

# **PATCHWORK**

**LAPJES IN BEELD**

**LAURENCE SCHOEMAKER**

**TRUUS DEKKER, MARJA MEEDER, HELEEN VERHAGE**

## QUILTEN

Laurence Schoemaker



**'je moet heel precies zijn, anders komt er niets van terecht'**

Quilten en het maken van patchwork is tegenwoordig bijzonder populair in Nederland. Laurence Schoemaker is penningmeester van het Nederlandse Quiltersgilde dat nu bijna tien jaar bestaat en ruim 7000 leden heeft. Het zijn vrijwel allemaal vrouwen.

Laurence heeft een HBS B opleiding en werkte tot de geboorte van haar eerste kind als medisch analiste.

'Terwijl we met de voorbereiding van dit pakket bezig waren, realiseerde ik me pas dat je bij dit werk eigenlijk heel wat wiskunde gebruikt. En misschien belangrijker nog, dat het heel veel scheelt als je een wiskundige houding hebt aangeleerd. Het maken van een goed ontwerp is van wezenlijk belang en kost veel tijd. Een quilt is meestal opgebouwd uit "blokken" en je moet kunnen doorzien hoe zo'n blok in elkaar zit. Een constructie kan soms ingewikkeld lijken maar als je goed kijkt blijkt de opbouw simpel. Je moet je kunnen voorstellen wat de ruimtelijke effecten zijn wanneer je bepaalde kleuren gebruikt of bepaalde vormen herhaalt. Je moet systematisch en methodisch kunnen werken, en je werk goed or-

ganiseren want je werkt vaak met honderden lapjes in verschillende vormen en kleuren die je volgens een vooraf gemaakt ontwerp in elkaar gaat zetten. En natuurlijk moet je heel precies zijn want anders blijft je werkstuk niet mooi vlak. Er wordt heel wat gerekend. Vaak moet het werkstuk een vooraf bepaalde maat hebben, bijvoorbeeld wanneer je een lappendeken gaat maken. Je moet berekenen hoeveel blokken er in de lengte en in de breedte moeten komen en hoe breed een eventuele rand moet zijn. Ieder blok bestaat weer uit een flink aantal lapjes in verschillende formaten en kleuren. Op het ogenblik ben ik bezig aan een "charm-quilt", dat uit 1000 vierkante lapjes van drie bij drie centimeter bestaat. Twee lapjes zijn hetzelfde, en de overige allemaal verschillend. Die lapjes heb ik allemaal uitgelegd en geschoven totdat de indeling me beviel. Daarna is het zaak een systeem te bedenken om de lapjes te nummeren, per rij en per kolom, anders komt er natuurlijk niets van terecht! Er zijn overigens ook vrouwen die op een andere manier werken en hun werkstuk als het ware al doende opbouwen.'

Laurence houdt van eenvoudige ontwerpen die vaak bestaan uit simpele meetkundige figuren. Een vierkant, een driehoek. Ze werkt graag met felle kleuren. Haar wandkleden hebben flinke afmetingen. De gebruikte kleuren en de symmetrie zorgen voor mooie effecten. Er is ook een schitterende lappendeken waarvoor de 'Pythagorasboom' het uitgangspunt vormde. Met een blok waarin diezelfde Pythagorasboom is verwerkt, won ze de tweede prijs in een ontwerpwedstrijd.

Een echt nieuw blok ontwerpen is niet eenvoudig, in de loop der jaren dat er door vrouwen gequilt werd

zijn immers al heel wat variaties bedacht.

'Vroeger op school had ik geen speciale voorkeur voor een van de wiskundevakken, maar ik had er meer plezier in dan in talen. Iets uitpuzzelen vind ik leuk en werken met getallen ook. Ik heb een goed oog voor details. Een goed kleurgevoel hebben is niet iets wat je kunt aanleren, maar systematisch werken wel. Ik heb eerst een basiscursus gevolgd, en daarna krijg je door het veel te doen de nodige ervaring. En kennelijk gebruik ik mijn wiskundeachtergrond zonder er bij stil te staan.'

**Beroep: zelfstandig ondernemer patchwork quilts (v/m)**

- Opleiding: particuliere cursussen
- Toelatingseisen: geen
- Informatie: Quiltersgilde, Greet de Melker, Frederik Hendriklaan 63, 3708 VB Zeist

**Beroep: stylist (v/m), mode-illustrator (v/m)**

- Opleiding: mts, mode en kleding (4 jaar), mdgo-mk (mode en kleding 3 jaar)
- Toelatingseisen: vbo-diploma met Nederlands en Engels en handelskennis of wiskunde volgens C-programma, overige vakken tenminste volgens het B-programma of mavo-diploma
- Informatie: AOB, Adviesbureaus voor Opleiding en Beroep: Gemeenschappelijk Bureau voor Opleiding en Beroep, Postbus 345, 3990 GC Houten, tel. 03403-79374

**Beroep: theaterkledingontwerper (v/m)**

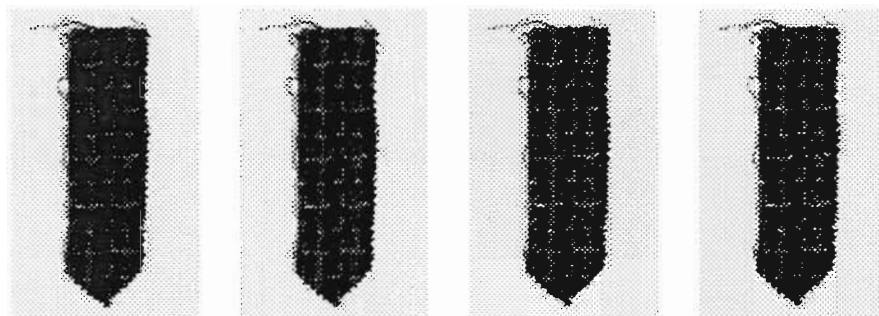
- Opleiding: hogeschool voor de kunsten, textiele vormgeving
- Toelatingseisen: havo-diploma en een toetsing van voldoende aanleg
- Informatie: AOB, zie adres bij stylist

**Beroep: industrieel ontwerper (v/m)**

- Opleiding: technische universiteit, industriële vormgeving
- Toelatingseisen: vwo-diploma met wiskunde B en natuurkunde
- Informatie: AOB, zie adres bij stylist

# 1

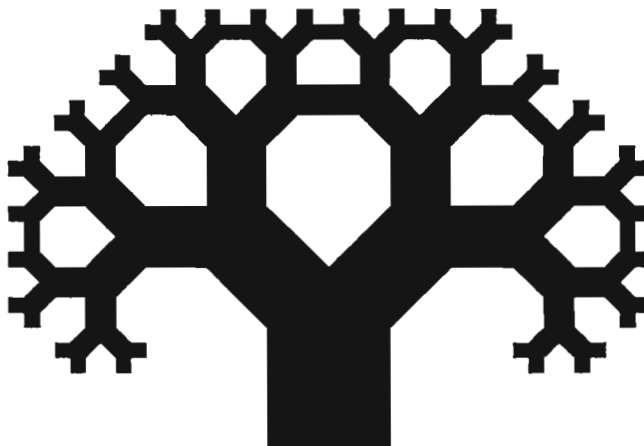
## VAN RESTVER- WERKING TOT EEN DECORATIEF PATROON



### Inleiding

Lappendekens worden al eeuwen lang gemaakt, vaak van oude restjes stof. Meestal worden de lapjes in regelmatige patronen aan elkaar genaaid, waardoor prachtige patronen ontstaan. Sommige lappendekens zijn dan ook meer om aan de muur te hangen dan om te gebruiken. Het maken van die mooie lappendekens volgens regelmatige patronen wordt **patchwork** genoemd (patch is een engels woord voor lapje). Mensen die patchwork maken, gebruiken vaak meetkundige figuren, zoals driehoeken, vierkanten, zeshoeken en achthoeken. Bij het quilten (spreek uit: kwilten) wordt het resultaat nog verder bewerkt. Quilten is met een zo klein mogelijk rijg

