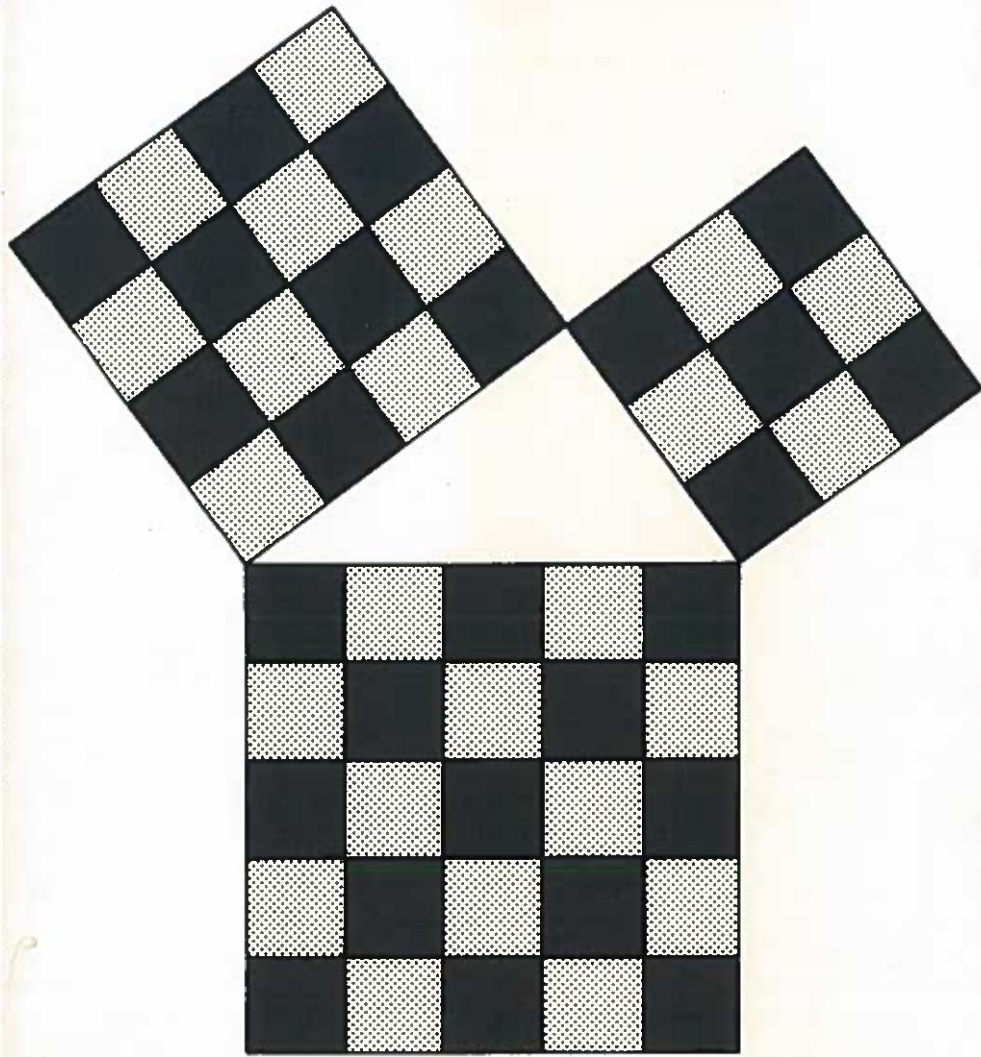


Π Υ Θ Α Γ Ο Ρ Ε Ι Ο Ν  
Θ Ε Ω Ρ Ε Μ Α



ΕΛΛΑΣ-ΔΡΧ 3.50



Spaar jij postzegels? Ja? Dan weet je dus meteen uit welk land dit exemplaar komt.

Nee? Ook goed. Stel je voor dat we allemaal dezelfde hobbies zouden hebben. En al ben je geen postzegelkenner, je kunt toch lezen dat deze zegel uit ΕΛΛΑΣ komt.

Wat zeg je, kun je die vreemde letters niet lezen?

Ik zal je een beetje helpen.

In ons alfabet geschreven staat er: HELLAS.

Die postzegel komt dus uit ..... Juist.

Op de zegel staat ook de munteenheid van dat land:

ΔΡΧ, of in onze letters DRCH.

Van welke munteenheid is dat de afkorting?

Zo, dat weet je dan ook weer. Laten we meteen naar de overige tekst op de postzegel kijken.

Bovenaan staat:

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΝ ΘΕΩΡΗΜΑ

In ons alfabet is dat:

PYTHAGOREION THEOREMA

en dat betekent:

STELLING VAN PYTHAGORAS

Zo heet een heel oude en heel beroemde stelling uit de wiskunde. Die stelling wordt op de postzegel uitgebeeld door drie dambordjes die in een driehoek gerangschikt zijn.

Wat dat te betekenen heeft?

Pythagoras, die wist er alles van .....

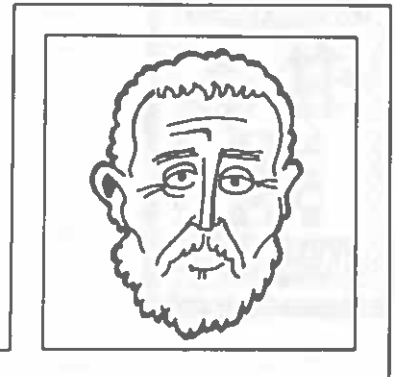


PYTHAGORAS

Zo'n 2500 jaar geleden woonde er in de toenmalige Griekse stad Kroton aan de Middellandse Zee, een geleerde die Pythagoras heette.

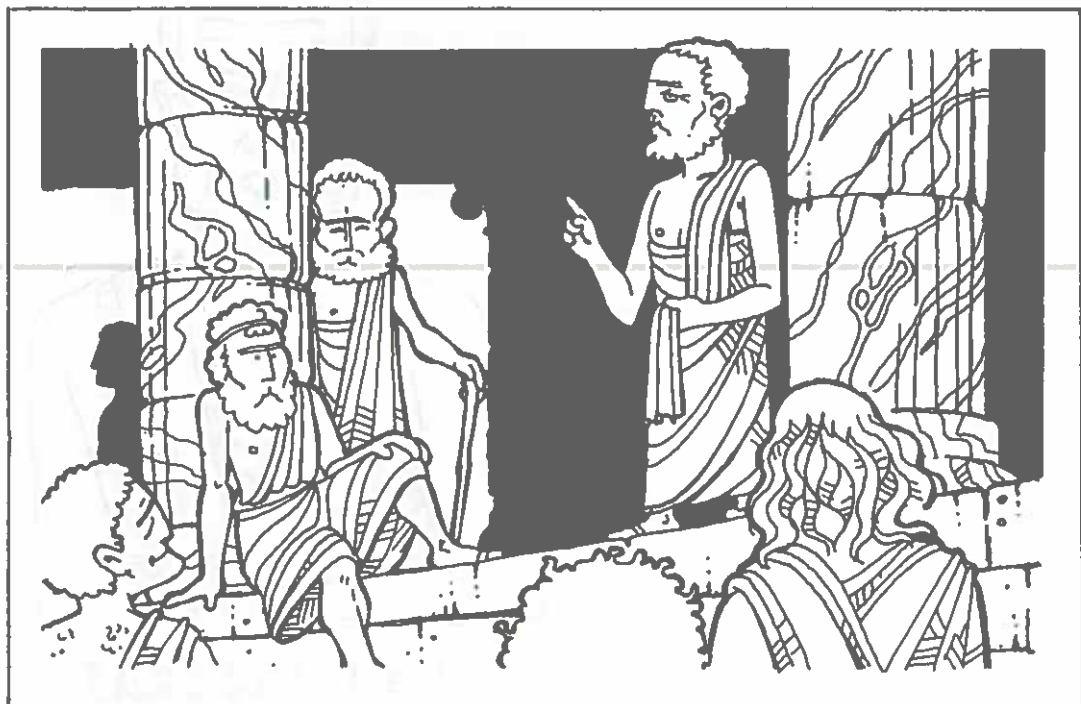
Pythagoras was nou niet bepaald een geleerde die zijn leven doorbracht in stoffige kamers vol perkamentrollen, gebogen over moeilijke teksten of wiskundige problemen.

Integendeel, hij was een ondernemende baas, die heel wat afgereisd heeft in zijn leven. Zo bezocht hij Alexandrië en Babylon en dat was in die tijd heel ver. En volgens sommige geschiedschrijvers zou hij zelfs in India zijn geweest.



Terug van zijn reizen vertelde Pythagoras aan vrienden en kennissen of ieder die het maar horen wilde, over wat hij had gezien en meegemaakt in de verre Oosterse landen.

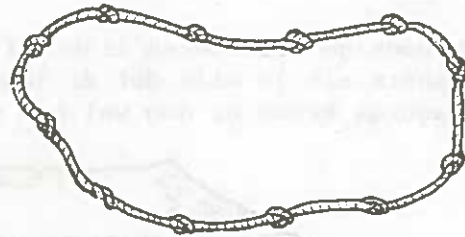
Ook hield hij lezingen over muziekleer, sterrenkunde en meetkunde, want daarvan had hij veel geleerd van de Egyptenaren en Babyloniërs.



Tijdens zo'n leerzaam uurtje liet Pythagoras aan zijn vrienden zien, hoe Egyptische bouwvakkers heel nauwkeurig *rechte* hoeken konden uitzetten.



- 1 Waarom zou het belangrijk zijn in de bouw om heel nauwkeurig rechte hoeken uit te zetten?  
Heb je enig idee hoe *onze* bouwvakkers dat doen?
- 2 Neem een stuk touw en pas daar 12 even grote stukken op af.  
(De Egyptenaren gebruikten knopen voor de verdeling; maar als je dat lastig vindt, kun je bijvoorbeeld met een viltstift verdeelstreepjes maken). Knoop de eindjes aan elkaar, zo dat je een gesloten koord met 12 knopen (of streepjes) krijgt.



- 3 Je kunt met dit koord een driehoek spannen, zo dat elk van de drie hoekpunten precies bij een knoop (of streepje) uitkomt.  
Zo'n driehoek noemen we een "12-knopen-driehoek".  
Hoeveel *verschillende* 12-knopen-driehoeken kun je maken?
- 4 Teken die 12-knopen-driehoeken nauwkeurig op schaal.  
Neem voor de knopen-afstand 1 cm.
- 5 Welke van die driehoeken werd door de Egyptische touwspanners gebruikt?  
Waarom juist die?
- 6 Van één van de 12-knopen-driehoeken kun je, zonder dat je de hoeken meet, heel precies zeggen hoe groot die hoeken zijn.  
Welke driehoek is dat en hoe groot zijn die hoeken?

