes."

De leerlingen experimenteren. Een van hen mag zijn huisje op de computer nabouwen, naast de toren van vier die er al staat.

Op die wijze komen er steeds meer verschillende vierkubers in de computerruimte te staan. Het wordt een heel dorp.

De klas controleert of elk nieuw huisje wel werkelijk nieuw is.

Dan blijkt dat voor een nieuw huisje (een rijtje van vier blokjes) geen ruimte meer is op het rooster. Een leerling weet wel raad:

"Maak het rooster groter."

Er wordt gebouwd, maar af en toe ook gesloopt als er – vaak per ongeluk – een blokje te veel wordt aangeklikt. Er ontstaan soms vreemde vierkubers, bijvoorbeeld met een balkonnetje, die niet met echte losse blokjes zijn te bouwen en daarom moeten vervallen. Ook blijkt een bouwfout mogelijk: de leerlingen bouwen af en toe met de hoeken tegen elkaar en wijken daarmee van de bouwregel af. Dus ook bij het programma moet deze afwijking van de bouwregel als ontoelaatbaar worden afgesproken.

'Computer-vierkuberhuisjes' is ook als een spel tussen twee kinderen te spelen. Om de beurt wordt een huisje van vier steentjes gemaakt. Het gaat gemakkelijk.

"Dat zijn geen vier blokjes, zeg!", roept een meisje verontwaardigd tegen haar tegenstander. De kinderen controleren elkaar kritisch en tellen met elkaar mee. Hun computerdorp wordt echter toch anders dan in het geval ze vierkuberhuisjes maken met echte blokjes. De kinderen leveren en accepteren ook 'verboden' voorbeelden, zoals de vierkuber met zwevend balkon op de tweede verdieping. Een andere leerling stelt zelfs twee balkonnetjes voor: één voor in de ochtendzon en één voor 's middags. Ten slotte laten ze hun huisjes op het scherm als vanzelf aan elkaar grenzen. De leerlingen gaan al bouwend over van het ene naar het andere gebouw via zwevende gedeelten, zeg bruggen en poorten, tussen de huizen.



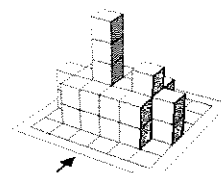
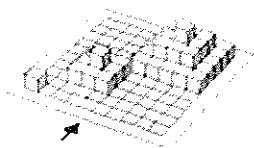
Onderdeel Nabouwen

Waarvoor is dit onderdeel bedoeld? Allereerst om een voorbeeld, staand op de grond of gedeeltelijk zwevend, na te bouwen, hetzij op de computer of naast de computer als het voorbeeld dat toelaat.

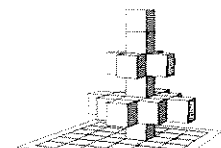
In dit hoofdstuk gaat het alleen om niet-zwevende bouwsels. Dit zijn bouwsels die altijd contact met het rooster hebben. De stoomboot is in het echt na te bouwen. Voor de kerstboom is lijm tussen de blokjes nodig. Om zeker te zijn geen blokje te missen, moet de leerling het voorbeeld ronddraaien en het van alle kanten bekijken tijdens het nabouwen.

De leerling kan ook voor een serie van gebouwtjes geplaatst worden die volgens een bepaalde regel groter worden.

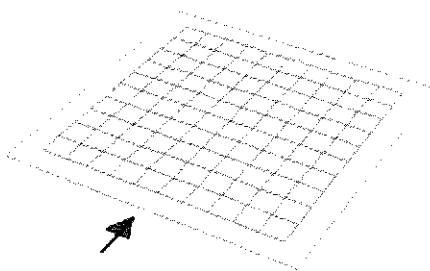
Behalve het nabouwen van deze drie piramiden is het mogelijk dat de opdracht luidt: "Maak het volgende, vierde gebouwtje in deze rij."



stoomboot



kerstboom

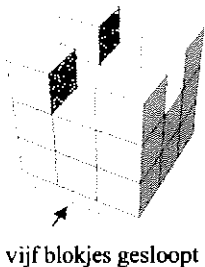
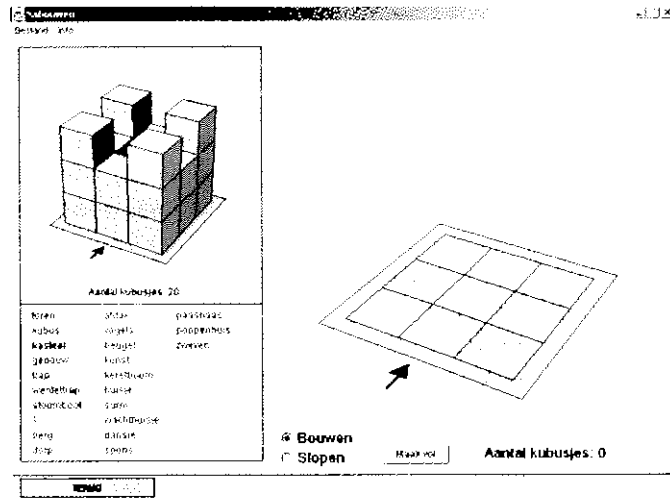


Het onderdeel *Nabouwen* bestaat uit twee roosters: een voorbeeldrooster (links) en een bouwplaatsrooster met eenzelfde celindeling als het voorbeeldrooster, maar wel groter. Verder heeft het drie lijsten met voorbeelden. Uit één daarvan wordt een voorbeeldgebouw aangeklikt. Het gebouw verschijnt op het voorbeeldrooster en kan worden nagemaakt. Bouwt de leerling het voorbeeld goed na, dan komt voor de naam in de lijst een groene stip te staan.