steekje de drie lagen van de quilt - de dunne onderstof, de vulling en de bovenlaag die uit patchwork bestaat of geappliqueerd is - met decoratieve patronen bewerken. Patchwork kan vertaald worden met 'lapjeswerk'. Kleine stukjes stof worden aan elkaar genaaid tot blokken of repen. Een aantal van deze blokken of repen vormen samen een patchwork lap, de zogenaamde 'top'. Patchwork is een heel precies werk. Als bij het in elkaar zetten van de eerste delen iets wordt afgeweken van de lijnen, zullen de overige delen niet meer passen. Het is dan ook belangrijk dat alle patchwork blokken of repen precies even groot worden, zodat ze aan elkaar gezet kunnen worden tot één grote lap.



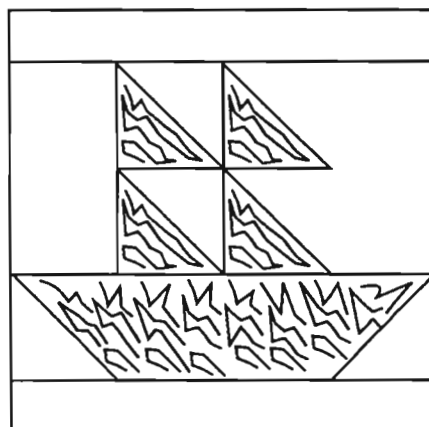
### Een wandkleed maken

Dit gaat als volgt in zijn werk:

- Een idee opdoen voor een basispatroon, bijvoorbeeld een simpele tekening van een bootje:



- Geschikt maken van de tekening voor het werken met vierkante en driehoekige lapjes.

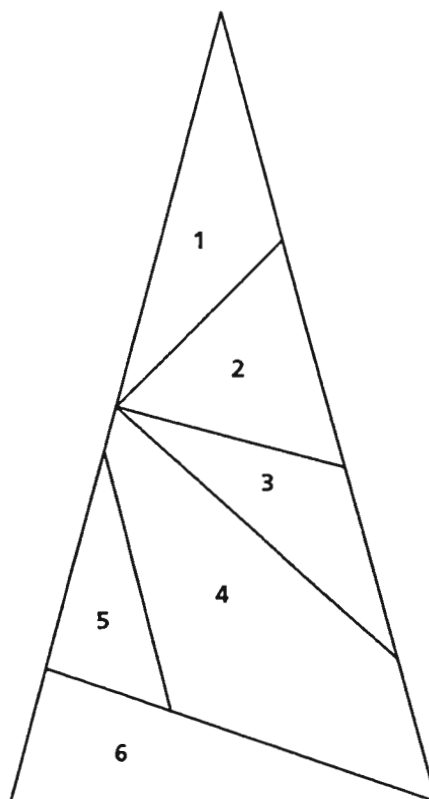


- Ontwerpen van een blok.
- Kiezen van geschikte kleuren.
- Herhalen van het blok, in verschillende kleuren. Met viltstift.
- Met spiegels bekijken wat symmetrie oplevert.
- Aanpassen van het ontwerp.
- Uitrekenen uit hoeveel blokken het werkstuk moet bestaan.
- Stof uitzoeken in de goede tinten, eventueel berekenen hoeveel stof gekocht moet worden.
- De losse blokken naaien, deze in repen in elkaar zetten en samenvoegen tot een geheel.
- Afwerken.

### Wonderen met spiegels

Met de driehoek hieronder en twee spiegels kun je een heel kleedje ontwerpen.

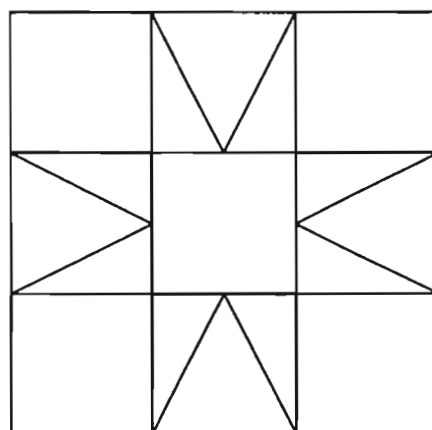
- 1 Maak een kleurontwerp voor de driehoek. Gebruik lapjes of viltstiften. Met viltstiften werk je alleen met effen kleuren. Door het dessin van de lapjes wordt het ontwerp spannender. Met de spiegels kun je vervolgens zien hoe het hele kleedje eruit ziet.



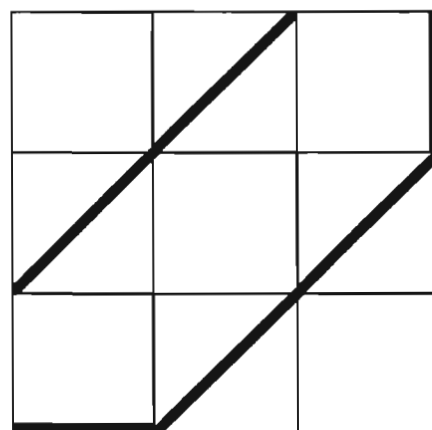
- 2 De bovenhoek van het ontwerp is  $30^\circ$ . Een hele cirkel is  $360^\circ$ . Hoe groot kan die bovenhoek van het ontwerp nog meer zijn om de spiegels te kunnen gebruiken?

- 3 Hieronder zijn nog een paar andere ontwerpen getekend, waarbij je de spiegels goed kunt gebruiken.  
 Probeer van te voren te bedenken wat je te zien krijgt als je de spiegels neerzet.

