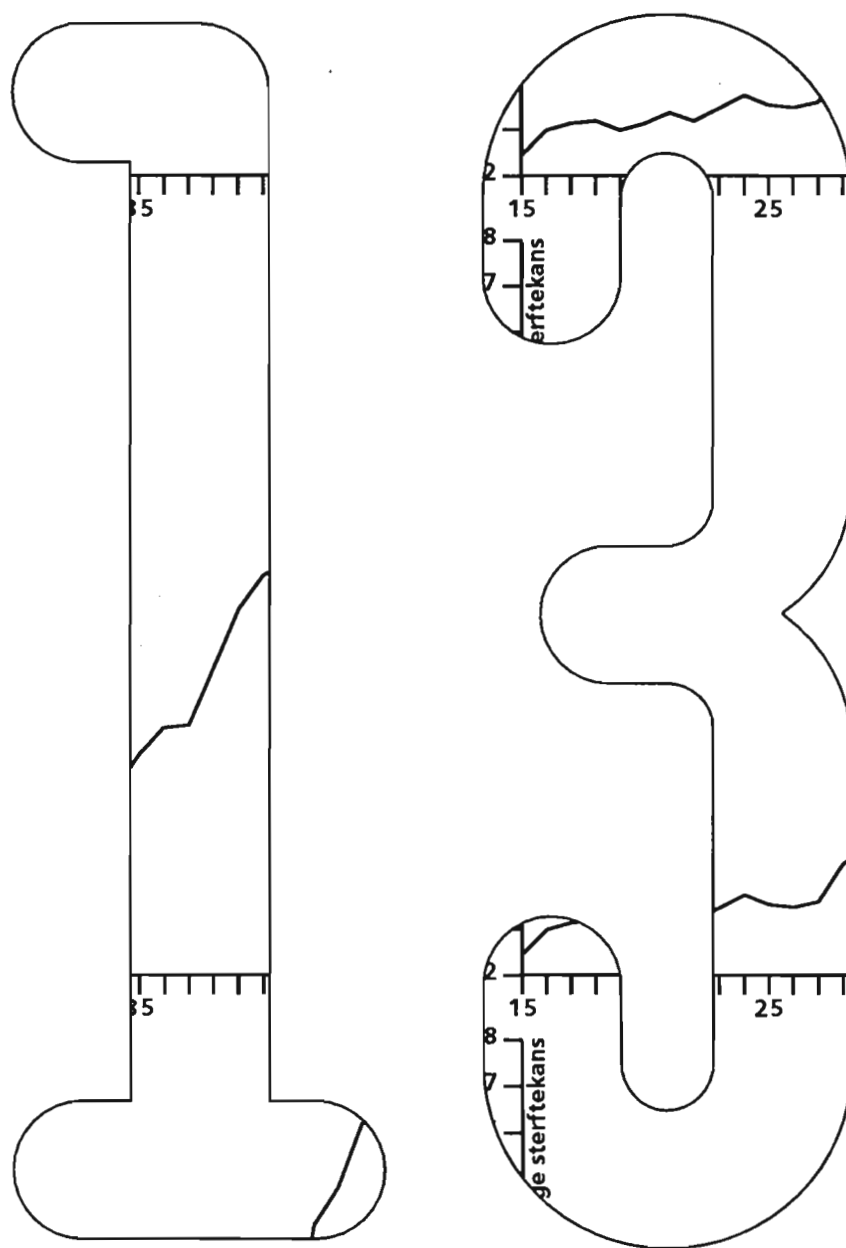




VERZEKERINGEN

DE BABYPOLIS

JOKE REICHARDT, ANGELA VAN HEERWAARDEN
THEA DE POEL

ACTUARIS

Angela van
Heerwaarden (l)
Joke Reichardt (r)



**'rekenen in een
mannenberoep'**

Joke Reichardt en Angela van Heerwaarden zijn allebei actuaris: verzekeringswiskundigen. Angela volgde de rechtstreekse universitaire opleiding. Na haar opleiding heeft ze als 'aio' gewerkt en is ze gepromoveerd. Joke ging, na een studie econometrie, bij een verzekeringsmaatschappij werken waar ze in aanraking kwam met het vak actuariaat. Ze heeft toen naast haar baan een buitenuniversitaire opleiding tot actuaris gevolgd. Joke ziet bepaalde voordelen aan deze leerroute: je krijgt meer praktijkvakken dan aan de universitaire opleiding, zoals bedrijfsadministratie, recht en een inleiding in verzekeringen. De titel 'actuaris' is (nog) niet beschermd. Daarom hebben beide vrouwen zich aangesloten bij het Actuarieel Genootschap, een beroepsvereniging die aan het lidmaatschap bepaalde eisen van opleiding en praktijkervaring verbindt.

Joke begon haar carrière – als econometrist – bij het schadebedrijf van Nationale Nederlanden. Na haar opleiding tot actuaris werd ze overgeplaatst naar het levensverzekeringsbedrijf. Destijds werd de schadebranche gezien als dynamischer,

er was een grote afwisseling aan problemen en resultaten. Tegenwoordig is ook op het gebied van levensverzekeringen de concurrentie tussen de verschillende maatschappijen losgebarsten en is ook dit een zeer dynamisch werkterrein. Joke werkt op de afdeling actuariële zaken. Deze afdeling is verantwoordelijk voor de 'rekenregels': hoe dienen premies, reserves, afkoopwaarden en dergelijke te worden berekend. Er werken in totaal drieëntwintig mensen, waaronder vier vrouwen. Zeven medewerkers zijn actuaris. Joke is een van de twee vrouwelijke actuarissen.

Angela werkt bij een herverzekeringsmaatschappij in Amstelveen. Dit is een maatschappij waar verzekeringsmaatschappijen hun risico's doorverzekeren. Zij zit bij de staf schade-actuariaat, en werkt aan het onderwerp risictheorie (kansberekening en premieberekening). Dit doet ze in een tweepersoonsteam, een soort 'denktank' voor het hele bedrijf. Voor de modellen die zij en haar collega maken hebben ze veel kennis nodig, ook in de breedte: op het gebied van administratie, recht en belastingen.

Actuaris is vooralsnog een 'mannenberoep', maar Joke en Angela hebben geen van beiden het gevoel dat ze als vrouw niet serieus worden genomen. Wel komen ze af en toe dingen tegen die met hun vrouwzijn te maken hebben.

Zo is op Jokes afdeling sinds kort een van de drie teamleiders een vrouw, iets wat binnen het bedrijf nog maar sporadisch voorkomt.

Angela ziet bij haar in het bedrijf duidelijk een 'mannelijk' carrièrepatroon: parttime werken – dus kinderen hebben én carrière maken – is moeilijk. Ook bij Joke is het stan-

daard dat er fulltime wordt gewerkt, in ieder geval in leidinggevende functies. Zelf werkt ze wel vier dagen per week, tot nu toe zonder nadelige gevolgen voor haar carrièreverloop.

Toch kunnen dingen wel eens veranderen.

Bij het ter perse gaan van deze bundel heeft Joke een baan gevonden als leidinggevende bij een kleine verzekeringsmaatschappij. Nog steeds voor vier dagen per week.

