wiskobas bulletin

rubriekdeel

Jaargang 9, nr. 4/5
mei 1980

WISKOBAS-BULLETIN (rubrieken)
- bulletin ter begeleiding van het wiskunde-onderwijs
- verschijnt gedurende de negende jaargang zes keer.

Jaargang 9 nr. 4/5 – mei 1980

Redaktie
Dr. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Dr. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld.

Medewerkers
Prof.Dr. F. van der Blij, Drs. J. van den Brink, A. Dekker, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, J. de Gooijer-Quint, H. Jansen, H. ter Heege, Drs. J.H.F.M. Klep, Prof.Dr. K.B. Koster, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, W. Sweers, L. Streefland.

Vormgeving
Ton Voortman

Redaktieadres
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht
t.a.v. Sylvia Pieters of Rob de Jong

Abonnementenadministratie
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

Abonnementsprijs
Per jaargang *f* 45,–
De jaargangen lopen van september tot september

Annuleringen moeten minstens 14 dagen voor het einde van de jaargang worden opgegeven bij de abonnementenadministratie.

Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

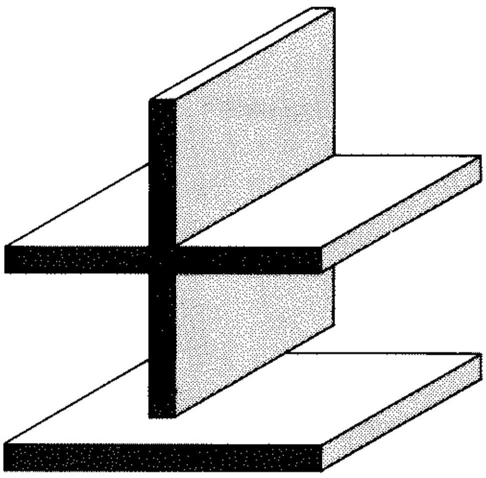
INHOUD

Aan de vraag naar volledige oude jaargangen van het wiskobas-bulletin kunnen we helaas niet meer voldoen. Verschillende nummers zijn uitverkocht.
Van de volgende afleveringen is nog een beperkt aantal eksemplaren verkrijgbaar.

jaargang 3, nr. 2	f 7,50
jaargang 3, nr. 3	f 7,50
jaargang 3, nr. 4/5	f 7,50
jaargang, 4 nr. 2	f 7,50
jaargang, 4 nr. 3/4	f 7,50
jaargang, 4 nr. 5	f 7,50
jaargang 4, nr. 6	f 7,50
jaargang 5, nr. 2/3	f 25,00 (leerplanpublikatie 2)
jaargang 5, nr. 5/6	f 10,00 (leerplanpublikatie 4)
jaargang 6, nr. 2	f 10,00 (leerplanpublikatie 5)
jaargang 6, nr. 3	f 3,00
jaargang 6, nr. 4	f 10,00 (leerplanpublikatie 6)
jaargang 7, nr. 1/2	f 20,00 (leerplanpublikatie 7)
jaargang 7, nr. 3	f 10,25 (leerplanpublikatie 8)
jaargang 7, nr. 4	f 3,00
jaargang 7, nr. 5/6	f 15,00 (leerplanpublikatie 9)
jaargang 8, nr. 1	f 10,00
jaargang 8, nr. 2	f 10,00
jaargang 8, nr. 3	f 10,00
jaargang 9, nr. 4	f 10,00
jaargang 8, nr. 5/6	f 15,00 (leerplanpublikatie 10)
jaargang 9, nr. 1/2/3	f 30,00 (leerplanpublikatie 11)

Alleen na ontvangst van uw storting op postgiro rekeningnummer 3105662 t.n.v. R.U.-IOWO te utrecht, zal u de gewenste aflevering worden toegezonden.

redak-tioneel



BEWEGING GAAT DOOR!

Uit iowo-*kronieken en perspublikaties kan u bekend zijn dat ons instituut per 1 januari 1981 opgeheven wordt.*
We hebben de afgelopen jaren ons uiterste best gedaan, deze beslissing van staatssekretaris Hermes tegen te houden. Zo konden we in februari j.l. tijdens een persbijeenkomst nog verklaringen inzake het voortbestaan van het iowo *openbaar maken, afgelegd door hoogleraren, onderwijsprominenten, subfakulteiten, de nederlandse onderwijs federatie, enz.*
Het mocht allemaal niet helpen!
Ieder is ervan overtuigd dat het iowo *zinvol werk doet. Niemand wil de kontinuïteit hiervan doorbreken. Nochtans...*

ROB DE JONG

Het *iowo* wordt per 1 januari 1981 opgeheven. Dit betekent dat de overheid op die datum de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs wil stopzetten.
Toch gaan allerlei ontwikkelingen door. Een overheid stopt immers een beweging niet, door het institutionele kader op te heffen. Integendeel!

In het verleden hebben we steeds een onderscheid gemaakt tussen twee opdrachtgevers:
- de overheid als formele opdrachtgever: stelt een instituut in, betaalt salarissen en heft een instituut op;
- het onderwijs als materiële (of morele) opdrachtgever: bepaalt de taken van het instituut, respondeert, geeft richtingen aan, werkt samen.

Het *iowo* heeft zich steeds tot haar materiële opdrachtgever gericht, de eerste min of meer verwaarlozend. Wellicht is dat onze fout geweest en hadden we ons meer bezig moeten houden met het kietelen van hooggeplaatste kinnen. De overlevingskansen van het *iowo* waren dan ongetwijfeld groter geweest. Veel voorbeelden in de nederlandse onderwijsverzorging getuigen hiervan. We hadden ons misschien moeten nestelen in het verzuilde struikgewas. Niemand had ons dan kunnen wegkappen.
Welnu, onze formele opdrachtgever heeft ons laten vallen, *tegen uw wensen in.* Want één ding is duidelijk geworden de laatste maanden: het onderwijs heeft ons op een gigantische wijze gesteund.
Wat nu te doen?
Eerlijk gezegd: we weten het niet! We weten niet precies hoe de beslissingen zijn uitgevallen. We weten, zes weken na de bespreking tussen staatssekretaris Hermes en de vaste kamerkommissie van onderwijs, nog steeds niet eksakt wat ons te wachten staat.
In het laatste nummer van deze jaargang zullen we u informeren over de wijze waarop we de publikatiereeks van het '*Wiskobas-Bulletin*' hopen af te ronden, en of zij eventueel in een andere vorm voortgezet kan worden.

nieuwe rubrieken
Voorliggende publikatie bevat twee nieuwe, praktijkgerichte en vanuit de praktijk voortgekomen rubrieken: Leen Streefland stelt in '*Breuken*' praktische suggesties, tips en teorietjes beschikbaar, terwijl Hans ter Heege in '*Aktiviteitencentrum*' werkzaamheden belicht die, los van elke metode, een rol kunnen spelen in het onderwijs.
Beide rubrieken zijn ontstaan uit een rijke ervaring en beloven o.i. veel.

onderzoeksnota

vooraf *Enige jaren geleden is op beleidsnivo bepaald dat het onderwijsontwikkelingswerk van het* iowo *opgesplitst moest worden:* leerplanontwikkeling *naar de* slo, her- en bijscholing *naar de initiële opleiding en* onderzoek *naar een te vormen onderzoekseenheid voor wiskundeonderwijs.*
Het iowo *heeft dit voornemen als een voldongen feit moeten aanvaarden.*
Waar het iowo *zich echter niet bij kon en mocht neerleggen, was de voorgestelde grootte van de onderzoekseenheid (vijf inhoudelijke en drie administratief-technische medewerkers), die in geen enkele verhouding stond tot omvang en gewicht van het* iowo-*onderzoeksaandeel.*
Mede om die reden werden planning en visie achter dat onderzoekswerk neergelegd in de nota 'Onderzoek voor wiskundeonderwijs. Op weg naar een onderzoeksinstituut voor wiskundeonderwijs', *die ook konkrete voorstellen voor een adekwate bezetting van zo'n instituut bevatte. Deze nota werd medio oktober 1979 ten departemente aangeboden.*

In het navolgende nemen wij genoemde nota in haar geheel op:
- *omdat wij menen dat de onderwijskundige gedachten die in deze nota over onderzoek van onderwijs zijn neergelegd, van algemeen belang kunnen zijn;*
- *om een overzicht te geven van het reeds verrichte, het lopende en het geplande* iowo-*onderzoek;*
- *om duidelijk te maken dat een te kleine onderzoekseenheid dit werk onmogelijk in z'n volle omvang kan voortzetten.*

In een nawoord komen wij op dit laatste aspekt terug.

onderzoek voor wiskundeonderwijs

op weg naar een onderzoeksinstituut voor wiskundeonderwijs

inleiding en samenvatting

Wiskunde is een bizonder onderwijsvak – in zekere zin. Uit de *speciale geaardheid* van de wiskunde en het wiskundeonderwijs laat zich in grote trekken afleiden, waarom de ontwikkelingen op het gebied van het wiskundeonderwijs in de laatste decennia niet alleen tot vernieuwing, maar soms ook tot ontwrichting of dreigende ontwrichting hebben geleid.
In de eerste paragraaf van deze nota wordt daarover het een en ander opgemerkt. Tevens wordt hier gesteld, dat de problemen slechts opgelost kunnen worden vanuit een visie op het wiskundeonderwijs als geheel.

Bij de verzorging van het wiskundeonderwijs, die gericht is op kwaliteitsverbetering, dient onderscheid gemaakt te worden tussen enerzijds de verbeteringen die aangebracht kunnen worden door *reorganisatie van de beschikbare kennis* en anderzijds de verbeteringen waarvoor *fundamenteel nieuwe inzichten* ontwikkeld moeten worden welke de grenzen van de beschikbare kennis overschrijden.
Zulk grensverleggend onderzoek zou tot de taakstelling van een onderzoeksinstituut behoren. Dit onderzoek zal het leerplanontwikkelingswerk op fundamentele punten kunnen ondersteunen. Hierop wordt in de tweede paragraaf ingegaan.

De derde paragraaf bevat een schets van de *leerplanontwikkelings-aktiviteiten* van het *iowo* die, voor zover ze nog niet afgerond zijn, in principe op korte termijn aan de *slo* overgedragen zullen worden.

Daarna volgt een beschrijving van het *onderzoek* dat in de afgelopen periode naast de leerplanontwikkelingsaktiviteiten door het *iowo* werd verricht. Eveneens wordt een opsomming van lopend onderzoek en van een aantal nieuwe onderzoekspunten gegeven.

De vijfde paragraaf bevat een *algemene karakteristiek* van het betreffende onderzoek, uiteengelegd in tien punten, welke met de volgende trefwoorden aangeduid kunnen worden: het onderzoek vindt plaats in reële onderwijsleersituaties, is zogenoemd diepteonderzoek, is gericht op teorievorming, past in een omvattend geheel, is simultaan van karakter, is vakinhoudelijk bepaald, wordt op een speciale wijze gepresenteerd, geeft voeding aan andere verzorgende instanties, en wordt verricht in teamverband.

De zesde paragraaf biedt – uitgaande van de eerder geschetste behoeften – een schets van de inrichting, organisatie en bemanning van een *onderzoeksinstituut*, waarin het lopend en toekomstig onderzoek verricht kan worden op het gebied van basisonderwijs en voortgezet onderwijs, alsmede het betreffende opleidingsonderwijs. De personeelsbezetting van het instituut wordt geraamd op vijftien inhoudelijke medewerkers. Daarnaast is een technische ondersteuning van negen medewerkers noodzakelijk.
Het onderzoeksinstituut zou juridisch en bestuursmatig onder de supervisie van de *ru* te utrecht moeten ressorteren en de financiering zou o.m. rechtstreeks vanuit het departement kunnen geschieden.
Tot besluit worden nog drie kwesties genoemd die in deze nota vrijwel volledig buiten beschouwing bleven, te weten: de samenwerking *iowo - slo*, de mogelijke uitbreiding van het onderzoeksinstituut ten behoeve van het natuuronderwijs, en de positie van het onderwijscomputer-centrum (*oc*).
Wat het laatstgenoemde betreft nog het volgende: over de toekomstige positie van het *oc* wordt in deze nota geen uitspraak gedaan. Een deel van de huidige taken van het *oc* ligt op ander dan onderzoeksgebied, een ander deel echter past zeer wel bij het werk van een onderzoeksinstituut. In ieder geval lijkt een nauwe samenwerking tussen deze twee instituties noodzakelijk – dit mede gezien de te verwachten onderzoekspunten op het gebied van automatisering, mikroprocessors en informatika.

Tot zover dit inleidende overzicht. In het volgende komen we tot een nadere uitwerking van de zojuist geschetste gedachten.

1 wiskundeonderwijs

Door in het volgende de speciale geaardheid van de wiskunde en het wiskundeonderwijs in het oog te houden, kan een eerste beeld gevormd worden van de belangrijkste aandachtspunten voor het wiskundeonderwijs, voor de verzorging ervan en, mogelijk, voor onderzoek. Tevens wijzen we op de noodzaak om deze problematiek van het wiskundeonderwijs vanuit een totaalvisie te beschouwen.

speciale geaardheid

We sommen samenvattend enkele speciale trekken op van de wiskunde als onderwijsvak.
1 Wiskunde is een belangrijk onderwijsvak: het is voorwaarde voor verwante vakken, voor verdere studies en voor vele beroepswerkzaamheden.
2 Wiskunde wordt in praktisch alle onderwijstypen en op praktisch alle onderwijsnivo's onderwezen.
3 Wiskunde kan op essentieel verschillende wijzen opgevat worden, namelijk als een verzameling algoritmen, als een welomschreven leerstofgebied, als een formele taal, als een specifieke benaderingswijze van probleemgebieden, etc.
4 Wiskunde blijkt grote aantrekkingskracht uit te oefenen op onderzoekers: ze wordt gebruikt voor onderzoek naar kognitieve ontwikkeling, toetsing van psychologische hypotesen, bekrachtiging van onderwijskundige teorieën en voor invulling van algemeen onderwijskundige 'modellen' ten behoeve van kurrikulumontwikkeling, onderwijsorganisatie, doelstellingenonderzoek, evaluatie en attitude-onderzoek. Kortom, onderzoek op het gebied van het wiskunde-onderwijs is vaak paradigmatisch voor ander onderzoek.
5 Wiskunde is de laatste decennia in toenemende mate onderhevig aan 'veranderingsdruk', en zij blijkt mede door haar specifieke aard en haar verbinding met de maatschappij nogal 'vernieuwingsgevoelig' te zijn, dat wil zeggen: vatbaar voor leerstofinhoudelijke en didaktische verandering.

aandachtspunten van het wiskundeonderwijs

In het nu volgende zullen deze vijf kenmerken nog eens stuk voor stuk worden nagelopen, waarbij onze aandacht zich speciaal zal richten op die onderdelen welke een voortdurende bron van zorg en van verzorging moeten zijn – dit met het oog op de kwaliteit van het onderwijs.
1 Bij het eerstgenoemde punt – relatie andere vakken, verdere studie en beroep – is vooral de plaats van de toepasbaarheid van de wiskunde in het geding. Vaak is in het wiskundeonderwijs te weinig ruimte voor toepassingen.
2 Punt twee – onderwijs in alle onderwijstypen en op alle nivo's – verwijst naar het verschijnsel van de samenhang van de verschillende leerplannen, naar het gevaar dat de 'lagere' schooltypen leerplannen toegewezen krijgen die een aftreksel vormen van de 'hogere', in plaats van eigensoortige werkplannen, alsmede naar de aansluitingsproblematiek tussen het wiskundeonderwijs in de verschillende schoolsoorten.
3 Naar aanleiding van 'verschillen in opvattingen' kan speciaal gedacht worden aan de 'oneigenlijke' visie op wiskunde, die in sommige leerplannen en leerboeken weerspiegeld wordt, i.c. de kijk op wiskunde louter als leerstofgebied en kompendium van vaardigheden. Met name de leerstofgerichte vernieuwing van de 'New Math' heeft in de jaren zestig in verschillende landen een vernietigend spoor getrokken. Maar ook thans zijn nog dergelijke a-vakdidaktische invloeden werkzaam.
4 Het genoemde punt van de aantrekkelijkheid van het wiskundeonderwijs als onderzoeksgebied, raakt de invloed van het onderzoek op het onderwijs. Het is bekend dat dit onderzoek niet altijd praktisch relevant is, maar erger is dat het soms ook een aantasting vormt van de specifieke aard van de wiskunde doordat de wiskunde 'oneigenlijk' gebruikt wordt. Hierbij kan gedacht worden aan de sterke

programmering – lees: fragmentering – van het onderwijs, het streven naar beperkte vormen van beheersingsleren, de organisatorische oplossingen voor de differentiatieproblematiek, de eenzijdige toetsing van het onderwijs, etc.
5 De kwestie van de 'vernieuwingsgevoeligheid' sluit hierbij aan. Beklemtoonden we in het voorgaande punt de noodzaak tot bewaking, hier willen we de noodzaak van vernieuwing benadrukken. Allerlei ontwikkelingen nopen het wiskundeonderwijs tot vernieuwing. Hierbij moet niet alleen gedacht worden aan vernieuwing van leerstof en didaktische werkvormen, maar ook aan de aard van het onderwijs als geheel. Denk in dit verband mede aan de opkomst van de rekenmachientjes, de mikroprocessors en het fenomeen van de automatisering in z'n algemeenheid.

We laten het bij deze voorbeelden, omdat in eerste ronde voldoende duidelijk is, dat gezien de speciale geaardheid van de wiskunde, het onderwijs in dit vakgebied op een aantal punten kwetsbaar is en kontinue aandacht c.q. verzorging verdient.

totaalvisie op wiskundeonderwijs

Wil men tot een oplossing van genoemde problemen komen, dan zal dit gedaan moeten worden vanuit een totaalvisie op het onderwijs, waarbij die problemen in hun onderlinge samenhang beschouwd worden. We kunnen ook zeggen: de behoefte aan een filosofie van wiskunde-onderwijs treedt nu naar voren. Want alleen vanuit zo'n filosofie kunnen ogenschijnlijk verschillende problemen in samenhang en in samenwerking opgelost worden.
Een voorbeeld: de vragen hoe basisschoolleerlingen moeten leren rekenen met breuken, hoe *vwo*-leerlingen in een rijke wiskundige kontekst leren werken, en hoe de differentiatieproblematiek voor *lbo*-leerlingen aangepakt moet worden, houden met elkaar verband.
Zoekt men bijvoorbeeld de ontwikkeling van het breukbegrip in een veelzijdige inbedding in diverse konteksten, waarin het begrip breuk – en de bewerkingen ermee – alle mogelijke betekenissen kan krijgen, dan zal hierbij noodzakelijkerwijs onderzocht dienen te worden in hoeverre dit kontekstrijke werken het leren van de wiskunde, i.c. de breuken, positief of negatief beïnvloedt. Ditzelfde aspekt is echter ook objekt van onderzoek voor de genoemde wiskundebovenbouwproblematiek, waar het uitgangspunt in bepaalde toepassingsgebieden gezocht kan worden. Kunnen de bovenbouwleerlingen betekenisvolle wiskunde leren in bijvoorbeeld een ekonomische kontekst? En de vraag, in hoeverre leerlingen kunnen doordringen in het formele systeem van de wiskunde (breukrekenen, wiskundige modellen) en in hoeverre zij op verschillende nivo's samen aan opgaven kunnen werken, vormt ook het probleem van degene, die de differentiatieproblematiek in het *lbo* tot werkgebied heeft.

De achterliggende basisopvattingen over het wiskundeonderwijs betreffen in dit geval de keuze voor het uitgangspunt van wiskundeonderwijs in wiskundige situaties, de aandacht voor toepasbare wiskunde, de onderscheiding van nivo's aan bepaalde problemen en de mogelijkheid tot samenwerking van leerlingen in min of meer heterogene groepen.
Nog sprekender komt deze samenhang naar voren in een onderwerp als eksponentiële groei dat over de grens van basisonderwijs en voortgezet onderwijs heengrijpt.
Welnu, in teamverband aan deze vragen werkend, zal mede de totaalvisie op wiskundeonderwijs ontwikkeld kunnen worden.
Dat dit soort werk aan de fundamenten van het wiskundeonderwijs bovendien vruchten zal afwerpen voor het vak wiskundedidaktiek – onderwezen op *pabo*'s, *nlo*'s en *ulo*'s – lijkt vanzelfsprekend. Evenzeer spreekt dat dit onderzoekswerk in nauwe samenwerking met de genoemde instituties zal moeten plaatsvinden. En tenslotte nog een evidentie: samenstelling en werkwijze van het onderzoeksteam zullen in hoge mate de praktische opbrengst van het onderzoek bepalen.

2 verzorging van het wiskundeonderwijs

De verzorging van het onderwijs beoogt een optimalisering van de kwaliteit ervan. In de meeste gevallen betreft dit een reorganisatie van de beschikbare kennis van vakinhouden, onderwijskundige inzichten en vormgeving van het onderwijs. Daarnaast komt het voor, dat zich fundamentele veranderingen aandienen. De hiervoor noodzakelijke know-how moet dan mede ontwikkeld worden.
Dit onderscheid tussen reorganisatie *en* fundamentele verandering *is voor een helder inzicht in de mogelijkheden van de verzorging van het wiskundeonderwijs van uitermate groot belang.*
Zo is de vraag naar een verbetering van de oefenvormen in het rekenonderwijs van totaal andere aard dan de vraag naar de didaktische mogelijkheden van de mikro-elektronische apparatuur voor het wiskundeonderwijs.

struktuur van de verzorging

Met het zojuist genoemde onderscheid hebben alle komponenten van de verzorgingsstruktuur te maken.
De initiële opleidingen nemen kennis van het geëigende onderwijs-materiaal voor een bepaald type onderwijs, en van de achterliggende ideeën. Hiermee kan het vakdidaktische onderwijs gevuld worden. (Soms is daarvoor onderzoek noodzakelijk).
Dergelijke vakdidaktische doordenkingen kunnen aanleiding zijn tot het herstruktureren van het onderwijs, of tot het maken van nieuwe onderwijsleerpakketten.
Zijn evenwel fundamenteel nieuwe inzichten ontwikkeld, dan zijn de mogelijkheden van de initiële opleidingsinstituten niet zonder meer toereikend om de leraren in dit opzicht op te leiden. Hetzelfde geldt voor de instituties van nascholing, begeleiding en leerplanontwikkeling.

leerplanontwikkeling en onderzoekspunten

We zullen alleen het laatstgenoemde nog wat nader toelichten, omdat het genoemde onderscheid vooral voor de leerplanontwikkeling van wezenlijk belang is.
Leerplanontwikkelaars die aan direkte behoeften in het onderwijsveld willen voldoen, en begeleidingsteams en schoolteams die samen werkplannen ontwikkelen, kunnen niet verder gaan dan de beschikbare kennis en materialen. Werkt men echter aan de grenzen van de kennis, probeert men die grenzen te verleggen, dan is een fundamentele aanpak en kontinue aandacht vanuit een totaalvisie noodzakelijk. Aldus worden de mogelijkheden van de genoemde ontwikkelteams overschreden. Want ook de professionele leerplanontwikkelaar behoeft en verdient ondersteuning als het gaat om de tweede kategorie van ontwikke-lingswerk, dus daar waar het fundamentele veranderingen betreft.
Deze steun nu kan gegeven worden vanuit gegevens van o.m. konstruerend onderzoek dat plaatsvindt binnen het kader van een totaalvisie op wiskundeonderwijs. De laatste toevoeging is van belang, wil men de geïsoleerdheid van de verschillende onderzoeken doorbreken door een konceptie omtrent het geheel van samenhangende aandachtspunten, waarvan in het voorgaande voorbeelden genoemd werden.
Leerplanontwikkelaars die zich zodoende van de grenzen van hun werk bewust zijn en die kwalitatief hoogstaand werk willen leveren, zullen vele belangwekkende en relevante onderzoekspunten in hun werkterrein kunnen signaleren. Wat het wiskundeonderwijs aangaat, zijn door het onderwijsontwikkelingswerk van het *iowo* vele van dergelijke onderzoekspunten geïdentificeerd en aangepakt.

3 leerplan-ontwikkeling

Na de voorgaande beschouwing over de karakteristieke trekken van het wiskundeonderwijs in het algemeen en de aandachtspunten voor de verzorging van dat onderwijs – en daarmee terloops ook iets over onderzoek – zullen we ons thans in het bizonder richten op het werk van het iowo. *Dat wil zeggen: eerst zal wat gezegd worden over het leerplanontwikkelingswerk dat door* cmlw *en* iowo *verricht werd.*

cmlw

In de jaren zestig werd de sterk leerstofgerichte 'veranderingsdruk' in nederland opgevangen door de nauw met universiteit en onderwijsveld verbonden *c*ommissie *m*odernisering *l*eerplan *w*iskunde (*cmlw*).[1])
Niet het scheppen van leerstof kreeg prioriteit, maar de heroriëntering van leraren kwam op het eerste plan. Dit met het tweeledige doel om zowel informatie naar het onderwijsveld door te geven, alsook om respons uit dit veld te bundelen. Het gevolg was dat de 'modernisering' zich weliswaar betrekkelijk langzaam, maar dan ook zonder tegenslagen voltrok.
Eén voorbehoud dient hier gemaakt te worden. Toen de introduktie van nieuwe leerplannen aan de invoering van de mammoetwet werd gekoppeld, moest de *cmlw* overstag gaan. Er diende een programma gepresenteerd te worden, maar de *cmlw* was niet voldoende toegerust om voor een zinvolle invulling ervan te zorgen. Vooral het *mavo*-leerplan moest het ontgelden: het werd een zwak aftreksel van het *vwo*-programma. En het *lbo* bleef zelfs geheel in de kou staan.
Het is dan ook niet toevallig dat het *i*nstituut voor *o*ntwikkeling van het *w*iskunde *o*nderwijs in het begin van de jaren zeventig de beslissing nam – met goedkeuring van de *cmlw* – de aandacht en mankracht vooral op het misdeelde *lbo* te koncentreren.
Trouwens, ook de twee andere aandachtsgebieden van het *iowo*, namelijk die voor basisonderwijs en voor computerkunde, vinden hun oorsprong in de speciale bemoeienissen van de *cmlw* uit de jaren zestig.

iowo

In het voorgaande zijn reeds terloops de drie afdelingen van het in 1971 opgerichte *iowo* aangeduid, te weten: wiskobas voor het basisonderwijs, wiskivon voor het voortgezet onderwijs en het onderwijscomputercentrum ten dienste van *avo* en beroepsonderwijs, met aan alle drie sektoren het opleidings- en nascholingsonderwijs gekoppeld.
De leerplanontwikkeling van *wiskobas* mondde in 1975 uit in een overzicht van een voorbeeldwerkplan voor wiskundeonderwijs op de basisschool, in modellen voor heroriënteringskursussen en in een werkplan voor de pedagogische akademie.
Tevens werd in de periode 1975-1980 een reeks van tien leerplan-publikaties uitgegeven, welke uiteenlopende onderdelen van het werkplan betroffen, zoals deelleergangen, tema's en projekten. Deze reeks is nog niet afgesloten en zal in principe ook niet door het *iowo* afgemaakt kunnen worden, omdat ze voor een deel produkten bevat die het resultaat zijn van leerplanontwikkelingswerk dat op zeer korte termijn door de *slo* overgenomen moet worden.
Het leerplanontwikkelingswerk van *wiskivon* is nog in volle gang. Het wordt gerealiseerd in het gansstraatprojekt – thans een samenwerkings-projekt *iowo-slo* – zo genoemd naar de *mavo-leao*-school die tot voor kort in de gansstraat te utrecht gevestigd was. De uitkomsten van het ontwikkelingswerk worden gepubliceerd in de vorm van onderwijs-leerpakketten en in artikelen in de wiskrant.
Het *onderwijscomputercentrum* verricht leerplanontwikkelingswerk en verleent daarnaast service aan 254 scholen. Thans staat een keur van leerboeken, leermiddelen, schrapkaarten en mogelijkheden tot computerverwerking voor verschillende onderwijssektoren ter beschikking.
Tot zover dit globale overzicht van het leerplanontwikkelingswerk van het *iowo*.

4 onderzoek

Het onderzoekswerk van het iowo *ontstaat daar waar het leerplanontwikkelingswerk niet van toepassing of niet toereikend is. Het betreft onderwerpen die relevant en gewichtig zijn, en het richt zich in principe op alle mogelijke aspekten van het onderwijs en het onderwijzen.*
De onderzoekspunten zijn hieronder in chronologische volgorde opgesomd. Er zou echter ook een andere indeling gemaakt kunnen worden, zoals bijvoorbeeld een kategorisering naar de gebieden waarop het onderzoek betrekking heeft, te weten: aansluitingsproblematiek,

'uitlijning' van bepaalde leergebieden, voorwaardenonderzoek in verband met overdracht, etc. Ook zou een indeling naar de aard van het onderzoek mogelijk zijn, zoals: registrerend onderzoek, evaluerend onderzoek, konstruerend onderzoek, e.d. En zo zijn er nog andere gezichtspunten volgens welke onderzoek gekarakteriseerd kan worden. Wij volstaan hier echter met een korte inhoudelijke typering van de afgesloten, lopende en nieuwe onderzoekspunten.

4.1 afgesloten onderzoek

Het reeds afgesloten onderzoek betreft:
- de doelbeschrijvingsproblematiek;
- de analyse van reken/wiskundemetoden voor de basisschool;
- de didaktische aangrijpingspunten voor onderwijsleerprocessen.

4.1.1 doelstellingen

Het onderzoek over doelstellingen van het wiskundeonderwijs op de basisschool en de wijze waarop konkrete doelstellingen geformuleerd zouden moeten worden, kwam voort uit de steeds weerkerende vragen die daaromtrent door docenten, begeleiders en – in mindere mate – onderwijsgevenden werden gesteld.
De gangbare doelformuleringen waren naar de mening van de *iowo*-groep ontoereikend om de beoogde doelen te beschrijven. En aangezien deze problematiek van groot gewicht was voor de presentatie en beschrijving van de ontwikkelde spullen, werd besloten een onderzoek in te stellen naar de mogelijkheden om tot een verantwoorde alternatieve beschrijvingswijze te komen. De opbrengst van dit onderzoek was een nieuwe doelbeschrijvingswijze, gevat in de sfeer van het onderwijs, of anders gezegd: een beschrijving die dicht bij het onderwijs aansloot en niet geplaatst werd in de abstrakte schema's van de gangbare doelformuleringen.[2])

4.1.2 reken/ wiskundemetoden

Het onderzoek van de reken/wiskundemetoden en ander leermateriaal voor de basisschool geschiedde evenmin volgens de gebruikelijke metode van het analyseren via vooropgezette schema's, waarin de komponenten van het onderwijsleerproces uiteengelegd worden. Ook hier werd – evenals bij de doelbeschrijving – een totaalaanpak gevolgd, volgens welke het materiaal als geheel diepgaand op een hoeveelheid grote lijnen en detailpunten geanalyseerd werd. Tevens werden praktijkervaringen met de betreffende boeken en materialen opgetekend. Vervolgens werd het resultaat van de analyse door een groep deskundigen – waaronder de schrijversgroepen en materiaalontwerpers zelf – doorgelicht en bekommentarieerd.[3])
In het veld van de onderwijspraktijk blijkt grote belangstelling voor de uitkomsten van dit onderzoek te bestaan. Niet te verwonderen, als we bedenken dat er diverse reken/wiskundemetoden zijn die inhoudelijk soms sterk verschillen en die een goed overzicht en een verantwoorde keuze bemoeilijken.

4.1.3 didaktische aangrijpingspunten

Het onderzoek over de didaktische aangrijpingspunten kwam voort uit de behoefte om de docenten, mentoren en studenten van de pedagogische akademies didaktische aangrijpingspunten te verschaffen voor het onderwijzen met het door wiskobas ontwikkelde materiaal. Deze aangrijpingspunten zouden enerzijds kunnen dienen om de aandacht te vestigen op de belangrijkste aspekten van het leren en onderwijzen, en anderzijds om het te geven of gegeven onderwijs bespreekbaar te maken.
Observaties en analysen van lessen en van verslagen van studenten leidden tot tien punten, die richtinggevend bleken te kunnen zijn voor het onderwijzen en leren van betrekkelijk kleine 'leerstofeenheden', of juister gezegd: voor betrekkelijk kortdurende onderwijsleerprocessen.[4])
Ook voor de opbrengst van dit onderzoek blijkt grote belangstelling te bestaan bij de 'gebruikers', i.c. de docenten aan pedagogische akademies en de wijdere kring van opleiders. En ook hier is dit weer niet

te verwonderen, want het onderzoek is direkt toegesneden op de praktijk van het opleidingsonderwijs.

4.1.4 voorbeeld van een design

Aansluitend op het laatstgenoemde onderzoek maken we nog enkele opmerkingen over een onderzoeksdesign. Dit doende kunnen we namelijk een verbinding leggen tussen paragraaf **4** van de nota en hetgeen in de eerste paragrafen gesteld is. Tevens kan zo'n design dienen om een beter zicht te geven op de algemene kenmerken van het *iowo*-onderzoek, welke in paragraaf **5** opgesomd worden. Nog één opmerking vooraf: het betreffende *pa*-onderzoek kan zeker niet model gezet worden voor de andere *iowo*-onderzoeken. Wel geeft het een impressie van een mogelijke aanpak en daarmee een indruk van het 'karakter' van dergelijk onderzoek.
We geven nu een korte schets van een onderzoeksdesign, dat gebaseerd is op het genoemde *pa*-onderzoek.
Daar het betreffende onderzoek dienstbaar is aan de verzorging van het wiskundeonderwijs, ligt het voor de hand dat voorafgaand aan het onderzoek heeft plaatsgevonden: wiskundeonderwijs, wiskundedidaktiekonderwijs, nascholingsonderwijs aan wiskundeleraren, begeleiding van wiskundeleraren of leerplanontwikkeling voor wiskunde. Daarbinnen is een probleem gesignaleerd, dat wellicht als eerste onderzoeksaktiviteit nader geïdentificeerd dient te worden.
In een volgende heuristische fase werkt de onderzoeker met zelf-gekonstrueerd of uit de vorige fase beschikbaar gekomen materiaal in de onderwijsleersituatie. Onderwijzen, registreren en analyseren gebeurt dan in de ontdekkingskontekst. Een open opstelling ten opzichte van betrokken en belangstellende onderwijsgevenden kan hier om onderzoekstechnische en pragmatische redenen gewenst zijn.
Hier schuilt mogelijk een gevaar voor dit soort onderzoek – vanuit wetenschappelijk standpunt bekeken. De moeilijke standpuntbepaling tussen 'distantie en deelname' krijgt namelijk een ekstra dimensie: 'teorievormend of ad hoc praktijkgericht'.
Hoe het ook zij, na de verwerking van de gegevens treedt een nieuwe fase in, die van de presentatie. Niet alleen een mogelijke oplossing voor het probleem, maar ook een verantwoording ervan dient gepubliceerd te worden. Dit geschiedt in eerste instantie voor de gebruikers, en de verantwoording geschiedt daarom voorlopig op basis van interne argumenten (relatie met filosofie van het wiskundeonderwijs, metodologische notities, e.d.). Hiernaast moeten ook argumenten gegeven kunnen worden die het onderzoeksresultaat een eksterne validiteit verlenen (anderen, die niet zo nauw betrokken zijn, moeten er iets aan hebben en dezelfde onderwijsresultaten kunnen behalen).
Dit stelt niet alleen eisen aan de wijze van presentatie (tenminste kontekstgebonden, wellicht in konferentie- of kursusvorm), maar vraagt ook om vervolgonderzoek met betrekking tot de respons vanuit de praktijk.
Interne en eksterne argumenten, op deze wijze verzameld, vormen een basis voor verantwoording. Publikatie in de vakliteratuur – in dit geval tijdschriften – levert een konfrontatie met een maatschappelijk en, ten aanzien van onderdelen, een wetenschappelijk forum. Indien door het onderzoek teorievorming heeft plaatsgevonden, dan zou het 'wetenschappelijk forum' direkter en uitvoeriger in de presentatiefase betrokken dienen te zijn.
Een belangrijk forum, waaraan het onderzoek van meet af aan en meer frekwent dient te worden voorgelegd, is het onderzoeksteam waarvan de onderzoeker deel uitmaakt. Vooral in de teambesprekingen krijgt de onderzoeker gelegenheid om distantie te nemen en aan teorievorming te doen. Op deze manier draagt onderzoek bij aan het leerproces van het team en kan elk onderzoek geplaatst worden vanuit de achterliggende visie op wiskundeonderwijs.
Onderzoek voor wiskundeonderwijs behoeft teamwork – dat zal uit het voorgaande duidelijk zijn. Door de juiste samenstelling van het onderzoeksteam kan gewerkt worden vanuit een totaalvisie op wiskundeonderwijs, kan kontinuïteit gegarandeerd worden, kunnen

kleuteronderwijs – voor zover nodig – door te trekken naar de lagere school.

4.3 nieuwe onderzoekspunten

De belangrijkste aandachtsgebieden die op korte termijn om onderzoek zullen vragen, zijn:
- de leergebieden van bijvoorbeeld meetkundige aktiviteiten, van kansrekening en statistiek, van het aanvankelijk getalbegrip en van onderwerpen als differentiaal- en integraalrekening, en de toepassingen van de wiskunde in andere vakken;
- de differentiatieproblematiek in verband met fundamenteel nieuw materiaal;
- de plaats en betekenis van zakrekenmachientjes en mikrocomputers in het wiskundeonderwijs, of algemener: de gehele automatiseringsproblematiek;
- en tenslotte noemen we nog moeilijk te kategoriseren onderwerpen als: het voortgaande onderzoek met betrekking tot reken/wiskundemetoden voor basisonderwijs en voortgezet onderwijs, de problematiek van de kinderen met leer- en opvoedingsmoeilijkheden (*lom*-scholen) en de 'afhakers' in het voortgezet onderwijs, en onderzoek met betrekking tot nivo's van werkplanontwikkeling.

4.3.1 leergebieden

Enorm veel materiaal is ontwikkeld en getoetst voor *meetkundige aktiviteiten* vanuit de kleuterschool tot ver in het voortgezet onderwijs. Om dit op één lijn te brengen, is onderzoek vereist – zowel van teoretische als van eksperimentele aard – naar de onderlinge samenhang van die stukken meetkundeonderwijs in logisch, fenomenologisch en didaktisch opzicht.
Ook is veel ontwikkelwerk verricht op het terrein van de *kansrekening en statistiek* waarvoor hetzelfde geldt, namelijk: onderzoek is nodig om het 'uit te lijnen'.
Het *getalbegrip* is een geliefkoosd onderwerp van psychologisch en onderwijskundig onderzoek. Ontzaglijk veel werk op dit gebied is verricht, maar in de meeste gevallen is dit werk, onderwijskundig gezien, van geringe betekenis – dit mede ten gevolge van een tekort aan wiskundig-didaktische inbreng. Het materiaal voor een onderwijskundig relevant onderzoek naar de genese van het getalbegrip ligt voor het grijpen in het ontwikkelde *iowo*-materiaal en de ervaringen ermee.
Het leerplanontwikkelingswerk voor de *bovenbouw van het avo* bleef tot dusverre ongenoemd. Als uitvloeisel nu van dit werk komen nieuwe onderzoekspunten naar voren, die evenals in de eerderbeschreven onderwijsgebieden voor een deel samenhangen met de vertikale planning van de leerstof, c.q. de langlopende leerprocessen, zoals bijvoorbeeld: *eksponentiële groei, differentiaal- en integraalrekening*.
Daarnaast is er het eerdergenoemde *kontekstprobleem*. De zogenoemde rijke kontekst dient ter motivatie van de leerling, maar ook als medium voor de leerplanontwikkeling om mogelijke leerprocessen te stimuleren en te ontdekken. Hoe moet een rijke kontekst gestruktureerd zijn om bij te dragen aan een op toepasbaarheid gerichte attitude van de lerende?[8])

4.3.2 differentiatie

De differentiatieproblematiek vormt op zich een kategorie van onderzoeksproblemen.
Voor het basisonderwijs is het meest in het oog springend, op welke wijze fundamenteel nieuw materiaal van wiskundeonderwijs – waaronder het wiskobasmateriaal – in twee- en driemansscholen en in bijvoorbeeld het onderwijs in stamgroepen van Jenaplanscholen gebruikt zou kunnen worden. Hierbij gaat het dus niet om de differentiatieproblematiek in haar algemeenheid, maar om differentiatie binnen bepaalde onderwijsorganisatievormen, i.c. die van heterogene groepen. Een dergelijk onderzoek zou nader uitgesplitst moeten worden in bijvoorbeeld het onderwijzen met deelleergangen, het oefenen, en het werken met tema's en projekten.[9])

Deze differentiatieproblematiek geldt evenzeer voor het voortgezet onderwijs, zij het dan op een wat andere wijze.
Allereerst is zij van toepassing op makronivo tussen de verschillende schooltypen op zich. Hoe kunnen bepaalde fundamenteel nieuwe materialen toegesneden worden op de verschillende schooltypen?
En ten tweede geldt de differentiatieproblematiek onverkort op mikronivo, daar waar binnen heterogene groepen gewerkt wordt en waarin de potentiële *vwo*-leerling samenwerkt met de toekomstige *lbo*-leerling.
Ook hier kan deze problematiek per onderwijsstuk aangepakt worden, i.c. voor deelleergangen, problemen , tema's en projekten.