Jane en Carl (uit groep 3) bouwen om de beurt een gebouw uit de lijst. Ze hebben de eerste twee gebouwen al gemaakt: Carl de



'toren' en Jane de 'kubus27'. Elk heeft een groene stip verdiend en Carl is weer aan de beurt. Hij kijkt naar het volgende voorbeeld van 'kasteel3'.



De leraar komt toevallig langs en geeft een hint waardoor niet gebouwd, maar gesloopt moet worden: "Doe deze knop eens." De leraar wijst op 'Maak vol'. Carl drukt erop en krijgt een volledige 3x3x3-kubus die het hele rooster vult. Daaruit sloopt Carl vijf blokjes weg, zodat de hoektorens overblijven. Maar de verwachte groene stip verschijnt niet. Het gebouw is blijkbaar nog niet goed. Wat mankeert eraan? Carl en Jane gaan nu samen op zoek. Jane ziet als eerste de oorzaak en sloopt de binnenste verticale kolom uit het gebouw – de groene stip verschijnt. Carl reageert opgelucht.

De leerlingen zijn over het algemeen erg kien op het verkrijgen van een groene stip. De stip geeft immers aan dat hij of zij het bouwsel goed heeft nagebouwd. Het streelt echter niet alleen de eer van leerlingen, ze hoeven ook niet meer te twijfelen of het gebouw wel het juiste is, want als ze verder zouden bouwen of slopen, verdwijnt de stip weer. Anderzijds zorgt de stip ervoor dat leerlingen (zoals Jane) zelfstandig op onderzoek gaan als de stip niet verschijnt. Ze kijken ter controle naar



het 3D-voorbeeld of gaan naar andere controlemogelijkheden op zoek, zoals het aantal kubusjes, het draaien van het 3D-voorbeeld om dit met het eigen bouwsel te vergelijken. De stip motiveert, brengt vertwijfeling als hij niet verschijnt en nodigt uit tot eigen onderzoek.

Werkbladen

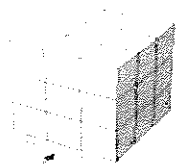
Bij het programma zijn ook enkele werkbladen met problemen ontworpen. Deze werkbladen kunnen beschouwd worden als 'papieren' opdrachten waarvan het probleem op en met de computer moet worden uitgezocht en opgelost. De werkbladen maken bovendien de overgang van computerbeelden tot papieren uitvoering gemakkelijker. Ze kunnen ook als toets dienen voor het computergebruik.

Een voorbeeld van de opdrachten die op deze werkbladen staan.

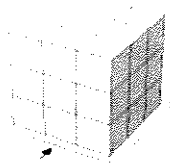
> Hoe ziet het huisje eruit?

Het aantal blokje is steeds anders.

Zoek het uit op de computer.

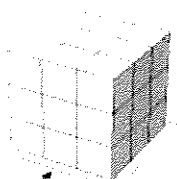


27 blokjes



19 blokjes

> Maak zelf een kubushuis van 26 blokken, maar niet hetzelfde als hieronder.



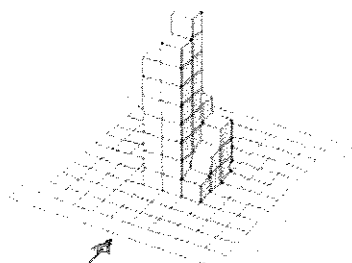
26 blokjes



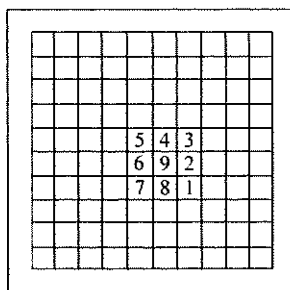
Vervolgactiviteiten

Het programma kent verschillende bouwmanieren: de bouw van afwijkende en bijzondere vormen, bouwen volgens bouwregels, bouwen naar verschillende aanzichten van een bouwsel en het bouwen volgens hoogtegetallen. Deze bouwactiviteiten kunnen nu al worden aanzet, maar worden pas in groep 5 en 6 verder uitgediept.

Het programma zorgt daarmee voor een uitbreiding van meetkundige begrippen. De contouren van een gebouw draaiend in de nacht, zoals dat in het onderdeel *Nachtbouw* mogelijk is, tonen dat een gebouw niet drie aanzichten heeft (voorkant, zijkant en bovenkant), maar talloos vele.



wenteltrap op 3x3-grondvlak



In de onderdelen *Hoogtekaart* en *Hoogtebouw* wordt gewerkt met hoogtegetallen die het aantal kubusjes aangeven op een rooster cel. De kinderen moeten met behulp van een hoogtekaart een gebouw maken en omgekeerd voor een gebouw een hoogtekaart ontwerpen. Hoogtegetallen geven ook van een zwevend blokje aan hoe hoog het zweeft. Meer hierover en over zwevende gebouwen is te vinden in 'De computer als blokkendoos'.⁴

Tussendoel meetkunde 7

De kinderen doen ervaring op met het bouwen met blokken op de computer. Ze kunnen afbeeldingen op het computerscherm zien als ruimtelijke constructies. Ze ontwikkelen het ruimtelijk voorstellings- en redeneervermogen door de specifieke mogelijkheden van de computer te benutten, zoals het toevoegen en wegnemen van blokken, het draaien en kantelen van bouwsels, het nabouwen van voorbeelden en het gebruiken van hoogtekaarten en aanzichten om bouwsels te maken.



Als de kinderen op de computer gaan werken, beginnen ze met vrij bouwen. Dit sluit aan op het vrije werken met echte blokjes.

Uiteraard moet bij het echte bouwen rekening worden gehouden met de zwaartekracht; op de computer hoeft dit niet. Of anders gezegd, in de computerruimte mogen blokken zweven.