Maar beiden zeggen: het zou veel helpen als meer mannen in deze sector parttime gingen werken. ■

Beroep: administratief medewerker (v/m)

- Opleiding: leerlingstelsel
- Toelatingseisen: vbo-diploma of tien jaar dagonderwijs
- Informatie: ECABO, Stichting Landelijk Orgaan ter bevordering van de Economische en Administratieve Beroepen, Postbus 1230, 3800 BE Amersfoort, tel. 033-637709

Beroep: aankomend verzekeringsbranche medewerker (v/m)

- Opleiding: meao, bedrijfsadministratie/commercieel
- Toelatingseisen: vbo-diploma met drie vakken met Nederlands en minstens één vreemde taal en handelskennis of wiskunde volgens het C-programma, overige vakken volgens het B-programma of een mavo-diploma
- Informatie: AOB, Adviesbureaus voor Opleiding en Beroep: Gemeenschappelijk Bureau voor Opleiding en Beroep, Postbus 345, 3990 GC Houten, tel. 03403-79374

Beroep: medewerker verzekeringskantoor (v/m)

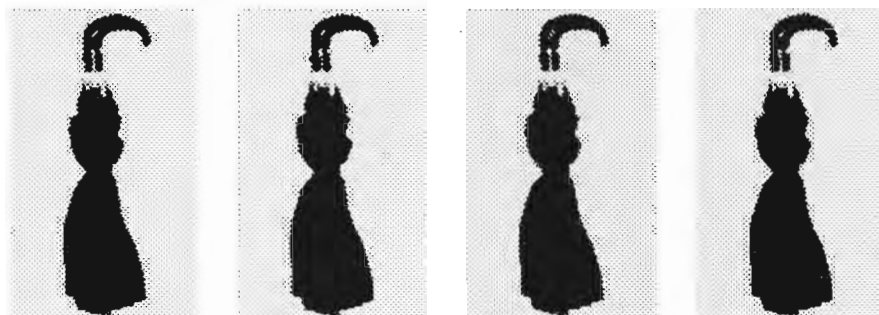
- Opleiding: heao, bank- en verzekeringswezen
- Toelatingseisen: havo-diploma met Engels en twee van de vakken wiskunde (A of B), handelswetenschappen of economie
- Informatie: AOB, zie adres bij aankomend verzekeringsbranche medewerker

Beroep: verzekeringswiskundige/actuaris (v/m)

- Opleiding: universiteit, actuariële wetenschappen
- Toelatingseisen: vwo-diploma met wiskunde A of B
- Informatie: AOB, zie adres bij aankomend verzekeringsbranche medewerker

1

DERTIG
BABY'S



Inleiding

Verzekeringen vormen een belangrijk toepassingsgebied van de wiskunde. Verzekeringsmaatschappijen nemen tegen betaling van premies de risico's van hun cliënten over. De wiskunde, die bij verzekeringen wordt gebruikt, heet met een mooi woord **actuariaal**. Uitgangspunt voor dit werkboek zijn 30 meisjesbaby's, die in hetzelfde jaar geboren zijn. Aan de hand van een kansspel ga je voorspellen hoe oud deze baby's worden. Daarna ga je de prijs berekenen voor een levensverzekering. Het leuke hiervan is dat je de relativiteit van de wiskundige juistheid leert zien. De werkelijkheid is altijd complexer. Je rekenwerk kan misschien wel foutloos zijn, maar niet in de zin van een volledig goede weergave van de werkelijkheid, want dat is, per definitie, onmogelijk.

Wat is een verzekering?

Een verzekering geeft je een uitkering wanneer zich een **onzeker voorval** voordoet. Wanneer je met je auto een botsing veroorzaakt, vergoedt je autoverzekeraar de door jou gemaakte schade. Of wanneer je plotseling komt te overlijden, wordt door je levensverzekeraar een bedrag aan je nabestaanden uitgekeerd.

Voor **levensverzekeringen** geldt meestal niet dat onzeker is of het voorval gebeurt (dood gaan we allemaal!) maar wel wannéér het gebeurt. De uitkering hierbij staat in de meeste gevallen vast.

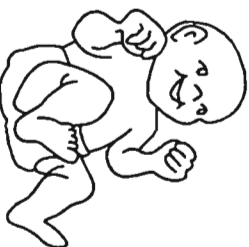
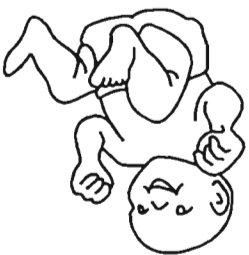
Bij **schadeverzekeringen** geldt dat onzeker is óf het voorval gebeurt en hoe groot de schade dan is.

- 1 Welke van de volgende verzekeringen zijn schadeverzekeringen? Welke zijn levensverzekeringen?
Autoverzekering, begrafenisverzekering, brandverzekering, ziektekostenverzekering, studieverzekering, pensioenverzekering.

Het kansspel

Een complex van niet te overziene, onderling al dan niet samenhangende factoren, wordt ook wel het **toeval** genoemd. In het volgende kansspel is het toeval nagebootst. Het kansspel is ontworpen om de levensduren van 30 meisjes-baby's te voorspellen.

- 2 Welke factoren zijn van invloed op de levensduur van mensen?
- 3 Knip de loten uit het knipvel. Schud ze en doe ze in een doos, zak of hoge hoed zodat je zonder te kijken een lot kunt trekken. Speel in groepjes het kansspel volgens de spelregels die hieronder staan. Noteer de voorspelde levensduur voor elk van de dertig baby's.



Spelregels kansspel

De spelregels worden uitgelegd aan de hand van de levensduur van Anja, de eerste baby. Anja begint natuurlijk met leeftijd 0. Trek een lot uit de hoed en geef Anja de leeftijd, die op dat lot staat. Doe het lot niet meer terug in de hoed, maar leg het opzij. Trek opnieuw een lot. Tel het getal, dat op dit lot staat, bij de leeftijd van Anja op. Leg ook dit lot opzij. Trek een volgend lot. Tel weer het getal, dat hierop staat, bij de leeftijd van Anja op en leg het lot opzij. Ga door met het trekken van loten en het verhogen van de leeftijd van Anja tot je een lot met een geldig kruis trekt.

Of je een lot hebt met een geldig kruis, bepaal je als volgt:

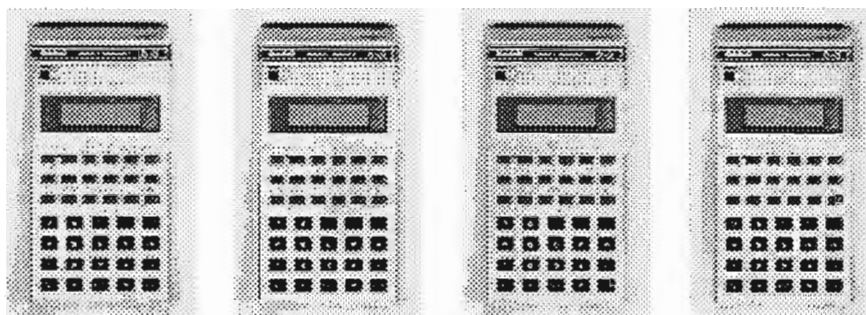
- 1 Als Anja op het moment, dat je het lot met het kruis trekt, 85 jaar of ouder is, zijn alle loten met een kruis geldig.
- 2 Als Anja op dat moment 65 jaar of ouder is, dan zijn de loten met een kruis met bijschrift ≥ 65 en het lot met het kruis zonder bijschrift geldig.
- 3 Als Anja jonger is dan 65, dan is alleen het lot zonder bijschrift geldig.

Als je een lot met een ongeldig kruis hebt getrokken, doe je dit terug in de hoed en speel je gewoon verder. Als je een lot met een geldig kruis hebt getrokken, noteer je de leeftijd, die je voor je het kruis trok hebt verkregen. Dit is de voorspelde **levensduur** van Anja.

De levensduur, die je door het trekken van loten bepaalt, kan minimaal 0 zijn. Dit is zo, als je direct een geldig kruis trekt. In dit spel kan de levensduur ook 225 zijn, als alle loten getrokken zijn, voordat je een lot met een kruis trekt. Omdat het erg onwaarschijnlijk is, dat iemand ouder wordt dan 110 jaar, stop je met het trekken van loten als de bereikte leeftijd boven de 110 komt. De levensduur stel je dan op 110 jaar.

2

STERFTE- TAFELS



Verwachte levensduur

- 4 Vul de tabel op pagina 6 met het aantal levenden en doden in bij elke leeftijd tussen 0 en 110 jaar volgens het volgende voorbeeld. Stel, de voorspelde levensduur van Anja is in het spel 86. Ze is overlijdt dus op 86-jarige leeftijd, dat wil zeggen tussen haar 86ste en 87ste verjaardag. Stel, er zijn nog twee baby's met dezelfde voorspelde levensduur als Anja. Dan vul je bij 86 onder 'aantal doden' in 3. Er zijn namelijk 3 mensen op die leeftijd gestorven. Onder 'aantal levenden' vul je bij 86 in het totaal aantal mensen met een voorspelde levensduur van 86 of meer. Vul op deze manier eerst bij elke leeftijd de kolom onder 'aantal doden' in en vervolgens de kolom onder 'aantal levenden'. Ga uit van dertig levenden bij 0 jaar.