4.3.3 automatisering

De plaats en betekenis van de zakrekenmachine is nog niet geheel duidelijk. Dat wil zeggen: van de zakrekenmachine als didaktisch middel, want de gebruiksmogelijkheid als reken- en als kontrôle-apparaat staat wel vast. Ook is gebleken dat bepaalde belangwekkende onderwerpen die vroeger te veel rekentijd vergden, zoals bijvoorbeeld eksponentiële groeiproblemen, thans op een geheel nieuwe wijze geïntroduceerd kunnen worden.
En zo zijn meerdere nieuwe didaktische aspekten te noemen. Een breder en diepgaander onderzoek zou echter nodig zijn om het geheel van de didaktische mogelijkheden van de rekendoosjes te leren kennen. Ook de mikrocomputer is in opmars en binnen enkele jaren evenmin uit de school te weren als de balpen en het rekendoosje. Zoals in de jaren zestig en zeventig de *cmlw* en het *iowo* zowel de overhaaste leerstofverandering, de onverantwoorde invoering van reken/wiskundemetoden, alsook de onjuiste investering in ondeugdelijke computers voor een belangrijk deel hebben weten te bezweren, zo zal het ook nu zaak zijn om ten aanzien van de mikrocomputer snel te handelen en voortvarend te onderzoeken hoe de verschillende merken zijn aan te passen bij de huidige onderwijskundige eisen en op welke wijze het mediumprobleem is op te lossen.
Algemeen geldt dat de kwestie van de automatisering als maatschappelijk probleem en de implikaties ervan voor het wiskundeonderwijs nader onderzocht zou moeten worden door het bedoelde onderzoeksinstituut in samenwerking met het onderwijscomputercentrum.
Tenslotte vermelden we nog eens apart de aansluitingsproblematiek *ko-bo, bo-vo, vwo-wo*, als apart onderzoekspunt.

4.3.4 restkategorie

De restkategorie bevat geen restjes van onderzoek, maar veeleer onderzoekspunten die voortdurend in het oog gehouden moeten worden, zoals het onderzoek van reken/wiskundemetoden en de 'afhakers'-problematiek. Ten dele is dit onderzoek reeds aangevat, voor een ander deel echter nog niet, zoals bijvoorbeeld het metodenonderzoek in het voortgezet onderwijs en in verband daarmee het onderzoek van de reële nivo's van werkplanontwikkeling door de scholen zélf.

4.4 overzicht

Ziehier een overzicht van verricht, lopend en nog te verrichten onderzoek. We hebben ons beperkt tot de hoofdpunten. Bij nadere beschouwing valt het op dat, naarmate de leerplanontwikkelingsaktiviteiten van het *iowo* voortschrijden, er meer onderzoekspunten opduiken. En wel op die relevante en gewichtige punten waar de leerplanontwikkeling vastliep wegens gebrek aan teoretische kennis, funderende principes en gegevens – dus: de eerdergenoemde problemen van de tweede kategorie. We noemden ter zake o.m. 'zware' onderwerpen als: cijferen, breuken en algebra. Daarnaast zijn er echter ook, wat we zouden kunnen noemen, algemene problemen die om een oplossing vroegen of vragen, zoals: didaktische aangrijpingspunten, aansluitingsproblematiek en differentiatievraagstuk. Tenslotte is er het onderzoek dat op de leerplanontwikkeling volgt, zoals dat van de transfer van het ontwikkelde naar andere situaties, i.c. het voorwaardenonderzoek.

In het volgende onderdeel zal als vervolg op de inhoudelijke beschrijving kort op de formele kenmerken en funkties van het *iowo*-onderzoek worden ingegaan.

5 algemene karakteristiek van het onderzoek

Het onderzoek dat hiervoor aangeduid werd, is moeilijk met behulp van bestaande termen te typeren. Temeer, daar de opvattingen over bijvoorbeeld fundamenteel onderzoek, zuiver onderzoek, toegepast onderzoek, e.d., niet precies dezelfde zijn in de verschillende disciplines.
We willen ons voor een karakteristiek behelpen met termen die in het voorgaande betekenis hebben gekregen.

- Bij nadere beschouwing zal opvallen dat het geschetste onderzoek veelal plaatsvindt in *reële onderwijsleersituaties* en dat het fundamentele verbetering van onderwijsleerprocessen nastreeft.
- Het gaat om zogenoemd *diepteonderzoek*, dus langdurig, kontekstgebonden onderzoek waarin in principe gebruik gemaakt wordt van alle mogelijke technieken.
- Het onderzoek is soms gericht op *teorievorming* of het levert een aanzet of bijdrage daartoe – zij het dat die teorieën niet zozeer algemeen van aard zijn maar een specifiek veld betreffen, dus lokaal van karakter zijn.
- Het onderzoek geschiedt op basis van een bepaalde *visie* op wiskundeonderwijs, welke uitgedrukt wordt in het kredo 'wiskunde als menselijke aktiviteit'.
- De onderzoeken vormen een *gestruktureerd geheel*. Dit betekent dat ze geplaatst zijn in het totaal van het wiskundeonderwijs en vanuit dat totaaloverzicht een bepaalde prioriteit krijgen.
- Samenhangend met het voorgaande: het onderzoek heeft een *simultaan karakter*, wat wil zeggen dat het tegelijkertijd in verschillende sektoren en op verschillende nivo's wordt uitgevoerd, i.c. het onderwijs, de opleiding en de bijscholing (ze zijn vaak van lange duur en dragen een kontinu karakter).
- Het onderzoek is *vakinhoudelijk* bepaald, dus niet uitsluitend gericht op modelontwikkeling.
- De praktische resultaten van het onderzoek – die overigens van vakoverstijgende aard kunnen zijn – worden op een *specifieke wijze gepresenteerd*. Naast de vakwetenschappelijke publikaties zijn er beschrijvingen die direct gericht zijn op de mensen van de onderwijspraktijk en de opleidingsscholen. En niet te vergeten: ook konferenties en werkbijeenkomsten fungeren als onderzoeksforum.
- Het onderzoek levert *voeding* aan verschillende aktiviteiten in de verzorgingsstruktuur, zoals: opleiding, nascholing, begeleiding en leerplanontwikkeling.
- Het onderzoek vindt plaats in een *teamverband*, waarin de verschillende geaardheid en geschakeerdheid van het onderzoek zo optimaal mogelijk wordt weerspiegeld, te weten de praktische ervaring in het onderwijs, de wiskundige know-how, de onderwijskundige kennis, de onderzoeksmatige bekwaamheid en de vakdidaktische kennis.

Van dit handjevol kenmerken zouden we vooral de specifieke *organisatie van het onderzoek* als samenvattend hoofdkenmerk willen aanwijzen.
Internationaal valt vooral het verbrokkelde, diskontinue, 'losse' karakter van het onderzoek op. Er zijn uitstekende onderzoeken te noemen die voortijdig afgebroken zijn of waarvan het noodzakelijke vervolg uitbleef, er zouden echter nog meer irrelevante, oppervlakkige onderzoeken te noemen zijn die geen vervolg verdienden, maar het wel kregen. Eén van de oorzaken nu van de slechte kwaliteit en praktische irrelevantie van veel onderzoek is de gebrekkige organisatie ervan. Organisatie wel te verstaan in de meest brede zin, zoals: passend in een gestruktureerd geheel, uitgevoerd door een deskundig team, betrokken op de onderwijspraktijk, georganiseerde presentatie van de resultaten, etc. De diepere oorzaak van deze gebrekkige organisatie is echter van

onderwijsstrukturele aard, dus van de plaats van het onderzoek in de verzorgingsstruktuur en de financiering ervan.
De laatste opmerking brengt ons bij het *iowo* als onderzoeksinstituut en bij de bemanning ervan.

6 een onderzoeksinstituut

Gezien, wat in het voorgaande gesteld is omtrent de inhoudelijke en formele kenmerken van het door het *iowo* uitgevoerde onderzoek, is het van belang dat de organisatorische opzet van het *iowo* in de toekomst niet wezenlijk wordt aangetast.

afdelingen

We doelen daarbij allereerst op de verschillende afdelingen die onderzoekswerk verrichten voor het totale niet-universitaire onderwijs, namelijk:
- de basisschool (4 – 12);
- het voortgezet onderwijs (12 – 18);
- het opleidingsonderwijs, i.c. de *pabo*, de *nlo*, de *ulo* en de nascholing.

Uitgaande van deze gebieden en in aanmerking nemend de nog lopende en op te zetten onderzoeken, alsmede de daarvoor vereiste bekwaamheden, komen we tot de volgende samenstelling van het onderzoeksteam. (We verwijzen bij de taakomschrijving kort naar wat in het voorgaande beschreven is en beperken ons tot de hoofdzaken).

bemanning en organisatie van het team

Twee medewerkers voor de onderbouw van de basisschool, met als lopende onderzoekstaak de wiskundige wereldoriëntatie in verband met de integratie kleuteronderwijs – lager onderwijs, en als mogelijk toekomstige taak het 'simultane' onderzoek omtrent de didaktische aangrijpingspunten voor (toekomstige) onderwijsgevenden ten behoeve van dit wereldoriënterende wiskundeonderwijs.
Twee medewerkers voor de bovenbouw van de basisschool, met als lopende onderzoekstaken de breuken, de verhoudingen en het cijferen, en als mogelijk toekomstige taak onderzoek inzake de differentiatieproblematiek.
Vier medewerkers voor het *l-mbo* en het *avo*-onderwijs, met als lopende onderzoekstaken de observatie en analysen binnen het genoemde gansstraatprojekt en het algebra-onderwijs, en als mogelijk toekomstige taken de differentatieproblematiek, onderzoek met betrekking tot de 'uitlijning' van leergebieden, en de kwestie van de rekenmachientjes, de mikrocomputer, of meer algemeen: de automatisering (dit laatste in samenwerking met het *oc*).
Twee medewerkers voor het opleidingsonderwijs, i.c. *pabo*'s, *nlo*'s en *ulo*'s, met als lopende onderzoekstaak de didaktische aangrijpingspunten van langlopende leerprocessen, en als mogelijk toekomstige taak 'simultaan' onderzoek voor de opleidingen naar aanleiding van o.m. het eerder aangeduide 'mikro-elektronische' onderzoek.
Daarnaast de volgende drie specialisten met koördinerende taken:
- één wiskundige, die vanuit de wiskunde het onderzoek bewaakt, en zich daarnaast speciaal richt op onderzoek inzake de aansluitingsproblematiek *vwo – wo*;
- één onderwijskundige, c.q. leerpsycholoog, die vanuit zijn vak evenzeer een bewakende funktie heeft en zich daarnaast speciaal richt op de aansluitingsproblematiek *ko – bo*;
- één metodoloog, c.q. deskundige op het gebied van onderzoeksmetoden, met een bewakende funktie en als speciale taak de aansluiting *bo – vo*.

Tenslotte nog twee medewerkers, waarvan:
- één medewerker met een specifieke taak ten aanzien van het toegankelijk maken van het onderzoek, zowel naar het team toe als naar buiten, voor een groter publiek;
- één medewerker met een algemene koördinerende taak.

Deze bemanning en organisatie van het team zijn gebaseerd op de vooronderstelling dat de lopende onderzoekstaken afgemaakt en de opgesomde nieuwe onderzoekspunten opgepakt kunnen worden. Daarbij zijn we tevens uitgegaan van prioriteiten binnen de onderscheiden sektoren. Aldus komen we tot een minimum van samenhangende onderzoeksaktiviteiten die het niet-universitaire onderwijs als geheel omvatten. Dit maakt een zekere kontinuïteit van het onderzoek op het gebied van het wiskundeonderwijs mogelijk. Het laatste is nu een harde noodzaak, wil de reeds gedane arbeid niet voor niets zijn gedaan.

onderzoeksinstituut

Het onderzoeksinstituut zal, naast de vijftien genoemde inhoudelijke medewerkers, een technische personeelsbezetting van negen personen moeten hebben. Het zou juridisch en bestuursmatig onder de supervisie van de *ru* te utrecht moeten ressorteren. Het zou omkleed moeten zijn door een bestuurskollege en een raad van advies. De financiering zou o.m. rechtstreeks vanuit het departement kunnen geschieden.
Wat de konkrete bestuurs- en organisatievorm van het *iowo* aangaat, zal het tripartite overleg tussen departement, universiteit en *iowo* nader uitsluitsel moeten geven.

drie punten tot besluit

Tenslotte nog enkele opmerkingen over een drietal punten die we tot nu toe met opzet ongenoemd lieten, omdat ze niet uitsluitend op eigen initiatief neergezet kunnen worden, te weten de plaats van het onderwijscomputercentrum, de samenwerking *iowo – slo* en de toekomstige ontwikkelingen.

De kwestie van de toekomstige plaats van het *onderwijs-computercentrum* lieten we hier onbesproken en de bemanning ervan werd niet in de vorige opsomming opgenomen. Toch zal in het voorgaande duidelijk geworden zijn dat, mede gezien de toekomstige ontwikkelingen op het gebied van de mikro-elektronika, een nauwe band tussen *iowo* en *oc* voorwaarde is voor omvattend en goed georganiseerd onderzoek in het gebied van het wiskundeonderwijs.

Ook over de *samenwerking iowo – slo* is hier niet gerept. Het is echter evident dat vooral in de periode van overdracht van de leerplanontwikkelingsaktiviteiten, waarin de *slo* wellicht met een nog niet goed ingewerkt team moet opereren, een zorgvuldige afstemming van de aktiviteiten van de genoemde instituties mede voorwaarde is voor de noodzakelijke kontinuïteit van het leerplanontwikkelingswerk. Maar ook na de reallokatieperiode zal er een vorm van koöperatie dienen te zijn.

Het ligt voor de hand om aan te nemen dat het leerplanontwikkelingswerk ten behoeve van het *natuuronderwijs* (natuurkunde, biologie, scheikunde) op een zeker moment op onderzoekspunten stoot. De know-how en werkwijze van het wiskundeteam kan dan in dienst gesteld worden van de betreffende onderzoekers. Dit zou, via een soort participatie- en leerfase, kunnen leiden tot een uitbreiding van het *i*nstituut voor *o*nderzoek voor het *w*iskunde *o*nderwijs tot een *instituut voor onderzoek voor het onderwijs in de* b-*vakken*.
Hierin gaat het niet om integratie van vakken, die in de verzorgende instituties en hopelijk in het onderwijs zelf plaatsvindt, maar om koncentratie van onderzoeks-know-how omtrent fundamentele vakdidaktische kwesties.

Ziehier de schets van een onderzoeksinstituut, dat, naar wij stellig verwachten, evenals het oude *iowo* ten dienste zal kunnen staan van het wiskundeonderwijs in nederland.

instituut ontwikkeling wiskunde onderwijs
utrecht, 15 november 1979

noten

[1]) De commissie *m*odernisering *l*eerplan *w*iskunde werd ingesteld in 1961. Haar taak was oorspronkelijk, de ontwikkeling en eksperimentele toetsing van nieuwe leerplannen, innovatiesteun en heroriëntering van onderwijsgevenden van het toenmalige *vhmo*. Later werd ze uitgebreid tot alle soorten wiskundeonderwijs. Gaandeweg was in de *cmlw* een visie ontstaan, die door het *iowo* bewust werd geformuleerd: ontwikkeling van *onderwijs* in plaats van *leerplan*.

De term onderwijsontwikkeling komt in de naam van het *iowo* tot uitdrukking en is in de onderwijskundige literatuur geïntroduceerd, toen in de jaren zestig de beperktheid van leerplanontwikkeling gesignaleerd werd.
Onderwijsontwikkeling (educational development) wordt uiteengelegd in:
- veranderingssteun (change support);
- leerplanontwikkeling (curriculum development);
- onderzoek (research).

Zie bijvoorbeeld:
Travers, R.M.W. (ed.): *Second Handbook of Research on Teaching*, chicago 1973_2, pag. 251 ev.

[2]) Treffers, A.: *Wiskobas doelgericht. Een metode van doelbeschrijving van het wiskundeonderwijs volgens wiskobas*, diss. utrecht 1978.

[3]) Wiskobasteam: *Overzicht rekenmetoden anno 1979, iowo*-rapportboekje 3, utrecht 1979.

[4]) Goffree, F.: *Leren onderwijzen met wiskobas. Onderwijsontwikkelingsonderzoek 'wiskunde en didaktiek' op de pedagogische akademie*, diss. utrecht 1979.

[5]) Over het cijferen zijn reeds twee boeken van het *iowo* verschenen. In de loop van 1980 zal nog een derde boek verschijnen, en een serie artikelen in enkele wetenschappelijke tijdschriften. Een deel van het eerste onderzoek loopt nog door, namelijk dat van vermenigvuldigen als herhaald optellen.
Zie:
Heege, H. ter: *Testing the maturity for learning the algorithm of multiplication*, in 'Educational Studies in Mathematics', vol 9, 1978, pag. 75-83.
Jong, R. de (ed.): *De abakus. Een belangrijk leermiddel voor het wiskundeonderwijs op de basisschool, iowo*-leerplanpublikatie 6, utrecht 1977.
Treffers, A. (ed.): *Cijferend vermenigvuldigen en delen (1). Overzicht en achtergronden, iowo*-leerplanpublikatie 10, utrecht 1979.

[6]) De eerste artikelen van *iowo*-medewerkers over breuken en verhoudingen zijn mede bedoeld om zowel internationaal als nationaal respons uit te lokken bij wiskundedidaktici en onderwijskundigen.
Zie:
Streefland, L.: *Some observational results concerning the mental constitution of the concept of fraction*, in 'Educational Studies in Mathematics', vol 9, 1978, pag. 51-73.
Streefland, L. *Davydov, Piaget en de breuken*, in 'Pedagogische Studiën', jrg 56, 1979, pag. 289-307.
Brink, J. van den en Streefland, L.: *Young children (6-8) – Ratio and Proportion*, in 'Educational Studies in Mathematics', vol 10, 1979, pag. 403-420.

[7]) Riet, N. van 't en Schoemaker, G.: *Observeren in de Gansstraat (1)*, als bijlage van 'Wiskrant' 19, 1979, pag. 1-16.
In de volgende afleveringen van de wiskrant zullen nieuwe delen gepubliceerd worden. Het ligt in het voornemen om deze delen na verloop van tijd te bundelen tot een boek. Kortom, dezelfde werkwijze is gevolgd als bij de analyse van metoden.

[8]) Lange, J. de: *Contextuele problemen*, in 'Euclides', jrg 55 nr 2, 1979, pag. 50-60.

[9]) Zowel van de kant van kleine scholen als van Jenaplanscholen blijkt grote belangstelling te bestaan voor een dergelijk onderzoek. Hetzelfde geldt voor het voortgezet onderwijs, waar men met heterogene groepen werkt.

achteraf

Staatssekretaris Hermes heeft vastgehouden aan z'n beslissing slechts een onderzoekseenheid(je) van vijf inhoudelijke en drie ondersteunende medewerkers in te stellen,

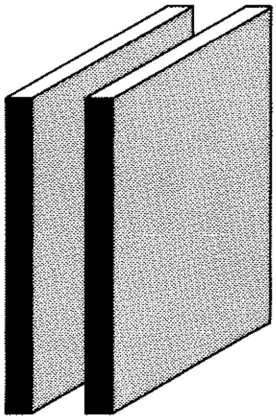
- *ondanks duizenden briefschrijvers uit binnen- en buitenland, die vroegen het* IOWO-*werk te kontinueren;*
- *ondanks de druk die vanuit het breedst denkbare onderwijsveld – wetenschappelijk, praktisch én organisatorisch – op de politiek werd uitgeoefend, een onderzoeksinstituut voor wiskundeonderwijs te vormen 'konform de* IOWO-*nota';*
- *ondanks de grote waardering die óók bij alle politieke partijen bestond voor het* IOWO-*werk.*

Zoals gesteld: deze eenheid zal niet in staat zijn het IOWO-*onderzoek in z'n volle omvang voort te zetten. Daarmee komen beloften die het* IOWO *eerder aan het onderwijsveld heeft gedaan, op de tocht te staan, met alle gevolgen vandien voor bijvoorbeeld:*

- *onderzoek op verschillende leergebieden als breuken, algebra en getalbegrip;*
- *onderzoek ten aanzien van aansluitings-problemen tussen schooltypen;*
- *voortgaand onderzoek betreffende reken/wiskundemetoden (leerboeken);*
- *onderzoek van de automatiseringsproblematiek;*
- *onderzoek ten behoeve van kinderen met leer- en opvoedingsproblemen en 'afhakers'.*

Om alle misverstanden over toekomstige ontwikkelingen uit te sluiten, wilden we deze punten uitdrukkelijk noemen en alle betrokkenen uit de IOWO-*kring meedelen, opdat zij hiervan goede nota kunnen nemen met het oog op de toekomst van het wiskundeonderwijs.*

kolommen



ZON EN MAAN

Misschien heeft u ook de nieuwjaarswens 1980 van het iowo *ontvangen:* 'Kijk in 1980 met het *iowo* naar de maan.'
Hoe vaak kijkt u, kijken uw kinderen, uw leerlingen naar de maan?
Onze televisie-kijkende jeugd is de maan meer vertrouwd als wandelgebied voor astronauten dan als hemellichaam waar je naar tuurt.

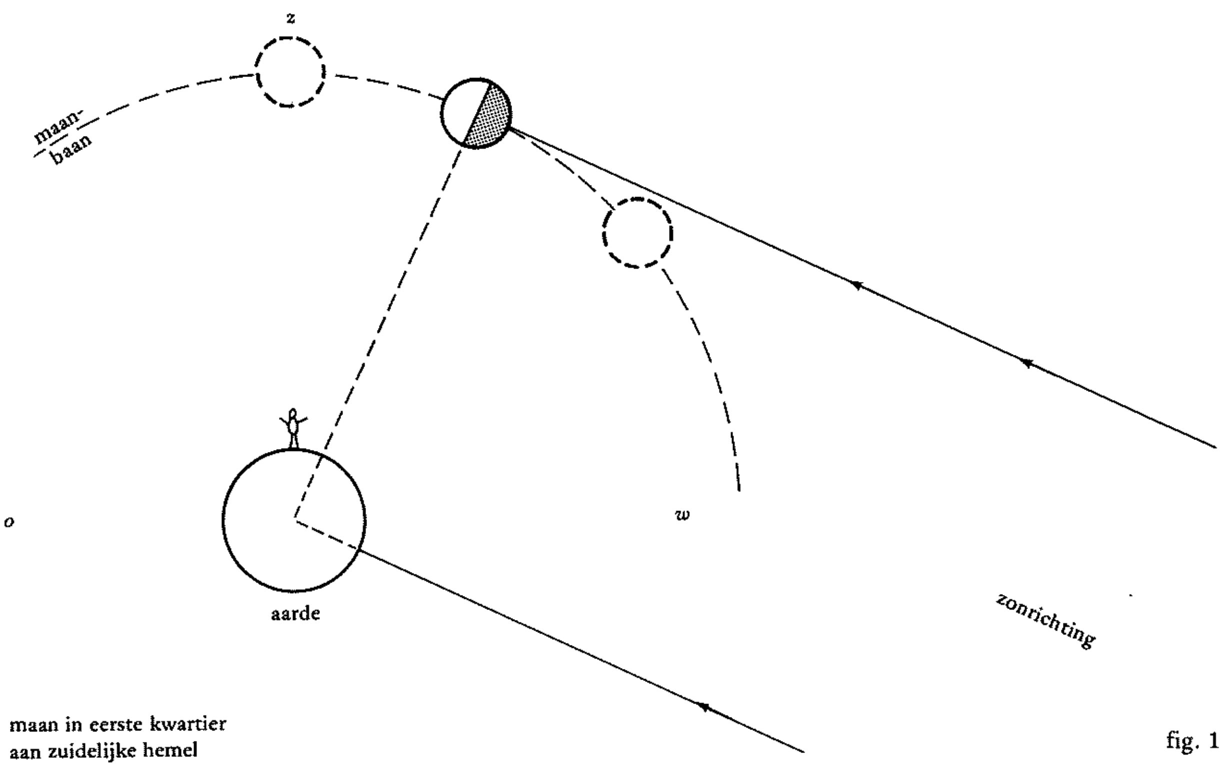
H. FREUDENTHAL

weinig gelegenheid
Veel gelegenheid is er in ons klimaat trouwens niet om de maan te observeren. Woon je in of vlakbij een stad, dan valt er zelfs geen sterrenhemel te bewonderen. Alleen planeten en de helderste sterren kunnen het tegen de stadslichten opnemen. In 1979 heb ik het zevengesternte niet vaker dan drie keer gezien. Om van de melkweg maar geheel te zwijgen. De laatste keer dat ik hem zag, was 's nachts op een kampeerterrein in de bossen van minnesota.
Met de planeten valt het trouwens op het ogenblik ook tegen, maar dit is veeleer een astronomische kwestie. Drie, vier jaar geleden kon je 's avonds Jupiter, Mars en Saturnus tegelijk in de hemel zien en met een aantal heldere avonden in suksessie kon je – in mijn geval – je kleinkinderen demonstreren hoe de maan langs de drie planeten marcheerde. Trouwens, nú pronken er zelfs vier tegelijk, maar na het beduur van je kleinkinderen.

alleen 's nachts
Iowo's nieuwjaarswens was geïnspireerd door de opmerking van een leerling (tweede klas voortgezet onderwijs) dat je de maan alleen maar 's nachts kon zien. U weet uiteraard beter. Misschien bedoelde de leerling de volle maan. Die staat tegenover de zon, gaat op als de zon ondergaat – een verschijnsel dat je in het vrije veld, maar nauwelijks in de stad kunt waarnemen. Maar in zijn eerste en laatste kwartier, dus in een rechte hoek met de zon, kun je de maan aan de zuiderhemel wel degelijk overdag zien, 's namiddags resp. 's voormiddags als de zon laag staat, als naloper resp. voorloper van de zon in de dagelijkse wenteling van het hemelgewelf. (fig. 1) Met zijn heldere zijde naar de zon toegekeerd, want van de zon ontvangt hij zijn licht zoals u weet.

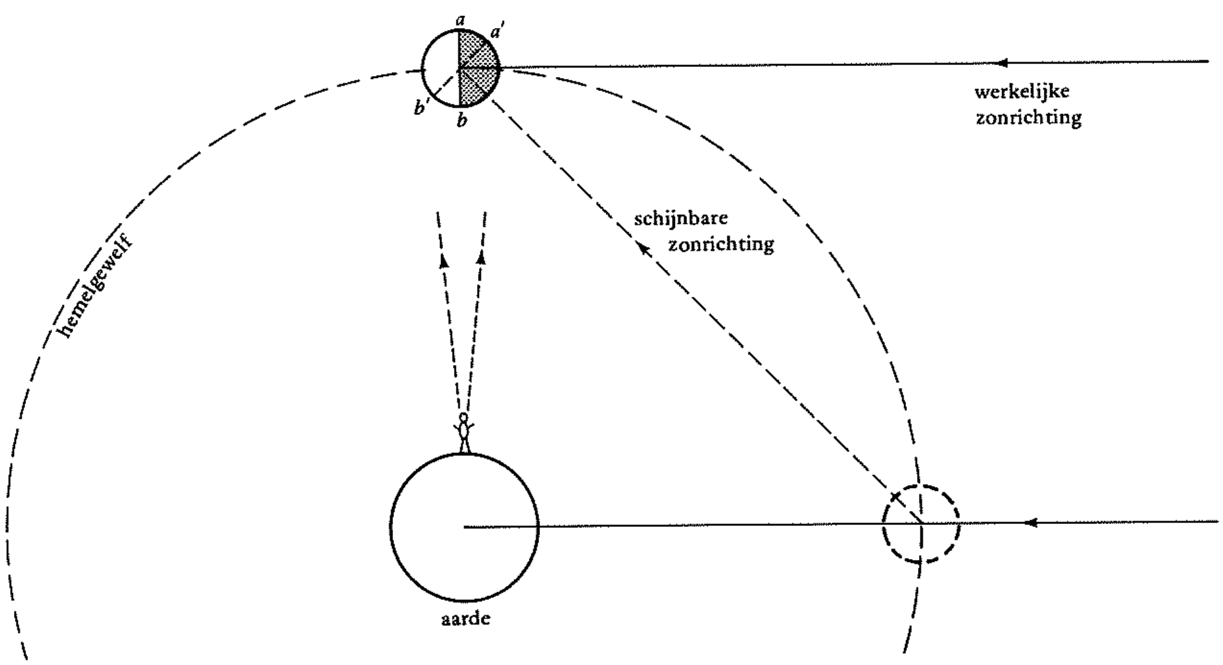
misleiding
Is het u wel eens opgevallen, met zon en maan tegelijk in de hemel, dat de verlichte sikkel niet goed lijkt te zitten en minder gevuld lijkt dan je op het oog verwacht? Het zit toch wel goed. Je laat je misleiden door zon en maan als het ware op de hemelbol te plakken, de ene even ver van de aarde als de ander. (fig. 2)

Dat de zon veel verder van ons afstaat dan de maan, is al vroegtijdig opgemerkt. Wanneer de maan net half verlicht lijkt – het eerste of laatste kwartier – is de hoek tussen zon en maan, vanuit de aarde gezien, haast een rechte, en dat kan alleen als de zon praktisch – vergeleken bij de maan – oneindig ver weg is van de aarde. (fig. 3)



maan in eerste kwartier
aan zuidelijke hemel

fig. 1

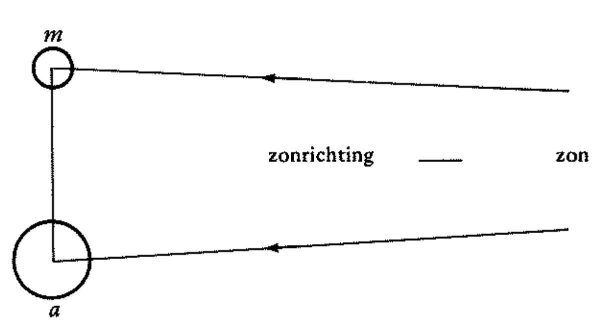


de kijker verwacht *a' b'* te zien, maar ziet *ab*

fig. 2

Aristarchos

Aristarchos van samos (een voorloper van Copernicus wat de heliocentrische opvatting aangaat) heeft in de derde eeuw voor Chr. op die manier de afstanden en afmetingen van zon en maan trachten te berekenen.
Hij schatte de hoek tussen zon en maan op het ogenblik dat de maan half lijkt, op 3° minder dan een rechte hoek. Door uit te rekenen wat je tegenwoordig sin 3° noemt, kwam hij op een afstandsverhouding *am* : *az* tussen de 18 en 20. Aangezien bij een totale zonsver-



$\angle maz = 90° - 3°$

fig. 3

duistering de maan de zon net bedekt, kon hij hieruit konkluderen dat dezelfde verhouding ook gold voor de grootte, dat wil zeggen de middellijnen van zon en maan (fig. 4) – het is een kwestie van gelijkvormige driehoeken.

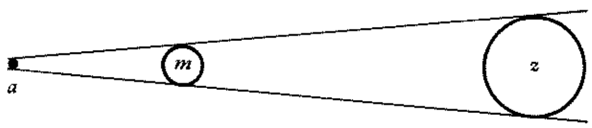


fig. 4

We weten tegenwoordig dat Aristarchos' schatting veel te laag was. In feite is de zon zowat 400 keer zo ver van de aarde als de maan en 400 keer zo groot.
De hoek waar Aristarchos van meende dat hij 3° was, is in feite maar een fraktie van 1°.

vertraging
Daarstraks vertelde ik van enkele jaren geleden, toen je de maan in de loop van de week de diverse planeten kon zien passeren.
Maar met een aantal heldere nachten achter elkaar kun je ook nu opmerken dat de maan, naarmate hij ouder wordt, zich telkens later op dezelfde plaats aan de hemel presenteert – haast een uur vertraging per dag – zoals ook de getijden, door de maan veroorzaakt, met de dag haast een uur verlaat zijn.
De aarde wentelt om zijn as en de maan wentelt om de aarde. (fig. 5)

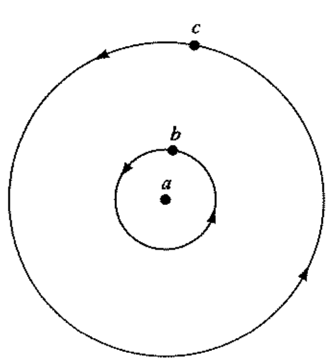
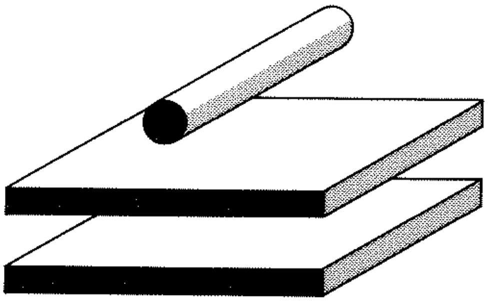


fig. 5

Stel *a* is het middelpunt van de aarde. Op de oppervlakte van de aarde zittende, beschrijf je in een etmaal de cirkel met straal *ab*.
De maan doet het minder snel. Hij heeft er een maand (een maan-maand) voor nodig. Maar als je volgens je klok een etmaal om *a* hebt rondgedraaid, is de maan toch al een stuk opgeschoten. Je moet hem nog inhalen, en dit feit formuleer je zó, dat de maan te laat is. Hoeveel? Zoveel dat het in een hele maanmaand één etmaal scheelt, in $29\frac{1}{2}$ dag 24 uur, dus gemiddeld 49 minuten per dag.

wiskunst

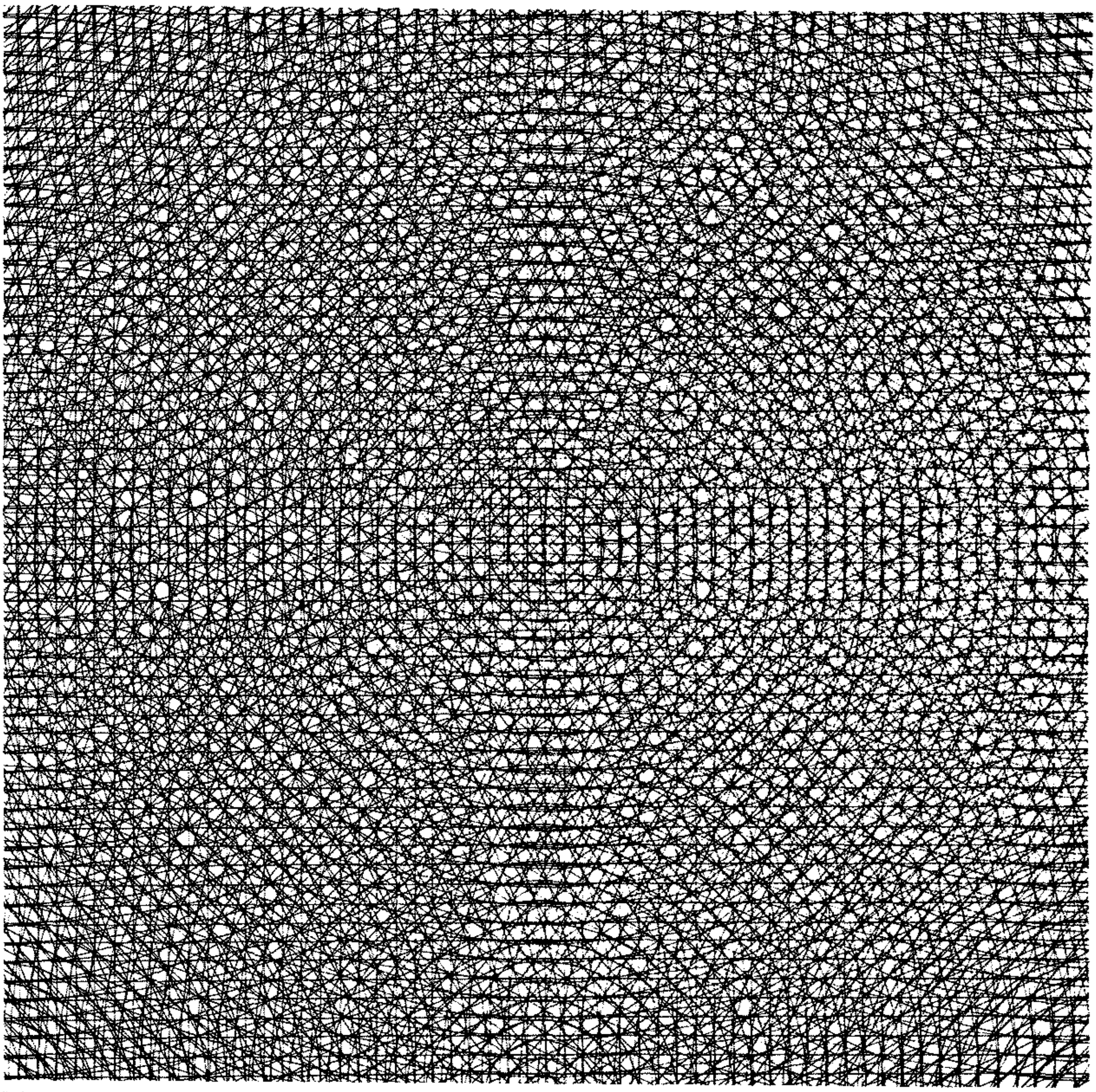


NOT INTERESTED IN MATHEMATICS

Nog eens kom ik terug op een geliefd tema, namelijk: wij zeggen 'wat een mooie wiskundige kunst', terwijl de kunstenaar beter weet! Vandaag is Sol LeWitt aan de beurt. Lucy R. Lippard schrijft over hem:

'Intuïtief werkt hij ideeën uit, waarvoor natuurwetenschappen, wiskunde en wijsbegeerte al meer gecompliceerde kaders hebben aangedragen, maar als kunstwerk kan de handvaardige gecompliceerdheid van zijn proces een emotionele communicatie te werk stellen, die bij andere disciplines niet bereikt kan worden.'
'Hij representeert de intuïtieve kant van het wiskundige denken, door ordening op te bouwen en deze vervolgens door groei te verstoren, zonder daarbij tevoren te weten wat het resultaat van zijn inval is.'