Na een periode van vrij bouwen krijgen de kinderen meer gerichte opdrachten, zoals het nabouwen van voorbeelden die op de computer staan. Ook bouwen ze met echte blokjes mee wat de leraar op het scherm laat zien. Op deze wijze leren de kinderen de afbeeldingen op het computerscherm te verbinden met de bijbehorende ruimtelijke constructies. Evenzo wordt het draaien van bouwsels op de computer verbonden met het vanuit verschillende standpunten bekijken van echte bouwsels. Dit biedt mogelijkheden om na te denken over de blokjes die onzichtbaar zijn. Het stimuleert het ruimtelijk voorstellen en het ruimtelijk redeneren. Een verdere verdieping van het werken met aanzichten vindt plaats door de nachtopatie te gebruiken. Dan zijn van de bouwsels alleen de silhouetten zichtbaar. Door een gebouw te draaien ontstaan verschillende silhouetten aan de hand waarvan de vorm van het gebouw te vinden is. Vervolgens voeren de kinderen op de computer bouwopdrachten uit met hoogtegetallen en aanzichten. Zo gaan ze in het draaispel zoeken welke stand van bouwsels bij een bepaald aanzicht past.

Het meetkundeonderwijs is er niet alleen op gericht dat de kinderen zich bepaalde meetkundige vaardigheden en inzichten eigen maken, het heeft ook uitdrukkelijk als doel de kinderen te motiveren.

Het bouwen op de computer is daarvoor bij uitstek geschikt.

Het is een andere manier van werken waarbij de grenzen van het echte bouwen worden overschreden en die zich kenmerkt door een grote variëteit in opdrachten met veel mogelijkheden tot het maken van eigen producties. Verder biedt het computerprogramma mogelijkheden om verrassende ontdekkingen te doen en krijgen de kinderen snel feedback.



Noten

Voorwoord

- 1 Consultatie 'Meten Onderbouw Basisschool':
Er zijn twee consultatiebijeenkomsten geweest waarop de volgende deskundigen commentaar hebben geleverd op voorlopige versies van de leerlijn: N. Boswinkel, K. Gravemeijer, H. ter Heege, J. Janssen, R. Keijzer, F. Moerlands en W. Uittenbogaard. Verder zijn er enkele workshops op de Panamaconferentie geweest waarop elementen uit de leerlijn ter discussie zijn gesteld.
Consultatie 'Meetkunde Onderbouw Basisschool':
Omdat meetkunde nog een vrij nieuw gebied is in de onderbouw van de basisschool is de consultatie hiervan wat grootschaliger aangepakt. In april 2002 is aan 470 personen een conceptversie van de leerlijn en een daarbij behorende vragenlijst gestuurd. In totaal hebben 75 personen hierop gereageerd, waaronder 25 basisschool-leraren en een groep van 45 reken-wiskundendidactici bestaande uit opleiders, begeleiders, ontwikkelaars en onderzoekers.
- 2 De volgende scholen zijn betrokken geweest bij de ontwikkeling van de leerlijn 'Meten en Meetkunde Onderbouw Basisschool':
Callistusschool te Neerbeek,
De Fakkel te Utrecht,
De Overhael te Driehuizen,
De Nijenoord te Wageningen,
Don Boscoschool te Stein,
Sint Theresiaschool te Rotterdam,
Zeven Gavenschool te Utrecht,
Het Palet te Krommenie,
Berglarenschool te Gemert.
- 3 De TAL-Begeleidingscommissie bestond uit J. van Dommelen (OC&W), F. Kraaijenbrink (OC&W), P. Bemelen (PMPO/Edventure), P. van Dam / L. van den Bosch (Citogroep), J. Letschert (SLO), C. Aarnoutse / L. Verhoeven (TELL-project), M. van den Heuvel-Panhuizen (TAL-project).
- 4 Evenals voor de eerder ontwikkelde leerlijnen is ook voor de leerlijn 'Meten en Meetkunde Onderbouw Basisschool' een informatiemodule ontwikkeld; zie A. Veltman, en J. Menne (2003). *Informatiebijeenkomst. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Meten en Meetkunde Onderbouw Basisschool*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
Deze informatiemodule is bedoeld om schoolteams te informeren over de leerlijn en wordt gegeven door pabo's en schoolbegeleidingsdiensten. Voor leraren die zich verder in de leerlijn willen verdiepen en als rekencoördinator bij willen dragen aan de implementatie ervan wordt hopelijk later nog een NCRC-module ontwikkeld.



Meten en meetkunde in lijn gebracht

- 1 De wortels van meetkunde liggen bij het meten. Het woord zegt het al: *meet*-kunde. Maar, het is wel een speciaal soort meten. Het verwijst naar het meten van de aarde. In het Engelse woord voor meetkunde is dit duidelijk te herkennen: 'geometry'. Meetkunde is dus op te vatten als ruimtelijk meten, maar nog beter is het om het te zien als ruimtelijk *weten*. Meten is vooral kwantificeren. Met name bij grootheden als lengte, oppervlakte en volume ligt een hechte relatie met meetkunde. De samenhang met het rekenen loopt ook via die grootheden. Onderwerpen waar meten en meetkunde bij uitstek samenkomen, zijn verhoudingen en schatten.
- 2 De lange en ingewikkelde weg die meetkunde op de basisschool sinds 1800 heeft afgelegd is beschreven in: E.W.A. de Moor (1999). *Van vormleer naar realistische meetkunde*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht.
- 3 Hieraan moet wel toegevoegd worden dat op dit moment de kerndoelen voor meten en meetkunde een onduidelijke status hebben. Meer hierover is te vinden in de domeinbeschrijvingen van meten en meetkunde die in dit boek zijn opgenomen.
- 4 Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). *Kerndoelen basisonderwijs 1998. Over de relaties tussen de algemene en kerndoelen per vak*. Den Haag: Sdu/OCenW.
- 5 De ontwikkeling van de tussendoelen en onderwijskaders was met name het werk van Joop Bokhove (meten en meetkunde), Kees Buys (meten), Adri Treffers (meetkunde) en Marja van den Heuvel-Panhuizen (meetkunde).
- 6 Deze cd-rom draait onder Windows 95 of hoger. De mediaspeler van Microsoft moet zijn geïnstalleerd, evenals Internet Explorer (versie 4.0 of hoger). De beeldschermresolutie moet zijn ingesteld op minstens 800×600. De cd-rom kunt u als volgt starten: klik dubbel op 'TAL_MM_OB' en klik daarna dubbel op 'TAL' of 'TAL.exe'. Aan de ontwikkeling van de cd-rom hebben meegewerkt: Jan van den Brink, Jan Hochstenbach en Marja van den Heuvel-Panhuizen. De video-opnamen die op de cd-rom staan zijn gemaakt door het TAL-team. De technische realisatie van de cd-rom was in handen van Jan van Eyk Audio-Video Productions.
- 7 Zie noot 2 van het hoofdstuk 'Meetkunde op de computer in groep 3 en 4.
- 8 Zie het onderzoek van Anneke Noteboom vermeld in noot 19 van het hoofdstuk 'Domeinbeschrijving meetkunde'.