Pythagoras had zijn vrienden dus geleerd hoe Egyptische bouwvakkers met een "12-knopen-koord" een *rechthoekige* driehoek konden spannen. Maar die vrienden lieten zich niet zo maar wat wijs maken....



Pythagoras zat daar niet mee. Op alles wist hij een antwoord, zoals het verdere verhaal ons zal leren.

➤ 7 Pythagoras zei: "natuurlijk zijn er een heleboel knopen-driehoeken die je met minder dan 12 knopen kunt maken; in totaal wel vijftien stuks. Maar daar zit geen enkele *rechthoekige* driehoek bij..."  
Op blad 1 van je werkblok zijn al twee van de vijftien driehoeken getekend. Probeer met elkaar de andere mogelijkheden te vinden en teken die driehoeken heel nauwkeurig op dat werkblad. Gebruik daarbij je passer en je liniaal!

➤ 8 Klopt het dat er onder die vijftien driehoeken geen enkele rechthoekige is?

Rechthoekige driehoeken zijn blijkbaar zeldzaam. Tenminste als je wilt dat de lengte van elke zijde een *geheel* getal is! Pythagoras kende er nog wel een paar en hij toonde zijn vrienden deze lijst:

ANTAL KNOPEN	ZIJDEN
12	3, 4, 5
24	6, 8, 10
30	5, 12, 13
36	9, 12, 15
40	8, 15, 17
48	12, 16, 20

Hoe hij aan deze getallen gekomen was?  
Tja ...

Filolaios wilde graag weten hoe zijn leermeester achter het geheim van de touwspanners was gekomen.

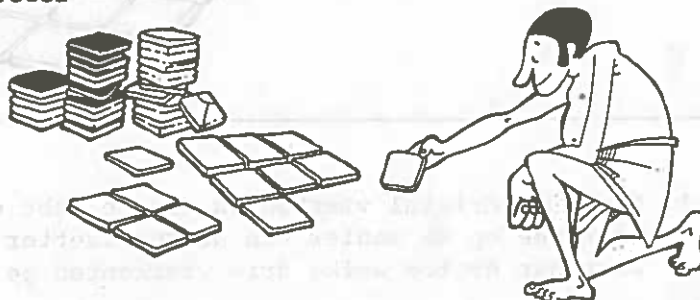
Pythagoras, die nooit te beroerd was om anderen iets te leren, ging daar graag op in:

"JE MOET DAN WETEN, DAT IK DAAGS NA MIJN ONTMOETING MET DE TOUWSPANNERS, WERD ONTVANGEN IN HET PALEIS VAN DE FARAO VAN EGYPTE. IK VERZAMELDE AL MIJN MOED EN ...

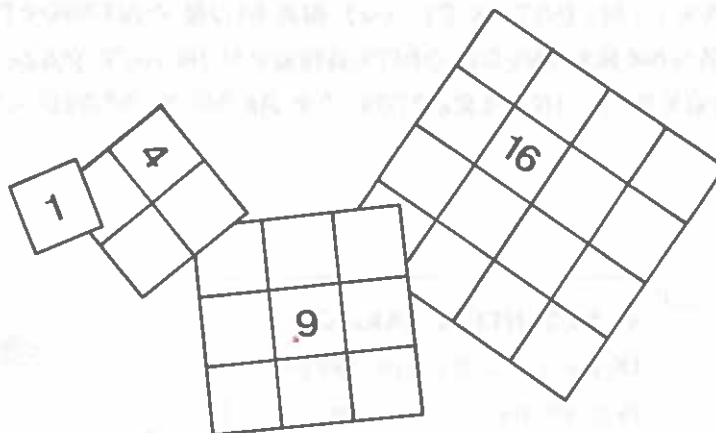


DE FARAO LIET ZIJN TEGELZETTER BIJ ZICH KOMEN EN VROEG HEM OM 2500 TEGELS TE HALEN: "1250 WIT ALS IVOOR EN 1250 BLAUW ALS AZUUR, MAAR ALLE VIERKANT VAN VORM". EN TOEN DE TEGELZETTER TERUGKWAM MET ZIJN VOORRAAD TEGELS DROEG DE FARAO HEM OP, OM MET DE WITTE TEGELS ZOVEEL MOGELIJK VIERKANTEN TE VORMEN, MAAR ALLE VERSCHILLEND VAN GROOTTE. MET DE BLAUWETE GELS MOEST HIJ HETZELFDE DOEN.

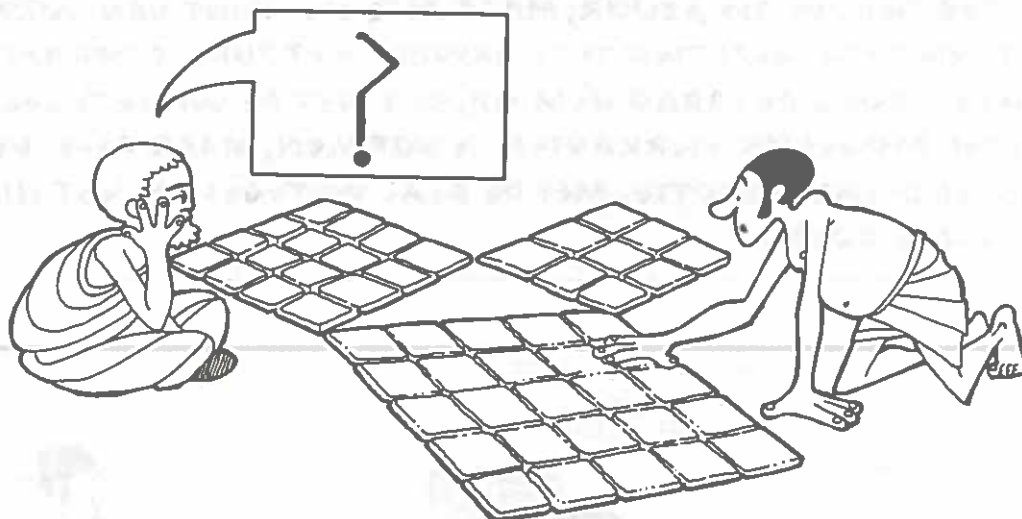
- 9 Lees de opdracht aan de tegelzetter nauwkeurig door. Hoeveel verschillende *witte* vierkanten kon die tegelzetter neerleggen?



- 10 Knip de vierkanten van de tegelzetter uit blauwe of witte kartonnen kaarten.  
Overleg even met je buurman (of buurvrouw), zodat jullie samen alle witte en alle blauwe tegelvierkanten krijgen.  
Schrijf op elk vierkant het aantal tegels.



TOEN DE TEGELZETTER ZIJN OPDRACHT FEILLOOS HAD UITGEVOERD VROEG IK DE FARAO NAAR HET VERBAND TUSSEN DE VIERKANTEN VAN DE TEGELZETTER EN DE DRIEHOEK VAN DE TOUWSPANNERS, EN DE FARAO ANTWOORDEDE EENVOUDIG:  
"KYK HOE MYN TEGELZETTER EEN DRIEHOEK MAAKT..."



- 11 Neem een drietal vierkanten die je hebt uitgeknipt en leg daar een driehoek mee op de manier van de tegelzetter.  
Doet het er toe welke drie vierkanten je kiest?

"EN DE FARAO GAF ZIJN TEGELZETTER DE OPDRACHT OM EEN SERIE DRIEHOEKEN TE MAKEN. HIJ ZEI HEM DAT HET GROOTSTE VIERKANT WIT MOEST ZIJN EN DE TWEE KLEINERE BLAUW. AAN EEN VAN ZIJN VELE AANWEZIGE BEDIENDEN VROEG HIJ OM BIJ ELKE DRIEHOEK DE WITTE TEGELS TE TELLEN; EEN TWEEDE BEDIENDE MOEST DE BLAUWETEGELS TELLEN; EN EEN DERDE BEDIENDE MOEST VASTSTELLEN OF DE GROOTSTE HOEK IN DE DRIEHOEK SCHERP, RECHT OF STOMP WAS ....



- 12 De tegelzetter gebruikte voor de eerste driehoek blauwe vierkanten met respectievelijk 25 en 64 tegels. Zoals hem opgedragen was, gebruikte hij voor het grootste vierkant witte tegels! De driehoek die hij maakte was *scherphoekig* (dus met drie scherpe hoeken). Hoeveel tegels had het witte vierkant?
- 13 Voor de tweede driehoek gebruikte de tegelzetter blauwe tegels met resp. 100 en 81 tegels. Hij maakte nu een *stomphoekige* driehoek (één stompe hoek en twee scherpe hoeken). Hoeveel tegels had het witte vierkant?
- 14 Voer de opdracht van de farao nu samen uit en maak een serie driehoeken. Plak de driehoeken die je maakt op een groot vel papier. Stel voor elke driehoek vast:
  - a. hoeveel blauwe tegels je gebruikt hebt;
  - b. hoeveel witte tegels je gebruikt hebt;
  - c. de soort driehoek (scherphoekig, rechthoekig of stomphoekig).
 Schrijf je resultaten in een tabel.
- 15 Kun je nu voorspellen wat voor soort driehoek je krijgt als je vierkanten van 100, 225 en 400 tegels gebruikt?

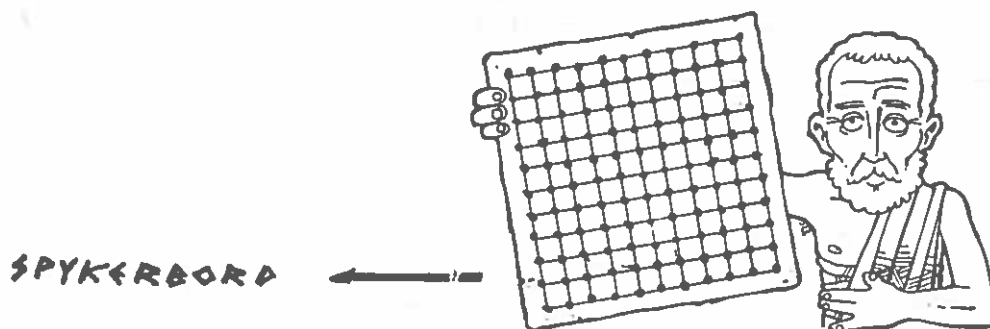
Sommige van Pythagoras' vrienden gingen nu een lichtje op. En Pythagoras zette zijn verhaal voort .....