F. VAN DER BLIJ



Sol LeWitt: Arcs from corners & sides, circles & grids, 1972

fig. 1

begin: amsterdam

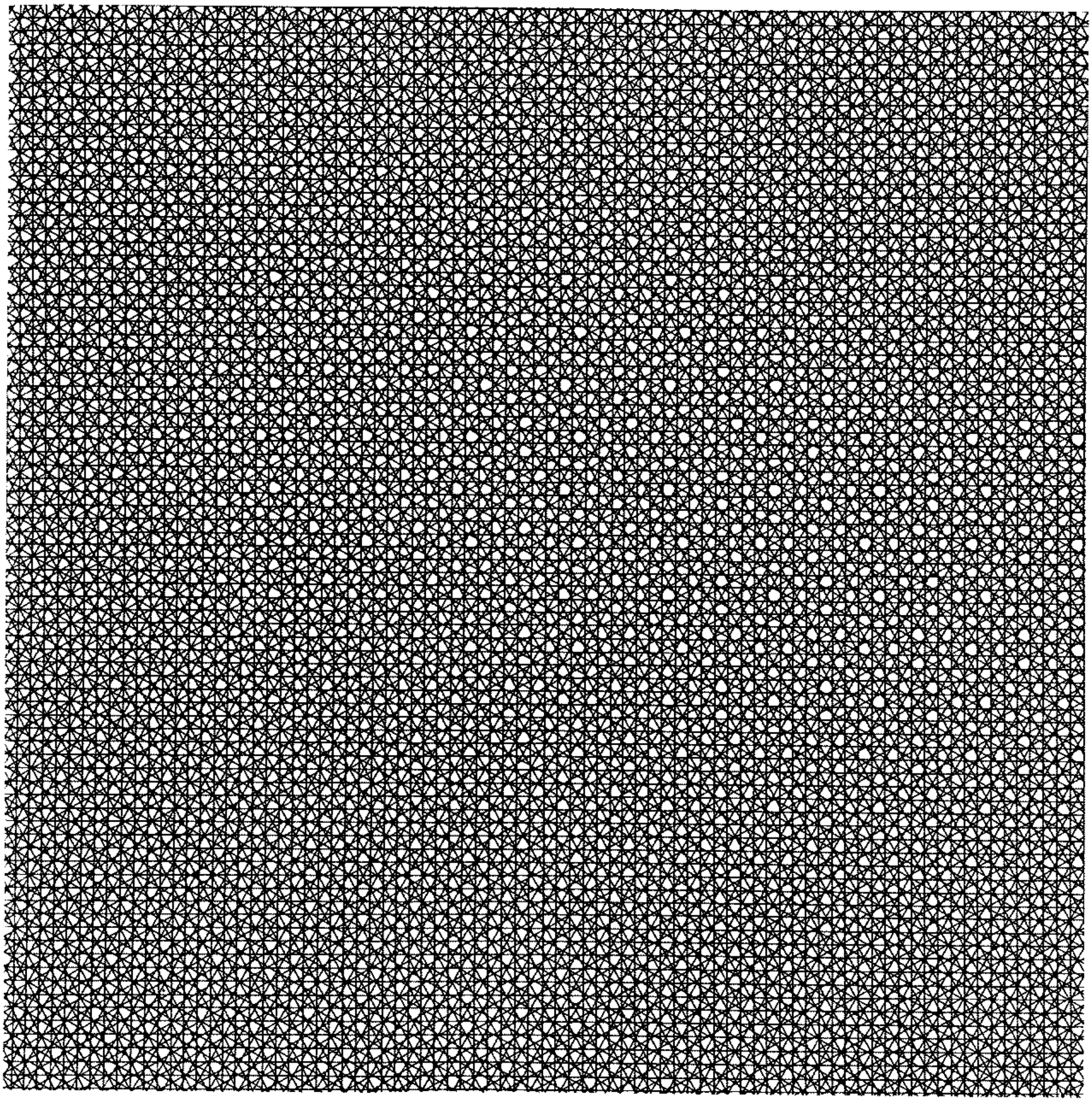
Laten we ordelijk beginnen. Waar ontstaat het spoor? Een eenvoudig vouwblad bij een tentoonstelling in het amsterdamse stedelijk museum (29 november '74 – 26 januari '75) wees mij de weg.
Afbeelding 13 van deze folder (zie fig. 1) deed mij denken aan werk van Morellet uit oude tijden. Maar het verschil in de titels had u zelf kunnen vinden.
Bij Morellet (fig. 2) alléén rechte lijnen. Kijk er maar vlak langs! Bij Sol LeWitt ziet u cirkels in de ogenschijnlijke wirwar.

Ook het druksel *'Double composite'* (1971) (fig. 4) trok mijn aandacht, of beter nog: een kleurenvariant van dit werk.

Ik mis nu eenmaal kleur in het *'Wiskobas-Bulletin'*. Wellicht zal ik straks het hele bulletin moeten missen.
De kleuren zou ik pastelachtig noemen, met zeer subtiele nuances. Is het houtnerf? Is het een weefsel? Ik heb meer werk gezien in deze techniek. Er zit systeem in, maar het roept een emotionele kommunikatie met mij in het leven.

minimal art en conceptual art

Sol LeWitt wordt ingedeeld in hokjes als *minimal art* en *conceptual art*. Misschien zullen echter minimal en conceptual verdwijnen en zal Sol LeWitt blijven.



François Morellet: 4 doppelte Raster, 0°, 22,5°, 45°, 67,5°, 1958 fig. 2

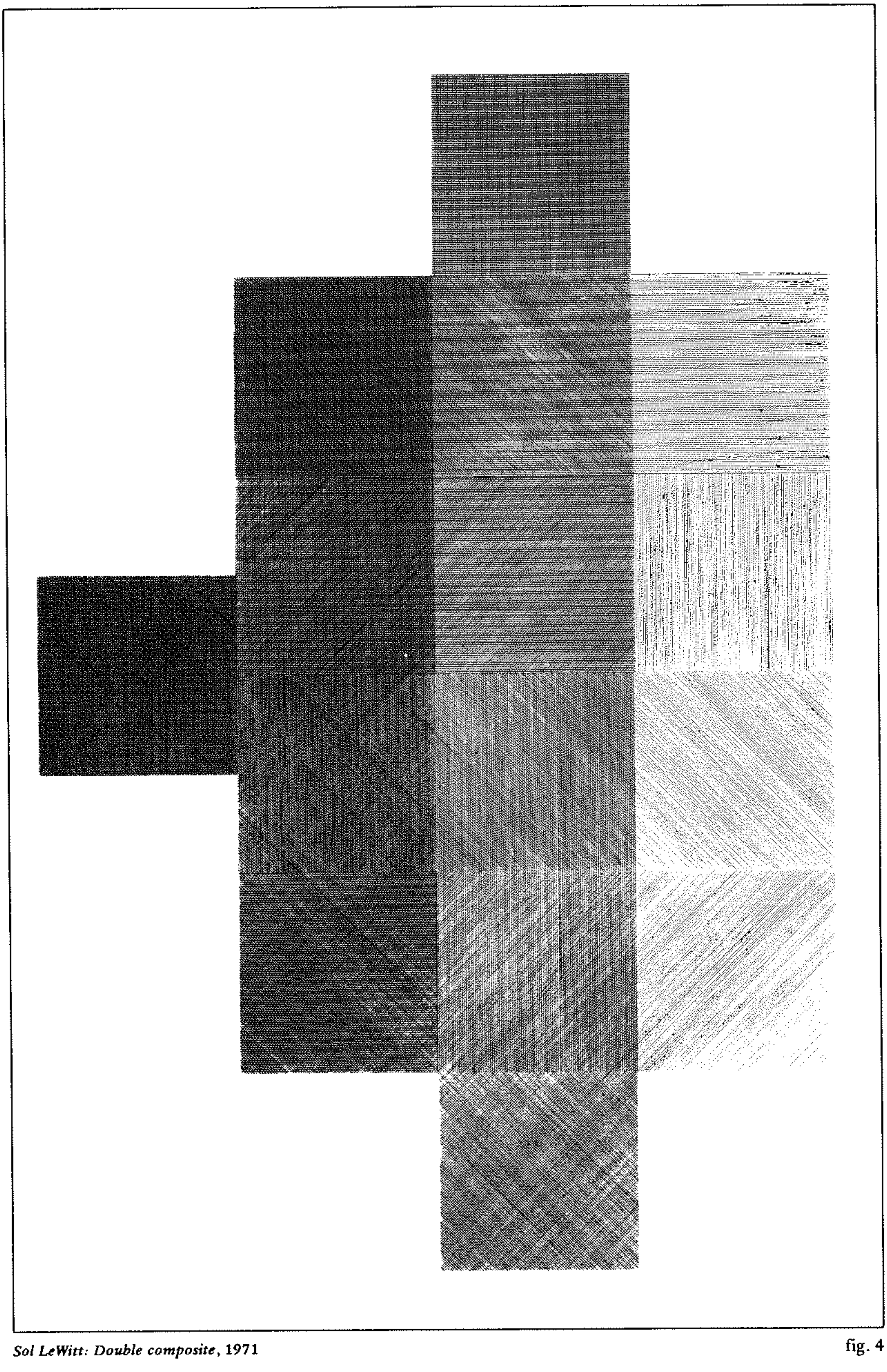
Weet u overigens nog wat conceptual art is? Het voorstel om een reis naar de noordpool te maken teneinde aldaar de aardas te gaan smeren. Siah Armajani ontwerpt: *'A number between 2 and 3'* (computer 1970). Eén zin erúit:

'The infinity of all numbers is as large as the infinity of even numbers.'

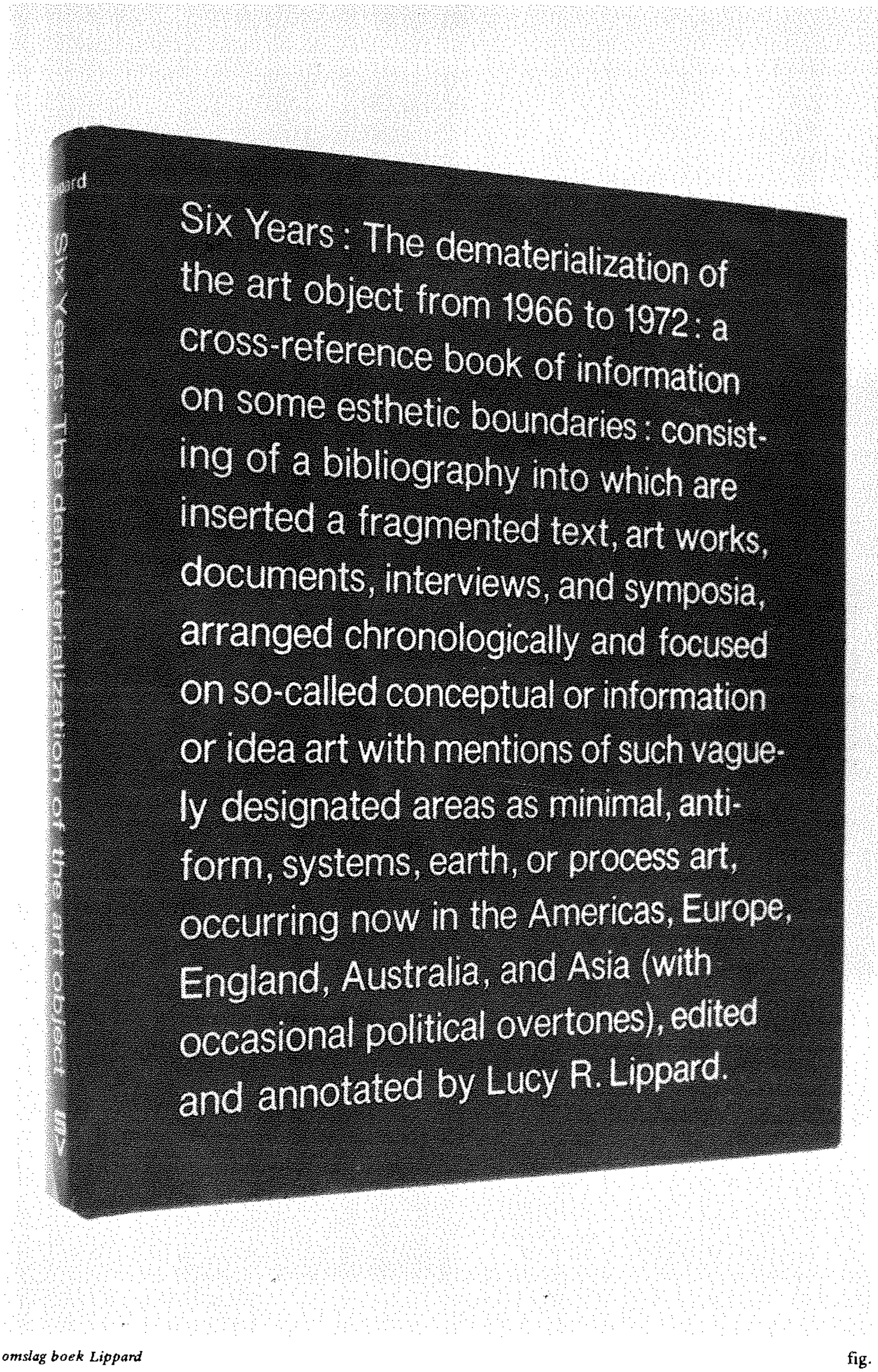
1 2 3 4 5 ......
↕ ↕ ↕ ↕ ↕
2 4 6 8 10 ......

fig. 3

Zo kan ik ook nog heel wat konceptuele kunst maken! We moeten de wiskunde toch wat beter populariseren: wat iedere beschaafde kunstenaar van wiskunde moet weten ...
De grote Christo — ging hij van koncept naar real art? — wilde (stukken van) de kust van australië inpakken in plastik. Hij hing het gordijn in de vallei. Korte tijd na de publiciteitsgolf werd in seveso, na de ontsnapping van gif, een heel dorp met omliggende landerijen min of meer in plastik verpakt. Van koncept via real art naar real life is maar een kleine stap ...
Sol LeWitt en conceptual art! In dat kader kwam het boek met de lange titel van Lucy Lippard uit 1973 onder mijn aandacht. De

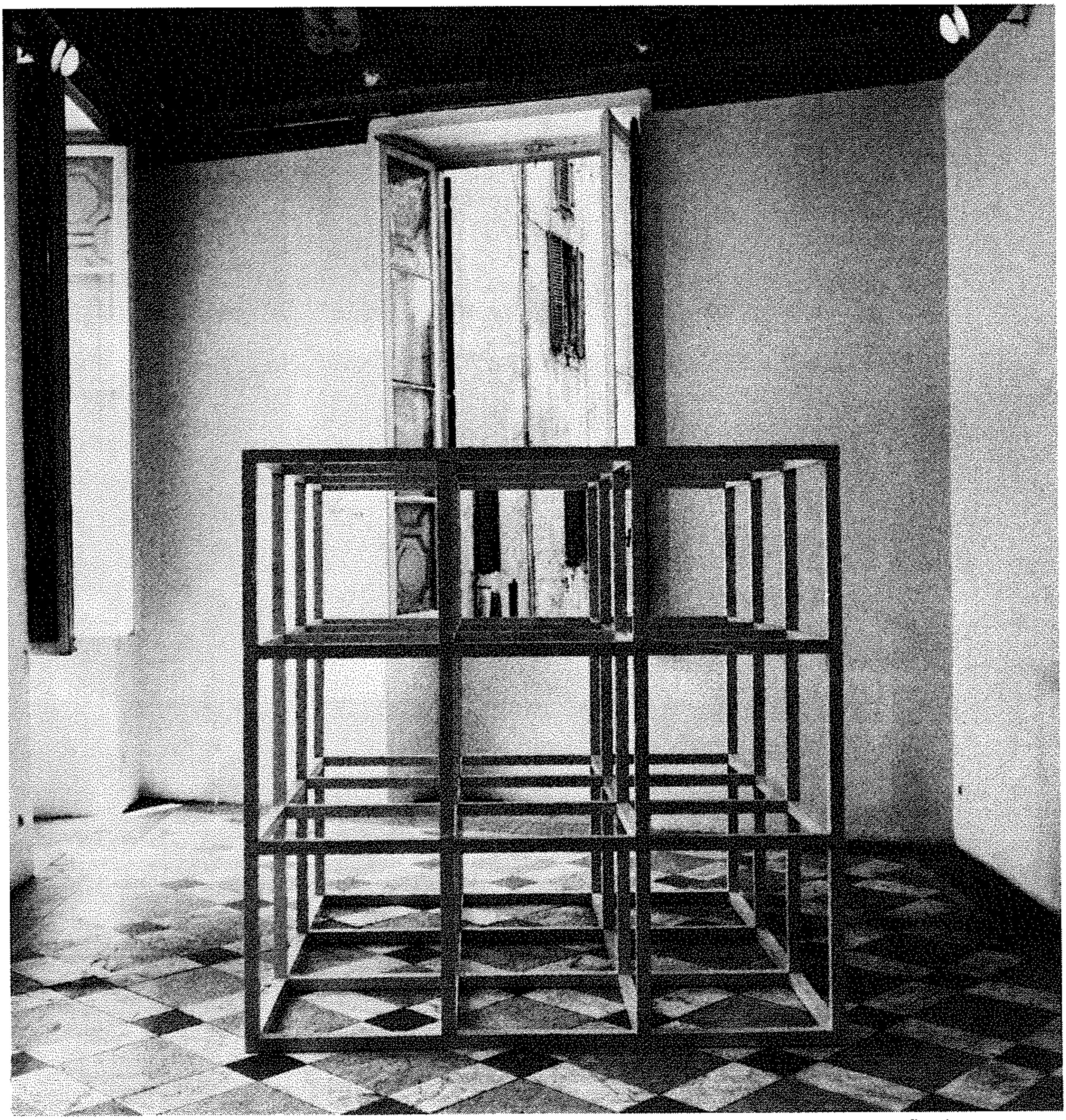


Sol LeWitt: Double composite, 1971 fig. 4



omslag boek Lippard

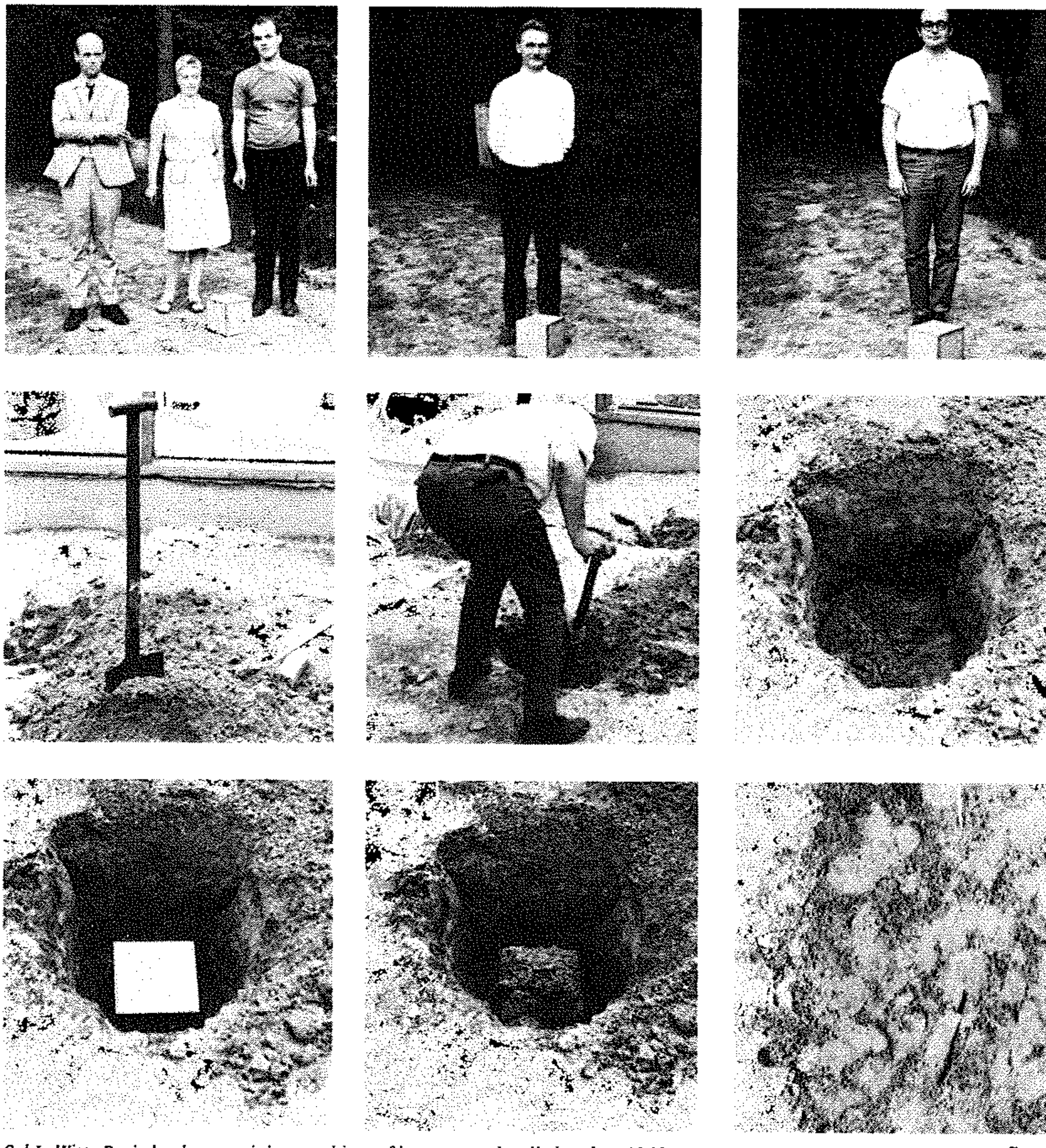
fig. 5



Sol LeWitt: Modular cube, 1969 fig. 6

titel is te lang om over te schrijven, dus volsta ik met een afbeelding. (fig. 5)
Zes jaar ontmaterialisering van het kunstvoorwerp; met opdracht: voor SOL. De indeks vermeldt hem bijna twintig keer.

modular cube
Wie is Sol LeWitt? Hij werd op 9 september 1928 in hartford, connecticut, *usa* geboren. Een volledige levensbeschrijving is te vinden in de katalogus bij zijn tentoonstelling in 1978 in het museum of modern art te new york. Met als omslag weer zo'n houtnerfdroom in pastelkleuren.
Als titelpagina: *'The first modular cube'*. Een objekt (en geen koncept!) van geverfd staal, 6 x 6 x 6 voet, tentoongesteld in het joods museum in new york (1966). (fig. 6)
Het zou leuk zijn hiernaast eens allerlei werk van Jan Slothouber en William Graatsma te



Sol LeWitt: Buried cube containing an object of importance but little value, 1968 fig. 7

leggen. Het boek '*Cubics*' (cubic constructions compendium) bevat meer dan 400 pagina's materiaal.[1]) Mijn eksemplaar is echter te bandeloos om uit te leveren aan de reproduktie. U moet u maar voorstellen hoe het is.

begraven kubus

Laten we liever ingaan op wat meer sophisticated aspekten van Sol LeWitts werk. Zijn werk was uitvoerig te zien op een tentoonstelling in het haags gemeentemuseum (1970) en de kunstenaar had regelmatig kontakt met '*Art and Project*' in amsterdam.

Een nederlands verhaal rond minimal en conceptual art en Sol LeWitt moet ik, aleer de wiskunde te introduceren, nog navertellen.

In 1968 keerde Sol LeWitt terug naar *modular hermeticism* (whatever that may be!) in zijn begraven kubus. Alleen de kunstenaar en de eigenaar, de familie Visser, weten wat de metalen kubus bevat, die in hun tuin in bergeyk begraven is. (fig. 7)

[1]) Deventer 1970.

kubussen

Bij de '*Variations of incomplete open cubes*' (fig. 9), begin je met een gewone kubus: (fig. 8)

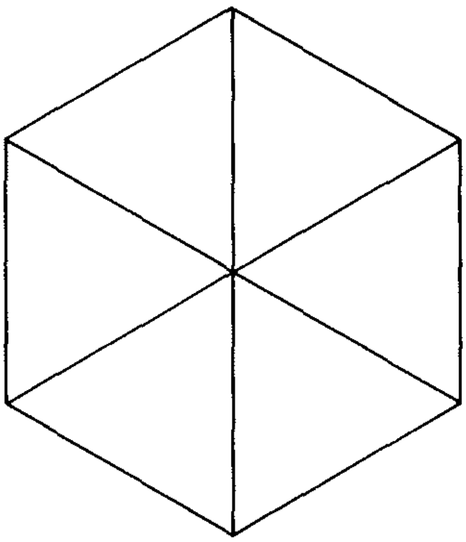
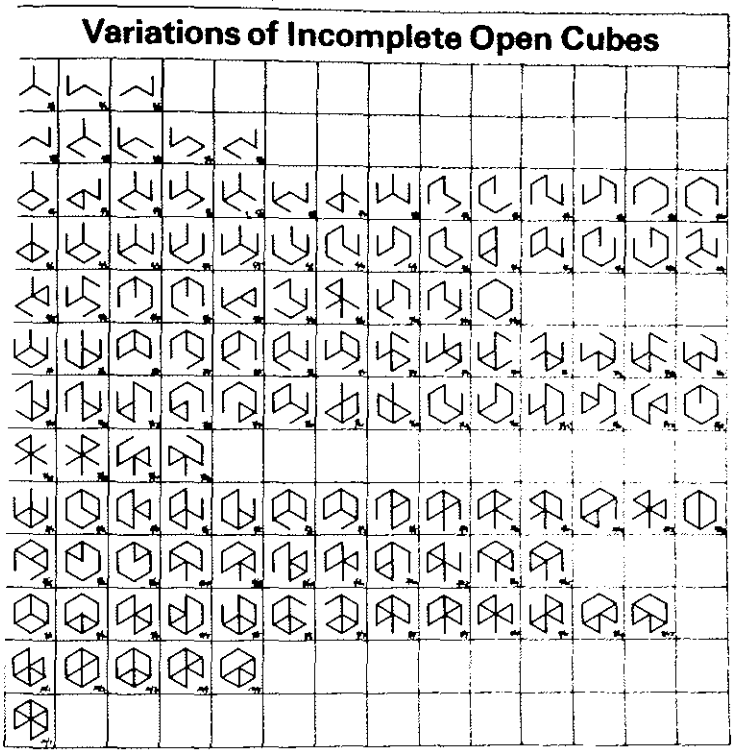


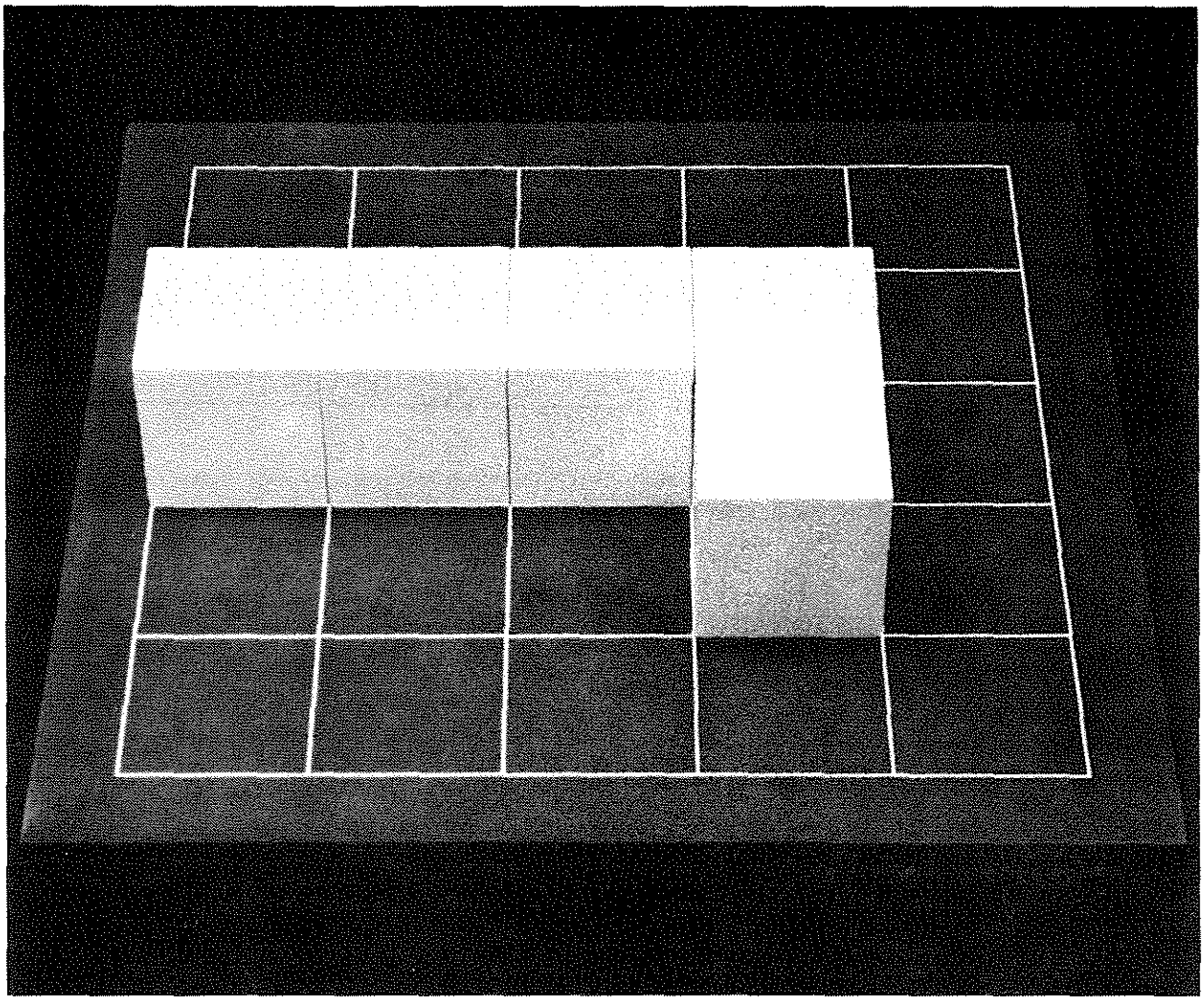
fig. 8

Twaalf ribben: op welke verschillende manieren kun je konstrukties van 3,4,5, ...,11 samen-



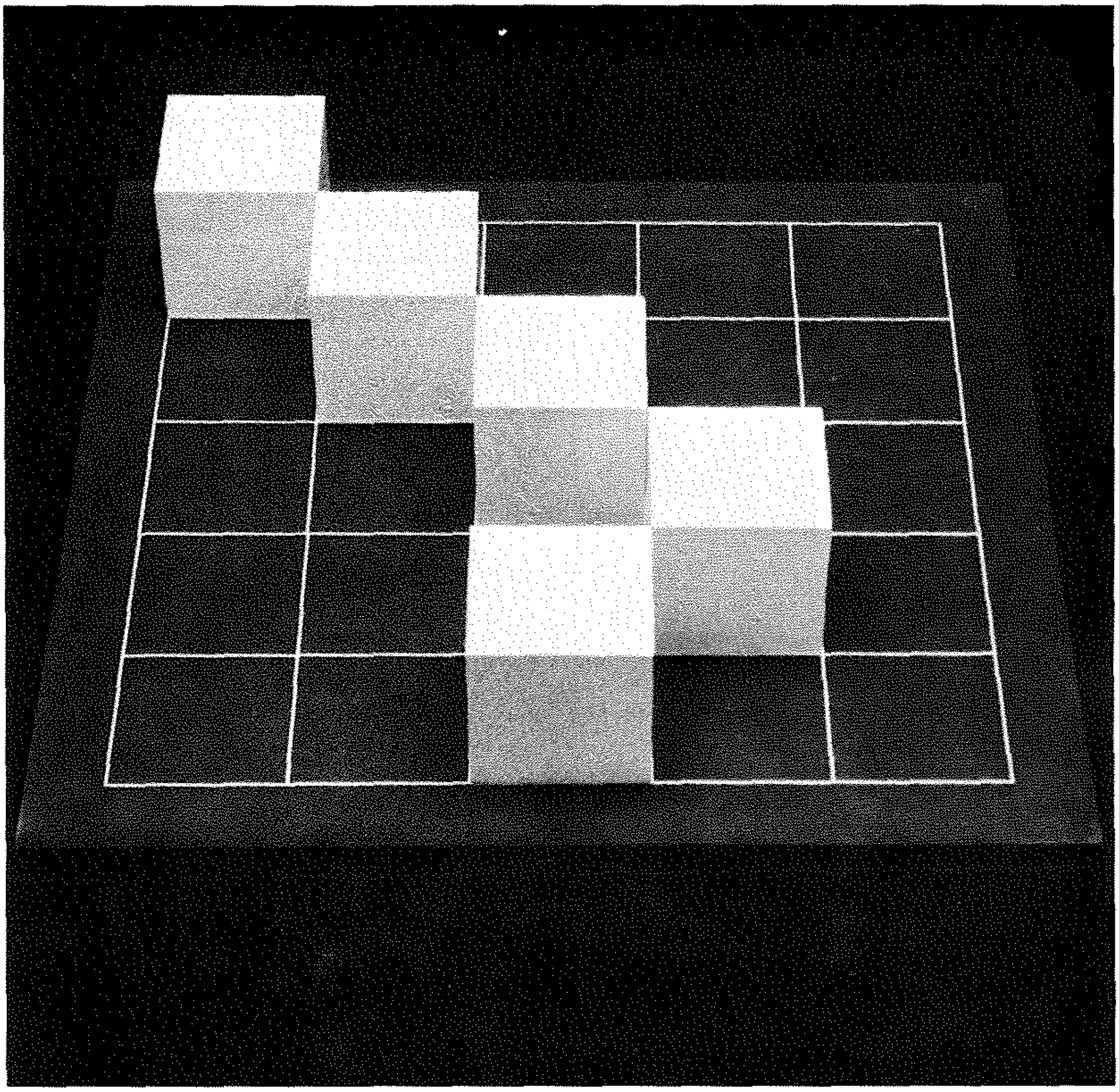
Sol LeWitt: Variations of incomplete open cubes, 1974

fig. 9



Sol LeWitt: Five cubes/Twenty-five squares (sides touching), 1977

fig. 10



Sol LeWitt: Five cubes/Twenty-five squares (corners touching), 1977 fig. 11

hangende ribben maken? Zouden ze er allemaal zijn? Wanneer vormen twee konstrukties hetzelfde objekt?[1])
Het onderschrift luidt:

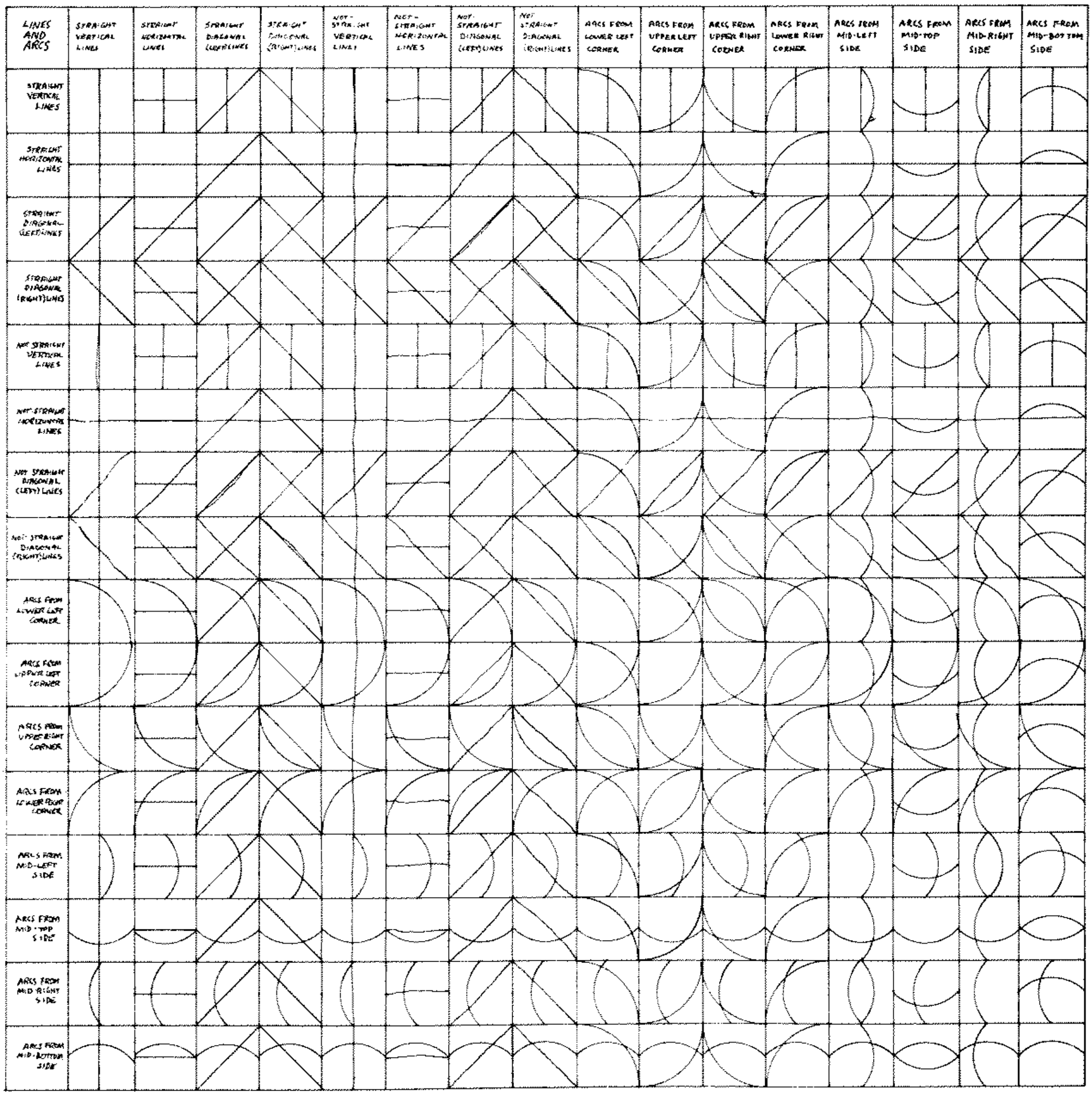
> 'Hoewel ik dacht dat het geen gecompliceerd project was, gaf dit werkstuk mij meer problemen dan ik voorzien had. Al de elementen werden experimenteel geconstrueerd en geverifieerd door dr. Erna Herrey, een wiskundige en natuurkundige en gecontroleerd door Arthur Babakhanian van de graduate school van het wiskundig instituut van de universiteit van Illinois ...'

de vijfkuber

Nog een leuk wiskundeprobleempje van Sol LeWitt. Op een veld van 25 vierkantjes (5 x 5) moeten vijf kubussen neergezet worden, met tenminste één zijvlak tegen elkaar. (fig. 10)

Sol LeWitt maakte modellen van dit speelgoed, in staal, in plastik en een boek met alle 571 mogelijkheden. Had u er ook zoveel gevonden door leccadostukjes op het gevierendeelde dambord te leggen? Door voor ieder stukje alle plaatsen te zoeken, is wel een redelijk systeem te vinden.
Een variant gaat over een opstelling zodat

[1]) Eenzelfde maar minder volledige poging, voor zover ik mij herinner, was te zien in utrecht op de tentoonstelling over hongaarse konstruktivistische kunst (1978) van de hand van András Mengyán. Helaas bevat de katalogus geen reproduktie van dit werk.



Sol Lewitt: Lines and arcs, **1972** fig. 12

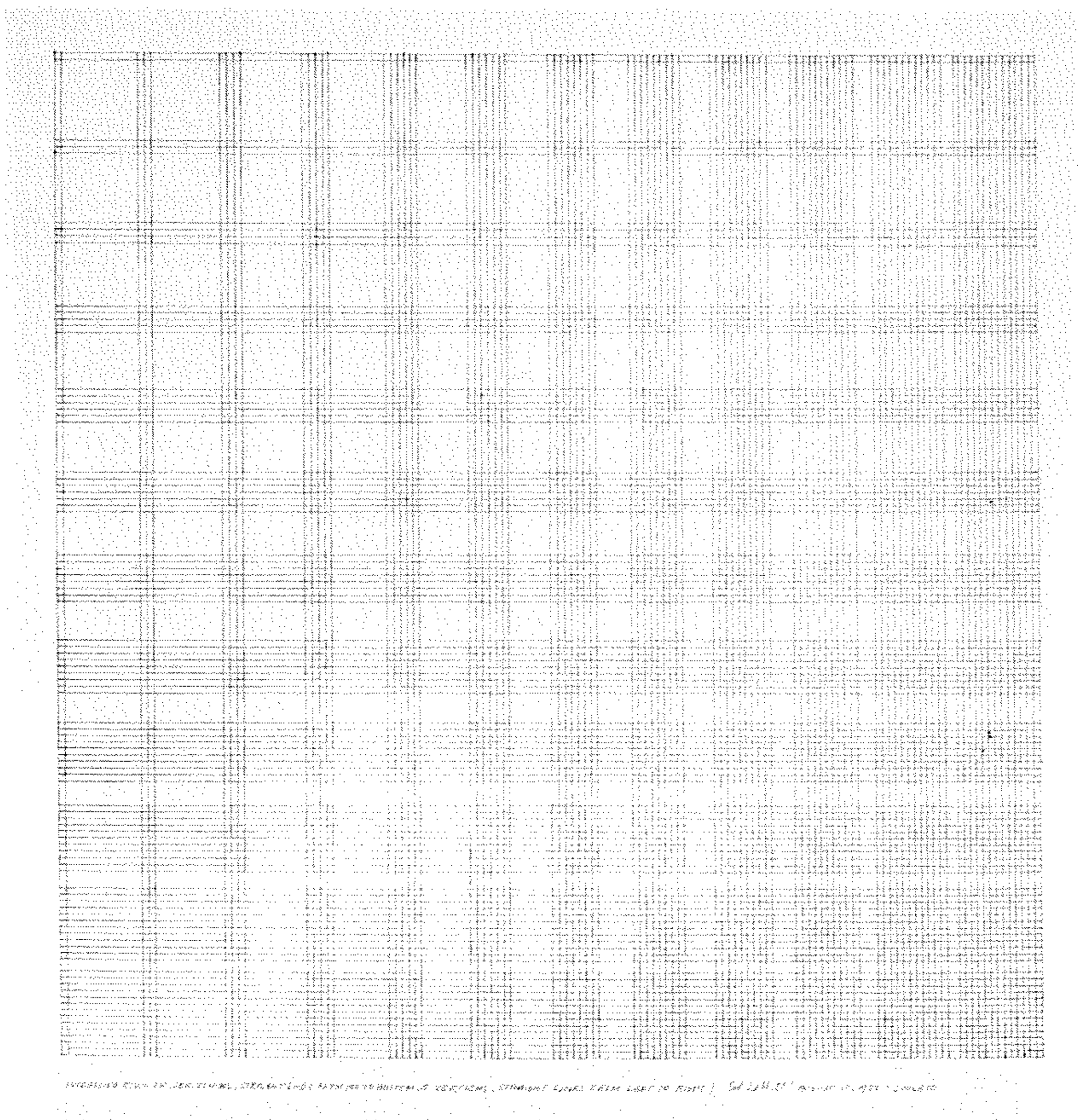
de kubussen één ribbe, maar geen vlak gemeen hebben. (fig. 11) Volgens Sol LeWitt zijn er 251 mogelijkheden. Om te tellen is het misschien nuttig het 5 x 5-bord inderdaad als een dambord (wit-zwart) voor te stellen. Dan moeten de kubussen óf alleen op zwart óf alleen op wit staan. Dat helpt weer bij het tellen.
Is er een wiskundige onder de lezers die 5 en 25 durft te vervangen door 6 en 36 of beter nog door n en n^2? Het zal niet meevallen, denk ik!