Een tabel, die van een aantal gelijktijdig geboren baby's aangeeft hoeveel personen hiervan op elke leeftijd nog in leven zijn, wordt een **sterftetafel** genoemd

- 5 Bereken het gemiddelde van de voorspelde levensduren van de baby's. Dat is de gemiddelde leeftijd, waarop ze sterven.

Deze gemiddelde leeftijd wordt in de verzekeringswiskunde de **verwachte levensduur** van een 0-jarige genoemd.

- 6 Bereken de verwachte levensduur van een 30-jarige.

Sterftetafels worden gemaakt door van grote groepen mensen te observeren hoe lang ze leven. Dit kan op twee manieren: door een hele generatie te volgen totdat deze uitgestorven is of door in een bepaalde periode bij te houden hoeveel mensen van een bepaalde leeftijd in die periode overlijden.

Generatietafels

De door jou gemaakte sterftetafel is een generatietafel. Hierin wordt het sterfteverloop van de in een bepaald jaar geboren gedurende de hele generatie gevolgd. Het nadeel van het op deze manier samenstellen van een sterftetafel is, dat het een hele generatie (110 jaar) duurt voordat de tafel gereed is. Vaak zullen de gegevens dan al verouderd zijn, en niet meer toepasbaar.

	Leef- tijd	Aantal levenden	Aantal doden	Leef- tijd	Aantal levenden	Aantal doden	Leef- tijd	Aantal levenden	Aantal doden
	0	30		37			74		
	1			38			75		
	2			39			76		
	3			40			77		
	4			41			78		
	5			42			79		
	6			43			80		
	7			44			81		
	8			45			82		
	9			46			83		
	10			47			84		
	11			48			85		
	12			49			86		
	13			50			87		
	14			51			88		
	15			52			89		
	16			53			90		
	17			54			91		
	18			55			92		
	19			56			93		
	20			57			94		
	21			58			95		
	22			59			96		
	23			60			97		
	24			61			98		
	25			62			99		
	26			63			100		
	27			64			101		
	28			65			102		
	29			66			103		
	30			67			104		
	31			68			105		
	32			69			106		
	33			70			107		
	34			71			108		
	35			72			109		
	36			73			110		

Sterftetafel

Periodentafels

In de praktijk wordt gewerkt met periodentafels. Bij een periodentafel wordt gedurende een bepaalde periode (bijvoorbeeld 5 jaar) voor elk van de in die periode levenden van een bepaalde leeftijd gekeken hoeveel er een jaar later nog in leven zijn. De periodentafels, die in de verzekeringspraktijk gebruikt worden, worden samengesteld uit de gegevens die het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) verzamelt. Omdat de gegevens van jaar tot jaar variëren, worden gemiddelden over meer jaren berekend.

Op bladzijden 11 en 12 van dit werkboek zijn twee voorbeelden van sterftetafels te vinden. De tafels zijn de **GBV 80-85** en de **GBM 80-85**. GBV staat voor Gehele Bevolking Vrouwen; 80-85 wil zeggen dat de gegevens verzameld zijn over de jaren 1980-1985. De cijfers in tabel GBV 80-85 hebben alleen betrekking op sterfte van vrouwen. GBM 80-85 staat voor Gehele Bevolking Mannen over de periode 1980-1985.

- 7 Vergelijk de uitkomsten van het kansspel (de verwachte levensduur van een 0-jarige en die van een 30-jarige) met de in tabel GBV 80-85 aangegeven verwachte levensduren. Verklaar de verschillen in uitkomsten.
- 8 Zoek jouw leeftijd op in de tabel, die voor jou van toepassing is. Wat is de verwachte levensduur die hierbij staat?

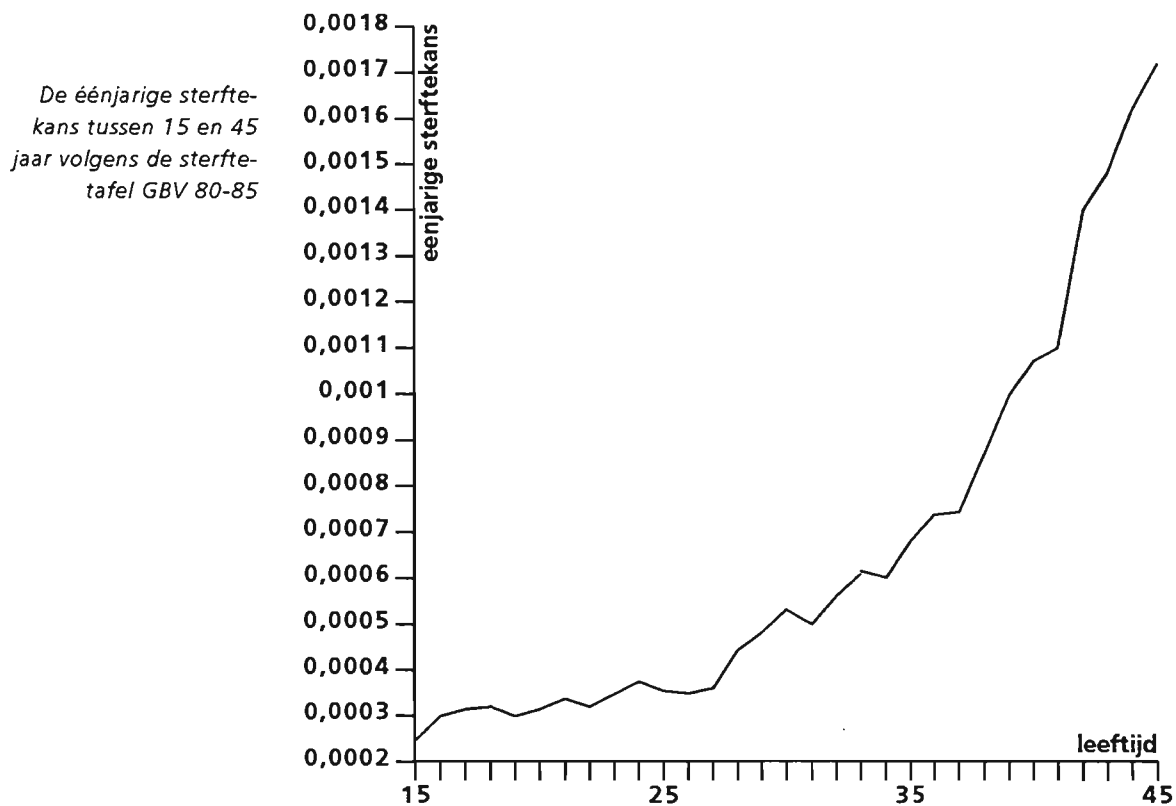
De éénjarige sterftekans

Naast de aantallen levenden en de verwachte levensduren staat in de tabel een kolom met éénjarige sterftekanzen. De éénjarige sterftekans is de kans dat iemand van een bepaalde leeftijd binnen één jaar overlijdt.

In de sterftetafel GBV 80-85 zie je bijvoorbeeld dat er van het aantal levenden van 4.025.630 van 85 jaar op 86-jarige leeftijd nog maar 3.612.171 in leven zijn. 413.459 Vrouwen zijn overleden. De éénjarige sterftekans voor een 85-jarige vrouw bedraagt dan $413.459 : 4.025.630 \times 100 \% = 10,271\%$. Dit is ruim ééntiende.

De éénjarige sterftekans voor vrouwen tussen 15 en 45 jaar staat in de grafiek op pagina 10.

- 9 Je ziet in sterftetafel GBV 80-85 dat de éénjarige sterftekans voor een 30-jarige vrouw gelijk is aan ruim 0,05%. Dat is minder dan 1/10%. Hoe groot is de kans, dat een dertigjarige vrouw over één jaar nog in leven is?
- 10 Bereken uit sterftetafel GBV 80-85 de kans dat een 30-jarige vrouw over 16 jaar nog in leven is en de kans dat een 30-jarige vrouw binnen 16 jaar overleden is.