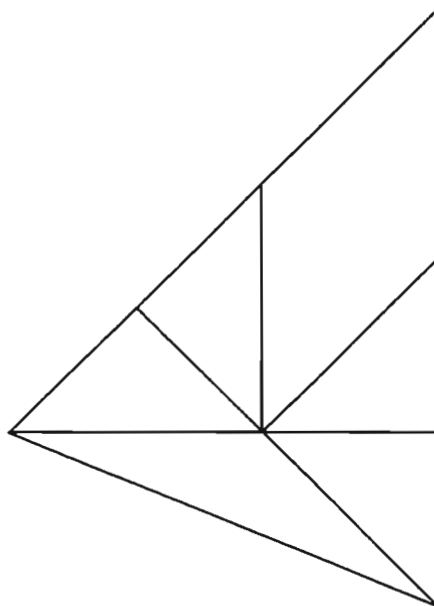
figuur 1  
 90°



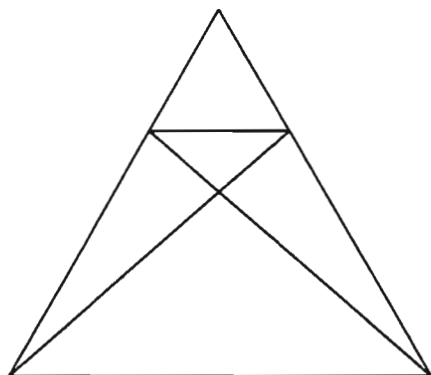
figuur 2  
 90°



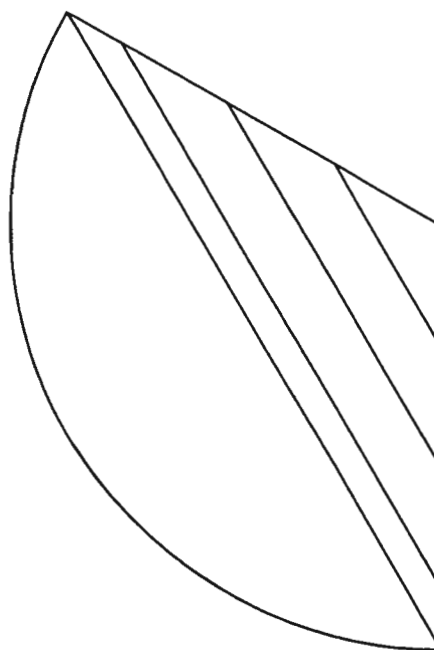
figuur 3  
45°



figuur 4  
60°

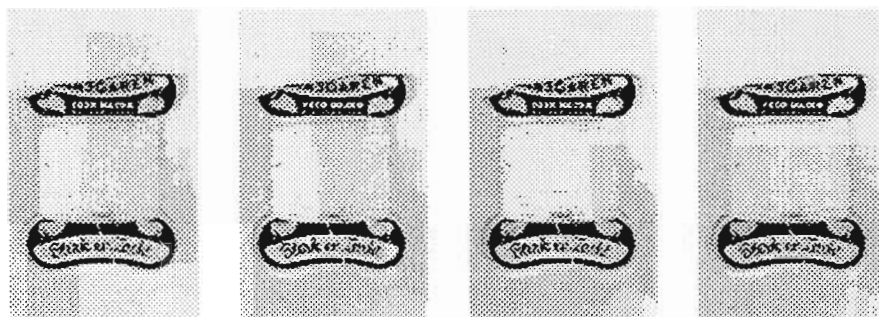


figuur 5  
120°



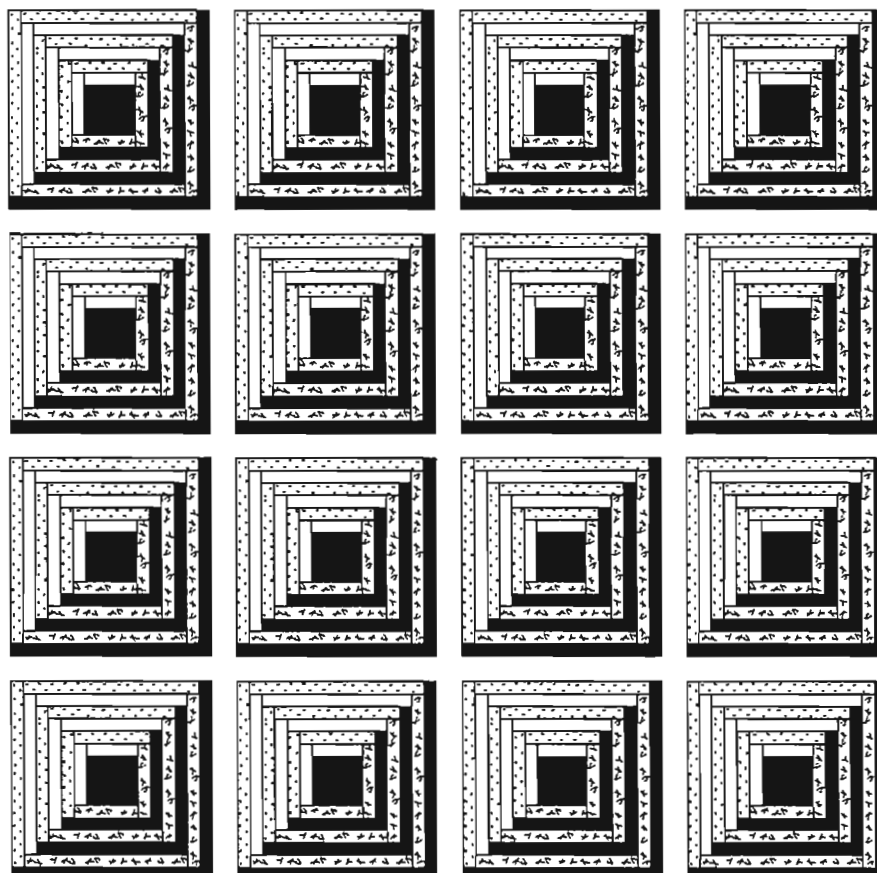
# 2

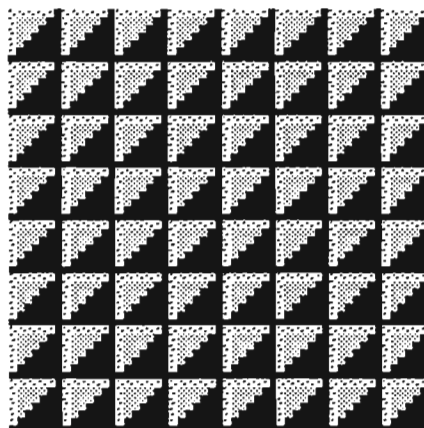
## REGELMAAT EN AFWISSELING



### Blokken

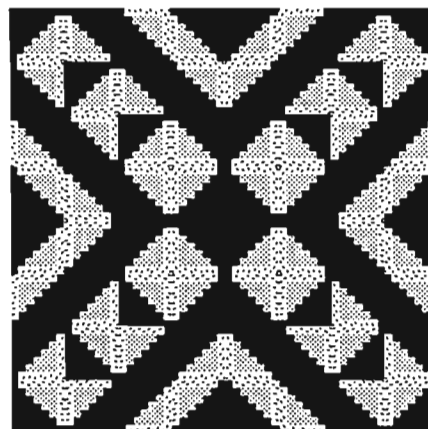
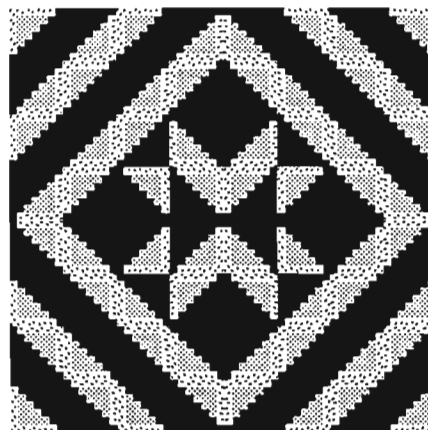
Bij patchwork worden mooie resultaten bereikt door eenzelfde **grond-vorm** steeds op een regelmatige manier te herhalen.  
Hieronder zie je zo'n grondvorm opgebouwd uit verschillende kleine lapjes. Zo'n grondvorm noemen we een **blok**.





4 Hoeveel blokken zijn er gebruikt in het ontwerp hierboven?

Door de blokken anders te rangschikken krijg je een heel ander resultaat.



- 5 Maak uitgaande van het vierkant hieronder (de grondvorm) een aantal ontwerpen van twee-bij-twee vierkanten.