Leuk is nog '*Lines and arcs*' (1972) uit '*Art and Project*' (bulletin 60). (fig. 12) Het is zoiets als een groepstabel. Ziet u het systeem? Heeft de diagonaal iets bizonders? Heeft u het goed bekeken? Wat is er vreemd aan de tweede en zesde kolom?

kruispuntenmodel
Nog een afbeelding. Fig. 13 bevat een aardige vermenigvuldigtabel. Wiskobas-Bulletin-lezers zullen wel denken aan het kruispuntenmodel.

tenslotte
Tot slot dan weer een conceptual stukje art. Ik vertaal maar niet. Vertaalt u het in een figuur? Of moeten we het met het idee doen, zonder real art met pen of potlood?

'A rectangle whose left and right sides are two thirds as long as its top and bottom sides and whose left side is located where a line drawn



Sol LeWitt: Successive rows of horizontal, straight lines from top to bottom, and vertical, straight lines from left to right, 1972

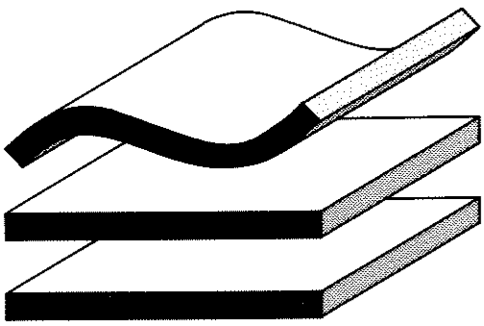
fig. 13

from a point halfway between the midpoint of the top side of the square and the upper left corner to a point halfway between a point halfway between the center of the square and the lower left corner and the midpoint of the bottom side is crossed by two lines, the first of which is drawn from a point halfway between the midpoint of the left side and the upper left corner to a point halfway between the point halfway between the center of the square and the upper right corner and the midpoint of the right side, the second line from a point halfway between the point where the first line ends and a point halfway between the midpoint of the bottom side and the lower right corner to a point halfway a point halfway between the center of the square and the lower left corner and the midpoint of the left side.[1])

En dan te bedenken dat Sol LeWitt ergens toegeschreven of in de mond gelegd werd: *'I'm not interested in mathematics'*.

[1]) Uit: Lippard, Lucy, R.: *The structures, the structures and the wall drawings, the structures and the wall drawings and the books*, in 'Sol LeWitt, The Museum of Modern Art', pag. 24.

problematika

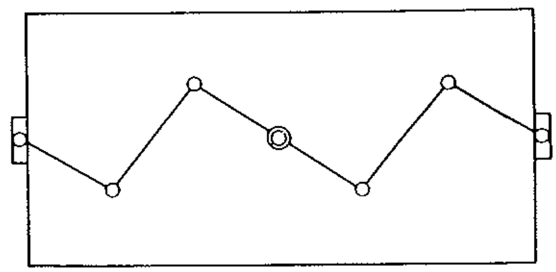


In de periode tussen het verschijnen van het vorige nummer van dit bulletin en het persklaar maken van deze aflevering, hebben vele kollega's ons van nieuwe, inspirerende problemen voorzien. Ook kranten en tijdschriften hebben bijgedragen aan het vullen van onze problemendoos.
Om een beetje schoon schip te maken, ditmaal een potpourri van problemen.
We hebben geprobeerd ze te presenteren naar moeilijkheidsgraad, van gemakkelijk naar moeilijk, maar zoiets is nogal persoonlijk gekleurd.
In ieder geval zijn het allemaal problemen, waarvoor uw gezond verstand een voldoende 'oriënteringsbasis' is om een oplossing te vinden.

HUUB JANSEN

1
goal!

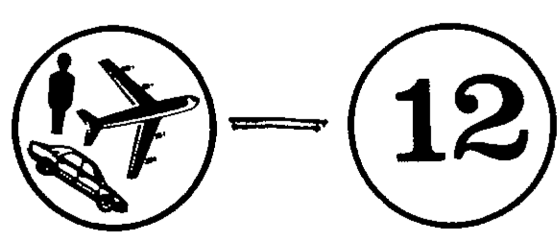
Om te beginnen een simpel rekenspelletje voor twee personen dat zich afspeelt op dit 'voetbal'-veld:

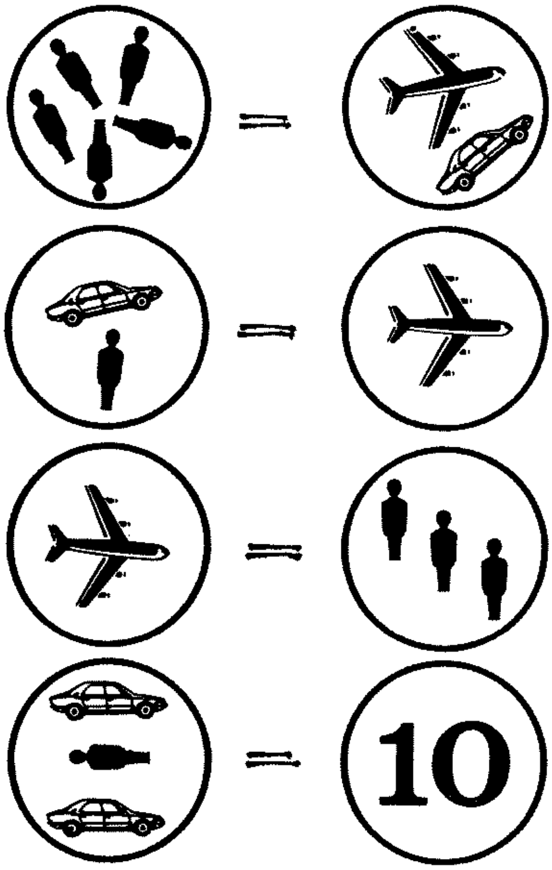


Bij het begin ligt een bal — een fiche of munt — op de middenstip. De spelers beginnen ieder met 50 punten, die ingezet mogen worden om de bal in het doel van de tegenstander te krijgen.
De gang van zaken daarbij is als volgt: gelijktijdig en onafhankelijk van elkaar zet iedere speler een aantal punten in. Wie de meeste punten heeft ingezet, mag de bal één plaats verschuiven in de richting van het vijandelijke doel. Na iedere zet moet elke speler zijn inzet aftrekken van zijn 'pot'. Je moet dus steeds kiezen tussen véél inzetten — dan win je een duel — of weinig inzetten, want dan houd je over voor het volgende duel.
Geschikt voor ieder die kan aftrekken, of dat nog moet inoefenen. Een winststrategie is niet te vinden. Inzicht in het karakter van je tegenstander is van belang. Verandering of aanpassing van de regels is toegestaan.

2
evenveel

Uit een franse vakantiekrant haalden we een probleem, dat geschikt lijkt om het redeneren van leerlingen uit midden- of bovenbouw op de proef te stellen:



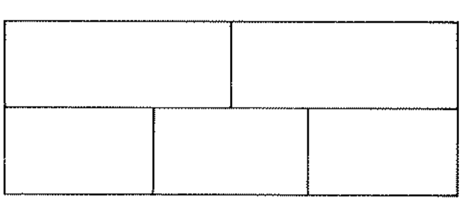


De vraag luidt:

▶ *Hoeveel is dat poppetje, die auto en dat vliegtuig waard?*

3
trek-werk

Van Herman Heidenrijk uit maastricht kregen we dit probleem:



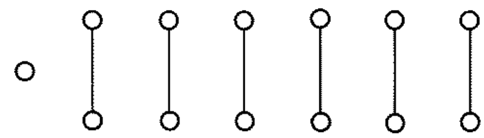
Een 'trek' is een rechte of gebogen lijn waarbij potlood of balpen niet van het papier wordt gelicht.

▶ *Wat is het minste aantal 'trekken', waarmee deze figuur te tekenen is?*

Natuurlijk wordt de eis gesteld dat elk lijnstuk slechts éénmaal doorlopen mag worden. Dat het in vier trekken kan, is duidelijk, maar kan het ook in drie? En hoe 'bewijs' je dat het niet met minder kan?

4
wandelen

Dit probleem komt uit het franse tijdschrift *'Science et Vie'*, waarvan het nummer van september 1978 geheel gewijd was aan 'Les jeux de réflexion'.



13 meisjes gaan elke dag uit wandelen, in bovenstaande formatie. U ziet dat één meisje voorop loopt, terwijl de andere haar twee aan twee volgen. Zij besluiten elke dag de onderlinge posities te veranderen, maar zo dat elk meisje nooit meer dan één keer dezelfde buurvrouw heeft.
De vraag kent u al:

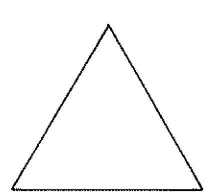
▶ *Hoeveel dagen kunnen ze dan uit wandelen gaan?*

5
vouwen

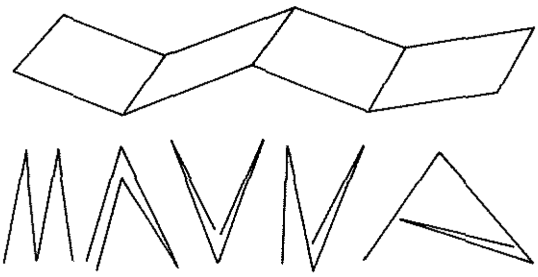
Meetkundige problemen hebben vaak als aantrekkelijke kant, dat je wat kunt doen: tekenen, knippen of vouwen. Van het laatste twee voorbeelden.
De eerste is van Rob Tempelaar uit den haag. Neem voor u een rechthoekig vel papier.
De opgave luidt:

▶ *Vouw met dit vel papier, zonder passer of liniaal, een gelijkzijdige driehoek.*

Om uw meetkundige kennis wat op te frissen: dit is een gelijkzijdige driehoek (alle zijden even lang):



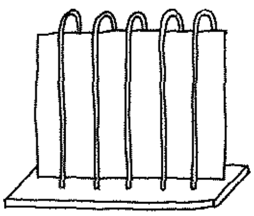
Mocht u dit te simpel vinden – je weet maar nooit – dan hebben we nog een meetkundig-vouw-telprobleem.
Hiernaast een strook van vier postzegels met erbij de verschillende manieren waarop dit viertal in elkaar te vouwen is.



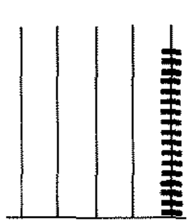
▶ *Op hoeveel manieren kan dat met een strook van vijf, zes, ... postzegels? Valt er een wetmatigheid te ontdekken?*

6
abakus

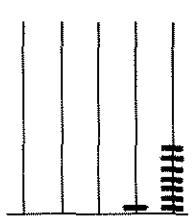
De abakus in het wiskobasprogramma kent u:



Vijf staven en op iedere staaf 20 kralen.
In de onderbouw verkennen de kinderen de werking van dit apparaat o.a. vanuit vragen als: op welke manieren kun je het getal 17 op de abakus plaatsen?



of

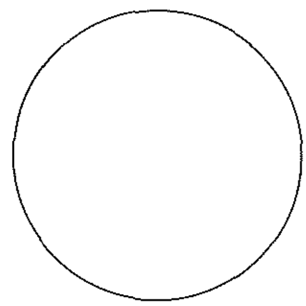


Dit nu inspireerde Adri Treffers uit baarn tot het volgende probleem.
Stel dat je beschikt over een abakus met onbeperkt veel kralen op iedere staaf. Ook het aantal staven is onbeperkt.

▶ *Op hoeveel manieren kun je dan achtereenvolgens alle natuurlijke getallen op de abakus weergeven?*
En welke regelmaat is daarbij te ontdekken?

7
ontsnapping

Hier volgt een onwaarschijnlijk verhaal, waarin een boeiend probleem is verpakt.
Een gevangene ontsnapt en wordt door zijn bewaker achtervolgd. Nét op het moment dat de bewaker zijn prooi te pakken wil nemen, komen ze beiden aan bij een mooi cirkelvormig meer:



De ontsnappeling duikt erin, maar de bewaker kan niet zwemmen. Bovendien weten beiden dat de bewaker precies vier keer zo snel loopt als de ander zwemt.

▶ *Hoe moet de ontsnapte gevangene zwemmen, opdat de bewaker hem niet kan pakken?*

Tevoren hebben ze afgesproken dat de gevangene vrij is als hij eerder een plek aan de kant bereikt dan zijn bewaker.
U hoeft over niet meer wiskundige kennis te beschikken dan: omtrek cirkel = $2\pi r$ ($\pi \approx 3{,}14$ en r is de straal).

8
produkt en som

Nu een opgave van de huidige kampioenpuzzelaar Martin Gardner.
In het nummer van december 1979 van de '*Scientific American*' staat het volgende getalprobleem.
Uit de rij getallen groter dan 1 en niet groter dan 20, worden twee getallen gekozen. Aan een denkbeeldige, maar slimme mijnheer s wordt slechts de som van deze getallen meegedeeld. En aan een even slimme mijnheer p alleen het produkt.
En dan ontstaat het volgende gesprek:
s tegen p:
.... 'Ik zou niet weten hoe u mijn som kunt vinden.' ....

p tegen *s*, na enig nadenken:
.... 'Ik weet uw som!' ....
Weer even later *s* tegen *p*:
.... 'Dan weet ik uw produkt!' ....
En wij laten u zitten met de vraag:
▶ *Welke getallen waren dat?*

9

kastanjes en treinen

Tenslotte twee problemen die ogenschijnlijk niets met elkaar te maken hebben.

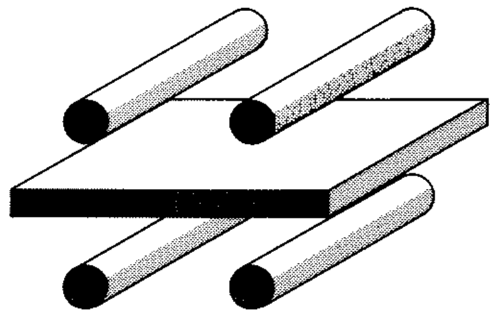
De eerste gaat over zeven kinderen die tezamen precies 100 kastanjes bijeen hebben geraapt.
Alle kinderen hebben een verschillend aantal verzameld.

▶ *Laat zien dat er zeker drie kinderen zijn die samen minstens 50 kastanjes hebben gevonden.*

Dan een snelheidsprobleem. Het komt weer uit de koker van Martin Gardner.
Een trein rijdt een trajekt van 500 km in precies 10 uur. Maar wisselend van snelheid en met verschillende halten waarbij gestopt moet worden.

▶ *Bewijs dat er een stuk van 50 km is aan te wijzen, waarover de trein precies één uur doet.*

kleuters en wiskunde



EEN UITSTAPJE NAAR DE DIERENTUIN

Op de Fatimakleuterschool te bussum is het gewoonte ieder jaar met een groep kleuters het dierenpark amersfoort te bezoeken.
Dit gebeuren vormt de aanleiding tot het uitvoeren van een projekt rond de dierentuin. Voor en na het bezoek worden allerlei aktiviteiten in de klas ondernomen.
Het putten uit reeds opgedane ervaringen en het verwerken van nieuwe belevingen bij de kinderen, dienen als uitgangspunt voor dit projekt.
De bedachte en gefantaseerde situatie in de klas wordt in relatie gebracht met de dierentuinsituatie in de werkelijkheid.

JEANNE DE GOOIJER-QUINT

dieren in een kooi

Tijdens een kringgesprek gaan we eens na welke dieren in een dierentuin voorkomen. In 't begin is het niet zo moeilijk een naam te noemen, maar het wordt steeds lastiger.

Op het flanelbord plaatst juf plaatjes van de volgende dieren: kameel, zeehond, beer, kangoeroe, pinguin, aap, leeuw en olifant. Het probleem dat hierbij gesteld wordt, luidt:

▶ *Deze dieren moeten nog in kooien ondergebracht worden. Er zijn maar vier kooien vrij. Hoe moet de oppasser de dieren nu verdelen?*

De kinderen worden op deze manier aangespoord, argumenten aan te geven waarom bepaalde dieren wel of niet samen kunnen leven.

.... 'Die zeehond kan bij de pinguin, ze houden allebei van water.'
'De olifant en de kameel zijn niet zo wild en ze zijn allebei groot, ze houden niet van vechten.'
'De leeuw moet helemaal alleen, die is zo gevaarlijk, hij kan zo de beer opeten of die kangoeroe met het kleintje in z'n buik, da's zielig hoor!'
'Drie hokken zijn al vol, nu is er nog één hok leeg.'
'De kangoeroe en de beer en de aap zijn nog los, dan moeten ze met z'n drieën bij elkaar. Kan dat wel? De beer is maar klein, de kangoeroe is de moeder en de aap is de vader.' ....

Het gaat hier dus niet om een willekeurige indeling, omdat rekening moet worden gehouden met bepaalde voorwaarden.

dieren na-apen

In de speelzaal worden de kinderen omgetoverd tot allerlei verschillende dierentuinbeesten. Zowel het geluid als de beweging van het bepaalde beest worden nagebootst.

We bemerken dat de geluiden grommend, gillend, blazend, piepend, fluitend kunnen zijn. De bewegingen zijn kruipend, sluipend, parmantig lopend, springend, stampend.

Door het nadoen van zo'n tien beesten zijn we wel wat moe geworden.

Zittend in een kring gaan we een raadspel doen: *welk dier is het?*

Eén van de kinderen doet met geluid en beweging een dier na, de andere mogen raden wat het voorstelt.

.... 'Welk dier is Rik geworden?'
'Een tijger ... een leeuw.'
'Het was een tijger.' (Rik)
'Welk dier is Monique geworden?'
'Een vogel ... een papegaai ... een pauw.'
'Het was een parkiet.' (Monique) ....

Na dit spel nog enkele malen herhaald te hebben, gaan we dieren raden aan de hand van geluiden die op de bandrekorder opgenomen zijn. Deze geluiden zijn van echte dieren (een week tevoren in de dierentuin op de band gezet). De geluiden zijn van: een parkiet, tijger, olifant, pauw, chimpansee en beer. Het blijkt erg moeilijk te zijn, de verschillende geluiden te herkennen.

Als we de band voor de tweede keer laten horen, tonen we tegelijkertijd zes foto's van de betreffende dieren.

Bij elke foto hoort nu een geluid. Op deze wijze is de opdracht beter aangepast voor de kleuters.

Met een klein groepje gaan we dierengeluiden, die de kleuters zelf nabootsen, op de band opnemen. Aan het eind van de morgen laten we deze geluiden horen en kunnen de anderen raden welk dier nagedaan is.

Verschillen en overeenkomsten op visueel, motorisch en auditief gebied worden bekeken. Aan de hand van een beperkt aantal gegevens is het mogelijk de diersoorten van elkaar te onderscheiden. Hoe beperkter de informatie is, hoe lastiger het wordt.

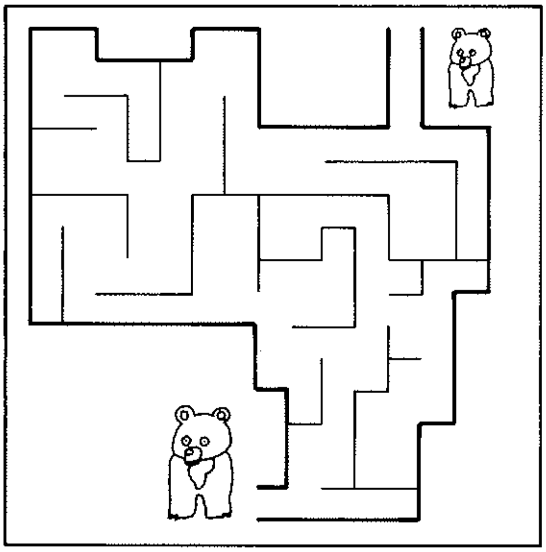
doolhof

Op het schoolbord wordt met behulp van een overheadprojektor een doolhof geprojekteerd.

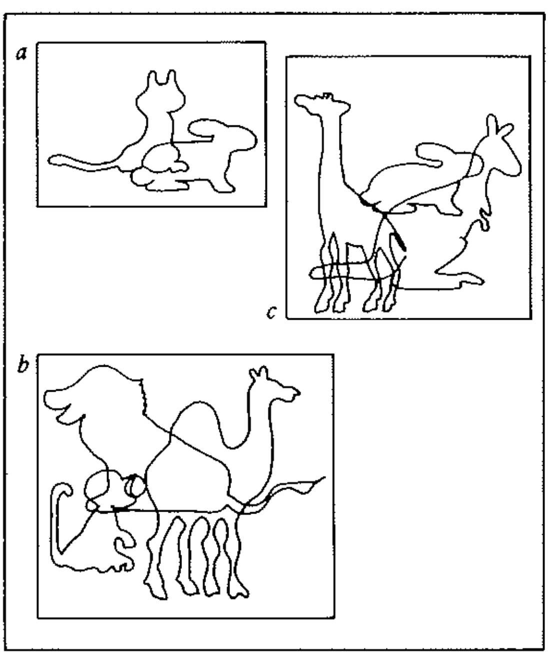
.... 'De kleine beer is op zoek naar moederbeer. Hoe kan het beertje bij z'n moeder komen? Hij mag niet over de muren heen klimmen.' ....

Met gekleurd krijt mag een kleuter de weg aangeven. Lukt het niet, dan kan een ander kind het proberen.

.... 'Kan moederbeer ook bij het kleine beertje komen?' ....



verborgen beesten
Juf laat op de overheadprojektor een vreemde tekening zien. (zie *a*)



Twee tekeningen zijn door elkaar gekomen. Wie weet wat het voorstelt?
.... ''t Lijkt wel een poes ... ik zie een konijn.'....
Bas mag de poes met wit krijt natekenen. Door het licht van de overheadprojektor uit te doen, kunnen we nagaan of de poes goed getekend is. Daarna wordt het konijn met een bruin krijtje overgetrokken.
Bij de andere tekeningen blijkt het wat lastiger te zijn.
Het gaat hierbij om het doorlopen van een gesloten figuur. Met behulp van omtrekfiguren kunnen de kinderen zelf soortgelijke puzzeltjes maken.

wie horen er bij elkaar?
Drie plaatjes van dieren worden getoond. Welke dieren horen bij elkaar en waarom?

pauw — beer — leeuw

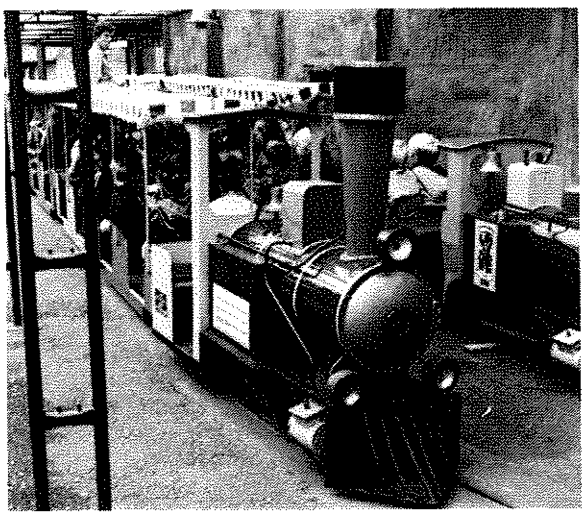
.... 'De beer en de leeuw, want die hebben vier poten en die (pauw) heeft er één ... nee twee, maar hij staat op één been.'
'Een vogel kan vliegen en die andere niet.' ....

aap — olifant — papegaai

.... 'De olifant is groot en dik, maar de aap en de papegaai zijn klein.'
'De aap en de olifant hebben vier poten en de papegaai twee.'
'De papegaai heeft veren en die niet.' ....
Op grond van bepaalde eigenschappen kunnen dieren ingedeeld worden en tot verschillende groepen behoren.
In ons voorbeeld gaven we plaatjes met dieren, waarbij het kind zelf op zoek moest naar gemeenschappelijke kenmerken.

het uitstapje
De klas is in vier groepen verdeeld. Iedere groep heeft z'n eigen dierenmuts; zo is er een groep olifanten, papegaaien, wolven en beren. Op deze wijze heeft ieder kind een duidelijk herkenningspunt, dat tevens als kontrolemiddel dient. Van iedere diersoort zijn er zes. Per groep is er een begeleidster.
Het station ligt op tien minuten loopafstand van de school. Na de treinrit gaan we verder per bus, die ons naar de ingang van het dierenpark brengt. Op zich is dit al een hele belevenis!

Juf koopt de entreekaartjes en iedere groep gaat z'n eigen roete door het park.
Het uiterlijk van de verschillende dieren wordt nauwkeurig bekeken. Sommige dieren kun je al van verre horen; andere dieren verspreiden een vreemde geur.
De leefruimten zijn erg verschillend, o.m. afhankelijk van het gevaar dat de dieren kunnen veroorzaken.
In de kinderboerderij kunnen de kinderen tussen de beesten lopen om ze te aaien. Voor een groot aantal kinderen is het een hele overwinning om zo dicht bij de geiten, bokken en hangbuikvarkens te komen.



De speeltuin behoort natuurlijk ook tot één van de attrakties. Het is een dag vol belevenissen en plezier.

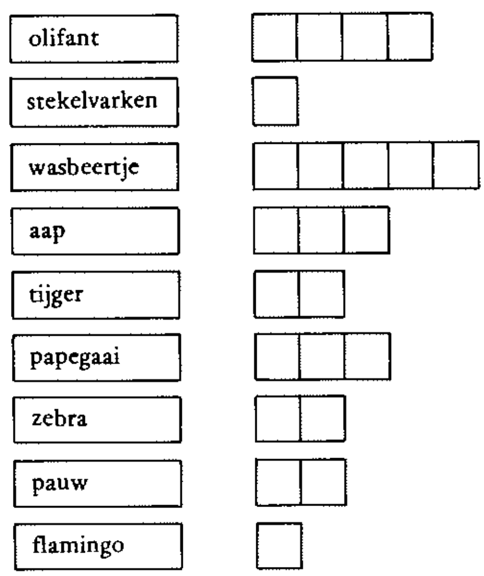
het liefste dier

Na het weekend praten we na over onze belevenissen in de dierentuin. We gaan in onze gedachten na welk dier we het liefst vonden.
Van de dieren die genoemd worden, plaatsen we een foto op het flanelbord.

Ieder kind mag door middel van een kaartje aangeven welk dier hij/zij erg lief vindt en waarom de keuze op dat dier gevallen is.

.... 'Het stekelvarken maakt zo'n leuk geluid met z'n stekels.'
'De pauw heeft zo'n mooie waaier.'
'De olifant ging op zijn rug liggen.'
'De flamingo kan heel lang op één been staan, da's moeilijk.' ....

Als alle kinderen een beurt hebben gehad, kunnen we aangeven welk dier het meest/minst geliefd is of welke dieren gelijk gewaardeerd worden.



een dierenpark in het klein

Met blokken worden op een grote tafel hokken en kooien gebouwd van verschillende afmetingen. Ze moeten zo gebouwd worden, dat de dieren die erin komen, te zien zijn.
Een groepje kleuters maakt met klei allerlei dierentuinbeesten. Met zand worden paden aangelegd voor de bezoekers. Hoe moet je lopen als je alle dieren één keer wilt zien?

.... 'Bij die hoge toren is de ingang.'
'Dit zijn de hokken voor de leeuwen. In elk hok eentje, anders gaan ze vechten.'
'Hier kan de dikke olifant in.'
'Er zijn twee giraffen die kunnen bij elkaar staan.' ....

Bij het bouwen en boetseren kunnen de verhoudingen ter sprake komen. De kinderen moeten dus rekening houden met de onderlinge afmetingen. Past de leeuw wel in z'n hok? Is het hok voor de apen wel ruim genoeg?

knutseldieren

Een groepje kleuters gaat op zoek naar geschikte dozen, rolletjes en gekleurd papier.

.... 'Een giraf heeft lange poten en een lange nek ... hij is geel met bruine vlekken.'
'Een olifant is dik en heeft grote oren ... hij is helemaal grijs, ik moet ook een slurf maken.'
'Een zebra is wit met zwarte strepen, of zwart met witte strepen.'
'Een leeuw is lichtbruin en heeft wilde haren op z'n kop.' ....

Bas (6 ; 6) heeft een olifant met een uitschuifslurf ontworpen:

.... 'Nu is de slurf klein, maar hij wordt steeds langer. Dan gaat de grote slurf weer kleiner worden.' ....

Ciske (5 ; 6) bemerkt na enige tijd dat de strepen in breedte verschillen:

.... 'Hier heeft 'ie een dikke vette streep en dit is een piepkleine streep.' ....

Norbert (6 ; 6) heeft moeite met het in evenwicht plaatsen van de onderdelen van z'n giraf.

Rik (6 ; 0) wil z'n leeuw 'boos' laten kijken, zodat iedereen er bang van wordt, maar het lukt hem niet.

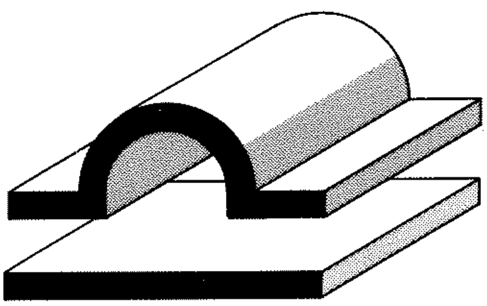
nabeschouwing

Bij het terugblikken naar de spelsituaties, kunnen we een aantal belangrijke momenten aangeven.

- Aan de hand van het probleem 'dieren in een kooi' worden *verdelingen onder bepaalde voorwaarden* gemaakt. De kleuter moet proberen te verantwoorden waarom hij voor een bepaalde indeling gekozen heeft. De werkelijke situatie met echte dieren wordt *in gedachten* voorgesteld.
- Het 'na-apen van dieren' richt zich op het *onderscheiden van eigenschappen* — zowel globaal als in detail — welke zichtbaar, hoorbaar en voelbaar zijn.
- In het spel 'wie horen er bij elkaar?' gaat de kleuter dan zelf *op zoek naar gezamenlijke kenmerken*. Afhankelijk van zo'n kenmerk kunnen de dieren in verschillende groepen verdeeld worden.
- In het 'doolhof', maar ook bij de 'verborgen beesten' is de *doorloopbaarheid* een belangrijk facet. We moeten het kind hierbij niet te vlug een potlood of krijtje in handen geven. Eerst kan namelijk met ogen of vingers afgetast worden welke wegen al dan niet doorgang verschaffen.
- De vraag naar het 'liefste dier' en de verdeling daarvan binnen de groep wordt overzichtelijk en begrijpelijk in een *beelddiagram* verwerkt. De waardering ten opzichte van de dieren wordt zonder de aantallen te tellen duidelijk zichtbaar.
- 'Een dierenpark in 't klein' richt zich op het probleem van de *onderlinge verhoudingen*. Kleuters werken vaak individueel aan hun opdracht en komen na voltooiing tot de ontdekking, dat bijvoorbeeld de geboetseerde tijger van de één niet in de kooi van de ander past.
- Het spel *zoo mix max* staat deze weken sterk in de belangstelling.[1])

[1]) Zie: 'Wiskobas-Bulletin', jaargang 8 nr 4.

wiskunde in de brug-periode



IN DE SCHADUW VAN DE MEESTERS

Het subtiele spel van licht en schaduw geeft nevenstaande engel een bijna onaardse gratie. Leonardo's kunst is o.a. gebaseerd op zijn doordacht observeren van de natuur. In zijn uitvoerige (in spiegelschrift) geschreven aantekeningen vinden we het schetsje van fig. 2.
Het gaat om de vraag hoeveel licht er op de verschillende delen van het menselijk gelaat valt. Het gedeelte onder de kin wordt door het onderste deel van de diffuus verlichte hemel beschenen, de onderzijde van de nek door veel meer stralen: k *tot en met* h. *De rechtlijnige gang van het licht is hierbij een vanzelfsprekend gegeven.*

AAD GODDIJN

Leonardo da Vinci:
Engel van de 'Madonna in de grot', 1486 fig. 1

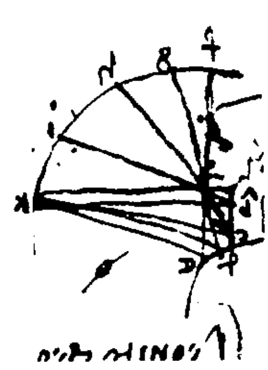
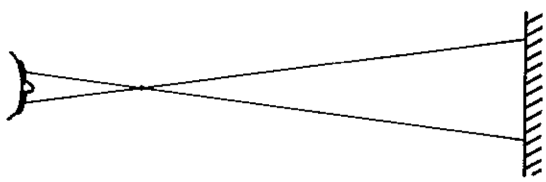


fig. 2

twee soorten meetkunde
Grofweg kun je de meetkundepakketten van wiskivon in twee groepen indelen.

Daar is eerst de 'grijpbare' meetkunde, de meetkunde van *'Verpakkingen'* en *'Regelmatige figuren'*. Het gaat om het precies beschrijven van vormen. Er komt ook redeneren aan te pas, maar in principe gaat het om objekten die materieel aanwezig (kunnen) zijn. Ribben en vlakken worden betast en geteld.
Aan de andere kant staat een pakketje als *'Zie je wel'*. Dat gaat in feite meer om het – met meetkundige middelen – verklaren van verschijnselen. Er moet bij getekend worden en er komen lijnen voor die je niet zomaar kunt vastpakken; lijnen die iets te maken hebben met de manier waarop wij de dingen om ons heen zien. Zo verklaart een bovenaanzicht waarom je uitgestoken hand ten opzichte van de achtergrond heen en weer springt als je nu eens met je rechter-, dan weer met je linkeroog kijkt:



Nieuwe voorbeelden van deze tweede soort meetkunde zijn te vinden in de recente pakketten *'Licht op schaduw'* en *'Met het oog op diepte'*. Het eerste boekje gaat uiteraard over schaduw, het tweede over perspektief.

licht op schaduw
Het is nog niet zeker of de donkere wolken die zich boven het *iowo* samenpakten geheel zullen verdwijnen, maar de prachtige maanden september en oktober gaven weer hoop: het ideale weertype voor het uitproberen van een pakket waarin heel wat met licht geëksperimenteerd moeten worden.

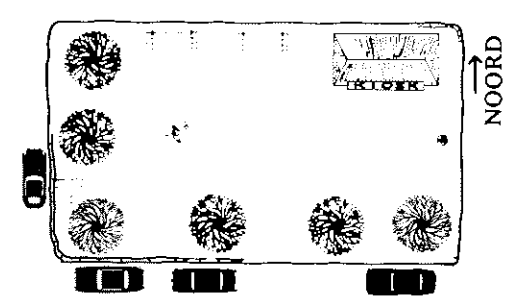
fig. 3

Op bewolkte dagen funktioneerde een diaprojektor als stand-in voor de zon. Zodra die aangezet wordt, krijgen enkele leerlingen al de onbedwingbare neiging met de eerste opdrachten van *'Licht op schaduw'* te beginnen, al is het boekje nog niet uitgedeeld. Vaardige handen toveren slangen, konijnen en vliegende vogels als schaduwen op de muur.
Impliciet komt er al wiskunde aan de orde: hoe maak je een grotere schaduw? hoe maak je hem scherper? kon dat niet allebei tegelijk? Een leerling ging zó staan dat de rest van de klas niets meer van zijn mooie schaduwbeeld kon zien. Het is een grappige ontdekking dat hij zich rustig 180° kon draaien, natuurlijk zonder iets aan zijn handen te veranderen. Alleen blaft de schaduwhond nu de klas in, in plaats van tegen het bord.

In het begin van het pakket wordt dus wat algemeen op schaduw ingegaan. Wat is schaduw eigenlijk, is nacht ook schaduw, de schaduw van de wolken, het komt allemaal ter sprake.
Je schaduw is het duidelijkst omlijnd bij je voeten en is bij je hoofd veel vager. Schaduwen wijzen van de zon af. Of van de lamp natuurlijk. Toch is dat al niet eens zo eenvoudig. We gaan wat dieper in op 'richting'.

richtingen
Aan de hand van enkele opdrachten, komen de windrichtingen ter sprake. (fig. 4) Voor veel leerlingen is het noorden in deze tekening nog een punt op het papier, ergens naast de kiosk.

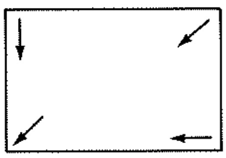
▶ Hier is een bovenaanzicht van een plein getekend. De zon staat in het zuidwesten.
Teken in de vier hoeken van het plein een pijltje dat in de richting van de zon wijst.



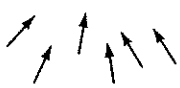
▶ Geef met een potloodstreep de kant aan van de bomen, banken enz., die niet door de zon wordt beschenen.

fig. 4

Het blijkt ook lastig de richting van de schaduwen aan te geven als de zon niet in de tekening voorkomt. Die wordt door veel leerlingen dan ook op de hoek tussen de geparkeerde auto's getekend. De pijlen van de eerste opdracht wijzen daar ook heen en de schaduw wordt eveneens aangepast:

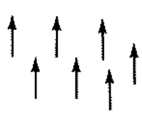


Een klassikale aktiviteit brengt duidelijkheid. We wijzen allemaal naar één plekje op de ruit. Dan naar een auto, 50 meter verderop. En tot slot naar een toren, enkele kilometers ver weg. De vingers wijzen eerst zó:



Dan zó:

En tenslotte zó:



Het is nog niet zo eenvoudig onder woorden te brengen, maar er ontstaat begrip voor de bijna-evenwijdigheid van de stralen die van de verre zon zouden komen. Ook de schaduwen worden nu beter getekend.

Met een andere klas hebben we op een zanderig veldje buiten de school met z'n allen ook nog naar de zon gewezen. Alle rechterarmen wezen stram schuin omhoog, evenwijdig, en nog wel in zuidoostelijke richting. Gelukkig heeft dit massale gebarenspel de pers niet gehaald.

tasten en tekenen

Veel verschijnselen die met kijken en licht te maken hebben, verklaren we met behulp van het feit dat licht zich rechtlijnig voortplant. De rechtlijnige gang ontdekken we op de tast opnieuw als volgt.

We plakken een papiertje op het raam. Een leerling vangt de schaduw van het papiertje in de handpalm op. Voorzichtig, steeds in de hand kijkend, wordt nu de schaduw op de grond gelegd. Er gaat een zekere dramatische kracht van deze aktie uit: 28 leerlingen kijken één minuut lang gespannen toe.

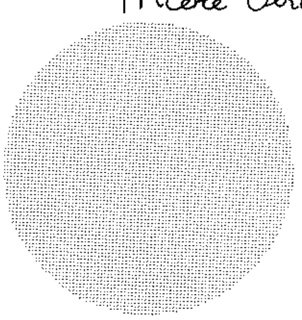
Hoe is er nu bewogen?, dat is de vraag waarom het daarna gaat. 'Schuin naar beneden'; de term 'rechte lijn' komt niet spontaan op.

Met een touw, gespannen van het papiertje op het raam naar de schaduw op de grond, maken we de lijn konkreter. De lijn is helemaal recht.

Zó werd het achteraf opgeschreven: (fig. 5)

▶ Maak met een plakbandje een klein papieren rondje op de ruit vast. Ongeveer zo groot:

Mieke Verweij
2A



Als de zon niet schijnt, moet iemand het rondje vasthouden, een paar meter van de lamp.