Domeinbeschrijving meten

- 1 De tekst van deze inleidende paragraaf is grotendeels ontleend aan de lezing van Ed de Moor en Julie Menne op de Panama Najaarsconferentie 2000; zie E. de Moor en J. Menne (2001). *Meten naar menselijke maat*. In R. Keijzer en W. Uittenbogaard (red.), *Uit de lengte of uit de breedte – de kwaliteit van het meetonderwijs*. Utrecht: Panama/Freudenthal Instituut.
- 2 Zie het hoofdstuk 'Schattend rekenen' in het TAL-boek over het rekenen met hele getallen in de bovenbouw van de basisschool. (M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Buys en A. Treffers (red.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.)
- 3 Deze doelomschrijving is ontleend aan het voorstel van de Commissie Klep. (J. Klep (red.) (2002). *Beredeneerd voorstel voor aanpassing van de kerndoelen rekenen-wiskunde in het basisonderwijs*. Enschede: SLO). Dit voorstel is een reactie op het advies van de Commissie Wijnen, die van de overheid de opdracht heeft gekregen om de in 1998 uitgebrachte versie van de kerndoelen te herzien. De Commissie Wijnen heeft voor meten de volgende doelformulering voorgesteld:
 - De leerling leert meten en meetproblemen oplossen met behulp van passende maatsoorten, zoals bij lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, tijd, snelheid en temperatuur.Zie Commissie Wijnen (2002). *Verantwoording delen. Herziening van de kerndoelen basisonderwijs met het oog op beleidsruimte voor scholen. Advies van de commissie kerndoelen basisonderwijs*. Zoetermeer: OCenW.).

Ter vergelijking volgen hieronder de kerndoelen voor meten zoals ze zijn opgenomen in de kerndoelenversie van 1998:

 - De leerlingen kunnen klokkijken en tijdsintervallen berekenen, ook met behulp van de kalender.
 - De leerlingen kunnen in alledaagse situaties met geld rekenen.
 - De leerlingen hebben inzicht in de relatie tussen de belangrijkste grootheden en de bijbehorende maateenheden.
 - De leerlingen kennen de gangbare maten van lengte, oppervlakte, inhoud, tijd, snelheid, gewicht en temperatuur en kunnen deze in eenvoudige toepassingssituaties hanteren.
 - De leerlingen kunnen eenvoudige tabellen en grafieken lezen en deze in eenvoudige situaties op grond van eigen metingen zelf samenstellen.

Deze kerndoelen zijn te vinden in: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). *Kerndoelen basisonderwijs 1998. Over de relaties tussen de algemene en kerndoelen per vak*. Den Haag: Sdu/OCenW.
- 4 Uit het werkboekje bij de NOT-serie 'Geld' (1988).



Meten in groep 1 en 2

- 1 Video-opname 1 'Eigen lengte' is in februari 2002 gemaakt op De Overhael te Driehuizen in groep 1-2 van Ria Pronk.
- 2 Video-opname 2 'Verkenning van het afpassend meten' is in april 2002 gemaakt op De Nijenoord te Wageningen in groep 1-2. De leraar is Ans Veltman.

Meten in groep 3 en 4

- 1 Naar een idee van Koeno Gravemeijer.
- 2 Video-opname 3 'Van voet tot voetsmeter' is in mei 2002 gemaakt op De Nijenoord te Wageningen in groep 4 van Elsa Mast.
- 3 Naar een idee van Hans ter Heege.
- 4 Afkomstig uit de Wiskobas Leerplanpublikatie nr. 7 (Oppervlakte) van Hans ter Heege en Ed de Moor.
- 5 Afkomstig uit de reeds genoemde Wiskobas Leerplanpublikatie nr. 7.
- 6 Afbeelding afkomstig uit de methode 'Talrijk', Rekenboek B1.
- 7 Afbeelding afkomstig uit de methode 'Alles telt', Leerlingenboek 4A.
- 8 Afkomstig uit de reeds genoemde Wiskobas Leerplanpublikatie nr. 7.
- 9 Afbeelding afkomstig uit de methode 'Pluspunt', Lesboek 3B.
- 10 Afbeelding afkomstig uit 'De Wereld in Getallen', Rekenboek 3B.
- 11 Illustratie afkomstig uit de methode 'Wis en Reken', Wisboek 4B.
- 12 Naar een idee van Willem Uittenbogaard.
- 13 Dit dienen bij voorkeur klokken te zijn waarbij de grote en kleine wijzer net als bij een echte klok aan elkaar gekoppeld zijn, zodat bij het ronddraaien van de grote wijzer de kleine wijzer navenant meebeweegt.
- 14 Afbeelding afkomstig uit de methode 'De Wereld in Getallen', Rekenboek 4B.
- 15 Illustratie afkomstig uit de methode 'Wis en Reken', Werkboek 6B.
- 16 Illustratie afkomstig uit de methode 'Wis en Reken', Wisboek 8A.