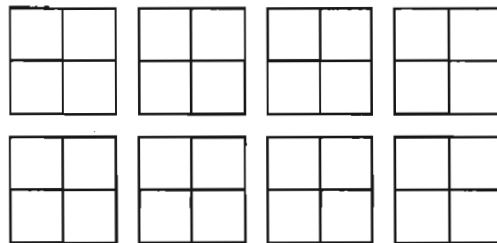
grondvorm



mogelijk ontwerp



Hieronder kun je je eigen ontwerpen met vier vierkanten inkleuren:

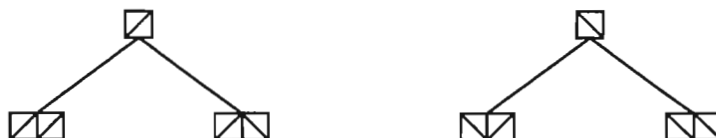


Er zijn heel wat verschillende ontwerpen met vier vierkanten mogelijk. Je kunt je afvragen hoeveel verschillende twee-bij-twee vierkanten er zijn. Die vraag is niet zo makkelijk te beantwoorden. Je kunt proberen om ze allemaal te tekenen, maar hoe weet je dan zeker dat je ze allemaal gevonden hebt? Bovendien zijn het er zelfs bij deze simpele vorm al heel veel. Je kunt dus beter systematisch te werk gaan. Een hulpmiddel bij het systematisch tellen van mogelijkheden, is het **boomdiagram**.

We zoeken het eerst uit voor een vierkant zonder inkleuring omdat dat eenvoudiger is.

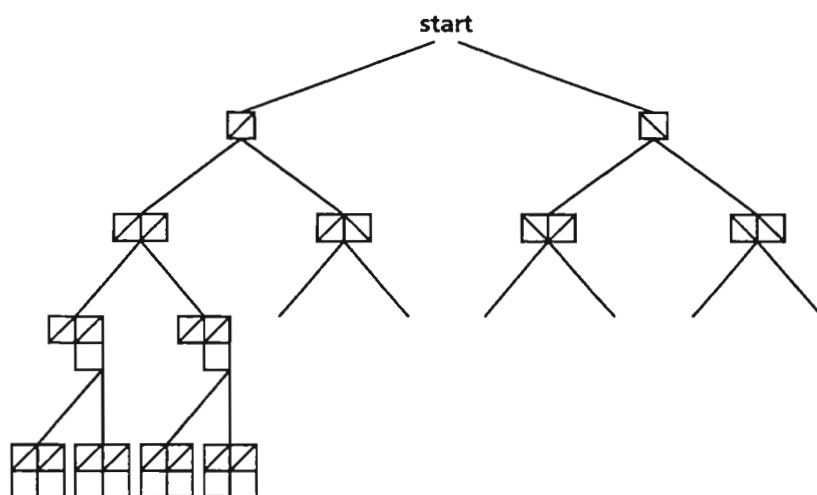
Zo'n vierkant kan twee standen hebben:  en .

Het vierkant ernaast kan ook weer in twee standen gelegd worden:



Nu moeten het derde en het vierde vierkant er nog bij.

6 Maak het boomdiagram verder af:



Uit het boomdiagram blijkt dat er met vier vierkanten al 16 mogelijkheden zijn om een ontwerp van twee-bij-twee te maken. Maar hoeveel daarvan zijn echt verschillend?







Om die vraag te kunnen beantwoorden moet je eerst afspreken wanneer je twee ontwerpen echt verschillend vindt en wanneer je twee ontwerpen eigenlijk gelijk vindt.

Wij dachten:



We spreken af dat we twee ontwerpen gelijk vinden, wanneer ze door te draaien precies op elkaar passen.

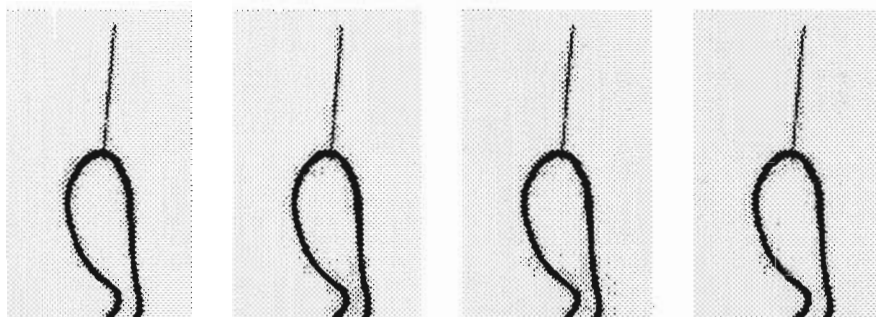
- 7 Teken hieronder de echt verschillende ontwerpen met daarbij het aantal keren dat zo'n ontwerp voorkomt in het boomdiagram.

ontwerp	aantal keren in boomdiagram
	-
	-
	-
	-
	-
	-

Voor het vierkant zonder inkleuring weten we nu dat er zes echt verschillende ontwerpen zijn. Als de twee helften van het vierkant elk een ander kleurtje krijgen, wordt het een stuk lastiger om uit te zoeken hoeveel mogelijkheden er zijn. Maar te doen is het wel. In hoofdstuk 4 (pagina 18 en verder) is beschreven hoe je dat uit kan zoeken.

# 3

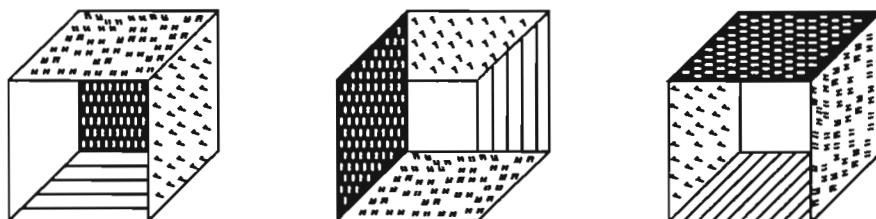
LICHT EN  
DONKER,  
SCHADUW EN  
DIEPTE



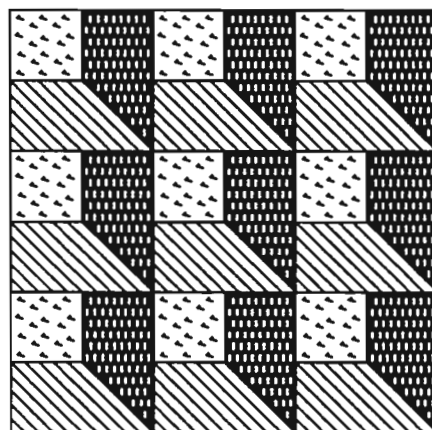
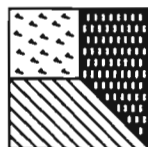
## Ontwerp

Door lichte en donkere tinten te gebruiken kunnen platte figuren eruit gaan zien als ruimtelijke figuren. Hieronder kun je daar een voorbeeld van zien.

In patchwork wordt vaak met drie tinten gewerkt: licht, middel en donker.