" MIJN VOLGENDE REISDOEL WAS INDIA EN DAAR IN DAT VERRE LAND VAN DE HINDOE'S, ONTMOETTE IK EEN OUDE FAKIR ... "



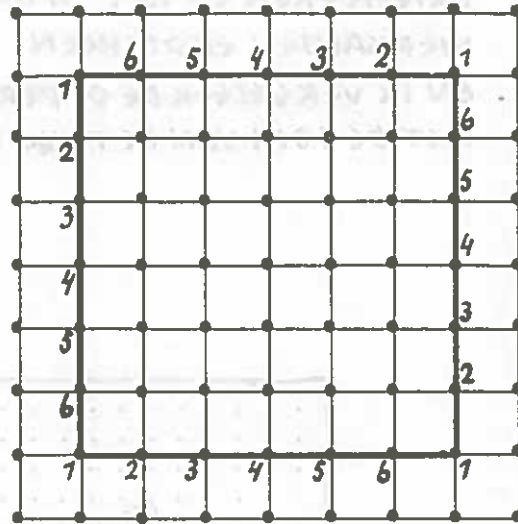
HET HOOFDKUSSEN VAN DE FAKIR BRACHT ME OP HET IDEE OM EEN VERDER ONDERZOEK TE DOEN NAAR DE DRIEHOEKEN-MET-VIERKANTEN-EROMHEEN. IK HEB HET VAN HEM KADO GEHAD, KYK... "



- 16 Vraag je leraar een spijkerbord.  
Span met een elastiekje achtereenvolgens: een rechthoek, een rechthoekige driehoek, een stomphoekige driehoek, een symmetrische driehoek, een vlieger, ...  
Bedenk zelf ook een paar figuren die je op het spijkerbord kunt maken.
- 17 Op blad 2 van het werkblok zijn een aantal spijkerbordfiguren getekend.  
Bereken van elk van die figuren hoeveel "spijkerhokjes" de oppervlakte is.
- 18 Maak op het spijkerbord vijf figuren die verschillend zijn, maar wel allemaal een oppervlakte van 6 spijkerhokjes hebben.  
Teken die figuren op werkblad 2.

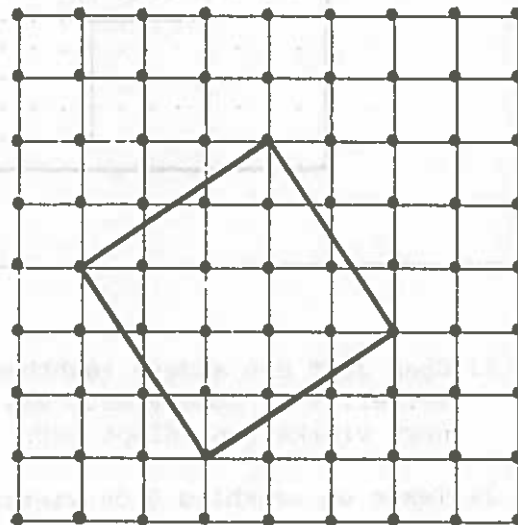
➤ 19 Span op het spijkerbord een vierkant van 36 spijkerhokjes. De spijkers langs de zijden geef je in gedachten een nummertje (zoals in het plaatje).

- a. Span één elastiekje om de spijkers met nummer 2. Wat voor een figuur heb je nu gemaakt? Teken die figuur op werkblad 3.
- b. Teken ook de figuur die je krijgt als je een elastiekje om de spijkers met nummer 3 spant. En ook voor de spijkers met nummer 4.
- c. Bereken de oppervlakte van de "vierkanten in het vierkant". (Vul de tabel op het werkblad in).
- d. Als je alle vierkanten in één plaatje tekent, krijg je een mooie figuur ....



➤ 20 De fakir leerde Pythagoras een kunstje om vierkanten te maken die scheef op het rooster staan.

- a. Op werkblad 4 zijn drie vierkanten half getekend. Maak die vierkanten af.
- b. Teken op dat blad de vierkanten waarvan AB één zijde is.
- c. Probeer met je eigen woorden het maniertje van de fakir (om vierkanten scheef op het rooster te spannen) uit te leggen.

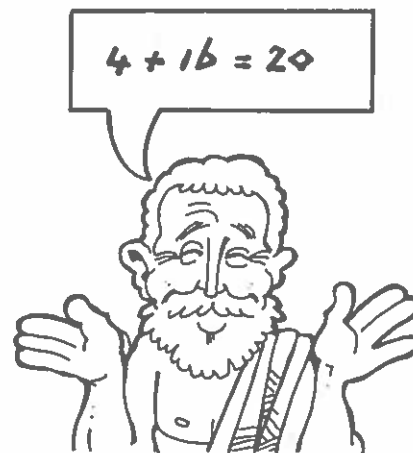
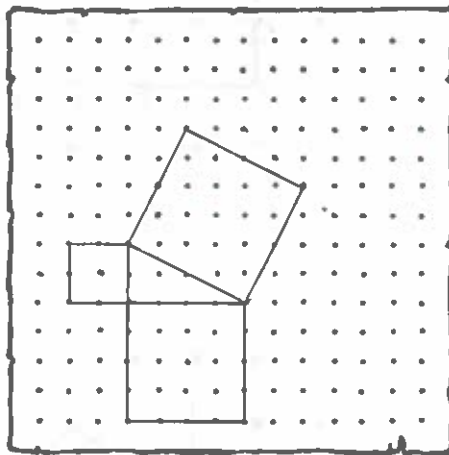


➤ 21 a. Bereken de oppervlakte van het vierkant op werkblad 5.  
 b. Zoek de middens van de zijden van dit vierkant op. Verbind die middens. Hoe groot is de oppervlakte van het vierkant dat je nu krijgt?

➤ 22 Maak op het spijkerbord een serie vierkanten opklimmend in grootte. Begin met een vierkant van 1 spijkerhokje en eindig met eentje van 10. (Pas op: het lukt niet voor elk getal tussen 1 en 10).

"HET WAS VOOR MIJ TOEN EEN KOUD KUNSTJE OM RECHTHOEKIGE DRIEHOEKEN OP HET SPIJKERBORD TE SPANNEN MET VIERKANTEN ER OMHEEN.

EN IK VERGELEEK DE OPPERVLAKTE VAN HET GROOTSTE VIERKANT MET DE SOM VAN DE TWEE KLEINERE ..."



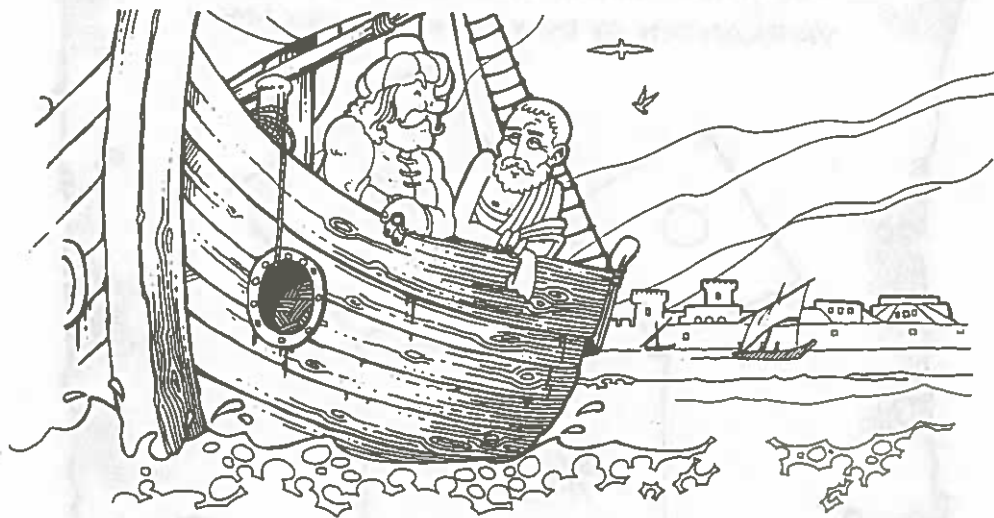
- 23 Span zelf een andere rechthoekige driehoek met vierkanten er om heen. Vergelijk de oppervlakte van het grote vierkant met de som van de kleinere vierkanten. Klopt het?
- 24 Teken op werkblad 6 de vierkanten om de driehoek en vergelijk weer het grote vierkant met de twee kleinere.
- 25 De vrienden van Pythagoras hadden ook ijverig driehoeken en vierkanten op het spijkerbord gemaakt. Filolaïos was de eerste die het ontdekte. Hij zei: "Als de driehoek een *rechte* hoek heeft, dan is het vierkant op de langste zijde .....

Probeer die zin eens af te maken.

Maar Alkmaion, lastig als altijd, sputterde tegen: "Hoe weet ik nu of het bij *elke* rechthoekige driehoek klopt?"

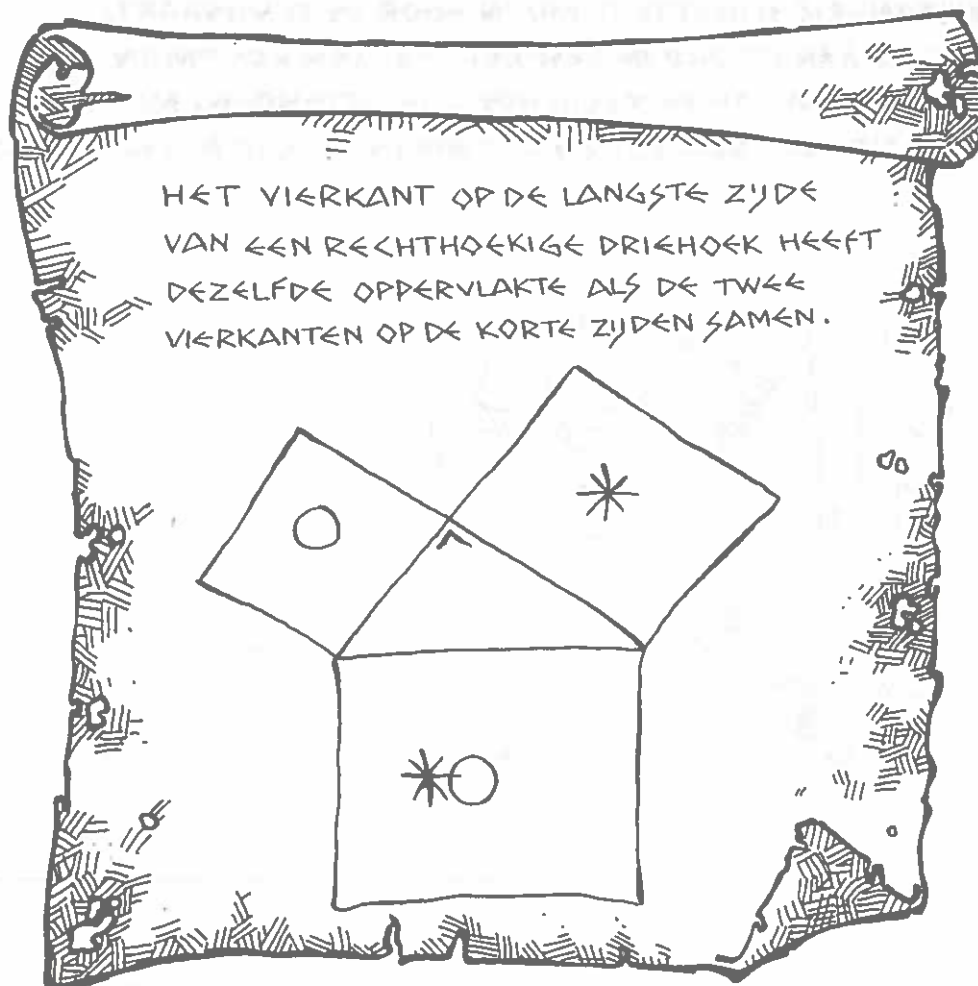
En Pythagoras vertelde verder .....