Domeinbeschrijving meetkunde

- 1 De Amerikaanse psychologe Renée Baillargeon heeft proeven met baby's van drie maanden en ouder gedaan. Ze werkte met kijkdozen, waarin allerlei verwachte en onverwachte dingen gebeurden. De opgemeten aandachtstijd van de baby's leidde tot conclusies over hun ruimtelijk inzicht.



- 2 Over leerpsychologische en ontwikkelingspsychologische onderzoeken op het gebied ruimtelijke oriëntatie bij jonge kinderen verwijzen we naar de volgende artikelen:
 - J. Nelissen (2001). De ontwikkeling van meetkundige inzichten (onderzoek van Piaget en Donaldson). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 20(1), 20-26. Utrecht, Freudenthal Instituut.
 - J. Nelissen (2001). Kinderen uit Moskou onderzoeken labirynth. *Willem Bartjens*, 21(2), 4-7.
 - J. Nelissen (2002). Kinderen uit Moskou zoeken verborgen figuren. *Willem Bartjens*, 22(1), 5-8.
- 3 In 2002 zijn deze kerndoelen voor meetkunde weer ter discussie gesteld door de Commissie Wijnen. Zie M. van den Heuvel-Panhuizen (2003). Een nieuwe impuls voor meetkunde op de basisschool, *Willem Bartjens*, 23(2), 5-11.
- 4 Het zal ongetwijfeld nog enige moeite en inspanning kosten een optimale aansluiting tussen basis- en voortgezet onderwijs te realiseren. De huidige situatie laat het volgende beeld zien. Enerzijds worden allerlei onderdelen van het meetkundeprogramma van de basisschool in de brugklas opnieuw aan de orde gesteld. Dit is een goede zaak, maar er vindt veelal geen of een te geringe niveauverhoging plaats. Anderzijds worden de kerndoelen voor meetkunde voor het basisonderwijs niet door elke school gehaald.
- 5 Sommige personen zijn van nature sterkere visuele, intuïtieve denkers, terwijl andere een meer logisch-mathematische aanleg kunnen hebben. Einstein was een markant voorbeeld van een visuele denker. Zie bijvoorbeeld: H. Gardner (1985). *Frames of Mind. The Theory of Multiple Intelligences*. London: Paladin Books, Granada Publishing Ltd.
- 6 Omdat meetkunde als wetenschap altijd beschouwd is als dé discipline van logisch redeneren kon het natuurlijk niet op die manier als vak voor de basisschool dienen. Het heeft vrij lang geduurd voordat er wegen waren gevonden om meetkunde op een intuïtieve en aanschouwelijke manier op de basisschool in te voeren.
- 7 M.Th. Buddelmeijer, R.K. Buiters en J.C. van der Wolf (1989). *Uitzicht op ruimtelijk inzicht? Een onderwijsexperiment op twee Amsterdamse scholen voor het lager beroepsonderwijs, gericht op het verbeteren van het ruimtelijk inzicht bij allochtone leerlingen (onderzoeksverslag)*. Amsterdam: Psychologisch-pedagogisch Instituut.
- 8 Dit komt ook naar voren uit het Pimbo-onderzoek, zoals beschreven in: E.W.A. de Moor (1999). *Van vormleer naar realistische meetkunde*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht (zie pp. 519-564).
- 9 Zie de categorieën die De Moor (1999) (zie noot 8) heeft onderscheiden en die ook in een wat andere vorm in de Proeve zijn terug te vinden.

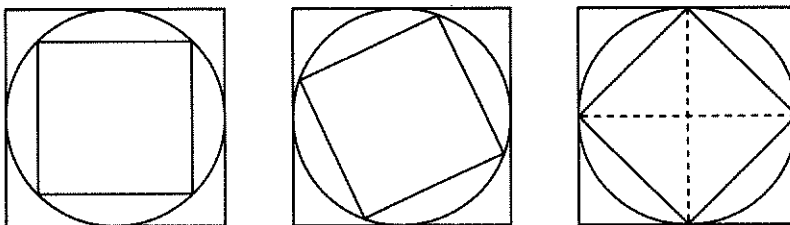


(A. Treffers, E. de Moor en E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Uitgeverij Zwijsen B.V.)

- Oriënteren en lokaliseren.
- Viseren en projecteren. Hierbij gaat het om (on)zichtbaarheid van objecten en schaduwverschijnselen te verklaren met bijvoorbeeld rechte (viseer)lijnen.
- Transformeren. Hieronder wordt verstaan het verschuiven, draaien en spiegelen van eenvoudige figuren, maar ook vergroten en verkleinen van figuren en het zogenoemde omstructureren van figuren onder behoud van oppervlakte.
- Construeren en meten.
- Ruimtelijk redeneren. Dit aspect wordt bepaald door de waarom-vraag. Het gaat erom dat er een verklaring (bewijs) gegeven kan worden van een bepaald probleem.

Voor deze TAL-leerlijn gebruiken we een iets andere indeling, omdat bepaalde aspecten, zoals bijvoorbeeld het viseren en projecteren nog niet zo sterk aan bod komen in de onderbouw.