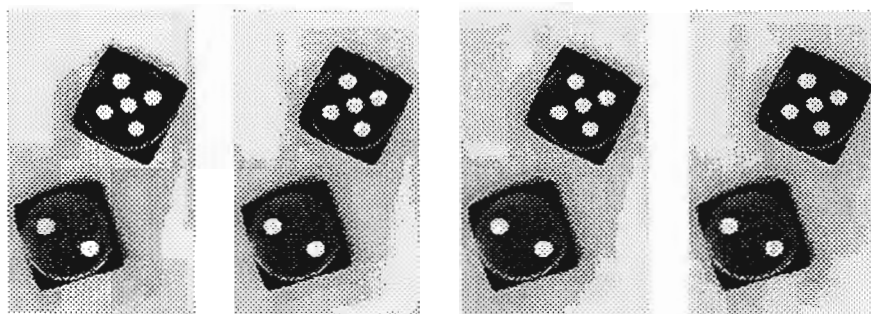


	L	AL	ES	VL	L	AL	ES	VL	L	AL	ES	VL
Sterftetafel GBV 80-85	0	10.000.000	0,729%	78,97	40	9.772.081	0,108%	80,43	80	5.935.537	5,845%	87,65
	1	9.927.111	0,076%	79,55	41	9.761.494	0,111%	80,47	81	5.588.633	6,513%	88,13
	2	9.919.598	0,046%	79,61	42	9.750.615	0,138%	80,51	82	5.224.625	7,355%	88,63
	3	9.919.598	0,046%	79,61	43	9.737.157	0,147%	80,57	83	4.840.369	8,303%	89,15
L = Leeftijd	4	9.911.397	0,024%	79,67	44	9.722.797	0,164%	80,62	84	4.438.489	9,302%	89,71
AL = Aantal Levenden	5	9.909.066	0,023%	79,69	45	9.706.807	0,171%	80,68	85	4.025.630	10,271%	90,29
ES = Eénjarige Sterfte- kansen	6	9.906.738	0,018%	79,71	46	9.690.175	0,195%	80,74	86	3.612.171	11,586%	90,29
VL = Verwachte Levensduur	7	9.904.941	0,019%	79,72	47	9.671.283	0,217%	80,81	87	3.193.657	12,796%	91,54
	8	9.903.102	0,017%	79,73	48	9.650.336	0,248%	80,89	88	2.785.864	13,821%	92,21
	9	9.911.369	0,018%	79,75	49	9.626.384	0,271%	80,97	89	2.400.835	15,561%	92,88
	10	9.889.569	0,013%	79,76	50	9.600.340	0,280%	81,05	90	2.027.252	16,480%	93,60
	11	9.898.320	0,018%	79,77	51	9.573.459	0,332%	81,14	91	1.693.158	18,820%	94,31
	12	9.896.524	0,018%	79,78	52	9.541.635	0,354%	81,24	92	1.374.510	19,977%	95,08
	13	9.894.740	0,020%	79,79	53	9.507.870	0,380%	81,35	93	1.099.921	21,536%	95,84
	14	9.892.771	0,020%	79,81	54	9.471.744	0,422%	81,45	94	863.042	23,481%	96,62
	15	9.890.838	0,024%	79,82	55	9.431.734	0,439%	81,57	95	660.394	25,026%	97,43
	16	9.888.486	0,029%	79,83	56	9.390.375	0,487%	81,69	96	495.127	26,418%	98,24
	17	9.885.648	0,031%	79,85	57	9.344.641	0,544%	81,81	97	364.322	30,017%	99,04
	18	9.882.580	0,032%	79,87	58	9.293.807	0,562%	81,95	98	254.962	30,306%	99,92
	19	9.879.460	0,030%	79,89	59	9.241.621	0,623%	82,08	99	177.692	32,040%	100,76
	20	9.876.463	0,032%	79,91	60	9.184.044	0,669%	82,23	100	120.760	33,896%	101,59
	21	9.873.320	0,034%	79,93	61	9.122.574	0,758%	82,38	101	79.827	40,406%	102,40
	22	9.869.953	0,032%	79,95	62	9.053.445	0,793%	82,54	102	47.572	41,667%	103,35
	23	9.866.799	0,033%	79,97	63	8.981.681	0,888%	82,88	103	27.750	42,580%	104,31
	24	9.863.515	0,037%	79,99	64	8.901.887	0,962%	82,88	104	15.934	40,699%	105,28
	25	9.859.840	0,036%	80,01	65	8.816.269	1,100%	83,07	105	9.449	54,344%	106,15
	26	9.856.332	0,035%	80,03	66	8.719.258	1,179%	83,27	106	4.314	36,834%	107,53
	27	9.852.862	0,037%	80,05	67	8.616.453	1,329%	83,47	107	2.725	41,688%	108,42
	28	9.849.216	0,044%	80,06	68	8.501.971	1,49%	83,69	108	1.589	28,571%	109,43
	29	9.844.838	0,049%	80,09	69	8.374.678	1,565%	83,93	109	1.135	0,000%	110,00
	30	9.839.978	0,053%	80,11	70	8.243.595	1,817%	84,17	110	1.135	100,000%	110,00
	31	9.834.732	0,049%	80,14	71	8.093.820	2,012%	84,43				
	32	9.829.866	0,057%	80,16	72	7.930.934	2,260%	84,71				
	33	9.824.286	0,063%	80,19	73	7.751.670	2,529%	85,00				
	34	9.818.114	0,061%	80,22	74	7.555.658	2,836%	85,31				
	35	9.812.117	0,069%	80,25	75	7.341.381	3,222%	85,64				
	36	9.805.329	0,075%	80,28	76	7.104.857	3,667%	86,64				
	37	9.797.984	0,076%	80,31	77	6.844.291	4,072%	86,38				
	38	9.790.531	0,087%	80,35	78	6.565.579	4,645%	86,78				
	39	9.782.003	0,101%	80,38	79	6.260.599	5,192%	87,21				