"IN ALEXANDRIË SCHEEPTE IK MIJ IN VOOR DE THUISVAART.  
 IK RAAKTE AAN BOORD IN GESPREK MET EEN KOOPMAN EN  
 VERTELDE HEM VAN DE RECHTHOEKIGE DRIEHOEK, MAAR HIJ  
 TOONDE ZICH NIET VERRAST EN GAF MIJ DE VOLGENDE LEGPUZZELS .."



- 26 a. Knip de drie vierkanten U, V, W (kaart 5 achterin het werkblok) en acht driehoeken (kaart 6) uit. Plak het grootste vierkant (W) en vier driehoeken in vierkant I op werkblad 7. Het moet natuurlijk precies passen !
- b. Plak de vierkanten U en V met vier driehoeken in vierkant II, ook op werkblad 7.
- c. Vierkant U is  $9 \text{ cm}^2$  en vierkant V is  $49 \text{ cm}^2$ , akkoord ? Hoeveel  $\text{cm}^2$  is vierkant W ?
- 27 Knip nog acht driehoeken (kaart 6) en twee vierkanten X (kaart 5) uit. Laat met behulp van deze tien legpuzzelstukjes zien dat de figuren III en IV op werkblad 8 dezelfde oppervlakte hebben.

Na de twee legpuzzels van de koopman (oplossingen achterin het boek, blz. 31, 32) kon Pythagoras iedereen, ook Alkmaion, overtuigen.  
En hij ontrolde plechtig een perkament .....



- 28 Wat weet je van het grootste vierkant als de driehoek stomphoekig is?  
En als de driehoek scherphoekig is?
- 29 Bekijk de postzegel op de voorkaft nog eens. En?
- 30 Op werkblad 9 staat een "boom" van vierkanten en rechthoekige driehoeken.  
Hoe groot zijn de grijze vierkanten?
- 31 Een Griekse boer bezat twee vierkante stukken grond die een eind uit elkaar lagen (zie werkblok blad 10).  
Bij een herverkaveling van het land onder de boeren kreeg hij voor zijn twee stukken één vierkant stuk terug.  
Dat nieuwe stuk moest natuurlijk precies even groot zijn als zijn beide vorige stukken samen!  
Teken op werkblad 10 het vierkant dat hij kreeg toegewezen. (Je mag dat vierkant plaatsen, waar je wilt).

Dit was het verhaal van de stelling van Pythagoras. Tenminste .... zo had het gebeurd kunnen zijn. Niemand weet precies wat er 2500 jaar geleden voorviel en daarom is er in dit boekje maar wat bij gefantaseerd.

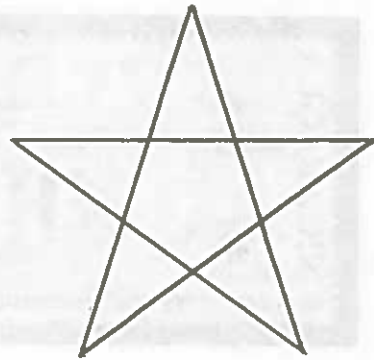
Zeker is het in elk geval dat Pythagoras niet de eerste was die "zijn" stelling ontdekte. Duizend jaar eerder waren er in Babylonië mensen die de stelling al kenden. Dat blijkt uit kleitabletten met teksten uit die tijd.

Het kan zijn dat Pythagoras één van de eerste mensen geweest is die zich druk maakte over een bewijs van de stelling, maar zeker is dat niet. Na hem zijn er in ieder geval talloze wiskundeliefhebbers geweest die zich hebben beziggehouden met het bewijzen van de stelling van Pythagoras. En zo zijn er in de loop der tijden wel meer dan 100 verschillende bewijzen gegeven! Ben je nieuwsgierig naar een paar van zulke bewijzen, achterin dit boek kun je er een paar vinden. (blz. 31 t/m 34).

Zeker is het ook dat Pythagoras talrijke vrienden en bewonderaars had. Hij stichtte een soort school, waarin behalve aan wiskunde, sterrekunde en muziek ook veel aan mystiek en religie gedaan werd. Eigenlijk werd Pythagoras in de oudheid meer gezien als een profeet, dan als een geleerde. Zijn volgelingen, de Pythagoreeërs, hielden zich aan strenge leefregels. Ze leefden als monniken in een klooster en aten vegetarisch. Als herkenningsteken gebruikten zij de "stervijfhoek", het symbool van de gezondheid.

De invloed van de Pythagoreeërs op de wetenschappelijke ontwikkeling in die tijd is heel groot geweest en heeft nog vele eeuwen doorgeklonken.

Je zou kunnen zeggen dat zij, voor het eerst in de geschiedenis van het westen, de wetenschap in teamverband hebben beoefend.



Pythagoras experimenteert met muziekinstrumenten.  
(houtgravures 15<sup>e</sup> eeuw).



Net als deel A beginnen we met een postzegel.

Hoewel ditmaal uit Nicaragua, doet het plaatje op de zegel toch aan Griekenland denken.

Niet zo gek, want de zegel is ook gewijd aan de stelling van Pythagoras ("Ley de Pitagoras").

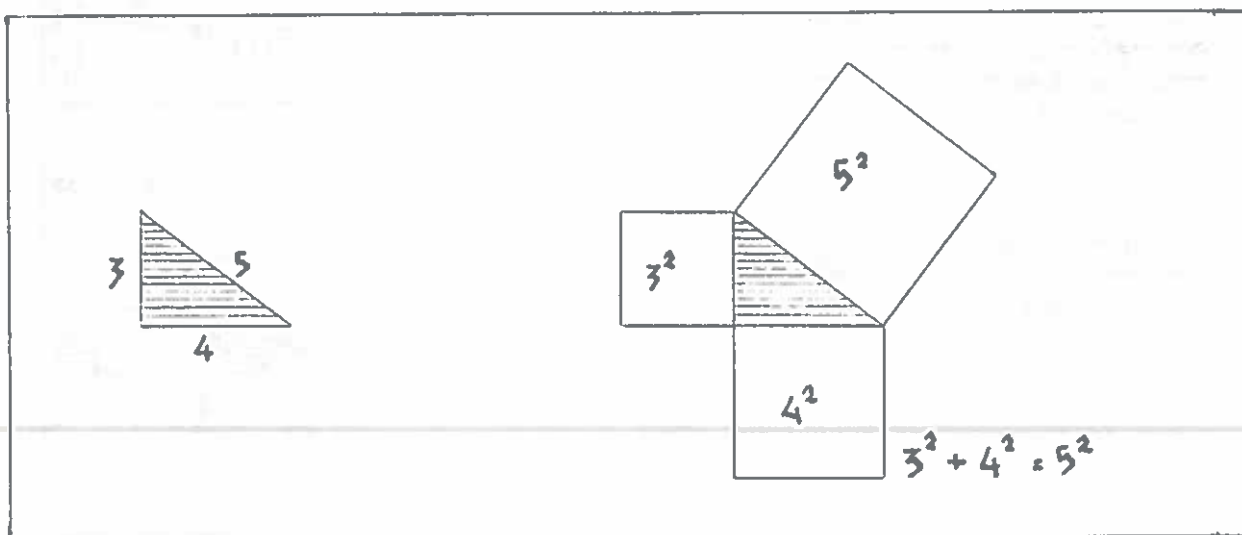
De stelling van Pythagoras is op deze zegel als een formule opgeschreven. (Volgens het onderschrift op de postzegel "één van de 10 wiskundige formules die het gezicht van de wereld hebben veranderd").

Bekijk nog eens de beroemde 3-4-5-driehoek.

Pythagoras merkte op:  $3 \times 3 + 4 \times 4 = 5 \times 5$ .

Of, zoals meestal in de wiskunde wordt geschreven:  $3^2 + 4^2 = 5^2$ .

Spreek uit: drie kwadraat plus vier kwadraat is vijf kwadraat.



➤ Waarom staat er op de zegel:  $A^2 + B^2 = C^2$  in plaats van bijvoorbeeld  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ?

➤ 32 Maak de opdrachten van de werkbladen 11 tot en met 15.

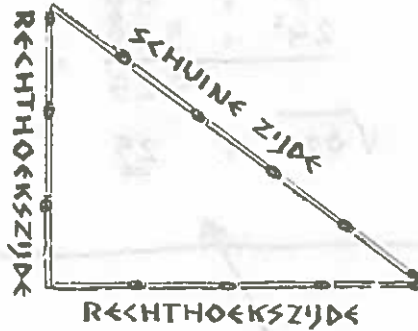
➤ 33 Bekijk de twee figuren op werkblad 15.  
Twee figuren, één formule:  $12^2 + 16^2 = 20^2$ .  
Reken dat nog even na.

➤ 34 Met 12 lucifers kun je een rechthoekige driehoek maken, want:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ en}$$

$$3 + 4 + 5 = 12$$

- a. Het kan ook met 30 lucifers.  
We verklappen je dat de langste zijde (de *schuine zijde*) 13 lucifers lang is.  
Hoe lang moeten de andere zijden (de *rechthoekszijden*) zijn?

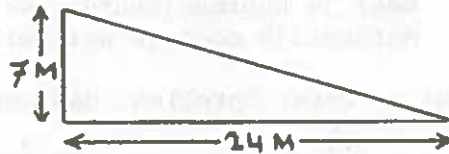


- b. Met 60 lucifers kun je op twee manieren een rechthoekige driehoek maken. Welke?

➤ 35 Welke van de volgende lucifer-driehoeken zijn rechthoekig, welke stomp-hoekig, welke scherphoekig?

- |               |            |              |
|---------------|------------|--------------|
| A: 15, 20, 25 | C: 4, 8, 9 | E: 9, 30, 31 |
| B: 15, 20, 24 | D: 4, 8, 8 | F: 9, 40, 41 |

➤ 36 Door een oprit wordt over een horizontale afstand van 24 meter en hoogte van 7 meter overbrugd.  
Hoe lang is die oprit?  
En hoe steil?