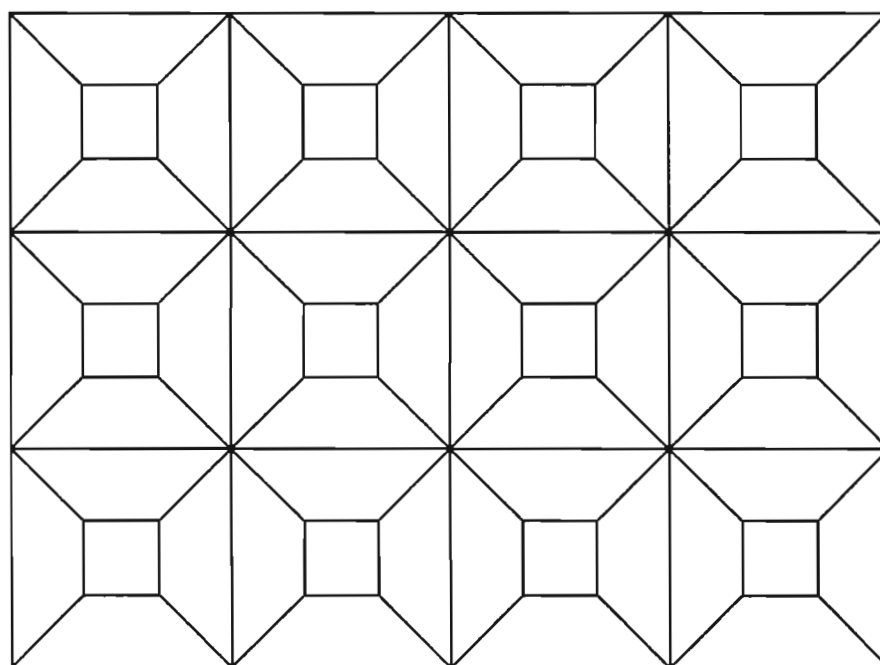
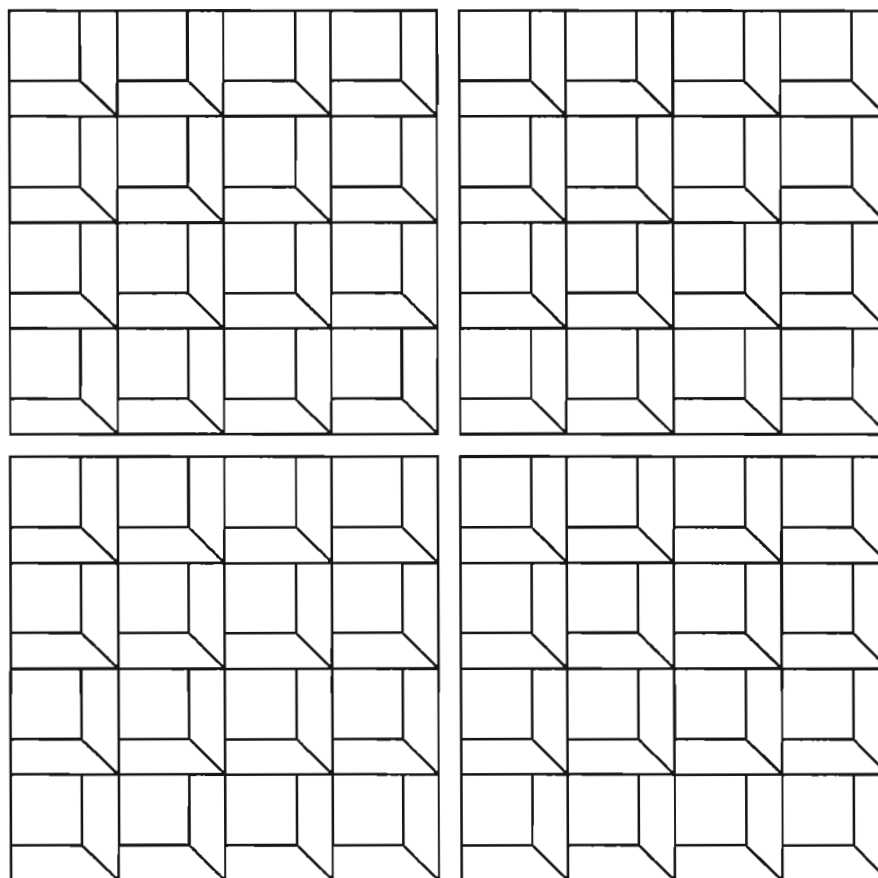


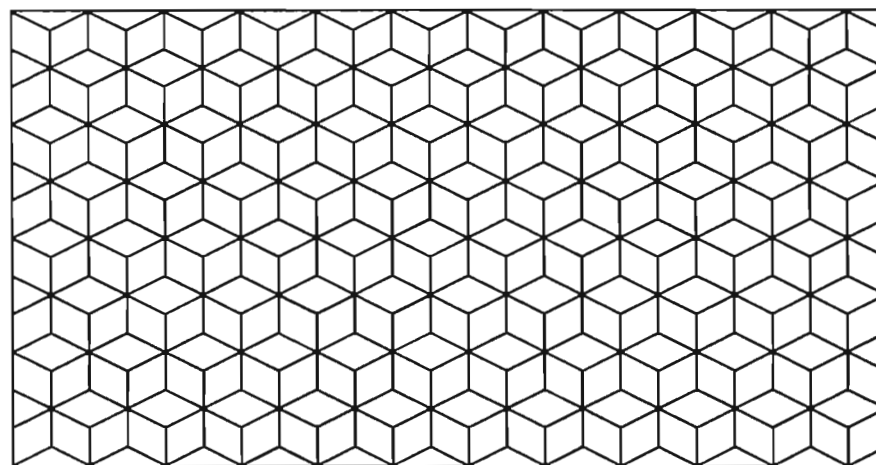
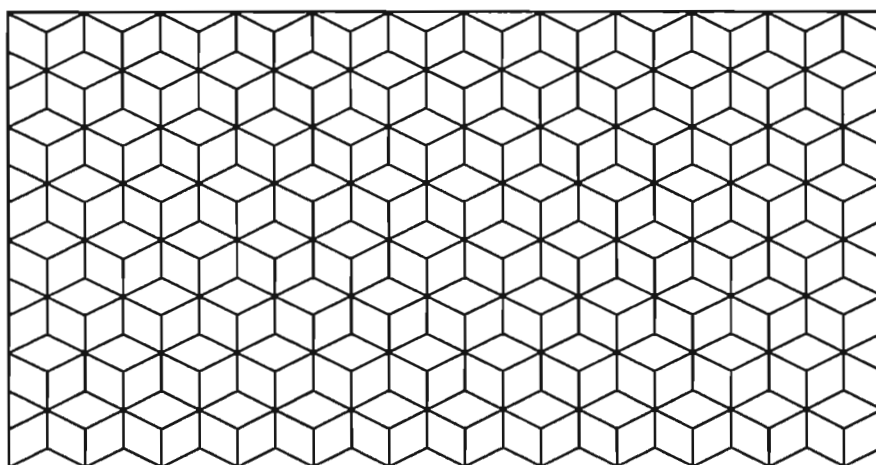
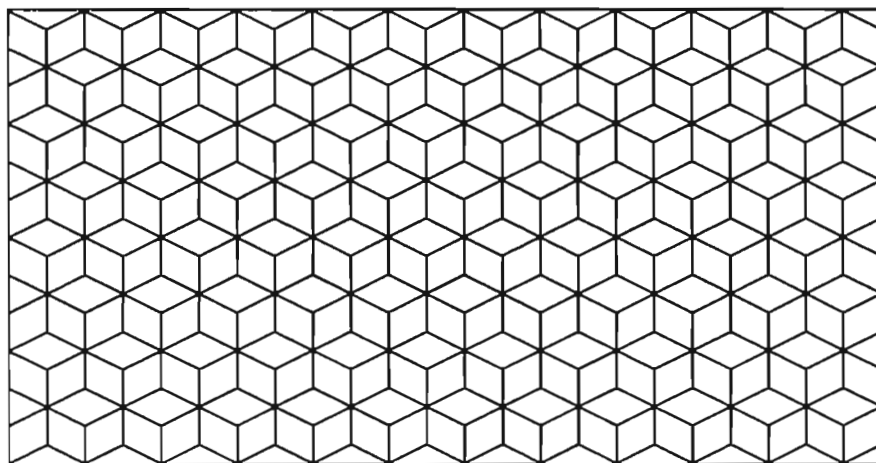
Het ontwerp rechts  
is opgebouwd  
uit negen blokken  
van deze vorm:



- 8 Op de volgende twee bladzijden vind je een aantal patronen waarin je zelf het effect van het gebruik van lichte en donkere tinten kunt uitproberen.