	L	AL	ES	VL	L	AL	ES	VL	L	AL	ES	VL
Sterftetafel GBM 1980-1985	0	10.000.000	0,939%	72,32	40	9.641.152	0,169%	74,34	80	3.422.960	9,945%	85,93
	1	9.906.123	0,083%	73,00	41	9.624.875	0,185%	74,40	81	3.082.534	10,591%	86,58
	2	9.897.931	0,058%	73,06	42	9.607.099	0,195%	74,46	82	2.756.059	11,251%	87,24
	3	9.892.234	0,043%	73,10	43	9.588.330	0,223%	74,52	83	2.445.977	12,259%	87,91
	4	9.887.940	0,035%	73,14	44	9.566.932	0,253%	74,59	84	2.146.136	13,272%	88,59
L = Leeftijd												
AL = Aantal Levenden												
ES = Eénjarige Sterfte-												
kansen												
VL = Verwachte												
Levensduur												
	5	9.884.465	0,036%	73,16	45	9.954.752	0,296%	74,67	85	1.861.308	14,580%	89,29
	6	9.880.860	0,032%	73,18	46	9.514.516	0,313%	74,76	86	1.589.931	15,841%	90,03
	7	9.877.680	0,025%	73,21	47	9.484.780	0,362%	74,85	87	1.338.074	16,743%	90,78
	8	9.875.102	0,025%	73,22	48	9.450.449	0,405%	74,95	88	1.114.041	18,134%	91,55
	9	9.872.751	0,018%	73,24	49	9.412.162	0,444%	75,06	89	912.020	19,216%	92,33
	10	9.870.015	0,025%	73,25	50	9.370.376	0,533%	75,17	90	736.762	20,508%	93,12
	11	9.868.015	0,026%	73,27	51	9.320.412	0,581%	75,31	91	585.669	21,779%	93,93
	12	9.865.410	0,024%	73,29	52	9.266.266	0,630%	74,45	92	458.115	23,004%	94,75
	13	9.863.012	0,030%	73,30	53	9.207.857	0,719%	75,60	93	352.730	25,338%	95,57
	14	9.860.013	0,031%	73,32	54	9.141.641	0,797%	75,76	94	263.356	26,872%	96,44
	15	9.856.930	0,034%	73,34	55	9.068.809	0,916%	75,94	95	195.588	26,836%	97,33
	16	9.853.615	0,059%	73,36	56	8.985.716	0,980%	76,13	96	140.905	28,656%	98,19
	17	9.847.787	0,066%	73,39	57	8.897.632	1,133%	76,33	97	100.527	27,957%	99,06
	18	9.841.241	0,078%	73,43	58	8.796.817	1,244%	76,55	98	72.423	31,853%	99,87
	19	9.833.597	0,078%	73,47	59	8.687.388	1,347%	76,79	99	49.354	29,440%	100,74
	20	9.825.885	0,083%	73,51	60	8.570.336	1,526%	77,03	100	34.824	40,507%	101,46
	21	9.817.766	0,087%	73,56	61	8.439.521	1,666%	77,29	101	20.718	40,086%	102,46
	22	9.809.219	0,082%	73,60	62	8.298.914	1,860%	77,57	102	12.413	34,287%	103,43
	23	9.801.219	0,082%	73,65	63	8.144.591	2,117%	77,87	103	8.157	43,901%	104,18
	24	9.793.189	0,075%	73,69	64	7.972.132	2,284%	78,19	104	4.576	43,597%	105,11
	25	9.785.890	0,083%	73,73	65	7.790.070	2,560%	78,52	105	2.581	42,115%	105,96
	26	9.777.778	0,073%	73,77	66	7.590.616	2,807%	78,87	106	1.494	66,667%	106,67
	27	9.770.605	0,075%	73,80	67	7.377.555	3,131%	79,25	107	498	0,000%	108,00
	28	9.763.288	0,083%	73,84	68	7.146.574	3,430%	79,64	108	498	100,000%	108,00
	29	9.755.200	0,090%	73,87	69	6.901.443	3,755%	80,05				
	30	9.746.435	0,081%	73,91	70	6.642.290	4,157%	80,49				
	31	9.738.514	0,088%	73,95	71	6.366.184	4,472%	80,94				
	32	9.729.952	0,087%	73,99	72	6.081.517	4,952%	81,41				
	33	9.721.450	0,093%	74,02	73	5.780.379	5,420%	81,90				
	34	9.712.411	0,093%	74,06	74	5.467.086	6,166%	82,41				
	35	9.703.357	0,111%	74,10	75	5.132.709	6,580%	82,95				
	36	9.692.543	0,121%	74,14	76	4.451.607	7,161%	83,51				
	37	9.680.984	0,119%	74,19	77	4.451.607	7,767%	84,09				
	38	9.669.249	0,139%	74,23	78	4.105.861	8,313%	84,69				
	39	9.655.831	0,152%	74,28	79	3.764.550	9,074%	85,30				

3

DE BABYPOLIS



Risico's

Een onzeker voorval wordt ook wel een risico genoemd. Niemand kan risico's volledig overzien en niemand kan precies aangeven welke voorzorgsmaatregelen genomen moeten worden om tegen de gevolgen ervan ingedekt te zijn. Toch zijn verzekeringsmaatschappijen bereid om tegen betaling van premies de risico's van hun cliënten over te nemen en op te draaien voor de financiële gevolgen. Voorbeelden van risico's in het dagelijks leven zijn: arbeidsongeschiktheid, het wintersportrisico, brand.

*Uit: Gezin en
Verzekering, uitgave
Bureau Voorlichting
Verzekering*

LEVEN IN (ON)ZEKERHEID

wintersportrisico



brand



arbeids-
ongeschiktheid



De behoefte aan zekerheid is een van de meest fundamentele behoeften van de mens. Wij leven niet graag in het onzekere. Risico's lopen we niettemin allemaal, daaraan valt niet te ontkomen. Zekerheden kunnen van de één op de andere dag in onzekerheden veranderen.

risico's delen

Wanneer wij werkelijk aan alle onzekerheden en risico's het hoofd moesten bieden, zouden wij nauwelijks in staat zijn onszelf te ontplooiën. De ontwikkeling van onze hedendaagse maatschappij met zijn vele verworvenheden zou niet denkbaar zijn geweest als wij niet de mogelijkheid zouden hebben om door het verzekeren risico's met anderen te delen. De onzekerheid de financiële gevolgen van bepaalde risico's niet te kunnen dragen, kan worden vervangen door zekerheid. Door betaling van premie worden de risico's met anderen gedeeld. Op zo'n manier verzekeren mensen zich samen tegen een onzekere gebeurtenis.

De premie

De prijs die men voor een verzekering moet betalen wordt premie genoemd. Uitgangspunt bij het vaststellen van de premie is de **solidariteitsgedachte**: als veel personen premie betalen en slechts weinigen behoeven

een uitkering, dan kan het premiegeld van velen dienen om de uitkering van enkelen te financieren.

Een verantwoorde (adequate) premiestelling houdt in: niet te hoog, zodat de cliënten liever naar de concurrent gaan, maar ook niet te laag, zodat de maatschappij niet voldoende binnenkrijgt om de uitkeringen te kunnen doen (en de hiermee gepaard gaande kosten te kunnen dekken).

Kansberekening

Verzekeringen hebben alles te maken met kansberekening. Voor een verzekeraar is het van belang te weten hoe groot de kans is dat een bepaald bedrag moet worden uitgekeerd. Wanneer dat bekend is, kan de verzekeraar op basis van die kans uitrekenen hoeveel premie de cliënten dienen te betalen, zodat de uitkeringen ook daadwerkelijk gedaan kunnen worden.

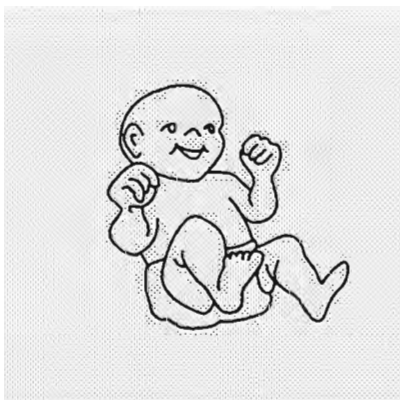
- 11 Kijk nog eens naar de zelfgemaakte sterftetafel in opdracht 4. Het is nu dertig jaar later en onze baby's zijn 30 jaar oud. Hoewel, niet allemaal. Hoeveel zijn er nog in leven?
- 12 Voor het afsluiten van welke verzekeringen, zal een 30-jarige vrouw belangstelling hebben? Bij welke verzekeringen zal de maatschappij bij het vaststellen van de premie gebruik maken van een sterftetafel?

De koopsom

We bekijken een aantal versimpelingen van de werkelijkheid: Al onze inmiddels dertigjarige vrouwen hebben intussen een dochter van twee jaar oud. De dochters zijn op dezelfde dag geboren. De vrouwen hebben alle dezelfde toekomstplannen voor hun kind. Zij verwachten dat de dochter op haar achttiende jaar op eigen benen gaat staan, maar dat ze daarbij nog een aantal jaren financiële ondersteuning van haar moeder of vader nodig zal hebben, bijvoorbeeld als aanvulling op een studiebeurs. Alle vrouwen hebben tot nu toe een dusdanig carrièreverloop, dat zij verwachten dat zij voldoende financiële middelen hebben om hun kind te ondersteunen, als ze nog in leven zijn op het moment dat de dochter 18 wordt. Daarom willen zij op dit moment een verzekering sluiten, die garandeert, dat de dochter op haar achttiende verjaardag, als haar moeder dan niet meer in leven is, een bedrag van f 20.000,- ontvangt. Als de moeder dan nog wel in leven is, keert de verzekering niets uit. De premiebetaling wil de moeder op dit moment inééns doen. Dit wordt een koopsom genoemd. Een dergelijke verzekering wordt een **overlijdensrisico-verzekering** genoemd. De moeder vindt een maatschappij die deze verzekering verkoopt onder de naam '**babypolis**'.

verzeker uw kind van een goede opleiding

OOK ALS U ER NIET MEER BENT



GELD SPEELT EEN BELANGRIJKE ROL IN ONS LEVEN. ER ZIJN

ECHTER MOMENTEN WAAROP U NIET VOLDOENDE GELD

BEZIT OM "HET BEGEERDE" AAN TE SCHAFFEN. SOMS VALT

DAN DE BESLISSING EEN FINANCIËLE VERPLICHTING AAN TE

GAAN. EEN LENING DUS. VOOR EEN HUIS, DE FINANCIËRING

VAN EEN AUTO OF EEN FLINKE VERBOUWING.