We hebben en rondje geknipt. En op het raam geplakt. En toen kwam Willian en die heeft met haar hand de schaduw van het rondje gevangen. Later hebben we het met papier gedaan en met een touw gekeken of het recht was en het klopte nog ook

▶ Vang zo gauw mogelijk de schaduw van het rondje dicht bij de ruit in je handpalm op. Leg de schaduw heel voorzichtig op de grond.

Wat voor beweging heeft je hand nu gemaakt? van boven naar beneden In een rechte lijn. En van beneden naar boven.

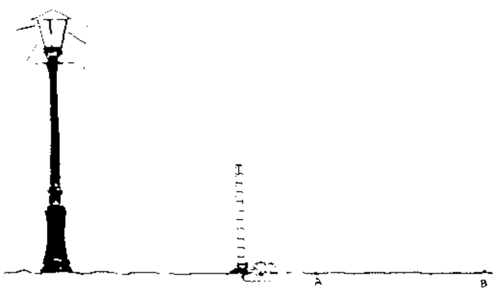
fig. 5

Een andere bewegingsopdracht was:

- ▶ *Probeer of je je hand kunt bewegen, terwijl de schaduw van je hand stil blijft.*
- ▶ *Als je zo ver mogelijk van je schaduwhand afgaat, in welke richting beweeg je dan?*

Je blijkt dan richting lamp of zon te gaan.

De op de tast ontdekte rechtlijnigheid komt verder nog in allerlei tekeningen voor. Zo bijvoorbeeld in deze opgave: (fig. 6)



▶ De rat loopt van het muurtje af.
Is hij bij *a* al in het licht van de lantaarn?
En bij *b*?
Geef precies het punt aan waar de rat in het licht komt.
Teken de lichtstraal die de rat het eerst tegenkomt.

fig. 6

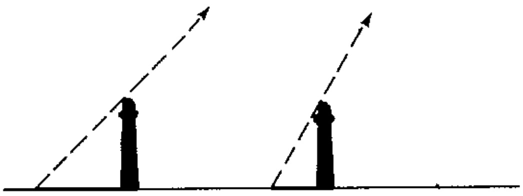
De moeilijkheidsgraad van deze opgave moet niet onderschat worden. Voor lang niet alle *leao-mavo*-leerlingen is het tevoren duidelijk, dat de grens tussen licht en schaduw te vinden is door de lijn lamp-bovenrand muur te trekken. Daarom zijn de opgaven rond het schaduw-vangen erg belangrijk. Ook al komt het juiste begrip voor de lantaarnopgave bij sommige leerlingen pas in het klassegesprek achteraf, dan is er in ieder geval nog de beleving van de bewegende hand om op terug te vallen en het trekken van de lijn aanvaardbaar te maken zonder dat alles neer komt op een konstruktie-recept: pak je liniaal, leg hem... etc.
Wat trouwens te denken van het schilderijtje in fig. 7?

Aan de strakke realistische benadering te zien, beschikt de schilder over een liniaal. Om de juiste schaduwlengte te vinden heeft hij hem duidelijk niet gebruikt. U denkt toch niet dat zoiets door perspektivische vertekening niet meer na te gaan is?

De lantaarn-met-muur-en-muis-opdracht is de start van een serie konstruktie-opdrachten.

fig. 7

Zo wordt uit twee schaduwen de plaats van de lichtbron gevonden:



Als de paaltjes even lang zijn en de twee schaduwen ook, is er iets bizonders aan de hand. De stralen zijn blijkbaar evenwijdig en dan zal het licht wel van de zon komen.
Meerdere malen wordt de evenwijdigheid van de zonnestralen uitgespeeld tegen de centrale verspreiding van lamplicht. Twee leerlingen protesteerden tegen de zogenaamde evenwijdigheid van het zonlicht. Eén wees er terecht op, dat de zonnestralen op de zon bij elkaar kwamen. Maar ja, op zo'n afstand maakt dat in de klas praktisch evenwijdige lijnen.
De andere leerling had een lastiger probleem. Als zij 's ochtends door het bos fietste — ze zag dan ook veel kieviten en fazanten, vertelde ze erbij — zag ze de zonnestralen echt zo uit elkaar lopen. Hoe dat dan kon?
.... 'Dat is net als met een weg, zo in de verte', merkte een heel pientere leerling op ....

allerlei vormen
Is een schaduw van een vierkant ook vierkant? Nou, nee. Het kan van alles zijn. Langwerpig, streepje, wybertje. Ook ruit en vierkant zijn mogelijk. Zelfs pa-ral-lel-lo-gram. Hoe lang kan de schaduw van een vierkant worden? (fig. 8)

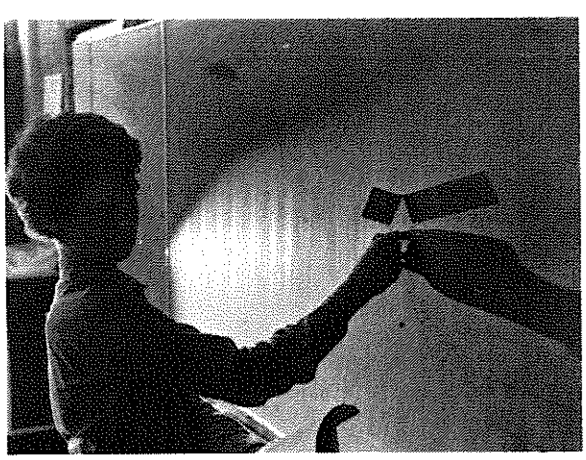


fig. 8

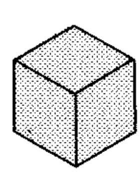
Als de zon 's avonds laag staat, is je schaduw heel lang. Hoe krijgen we nu de schaduw van het vierkantje op het bord nog langer? Een leerling antwoordt: dan moet die lamp (de diaprojektor) zakken. Het hielp niet veel. U ziet dat zelfs zo'n richtingverandering van schaduw op de grond naar schaduw op het bord al een brokje wiskunde inhoudt dat niet overbodig is!

Als je een bal draait, blijft zijn schaduw hetzelfde. Maar als je hem hoger tilt, dan wordt hij iets groter (?).
Met een kubus is het helemaal raar: wel vierkant en zeshoek, maar geen vijfhoek. Probeer het maar: er komen bij het vierkant telkens twee hoeken bij. Vanwege de symmetrie.
Zelf in het (zon)licht proberen is essentieel bij dit stukje onderwijs. Volwassen wiskundigen vonden met papier en potlood niet deze simpele oplossing van het vijfhoek-probleem.

fig. 9

Laten we wel bedenken dat de leerlingen deze opdrachten nog bijna ongewapend te lijf gaan. Wij denken, na de lantaarnopgave, al gauw aan een bundel evenwijdige lijnen die het voorwerp omhult en dan 'snijden we dit prisma met een vlak'. Dat is een heel ander nivo. Het onderzoeken op zich houdt al de volledige aandacht vast en we moeten oppassen de onderzoekshouding van velen niet te verstoren met evenwijdige bundels die slechts weinigen nu al kunnen hanteren.

Even aansluiten bij het begin van dit gedeelte over vormen van schaduw.
Is een schaduw van een kubus weer een kubus? Nou, dat kan. En de betreffende leerling tekent enkele ribben in een schaduw-zeshoek.



zichtbaar is belichtbaar

▸ *Hoeveel vlakken van een twaalfvlak kun je tegelijk met één oog zien?* (fig. 10)

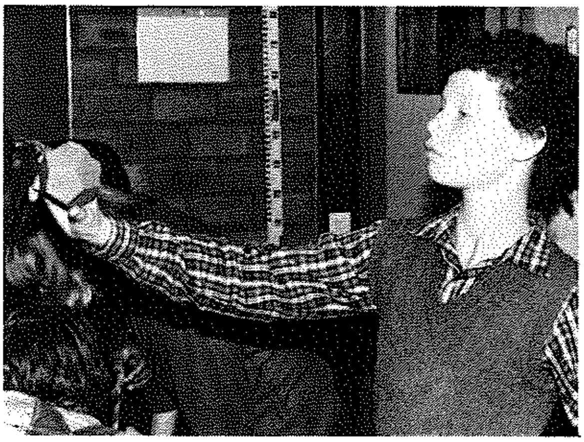


fig. 10

Je kunt er precies evenveel tegelijk in het licht houden.

.... 'Wat je met je oog doet is net als met de lamp', is een verklaring. ....

Met gebaren van oog naar voorwerp wordt het nog verduidelijkt. Deze 'omkering' is natuurlijk belangrijk voor het latere perspektieftekenen. Daar moet je als het ware uit jezelf stappen om te kunnen bedenken hóe je iets ziet.

Trouwens, Euclides beschrijft in zijn '*Optica*' het zien nog met stralen die vanuit het oog vertrekken en de voorwerpen treffen!

de schijngestalten van de maan

Met het bekijken van tegenlichtopnamen bereiden we de analyse van de maanfase voor. (fig. 11)

Op alle schaakstukken zie je aan de linkerkant een randje licht.

▸ *Waar staat de zon?*

Het probleem is niet moeilijk, maar je moet dit in verband met het volgende toch eens expliciet gezegd hebben.

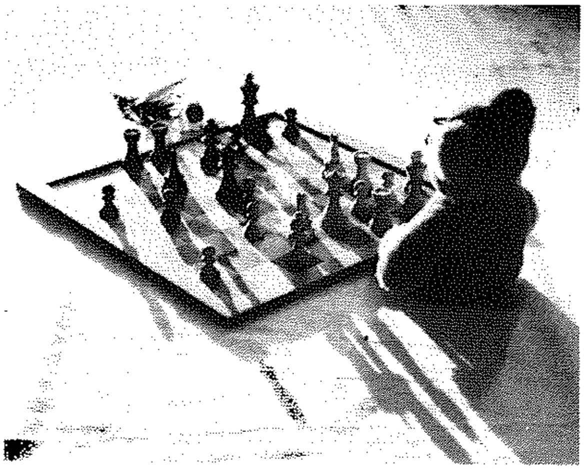


fig. 11

Na de tegenlichtopnamen een klassikale aktiviteit. Vóór in de klas ligt een bal, van links beschenen door de zon of de diaprojektor. (fig. 13) Ieder tekent vanaf zijn plaats zo precies mogelijk de bal en let daarbij vooral op licht

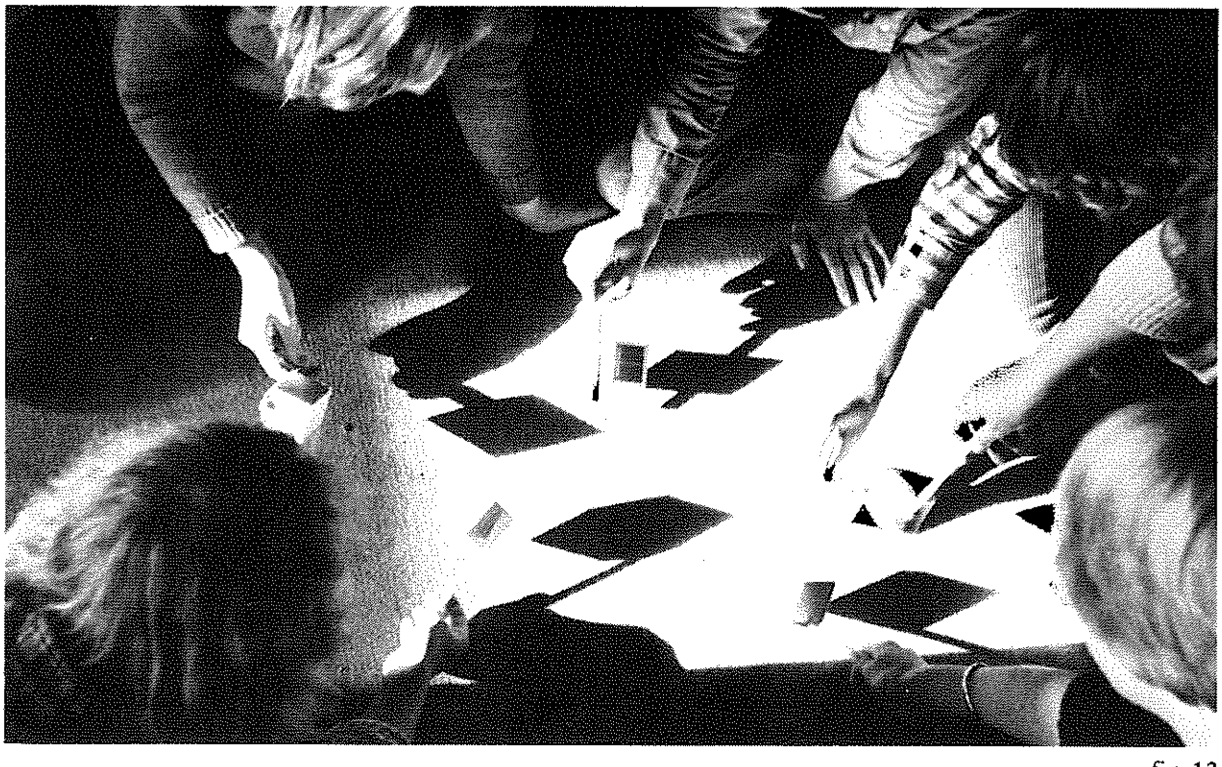


fig. 12

en schaduw. Een paar leerlingen doen het ook op het bord:

fig. 13

Dan blijkt dat niet iedereen hetzelfde heeft gezien. We praten erover, hoe dat komt. Met de zon mee zie je natuurlijk meer licht, zo simpel zit dat.
Dan draait één leerling de bal op de uitgestrekte arm langzaam rond. Ieder moet zich voorstellen wat de baldraaister ziet. Dit is weer dezelfde stap als bij zichtbaar-belichtbaar: uit jezelf stappen en bedenken wat je vanaf een andere plaats ziet.

De laatste opdracht van '*Licht op schaduw*':

> ▸Knip de acht maangezichten van de laatste bladzijde uit en vouw ze zoals het tekeningetje aangeeft.
> Kijk vanaf de aarde naar de maan en zoek dan het juiste maangezicht uit. Stel dat langs de maanbaan op.
> Zoek de goede plaats voor alle acht.
> Laat het zien en plak ze dan vast.

Dat wordt behoudens snel gekorrigeerde verwisselingen goed gedaan. In fig. 14 het resultaat.

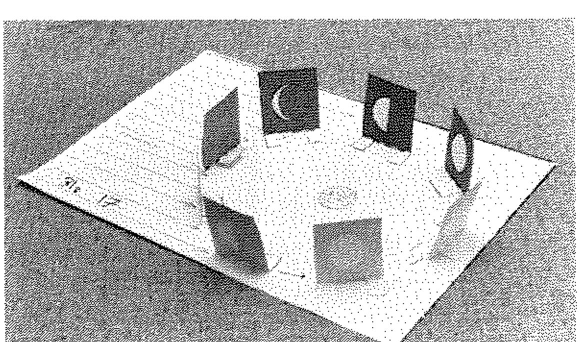
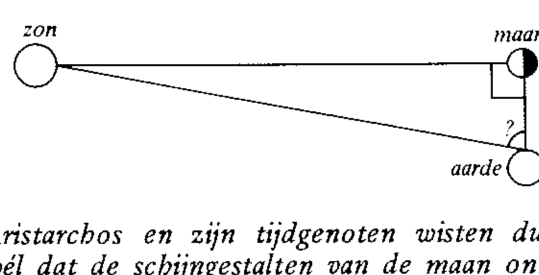


fig. 14

Het doet een beetje aan Stonehenge denken, zo'n cirkel met recht opgestelde stenen. En dat heeft óók iets met de loop van de zon te maken.
Het sterke van deze bouwplaat is, dat de schijngestalten precies in de goede kijkrichting staan. In boeken liggen ze altijd plat in het vlak aarde-maan-baan en dat gaf in een eerdere versie de grootste verwarring. De maanfasen zijn na dit pakket echt helder gezien.

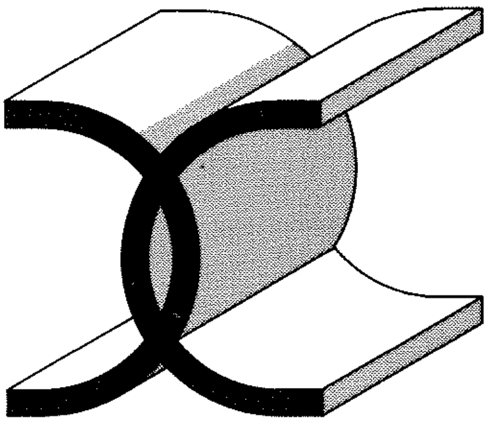
Albrecht Dürer: Zon, maan en zelfs sterren kijken toe als Christus zijn leerlingen onderricht, 1494 fig. 15

Je kunt er de volledige gravures en houtsneden op doorbladeren: tien keer staan zon en maan zoals op dit plaatje (fig. 15), een elfde keer is het goed. Wist Dürer niet beter?
Aristarchos van alexandrië mat al in de derde eeuw voor Chr. de hoek tussen zon en halve maan. Daaruit vond hij als verhouding tussen de afstanden zon-aarde en maan-aarde 20 : 1.



Aristarchos en zijn tijdgenoten wisten dus wél dat de schijngestalten van de maan ontstaan doordat we nu eens meer, dan weer minder van het door de zon beschenen stuk van de maan zien.

opleiding



EEN VAKDIDAKTISCHE VISIE IN ONTWIKKELING

In november 1979 kwamen de docenten wiskunde en didaktiek aan pedagogische akademies in noordwijkerhout bijeen voor hun jaarlijkse iowo-pa-*konferentie. Het was een lustrum.*
In 1969 waren de docenten rekendidaktiek voor het eerst gezamenlijk bijeen gekomen om de vernieuwing van het rekenonderwijs daadwerkelijk ter hand te nemen.
Nu, in 1979, kon teruggekeken worden op een periode waarin fundamentele aandacht werd besteed aan het wiskunde-leren van kinderen én het wiskunde-leren-onderwijzen van studenten.
Vele rekendidaktiekleraren hebben zich in deze periode ontwikkeld tot docenten wiskunde en didaktiek die met meer kennis van zaken de inhouden en werkwijzen van hun vakgebied in beschouwing kunnen nemen.
Een groot aantal van deze docenten durfde het anno 1979 aan om in noordwijkerhout een deel van hun kennis en ervaringen aan kollega's te presenteren en ter diskussie te stellen.
Op dit moment is een publikatie in voorbereiding waarin al deze konferentiebijdragen zijn opgenomen.
Hiernaast alvast een bijdrage van Kees Buys, een jonge pa-*docent uit heemstede, die probeerde zijn vakdidaktische visie-in-ontwikkeling voor kollega's te beschrijven.*

KEES BUYS

inleiding
En ineens kom je er dan achter, dat je alweer zo'n jaar of vijf bezig bent op de pedagogische akademie om het vak wiskunde en didaktiek gestalte te geven. Niemand heeft je eigenlijk ooit verteld hoe je dat nu moet doen, welke modellen je daarvoor zou kunnen gebruiken, of hoe het met de ontwikkelingspsychologie van 18- tot 20-jarigen zit. Wat heb je dan wel? Welnu, je hebt de beschikking over een geweldige hoeveelheid informatie over het *wiskundeonderwijs in de geest van wiskobas* (hierna aan de duiden met *wow*). En je hebt geleidelijk aan steeds meer *pa*-ervaringen opgedaan, te beginnen met de behandeling (niet gehinderd door veel kennis van zaken) van hoofdstukken uit het blok *'Grafische verwerking'*, en voorlopig uitmondend in het opmaken van een soort tussenstand: het vastleggen van een voorlopige, niet afgeronde visie op het vak, zoals u zult aantreffen in het vervolg van deze lezing.
En dan heb je tenslotte nog de beschikking over een langzaam, maar zeker tot wasdom gekomen gevoel voor didaktiek, een soort van didaktisch oergevoel, dat je in staat stelt om in allerlei didaktische probleemsituaties tot oplossingen te geraken: of het nu gaat om het begeleiden van een groepje kinderen in klas drie, dat bezig is met cijferend optellen, of om het begeleiden van een groepje studenten, dat in klas vijf iets aan procenten wil doen, of om het bespreken tijdens een applikatiekursus met een groep leerkrachten van de verschillen in leerstijl tussen kleuterschool en basisschool..., steeds is het dit 'gevoel voor didaktiek' dat je in staat stelt om enigszins adekwaat te reageren.

de ontwikkeling van het 'gevoel voor didaktiek' als hoofddoel van het vakdidaktisch onderwijs
En daarmee ben ik tegelijk aangeland bij wat naar mijn idee het hoofddoel zou moeten zijn van het vakdidaktisch onderwijs: het tot ontwikkeling brengen van het *gevoel voor didaktiek*. Dit gevoel voor didaktiek is naar mijn gevoel de basis, waarop elk didaktisch denken en handelen berust.
Wat bedoel ik nu precies met dat gevoel voor didaktiek?
Welnu, laten we een paar voorbeelden bekijken:

- Rob (*pa1*) is bezig met een groepje kleuters om de begrippen naast, voor en achter te behandelen. Hij heeft daartoe eerst een aantal 'echte' situaties gekreëerd, waarin het voor de kleuters handig was deze begrippen te bevatten. Nu laat

hij de kinderen plaatjes zien, waarop dieren voor of achter een hekje of iets dergelijks staan afgebeeld. Eén van de vier kinderen echter, ziet het verschil niet tussen een plaatje waarbij een kip vóór het hekje is afgebeeld, en een plaatje, waarop die kip achter het hekje staat.
Tja... wat moet ik daar nu mee aan, denkt Rob. Tot hij ineens ziet dat de bewuste plaatjes nogal kompleks zijn: er staat van alles op! Snel zoekt hij nu twee veel grotere plaatjes, waarop veel duidelijker een lammetje in het weiland voor, resp. achter het riet langs een sloot staat afgebeeld. En daarmee was het probleem meteen uit de wereld geholpen!

- Siebrand (*pa2*) is zijn lesvoorbereiding voor een les over de tafel van zeven nog eens aan het doornemen. Bij nader inzien vindt hij het toch wel raar om in de inleiding van deze les (waarin hij de tafel van zeven aanschouwelijk wil maken met een zelfgemaakt bonenspel met steeds rijtjes van zeven bonen) iets te vertellen over bonen: hoe ze gekweekt worden, hoe je ze moet koken, enz. 'Ergens' vindt hij het toch wel vreemd... maar natuurlijk...!, je moet niet met die bonen beginnen, maar het getal zeven en de veelvouden daarvan. Je kunt waarschijnlijk veel beter beginnen met het liedje 'de zevenspring' of zo...

- Ans (*pa3*) is in klas vijf bezig om de kinderen te leren optellen en aftrekken met gelijknamige breuken. Ze wil de kinderen min of meer zelf laten ontdekken hoe dat moet, en daartoe heeft ze elk tweetal kinderen een breukendoos (staafmodel) gegeven met enkele 'probeersommen'. Bij de klassikale nabespreking komen er eerst enkele kinderen met onjuiste suggesties, die in eerste instantie worden toegejuicht door Ans, zonder vast te stellen of ze nu goed of fout zijn. Pas later, als er enkele korrekte oplossingsmetoden zijn 'uitgerold', komt ze nog even terug op die eerste suggesties en stelt dan samen met de klas vast, dat die inderdaad niet door de beugel kunnen.
  Als ik later tijdens de evaluatie van deze les, Ans komplimenteer met het op de juiste wijze hanteren van de 'didaktische kunstgreep' om foute antwoorden aanvankelijk te laten zitten, kijkt ze mij verbaasd aan: ze was er zich tijdens de les helemaal niet bewust van geweest dat ze het zo had gedaan...

Bovenstaande drie situaties (en iedereen kan voor zichzelf andere bedenken) geven naar mijn idee duidelijk aan wat het gevoel voor didaktiek inhoudt. Je zou het kunnen omschrijven als het vermogen om iets van leerprocessen bij kinderen te signaleren en waar te nemen, te stimuleren en te bestendigen en, in een wat later stadium, zelf op gang te zetten en op gang te houden. Het lijkt een soort diepgeworteld oerinstinkt, waarmee in vele (matematisch-)didaktische probleemsituaties, al dan niet in samenspel met de zuivere rede, het logische verstand, oplossingen gevonden kunnen worden.
Soms gebeurt dat volkomen intuïtief, zoals in de laatste situatie, soms gebeurt het in een wisselwerking met het logische verstand, zoals in de tweede situatie. En daarbij is een zekere mate van kreativiteit, de derde belangrijke pijler van adekwaat didaktisch denken en handelen, onontbeerlijk: het is bijvoorbeeld onmogelijk om de eventuele moeilijkheden van kinderen en oplossingen daarvoor, allemaal tevoren aan de burotafel te bedenken. Soms moet je ter plaatse, tijdens een les, een goede aanwijzing verzinnen, een ander voorbeeld bedenken, enz.

Waarom nu juist de ontwikkeling van dat gevoel voor didaktiek als hoofddoel?
Wel, er zijn bij deze stelling vele kanttekeningen te plaatsen, maar één ding lijkt me van buitengewoon groot belang: indien het gevoel voor didaktiek in voldoende mate ontwikkeld is, dan is het mogelijk het toe te passen in de meest uiteenlopende situaties, zonder dat je al te afhankelijk bent van de specifieke omstandigheden, waarin die situaties zich voordoen: de leeftijd van de leerlingen, de gehanteerde rekenmetode, de te behandelen leerstof, enz. Een goed ontwikkeld gevoel voor didaktiek is als het ware uitgestegen boven dergelijke plaatselijke omstandigheden. Het is een transcendente gegevenheid geworden.

enkele randvoorwaarden: wiskunde als geesteshouding en omgangsbekwaamheid

Nu kun je dat gevoel voor didaktiek niet zomaar tot ontwikkeling brengen. Er is een aantal beginvoorwaarden, of liever gezegd (aangezien het onmogelijk blijkt om studenten er op voorhand aan te laten voldoen): randvoorwaarden. Twee van deze randvoorwaarden lijken mij het belangrijkst.
In de eerste plaats moet een student(e) een redelijke mate van bekwaamheid hebben in het omgaan met kinderen. Zij of hij moet een zekere mate van voeling hebben met kinderen, met hun rijke fantasiewereld, hun humor en hun denken. Veel studenten bezitten een dergelijke bekwaamheid al als ze de *pa* binnenkomen, maar het is naar mijn idee van groot belang de studenten in de eerste periode van *pa1* een aantal omgangssituaties

te laten doorlopen, waarin en waardoor ze zich (beter) bewust worden van hun eigen mogelijkheden en beperkingen bij het optrekken met kinderen, het inspelen op hun reakties, enz. In een dergelijke, niet specifiek didáktisch gerichte aanloopperiode, kunnen zij deze bekwaamheid dan verder tot ontwikkeling brengen.
Een tweede belangrijke randvoorwaarde is natuurlijk: voldoende kennis van de wiskunde. Helaas blijkt steeds weer dat die kennis bij veel studenten hopeloos tekort schiet. Een nog groter probleem is daarbij echter het feit, dat studenten zich in het algemeen in de loop van de achter hen liggende schoolperiode een tamelijk vaststaand beeld hebben gevormd van wiskunde en wiskunde-leren. Wiskunde houdt voor hen een grote hoeveelheid regeltjes, technieken, stellingen en definities in, die in het gunstigste geval een duidelijke strukturele samenhang vertonen. Voor velen is die samenhang echter altijd goeddeels verborgen gebleven, en voor hen roept wiskunde-leren dan ook allerlei associaties op met eindeloos inoefenen, nadoen wat is uitgelegd en het uit je hoofd leren van nietszeggende stellingen. Voor hen is wiskunde-leren een soort denkdressuur geweest.
En daar tegenover staat dan het wiskundeonderwijs voor de basisschool, waarmee wij de studenten vertrouwd willen maken: het *wow*, dat een totaal ander karakter heeft. Bij het *wow* gaat het veel meer om het ontwikkelen (of bestendigen) van een open, zelfstandig-kritische en voortdurend-nieuwsgierige houding bij de kinderen ten aanzien van wiskunde en wiskundige problemen. Of, om met Prof. Freudenthal te spreken, het gaat om het ontwikkelen van een bepaalde geesteshouding ten aanzien van wiskunde.
Het lijkt mij een duidelijke zaak, dat een student, die je wilt leren onderwijzen in de geest van wiskobas, in de allereerste plaats zelf een dergelijke geesteshouding dient te bezitten. En het beroerde is, dat die veelal ver te zoeken is!
Waarmee we aankomen bij de noodzaak om studenten de gelegenheid te geven, verandering aan te brengen in hun eigen denkhouding, zodat de heersende denkdressuur doorbroken kan worden. Voorwaar geen geringe opgave...

enkele aspekten van het leerproces van de studenten

Wat is het nu voor een soort leerproces, waarin het gevoel voor didaktiek tot ontwikkeling komt? Welke aspekten zijn er te onderscheiden? In hoeverre verschilt dat leerproces van andere elementaire leerprocessen? Welke rol speelt kennis in dat leerproces?
Het is niet moeilijk een menigte vragen op te roepen, en vele daarvan zullen voorlopig nog onbeantwoord moeten blijven. Vele problemen zullen nog onderzocht moeten worden, ideeën zullen uitgeprobeerd moeten worden. Hoewel het dus op dit moment onmogelijk is een afgeronde karakteristiek te geven, lijkt het wel doenlijk om enkele, naar mijn idee essentiële, aspekten van dat leerproces aan te geven.

het is een aktief groeiproces

In tegenstelling tot het a priori op kognitie gerichte leerproces van het voortgezet onderwijs, waarbij het leren in hoofdzaak plaatsvindt via het (tamelijk passief) opnemen en verwerken van aangeboden informatie op allerlei terreinen, gaat het in het vakdidaktisch onderwijs op en rond de *pa* veel meer om het op gang brengen van een aktief groei- of ontwikkelingsproces, waarin een student leert om zelf oplossingen te kreëren voor ontmoete problemen, om zelf een geschikte stageaktiviteit uit te kiezen en 'aan te kleden', om er zelf achter te komen wat de waarde is van aangedragen teorieën, om zelf te beslissen in hoeverre het onderwijs van mentor of docent inspirerend of aanstekelijk werkt, om zelf ideeën te ontwikkelen over onderwijsvernieuwing, om eigen idealen omtrent onderwijs verder aan te scherpen, te toetsen en in te vullen.
Het geheel van al dit soort aktiviteiten geeft inhoud aan een leerproces, dat gericht is op de aktieve ontwikkeling van eigen didaktische mogelijkheden, het operationeel maken van didaktische kennis, het wegnemen van eigen didaktische beperkingen, kortom: gericht op het op veelzijdige wijze tot ontwikkeling brengen van het eigen gevoel voor didaktiek. Het gevolg is een groeiproces, dat de student alleen zelf in stand kan houden: het is net als met een boom, natuurlijk heeft hij wel voeding (i.c. geschikte leersituaties, zorgvuldige begeleiding, e.d.) nodig, evenals zonlicht (i.c. idealen, inspiratie), maar de groei vindt in de allereerste plaats van binnenuit plaats!

het leerproces komt tot stand via een wisselwerking van teorie en praktijk

Het lijkt me tamelijk voor de hand liggend, dat een groeiproces, zoals hierboven beschreven, alleen maar van de grond kan komen indien er een regelmatige koppeling van praktische en teoretische aktiviteiten plaatsvindt. Immers, pas dán kunnen eigen praktische

ervaringen en in de lessen aangedragen of ontwikkelde kennis tot een zinvol, operationeel geheel verwerkt worden.
Zo dient het in de teorielessen doorgemaakte of verworvene uitgeprobeerd te worden, en dienen anderzijds eigen praktische ervaringen op de oefenschool toegepast te kunnen worden in de teorielessen op de *pa*, zodat bijvoorbeeld daarin aangedragen didaktische problemen of ontwikkelingspsychologische teorieën mede geanalyseerd kunnen worden op grond van persoonlijke praktijkervaringen. Overigens is dit aspekt van de wisselwerking reeds uitvoerig in verschillende *iowo*-publikaties aan de orde gekomen, zodat ik er hier beter het zwijgen over kan bewaren.
Toch is er één punt dat binnen deze wisselwerking speciale aandacht verdient, namelijk het leren reflekteren. Het komt mij voor, dat dit leren reflekteren (wat overigens door *iowo*-mensen ook al is benadrukt) een centrale rol inneemt: een student moet leren om na afloop van een teorieles of een stageaktiviteit (bij voorkeur niet onmiddellijk erna, maar enige tijd later zodat alles wat bezonken is) de film van alles wat gebeurd is als het ware terug te spoelen en nog eens voor het eigen geestesoog af te draaien. Juist in een dergelijke situatie wordt het mogelijk om waardevolle elementen in het eigen didaktisch handelen (beter) bewust te worden, of om eigen fouten op te sporen in het licht van in voorgaande teorielessen aangedragen didaktische richtpunten, of om te doordenken in hoeverre bepaalde teoretische kennis verwezenlijkt werd en 'werkte'.

het is een herscheppend leerproces
Begrippen als weten, begrijpen, leren en kennis, krijgen in het voortgezet onderwijs een duidelijke invulling, een zekere, door allerlei leerervaringen bepaalde, kleur.
Nu is het leerproces in het voortgezet onderwijs, naar mijn idee, heel sterk gericht op het doorgronden van allerlei logisch-samenhangende stelsels verschijnselen, denkbeelden of feiten.
Zo ligt bij het moderne talenonderwijs de nadruk sterk op systematische kennisverwerving van de grammatika, bij scheikunde wordt zeer veel aandacht besteed aan de atoomteorie, enz.
Dergelijke leerprocessen gaan gepaard met een logisch-analytisch-intellektueel getint denkproces, én het besef dat bij een scholier groeit omtrent een begrip als kennis, is daardoor in hoge mate bepaald: kennis houdt in een samenhangend systeem van intellektueel verworven denkbeelden, die je in sommige situaties kunt toepassen.
Een dergelijk besef van kennis is natuurlijk zeer beperkt. Kennis kan een veel wezenlijker, een veel diepere betekenis hebben, waarbij zij uitstijgt boven het nivo van een operationeel systeem van samenhangende denkbeelden. En het lijkt mij toe, dat iets van kennis in een veel ruimere zin ervaren kan worden in het vakdidaktisch onderwijs. Wezenlijke kennis van didaktiek in de ruimste zin, houdt naar mijn idee veeleer in dat je de vakdidaktische denkbeelden, het intellektueel kenbare, achter je hebt gelaten en dat je didaktische (probleem-)situaties vanuit een veel diepere bron benadert en tot oplossing weet te brengen. En die veel diepere bron zou je dan het tot volle ontplooiing gekomen gevoel voor didaktiek kunnen noemen.
Als zich in het vakdidaktisch onderwijs een leerproces kan voltrekken, waarin iets wordt ervaren van die veel diepere bron van denken en handelen, dan zal voor de student het begrip kennis zélf een heel andere inhoud krijgen; het begrip kennis wordt tijdens het leerproces op de *pa* als het ware herschapen, opnieuw geschapen.

het is een leerproces dat verloopt via het doormaken van een aantal ervaringen
Zoals je kunt zeggen, dat het leerproces via het *wow* tot stand komt via het doorlopen van trajekten van wiskundige problemen en via de daarin tot ontwikkeling gebrachte vaardigheden en inzichten, zo kun je stellen, dat het groeiproces in het vakdidaktisch onderwijs ontstaat via het doormaken van een aantal ervaringen en via het verwerven daarin van vakdidaktische kennis en, in laatste instantie, via het ontwikkelen daarin van het gevoel voor didaktiek.
Wat zijn dat nu voor ervaringen? Wel, je zou het bijwonen van een hoorkollege van anderhalf uur natuurlijk ook een ervaring kunnen noemen, maar in die zin is het niet bedoeld.
Het gaat veel meer om het deelnemen aan onderwijsleersituaties, waarin de mogelijkheid tot aktieve persoonlijke betrokkenheid, en de kans om eigen ideeën en kennis erin te betrekken, volop aanwezig zijn.
Om dit aspekt van het ervaringsleren wat nader uit te werken, heb ik in het navolgende de mogelijkheid opgenomen zelf een kleine leerervaring door te maken. U vindt in de volgende paragraaf de beschrijving van twee van de vele probleemgevallen, die ons huidige rekenonderwijs kent, met aansluitend een serie vragen, die betrekking hebben op het verhoudingsaspekt in de rekenleerstof en op

het leren van deze twee probleemgevallen. Misschien kunnen we aan de hand van deze eigen ervaring het fenomeen ervaringsleren wat nader duiden.

een kleine leerervaring op het gebied van verhoudingen

In het eerste gedeelte van deze paragraaf vindt u het materiaal voor de leerervaring, zoals hierboven beschreven, terwijl in het tweede gedeelte iets over de mogelijke leerwinst wordt vermeld.

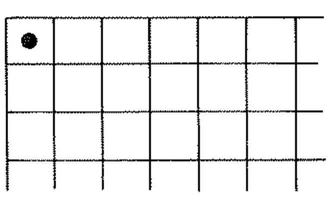
twee probleemgevallen

schijnbewegingen op het honderdveld

Vanmorgen was ik op bezoek in een tweede klas. De rekenles was juist begonnen, en de kinderen waren druk bezig met sommen als:

97 – 5 =
49 – 7 =
35 – 3 =

Al rondscharrelend door de klas, valt het me op dat zeker vijf kinderen er nauwelijks uitkomen. Hoe kan dat nou? Ik weet, dat ze het honderdveld kennen, dus misschien is dat een geschikt hulpmiddel. Voor één der drenkelingen teken ik een honderdveld en vraag, welk getal je altijd in dat linker bovenhokje zet:



Nou, dat weet Arjan wel, daar zet je 1 neer. Daarnaast komt 2, dan 3, enz. Bij 10 spring ik een vakje recht naar beneden.

.... 'Welk getal komt daar?'
'Nou, 11...!' (Arjan) ....

Ik wijs hem erop, dat die altijd aan het begin staat en stel de vraag dan nog een keer, benadrukkend dat hij goed moet nadenken. Na veel piekeren en puzzelen gaan we eerst maar 11, 12, 13 en 14 invullen, en als ik het dan nog eens vraag, weet hij het: helemaal aan het einde moet 20 staan! Daarna vullen we 21, 22, 23, enz. in. Deze getallen vormen nu geen probleem meer. Als ik bij 31 ben aangeland, ga ik weer één hokje omlaag. Arjan is dan weer in last. Hij ziet niet de regelmaat van de erboven staande getallen:

1	2	
11	12	
21	22	
31	32	

Pas als we eerst het hele rijtje van de dertig hebben afgelopen (32, 33, ..., 40) weet hij, dat het 41 moet zijn. Weer ga ik een hokje omlaag en nu weet hij het wel: 51! Zo vullen we het honderdveld steeds verder in en keren tenslotte terug naar de eerste som: 97 – 5 =

.... 'Weet je nu nog waar 97 staat?' ....

Arjan gaat op zoek, met z'n pen de rijen van het honderdveld langslopend, en het valt hem niet mee. Het lijkt er veel op, dat hij zonder enig nadenken de cijferkombinatie 'negen-zeven' aan het opsporen is, zonder in de gaten te hebben waar die 'negen-zeven' ongeveer moet zitten. Uiteindelijk weet hij toch het juiste vakje te vinden en dan leg ik hem uit, hoe je de som verder moet uitrekenen:

.... 'Je doet vijf stapjes terug en je leest af welk getal daar staat.' ....

Verheugd noteert Arjan het antwoord: 92!

De tweede som doen we ook nog samen en de derde doet Arjan alleen. Maar... helaas! In plaats van 35 gaat hij uit van het vakje 53.

Als ik hem dan vraag hoeveel tientallen er in 35 zitten, antwoordt hij 'vijf', met een lichte glans van wanhoop in zijn ogen. Deze wanhoop maakt zich gelijktijdig ook van mij meester: er is geen beginnen aan om zo'n jongen in één steunlesje bij te spijkeren. En zelfs als het bij dit type sommen wel zou lukken, dan zou hij bij de eerstvolgende nieuwe soort (bijvoorbeeld: 97 – 9 =) wéér helemaal de mist ingaan. Wat moet je daar nou mee, met zo'n probleemgeval? En als je je dan realiseert, dat misschien 20% van alle nederlandse kinderen tot deze kategorie behoort...

modderen in het metriek stelsel

In de derde klas zijn ze al een heel eind gekomen met meten. Allereerst hebben de kinderen een aantal praktische meetopdrachten uitgevoerd en besproken; deze kwamen niet in de gebruikte metode voor (*niveaucursus rekenen*), maar juf vond het opdoen van praktische ervaringen toch wel belangrijk, en daarom had ze zelf maar wat bedacht.