➤ 37 Alkmaion, knap rekenmeester als hij was, maakte een rechthoekige driehoek met een *schuine zijde* van 101 en *rechthoekszijde* 99.  
Hoe lang was de andere *rechthoekszijde*?  
Teken die driehoek nauwkeurig op schaal.

➤ 38 Een paal van 13 meter lengte staat recht op tegen een hoge muur. De top van de paal wordt 1 meter omlaaggeschoven.  
Hoe ver wordt de voet van de paal van de muur weggeschoven?  
(Oud Babylonisch vraagstuk).



<p style="text-align: center;">Berekening bij <math>\geq 36</math></p> $\begin{array}{r} 7^2 : 49 \\ 24^2 : 576 \\ \hline 625 \end{array} +$ $\sqrt{625} = \underline{\underline{25}}$	<p style="text-align: center;">Berekening bij <math>\geq 37</math></p> $\begin{array}{r} 101^2 = 10201 \\ 99^2 = 9801 \\ \hline 400 \end{array} -$ $\sqrt{400} = \underline{\underline{20}}$
--	--

Spreek uit:  
de wortel uit 625 is 25.

Spreek uit:  
de wortel uit 400 is 20.

$\geq 39$  Maak de opdrachten van werkblad 16.

$\geq 40$  Je kunt zelf allerlei "wortelsommetjes" bedenken.  
Zo van  $\sqrt{64} = \dots$  (antwoord 8, want  $8^2 = 64$ ).

Geef je buurman(buurvrouw) tien van zulke sommetjes op.  
Natuurlijk moet je wel zelf het antwoord weten.

$\geq 41$  a. Eerst optellen, dan worteltrekken:

$$\begin{aligned} \sqrt{1} &= \dots \\ \sqrt{1 + 3} &= \dots \\ \sqrt{1 + 3 + 5} &= \dots \\ \sqrt{1 + 3 + 5 + 7} &= \dots \\ \sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + 9} &= \dots \end{aligned}$$

Wat is het volgende sommetje in deze rij?

b. Bereken:

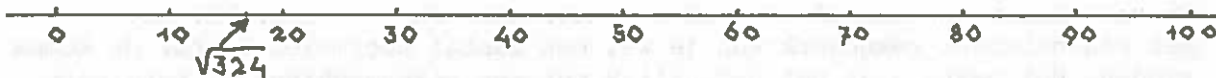
$$\begin{aligned} \sqrt{1} &= \dots \\ \sqrt{1 + 4 + 4} &= \dots \\ \sqrt{1 + 4 + 4 + 9 + 9 + 9} &= \dots \\ \sqrt{1 + 4 + 4 + 9 + 9 + 9 + 16 + 16 + 16 + 16} &= \dots \end{aligned}$$

c. Nu deze:

$$\begin{aligned} \sqrt{1} &= \dots \\ \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{4} &= \dots \\ \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{9} + \sqrt{9} &= \dots \\ \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{9} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} &= \dots \end{aligned}$$

Maak zelf bij elk van de twee series het volgende sommetje.

- 42 a. Ik heb  $\sqrt{324}$  niet uitgerekend, maar toch weet ik dat de uitkomst tussen 10 en 20 ligt. Hoe kan ik dat weten?



- b. Teken de getallenlijn over in je schrift.  
Geef aan waar de uitkomsten (ongeveer) liggen van:  
 $\sqrt{961}$ ;  $\sqrt{1600}$ ;  $\sqrt{3025}$ ;  $\sqrt{3969}$ ;  $\sqrt{5000}$ .

- 43 a. Je kunt  $\sqrt{324}$  uitrekenen door te proberen.  
Dat gaat zo.  
Je weet: 10 is te klein en 20 is te groot.  
Probeer nu bijv. 15.  
Is dat te klein of te groot?  
Welk getal ga je nu proberen?  
En tenslotte .... wat komt er uit  $\sqrt{324}$ ?

- b. Bereken op deze manier de wortels uit ➤ 42b.

- 44 Worteltrekken is een zaak van "proberen".  
In ➤ 43 heb je je daarin een beetje geoefend.  
Maar voor grote getallen kan dat nog een heel werk zijn.  
Er bestaat een manier om dat zoekwerk een beetje te versnellen .....

Hieronder zie je een "beeldverhaal" waarin  $\sqrt{7396}$  wordt uitgerekend.  
Bekijk de plaatjes één voor één.  
De slotsom is  $\sqrt{7396} = 86$ .

- a. Op werkblad 17 vind je een onvolledig beeldverhaal van  $\sqrt{6889}$ .  
Maak dat verhaal af.

- b. Maak zelf zo'n beeldverhaal van:  
 $\sqrt{4356}$ ;  $\sqrt{8836}$ ;  $\sqrt{3000}$ .  
(Je mag best met minder dan negen plaatjes volstaan).

1. 	2. 	3. 
4. 	5. 	6. 
7. 	8. 	9. 

Aan het laatste voorbeeld van  $\geq 44$  ( $\sqrt{3000} = ?$ ) heb je kunnen zien dat de plaatjesmethode niet altijd werkt. Het getal 54 is te klein, 55 te groot. Wortels komen nu eenmaal niet altijd mooi uit. Jammer, maar helaas. Met een heleboel rekenwerk kun je wel een aantal decimalen achter de komma vinden. Het beste gaat het natuurlijk met een rekenmachientje, tenminste als daar een "worteltoets" opzit. Als ik het getal 3000 in toets en daarna op de worteltoets druk komt er:

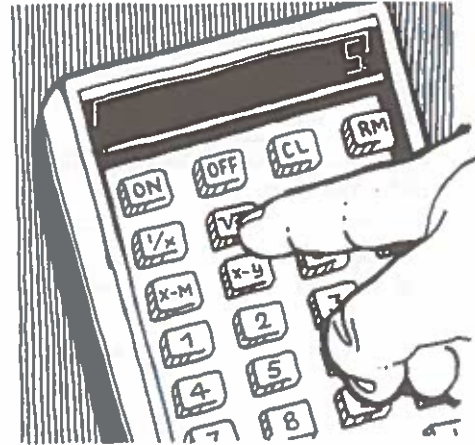
54.772256

Volgens mijn machientje geldt dan:

$$\sqrt{3000} = 54,772256$$

Het antwoord is afgerond in zes decimalen. Meestal heb je aan minder decimalen genoeg.

Bv.  $\sqrt{3000} = 54,77$



- $\geq 45$  Bedenk zelf een paar wortels die niet mooi uitkomen.
- $\geq 46$  Op werkblad 18 zijn zeven vierkanten in een rooster getekend. Van elk vierkant kun je precies uitrekenen hoeveel  $\text{cm}^2$  de oppervlakte is. Daarna kun je met worteltrekken de zijden uitrekenen. Gebruik een rekenmachientje of de worteltabel achterin dit boek! (Geef je antwoord in twee decimalen). Controleer je antwoorden door het meten van de zijden.

$\geq 47$  Iemand toetste op zijn rekenmachientje in:

$$\boxed{3} \quad \boxed{\sqrt{\quad}} \quad \boxed{\sqrt{\quad}}$$

Het resultaat: 1.316074  
Welke som had hij uitgerekend?

$\geq 48$  Op veel rekenmachientjes zit ook een kwadraat-toets:  $\boxed{x^2}$   
Dat is natuurlijk wel aardig, maar is die echt nodig?

$\geq 49$  Wat krijg je als je intoetst:  $\boxed{3} \quad \boxed{\sqrt{\quad}} \quad \boxed{x^2} \quad ?$   
Probeer het ook eens met een ander getal. Logisch?

$\geq 50$  Bereken:  $\sqrt{683} \times \sqrt{683} = \dots$

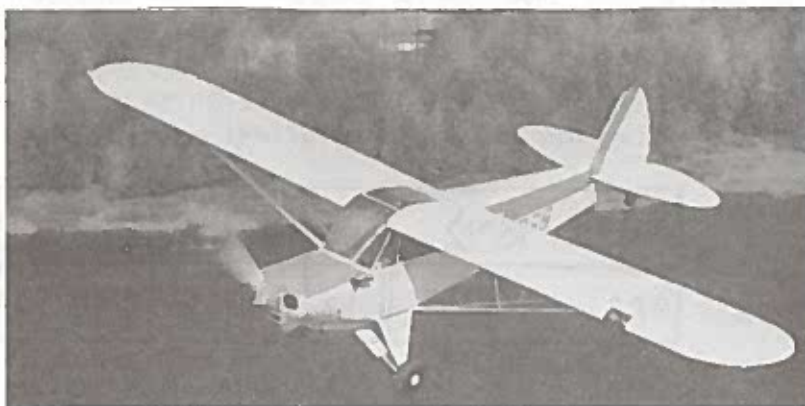
- 51 Op werkblad 19 ga je een grafiek maken van het verband tussen de zijden van een vierkant en de oppervlakte van dat vierkant.
- Vul de tabellen op werkblad 19 in en teken de bijbehorende stippen van de grafiek.  
Teken vervolgens een "vloeiende lijn" door deze stippen.
  - Neem onderstaande tabel over in je schrift en vul hem in; lees je antwoorden af uit de grafiek!

ZIJDE <math>\langle M \rangle</math>										
OPP. <math>\langle M^2 \rangle</math>	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

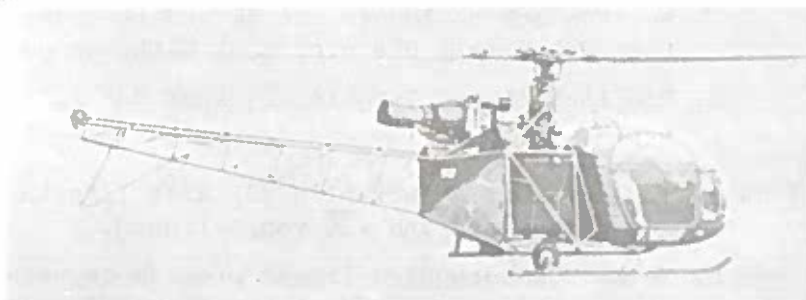
- Kun je die tabel ook met behulp van je rekenmachientje invullen?  
Hoe doe je dat?
- 52 Maak de "Pythagoras-sommen" op werkblad 20 en 21.
- 53 a. Op werkblad 22 staan tien verbindingslijntjes van roosterpunten getekend. Van eentje is de lengte berekend:  $\sqrt{40}$  (ongeveer 6,32)  
Bereken ook de lengte van de andere lijnstukken.  
Laat de wortels die niet mooi uitkomen gewoon staan!
- Hoe lang is het langste lijnstuk dat in het rooster van werkblad 23 past?
- 54 a. Teken vanuit A (werkblad 23) alle lijnstukken naar de roosterpunten die op een afstand  $\sqrt{20}$  van A liggen.
- Welke roosterpunten liggen precies halverwege A en de roosterpunten die je met A verbonden hebt. Kleur die punten rood.  
Hoe groot is hun afstand tot A?
  - Kleur ook de roosterpunten (blauw) die twee keer zo ver van A liggen als de punten uit opdracht a.  
Hoe groot is hun afstand tot A.
  - Vul in:  $\sqrt{20} + \sqrt{20} = \sqrt{\dots}$
  - Kun je nog zo'n sommetje uit de figuur halen?  
Welk ?