Als u een financiële verplichting op u neemt, ligt uiteraard ook de verantwoordelijkheid hiervoor bij u. Wat gebeurt er, indien u zou komen te overlijden? Uw nabestaanden "erven" deze schuld. Dat kan betekenen, dat er een behoorlijke last op hun schouders gaat drukken die uit een (fors) gedaald inkomen betaald moet worden. Best belangrijk om hier even bij stil te staan.

ZEKERHEID

Komt u tot de conclusie dat die last inderdaad te zwaar is? Een risicoverzekering biedt dan uitkomst. Zo'n verzekering zorgt voor een (belastingvrije) kapitaaluitkering na overlijden (binnen een bepaalde tijdsduur). Dat betekent financiële zekerheid voor uw nabestaanden. De grootte van het kapitaal en de tijdsduur van de verzekering bepaalt u zelf. De verzekering kan dus worden afgestemd op uw persoonlijke situatie.

WANNEER EEN RISICOVERZEKERING

We noemden al de financiering van een huis of verbouwing. De meeste mensen, die een hypotheek aangaan sluiten tegelijkertijd een risicoverzekering. Tegenwoordig steeds vaker op het leven van man en vrouw.

Maar er zijn veel meer situaties in de praktijk waar bij een passende risicoverzekering eigenlijk onmisbaar is. Denk maar eens aan:

- Een risicoverzekering voor als uw vrouw komt te overlijden.
- niet alleen valt het eventueel door haar verdiende deel in het gezinsinkomen weg, maar ook de kosten van de huishouding, de opvang van de kinderen vragen (veel) extra geld.
- Een risicoverzekering voor als uw man komt te overlijden.
- de toekomst van de kinderen, u wilt ze immers dezelfde perspectieven blijven bieden. Maar hoe gaat het dan met bijvoorbeeld de studiekosten?
- uw gezin zou financieel ongeveer op dezelfde voet verder moeten kunnen gaan. Maar weduwenpensioenen is vaak laag. De uitkering uit de risicoverzekering kan een nodige aanvulling betekenen.

vraag uw assurantie-adviseur naar onze voordelige babypolis

advertentie

13 Bepaal met de uitkomsten van het kansspel het verwachte aantal malen, dat de maatschappij f 20.000,- moet uitkeren na 16 jaar. Verwaarloos hierbij de kans, dat de dochter op dat moment niet meer in leven is en de uitkering niet wordt gedaan.

14 Bepaal de koopsom van de babypolis voor de moeders door de totale koopsom gelijk te stellen aan het totaal over 16 jaar uit te keren bedrag.

15 Bepaal de koopsom van de babypolis op basis van de sterftetabel GBV 80-85.

- 16 Bepaal de koopsom van de babypolis voor vaders op basis van sterftetafel GBM 80-85. Veronderstel dat de vader 30 jaar oud is.
- 17 De kans dat de dochter na 16 jaar niet meer in leven is, speelt ook een rol bij de babypolis. Bereken de kans hierop met de gegevens uit sterftetafel GBV 80 - 85. Welke aanname heb je hierbij nodig?

Rente

Eén van de nuanceringen die op bovenstaande berekening van de koopsom aangebracht kunnen worden, is dat geen rekening gehouden wordt met rente. Verzekeringsmaatschappijen opereren vaak als geldbeleggers: zij beleggen het geld dat hun cliënten in de vorm van premies en koopsommen betalen, om een zodanig rendement te halen dat het aangegroeide kapitaal later kan dienen voor de uitkeringen. De rente-opbrengst wordt verwerkt in de te betalen koopsom.

Stel dat de verzekeringswiskundige bij de verzekeringsmaatschappij berekent dat over 20 jaar een bedrag van f 100.000,- aan uitkeringen moet worden betaald. Als uitgegaan wordt van een jaarlijkse rentevergoeding van 4% gedurende de 20 jaar, dan zal de verzekeringsmaatschappij op dit moment aan koopsommen moeten ontvangen:

$$f\ 100.000,- : 1,04^{20} = f\ 45.638,70$$

Dit bedrag is als volgt tot stand gekomen:

Een bedrag, dat 20 jaar uitstaat tegen rente van 4%, neemt jaarlijks toe met 4% van het op dat moment uitstaande bedrag. Dat betekent dat elk jaar het op dat moment uitstaande bedrag 1,04 keer zo groot wordt. Na twintig jaar is het bedrag $1,04^{20}$ keer zo groot geworden ($1,04 \times 1,04 \times 1,04 \times 1,04 \times \dots$ enzovoorts). Als het bedrag na twintig jaar f 100.000 moet zijn, dan kun je het startbedrag dus berekenen door f 100.000 te delen door $1,04^{20}$.

- 18 Welk bedrag moet je nu op je spaarrekening zetten wanneer je over 20 jaar een bedrag van f100,- wilt hebben? De rentevergoeding op je spaarrekening bedraagt 8% per jaar.
- 19 Hoe groot zal de door iedere moeder te betalen koopsom moeten zijn, als de maatschappij verwacht dat de koopsommen belegd kunnen worden tegen een rentevoet van 7% per jaar gedurende de 16 jaar?
- De op deze manier berekende koopsom wordt de **netto koopsom** genoemd. Bij de berekening van de netto koopsom is nog geen rekening gehouden met de door de verzekeringsmaatschappij te maken kosten.
- 20 Welke kosten zullen zoal door een verzekeringsmaatschappij worden gemaakt?
- 21 De maatschappij heeft berekend, dat de kosten op iedere babypolis 10% van de netto koopsom bedragen. Hoeveel bedraagt de koopsom, die iedere moeder moet betalen, wanneer rekening gehouden wordt

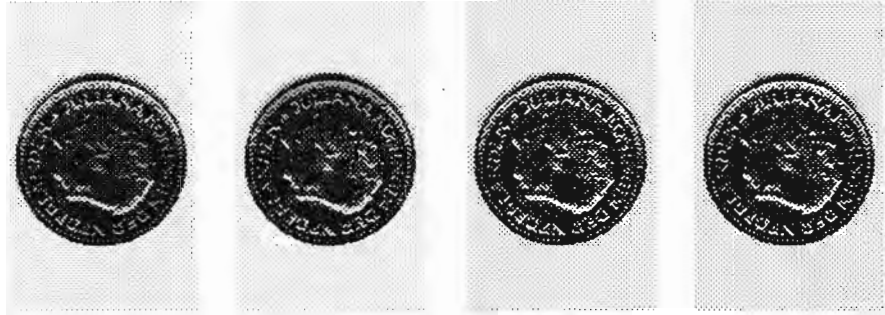
met rente en kosten? Hoeveel bedraagt de koopsom, die de vader moet betalen?

De nu berekende koopsom wordt de **bruto koopsom** genoemd. Deze koopsom zal men terugvinden in het tarievenboekje van de maatschappij die de babypolis verkoopt.

- 22** Bereken hoeveel geld de moeder zou hebben, als ze de koopsom gedurende 16 jaar op de bank had vastgezet tegen een rentepercentage van 7%. Wat is voor de moeder het verschil tussen de verzekering afsluiten of de koopsom nu op de bank zetten tegen een zeker rentepercentage?
- 23** Verplaats je in de positie van de agent van de verzekeringsmaatschappij. Het is 16 jaar later en je ontvangt een brief van een van de moeders die haar koopsom terug wil, omdat ze nog in leven is. Wat antwoord je?

4

ANDERE VERZEKERINGS VORMEN



Standaard verzekeringsvormen

De tot nu toe behandelde verzekeringsvorm is de tijdelijke verzekering bij overlijden. Er zijn ook andere standaard levensverzekeringen, zoals de kapitaalverzekering bij leven, de gemengde verzekering en de direct ingaande tijdelijke lijfrente.