Natuurlijk kun je niet te lang bij zo'n onderwerp stilstaan, want er moet in de derde klas heel wat rekenleerstof doorgewerkt worden, en zo zijn de kinderen nu druk bezig met de beroemde en beruchte herleidingssommen:

3 dm = ... cm;
21 cm = ... dm + ... cm;
5 dm = ... cm;
1 dm = ... cm;
85 cm = ... dm + ... cm;
33 cm = ... dm + ... cm.

In de les die zojuist begonnen is, heeft juf eerst nog eens behandeld hoe het ook alweer ging: 16 cm = ... dm + ... cm.

Daarbij is de liniaal ter sprake gekomen en is opnieuw met veel nadruk vastgesteld dat 10 cm = 1 dm.

Vervolgens wordt een werkblad uitgedeeld, waarop eerst een paar inleidende meetopdrachten voorkomen, zoals:

▶ Kijk eens rond in de klas en schrijf drie dingen op, die volgens jou ongeveer 2 dm lang zijn:
  a)
  b)
  c)

▶ Meet nu heel precies de langste kant van je tafeltje.
  Dat is ... dm + ... cm.

Bij een volgende opdracht begint het echte rekenwerk. Daar staan de herleidingssommen, zoals hierboven gegeven. Maar juf heeft het goed uitgelegd, en de meeste kinderen hebben er dan ook niet zoveel moeite mee. Dat blijkt wel, als ik wat door de klas rondloop en af en toe eens vraag hoe ze het aanpakken.

.... 'Nou, 21 cm dat is 20 cm, enne.. nou dat is 2 dm en dan heb je nog 1 cm over.' (Elsje) ....

Toch zijn er ook kinderen die er nog heel veel moeite mee hebben. Zo vind ik bij Richard de volgende antwoorden:

3 dm = 3 cm;
21 cm = 20 dm + 1 cm;
5 dm = 5 cm;
1 dm = 2 cm.

Dat ziet er niet best uit! Op mijn vraag, hoe hij die eerste som nu heeft aangepakt, komt hij niet verder dan een herhaaldelijk:

.... 'Nou gewoon..., 3 dm dat is 3 cm...' ....

Enigszins misprijzend geef ik te kennen dat dát toch niet goed is, maar Richard houdt voet bij stuk: het is wél goed!

.... 'Maar één decimeter, hoeveel centimeter is dat?'
'Eh...' (ziet dan bovenaan het werkblad met grote letters: 'Onthoud: 1 dm = 10 cm') en zegt: '10 cm!' (Richard)
'Goed zo. En hoeveel centimeter is dan twee decimeter?'
'Eh... 20 cm!' (Richard)
'Goed zo. En 3 dm?'
'30 cm!' (Richard) ....

Samen verbeteren we het antwoord en gaan daarna over naar de tweede som. Daar stuit ik op nieuwe problemen.

.... 'Twintig centimeter, hoeveel decimeter is dat?'
'Eh... vijf!' (Richard)
'Nee, laten we maar opnieuw beginnen.' ....

En weer stellen we vast, dat 10 cm = 1 dm, en dat 20 cm dus 2 dm is. Daarna stap ik over op 21 cm. We stellen vast, dat dat 1 cm meer is, en dat 21 cm 'dus' gelijk is aan 2 dm en 1 cm.

.... 'Nou, verbeter je antwoord maar.' ....

De moed begint me al aardig in de schoenen te zinken en ik begin me ernstig af te vragen, of een dergelijke eenmalige uitleg wel zo zinnig is. Mijn twijfel wordt nog versterkt als Richard bij de volgende som (5 dm = ... cm) eerst 'vijf' antwoordt en vervolgens, bij het zien van mijn vertwijfelde gebaren:

.... 'O nee... eh... tien!' ....

Voorzichtig maak ik duidelijk, dat deze sommen toch nog wel erg moeilijk zijn en dat hij misschien beter met de laatste opdracht verder kan gaan:

▶ Meet nu heel precies van je tafeltje op:
  de breedte : ... cm;
  de hoogte : ... cm;
  de dikte : ... cm.

Na de les vernam ik van de juf, dat Richard eigenlijk nog niet aan deze stof toe is, maar ja, er zitten wel meer langzame rekenaar(ster)s in de klas, en je kunt niet voor alle kinderen andere stof gaan uitzoeken...

Als ik even later in diep gepeins verzonken de school uitwandel, hoor ik plötseling Richard z'n stem achter me:

.... 'Dag meester, tot ziens! Kom je nog eens bij ons kijken?' ....

Even rustig laten bezinken, deze probleemgevallen. Iedereen kan er zijn eigen droevig stemmende ervaringen naast leggen.

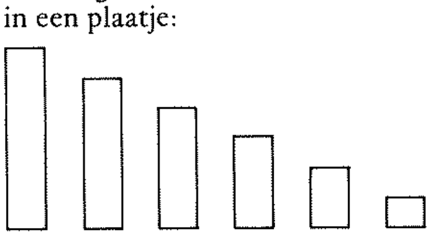
Je zou over de aard van deze problemen, over de oorzaken ervan en over mogelijke oplossingen, natuurlijk zeer uitgebreid van gedachten kunnen wisselen. En dat is, gezien de vaststelling aan het einde van het eerste probleemgeval, heel erg nodig.

Toch lijkt het verstandig de gedachtenwisseling in deze les te beperken tot één matematisch-didaktisch aspekt van de probleemgevallen, namelijk de rol die 'verhoudingen' (en het gebrek aan inzicht in 'verhoudingen') hier spelen. Daarover handelen de volgende tien vragen:

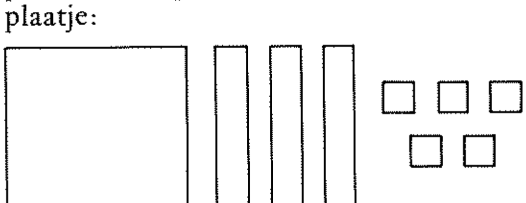
- De rekenproblemen van beide kinderen hebben betrekking op verschillende onderwerpen. Omschrijf zo goed mogelijk welke onderwerpen dit zijn.
- Onderzoek op welke wijze 'verhoudingen' een rol spelen bij deze onderwerpen.
- Op welke wijze kun je dat verhoudingsaspekt bij deze onderwerpen aanschouwelijk maken?
- Kun je stellen, dat de twee kinderen een slecht 'gevoel voor verhoudingen' hebben? Waaruit zou dat dan blijken?
- Hoe zou je dat gevoel voor verhoudingen bij deze kinderen, binnen de onderwerpen waarom het hier gaat, beter tot ontwikkeling kunnen brengen?
- Zou je meer in het algemeen voorbeelden van wiskundige probleemsituaties kunnen bedenken, waarbij verhoudingen een soortgelijke rol spelen?
- Weet je nog andere onderwerpen (klas 1, klas 4, klas 5,...) waarbij verhoudingen een

soortgelijke 'fundamentele rol op de achtergrond' spelen?
• Bedenk zoveel mogelijk denkmodellen en materialen, waarin dat verhoudingsaspekt aan het licht treedt.
• Begin je intussen al een idee te krijgen waarom verhoudingen in het traditionele rekenonderwijs zo'n ondergeschoven positie innemen?
• Welke onderwijskundige, wiskundige of didaktische aspekten van verhoudingen heb je tot nu toe in dit blok gemist?

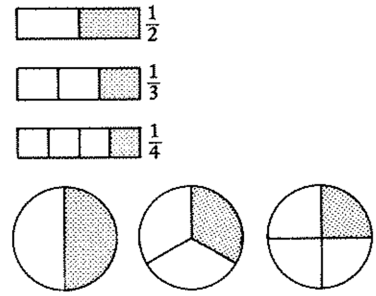
de leerwinst
Voor velen van u zal de zojuist opgedane leerervaring weinig of geen nieuws hebben opgeleverd: u bent waarschijnlijk al lang bekend met de sleutelpositie die verhoudingen innemen in elk waarlijk inzichtelijk wiskundeonderwijs.
Toch lijkt het zinnig hier wat nader in te gaan op de vraag, wat door middel van deze leerervaring nu precies geleerd kan worden. En om daar wat meer duidelijkheid over te krijgen, is het 't handigste ons even te verplaatsen naar een groep *pa3*-studenten, die ik dezelfde leerervaring liet opdoen. Tijdens de bespreking van de tien vragen bleek dat de meesten, vooral ook op grond van voorafgaande leerervaringen, al aardig zicht hadden op de 'fundamentele doorslaggevende rol van verhoudingen in de ondergrond', zoals we het toen gezamenlijk formuleerden. In een volgende les kwam het onderwerp nog eens terug en toen kwam de rol van verhoudingen in alle helderheid ongeveer op de volgende wijze naar voren:
• Je wilt kinderen op de basisschool allerlei getalbegrippen aanleren:
  – het 'kleine' getalbegrip 1, 2, 3, 4, ..., 20, als aanduiding van een hoeveelheid of een rangorde;
    in een plaatje:


enz.

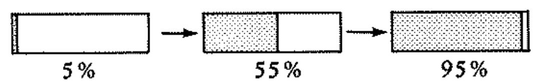
  – het 'grote' getalbegrip: de tientallige, positionele opbouw van getallen in een plaatje:


(135)

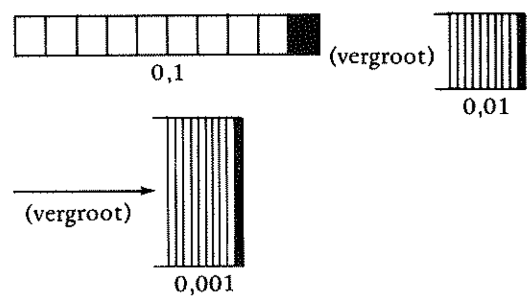
  – het breukgetalbegrip;
    in een plaatje:



  – het percentagegetalbegrip:



  – het kommagetalbegrip;
    in een plaatje:



• Misschien is wel het meest karakteristieke aan al deze getalbegrippen, het 'verhoudingsgewijze' dat erin besloten ligt:
  – bij de eerste twee gevallen de vaste onderlinge grootteverhouding;
  – bij de laatste drie gevallen de inwendige grootteverhouding.
• Als je kinderen deze getalbegrippen wilt doen verwerven, dan is inzicht in het 'verhoudingsgewijze', en algemener: in verhoudingen, van doorslaggevende betekenis.
• Het 'verhoudingsgewijze' komt het duidelijkst tot uitdrukking in allerlei meetkundige denkmodellen, zoals tientallig materiaal, cuisenairemateriaal, stroken, enz.
• Door met deze denkmodellen te werken ontstaat voor het kind een fundamentele ondersteuning van het leerproces bij de ontwikkeling van de getalbegrippen.

enkele wezenlijke aspekten van het leren door middel van ervaringen
Het begrip ervaringsleren is op zichzelf nog erg vaag en vraagt, binnen het kader van het vakdidaktisch-onderwijs-in-ontwikkeling, zeker om een nauwkeurige duiding. Nu is het mij, zoals reeds eerder opgemerkt, volslagen onmogelijk er een ook maar enigszins afge-

ronde karakteristiek van te geven. Toch zou ik hier enkele, naar mijn idee wezenlijke, aspekten naar voren willen brengen.

rijke oriënteringsbasis
Wil een student in een aangedragen matematisch-didaktische (probleem-)situatie ook maar enigszins tot een gefundeerd standpunt of inzicht kunnen komen, dan is het noodzakelijk, dat die student zich bij het bepalen van een standpunt mede kan oriënteren op een rijke basis van relevante eigen praktische ervaringen, die naast het in de les aangedragene, geplaatst kunnen worden.
Naast een goed ontwikkeld gevoel voor didaktiek en kennis van wiskunde en didaktiek, kan juist het houvast van deze ervaringen voorkomen dat een ingenomen standpunt niet meer is dan een slag in de lucht. Zo is het in de beschreven verhoudingssituatie onontbeerlijk, dat een student af en toe zelf eens bezig is geweest met probleemkinderen in het rekenonderwijs, en dat hij of zij zelf eens één of meer lesjes over verhoudingen heeft gegeven, zowel binnen de traditionele aanpak als binnen de wiskobasaanpak. Op deze wijze wordt het mogelijk dat het zicht op verhoudingen werkelijk tot een eigen inzicht wordt, dat – eenmaal verworven – lange tijd kan blijven doorwerken.

samenhang en herkenbaarheid
De ervaringen, die een student in een bepaalde *pa*-les opdoet, moeten ten nauwste samenhangen met ervaringen uit voorgaande lessen: er moeten zeer duidelijk herkenningspunten aanwezig zijn, die in andere lessen al in het middelpunt van de belangstelling hebben gestaan, en die de ervaringen van deze les als het ware schragen. Aldus kunnen de ervaringen in een soort getrapte opbouw worden opgedaan, waarbij voorgaande ervaringen, zowel uit de teorielessen als uit de oefenschool, de basis vormen voor nieuwe ervaringen.
Binnen de beschreven verhoudingssituatie komt dit aspekt van samenhang en herkenbaarheid o.m. naar voren in een van de vragen, waarin het in een voorgaande les verworven zicht op de 'ondergeschoven positie van verhoudingen binnen het traditionele rekenonderwijs', gekoppeld aan het zicht op het aan den lijve ondervonden gebrek aan inzichtelijkheid van dat traditionele rekenonderwijs, de achtergrond vormen, waartegen het inzicht in de fundamentele rol van verhoudingen in inzichtelijk wiskundeonderwijs, zich duidelijk kan manifesteren.

Overigens valt over die getrapte opbouw van leerervaringen natuurlijk nog veel meer te vertellen. U vindt iets meer in de laatste paragraaf van deze lezing.

gelegenheid tot aktieve deelname en ruimte voor eigen interpretatie
Dat er voor het opdoen van ervaringen veel gelegenheid tot aktieve deelname moet zijn, zal niemand in twijfel trekken. Het passief konsumeren van frontaal aangeboden kennis, werkt op het leerproces van de student eerder blokkerend dan stimulerend. Aangezien dit punt ook op diverse *iowo*-konferenties al ruimschoots onder de aandacht is gekomen, kan een nadere toelichting hier gevoeglijk achterwege blijven.
Wat betreft de ruimte voor eigen interpretatie, zou ik een voorbeeld willen geven uit de eigen les. Tijdens het bespreken van de tien vragen uit de 'verhoudingssituatie', en ook in de daarop volgende les, die resulteerde in de leerwinst zoals hierboven beschreven, bleef één meisje hardnekkig volhouden aan haar eigen, afwijkende standpunt, dat kinderen van nature voldoende inzicht hebben in verhoudingen, en dat inzicht in het 'verhoudingsgewijze' bij de ontwikkeling van al die getalbegrippen ontstaat: je hoeft daar helemaal niet expliciet aandacht aan te besteden!
Afgezien van het feit, dat voor dat standpunt ook best iets valt te zeggen, lijkt het mij van belang dat je als docent in een dergelijke situatie niet al te zeer moet proberen dat meisje van haar standpunt af te krijgen. Blijkbaar heeft zij sterke motieven om bij haar standpunt te blijven, en ook al waren die motieven voor mij volslagen onduidelijk, toch dien ik dat standpunt te respekteren.
Meer in het algemeen denk ik dat het zeer gevaarlijk is om in allerlei matematisch-didaktische probleemsituaties te pogen zoiets als een 'objektieve waarheid' aan het licht te doen komen (vergelijk Multatuli: 'Niets is zeker, en zelfs dat niet...').

bewustmakingspunten
Ook het feit, dat de weg van het ervaringsleren gemarkeerd dient te zijn door een aantal fundamentele bewustmakingspunten van matematisch-didaktische aard, is al meermalen onder de aandacht gebracht. Vooral in het onlangs verschenen proefschrift '*Leren onderwijzen met wiskobas*' van Fred Goffree, is het één der centrale tema's.
Op deze plaats zou ik er slechts één opmerking over willen maken. Het komt mij voor, dat je deze bewustmakingspunten kunt indelen in twee fundamenteel verschillende kate-

gorieën, die niettemin gemakkelijk door elkaar gehaald kunnen worden en die hun belang vooral ontlenen aan de twee mijns inziens voornaamste produktdoelen van het vakdidaktisch onderwijs.
Deze twee voornaamste produktdoelen zijn:

- een afgestudeerde student moet kunnen onderwijzen in de geest van wiskobas;
- hij of zij dient een ruime kennis te hebben van het *wow*, het wiskundeonderwijs in de geest van wiskobas.

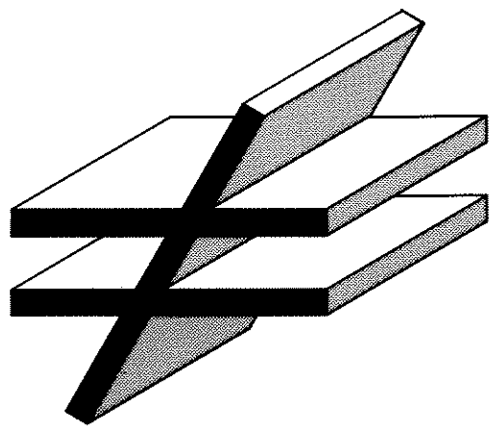
Nu zijn in de loop van tien jaar wiskobas in een aantal *iowo*-publikaties talloze karakteristieke kenmerken van het *wow* naar voren gekomen.
Te beginnen met de acht matematisch-didaktische uitgangspunten (aktiviteitsprincipe, differentiatieprincipe, enz.) in '*Matematika*', via de in de '*Doorkijkspiegelingen*' gesignaleerde kernpunten (instapproblemen, bewustmakingsmomenten, probleemgeoriënteerd onderwijs, enz.) en via de in '*De Kiekkas*' beschreven typerende leeraktiviteiten (symboliseren, visualiseren, generaliseren, enz.) is een geweldige rijkdom aan het licht gekomen van matematisch-didaktische verschijnselen, die gezamenlijk vanuit diverse invalshoeken het *wow* duiden.
En daarmee is tevens de eerste kategorie bewustmakingspunten aangegeven: de zich steeds verder verdiepende ervaringen van studenten met het *wow* dienen hun neerslag te vinden in de bewustwording van een aantal van deze matematisch-didaktische verschijnselen.
Anderzijds is een aantal matematisch-didaktische aangrijpingspunten geformuleerd (zoals in '*Leren onderwijzen met wiskobas*'), die bedoeld zijn als hulpmiddelen voor studenten om beter tot waardevol, eigen onderwijs te komen, zoals: kernvragen, hints geven, uitleggen.
En hiermee is tevens een tweede kategorie bewustmakingspunten aangegeven, die evenzeer het resultaat van doorgemaakte ervaringen tijdens *pa*-lessen kunnen vormen. Daarbij moet echter niet uit het oog verloren worden, dat met het bewustmaken van punten uit de twee beschreven kategorieën, duidelijk heel verschillende doelen worden nagestreefd. In die zin is het van belang dat het geschetste onderscheid, vooral ook door de studenten zelf, wordt ingezien.

is er een fasering aan te geven voor het leerproces van de student?
Eerder heb ik al aangegeven, dat het leren via het opdoen van ervaringen zou moeten plaatsvinden in een getrapte opbouw van ervaringen, die van tijd tot tijd kulmineert in enkele bewustmakingspunten, die dan bijvoorbeeld iets wezenlijks zeggen over de relaties binnen inzichtelijk wiskundeonderwijs met allerlei andere leerstofgebieden, of over mogelijkheden om tot eigen zinvol wiskundeonderwijs te komen, enz.
Deze bewustmakingspunten dienen in het algemeen in het vakdidaktisch onderwijs een aantal keren op de voorgrond te treden, om de werking ervan zo goed mogelijk tot haar recht te laten komen: aangrijpingspunten als hints geven of kernvragen, worden pas echt operationeel voor studenten, als zij het nut ervan een aantal keren, zowel in de teorielessen als op de oefenschool, hebben ervaren. Ze hebben dan aan den lijve ondervonden, dat je inderdaad op deze wijze tot beter eigen onderwijs kunt komen! Waarbij we er overigens voor moeten waken, dat zij genoemde aangrijpingspunten bijvoorbeeld als doelen in zichzelf gaan zien, als stukjes leerstof, die getentamineerd worden en op grond waarvan je later, bij voldoende kennis ervan, een diploma krijgt uitgereikt. Steeds weer valt me op, hoe sterk studenten gefikseerd zijn op het aanleren van kennis in deze vorm!
Nu zegt deze getrapte opbouw van leerervaringen natuurlijk nog maar erg weinig over een mogelijke fasering van het leerproces. Het zegt in feite alleen iets over de manier waarop een student in de loop van haar of zijn opleiding matematisch-didaktische kennis verwerft en operationeel maakt. Ga je het leerproces bekijken vanuit de invalshoek van het leren van het kind, dan treedt een tweede fase aan het daglicht.
Om allerlei redenen verdient het namelijk aanbeveling om studenten eerst vertrouwd te maken en ervaring te laten opdoen met kortlopende leerprocessen bij het kind, oftewel leermomenten.
Dit komt o.a. heel duidelijk tot uitdrukking in de '*Gorkumse pal-blokken*', waarbij de stageaktiviteiten vooral zijn toegespitst op het op touw zetten van leermomenten: in eerste instantie voor kleine groepjes kinderen, later voor een hele klas.
Later kan dan de studie van langlopende leerprocessen (cijferen, breuken, e.d.) ter hand genomen worden. De stageaktiviteiten gaan zich dan ook meer richten op het opzetten van lessenseries, waarbij de studenten o.m. te maken krijgen met de ekstra moeilijkheid van het bedenken van een geschikte opbouw van zo'n lessenserie.
Overigens speelt het onderwijs op de *pa* zich gedurende deze periode nog steeds af binnen

één bepaald leerstofgebied. Het lijkt mij toe, dat deze beperking tot één leerstofgebied in een daarop volgende fase achterwege kan blijven. In deze fase kan het leren van het kind in z'n geheel (dus niet alleen met betrekking tot één leerstofgebied) onder de loep genomen worden, waarbij bijvoorbeeld de onderlinge verwevenheid van allerlei leerstofgebieden, de begeleiding van zwakbegaafde kinderen of de veelzijdige toepasbaarheid van denkmodellen, als honderdveld en strook, aan de orde kunnen komen.
Gaat het dus in de eerste fase vooral om het 'ontwikkelen van didaktische gevoeligheid op de vierkante meter' (zoals Fred Goffree het noemt), in de tweede fase gaat het dan meer (als je dezelfde terminologie handhaaft) om het ontwikkelen van didaktische gevoeligheid op de vierkante kilometer, en in de derde fase om het ontwikkelen van didaktische gevoeligheid 'in de vrije ruimte'.
Overigens zijn op dit terrein van de mogelijke fasering van het leerproces nog veel zaken in het halfduister gehuld, en het is mij nauwelijks mogelijk er verder nog een zinnig woord over te zeggen. Ik zou dan ook willen volstaan met een meer algemene slotopmerking.

Als wij willen bewerkstelligen, dat studenten binnen ons vakgebied een ontwikkeling of een groei doormaken, dan is het de hoogste tijd dat we over de grenzen van ons eigen vakgebied heen gaan kijken. Immers, een ontwikkelingsproces, zoals in het voorgaande enigszins geschetst, is alleen dán mogelijk als het onderwijs binnen de talrijke vakken op de *pa*, zowel op pedagogisch, algemeen didaktisch, als vakdidaktisch gebied, een duidelijke samenhang vertoont, die door de studenten onderkend kan worden en op basis waarvan een eigen groei van de grond kan komen.
Groeien is een organisch proces, waaraan alle betrokkenen een bijdrage moeten leveren! Zolang echter binnen de diverse vakken nog zulke sterke verschillen in benaderingswijze van vak en vakdidaktiek blijven bestaan als nu vaak het geval is, dan is de kans op een echte groei klein, in vergelijking met de kans op verwarring, middelmatigheid en gespletenheid...

nieuw op de markt

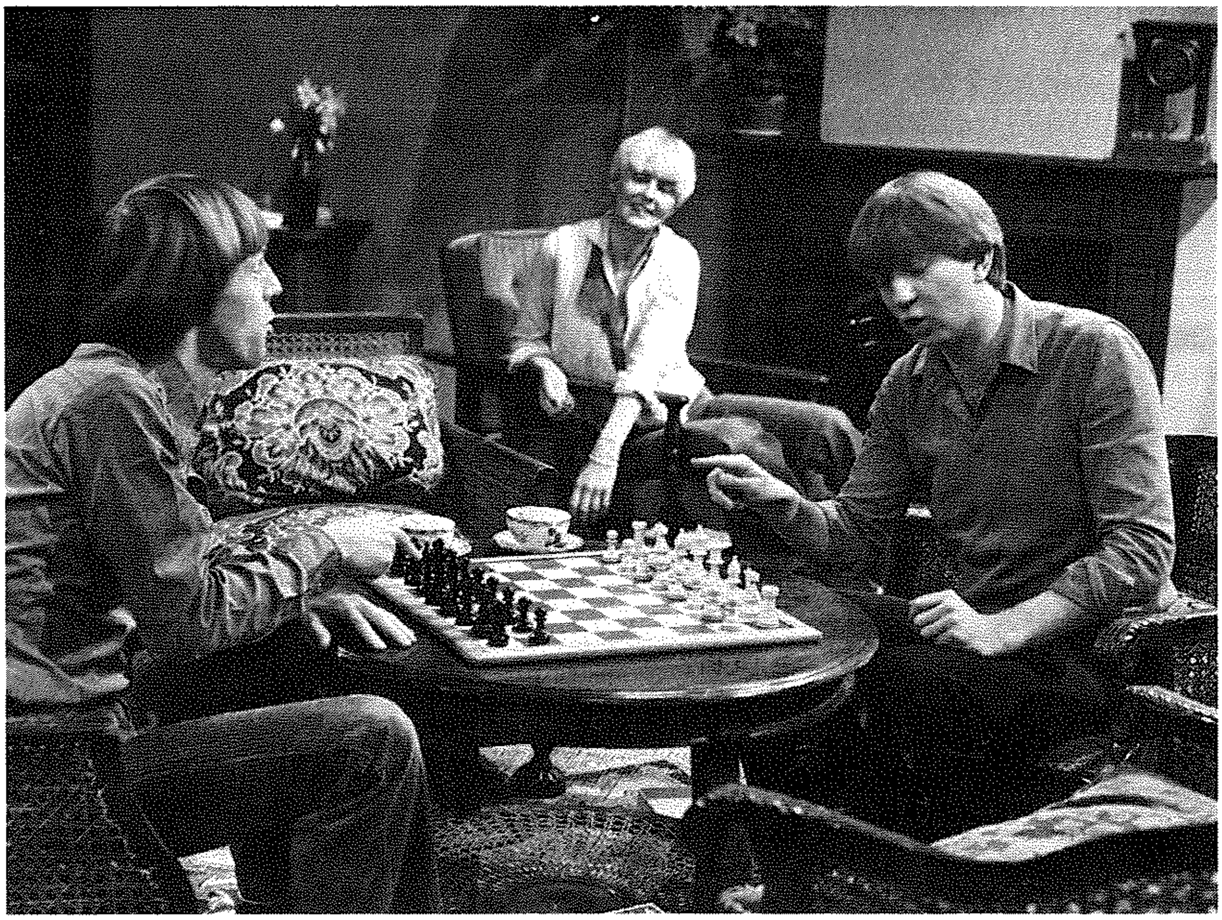


SCHAAK!

Alweer komt een not-*uitgave aan de orde. De vorige keer was dat het programma* 'Een blokje om' *(u heeft toch meegedaan).*[1] *We hadden in dat nummer liever* 'Schaak!' *besproken omdat de hele aflevering toen in het teken van het spel in relatie tot rekenen en wiskunde stond. We beschikten toen echter nog niet over de spullen. Vandaar!*

ED DE MOOR

[1]) Jaargang 8 nr 4.



opname van de televisieprogramma's
v.l.n.r. de presentatoren Pieter Nieuwint, Anke Groot en Ivo de Wijs

fig. 1

inleiding
Op de school van mijn zoon Bart (11 jaar) besteden ze veel aandacht aan schaken. Buiten de officiële uren en dus fakultatief. Hij doet er niet aan mee, want hij vindt dat je een 'eikel' of 'studiebol' moet zijn om 'op schaken' te gaan.
Toch 'werkt' hij graag met me, zoals hij dat noemt. Wiskobaswerkbladen, proefjes, spelletjes, materialen van uitgevers bekijken, etc. Argeloos stelde ik hem op een zaterdagmiddag voor:
.... 'Hé, Bart, wil je nog eens wat met me werken?'
'Wat dan?'
'Ik heb een boekje over schaken.'
'Nee, daar houd ik niet van!' ....
Aangezien ik tegen kinderarbeid ben op zaterdag, haalde ik bord en stukken tevoorschijn en begon het leerlingen- en docentenboek te bekijken. Ik zette een diagrammetje op en twee minuten later zaten we toch te spelen.
Om één uur begonnen we, om zes uur moesten we stoppen. Ik pikte er steeds wat probleempjes uit, die we samen oplosten en soms speelden we vanuit die stelling het spelletje uit.
Hij kent nu alle regels en speelt regelmatig 'partijtjes' met vriendjes en z'n moeder.
Er wordt wel veel verloren!

samenstelling
'*Schaak!*' is een produktie van de *not*, in samenwerking met de stichting nederlandse schoolradio en de koninklijke nederlandse schaakbond.
Het totale pakket bestaat uit:
– zes televisieprogramma's;
– zes radioprogramma's;
– een leerlingenwerkboek (*f* 2,75);
– een docentenhandleiding (*f* 5,25).
Tevens zijn schaakspellen en schaakborden te koop voor een fancy prijs (vijf schaakspellen voor *f* 39,95). De radioprogramma's staan ook op drie geluidskassettes (*f* 23,95).
De eerste programmaronde heeft in de herfst van 1979 plaatsgevonden. Ca 2500 basisscholen hebben meegedaan. Een voorlopige enquête laat zeer positieve reakties zien.
De samenstelling van het begeleidend materiaal is van Wil Haggenburg. Het pakket

is bedoeld voor leerlingen uit de bovenbouw van de basisschool.

televisie- en radioprogramma's

De zes televisieprogramma's vormen telkens de inleiding op één gedeelte van de 'stof'. De radioprogramma's ijlen na met verdere 'uitleg' en oefeningen.

Het eerste televisieprogramma omvat hoofdzakelijk een leuke tekenfilm, waarin – binnen een fantasieverhaal – een koning met de erfopvolging van zijn twee zoons zit. Deze twee zoons, 'zwart' en 'wit', moeten beide 'koning' worden en het land eerlijk verdelen. Maar 'zwart' en 'wit', ook al aangezet door hun machtige 'dames', raken slaags met elkaar. Zo formeren ze legers met paarden, lopers als koeriers, torens en gewoon voetvolk (pionnen).

Dit idee (afkomstig van Abbes Dekker) vormt de speelse inleiding op het verdere gebeuren in de uitzendingen, waarin twee jongens (Ivo de Wijs en Pieter Nieuwint) gaan leren schaken onder leiding van een meisje (Anke Groot). Ivo en Pieter weten aanvankelijk totaal niets en worden steeds verder in het spel ingevoerd. De regels en benamingen die ze leren, worden telkens door middel van animatiefilms herhaald.

Om het geheel levendig te houden, kibbelen Ivo en Pieter soms. Natuurlijk zingen deze kabaretiers ook wel eens een liedje. De televisieprogramma's sluiten goed aan op de 'lessen' in het werkboek. De radiolessen blijken in de praktijk wat te snel te gaan.

leerlingenboek en handleiding

Leerlingenboek en handleiding zijn overzichtelijk en fraai uitgevoerd en opgesierd met een aantal cartoons van Gerrit de Jager en Wim Stevenhagen.

Het leerlingenboek is een echt werkboek. De kinderen maken hierin hun opgaven of spelen soms hun spelletjes naar aanleiding van opgaven.

De 'leerstof', want daarvan is hier sprake, is opgedeeld in een aantal blokken, waarin achtereenvolgens aan de orde komen:

- schaakbord, koördinaten, koning, toren, slaan en schaak;
- schaakmat, pat, loper, dame, paard;
- pionnen;
- rochade en notatiesysteem;
- en passant slaan, remiseregels;
- enige spelontwikkeling, met nadruk op vorkzet, penning, aftrekschaak, etc.

Na elke televisie- of radio-uitzending volgen in het werkboek tien opgaven, plus een aantal ekstra opdrachten, vooral bedoeld voor kinderen die de loop van de stukken al kennen.

Gekozen is voor een hiërarchische opbouw van de leerstof, startend vanuit eenvoudige situaties (dus eerst bijvoorbeeld alleen koning en toren op het bord) naar de totaliteit van het spel.

Niet altijd ben ik voorstander van een dergelijke aanpak. Waar het hier echter vooral gaat om een zo specifiek doel als 'het leren van de regels en de notatiewijze bij het schaken' (verder gaat men niet) én in aanmerking genomen, dat de werkwijze bedoeld is voor onderwijs aan grote groepen kinderen (klassen) tegelijk, heb ik begrip voor de leerstofopbouw.

Een groot voordeel van deze werkwijze lijkt mij trouwens, dat ook onderwijsgevenden die niet kunnen schaken toch het spel – met de kinderen opwerkend – onder de knie krijgen.

De handleiding bevat alle 'antwoorden' en is heel helder van opzet. De begeleidende teksten zijn overzichtelijk en to the point. Daarnaast bevat de handleiding nog wat informatie over schaken in het algemeen en over verdere mogelijkheden, enige eenvoudige schaakliteratuur, een register (heel goed!) en het één en ander over schaakdiploma's.

De kinderen worden namelijk in de gelegen-

schaken en onderwijs

Er zijn heel wat didaktische en algemeen-pedagogische argumenten aan te voeren om schaken als leervak op te nemen.

Bij de 'didaktische' kategorie denken we o.m. aan:

- waarnemen, symboliseren en noteren;
- systematisch werken;
- geheugentraining;
- ontwikkeling van kreatief denken;

en vooral aan:

- logisch redeneren.

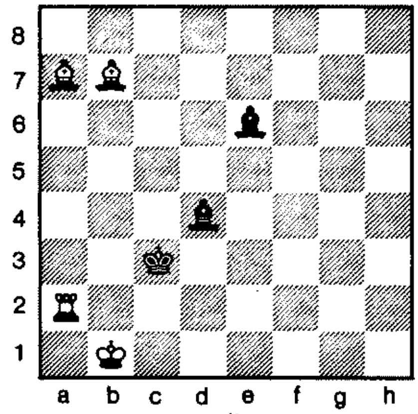
In de algemeen-pedagogische kategorie hoort men vaak beweren, dat schaken bijdraagt tot:

- het ontplooien van initiatieven;
- het leren inkasseren van nederlagen;
- het leren omgaan met anderen;
- het ontdekken van de estetische kanten van het schaakspel.

Aan de algemeen-pedagogische argumenten zal ik me hier maar niet wagen. De voorbeelden uit de eerste kategorie liggen voor de hand en zijn verdedigbaar, alhoewel men dit

29.

diagram 34



wit

Vul in:

a. de witte loper van a7 valt de zwarte loper op veld ______ aan.

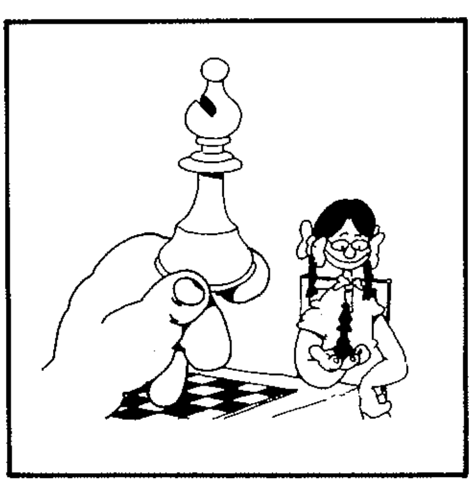
b. de zwarte loper van d4 kan de witte loper op ______ slaan.

c. de witte loper van a7 staat gedekt door ______________.

d. de witte toren staat gedekt door ______________

e. de zwarte loper van e6 valt een wit stuk aan. Welk? ______________

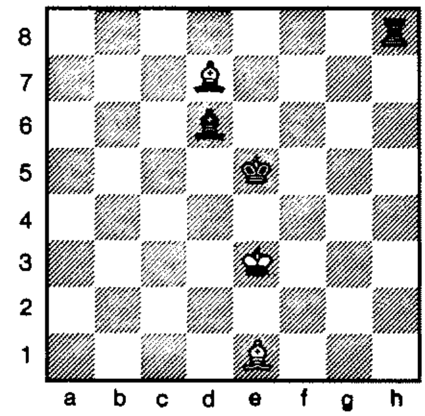
f. de zwarte koning dekt __________.



30.

Zet *diagram 35* op je eigen schaakbord.

diagram 35



Wit speelt de loper van e1 naar c3:
'Schaak!'
Je mag nooit schaak blijven staan.

Vul in:

a. zwart kan met zijn koning niet naar d6, want ______________________________

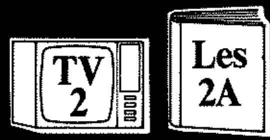
b. hij mag met zijn koning niet naar e6, want ______________________________

c. hij mag met zijn koning niet naar f6, want ______________________________

d. hij mag met zijn koning niet naar f5, want ______________________________

e. hij mag ook niet naar f4, e4 of d4, want ______________________________

f. er is maar één veld, waar de zwarte koning wèl naar toe kan. Dat is _____
Als zwart deze zet gedaan heeft, kan wit ______________________________



Opmerking: het gaat in deze les om het verschil tussen schaakmat en pat. Het verdient daarom aanbeveling, opgave 22 eerst door de leerlingen zélf te laten oplossen, en daarna sámen te bespreken.

Opmerking: bij schaakpartijen levert een gewonnen partij één punt op; remise een half. Als wit wint, noteert men 1-0; als zwart wint 0-1; bij remise ½-½.

21. Onthoud:

kun je nog zetten?
- ja → verder spelen
- nee → het spel is uit → sta je schaak??
  - ja → je staat SCHAAKMAT → je hebt verloren
  - nee → je staat PAT → het is remise (gelijkspel)

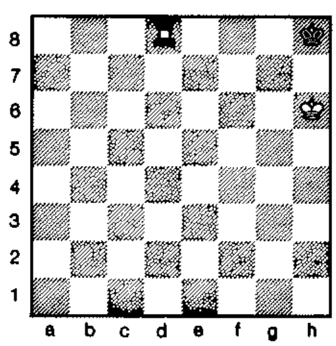
22.

Kijk goed naar de volgende zes diagrammen en schrijf er dan onder:
- zwart staat schaakmat

of – zwart staat pat

of – we spelen gewoon verder

diagram 24

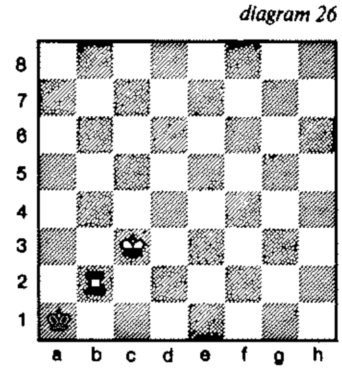


Zwart is aan zet

zwart staat schaakmat

(staat schaak en kan niet meer zetten)

diagram 26

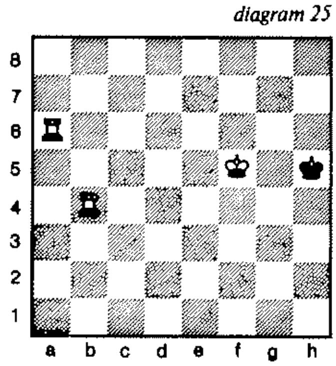


Zwart is aan zet

zwart staat pat.

(staat niet schaak, kan niet meer zetten)

diagram 25

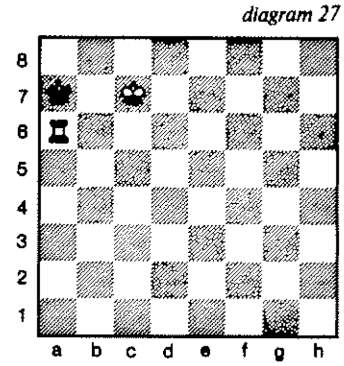


Zwart is aan zet

zwart staat pat

(staat niet schaak, kan niet meer zetten)

diagram 27



Zwart is aan zet

verder spelen.