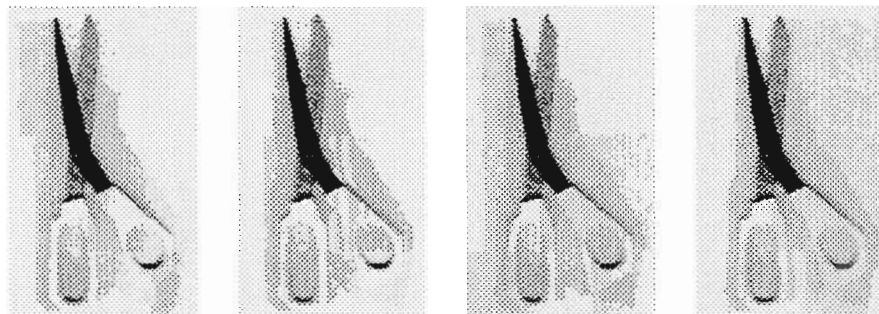
*Licht en donker,  
schaduw en diepte*





4

EEN SCHAT  
AAN  
MOGELIJK-  
HEDEN



### Zeventig verschillende ontwerpen

In dit hoofdstuk pakken we de draad weer op van de twee-bij-twee vierkanten. Dit hoofdstuk is moeilijker dan de voorafgaande, enige ervaring met systematisch tellen zal hierbij goed van pas komen.

We gaan uitzoeken hoeveel mogelijkheden er zijn voor een twee-bij-twee ontwerp met ingekleurde vierkanten.

ingekleurd vierkant



mogelijk ontwerp



Het is een heel gepuzzel om uit te zoeken hoeveel mogelijkheden er precies zijn. De tak van wiskunde die zich met dit soort telproblemen bezig houdt, heet **combinatoriek**.

Op de pagina hierna zie je alle verschillende twee-bij-twee ontwerpen getekend. Het zijn er zeventig!

In principe zou je met de methode van het boomdiagram (zie hoofdstuk 2) kunnen proberen dit getal van zeventig te vinden. Echt aan te raden is dit niet, want de boom wordt wel heel erg groot. Door de bomen zie je dan het bos niet meer!

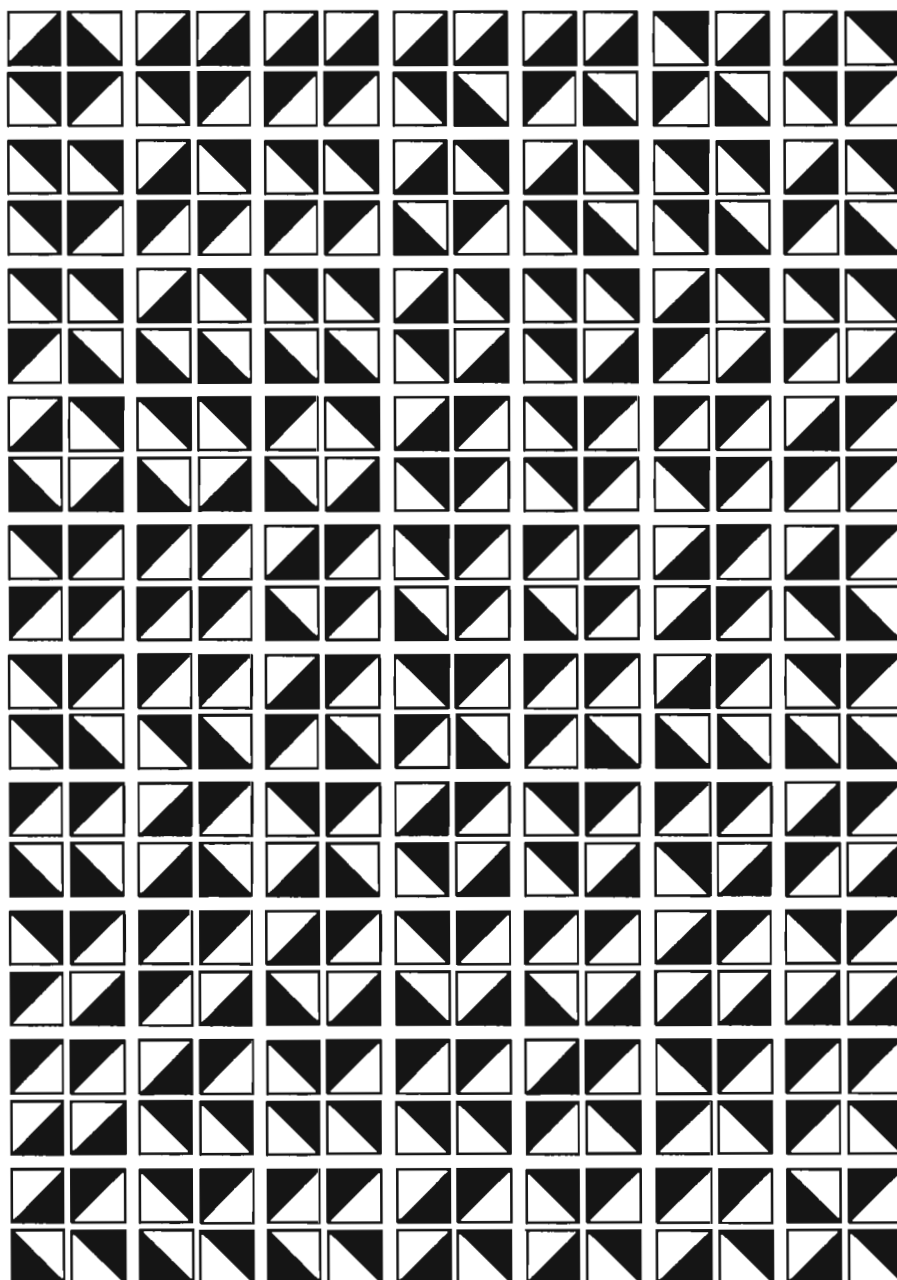
### 9 Kun je bedenken hoe groot die boom wordt?

Bij telproblemen is het vaak de kunst om een gezichtspunt te kiezen dat tot een overzichtelijke systematiek leidt.

Het boomdiagram is bij grotere problemen vaak niet meer zo handig, omdat je dan erg veel takken krijgt.

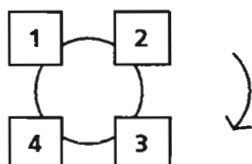
Een tweede bezwaar van het boomdiagram uit hoofdstuk 2 is, dat de ontwerpen die eigenlijk aan elkaar gelijk zijn, kriskras door elkaar staan. In dit hoofdstuk volgen we daarom een andere aanpak.