Kapitaalverzekering bij leven

Deze verzekering keert een kapitaal uit op een vooraf bepaalde datum, als de verzekerde op die datum nog in leven is. Om de netto koopsom te bepalen, moet je weten hoe groot de kans is dat de verzekerde op de einddatum nog in leven is. Daarnaast moet je rekening houden met de rente-opbrengst.

Stel dat de verzekerde 50 jaar is en de duur van de verzekering is 10 jaar. Op de einddatum is de verzekerde 60 jaar. De kans dat de verzekerde op die datum nog in leven is, is gelijk aan: het aantal levenden van 60 jaar gedeeld door het aantal levenden van 50 jaar.

- 24** Bepaal de netto koopsom voor een kapitaalverzekering bij leven van f 100.000,- op het leven van een 35-jarige man met een duur van 30 jaar, rekening houdend met een jaarlijkse rente-opbrengst van 4%.

Gemengde verzekering

De gemengde verzekering bestaat uit twee delen. De verzekering keert uit bij overlijden van de verzekerde, wanneer dit plaatsvindt voor de einddatum van de verzekering. Wanneer de verzekerde op die datum nog in leven is, vindt op dat moment uitkering plaats. De netto koopsom voor de gemengde verzekering kun je splitsen in deze twee delen. Voor het eerste deel, de uitkering bij overlijden, is van belang de kans dat de verzekerde in een bepaald jaar overlijdt. Dat wil zeggen, jaar voor jaar moet je weten hoe groot de kans is dat de verzekeringsmaatschappij het verzekerde kapitaal moet uitkeren. Je moet daarbij rekening houden met de rente-op-

brengst. Voor het tweede deel, de uitkering bij leven op de einddatum, moet je bepalen hoe groot de kans is dat de verzekerde op de einddatum nog in leven is. De netto koopsom voor dit deel van de verzekering wordt dan op dezelfde manier berekend als de netto koopsom voor de kapitaalverzekering bij leven. De koopsommen voor de beide delen worden bij elkaar opgeteld om de koopsom voor de gemengde verzekering te berekenen.

- 25** Bepaal de netto koopsom voor een gemengde verzekering van f 100.000 op het leven van een 35-jarige vrouw met een duur van 5 jaar. De jaarlijkse rente bedraagt 7%.

Direct ingaande tijdelijke lijfrente

De direct ingaande tijdelijke lijfrente keert jaarlijks een bepaald bedrag uit, als de verzekerde op dat moment in leven is, tot een vooraf bepaalde einddatum. Wanneer de lijfrente levenslang wordt uitgekeerd, spreken we van een pensioen. Om de netto koopsom te berekenen moet je bepalen hoe groot de kans is dat de verzekerde elk jaar aan het eind van het jaar nog in leven is. Daarnaast moet je weer rekening houden met de rentevoet.

- 26** Bepaal de netto koopsom voor een direct ingaande tijdelijke lijfrente op het leven van een 65-jarige man, met een duur van 5 jaar. De rente bedraagt 8%. De lijfrente bedraagt f 10.000,-

Inleiding

Dit werkboek gaat over wiskunde en verzekeringen. In de verzekeringswiskunde, ook wel actuariaat genoemd, kent men drie specialisaties: levensverzekeringen, schadeverzekeringen en pensioenen.

Het werkboek beperkt zich tot de **levensverzekeringswiskunde**, en in het bijzonder de overlijdensrisico-verzekering. De opdrachten zijn zodanig opgezet dat de leerling eerst actief bezig is met het spelen van een kansspel. Daarna zal met behulp van de uitkomsten van het kansspel, aan de hand van opdrachten, inzicht gegeven worden in berekeningen op het gebied van de levensverzekeringswiskunde. Zowel kansberekening als intrestrekening zijn hierbij van belang. De laatste drie opdrachten gaan over andere verzekeringsvormen.

Doelgroep, doelen en tijdsduur

Het lespakket is geschikt voor leerlingen (volwassenen en jongeren) in 4 havo/vwo en in het meao. De leerlingen hoeven geen voorkennis te hebben over verzekeringen, intrest- en kansberekening. De leerlingen leren eenvoudige berekeningen uit de levensverzekeringswiskunde uit te voeren. Ze leren de volgende begrippen: levensverzekering, onzeker voorval, verwachte levensduur,

sterftetafel, sterftekans, risico, overlijdensrisico-verzekering, netto en bruto koopsom. Voor dit werkboek zijn, afhankelijk van het niveau en het tempo van de leerlingen, minimaal 3 en maximaal 4 lesuren nodig. De opdrachten 24, 25 en 26 zijn als uitbreiding te beschouwen.

Werkvormen en benodigdheden

De leerlingen maken in groepjes van twee of meer een kansspel en spelen dit. Het kansspel wordt gemaakt door de loten (op pagina 22) te kopiëren op stevig papier, ze uit te knippen en in een hoge hoed (of een doos of een zak, die kan dienen als hoge hoed) te doen. Bepaal als docent hoe groot de groepjes moeten zijn en zorg voor voldoende kopieën. De spelregels staan in het werkboekje voor leerlingen. Met behulp van de uitkomsten van het kansspel maken de leerlingen de opdrachten uit het lespakket. Als de uitkomsten van het spel gestandaardiseerd worden voor de gehele klas, is het controleren van de antwoorden eenvoudiger. Als de opdrachten gemaakt zijn, vindt een klassikale bespreking plaats.

Voor het maken van het kansspel zijn nodig een schaar, een kopie van de loten op stevig papier en een hoge hoed of iets wat als hoge hoed kan dienen.

Antwoorden

- 1 Schadeverzekeringen zijn: autoverzekering, brandverzekering, ziektekostenverzekering.
Levensverzekeringen zijn: begrafenisverzekering, studieverzekering, pensioenverzekering.
- 2 Van invloed op de levensduur van mensen zijn onder andere: geboortjaar (middeleeuwen/20e eeuw), geslacht, sociale omstandigheden, klimatologische omstandigheden, stand medische wetenschap, epidemieën (AIDS, influenza), verkeersveiligheid, toeval.

1	2	4	5	<u>6</u>
8	<u>9</u>	14	15	16
22	27	30	31	35
	≥65	≥65	≥65	≥65
≥85	≥85	≥85	≥85	≥85

loten

- 3 Om aan te geven hoe de opdrachten beantwoord moeten worden, is het kansspel gespeeld met de volgende uitkomsten:
 94 77 106 70 30 0 110 69 51 110 103 82 83 97 110 51 36 98 92 0 90 74
 64 37 90 8 110 110 88 90
 Aan de hand van **deze** uitkomsten van het kansspel worden de opdrachten beantwoord.
- 4 Tabel. Zie pagina 23
- 5 Het gemiddelde van de dertig levensduren bedraagt:
 $(0 \times 2 + 1 \times 8 + 1 \times 30 + \dots + 5 \times 110) : 30 = 74,3$ jaar.
- 6 De verwachte levensduur van een 30-jarige bedraagt:
 $(1 \times 30 + 1 \times 36 + 1 \times 37 + \dots + 5 \times 110) : 27 = 82,3$ jaar.
- 7 De uitkomsten zijn niet gelijk, onder andere omdat het kansspel niet volmaakt is, de steekproef te klein is, de baby's niet de gehele bevolking zijn en geen goede doorsnede vormen en vanwege het toeval.