- 10 Een lokale kaart is onderdeel van een grotere kaart die uiteindelijk is ingebed in de totale kaart van onze bolvormige(!) aarde, de globe. Op de aarde worden de richtingen onder andere vastgelegd door de magnetische noordpool – dat kan op de basisschool met een kompas – en de daaruit afgeleide overige windrichtingen. Deze geografische richtingen komen als ervaringsfeit ook aan de orde bij een activiteit over de zonnebaan. Op de aardbol wordt de geografische richting voor het noorden bepaald door kromme lijnen, die elkaar snijden op de noordpool, maar op een platte kaart van een deel van de wereld kunnen die lijnen evenwijdig zijn. In de meetkunde van het platte vlak wordt het begrip richting onduidelijk vastgelegd, namelijk als de hoek, die een stelsel van evenwijdige lijnen met een vaste rechte lijn maakt.
- 11 Voor wie moeite heeft om zich het draaien en inklappen voor te stellen, volgt hier nog een tekening.

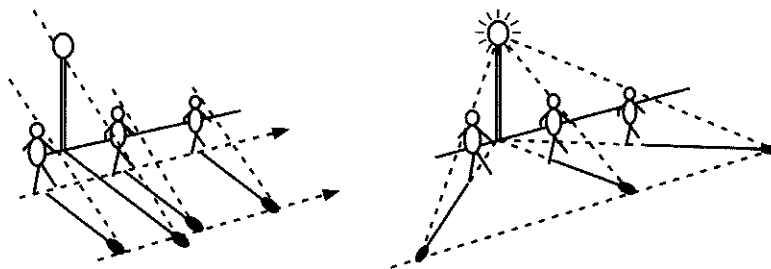


- 12 Het is niet duidelijk wat eigenlijk het verschil is tussen vormen en figuren. Men spreekt bijvoorbeeld over kristalvormen, terwijl die vormen als meetkundige figuren zijn te beschrijven.



In mozaïekspellen wordt ook vaak van vorm gesproken, logiblokken werden onder meer naar vorm onderscheiden. Ook in allerlei taaluitdrukkingen als 'in de vorm van een hoefijzer' wordt deze term gebruikt, maar strikt genomen zou je in alle gevallen met de term 'figuur' afkunnen. In de meetkunde spreken we formeel over figuren, die weer op allerlei manieren zijn te classificeren: recht- en kromlijnige, vlakke en ruimtelijke, platte en gekromde en zo meer. Omdat er van oudsher in het basisonderwijs over vormen en figuren gesproken wordt houden wij ons daar ook aan, hoewel de term figuur het meest gebruikt zal worden. In ieder geval onderscheiden we vlakke (tweedimensionale, 2-D) figuren en ruimtelijke (driedimensionale, 3-D) figuren.

- 13 Al deze omvormingen zijn als constructies van nieuwe figuren op te vatten. Men kan ze vinden door eenvoudig schuiven en/of (om)draaien. Ze zijn alle ook door één of meerdere transformaties te maken, maar dat is een opgave die veel te moeilijk is voor de basisschool.
- 14 De letter H heeft twee symmetrieassen en is ook puntsymmetrisch, de letter Z is alleen puntsymmetrisch, de letter O heeft oneindig veel symmetrieassen en is ook puntsymmetrisch, de letter R is asymmetrisch. Er kan dus alleen weer eenzelfde letter ontstaan bij de letters A, H en O.
- 15 Bij de zonschaduw blijven de schaduwen even lang en evenwijdig, bij de lampschaduw niet. De schaduwen zijn schematisch getekend.



- 16 De genoemde trits *ervaren-verklaren-verbinden* is een synthese van de accenten die ook in het verleden in het meetkundeonderwijs zijn gezet. In deze trits zijn met name de intuïtieve en de systematische inleidingen in de meetkunde te herkennen.
- 17 Er is hier sprake van enige overeenkomst met de denkniveaus van Pierre van Hiele. Ook bij hem gaat het om fasen in de begripsontwikkeling van meetkundige inzichten. Van cruciaal belang in zijn theorie is het begrip structuur. Bij het begrip inzicht spreekt hij over drie niveaus: het visuele, het beschrijvende en het theoretische niveau. Zeer belangrijk acht hij het visuele niveau, waar de waargenomen structuur de basis legt voor het verwerven van inzicht. Hier wordt aanschouwd, goed waargenomen en wordt dus op intuïtieve wijze zonder gebruik van taal de waarnemingsstructuur gevormd. Dit gebeurt volgens Van Hiele veelal non-verbaal.



Zijn echtgenote, Dina van Hiele-Geldof (1911-1958), heeft deze theorie in de jaren vijftig getoetst in het aanvankelijk meetkundeonderwijs aan twaalf- en dertienjarigen. Een tegelvloer van driehoeken was daarin de cruciale waarnemingsstructuur, van waaruit naar de volgende fasen (zij sprak van waarnemings-, taal- en denkstructurering) toegewerkt werd. Hiermee bewerkte zij de denkniveaus van Pierre van Hiele in feite tot onderwijsleerfasen zonder dat zij deze term gebruikte. In het TAL-project wordt gesproken van onderwijsleerfasen (ervaren, verklaren, verbinden), maar nu worden deze in een veel vroeger stadium ingezet en niet eenmalig, maar volgens een cyclisch proces gedurende de gehele basisschoolperiode en hopelijk ook daarna.

- 18 Uiteraard komen de kinderen niet blanco op school. Het startniveau loopt echter sterk uiteen. In verband hiermee wordt op dit ogenblik veel waarde gehecht aan het voorschoolse leren. Daartoe zijn een aantal programma's ontwikkeld, zoals *Piramide* en *Kaleidoscoop*. Deze pakketten zijn bestemd voor peuters en kleuters in achterstandssituaties. Beide programma's besteden aandacht aan taalontwikkeling, rekenvoorwaarden, sociaal-emotionele ontwikkeling, oriëntatie op ruimte, tijd- en wereldverkenning, en aan motorische en creatieve ontwikkeling. De meetkundige ontwikkeling krijgt minder aandacht, maar toch kunnen de kinderen bij goed gebruik ook in dit opzicht belangrijke ervaringen opdoen.
- 19 A. Noteboom (2002). Meetkunde in de reken-wiskundemethoden voor groep 3 en 4. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(1), 29-39.
Het betreft een onderzoek van de methoden: Rekenrijk, Pluspunt, Wis en Reken, Alles Telt, Wereld in Getallen en Talrijk.