'pagina van  
zeventig'



### Het ontwerpen van een lettercodering

Je kunt het twee-bij-twee-vierkant opvatten als een **gesloten ketting** van vier kleine vierkantjes:



We gaan een lettercodering ontwerpen waarmee elke willekeurige ketting een eigen **code** krijgt. Een code bestaat uit vier letters, voor elk vierkantje één. Bij het noteren van de code houden we de volgorde van de genummerde vakjes aan.

Er zijn vier mogelijke standen voor het kleine vierkantje in vakje 1:



We koppelen de mogelijke standen van het kleine vierkant aan positie 1 en coderen met:



Voor het coderen van de héle ketting kun je nu nog verschillende kanten op.

#### 10 Welke ketting stel jij je voor bij de code AAAA?

Draai de ketting die je bedacht hebt eens een kwart slag. Hoort er dan nog dezelfde codering bij, of is die veranderd?

Omdat een bepaalde ketting eigenlijk hetzelfde blijft als je hem een kwartslag (of meer) draait, is het handig om daar in de codering rekening mee te houden. Vandaar de volgende afspraken:

A op positie 2 ziet er zo uit:

en **niet** zo:



De ketting die alleen uit A's bestaat ziet er dan volgens deze afspraken zo uit:

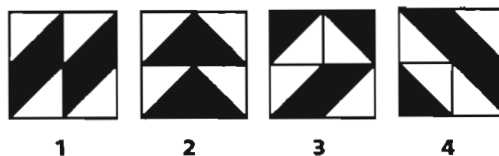
code AAAA



Even oefenen met deze codering:

11 Teken de ontwerpen die horen bij BBBB, CCCC en DDDD.  
Kun je ze terugvinden op de pagina met de 70 ontwerpen?

12 Welke codes horen bij de volgende ontwerpen:



13 Welk ontwerp hoort bij de code: ABBA?

Als je het ontwerp dat bij ABBA hoort een kwartslag naar rechts draait, krijgt het ontwerp een andere codering.

14 Wat wordt die nieuwe codering?

We noemen de coderingen die ontstaan als je een ontwerp een kwartslag draait, **cyclisch gelijk**.

15 Welke codes zijn allemaal cyclisch gelijk met ABBA?

16 Kun je ook een code bedenken met twee A's en twee B's die niet cyclisch gelijk is aan ABBA?

Coderingen die niet cyclisch gelijk zijn, noemen we **echt verschillend**. Het oorspronkelijke probleem van de twee-bij-twee vierkanten is nu vertaald in de vraag: Hoeveel echt verschillende coderingen kunnen er gemaakt worden met vier letters?

Meer dan  $4 \times 4 \times 4 \times 4$  (=256) kunnen het er zeker niet zijn. Dat krijg je aan mogelijkheden als je vier keer achter elkaar één letter uit de vier mag kiezen. Hier zitten heel veel dubbeltellingen bij. Hoe haal je nu die dubbeltellingen eruit?

### Een systematische telling

Voor het ingekleurde vierkant zijn er vier verschillende vlakinvullingen mogelijk, die we hebben gecodeerd met A, B, C en D.

We kunnen deze **letters** gebruiken om dubbeltellingen te voorkomen. Een mogelijke systematische aanpak is om te beginnen met kettingen van 1 letter, dan te kijken naar kettingen met twee letters, enzovoort.

#### Kettingen met 1 letter

Dat zijn er vier:

AAAA, BBBB, CCCC, DDDD.

Gemakkelijk.

#### Kettingen met 2 letters.

Er zijn nu twee stappen te nemen:

De eerste stap is om te bedenken op hoeveel manieren je twee letters uit vier kan kiezen. Een letterkeuze is bijvoorbeeld: A, B. Je hoeft dus nog niet op aantallen en volgorde te letten.

**17** Op hoeveel manieren kun je twee letters uit vier kiezen?

De tweede stap is om na te gaan hoeveel echt verschillende rijtjes je kunt maken bij twee gegeven letters. Als je het bijvoorbeeld uitzoekt voor de lettercombinatie A en B, dan weet je het ook voor alle andere letterparen. Mogelijkheden met de lettercombinatie A en B zijn:

**Een rijtje met 3A en 1B is: AAAB.**

**18** Welke rijtjes zijn hiermee cyclisch gelijk?  
Hoeveel echt verschillende rijtjes met 3A en 1B zijn er?

**Een rijtje met 2A en 2B is: ABAB.**

**19** Welke rijtjes zijn cyclisch gelijk met ABAB?

**Een rijtje met 2A en 2B dat echt anders is, is: ABBA.**

De rijtjes die hiermee cyclisch gelijk zijn, zijn al eerder aan de orde geweest bij vraag 15.

**Met 1A en 3B: ABBB.**

Dit kan op 1 manier, net als 3A en 1B.

#### Conclusie:

**gegeven 2 kleuren zijn de echt verschillende mogelijkheden:**

**AAAB, AABB, ABAB, ABBB, dus 4 stuks.**

Nu moeten de eerste en de tweede stap met elkaar gecombineerd worden. Uitkomst van de eerste stap: er zijn 6 verschillende letterkeuzes (vraag 17). Uitkomst tweede stap: per letterkeuze zijn er 4 echt verschillende mogelijkheden.

**20** Hoeveel echt verschillende mogelijkheden met twee kleuren zijn er?

Het antwoord van vraag 20 is gebaseerd op wat wel het **vermenigvuldig-principe** van de combinatoriek genoemd wordt.

### Kettingen met 3 letters

De eerste stap is weer om te bepalen hoeveel lettercombinaties met drie letters er zijn.

**21** Op hoeveel manieren kun je drie letters uit vier kiezen?

De tweede stap is om, gegeven een letterkeuze, het aantal echt verschillende rijtjes uit te zoeken. We bekijken de letterkeuze A, B, C. Een letter komt dubbel voor, omdat de ketting uit vier kralen bestaat. Voor de dubbele letter zijn drie kandidaten, het kan zijn: 2A, 1B, 1C of 1A, 2B, 1C of 1A, 1B, 2C.

De derde stap is, om één zo'n groepje te onderzoeken.

**22** Hoeveel echt verschillende ontwerpen zijn er met 2A,1B,1C?

**23** Probeer de drie stappen met elkaar te combineren.  
Hoeveel echt verschillende mogelijkheden met drie letters zijn er?

### Kettingen met vier letters

Alle letters komen precies 1 keer voor. Je hoeft dus alleen naar de volgorde te kijken.

**24** Hoeveel echt verschillende kettingen met vier letters zijn er?

### Samenvatting

Hieronder staat een overzicht van letters en mogelijkheden. Heb je dezelfde aantallen mogelijkheden gevonden?

aantal letters	aantal mogelijkheden
1	4
2	24
3	36
4	6

Het totaal komt op zeventig. Dat is het aantal echt verschillende ontwerpen van de twee-bij-twee-vierkanten.

Het idee om de twee-bij-twee vierkanten als een ketting te zien en te werken met een code heeft geholpen bij het oplossen van dit telprobleem. Over wat nu een móói ontwerp is, zegt dit alles natuurlijk niets.

De meeste mensen vinden symmetrische ontwerpen mooier dan ontwerpen die geen enkele symmetrie bezitten.

- 25** Welke soorten symmetrie kunnen voorkomen in de twee-bij-twee vierkanten?
- 26** Zoek op de 'pagina van zeventig' een aantal symmetrische ontwerpen. Schrijf bij spiegelsymmetrische ontwerpen de letter S, en bij draaisymmetrische de letter D. Hoeveel symmetrische ontwerpen kun je vinden?
- 27** Schrijf voor een aantal symmetrische ontwerpen de lettercode op. Zegt de lettercode iets over de symmetrie van een ontwerp?