(staat schaak, maar kan de niet-gedekte toren slaan)

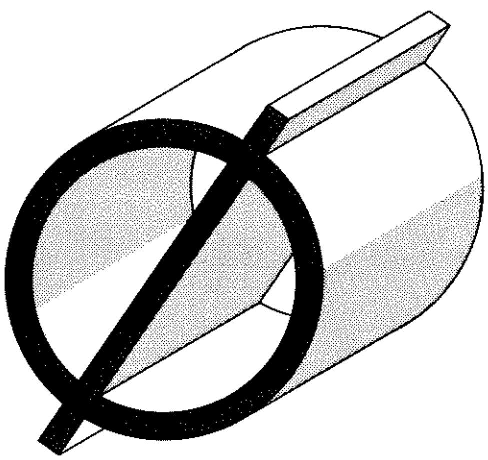
10

even goed voor allerlei andere strategiespelen (dammen, go, etc.) kan beweren.
Een belangrijke strijdvraag in diskussies over de genoemde argumenten is altijd of er van enige transfer naar andere gebieden sprake kan zijn. Dus: leer je van schaken bijvoorbeeld echt beter logisch redeneren? Hierover schijnt nauwelijks iets bekend te zijn.
Toch heb ik het gevoel dat strategiespelen een zinvolle plaats in het onderwijs kunnen innemen, mits gezet in een algemener kader. Ik doel op aktiviteiten in de sfeer van 'problemsolving'. Het oplossen van problemen moet een positief effekt hebben op de ontwikkeling van ons eigen denken en dat van het kind – het kan haast niet missen. Denk alleen maar eens aan het leren zien van isomorfieën, analogieën, etc.
Eigenlijk is het een merkwaardige zaak dat een vak als tekenen, waarover in feite niemand iets weet, laat staan mee te delen heeft, een volledig geaksepteerde status heeft binnen het onderwijs. Terwijl de invoering van een vak als strategiespel (schaken, dammen, go, master-mind, puzzels oplossen, etc.) op heel wat tegenstand zal stuiten, vermoed ik. Om misverstanden te voorkomen: ik ben geen tegenstander van tekenen of welk ekspressievak dan ook. Het tegendeel is waar!
Natuurlijk, er staan zoveel nieuwe vakken (gezondheidsedukatie, verkeer, maatschappijleer, etc.) te dringen, maar toch ... schaken is een eeuwenoud kultuurgoed en één van de spelen, die internationaal het meest verbreid is.
Hoewel sommige deskundige koffiedikkijkers, zoals de computer- en taaldeskundige H. Brandt Corstius, beweren dat er eens een tijd zal komen waarin een computer de wereldkampioen schaken zal verslaan, vermoed ik dat schaken voorlopig een uitermate kreatief spel van de mens zal blijven – zie bijvoorbeeld de ontwikkelingen die Jan Timman eraan geeft. Telkens blijkt het bijna iedereen die er éénmaal mee behept is, in een waas van verrukking te brengen.
Hoe vaak is daarover al niet in de literatuur geschreven? Ik blijf maar dicht bij huis en citeer uit '*Verveling bestaat niet*' van C. Buddingh:

> 'Ik heb het geleerd toen ik een jaar of elf was, van mijn vader. (Ergens heb ik nog door mij genoteerde partijen tegen hem uit de jaren '30 en '31; ook een paar tegen mijn moeder.) Al spoedig won ik vrij geregeld van ze, ook van een paar kennissen van mijn ouders: ik had me meteen een paar boekjes aangeschaft, studeerde theorie en dan kom je al snel in de opening beter te staan, al behoedt dat je helaas niet voor de bokken die je dan vaak in het middenspel weer schiet. Mijn moeders jongste broer, die in Rotterdam woonde – evenals de meeste van mijn ooms en tantes, zowel van vaders- als van moederszijde – was lid van Spangen en als hij bij ons op bezoek was, of wij bij hem, speelde ik tegen hem en ik weet nog goed dat ik voor het eerst van hem won: ik, een jongen van dertien, had iemand verslagen die lid was van een echte club! Zoiets kun je helaas maar één keer voor het eerst doen. Maar mijn echte liefde voor het spel dank ik aan een partij van Aljechin die in het eerste boekje stond dat ik had gekocht, ik meen van Neumann, in de bewerking van Schelfhout. (Ik ben het helaas kwijt, hoogstwaarschijnlijk uitgeleend aan iemand die ook wilde gaan schaken en nooit teruggekregen.) Het was een partij uit het toernooi in San Remo, 1930, tegen Nimzowitsj (hij staat in Aljechins Mijn beste schaakpartijen 1924-1937 op p. 60). Nimzowitsj wordt in precies dertig zetten totaal 'eingekreist', zoals dat in schaaktermen heet en feilloos en sardonisch doodgedrukt: in de slotstelling kan hij haast geen zet meer doen. Ik weet niet hoe vaak ik die partij destijds nagespeeld heb en iedere keer had ik een soortgelijke ervaring als toen ik Couperus' De Komedianten las: dat er een wereld bestond waarvan ik tot op dat moment geen besef had gehad, een fascinerende wereld van ... ja, van wat? 'schoonheid' was het woord niet, maar had er wel mee te maken: het was een wereld waarin je sensaties kreeg die plotseling een rilling over je rug deden gaan, maar dan geen rilling van vrees of afschuw, juist van het tegendeel.'

Wat valt hier eigenlijk nog aan toe te voegen? Laten we toch de kans grijpen zoveel mogelijk leerlingen te winnen voor deze edele denksport.
Voor zover mij bekend is nog nergens ter wereld een onderwijstelevisieprojekt op dit gebied ontwikkeld.
In rusland staat schaken op het lesrooster.
Holland kan beter voetballen dan rusland.
Als we nu ook nog zorgen dat we beter kunnen schaken, hoeven we die raketten ook niet meer te plaatsen. Dan durven ze de grens echt niet over, neemt u dat van mij aan.

wiskundige wereld-oriëntatie



LETTERS EN CIJFERS

Ik laat Michaël (7 ; 0) dit 'getal zien: [ə], een omgekeerde vijf op een kaartje getekend.

.... 'Ja, hoe heet het ook alweer?', vraagt Michaël zich af en zachtjes telt hij tot vijf, meer voor zichzelf dan voor ons.
'Vijf', zegt hij opgelucht. ....

Hij gebruikt het tellen, en het beeld dat hij heeft van de rij getallenkaartjes voor de klas, als geheugensteuntjes om de naam van het teken (ə) te weten te komen.

In dit artikel willen we nagaan van welke middelen kinderen uit het eerste leerjaar zich kunnen bedienen om letters en cijfers te onthouden en te korrigeren.
Een andere overweging om het leren van getallen nader te onderzoeken, is de mening van sommige onderwijzeressen om deze tekens bij het leren van de getallen gescheiden te houden van de áántallen getallenkaartjes. En teréćht, omdat het vijfde getallenkaartje in een rij niet per se 5 hoeft te zijn ...

JAN VAN DEN BRINK

tellen
Guiseppe (6;11) is één van de leerlingen die we bij ons vragen en die we dan de volgende rij van 17 getallenkaartjes voorleggen:

[2] [Ƨ] [ə] [01] [5] [10] [21] [12] [54321] [14]

[ᒣ] [7] [41] [6] [9] [18] [81]

Steeds bieden we Guiseppe de kaartjes één voor één aan en vragen welk getal erop staat en of het getal goed of fout is.
Bij [54321] zegt Guiseppe:
.... 'Eén, drie, vier, vijf.' ....
Hij telt daarna gewoon door met 'zes' (bij [14]), 'zeven (bij [ᒣ]).
Het volgende kaartje ([7]) herkent hij als zeven, maar telt het in zichzelf af met 'acht', want het volgende getal [41] noemt hij 'negen'!
De daarop volgende [6] herkent hij weer: 'zes'.

Guiseppe vormt dus een duidelijk voorbeeld ten gunste van de overweging om het leren van de getallen gescheiden te houden van het aantal getallenkaartjes.
Toch is het opvallend dat veel kinderen zich — bij de aanbieding van onze rij kaartjes — blijkbaar de getallenlijn voor de geest halen om de naam van bijvoorbeeld het teken [14] te vinden.

Caroline (6;11) telt deze getallenlijn in gedachten af tot het visuele beeld 14 bereikt is, om zodoende de juiste klank 'veertien' erbij te vinden.
Toch is deze interpretatie van ons niet korrekt.
De getallenlijn in de klas loopt namelijk vanaf [1] tot en met [10]. En is dus voor [14] niet te gebruiken.
Maar hoe heeft Caroline dan geteld? Als we Denise (7;4) het kaartje [21] voorleggen, ontdekken we het.
Denise telt en wijst steeds een volgende vinger aan. Aldus houdt ze de tientallen op de vingers bij. Tenslotte verontschuldigt ze zich met:
.... 'Eén-en-twintig. Maar ik was vergeten hoe ik het moest zeggen.' ....

Blijkbaar geeft het teken ([14] of [21]) genoeg informatie over de vraag: tot hoever moet je tellen? En wordt het tellen door de kinderen als een middel gebruikt om de naam van het teken te vinden of om het teken te korrigeren.

Het tellen dringt zich op de meest onverwachte momenten op.
Als ik Mario (7;0) vraag welk getal ([14]) dit is, zegt hij:
.... 'Eén, vier', en hij vervolgt met: 'maar

het is fout, want het moet 'drie, vier' zijn.' ....

leesrichting en aftelrichting

Als we het akoestische tellen aan visuele beelden koppelen, zoals we hier steeds doen, komt ook de *leesrichting* ter sprake.

Ik houd Tamara (6;5) dit getallenkaartje ($\boxed{54321}$ *) voor. Ze stokt en zegt tenslotte vol overtuiging:*

.... *'Helemaal verkeerd: vijf, vier, drie, twee, één.'* ....

En ze bedoelt dat de leesrichting *en de* aftelrichting *tegengesteld zijn.*

Drie maanden geleden hebben we hetzelfde getallenkaartje aan de kinderen voorgelegd en gevraagd of ze het wilden voorlezen. Veertien van de tweeëntwintig ondervraagde kinderen lazen deze rij cijfers als: 1, 2, 3, 4, 5. Terwijl nú drie van de elf kinderen reageerden met: 1, 2, 3, 4, 5. De neiging om vast te houden aan de *lees*richting is voor het onderwijs een zinvolle tendens. Het maakt het immers mogelijk, bijvoorbeeld 12 en 21 van elkaar te onderscheiden als 'één, twee' of 'twee, één'.

> *Op een arabische schrijfmachine die ik onlangs in het tropenmuseum zag, stonden de cijfertoetsen in deze volgorde: 9 8 7 6 5 4 3 2 1.*
> *Het arabisch wordt van rechts naar links gelezen. Onze getallenlijn verloopt eveneens identiek aan onze leesrichting.*

kleine motoriek

Een van de problemen waarmee kinderen bij het herkennen en schrijven worstelen, is het spiegelbeeld van cijfers, getallen en letters. Zelfs na drie maanden onderwijs in het eerste leerjaar, halen sommigen de *'b'* en de *'d'*, '12' en '21' nog steeds door elkaar.

Welke middelen staan ons ten dienste, deze problemen op te lossen?

Frank (6;7) zegt 'twee' bij dit kaartje: $\boxed{2}$. Bij $\boxed{S}$: 'twee' en bij dit kaartje $\boxed{2}$: 'vijf'. Ik dacht dat Frank vergeten was dat hij ook moest zeggen dat het goed of fout is, en vraag:

.... 'Is die vijf goed?'
Frank zegt: 'nee!' ....

Hij had namelijk alleen maar gezocht naar getallen die erop léken. Hij ziet de fout blijkbaar wél.

Veel kinderen bedoelen met 'vijf': het lijkt op een vijf. Want pas achteraf, al dan niet aangemoedigd, zeggen ze dat het niet de 'echte' vijf is.

Sommige kinderen weten ook aan te tonen dat bijvoorbeeld $\boxed{7}$ niet een zeven is:

.... 'Nee, het is geen zeven, want ik schrijf hem zò' (Frank), en hij voert de beweging in de lucht uit. ....

Hiermee draagt hij een belangrijke didaktische hint aan: het motorische geheugen kan het visuele geheugen ondersteunen.

De vraag: 'hoe *schrijf* je zeven?', maakt de kinderen direkt bewust dat $\boxed{7}$ fout is.

betekenis geven

Het herkennen van verschillen tussen tekens kan soms ook geopenbaard worden door *betekenissen* toe te kennen.

Toen ik Dennis (5;8) dit kaartje ($\boxed{1}$) voorhield, zei hij:

.... *'Het kan een 'i' zijn, maar dan moet er een stip op' (vergelijk zijn naam: Dennis!), en hij vervolgde met: 'want anders is het een één, maar dan moet er een streepje aan. Zo.'*
Hij bedoelde dit: $\boxed{1}$. ....

De betekenis die een teken wordt aangemeten, maakt dat het teken snel herkend wordt.

Opvallend is dat alle eersteklassers zonder uitzondering de $\boxed{6}$ als 'zes' herkennen: de meeste zijn zes jaar.

Het gebrek aan betekenis is er ook oorzaak van dat er bijvoorbeeld geen verschil tussen 18 en 81 wordt gemaakt. Dat verschil is nog niet nodig omdat de kinderen slechts de getallen tot 20 hebben geleerd. Het onderscheiden van 18 en 81 is dus niet zinvol.

Mario (7;0) zegt tegen $\boxed{18}$ *:*

.... *'Acht, één, net voetbal.'*
Bij $\boxed{81}$ *: 'acht, één, óók!'* ....

De opmerking 'net voetbal' is geweldig. Immers, 'acht, één' of 'één, acht' heeft bij voetbal een verschillende betekenis: de thuisklub óf de bezoekende klub wint.

Een betekenis die het onderscheiden van 81 en 18 moet kunnen stimuleren. Ik probeer of Mario het verschil tussen beide voetbaluitslagen kent. Hij kent het helaas niet. Hij speelt alleen thuiswedstrijden. Jammer!

VERVOLG OP PAGINA 85

spullenkatern

8

ADDITIONELE MATERIALEN

De tijd dat het rekenboekje het enige leermiddel was en de benodigde schoolbehoeften slechts bestonden uit 'griffel, lei en sponsje', is reeds lang voorbij.
Bijna elke onderwijsgevende gebruikt tegenwoordig wel iets naast z'n metode: stencils, werkbladen, scheurbloks, werkkaarten, ...
In dit katern willen we het over dát additionele materiaal voor het rekenonderwijs hebben. In de meest ruime zin gaat het om al het materiaal, dat aan een rekenmetode kan worden toegevoegd. En dat is nogal wat, als we de IOWO*-biblioteek en ons kaartsysteem bekijken of de stapels katalogi van de edukatieve uitgeverijen doornemen. Speelgoedwinkels en warenhuizen roeren zich eveneens op dit gebied. Ook de landelijke pedagogische centra, de schoolbegeleidingsdiensten, de universiteiten en het* IOWO *produceren leerlingen- en onderwijzersmateriaal. Het geheel is nauwelijks te overzien. Wie overigens echt goed in de war wil raken, moet de nederlandse onderwijstentoonstelling maar eens bezoeken.*
Zowel de onoverzichtelijkheid als de uiteenlopende kwaliteit van de spullen vormden de aanleiding tot het samenstellen van voorliggend katern.
Schoolteams (en onderwijsbegeleiders) kunnen – hopen we – op grond van het katern meer verantwoorde keuzen doen.
Het katern bevat de volgende paragrafen:
- *wat is additioneel materiaal?* (1);
- *waarom additioneel materiaal?* (2);
- *aanbevelingen* (3);
- *voorbeelden van gebruik* (4);
- *witte vlekken* (5);
- *geraadpleegde materialen* (6).

ED DE MOOR
HANS TER HEEGE

▶ WAT IS ADDITIONEEL MATERIAAL? (1)

We willen een poging wagen een voorlopige afbakening binnen dit gebied te maken.
We denken dan eerst aan een soort kategorisering, puttend uit:
- eigen informatiesysteem (*iowo*-biblioteek);
- praktijkervaring (werk op school);
- kontakten met andere instituties (begeleidingsdiensten bijvoorbeeld);
- overzichten van *wdoo*[1]) en *crl*[2]);
- lijsten van edukatieve uitgevers;
- katalogi van edukatieve uitgevers;
- en verder: allerlei waarnemingen (warenhuizen, etc.).

Direkt raken we al in moeilijkheden.
Is een rekenvader (bestaan echt, net als leesmoeders) een kategorie binnen het additionele materiaal?
Additioneel is alles dat aan een metode wordt toegevoegd, dus ook de rekenvader, maar wij zijn hem in nog geen enkele metodenhandleiding tegengekomen.
En moet de *little professor* erbij, die kleine computer die sommetjes opgeeft, nakijkt en zelfs cijfers geeft?
U ziet de problemen!

Men spreekt in onderwijsland o.m. over leermiddelen, leerhulpmiddelen, onderwijsleermiddelen, onderwijshulpmiddelen, ...
We zullen trachten enkele omschrijvingen te geven, vooral door middel van voorbeelden, om aldus tot een afbakening te komen van die kategorieën die we in dit katern nader zullen bekijken.
We wijzen er echter op dat deze indeling niet waterdicht is. Dat wil zeggen: soms kunnen bepaalde middelen in verschillende kategorieën geplaatst worden, zoals bijvoorbeeld onder de hoofden *leerhulpmiddel* en *spel*. We bekommeren ons hierom echter niet te zeer, omdat het ons allereerst te doen is om een ordelijk overzicht en niet om een éénduidige rubricering.

onderwijshulpmiddelen
Hulpmiddelen voor klassikaal gebruik door o.m. de onderwijzer.
Voorbeelden: overheadprojektor, klassikaal

[1]) Werkgroep voor *d*okumentatie van *o*pvoeding en *o*nderwijs; sekr.: J. Arts, postbus 482, 5201 *AL* 's hertogenbosch.
[2]) Centrale *r*egistratie *l*eermiddelen, postbus 2041, 7500 *CA* enschede.

honderdveld, demonstratiespijkerbord, klassikale getallenlijn, etc.
Al het meetmateriaal valt hieronder: klikwiel, meetlint, maatbekers, gewichten, etc.

leerhulpmiddelen
Hulpmiddelen, hoofdzakelijk voor individueel gebruik door de leerlingen, zoals: logiblokken, cuisenairemateriaal, *mab*-materiaal, fiches, abakus, kralenkettingen, breukensets, rekenschijven, honderdveld, zakrekenmachines, etc.

ontwikkelingsmateriaal
Omdat de ontwikkeling van motoriek, zintuigen, taal en denkvermogen bij de kleuters, voorwaarden schept voor het verdere reken- en wiskundeonderwijs, is er voor de leeftijdsgroep van vier- tot achtjarigen een nauwelijks te kategoriseren hoeveelheid materiaal voorhanden.
We denken aan: blokken, mozaïeken, matjes, treintjes, kleuren-, tast- en waarnemingspuzzels en -spellen, ordenings- en seriatie-oefeningen, insteekbordjes, ...

ontwikkelingsleermateriaal
Hiermee bedoelen we materiaal uit het gebied tussen konkrete spullen (blokjes e.d.) en boekjes.
Voorbeelden:
- prentenboeken die sorteer-, klassificeer- en ordeningsprobleempjes bevatten; deze boekjes moeten ingevuld worden;
- telboekjes, al dan niet voor schriftelijk gebruik;
- rekenvoorwaardentoetsen.

bronnenboeken
Deze boeken bevatten beschrijvingen voor de onderwijsgevenden, die tot leeraktiviteiten (al dan niet schriftelijk) kunnen leiden.
Een voorbeeld: de 'algemene activiteiten' in de handleiding van de metode '*Getal in beeld*'.

spellen
Dobbelsteenspelletjes, domino's, kwartetten, ganzenborden, lotto's, ...
Hiervan bestaat een vrijwel onafzienbare hoeveelheid, vooral ten aanzien van de rekenvaardigheden.[1])

[1]) Zie ook het temanummer van het 'Wiskobas-Bulletin' over *spelletjes en wiskundeonderwijs* (jaargang 8 nr 4).

radio- en televisieprogramma's
Er bestaan officiële reken/wiskundeprogramma's van de *n*ederlandse *o*nderwijs *t*elevisie, er is een kursus rekenen van de *open school*, terwijl ook verschillende zuilen hun eigen schoolradioprogramma's uitzenden.
We wijzen in dit verband op '*De kamping*', een ko-produktie van *ncrv* en *iowo*.

Maar ook niet specifiek voor het onderwijs ontwikkelde programma's, zoals de '*Radio lawaai papegaai*' en '*Sesamstraat*' kunnen in deze kategorie vallen.
Verder hebben sommige diensten de beschikking over didaktische films.

remedial materiaal
Sommige begeleidingsdiensten, maar ook universitaire instituten hebben materiaal in ontwikkeling, zoals het *kwantiwijzer*projekt of het *start*programma.

differentiatiemateriaal
Heel wat pogingen zijn gedaan, zowel door uitgevers als door begeleidingsdiensten, om differentiatiemateriaal te ontwikkelen.
We denken bijvoorbeeld aan de spullen die de begeleidingsdienst in den helder ontwikkelt bij de metode '*Operatoir rekenen*', maar ook aan het projekt *onderwijs en sociaal milieu* (rotterdam), dat speciaal werkt voor kinderen in achterstandsgebieden en voor anderstalige kinderen.

toetsen
Het aantal tests en toetsen is nog steeds groeiend. Veel begeleidingsdiensten ontwerpen rekenvoorwaarden- en voortgangstoetsen. Het *cito* heeft zich onlangs op de zogeheten 'leerdoelgerichte toetsen' toegelegd.

zakrekenmachines
Zakrekenmachines worden al her en der in het basisonderwijs gebruikt. Er is echter nog weinig bekend over de gebruiksmogelijkheden binnen het onderwijs. Voorts is nauwelijks materiaal (software) voorhanden. Toch zal de zakrekenmachine zeker een belangrijk additioneel middel in het reken/wiskundeonderwijs worden.

kursussen en tijdschriften
Wie wel eens kijkt in een buitenlands rekentijdschrift, zoals de '*Arithmetic teacher*', zal daarin steeds leerlingenmateriaal aantreffen.
Ook het '*Wiskobas-Bulletin*' bevat veel suggesties om zelf additioneel materiaal te vervaardigen.

Soms worden via kursussen mogelijkheden en tips aangegeven.

werkhoeken
Sommige scholen hebben zelf werkhoeken met opdrachtkaarten en aktiviteiten ingericht.

hulpboekjes
Veel onderwijsgevenden gebruiken een of ander hulpboekje naast de metode.
De meeste bevatten ekstra oefenstof in de vorm van rijtjes (zie fig. 1). Soms zijn deze spullen op een deelleergang gericht (bijvoorbeeld procenten). Verschillende zijn zelfkorrigerend, al dan niet voorzien van een of ander 'instrument'.

	1% van 100 = 1	1% van 200 = 2
1.	1% van 300 = ...	1% van 400 = ...
	1% van 800 = ...	1% van 700 = ...
	1% van 500 = ...	1% van 300 = ...
	1% van 900 = ...	1% van 600 = ...
2.	1% van 1400 = ...	1% van 28100 = ...
	1% van 2600 = ...	1% van 75000 = ...
	1% van 3200 = ...	1% van 90000 = ...
	1% van 4000 = ...	1% van 63200 = ...
3.	1% van 6700 = ...	1% van 32600 = ...
	1% van 8200 = ...	1% van 40500 = ...
	1% van 3000 = ...	1% van 60000 = ...
	1% van 1700 = ...	1% van 24300 = ...
4.	1% van 6000 = ...	1% van 400 = ...
	1% van 600 = ...	1% van 4100 = ...
	1% van 60000 = ...	1% van 41200 = ...
	1% van 60600 = ...	1% van 4400 = ...
5.	1% van 9000 = ...	1% van 25200 = ...
	1% van 800 = ...	1% van 300 = ...
	1% van 34000 = ...	1% van 6700 = ...
	1% van 7900 = ...	1% van 80100 = ...

uit: Jothmann, F.H.Ch: 'Dat is...?', *kampen 1967* fig. 1

Zoals gezegd, het is duidelijk uitgesloten om met deze opsomming een volledige katalogus op te stellen, laat staan de opsomming in één spullenkatern te beschrijven en/of te analyseren.
Voorts geldt dat bepaalde materialen dicht bij het praktijkgebeuren op hun onderwijswaarde onderzocht moeten worden, willen we er iets zinnigs over kunnen zeggen.
We zullen daarom het in dit spullenkatern te beschrijven gebied moeten *begrenzen*.
We kiezen voor die kategorieën die we het beste kennen vanuit de onderwijspraktijk én uit eerder gepleegde analysen. Verder beperken we ons tot dat additionele materiaal, dat voorzien is van schriftelijk leerlingenmateriaal. Soms zullen we daarbij op grensgevallen stuiten, zoals bij enkele spellen. Een gevolg van deze keuze is dat in feite al het kleuterschoolmateriaal buiten beschouwing blijft.
We hebben ons niet beperkt tot uitgaven van kommerciële uitgevers, maar ook gekeken naar materialen van bijvoorbeeld de *n*ederlandse *o*nderwijs *t*elevisie. Ons keuzekriterium is geweest, dat we ons richten op hetgeen de uitgevers thans (1980) in hun fondsen voeren.
Het gaat dus hoofdzakelijk om de volgende kategorieën:
- bronnenboeken;
- radio- en televisieprogramma's;
- hulpboekjes;
- spellen (soms!).

▶ WAAROM ADDITIONEEL MATERIAAL? (2)

De bewering dat een 'ideale' methode geen additionele materialen behoeft, lijkt voor de hand liggend. Zo'n metode zou immers alles al geïntegreerd hebben.
Teoretisch kunnen we aan zo'n metode denken. In de praktijk zijn we zo'n ideaal echter nog niet tegengekomen. Daarbij komt dat een in zich volledige metode (dus: een metode inklusief additioneel materiaal) zou kunnen leiden tot 'voorgekookt' onderwijs, dat langzamerhand fikseert. Vitaal onderwijs daarentegen, wil zichzelf steeds vernieuwen, verbeteren en is derhalve moeilijk te loodsen langs de platgetreden paden van een volledig vastgelegde leergang.
Het is dan ook niet verwonderlijk dat velen naar 'additionele' oplossingen zoeken. En dit leidt dan weer tot de eerdergenoemde rijstebrijberg van additionele materialen. Naast de voordelen van het grote aanbod staan echter ook de voor elk onderwijsteam praktische nadelen: hoe kiezen we uit die grote verscheidenheid datgene wat voor onze situatie geschikt is?
De meest gezochte materialen hebben betrekking op differentiatiemogelijkheden en vaardigheden.
Maar ook bestaat er veel vraag naar middelen op de volgende gebieden:
- verbreding van het traditionele rekenen;
- tematische onderwerpen;
- projekten;
- meetaktiviteiten;
- aansluitingsmaterialen;
- korte motiverende aktiviteiten;
- meetkunde.

Wij kennen eigenlijk geen school, die naast de in gebruik zijnde metode niet iets te wensen heeft voor zijn rekenonderwijs.
Vervolgens drukt binnen een schoolteam, al

bestaat deze soms uit twee leerkrachten, elke leerkracht een eigen stempel op zijn/haar reken/wiskundeonderwijs.
Ook biedt de ene metode meer mogelijkheden tot toevoeging en vervanging dan de andere metode. We hebben hierover op deze plaats al eens eerder bericht.[1])
Eén ding lijkt ons echter zeker: goed additioneel materiaal is noodzakelijk voor een vitaal, zich vernieuwend en verbeterend onderwijs. Of het 'voorhanden zijn' ook voldoénde is, hangt weer af van faktoren als betrokkenheid, kennis van zaken, prioriteitenstelling, etc.

Wat is echter goed materiaal?
Sommige onderwijsgevenden beoordelen het materiaal gunstig als de leerlingen individueel kunnen doorwerken, zonder een al te ingewikkelde organisatievorm.
Weer anderen beoordelen het materiaal op het feit of het de leerlingen voortdurend toetst op vaardigheid.
En tenslotte, sommigen letten op de mogelijkheden die het materiaal biedt om bepaalde onderwerpen begripsmatig aan te bieden.
Opvallend is wel, dat de leerlingen zelden ter sprake komen, in die zin dat nauwelijks vragen gesteld worden als: hoe reageren de leerlingen op het materiaal?, wat vinden de leerlingen ervan?
Kortom, we staan eigenlijk voor de onmogelijke opgave 'harde' kriteria ter beoordeling te ontwikkelen.
In onze beoordelingen kunnen we derhalve niet anders dan eksemplarisch te werk gaan en gebruikmaken van de ervaringen, die wij gedurende de laatste tien jaar hebben opgedaan. Vanuit deze ervaringsbasis beschrijven we voorbeelden van goed materiaal en trachten daarbij ook het gebruik in de praktijk te betrekken.
De lezer dient zich daarbij bewust te zijn van het feit, dat de auteurs van dit katern een bepaalde visie op het reken/wiskundeonderwijs vertegenwoordigen. Het is niet de bedoeling deze (wiskobas-)visie hier opnieuw breed uit te meten, omdat deze o.i. genoegzaam bekend is.

We willen de scholen dus een handreiking geven bij het doen van keuzen. We doen dit niet door systematisch alle materialen af te lopen en van plussen en minnen te voorzien. Zoals gezegd: we geven enkele voorbeelden van o.i. goede materialen.

[1]) Zie: Wiskobasteam: *Overzicht rekenmetoden anno 1979*, utrecht 1979.

Wat de *differentiatie*materialen betreft, nog een enkele opmerking.
Het differentiatieprobleem wordt in het algemeen uitsluitend als een organisatieprobleem gezien. Sommige metoden zijn hierop volledig gebaseerd.
We hebben in de katernen al eens eerder uiteengezet, dat een organisatie in nivogroepen tot een vérgaande versnippering van de leerstof kan leiden. Metoden die op dit principe stoelen, bieden nauwelijks ruimte voor het gebruik van additionele middelen.
Het model van 'differentiatie binnen klasseverband' lijkt ons handzamer en meer mogelijkheden te bieden voor echte differentiatie.
O.i. bestaat er echter geen metode, die dit op verantwoorde wijze heeft kunnen realiseren. O.m. hangt dit samen met het feit, dat de basisvaardigheden nog te vaak als blinde algoritmen worden aangeleerd en met het gegeven dat er te weinig wordt uitgegaan van echte foutenanalysen.
Tevens wordt binnen de differentiatieproblematiek te weinig aandacht besteed aan de nivodifferentiatie. We bedoelen hiermee, dat probleemstellingen – ook algoritmen – door de leerlingen op verschillende nivo's aangepakt en verwerkt kunnen worden. Uiteraard stelt een dergelijke aanpak nogal wat eisen aan de didaktische kwaliteiten van de onderwijsgevenden.
Terecht wordt binnen de differentiatieproblematiek zoveel aandacht geschonken aan de zwaksten onder onze leerlingen. Niet zelden worden daardoor de betere leerlingen (en daarmee bedoelen we niet alleen de knapperds) wel eens wat verwaarloosd. Zij mogen vaak een groter aantal van dezelfde sommen maken of ze mogen, als een soort zoethouderij, iets gezelligs doen.
Juist voor hen is echter veel boeiend materiaal voorhanden, zodat het onderwijs niet in zoethouderij hoeft te ontaarden. Het motiveren van leerlingen is op élk nivo mogelijk!
Hier liggen enorme differentiatiemogelijkheden, tenminste als we ons eens los zouden maken van leergangdwang en toetsdwang.
Wij pleiten daarbij uiteraard niet voor een totale anarchie in het rekenonderwijs. Bepaalde basisvaardigheden zullen belangrijke onderdelen van het rekenonderwijs moeten blijven uitmaken, waarbij het zeker nodig zal zijn sommige kinderen nog eens een ekstra rijtje te laten maken of de tafels van vermenigvuldiging te laten herhalen. Ook daarbinnen liggen echter legio mogelijkheden tot motivatie en differentiatie.

We spraken aan het begin van deze paragraaf over een teoretisch-ideale metode, waaraan geen additioneel materiaal toegevoegd zou hoeven worden. Duidelijk zal zijn geworden dat wij menen, dat een dergelijke metode niet bestaat en eigenlijk niet zou moeten ontstaan.
Elke man of vrouw uit de praktijk weet, dat er geen metode bestaat die juist op zijn/haar type school of situatie is toegesneden.
Daarom menen we, dat een ruim aanbod van goed additioneel materiaal een welkome aanwinst is voor het reken/wiskundeonderwijs. Er is veel bruikbaar materiaal op de markt. Helaas wordt dit aandeel overtroffen door een hoeveelheid boekjes en materialen van inferieure kwaliteit.

▶ AANBEVELINGEN (3)

In de artikelenserie *'Nieuw op de markt'* ging het steeds om het signaleren van nieuwe interessante ontwikkelingen op het gebied van het reken/wiskundeonderwijs, zowel in binnen- als buitenland.
In dit katern beperken we ons tot de binnenlandse markt in de meest ruime zin. Tevens hebben we zowel 'oude' als zeer recente materialen aan een onderzoek onderworpen.
Daarbij valt allereerst op dat twee zeer goede titels uit de fondsen verdwenen zijn:
– Nieland, J.: *'Klaar? Ga maar spelen!'* (den bosch 1972);
– Deursen, J.I. van en Jong, E. de: *'100 oefeningen in het honderdveld'* (groningen 1970).
Heel jammer! Gelukkig zijn ook enkele archaische werkjes opgeruimd.
Vervolgens valt op, dat een nieuwe golf van additioneel materiaal de markt aan het overspoelen is. We noemen in dit verband *'Code'*, *'Minipak'*, *'Startpunt'*, ... Het één is beter dan het ander. Het meeste ziet er natuurlijk fleurig uit. Ook lijken sommige middelen een meer vernieuwende kant uit te gaan (er zijn nogal wat vertaalde materialen), maar er is nauwelijks iets bij, waarvan we achterover vallen.
We willen hier nog eens benadrukken, dat het natuurlijk volledig van de onderwijsgevende afhangt hoe hij het onderwijs met het betreffende materiaal zal inrichten. Soms zal een leerkracht met een goede didaktische achtergrond, vanuit een ouderwets boekje tot meer in staat zijn dan een ander met de meest bewierookte spullen. Wij geloven niet in teacher proof-materiaal.
Desondanks hebben we de materialen, zoals opgesomd in de lijst van paragraaf 6, vele malen bekeken, ermee gewerkt en gewikt en gewogen. Het bleek niet eenvoudig het kaf van het koren te scheiden. Uiteindelijk hebben we gekozen voor de volgende aanpak: we stellen uit de genoemde lijst een *top tien* samen. We letten daarbij op de praktische bruikbaarheid in het onderwijs, op de zinvolheid en op het motiverende karakter van de materialen.
We hebben ons beperkt tot additioneel materiaal dat als zodanig op de markt is gebracht. Onderdelen van metoden die uitstekend additioneel gebruikt kunnen worden, komen dus niet in de *top tien* voor.
Voorts hebben we gestreefd naar een zekere spreiding in de materialen: een spelletje, een projekt, iets voor de tafels van vermenigvuldiging, zelfkorrigerende middelen, ...
Op één uitzondering na zijn de wiskobasmaterialen buiten beschouwing gebleven.
De met een sterretje (*) aangegeven titels hebben betrekking op onderwijstelevisie- of schoolradioprodukties.
De *top tien*, alfabetisch geordend, ziet er als volgt uit:

- *De kamping* (Brink, J. van den en Wijdeveld, E., leerplanpublikatie 8, utrecht 1978).*
- *Een beetje veel* (Scholten, P., 's gravenhage 1978).*
- *Een blokje om* (Heege, H. ter en Scholten, P., 's gravenhage 1979).*
- *Keer* (Korstanje, J.J. e.a., groningen 1978).
- *Kien* (Janssen, G.M. e.a., den bosch 1975).
- *Loco* (Venema, B., groningen z.j.).
- *Open kaart* (Scholten, P., 's gravenhage 1978).*
- *Rekenactiveringsprogramma* (Janssen, G.M. e.a., den bosch 1972).
- *Somma* (Kopmels, D., tilburg 1978).
- *Tel voor twee* (Scholten, P., 's gravenhage 1975).*

Let wel, zoals bij iedere *top tien* dient men te bedenken dat de genres zeer verschillen. De *top tien* moet dan ook vooral opgevat worden als een serie voorbeelden van de onderscheiden materialen die naar de mening van wiskobas navolging verdienen.
We geven van deze tien titels een karakteristiek.

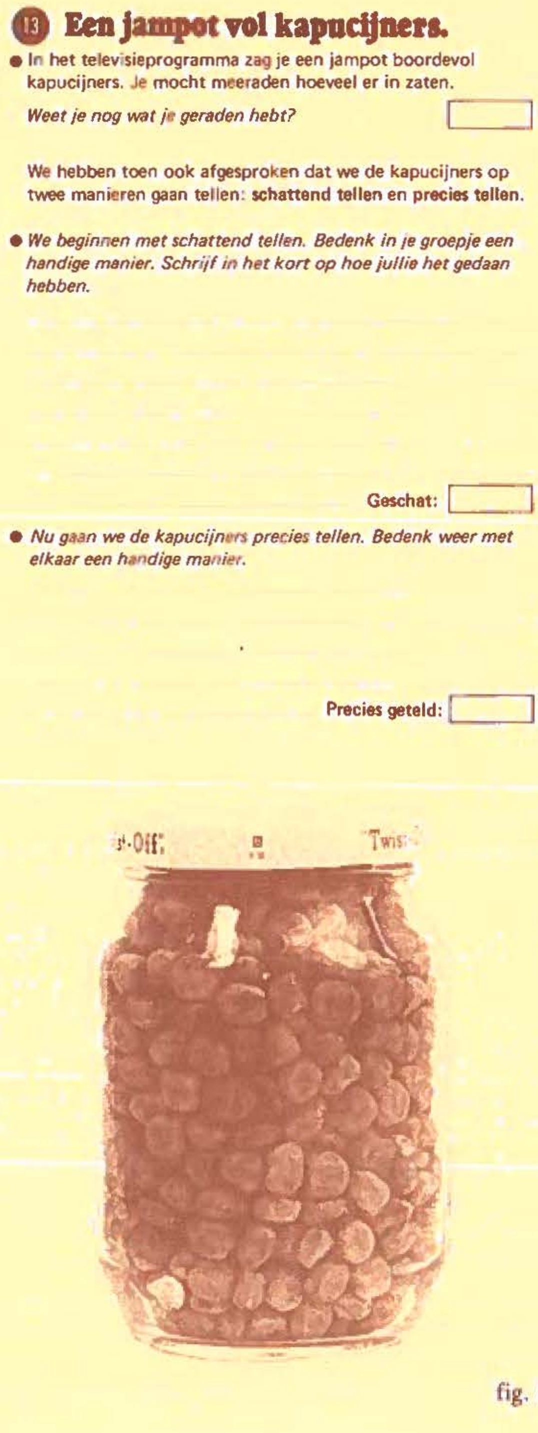
de kamping
'De kamping', ontstaan als samenwerkingsprojekt van *ncrv* (afd. schoolradio) en *iowo* (afd.

wiskobas), is een onderwijsleerpakket dat naar aanleiding van drie korte hoorspelen[1]) een skala van aktiviteiten biedt op het gebied van rekenen/wiskunde voor het derde leerjaar.
Hierbij komen aan de orde: oriënteren, koördinaten, visualiseren, meten, redeneren, handig tellen, schaal en verhouding, taal, ...
Het materiaal bevat een leerlingenwerkschrift (zie fig. 2), een uitgebreide handleiding voor de onderwijzer, een poster, dia's en een geluidskassetteband.
Het projekt biedt een unieke mogelijkheid, kennis te maken met de vernieuwde aanpak van het rekenonderwijs, waarbij verbindingen met vakken als aardrijkskunde, taal en rekenen worden gelegd.

fig. 2

een beetje veel

'Een beetje veel', een projekt van de *n*ederlandse *o*nderwijs *t*elevisie, omvat zes leuke televisie-introduktieprogramma's, een uitstekend leerlingenwerkboek (zie fig. 3) en een onderwijzersboek. Het is bestemd voor het derde/vierde leerjaar.
De onderwerpen in het eerste gedeelte betreffen telstrategieën, schatten en handig rekenen. Dit gedeelte blijkt in de praktijk het beste te voldoen.
Het tweede gedeelte dat gaat over de bizonder interessante problematiek van het systematisch tellen (ook wel 'ordenend tellen' of 'kombinatoriek' genoemd), is wat lastiger en lijkt ons meer geschikt voor het vierde leerjaar.