Meetkunde in groep 1 en 2

- 1 Harrie Geelen (2001). *De schaduw van Jan*. Amsterdam/Antwerpen: Em. Querido's Uitgeverij.
- 2 Ans Veltman voerde dit gesprek met haar leerling Brent.
- 3 Dion is een groep 2 leerling uit een klas van Ans Veltman.
- 4 Bij het ontwerpen van deze onderwijsactiviteit is gebruikgemaakt van: A. Lek en A. Veltman (1996). Waar vindt de beer de honing?, *De wereld van het jonge kind*, 23(10), 322-327.
- 5 Video-opname 4 'De beer wil op bezoek komen' is op 22 januari 2002 gemaakt door Hans Kaandorp. De opname vond plaats in groep 1-2 van Hilde Westdijk op de Sint Theresiaschool te Rotterdam.
- 6 Deze foto komt van de K'nex website. De motor is gemaakt door Geanne Panstra (4 jaar). Ze heeft wel een beetje hulp van haar broers gehad.
- 7 Geschikt hiervoor zijn bijvoorbeeld de blokken uit de Haagse set, de Uhlwagen en de Fröbelwagen.



- 8 Max Velthuijs (2002). *Klein Mannetje heeft geen huis*. Voorschoten: De Vier Windstreken (ISBN 9055797529).
- 9 De foto's in deze lesbeschrijving zijn gemaakt in groep 2 van Marlie Penders op de Don Boscoschool te Stein.
- 10 Video-opname 5 'Nieuw huis voor klein mannetje' is in september 2002 gemaakt in groep 2 van Marlie Penders op de Don Boscoschool te Stein.
- 11 Op deze foto zijn Dorrieth (groep 1) en Arno (groep 2) te zien. Ze hebben samen met Ans Veltman een papieren hoed gemaakt.
- 12 Bente (4 jaar) laat het hemd thuis aan haar vader en moeder zien.
- 13 Van dit boek, dat voor het eerst is verschenen in 1975, wordt een nieuwe versie uitgegeven door uitgeverij Ploegsma (ISBN 90 216 1174 0).
- 14 Dit verhaal is gemaakt door Ans Veltman. Het is geïnspireerd op een boek van Marion Walter. Zie M. Walter (1971). *Make a bigger pubble, make a smaller worm*. London: André Deutsch Limited.
- 15 De beschrijving is ontleend aan de ervaringen in de groep waar de video-opnamen zijn gemaakt. Zie noot 16.
- 16 Video-opname 6 'Vier aan het werk' is op 17 september 2002 gemaakt in groep 2 van De Nijenoord te Wageningen. De les is gegeven door Ans Veltman.
- 17 Zie noot 1 van dit hoofdstuk.
- 18 Deze beschrijving is ontleend aan een observatie van Ans Veltman. Zie A. Veltman (1997). Uit een prentenboek. Een spontane reken-wiskundeactiviteit over dichtbij, ver weg en schaduw. *Willem Bartjens*, 16(5), 16-19.
- 19 Deze onderwijsactiviteit is ontleend aan een idee van Reggio Emilia. Zie C. Edwards, L. Gandini, G. Forman (red.) (1998). *De honderd talen van kinderen. De Reggio Emilia-benadering bij de educatie van jonge kinderen*. Utrecht: SWP Uitgeverij B.V. (ISBN 9066652063).
- 20 Deze beschrijving is overgenomen uit: A. Veltman (1997). Uit een prentenboek. Een spontane reken-wiskundeactiviteit over dichtbij, ver weg en schaduw. *Willem Bartjens*, 16(5), 16-19.

Meetkunde in groep 3 en 4

- 1 Wil men van deze mogelijkheden gebruikmaken dan moet men wel over de volledige versie van het computerprogramma beschikken. Meer hierover in het hoofdstuk 'Meetkunde op de computer in groep 3 en 4'.
- 2 Video-opname 7 'De Wijk' is op 13 maart 2002 gemaakt op de Zeven Gavenschool te Utrecht in groep 4 van Freya van Deventer.