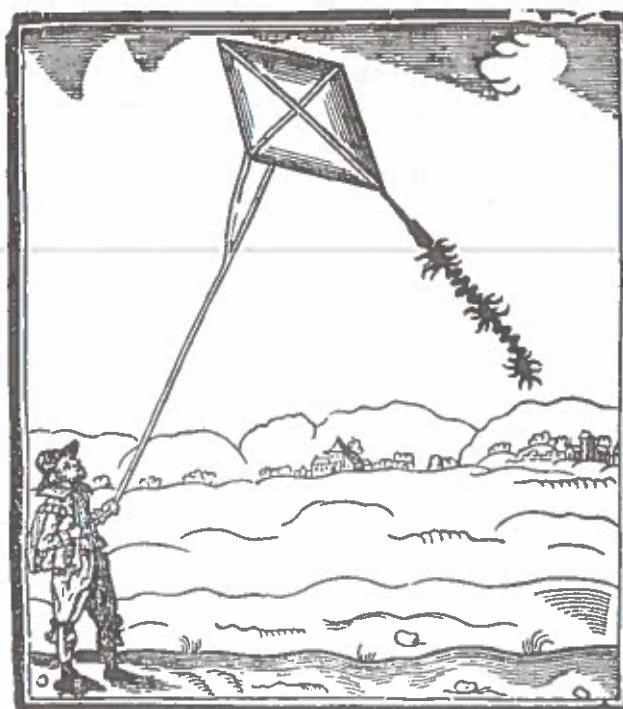
- 55 Een patrouille-vliegtuig vliegt 18 km in noordelijke richting, daarna 26 km naar het oosten en vervolgens regelrecht terug naar het uitgangspunt. Hoeveel km was deze rondvlucht?



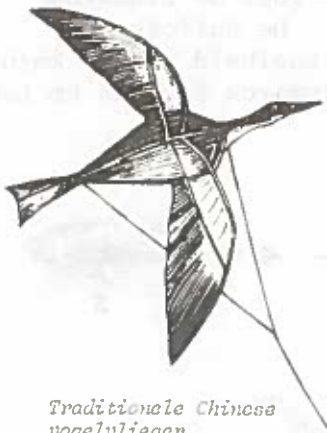
- 56 Een helikopter stijgt van een torenflat van 50 meter vertikaal 750 meter omhoog en daalt in schuine lijn naar een klein grasveld dat op 1,6 km van het flatgebouw verwijderd is. Hoeveel meter vliegt die helikopter schuin naar beneden?



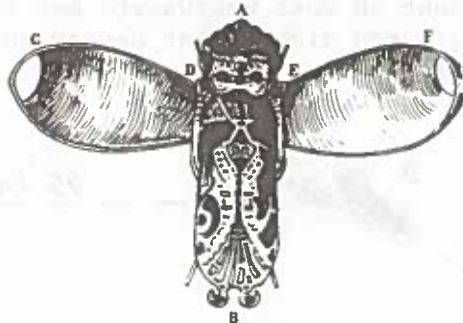
- 57 Vliegeren is ook leuk. Zolang je vlieger niet vastraakt in een of ander hoog obstakel. De wakkere knaap van dit plaatje had wel pech, want zijn vlieger raakte vast in het haantje van de kerktoren. Zijn touw (85 meter) was helemaal uitgerold en hijzelf stond op een afstand van 75 meter van de kerktoren. Hoe hoog was die toren?



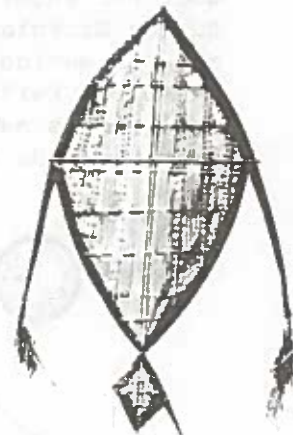
» 58 Vliegers bestaan er in allerlei vormen: vissen, volgels, draken, noem maar op.



Traditionele Chinese vogelvlieger.



Japanse Jakko of voerknechtvlieger.



Visvlieger gevlochten van pandanusbladeren (Solomon eilanden).

De vlieger die je bij ons ziet is meestal wat eenvoudiger van vorm. Het bekendste type is de zogenaamde "Maleier".

Vliegers van dit type werden al eeuwen geleden overal in Maleisië en Indonesië gebruikt. William A. Eddy introduceerde deze vlieger in 1890 in het westen.

Hieronder zie je de bouwtekening van zijn vlieger.

a. Teken op schaal eens een vlieger met een dwarshout van 6 dm en staander van 8 dm.

b. Als je zo'n vlieger van papier maakt, dan wordt het geraamte voltooid door een touw te spannen dat de uiteinden van dwarshout en staander verbindt.

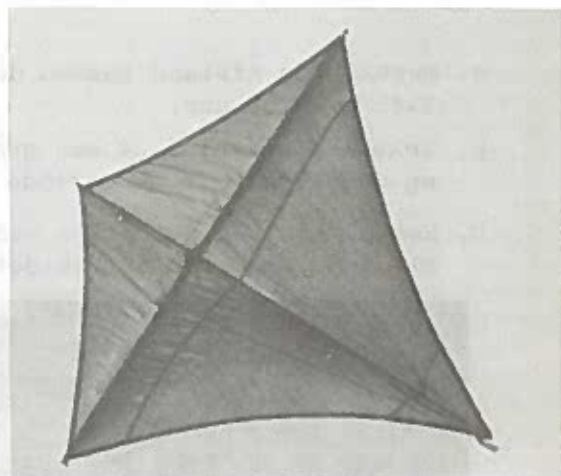
Bereken hoeveel dm touw er voor jouw vlieger nodig is.

c. Je kunt het dwarshout een beetje in de richting van het midden van de staander verschuiven.

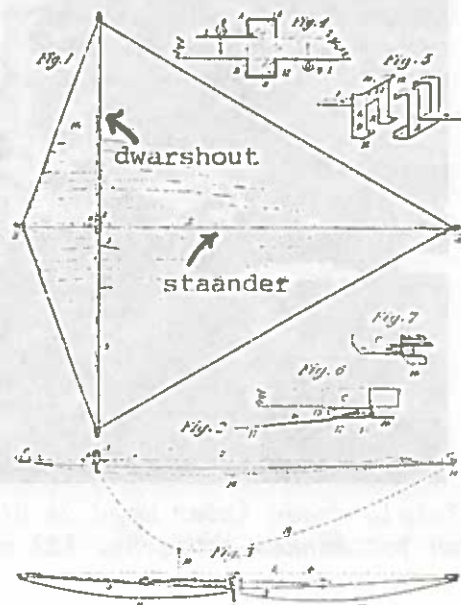
Het geraamte verandert dan van vorm.

Heb je nu meer of minder touw nodig?

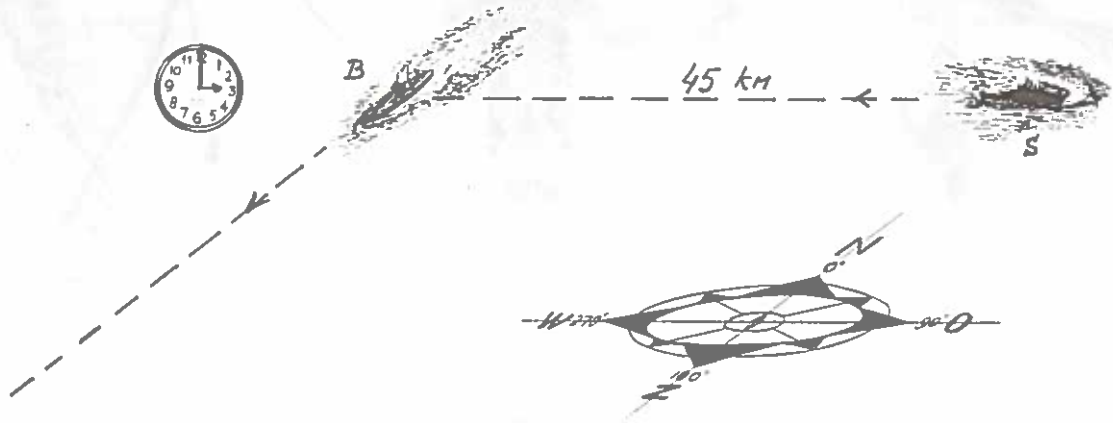
d. Verandert de oppervlakte van de vlieger als je het dwarshout verschuift? Waarom?



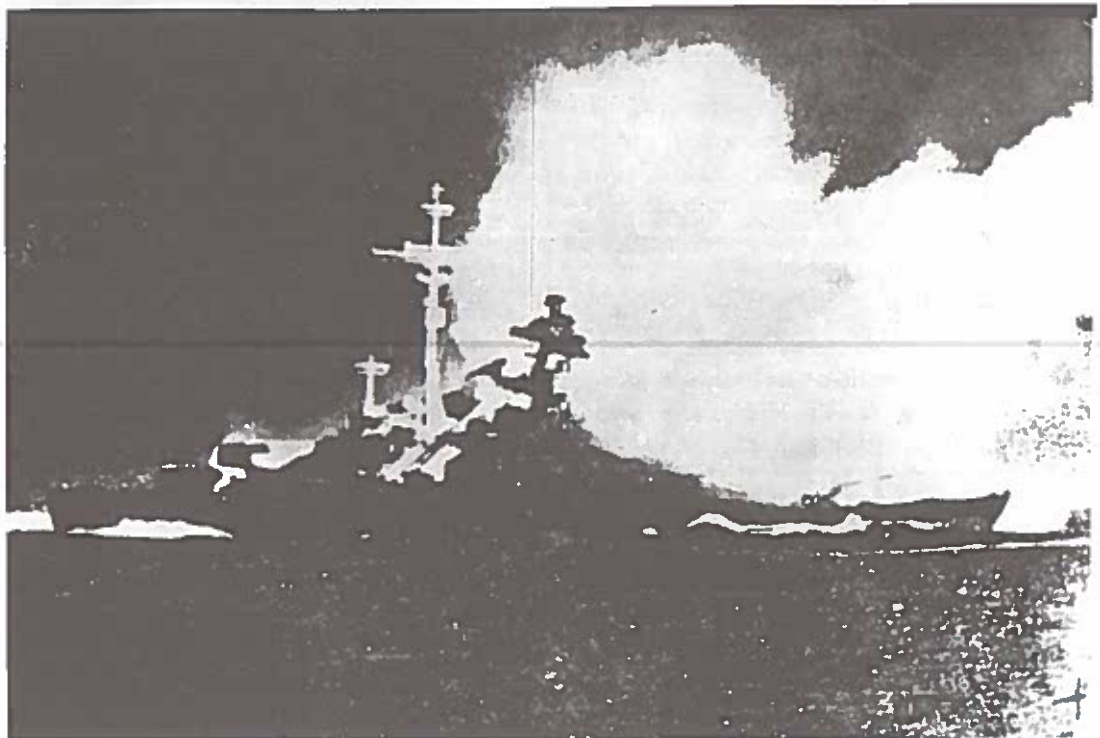
Een moderne Maleier.