Leef- tijd	Aantal levenden	Aantal doden	Leef- tijd	Aantal levenden	Aantal doden	Leef- tijd	Aantal levenden	Aantal doden
0	30	2	37	25	1	74	19	1
1	28	0	38	24	0	75	18	0
2	28	0	39	24	0	76	18	0
3	28	0	40	24	0	77	18	1
4	28	0	41	24	0	78	17	0
5	28	0	42	24	0	79	17	0
6	28	0	43	24	0	80	17	0
7	28	0	44	24	0	81	17	0
8	28	1	45	24	0	82	17	1
9	27	0	46	24	0	83	16	1
10	27	0	47	24	0	84	15	0
11	27	0	48	24	0	85	15	0
12	27	0	49	24	0	86	15	0
13	27	0	50	24	0	87	15	0
14	27	0	51	24	2	88	15	1
15	27	0	52	22	0	89	14	0
16	27	0	53	22	0	90	14	3
17	27	0	54	22	0	91	11	0
18	27	0	55	22	0	92	11	1
19	27	0	56	22	0	93	10	0
20	27	0	57	22	0	94	10	1
21	27	0	58	22	0	95	9	0
22	27	0	59	22	0	96	9	0
23	27	0	60	22	0	97	9	1
24	27	0	61	22	0	98	8	1
25	27	0	62	22	0	99	7	0
26	27	0	63	22	0	100	7	0
27	27	0	64	22	1	101	7	0
28	27	0	65	21	0	102	7	0
29	27	0	66	21	0	103	7	1
30	27	1	67	21	0	104	6	0
31	26	0	68	21	0	105	6	0
32	26	0	69	21	1	106	6	1
33	26	0	70	20	1	107	5	0
34	26	0	71	19	0	108	5	0
35	26	0	72	19	0	109	5	0
36	26	1	73	19	0	110	5	5

Tabel opgave 4

- 8** Stel je bent 18 jaar en van het vrouwelijk geslacht. In de tabel staat een verwachte levensduur van 79,87 jaar.
- 9** De kans dat een 30-jarige vrouw over één jaar nog leeft, is gelijk aan 1 minus de kans dat een 30-jarige binnen één jaar overlijdt.
Deze kans is volgens GBV 80-85 gelijk aan:
 $1 - 0,00053 = 0,99947$
Deze kans kan ook als volgt berekend worden: op 31-jarige leeftijd zijn er nog 9.834.732 vrouwen in leven. Op 30-jarige leeftijd zijn dat er 9.839.978. De kans dat een 30-jarige vrouw over één jaar nog in leven is, is dus $9.834.732 : 9.839.978 = 0,99947$. Dat is meer dan 99,9%.
- 10** De kans dat een 30-jarige vrouw over 16 jaar nog leeft =
het aantal levenden van 46 : aantal levenden van 30 =
 $9.690.175 : 9.839.978 = 0,985$ (98,5%).
De kans dat een 30-jarige vrouw binnen 16 jaar overlijdt =
 $1 - 0,985 = 0,015$ (1,5%).
- 11** Het aantal levenden van 30 jaar = 27
- 12** Een dertigjarige vrouw kan belang hebben bij levensverzekeringen zoals een risicoverzekering in verband met een hypotheek of een begrafenis-verzekering en verder bij inboedel-, opstal-, auto-, ziektekostenverzekering, etcetera. Sterfte speelt een rol bij alle vormen van levensverzekeringen.
- 13** Over 16 jaar zijn drie moeders overleden.
Er moet dus $3 \times f 20.000,- = f 60.000,-$ worden uitgekeerd.
- 14** De koopsom bedraagt $f 60.000,- : 27 = f 2.222,22$.
Dit kan ook als volgt uitgerekend worden:
De kans dat een 30-jarige moeder binnen 16 jaar overlijdt is:
 $1 - \text{aantal levenden 46 jaar} : \text{aantal levenden 30 jaar} =$
 $1 - (24 : 27) = 0,1111$.
De koopsom voor iedere moeder bedraagt dan:
 $0,1111 \times f 20.000,- = f 2.222,22$
- 15** De kans dat een 30-jarige vrouw binnen 16 jaar overlijdt is:
0,015 volgens de berekening in opdracht 10.
Gemiddeld moet voor iedere moeder dus $0,015 \times f 20.000,- = f 300,-$ uitgekeerd worden. Dit is de koopsom. Wanneer we met onafgeronde sterftekanen werken bedraagt de koopsom $f 304,48$.
- In de volgende opdrachten worden de antwoorden, berekend met de onafgeronde sterftekanen tussen haakjes gegeven.
- 16** De kans dat de vader binnen 16 jaar overlijdt =
 $1 - 9.514.516 : 9.746.435 = 0,024$ (volgens GBM 80-85).
De koopsom voor de vader is $0,024 \times f 20.000 = f 480,-$ (f 475,91)

- 17 Indien de dochter niet meer leeft, behoeft geen uitkering meer te worden gedaan. Wanneer we hiermee rekening houden, zal de te betalen koopsom lager zijn. De kans dat de tweejarige dochter over 16 jaar niet meer leeft = $1 - (\text{aantal levenden } 18 : \text{aantal levenden } 2) = 1 - (9.882.580 : 9.919.598) = 0,0037318$ (0,3%).

We veronderstellen dat de sterfte van de nieuwe generatie volgens de huidige sterftetafel verloopt.

- 18 De inleg moet bedragen: $f 100,- : 1,08^{20} = f 21,45$.

- 19 Het over 16 jaar uit te keren bedrag, moet 'contant gemaakt' worden tegen 7%, zodat de koopsom wordt:
 $0,015 \times f 20.000 : 1,07^{16} = f 101,62$ (f 103,14).

- 20 Eerste kosten: o.a. keuringskosten, kosten van medisch adviseurs, provisie voor de tussenpersoon, kosten van opmaak van de polis en opname van de polis in de administratie. Doorlopende kosten: o.a. in- en excasokosten, administratiekosten.

- 21 Koopsom voor de moeder: $f 101,62 \times 1,1 = f 111,78$ (f 113,45).
 Koopsom voor de vader: $0,024 \times f 20.000 : 1,07^{16} \times 1,1 = f 178,85$ (f 177,33).

- 22 Wanneer de moeder de koopsom van f 111,78,- tegen 7 % per jaar had vastgezet, had ze na 16 jaar $111,78 \times 1,07^{16} = f 330,-$ (334,93) bij elkaar gespaard. Dit zou ingeval van overlijden niet voldoende zijn geweest om de dochter financieel te ondersteunen.

- 23 Dit kan niet omdat de totale premies gebruikt zijn om de uitkeringen te voldoen. De maatschappij heeft risico gelopen voor de moeder.

- 24 Aantal levenden 35: 9.703.357
 Aantal levenden 65: 7.790.070
 De netto koopsom: $7.790.070 : 9.703.357 \times f 100.000,- : 1,04^{30} = f 24.752,51$

- 25 Koopsom voor uitkering bij overlijden:
 Op leeftijd 35 overlijden $9.812.117 - 9.805.329 = 6.788$ vrouwen
- | | |
|----|---------------------------------|
| 36 | $9.805.329 - 9.797.984 = 7.345$ |
| 37 | $9.797.984 - 9.790.531 = 7.453$ |
| 38 | $9.790.531 - 9.782.003 = 8.528$ |
| 39 | $9.782.003 - 9.772.081 = 9.922$ |

De netto koopsom voor dit deel bedraagt:

$$\begin{aligned}
 & f 100.000 \times ((1:1,07) \times 6.788 : 9.812.117 + \\
 & \quad (1:1,07^2) \times 7.345 : 9.812.117 + \\
 & \quad (1:1,07^3) \times 7.453 : 9.812.117 + \\
 & \quad (1:1,07^4) \times 8.528 : 9.812.117 + \\
 & \quad (1:1,07^5) \times 9.922 : 9.812.117) = \\
 & f 64,65 + f 65,38 + f 62,00 + f 66,31 + f 72,10 = f 330,44
 \end{aligned}$$

Koopsom voor uitkering bij leven:

De kans dat de 35-jarige vrouw over 5 jaar nog in leven is bedraagt:
 $9.772.081 : 9.812.117 = 0,9959$

De netto koopsom voor dit deel bedraagt:

$f 100.000 \times (1:1,07^5) \times 0,9959 = f 71.007,70$

De totale netto koopsom voor dit deel bedraagt:

$f 71.007,70 + f 330,44 = f 71.338,14$

26 Netto koopsom:

$f 10.000 \times ((1:1,08) \times 7.590.616 : 7.790.070 +$
 $(1:1,08^2) \times 7.377.555 : 7.790.070 +$
 $(1:1,08^3) \times 7.146.574 : 7.790.070 +$
 $(1:1,08^4) \times 6.901.443 : 7.790.070 +$
 $(1:1,08^5) \times 6.642.290 : 7.790.070) =$

$f 9.022,19 + f 8.119,39 + f 7.282,58 + f 6.511,84 + f 5.803,07 = f 36.739,07$