- De leraar gebruikt de methode 'De wereld in getallen' en vindt dat ze nog niet erg veel ervaring heeft met het geven van meetkundelessen.
- 3 Deze try-out vond plaats met een aantal kinderen uit de parallelgroep van de groep 4 waar video-opname 7 is gemaakt.
 - 4 De foto's en de opdracht zijn ontleend aan *Leerplanpublikatie 3, Bijvoegsel Wiskobas-bulletin, 5(4), 77*.
 - 5 Dit voorbeeld van een bouwplan is ontleend aan <http://jacob.sparre.dk/LEGO>.
 - 6 Het RekenWeb (www.fi.uu.nl/rekenweb) is een website van het Freudenthal Instituut waar allerlei rekenspelletjes te vinden zijn.
 - 7 Deze onderwijsactiviteit is ontleend aan een reeks lessen over de Vierkuber ontwikkeld door Edu Wijdeveld. Zie E. Wijdeveld (1977). *Vierkubers: een onderwijsleerpakket voor wiskunde op de basisschool. Leerplanpublikatie 5 (Wiskobas-bulletin, 6(2))*. Utrecht: IOWO.
 - 8 Video-opname 8 is op 28 maart 2002 gemaakt in groep 3 van Rob Romijn op de Fakkel te Utrecht.
 - 9 De les is gegeven in groep 3 van Mariesol Verpoort op de Callistusschool te Neerbeek.
 - 10 Video-opname 9 is in juni 2002 gemaakt in groep 3 van Mariesol Verpoort op de Callistusschool te Neerbeek. Het camerawerk is verzorgd door Jan van Eyk.
 - 11 D. Birmingham (1996). *De S van spiegeltje*. Haarlem: Gottmer.
 - 12 Deze activiteit is ontleend aan: H. Radatz en K. Rickmeyer (1991). *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.
 - 13 M.C. Escher's 'Regelmatische Vlakverdeling E103' © 2003 Cordon Art – Baarn – Holland. Alle rechten voorbehouden.
 - 14 Voor het ontwikkelen van deze onderwijsactiviteit is gebruikgemaakt van: J. Elffers (1976). *Het oude Chinese vormenspel Tangram*. Köln: Verlag M. DuMont Schauberg.
Zie in dit verband ook een artikel van Jan Slegers over Tangram-activiteiten: J. Slegers (2002). Zeven stukjes, vele mogelijkheden. *Willem Bartjens, 22(10), 10-13*.
 - 15 Voor de beschrijving is gebruikgemaakt van een gesprek dat Ed de Moor in juni 2002 met Faan (8;5) heeft gehad.
 - 16 Dit idee is ontleend aan Bernd Wollring.
Zie B. Wollring (2001). Der Tangram-Zauberer. In W. Weiser & B. Wollring (Eds.), *Beiträge zur Didaktik der Mathematik für die Primarstufe. Festschrift für Siegbert Schmidt* (pp. 307-321). Hamburg: Verlag Dr. Kovac.



- 17 Het kenmerkende van het A4-blaadje is dat het halveren ervan een rechthoek (A5) oplevert die gelijkvormig is met het A4-formaat. Bij halvering van A5- naar A6-formaat gebeurt hetzelfde. Twee driehoeken gevouwen met een A5-je vormen samen een driehoek van A4-formaat. Evenzo bedekken twee driehoeken van A6-formaat een driehoek die gevouwen is met een A5-je.
- 18 Het omgekeerde hoeft niet waar te zijn!
- 19 Deze tekening is afkomstig uit H. Freudenthal (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures* (p. 86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- 20 Bij de ontwikkeling van deze onderwijsactiviteit is gebruikgemaakt van de gesprekken van Ed de Moor met Faan (8;5) en van de ervaringen die zijn opgedaan bij het uitproberen van de les door Rob Romijn; zie noot 21 van dit hoofdstuk.
- 21 Video-opname 10 is op 17 juni 2002 gemaakt door Nathalie Kuijpers, Freudenthal Instituut. De opname vond plaats op de Fakkelt te Utrecht in groep 3 van Rob Romijn.
- 22 Bij deze beschrijving is gebruikgemaakt van een lessuggestie te vinden op www.eyeonthesky.org. De foto is ook hieraan ontleend.

Meetkunde op de computer in groep 3 en 4

- 1 Meer over de gebruiksmogelijkheden van dit computerprogramma is te vinden in: J. van den Brink en P. Boon (2003). *De computer als blokkendoos. Meetkunde op de computer. Tussendoelen Annex Leerlijnen*. Groningen: Wolters-Noordhoff (ISBN 9001109373). Bij deze uitgave hoort een cd-rom met het volledige computerprogramma 'Bouwen met blokken'.
- 2 Op de cd-rom staat een demonstratieversie van het computerprogramma 'Bouwen met blokken'. Deze versie heeft niet de mogelijkheid om bouwsels te bewaren of te printen. Het programma is vanaf de cd-rom te starten door in het Hoofdmenu op het icoon met het olifantje te klikken. Als het programma niet goed werkt vanaf de cd-rom, kunt u het programma installeren op uw computer. Dit gaat als volgt: klik dubbel op 'TAL_MM_OB'; open de map 'Bouwen met blokken' en klik daarna dubbel op 'setup' of 'setup.exe'. Het programma wordt dan op uw computer geïnstalleerd en kan via het Startmenu van Windows worden gestart door naar de Programmamap te gaan. Het computerprogramma 'Bouwen met blokken' is ook te vinden op het Rekenweb (<http://www.rekenweb.nl>). Bij deze webversie is printen en opslaan ook niet mogelijk.
- 3 Dit kan alleen bij de volledige versie van het programma.

Jonge kinderen leren meten en meetkunde hoort bij het eerder verschenen *Jonge kinderen leren rekenen*.

De serie "Jonge kinderen leren ..." die een beschrijving geeft van het reken-wiskundeprogramma voor de groepen 1 tot en met 4 van de basisschool is daarmee compleet. Het boek laat het onderwijsleerproces zien dat kinderen doormaken op het gebied van meten en meetkunde. Het opent voor de lezers de wondere wereld van het gebruiken van wiskunde om onze fysieke omgeving te begrijpen.

Zicht hebben op de wijze waarop de leerlingen zich deze belangrijke domeinen van het vak rekenen-wiskunde eigen maken, is een belangrijke voorwaarde om passende didactische beslissingen te kunnen nemen. Door de leerlijn van meten en meetkunde zichtbaar te maken, geeft het boek onderwijsgeevenden, pabo-studenten, onderwijsbegeleiders en onderzoekers een houvast bij het rekenonderwijs. Daarnaast is de inhoud ook interessant voor ouders/verzorgers.

Het boek is tot stand gekomen binnen het project 'Tussendoelen Annex Leerlijnen' dat in opdracht van het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen wordt uitgevoerd door het Freudenthal Instituut van de Universiteit van Utrecht en de Stichting Leerplanontwikkeling in samenwerking met Centrum Educatieve Dienstverlening Rotterdam.



Noordhoff Uitgevers



NUR 846
ISBN 978-90-01-85102-6



9 789001 851026