- 59 Het Duitse slagschip "de Bismarck" werd op 25 mei 1941 achtervolgd door het Engelse oorlogsschip "de Suffolk" in de Straat van Denemarken, tussen Groenland en IJsland. Op een gegeven moment voer de Bismarck met een snelheid van 40 km in zuidelijke richting. De Suffolk was het spoor kwijtgeraakt en voer westwaarts met een snelheid van 60 km/u. Om 3 uur 's nachts in een dichte mist bevond de Bismarck zich 45 km ten westen van de Suffolk.

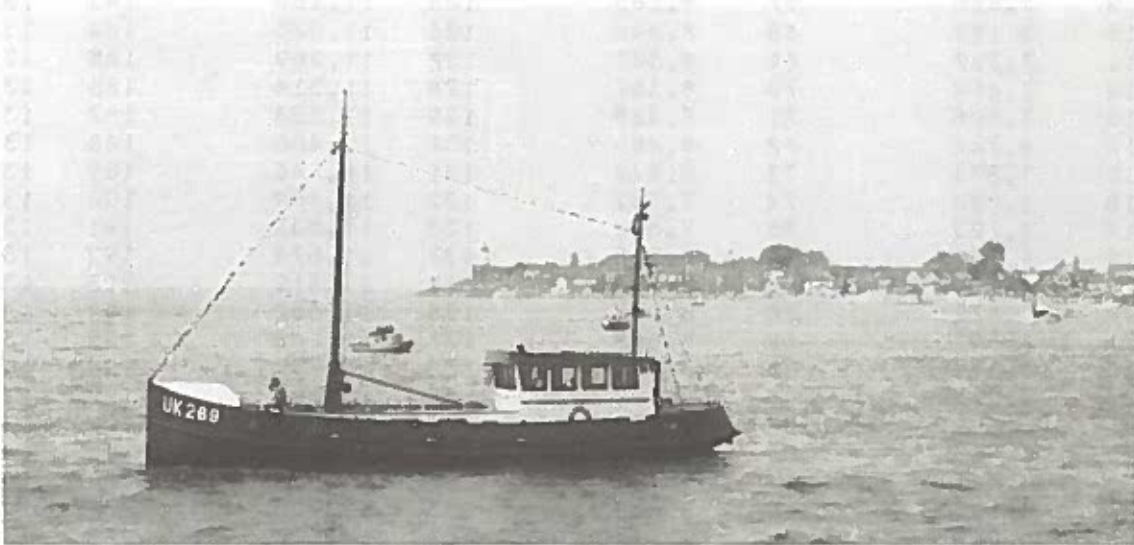


- Bereken de afstand tussen de schepen achtereenvolgens om 3.15; 3.30; 3.45 en 4.00 uur.
- Teken op werkblad 24 een grafiek van de afstand tussen de Bismarck en de Suffolk in de periode tussen 3 uur en 4 uur 's nachts.
- Het bereik van Suffolk's radar was 20 km. Bleef de Bismarck buiten dat bereik?



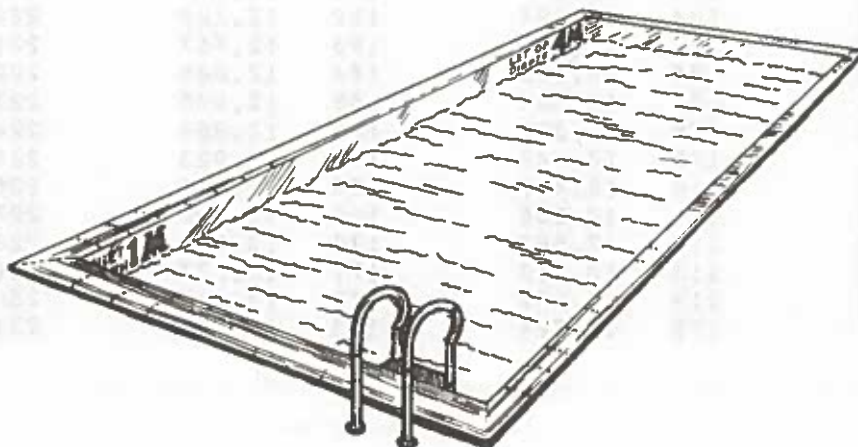
*Enkele dagen later werd de Bismarck toch opgespoord door de Suffolk en tot zinken gebracht. (27 mei 1941; 10.40 uur).*

- 60 Een zolderraam is 0.80 m breed en 1.00 m hoog.  
Kan een pingpong-tafel van 1.50 m bij 2.60 m door dat raam naar binnen?  
(De tafel kan dubbelgeklapt worden).
- 61 Hoeveel meter is de langste stok die in het wiskundelokaal past?
- 62 Vlaggetjesdag.  
De UK 269 verlaat de haven van Urk.  
De twee masten op de boot staan 7.80 meter uit elkaar. De lange mast is 9.00 meter hoog, de korte 6.50 meter. Het touw is op 1.40 meter van de top van de masten bevestigd.



Bereken de lengte van het touw dat van de ene mast naar de andere is gespannen.

- 63 In een 25-meter-zwembad loopt de vloer schuin af.  
Aan het begin is het bad 1 meter diep en aan het eind 4 meter.  
Het bad is 20 meter breed.  
Voor de betegeling van de bodem werden tegels gebruikt van 1 dm bij 1 dm.
- Hoeveel tegels waren er nodig voor de bodem?
  - Hoeveel liter water gaat er in dat bad?





x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x
0	0.000	58	7.616	116	10.770	174	13.191
1	1.000	59	7.681	117	10.817	175	13.229
2	1.414	60	7.746	118	10.863	176	13.266
3	1.732	61	7.810	119	10.909	177	13.304
4	2.000	62	7.874	120	10.954	178	13.342
5	2.236	63	7.937	121	11.000	179	13.379
6	2.449	64	8.000	122	11.045	180	13.416
7	2.646	65	8.062	123	11.091	181	13.454
8	2.828	66	8.124	124	11.136	182	13.491
9	3.000	67	8.185	125	11.180	183	13.528
10	3.162	68	8.246	126	11.225	184	13.565
11	3.317	69	8.307	127	11.269	185	13.601
12	3.464	70	8.367	128	11.314	186	13.638
13	3.606	71	8.426	129	11.358	187	13.675
14	3.742	72	8.485	130	11.402	188	13.711
15	3.873	73	8.544	131	11.446	189	13.748
16	4.000	74	8.602	132	11.489	190	13.784
17	4.123	75	8.660	133	11.533	191	13.820
18	4.243	76	8.718	134	11.576	192	13.856
19	4.359	77	8.775	135	11.619	193	13.892
20	4.472	78	8.832	136	11.662	194	13.928
21	4.583	79	8.888	137	11.705	195	13.964
22	4.690	80	8.944	138	11.747	196	14.000
23	4.796	81	9.000	139	11.790	197	14.036
24	4.899	82	9.055	140	11.832	198	14.071
25	5.000	83	9.110	141	11.874	199	14.107
26	5.099	84	9.165	142	11.916	200	14.142
27	5.196	85	9.220	143	11.958	201	14.177
28	5.292	86	9.274	144	12.000	202	14.213
29	5.385	87	9.327	145	12.042	203	14.248
30	5.477	88	9.381	146	12.083	204	14.283
31	5.568	89	9.434	147	12.124	205	14.318
32	5.657	90	9.487	148	12.166	206	14.353
33	5.745	91	9.539	149	12.207	207	14.387
34	5.831	92	9.592	150	12.247	208	14.422
35	5.916	93	9.644	151	12.288	209	14.457
36	6.000	94	9.695	152	12.329	210	14.491
37	6.083	95	9.747	153	12.369	211	14.526
38	6.164	96	9.798	154	12.410	212	14.560
39	6.245	97	9.849	155	12.450	213	14.595
40	6.325	98	9.899	156	12.490	214	14.629
41	6.403	99	9.950	157	12.530	215	14.663
42	6.481	100	10.000	158	12.570	216	14.697
43	6.557	101	10.050	159	12.610	217	14.731
44	6.633	102	10.100	160	12.649	218	14.765
45	6.708	103	10.149	161	12.689	219	14.799
46	6.782	104	10.198	162	12.728	220	14.832
47	6.856	105	10.247	163	12.767	221	14.866
48	6.928	106	10.296	164	12.806	222	14.900
49	7.000	107	10.344	165	12.845	223	14.933
50	7.071	108	10.392	166	12.884	224	14.967
51	7.141	109	10.440	167	12.923	225	15.000
52	7.211	110	10.488	168	12.961	226	15.033
53	7.280	111	10.536	169	13.000	227	15.067
54	7.348	112	10.583	170	13.038	228	15.100
55	7.416	113	10.630	171	13.077	229	15.133
56	7.483	114	10.677	172	13.115	230	15.166
57	7.550	115	10.724	173	13.153	231	15.199