### Inleiding

Quilten of het maken van patchwork is op het ogenblik in Nederland heel populair. Het Quiltersgilde, een vereniging op dit gebied, telde in 1992 ruim 7000 leden, vrijwel alleen vrouwen.

Rond het thema patchwork zijn allerlei wiskundige activiteiten mogelijk. De verschillende stappen bij het maken van een wandkleed (zie pagina 6) geven hier een indruk van.

In het pakket ligt het accent op **ontwerpactiviteiten** (de hoofdstukken 1 en 3). Op het berekenen van precieze hoeveelheden stof en dergelijke, van belang als een ontwerp echt uitgevoerd gaat worden, gaat het pakket verder niet in. Ontwerpen is vooral een doe-activiteit: proberen en kijken wat het resultaat is. Vandaar dat er nogal wat materialen nodig zijn, zie de materialenlijst hieronder.

Een andere lijn in het pakket is het **systematisch tellen** (de hoofdstukken 2 en 4). Deze hoofdstukken zijn ontstaan vanuit een zekere wiskundige nieuwsgierigheid. Ze gaan in op de vraag hoeveel verschillen-

de ontwerpen er in een bepaalde situatie mogelijk zijn.

### Doelgroep

De hoofdstukken 1, 2 en 3 vragen geen voorkennis, ze zijn geschikt voor alle leeftijden.

Hoofdstuk 4 is moeilijker, enige voorkennis op het gebied van systematisch tellen is misschien niet per se nodig, maar wel zeer gewenst. Geschikt voor bovenbouw havo/vwo.

Het experimentele eindexamen lbo/mavo van 1991 bevat ook een opgave over patchwork (zowel C- als D-examen, eerste tijdvak). U kunt deze opgave vinden in de Examenbundel 1992, te verkrijgen bij Educaboek, postbus 48, 4100 AA te Culemborg.

### Materialen

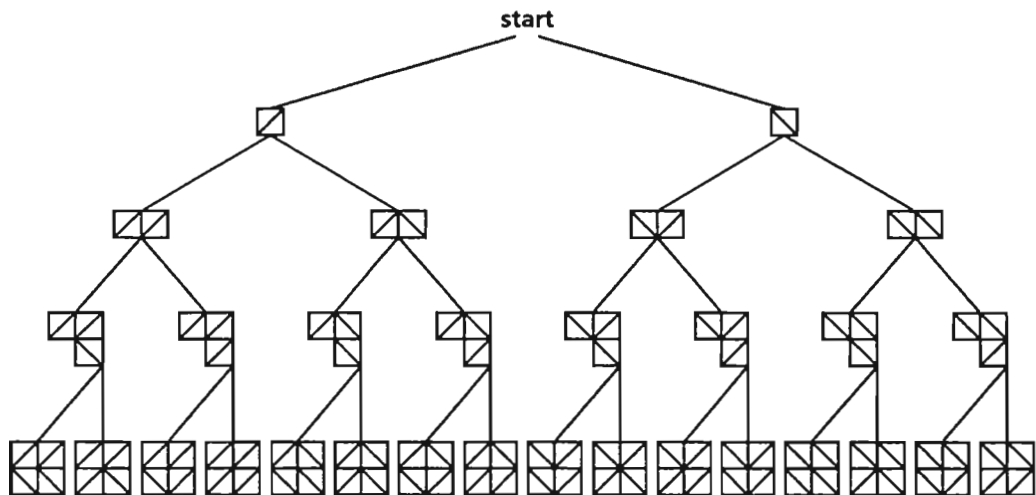
Spiegeltegels, per 2 stuks aan elkaar bevestigd met breed plakband, zodat een scharnierende spiegel ontstaat; lapjes in allerlei kleuren en dessins (lieft van hetzelfde materiaal, bijvoorbeeld katoen); scharen; lijm; linialen en viltstiften.

### Antwoorden

- 1 De scharnierende spiegels plaatsen op de zijden die aan de bovenhoek grenzen. In de spiegels is het ontwerp van een twaalfhoekig kleedje te zien, met in het midden een zespuntige ster.
- 2 Behalve 30° ook 45°, 60°, 72°, 90°, 120° en 180°.  
Algemeen: de delers van 360, maar in de praktijk mag de hoek niet te klein zijn.
- 3 De figuren 1 en 2 geven een vierkant kleed te zien. Het kleed van figuur 3 is achthoekig, met een ster in het midden.

4 64

6



7 ontwerp | aantal keren in boomdiagram



4



4



2



4



1



1

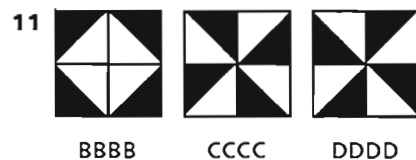
totaal 16

9 4 plaatsen met 4 mogelijkheden, dat geeft in totaal  $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$  eindtakken.

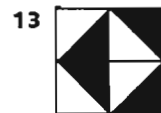
10 Voor de hand ligt:



na een kwartslag draaien:



12 ACAC; AACD; BBAD; CADB.



14 ontwerp na draaien:



15 ABBA, AABB, BAAB en BBAA zijn cyclisch gelijk.

16 ABAB, BABA (deze twee zijn onderling cyclisch gelijk).

17 Mogelijke keuzes van 2 uit 4 zijn: A en B, A en C, A en D, B en C, B en D, C en D. Er zijn 6 mogelijkheden.

Voor wie vertrouwd is met binomiaalcoëfficiënten:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ mogelijkheden}$$

18 De vier rijtjes AAAB, AABA, ABAA en BAAA zijn cyclisch gelijk. Er is dus maar één echt verschillend rijtje.

19 ABAB en BABA zijn cyclisch gelijk (zie vraag 16).

**20** In totaal zijn er  $6 \times 4 = 24$  mogelijkheden.

**21** Op 4 manieren, want 1 letter doet steeds niet mee en daar zijn 4 gegadigden voor.

Of, met binomiaalcoëfficiënten:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! 1!} = 4 \text{ mogelijkheden}$$

**22** Er zijn 3 echt verschillende mogelijkheden: AABC, ABAC en AACB.

**23**  $4 \times 3 \times 3 = 36$  echt verschillende mogelijkheden met 3 kleuren.

**24** Er zijn 6 echt verschillende mogelijkheden: ABCD, ABDC, ACBD, ACDB, ADCB en ADCB.

**25** Draaisymmetrie, met mogelijke draaihoeken  $90^\circ$  en  $180^\circ$ .

Spiegelsymmetrie, met mogelijke standen voor de spiegelas(sen):



**26** Op de pagina's 29 en 30 staan respectievelijk de ontwerpen met spiegelsymmetrie (zestien stuks) en met draaisymmetrie (tien stuks) afgebeeld. Er zijn vier ontwerpen die zowel spiegel- als draaisymmetrie hebben, zodat er van de zeventig ontwerpen tweeëntwintig met symmetrie zijn. De ontwerpen staan op dezelfde plaats op de bladzijde als op de oorspronkelijke 'pagina van zeventig'.

**27** Draaisymmetrie is uit de lettercode af te lezen (voorbeelden: AAAA en ACAC).

Spiegelsymmetrie echter niet. Voorbeeld: CADB is spiegelsymmetrisch.

*spiegelsymmetrische  
twee-bij-twee vierkan-  
ten*



*draaisymmetrische  
twee-bij-twee vierkan-  
ten*