x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x
232	15,232	290	17,029	348	18,655	406	20,149
233	15,264	291	17,059	349	18,682	407	20,174
234	15,297	292	17,088	350	18,708	408	20,199
235	15,330	293	17,117	351	18,735	409	20,224
236	15,362	294	17,146	352	18,762	410	20,248
237	15,395	295	17,176	353	18,788	411	20,273
238	15,427	296	17,205	354	18,815	412	20,298
239	15,460	297	17,234	355	18,841	413	20,322
240	15,492	298	17,263	356	18,868	414	20,347
241	15,524	299	17,292	357	18,894	415	20,372
242	15,556	300	17,321	358	18,921	416	20,396
243	15,588	301	17,349	359	18,947	417	20,421
244	15,620	302	17,378	360	18,974	418	20,445
245	15,652	303	17,407	361	19,000	419	20,469
246	15,684	304	17,436	362	19,026	420	20,494
247	15,716	305	17,464	363	19,053	421	20,518
248	15,748	306	17,493	364	19,079	422	20,543
249	15,780	307	17,521	365	19,105	423	20,567
250	15,811	308	17,550	366	19,131	424	20,591
251	15,843	309	17,578	367	19,157	425	20,616
252	15,875	310	17,607	368	19,183	426	20,640
253	15,906	311	17,635	369	19,209	427	20,664
254	15,937	312	17,664	370	19,235	428	20,688
255	15,969	313	17,692	371	19,261	429	20,712
256	16,000	314	17,720	372	19,287	430	20,736
257	16,031	315	17,748	373	19,313	431	20,761
258	16,062	316	17,776	374	19,339	432	20,785
259	16,093	317	17,804	375	19,365	433	20,809
260	16,125	318	17,833	376	19,391	434	20,833
261	16,155	319	17,861	377	19,416	435	20,857
262	16,186	320	17,889	378	19,442	436	20,881
263	16,217	321	17,916	379	19,468	437	20,905
264	16,248	322	17,944	380	19,494	438	20,928
265	16,279	323	17,972	381	19,519	439	20,952
266	16,310	324	18,000	382	19,545	440	20,976
267	16,340	325	18,028	383	19,570	441	21,000
268	16,371	326	18,055	384	19,596	442	21,024
269	16,401	327	18,083	385	19,621	443	21,048
270	16,432	328	18,111	386	19,647	444	21,071
271	16,462	329	18,138	387	19,672	445	21,095
272	16,492	330	18,166	388	19,698	446	21,119
273	16,523	331	18,193	389	19,723	447	21,142
274	16,553	332	18,221	390	19,748	448	21,166
275	16,583	333	18,248	391	19,774	449	21,190
276	16,613	334	18,276	392	19,799	450	21,213
277	16,643	335	18,303	393	19,824	451	21,237
278	16,673	336	18,330	394	19,849	452	21,260
279	16,703	337	18,358	395	19,875	453	21,284
280	16,733	338	18,385	396	19,900	454	21,307
281	16,763	339	18,412	397	19,925	455	21,331
282	16,793	340	18,439	398	19,950	456	21,354
283	16,823	341	18,466	399	19,975	457	21,378
284	16,852	342	18,493	400	20,000	458	21,401
285	16,882	343	18,520	401	20,025	459	21,424
286	16,912	344	18,547	402	20,050	460	21,448
287	16,941	345	18,574	403	20,075	461	21,471
288	16,971	346	18,601	404	20,100	462	21,494
289	17,000	347	18,628	405	20,125	463	21,517

x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x
464	21,541	522	22,847	580	24,083	638	25,259
465	21,564	523	22,869	581	24,104	639	25,278
466	21,587	524	22,891	582	24,125	640	25,298
467	21,610	525	22,913	583	24,145	641	25,318
468	21,633	526	22,935	584	24,166	642	25,338
469	21,656	527	22,956	585	24,187	643	25,357
470	21,679	528	22,978	586	24,207	644	25,377
471	21,703	529	23,000	587	24,228	645	25,397
472	21,726	530	23,022	588	24,249	646	25,417
473	21,749	531	23,043	589	24,269	647	25,436
474	21,772	532	23,065	590	24,290	648	25,456
475	21,794	533	23,087	591	24,310	649	25,475
476	21,817	534	23,108	592	24,331	650	25,495
477	21,840	535	23,130	593	24,352	651	25,515
478	21,863	536	23,152	594	24,372	652	25,534
479	21,886	537	23,173	595	24,393	653	25,554
480	21,909	538	23,195	596	24,413	654	25,573
481	21,932	539	23,216	597	24,434	655	25,593
482	21,954	540	23,238	598	24,454	656	25,612
483	21,977	541	23,259	599	24,474	657	25,632
484	22,000	542	23,281	600	24,495	658	25,652
485	22,023	543	23,302	601	24,515	659	25,671
486	22,045	544	23,324	602	24,536	660	25,690
487	22,068	545	23,345	603	24,556	661	25,710
488	22,091	546	23,367	604	24,576	662	25,729
489	22,113	547	23,388	605	24,597	663	25,749
490	22,136	548	23,409	606	24,617	664	25,768
491	22,159	549	23,431	607	24,637	665	25,788
492	22,181	550	23,452	608	24,658	666	25,807
493	22,204	551	23,473	609	24,678	667	25,826
494	22,226	552	23,495	610	24,698	668	25,846
495	22,249	553	23,516	611	24,718	669	25,865
496	22,271	554	23,537	612	24,739	670	25,884
497	22,293	555	23,558	613	24,759	671	25,904
498	22,316	556	23,580	614	24,779	672	25,923
499	22,338	557	23,601	615	24,799	673	25,942
500	22,361	558	23,622	616	24,819	674	25,962
501	22,383	559	23,643	617	24,839	675	25,981
502	22,405	560	23,664	618	24,860	676	26,000
503	22,428	561	23,685	619	24,880	677	26,019
504	22,450	562	23,707	620	24,900	678	26,038
505	22,472	563	23,728	621	24,920	679	26,058
506	22,494	564	23,749	622	24,940	680	26,077
507	22,517	565	23,770	623	24,960	681	26,096
508	22,539	566	23,791	624	24,980	682	26,115
509	22,561	567	23,812	625	25,000	683	26,134
510	22,583	568	23,833	626	25,020	684	26,153
511	22,605	569	23,854	627	25,040	685	26,173
512	22,627	570	23,875	628	25,060	686	26,192
513	22,650	571	23,896	629	25,080	687	26,211
514	22,672	572	23,917	630	25,100	688	26,230
515	22,694	573	23,937	631	25,120	689	26,249
516	22,716	574	23,958	632	25,140	690	26,268
517	22,738	575	23,979	633	25,159	691	26,287
518	22,760	576	24,000	634	25,179	692	26,306
519	22,782	577	24,021	635	25,199	693	26,325
520	22,804	578	24,042	636	25,219	694	26,344
521	22,826	579	24,062	637	25,239	695	26,363

x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x	x	WRT x
696	26,382	754	27,459	812	28,496	870	29,496
697	26,401	755	27,477	813	28,513	871	29,513
698	26,420	756	27,496	814	28,531	872	29,530
699	26,439	757	27,514	815	28,548	873	29,547
700	26,458	758	27,532	816	28,566	874	29,563
701	26,476	759	27,550	817	28,583	875	29,580
702	26,495	760	27,568	818	28,601	876	29,597
703	26,514	761	27,586	819	28,618	877	29,614
704	26,533	762	27,604	820	28,636	878	29,631
705	26,552	763	27,622	821	28,653	879	29,648
706	26,571	764	27,641	822	28,671	880	29,665
707	26,589	765	27,659	823	28,688	881	29,682
708	26,608	766	27,677	824	28,705	882	29,698
709	26,627	767	27,695	825	28,723	883	29,715
710	26,646	768	27,713	826	28,740	884	29,732
711	26,665	769	27,731	827	28,758	885	29,749
712	26,683	770	27,749	828	28,775	886	29,766
713	26,702	771	27,767	829	28,792	887	29,783
714	26,721	772	27,785	830	28,810	888	29,799
715	26,739	773	27,803	831	28,827	889	29,816
716	26,758	774	27,821	832	28,844	890	29,833
717	26,777	775	27,839	833	28,862	891	29,850
718	26,796	776	27,857	834	28,879	892	29,866
719	26,814	777	27,875	835	28,896	893	29,883
720	26,833	778	27,893	836	28,914	894	29,900
721	26,851	779	27,911	837	28,931	895	29,917
722	26,870	780	27,928	838	28,948	896	29,933
723	26,889	781	27,946	839	28,965	897	29,950
724	26,907	782	27,964	840	28,983	898	29,967
725	26,926	783	27,982	841	29,000	899	29,983
726	26,944	784	28,000	842	29,017	900	30,000
727	26,963	785	28,018	843	29,034	901	30,017
728	26,981	786	28,036	844	29,052	902	30,033
729	27,000	787	28,054	845	29,069	903	30,050
730	27,019	788	28,071	846	29,086	904	30,067
731	27,037	789	28,089	847	29,103	905	30,083
732	27,055	790	28,107	848	29,120	906	30,100
733	27,074	791	28,125	849	29,138	907	30,116
734	27,092	792	28,142	850	29,155	908	30,133
735	27,111	793	28,160	851	29,172	909	30,150
736	27,129	794	28,178	852	29,189	910	30,166
737	27,148	795	28,196	853	29,206	911	30,183
738	27,166	796	28,213	854	29,223	912	30,199
739	27,185	797	28,231	855	29,240	913	30,216
740	27,203	798	28,249	856	29,257	914	30,232
741	27,221	799	28,267	857	29,275	915	30,249
742	27,240	800	28,284	858	29,292	916	30,265
743	27,258	801	28,302	859	29,309	917	30,282
744	27,276	802	28,320	860	29,326	918	30,299
745	27,295	803	28,337	861	29,343	919	30,315
746	27,313	804	28,355	862	29,360	920	30,332
747	27,331	805	28,373	863	29,377	921	30,348
748	27,350	806	28,390	864	29,394	922	30,364
749	27,368	807	28,408	865	29,411	923	30,381
750	27,386	808	28,425	866	29,428	924	30,397
751	27,404	809	28,443	867	29,445	925	30,414
752	27,423	810	28,460	868	29,462	926	30,430
753	27,441	811	28,478	869	29,479	927	30,447

x	WRT x	x	WRT x
928	30,463	986	31,401
929	30,480	987	31,417
930	30,496	988	31,432
931	30,512	989	31,448
932	30,529	990	31,464
933	30,545	991	31,480
934	30,561	992	31,496
935	30,578	993	31,512
936	30,594	994	31,528
937	30,610	995	31,544
938	30,627	996	31,559
939	30,643	997	31,575
940	30,659	998	31,591
941	30,676	999	31,607
942	30,692	1000	31,623
943	30,708		
944	30,725		
945	30,741		
946	30,757		
947	30,773		
948	30,790		
949	30,806		
950	30,822		
951	30,838		
952	30,854		
953	30,871		
954	30,887		
955	30,903		
956	30,919		
957	30,935		
958	30,952		
959	30,968		
960	30,984		
961	31,000		
962	31,016		
963	31,032		
964	31,048		
965	31,064		
966	31,081		
967	31,097		
968	31,113		
969	31,129		
970	31,145		
971	31,161		
972	31,177		
973	31,193		
974	31,209		
975	31,225		
976	31,241		
977	31,257		
978	31,273		
979	31,289		
980	31,305		
981	31,321		
982	31,337		
983	31,353		
984	31,369		
985	31,385		