13 Een jampot vol kapucijners.

- In het televisieprogramma zag je een jampot boordevol kapucijners. Je mocht meeraden hoeveel er in zaten.

Weet je nog wat je geraden hebt?

We hebben toen ook afgesproken dat we de kapucijners op twee manieren gaan tellen: **schattend tellen en precies tellen.**

- *We beginnen met schattend tellen. Bedenk in je groepje een handige manier. Schrijf in het kort op hoe jullie het gedaan hebben.*

Geschat:

- *Nu gaan we de kapucijners precies tellen. Bedenk weer met elkaar een handige manier.*

Precies geteld:

fig. 3

1) Deze hoorspelen worden niet meer uitgezonden door de *ncrv*. De kassettebanden kunnen ter kopiëring bij het *iowo* geleend worden. Ook sommige schoolbegeleidingsdiensten hebben de beschikking over dit materiaal.

een blokje om

'Een blokje om', een onderwijsleerpakket van de *n*ederlandse *o*nderwijs *t*elevisie bestemd voor het vierde leerjaar, omvat vier televisieprogramma's, een leerlingenwerkboek (zie fig. 4) en een onderwijzersboek.

De televisieprogramma's (over verkeer) vertonen nauwelijks samenhang met het werkboek.

Het werkboek is uitstekend en ook zonder de televisieprogramma's goed bruikbaar.

In *'Een blokje om'* komen, behalve een aanloop tot de begrippen snelheid en grafiek, aan de orde: plattegronden, roetebeschrijvingen, tabellen, dienstregelingen, verhoudingen, tijd en ... veel rekenen.

keer

Talloze boekjes en spelletjes zijn ontwikkeld om de tafels van vermenigvuldiging te oefenen. Bij het onderwijsleerpakket *'Keer'* behoort naast een handleiding, grammofoonplaatje en korrektiesjabloon, een leerlingenwerkblok met een gevarieerde verzameling aktiviteiten, die we van harte aanbevelen (zie fig. 5).

Desondanks blijven we gereserveerd aankijken tegen het gebruik van het bijbehorende 'supplementaire trainingsprogramma'. Hierbij bestaat het gevaar, in een kontinue technische toetssituatie te geraken.

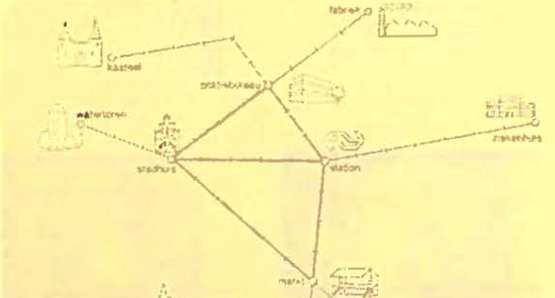
werkblad 4 **tabellen**

► Jan woont bij het stadspark. Hoe ver woont hij van de kwekerij als hij met de bus reist? Reken dat uit in afstandjes.

► Hoe ver woont Jan van de fabriek, waar zijn vader werkt?

► Maak deze afstandentabel af.

	stadspark	kwekerij	ziekenhuis	fabriek	watertoren
stadspark		9		16	
kwekerij					
ziekenhuis					
fabriek					
watertoren					



Op het routekaartje kun je ook zien hoeveel minuten de bus over een afstandje doet. In de buitenwijken kan de bus sneller rijden dan in het centrum.

2 minuten

3 minuten

► Maak de rijtijdentabel voor lijn 2:

	stadspark	markt	station	politiebureau	kasteel
stadspark	0				
markt		0			
station			0		
politiebureau				0	
kasteel					0

Overstappen op een andere buslijn duurt 5 minuten.

► Hoe lang duurt Jans busrit van het stadspark naar het ziekenhuis?

► Jan begint bij het stadspark met een busreis die 44 minuten duurt. Waar stapt hij uit?

fig. 4

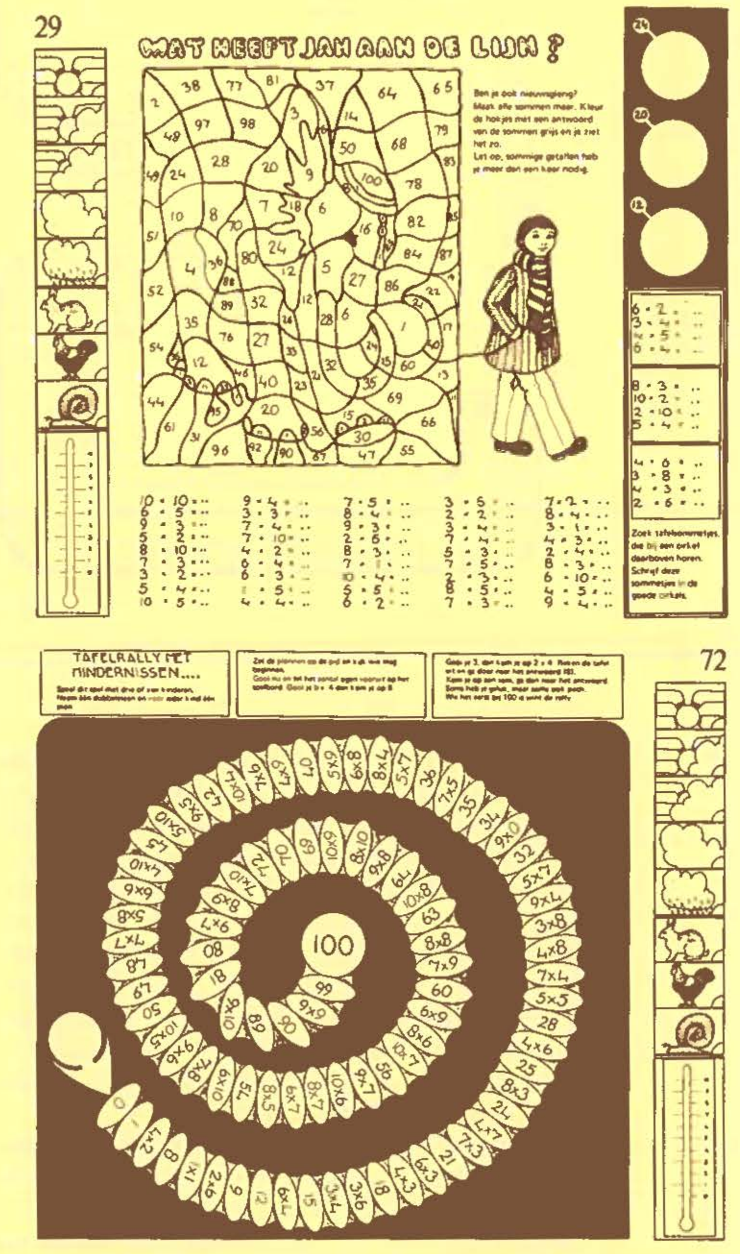


fig. 5

kien
Acht werkbloks met werkbladen voor de leerjaren drie tot en met zes (zie fig. 6). Met handleidingen voor de onderwijzer.
Veel gevarieerde rekenopdrachten met een sterk motiverend karakter.
Verder ruime aandacht voor roosters, tabellen, koördinaten, meten, grafieken, handig tellen, meetkundige figuren, eenvoudige kansrekening, taal- en strategiespelletjes.

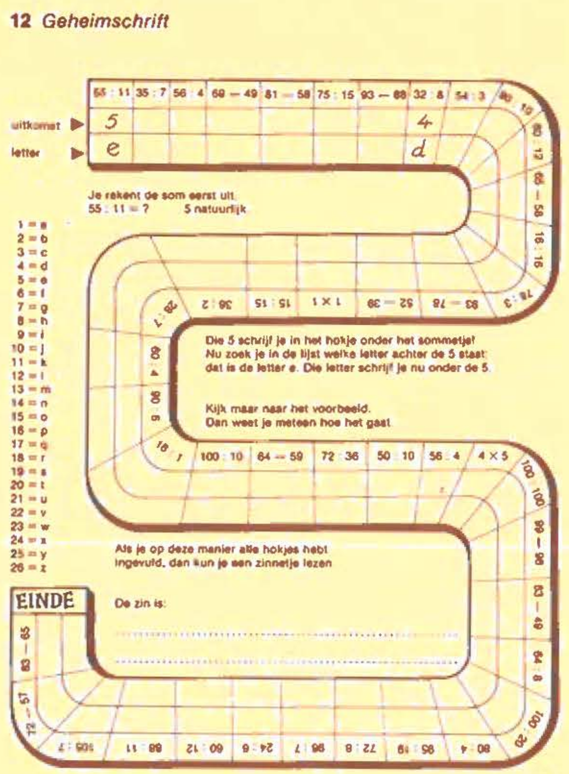


fig. 6

loco
Verschillende vormen van zelfkontrolerend cijfermateriaal zijn op de markt. Sommige materialen geven de kinderen gelegenheid om dirékt het gemaakte sommetje te kontroleren (*'Rekenstip'* en *'Profax'* bijvoorbeeld). Bij andere materialen wordt een hele groep sommen achteraf tegelíjk gekontroleerd (*'Varia'*, *'Code'*, *'Rekenvensters'* bijvoorbeeld). Zelfkontrolerend materiaal kan zinvol zijn, omdat het ekstra individuele oefenmogelijkheden geeft voor bepaalde kinderen zonder veel organisatorische rompslomp.
Een nadeel is dat de onderwijsgevende niet kan nagaan, welke fout het kind heeft gemaakt.
Temidden van het zelfkorrigerend materiaal is *'Loco'* het meest eenvoudig van opzet en het meest toegesneden op de basisvaardigheden (zie fig. 7). Met name geldt dit de boekjes voor de lagere leerjaren. De boekjes voor de hogere leerjaren bevatten nogal wat archaïsche opgaven.

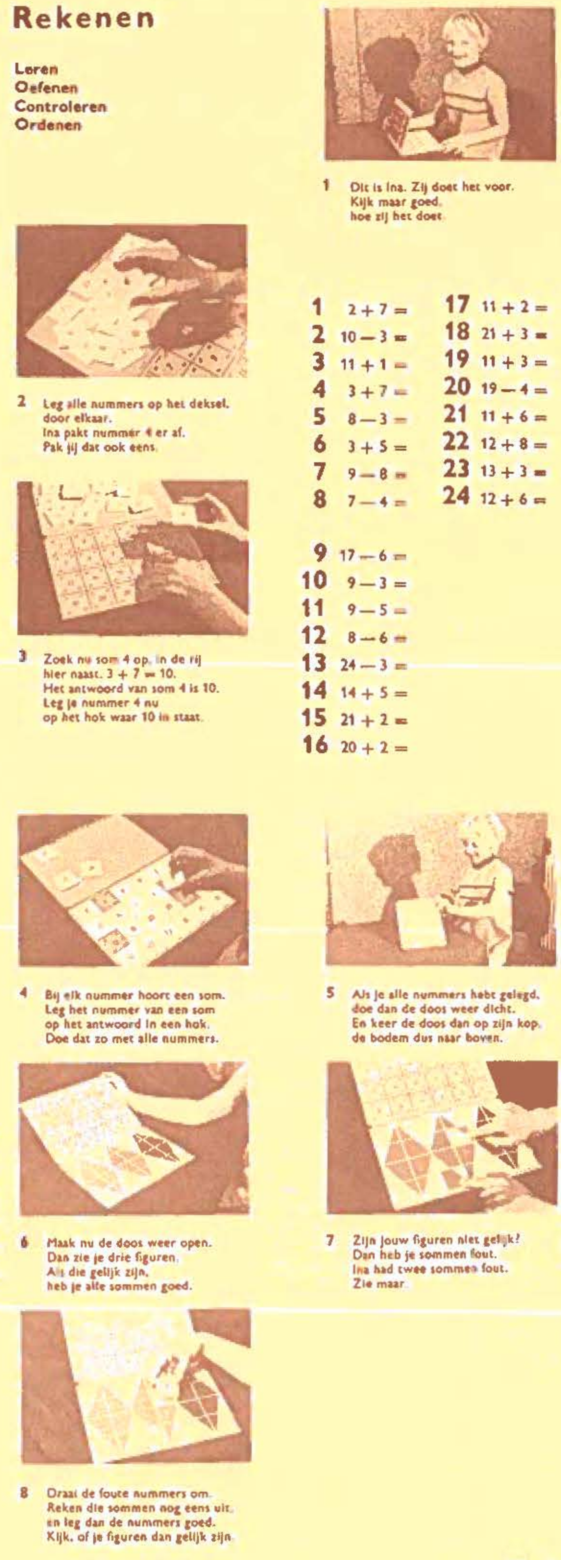
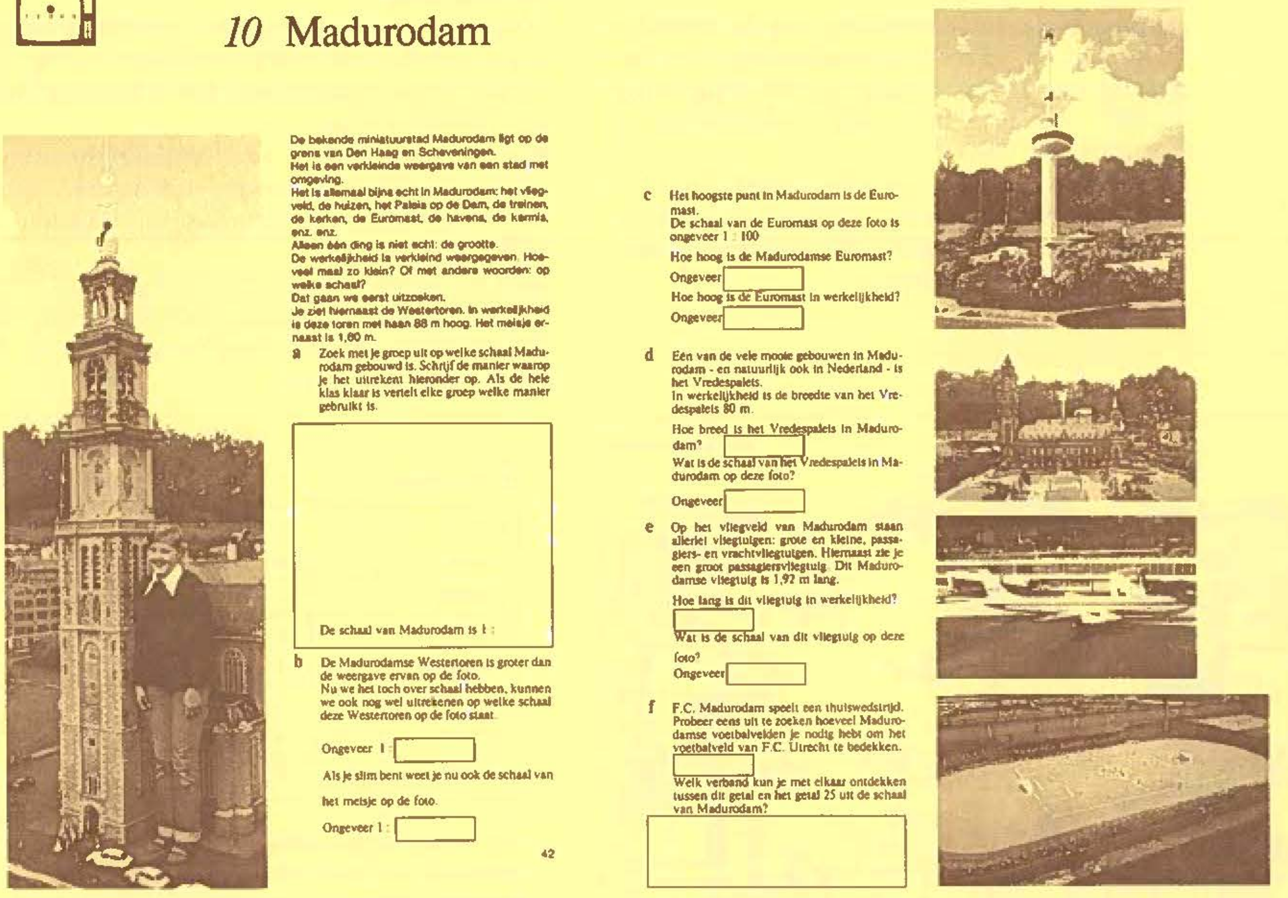


fig. 7



10 Madurodam

De bekende miniatuurstad Madurodam ligt op de grens van Den Haag en Scheveningen.
Het is een verkleinde weergave van een stad met omgeving.
Het is allemaal bijna echt in Madurodam: het vliegveld, de huizen, het Paleis op de Dam, de treinen, de kerken, de Euromast, de havens, de kermis, enz. enz.
Alleen één ding is niet echt: de grootte.
De werkelijkheid is verkleind weergegeven. Hoeveel maal zo klein? Of met andere woorden: op welke schaal?
Dat gaan we eerst uitzoeken.
Je ziet hiernaast de Westertoren. In werkelijkheid is deze toren met haan 88 m hoog. Het meisje ernaast is 1,60 m.

a Zoek met je groep uit op welke schaal Madurodam gebouwd is. Schrijf de manier waarop je het uitrekent hieronder op. Als de hele klas klaar is vertelt elke groep welke manier gebruikt is.

De schaal van Madurodam is 1 :

b De Madurodamse Westertoren is groter dan de weergave ervan op de foto.
Nu we het toch over schaal hebben, kunnen we ook nog wel uitrekenen op welke schaal deze Westertoren op de foto staat.

Ongeveer 1 :

Als je slim bent weet je nu ook de schaal van het meisje op de foto.

Ongeveer 1 :

42

c Het hoogste punt in Madurodam is de Euromast.
De schaal van de Euromast op deze foto is ongeveer 1 : 100
Hoe hoog is de Madurodamse Euromast?
Ongeveer
Hoe hoog is de Euromast in werkelijkheid?
Ongeveer

d Een van de vele mooie gebouwen in Madurodam - en natuurlijk ook in Nederland - is het Vredespaleis.
In werkelijkheid is de breedte van het Vredespaleis 80 m.
Hoe breed is het Vredespaleis in Madurodam?
Wat is de schaal van het Vredespaleis in Madurodam op deze foto?
Ongeveer

e Op het vliegveld van Madurodam staan allerlei vliegtuigen: grote en kleine, passagiers- en vrachtvliegtuigen. Hiernaast zie je een groot passagiersvliegtuig. Dit Madurodamse vliegtuig is 1,92 m lang.
Hoe lang is dit vliegtuig in werkelijkheid?
Wat is de schaal van dit vliegtuig op deze foto?
Ongeveer

f F.C. Madurodam speelt een thuiswedstrijd. Probeer eens uit te zoeken hoeveel Madurodamse voetbalvelden je nodig hebt om het voetbalveld van F.C. Utrecht te bedekken.
Welk verband kun je met elkaar ontdekken tussen dit getal en het getal 25 uit de schaal van Madurodam?

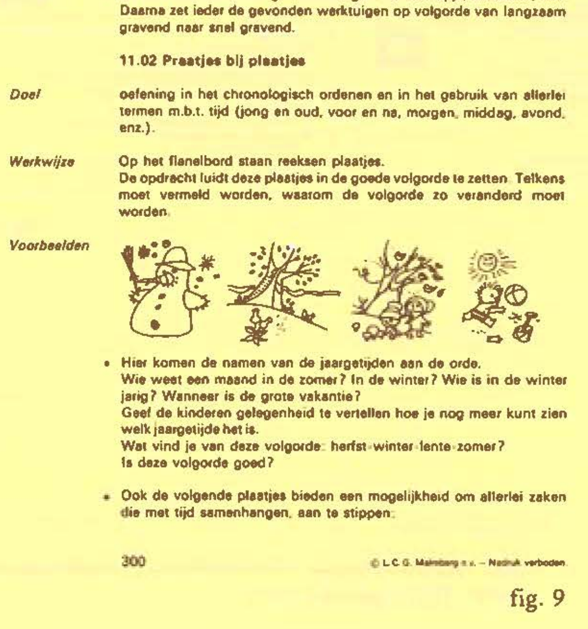
fig. 8

open kaart

'Open kaart' is een onderwijstelevisieprojekt voor het zesde leerjaar op het gebied van aardrijkskunde en rekenen/wiskunde.
Het omvat vijf motiverende televisieprogramma's, een leerlingenwerkboek (zie fig. 8) en een onderwijzersboek, en is een goed voorbeeld hoe aardrijkskunde en rekenen/wiskunde geïntegreerd kunnen worden.
Sommige problemen zijn aan de lastige kant. Mede daarom achten we het projekt ook geschikt voor de brugperiode.

rekenactiveringsprogramma

Dit programma omvat twee ringbanden met suggesties om het rekenonderwijs in de eerste twee leerjaren te verlevendigen, alsmede twee werkblokken die thans *'Kien A'* en *'Kien B'* heten (zie fig. 9). Verschillende onderdelen zijn eveneens geschikt voor de kleuterschool. Het materiaal leent zich voor een gezamenlijke bestudering in het kader van de integratie kleuteronderwijs–lager onderwijs.
Het is jammer dat hier en daar de verzamelingenleer nogal wordt beklemtoond.



Wanneer er veel vragen ontstaan, kan aan de kinderen ook worden gevraagd om thuis eens te informeren wat ze ervan vinden.

- De oefening kan ook worden gedaan met een werkblad.
  Op een stencil worden verschillende voertuigen gezet. Bij elk voertuig een cirkel, waarin een nummer kan worden gezet.
  Het snelste voertuig krijgt nummer 1, het één na snelste nummer 2, enz.
  In de groep wordt over de ingevulde rangnummers gediscussieerd.
- Welk nummer heb jij bij het paard staan? En jij?
  Hoe is dat mogelijk?
- enz.

Variaties
- We nemen dieren in plaats van voertuigen.
- De hele klas zoekt naar graafwerktuigen: zandschopje, bulldozer, enz. Daarna zet ieder de gevonden werktuigen op volgorde van langzaam gravend naar snel gravend.

11.02 Praatjes bij plaatjes

Doel oefening in het chronologisch ordenen en in het gebruik van allerlei termen m.b.t. tijd (jong en oud, voor en na, morgen, middag, avond, enz.).

Werkwijze Op het flanelbord staan reeksen plaatjes.
De opdracht luidt deze plaatjes in de goede volgorde te zetten. Telkens moet vermeld worden, waarom de volgorde zo veranderd moet worden.

Voorbeelden

- Hier komen de namen van de jaargetijden aan de orde.
  Wie weet een maand in de zomer? In de winter? Wie is in de winter jarig? Wanneer is de grote vakantie?
  Geef de kinderen gelegenheid te vertellen hoe je nog meer kunt zien welk jaargetijde het is.
  Wat vind je van deze volgorde: herfst-winter-lente-zomer?
  Is deze volgorde goed?
- Ook de volgende plaatjes bieden een mogelijkheid om allerlei zaken die met tijd samenhangen, aan te stippen:

300 © L.C.G. Malmberg b.v. – Nadruk verboden.

fig. 9

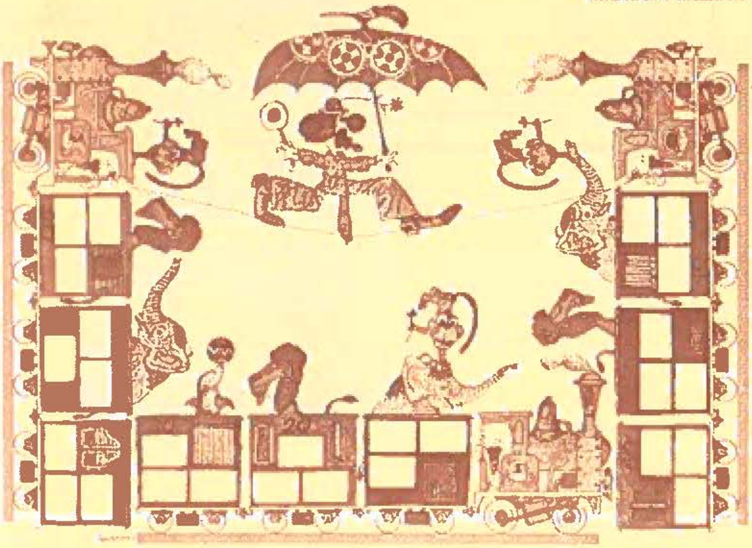
somma

'Somma', een samentrekking van de woorden 'sommen' en 'maken', is een pakket voor het tweede en derde leerjaar dat 46 fraai uitgevoerde oefenspellen met rekenoefenstof bevat (zie fig. 10).
Hoewel de auteur gekozen heeft voor de 'geluksfaktor', kan men hier en daar wel degelijk strategieën bedenken die tot winst leiden. De handleiding is gedegen.

tel voor twee

'Tel voor twee' omvat vier televisieprogramma's, een blok met 40 werkbladen (zie fig. 11) en een onderwijzersboek. Het is bestemd voor het tweede leerjaar.
Het projekt bevat verlevendigingsmateriaal met veel aandacht voor: vaardigheid, positiestelsel, ordenen, getallenlijn, tabellen en tijdsbegrip.
Ook al zouden de televisieprogramma's vernieuwd kunnen worden, toch hopen we dat de *not* het projekt nog enige tijd in z'n programmering houdt.

Rekentrein I Circustrein



Spelregels:

Spelregels Rekentrein 1 Circustrein

Dit spel speel je met drieën

Bij dit spel hoort:
- het spelbord Circustrein, 1)
- dit doosje met 27 kaartjes.

Zo maak je alles klaar om te spelen.
- Leg het spelbord zo neer dat je alle drie goed kunt zien.
- Leg alle kaartjes één voor één op tafel, met het treintje naar boven. 2)
- Spreek af wie mag beginnen. 3)

© 1978 Uitgeverij Zwijsen b.v. Tilburg

Zo speel je:
- Ieder kiest een trein.
- Op iedere trein staan drie antwoorden. Bij ieder antwoord is plaats voor 3 kaartjes met sommen.
- Als je aan de beurt bent, keer je één kaartje om. Zorg dat je allemaal de som goed kunt zien. 4)
- Past de som bij jouw trein, dan mag jij het kaartje op de goede plaats leggen.
- Is het een som van een andere trein, draai het kaartje dan weer om.
- Wie het eerst zijn trein vol heeft, is de winnaar!

fig. 10

TEL VOOR TWEE — WERKBLAD **28**

1974		maart				1974
zondag		3	10	17	24	31
maandag		4	11	18	25	
dinsdag		5	12	19	26	
woensdag		6	13	20	27	
donderdag		7	14	21	28	
vrijdag	1	8	15	22	29	
zaterdag	2	9	16	23	30	

a Hoeveel dagen heeft de maand maart?

b Welke dag is het op 20 maart 1974?

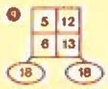
c Hoeveel woensdagen zijn er in maart 1974?

d Hoeveel zaterdagen zijn er in maart 1974?

e Wanneer is het de derde dinsdag in maart 1974?

f Wat komt na 31 maart 1974?

g



Hier is een blokje van vier getallen uit de kalender. Tel de getallen die schuin onder elkaar staan op.

Doe dit ook bij andere blokjes van vier getallen.

fig. 11

▶ VOORBEELDEN VAN GEBRUIK (4)

Schoolwerkplanontwikkeling staat de laatste jaren in het centrum van de belangstelling.
Vanuit onze ervaring met heroriëntering hebben wij gekonstateerd, dat het voor een schoolteam moeilijk is zelfstandig een volledig werkplan voor het wiskundeonderwijs — los van een of andere metode — samen te stellen.[1])
We spreken dan ook liever — minder pretentieus — over *werkplanontwikkeling*, met de nadruk op 'werk'. We bedoelen daarmee dat een schoolteam konkrete materialen betreffende hún reken/wiskundeonderwijs bestu-

[1]) Zie: Wiskobasteam: *Heroriëntering onderwijzers 1968–1978*, utrecht 1978.

deert, terwijl deze gelijktijdig in de schoolpraktijk uitgeprobeerd worden.
Aangezien additionele materialen een sleutelrol spelen binnen de hele werkplanontwikkeling, gaan we er hieronder kort op in.

Bij de werkplanontwikkeling kunnen we de volgende nivo's onderscheiden. Deze nivo-indeling ontlenen we aan praktijksituaties.

1 Fleksibel gebruik van de reken/wiskundemetode. De onderwijsgevende durft stof over te slaan, langer stil te staan bij bepaalde onderwerpen, gesuggereerde aanwijzingen uit de handleidingen zelf te interpreteren, zelf differentiatie aan te brengen, maar hij/zij gebruikt hierbij alleen de materialen uit de metode.
Dit eerste nivo is in feite een voorwaarde voor alle volgende nivo's.
2 Gebruik van de metode, waarbij losstaande werkbladen worden toegevoegd. Dit zou gedurende het eerste jaar van uitvoering tot één onderwerp beperkt kunnen blijven. Zo zijn ons scholen bekend, die uitsluitend spullen over het spijkerbord hebben gebruikt. Anderen voegen daarentegen veel meer additioneel materiaal in. Kortom, binnen dit nivo kan sprake zijn van grote verschillen.
3 Fleksibel gebruik van de metode met gebruikmaking van televisielessen (*not*). Hierbij dienen bepaalde stukken uit de metode vervangen te worden, daar anders zo'n televisieserie als enkele weken onderwijs ekstra, bovenop het rekenen wordt gestapeld. Het gevolg is, dat weloverwogen ingepast en vervangen moet worden.
4 Gebruik van de metode, met invoeging van één of enkele tema's per leerjaar. Dergelijke tema's worden meestal ontleend aan het wiskobasmateriaal. Een bekend voorbeeld is een onderwerp over verhoudingen, meten, redeneren en rekenen, getiteld: *'Met de groeten van de reus'*.[1])
Aangezien het invoegen van een tema veel meer voorbereiding behoeft dan het geval is met het kant en klare leerlingenmateriaal van bijvoorbeeld de televisielessen, en bovendien diepergaande matematisch-didaktische eisen stelt, gaat dit nivo uit boven het voorgaande.
5 Gebruik van de metode, met gebruikmaking van gevarieerde oefenvormen binnen het rekenen, waarbij we zelf lesjes en werkbladen dienen te produceren. We kunnen ons daarbij laten leiden door leerplanpublikatie 11.[2])
Het is mogelijk hieraan te werken met een gemotiveerd schoolteam. De praktijk wijst echter uit, dat het gewenst is begeleiding te vragen van een deskundige schoolbegeleidingsdienst of pedagogische akademie. Dat een en ander, ondanks het nabij gelegen onderwerp (rekenen), niet zo'n eenvoudig karwei is, kunt u elders in dit nummer lezen.[3])
6 Gebruik van de metode, met het invoegen van een deelleergang die tamelijk los van de metode staat. Dit kan bijvoorbeeld het geval zijn met het maken van een leergang oppervlakte voor de gehele basisschool. Aangezien zo'n onderdeel vrij eenvoudig te isoleren valt uit de metode, is dit nivo gemakkelijker te realiseren dan hetgeen we onder nivo 7 zullen beschrijven. Binnen dit nivo zijn nuanceringen aan te geven. Zouden we bijvoorbeeld oppervlakte vervangen door meten, dan zijn we weer iets geavanceerder en minder marginaal bezig. Op dit nivo is deskundige hulp beslist noodzakelijk.[4])
7 Heel ingrijpend is de inpassing van een minder onlosmakelijke deelleergang in een bestaande metode. Een voorbeeld van zo'n deelleergang is het wiskobas-abakusprogramma over het cijferend optellen en aftrekken.
Hoewel hiertoe een uitgebreide publikatie voorhanden is, is de moeilijkheid daarbij dat de onderwijzer eigenlijk alles over het cijferend optellen en aftrekken uit zijn metode moet weglaten en vervangen door andere aktiviteiten. Hij moet zelf zowel de oefenstof als de toepassingen bepalen, die op een bepaald ogenblik passend zijn.
Tevens heeft deze andere aanpak van het cijferen in het tweede en derde jaar konsekwenties voor de hogere leerjaren. Het hele schoolteam dient dus op de hoogte te zijn van de genoemde verandering.
8 Tot slot noemen we bij dit nivo allerlei mengvormen van de eerdergenoemde nivo's. Er zijn immers diverse kombinaties te bedenken, waarbij het uiteindelijk resultaat in feite zou kunnen zijn, dat het schoolteam zelf een volledig programma samenstelt.

We menen, dat een gemotiveerd totaalteam, waarbinnen ook enige deskundigheid op het gebied van de vernieuwingen rond het reken/

[1]) Zie: Jong, R. de (ed.): *Oppervlakte (2)*, utrecht 1978.
[2]) Moor, E. de: *Gevarieerd rekenen*, utrecht 1980.
[3]) Zie: Dekker, A.: *Onderwijsontwikkeling, 6 x 2 in aadorp*, pag. 90 e.v.
[4]) Bijvoorbeeld via een zogenoemde 6 x 2-kursus over oppervlakte, die door een pedagogische akademie of schoolbegeleidingsdienst verzorgd kan worden.

wiskundeonderwijs aanwezig is, in staat geacht moet worden zelfstandig binnen de eerste drie à vijf bovengeschetste nivo's (en niet hoger!) te opereren.

Ook bij verschillende in de *top tien* genoemde materialen zullen we ons terdege op de didaktische en organisatorische implikaties dienen te bezinnen. Een bekende moeilijkheid in de praktijk is het zogenoemde schrappen en invoegen.
Om het nog eens heel duidelijk te zeggen: schoolwerkplanontwikkeling is niet mogelijk zonder gebruik te maken van additionele materialen. Men kan echter van deze additionele spullen niet verwachten dat het aanbieden op zich al tot de gewenste effekten zal leiden.

▶ WITTE VLEKKEN (5)

Bij het samenstellen van de *top tien* zijn we dicht bij het vigerende rekenonderwijs gebleven. Sterk wiskundig georiënteerde materialen hebben we buiten beschouwing gelaten en niet in onze *top tien* betrokken.
Degenen, die zijn geïnteresseerd in deze meer wiskundige aspekten, adviseren we om onze artikelenreeks '*Nieuw op de markt*', zoals die gedurende vele jaargangen in het '*Wiskobas-Bulletin*' is verschenen, te raadplegen.

In bijgevoegde lijst geraadpleegde materialen (zie paragraaf 6) bevindt zich veel gelijksoortig materiaal. Als voorbeeld noemen we de zelfkorrigerende leermiddelen die in wezen slechts verschillen in de vormgeving van de korrektiesleutel.
Ook al zijn we enerzijds van mening, dat deze lijst best eens gesaneerd zou mogen worden, anderzijds missen we ook nog veel.
We noemen enkele voorbeelden van 'witte vlekken'.

- Over het metriek stelsel is geen goed additioneel materiaal voorhanden. Wel is dit onderwerp mooi ingebed in de metode '*Getal in beeld*'.
- Op het gebied van de meetkunde is in de lijst ternauwernood iets te vinden voor het basisonderwijs.
Tot goed begrip: we doelen bij meetkunde niet op formele aanpakken, die in de richting van de transformatiemeetkunde gaan. Wat we met meetkunde bedoelen is het beste af te lezen aan reële pakketjes, zoals die door het *iowo* voor het voortgezet onderwijs ontwikkeld zijn.[1]) Hierin wordt meetkunde gepresenteerd als een middel om alledaagse verschijnselen te verklaren zonder ingewikkelde taal en/of formules.
- Bij de meetkunde-aktiviteiten kunnen we ook denken aan het spijkerbord en aan stadsplanproblemen.
Verspreid komen enkele van deze zaken in '*Kien*'-boeken en in '*Wees wijs met wiskunde*' voor.
- Voor de aansluitingsproblematiek basisonderwijs-voortgezet onderwijs kunnen we aan levendig rekenmateriaal denken in de vorm van korte aktiviteiten, die zo mogelijk aansluiten bij de wiskunde.
Over het algemeen staan de door ons bestudeerde boekjes vol dorre rijtjes sommen die uitsluitend vergroting van de precísie in het rekenen beogen. Een gunstige uitzondering vormen de boekjes '*Zodoende*', waarin het rekenen is gegroepeerd rondom tema's. '*Zodoende*' is vooral op het *lbo* gericht, maar is zeker ook voor andere soorten onderwijs geschikt.
- Hoewel we ons in dit katern niet specifiek gericht hebben op materialen voor het aanvankelijk rekenen, signaleren we toch ook leemten rond de aansluiting kleuteronderwijs-lager onderwijs.
Hiertoe zou behoorlijk materiaal ontwikkeld dienen te worden, zowel wat betreft het getalbegrip, als binnen het gebied van de meetkunde.
We wijzen in dit verband nog eens op de uitstekende spiegelboekjes van Marion Walter.[2])
- Spullen op het gebied van taal en logika, zoals we die o.m. aantreffen in de aanpak van O'Brien[3]), zijn onbekend op de nederlandse markt.
Bij logika in het basisonderwijs zijn we niet zo gecharmeerd van de zogenoemde logiblokken. We wijzen verder iedere formele aanpak vanuit de verzamelingenleer af.

We zouden deze opsomming verder voort kunnen zetten. De ideeënlijst is dus niet uitputtend.

---

[1]) Om hiervan een beeld te krijgen verwijzen we naar: Goddijn, A.: *Wiskunde in de brugperiode*, op pag. 41 e.v. van dit bulletin.

[2]) Walter, M.: *Annette*, wesel z.j.
Walter, M.: *Entdecke neue Bilder*, wesel z.j.
Beide uitgaven zijn besproken in 'Wiskobas-Bulletin', jaargang 4 nr 2.

[3]) Zie hiervoor: Moor, E. de: *Nieuw op de markt*, in 'Wiskobas-Bulletin', jaargang 8 nr 3, pag. 69 e.v.

▶ GERAADPLEEGDE MATERIALEN (6)

Hieronder geven wij een opsomming van de door ons bij het samenstellen van dit katern geraadpleegde materialen. De kriteria tot afgrenzing der lijst beschreven we reeds eerder. Bij de samenstelling maakten we o.m. gebruik van de katalogi van de edukatieve uitgeverijen en leermiddelengroothandels. Het zou zeker de moeite waard zijn om over deze katalogi een spullenkatern samen te stellen. Hoewel bijna alle katalogi er zeer goed verzorgd uitzien, willen we toch de katalogi van Nienhuis apart noemen. We doelen daarbij zowel op de Montessori- als op de kleuterschoolkatalogus.
Veel plezier hebben wij ook gehad van het overzicht van de *wdoo*. Dat het overzicht van de *wdoo* verschilt van onze lijst, komt omdat we van aktuele gegevens konden uitgaan, ook van niet-kommerciële zijde (*n*ederlandse *o*nderwijs *t*elevisie bijvoorbeeld). Tevens hebben we onze lijst vergeleken met die van de *crl*.

Onze eerste lijst is alfabetisch gerangschikt op titel, is voorzien van een summiere omschrijving van het leerlingenmateriaal (dus niets over handleidingen) en bevat op twee uitzonderingen na geen *iowo*-materialen.
Om de informatie zo volledig mogelijk te doen zijn, voegen we een tweede lijst van *iowo*-publikaties toe, die eveneens als additioneel materiaal beschouwd kunnen worden.

Eén sterretje (*) bij een titel betekent: verdient nadere raadpleging door de geïnteresseerde onderwijsgevende.
Twee sterretjes (**) bij een titel betekenen: opgenomen in de *top tien*.

titel	auteurs	uitgever en jaar	korte omschrijving
Code	A. van Engen en A. Geelhoed	van Gorcum, assen 1979	30 boekjes rekenopgaven met korrektie-apparaat; klas 1 t/m 6.
Cijferen voor het basisonderwijs	D. van Zuilekom	Bosch & Keuning, baarn z.j.	5 boekjes cijfersommen in rijtjes; klas 2 t/m 6.
Cijferkunst	L. Vriesland en J.H. van 't Sticht	Dijkstra, zeist z.j.	4 boekjes met cijfer- en vormsommen; klas 3 t/m 6.
Cijfersommen soort bij soort	R. Doorn e.a.	Dijkstra, groningen z.j.	3 boekjes met rijtjes cijferopgaven; klas 4 t/m 6.
Dat is ...!	F.H.Ch. Jothmann	Kok, kampen 1958	12 boekjes met rijtjes cijfersommen; klas 1 t/m 6.
De kamping**	J. van den Brink en E. Wijdeveld	*iowo*, utrecht 1978	werkboek en handleiding rekenverlevendigingsmateriaal in projektvorm plus geluidsband; klas 3.
De lus-abacus	C. van Baaren	Jegro, bolsward 1978	1 oefenboekje cijferend optellen en aftrekken.
De rekentest 5-6	F. Dijkstra	Kok, kampen z.j.	2 boekjes opgaven over hoofdrekenen, cijferen en redaktiesommen; klas 5 en 6.
De Wissel	W.E.C. van Dusseldorp e.a.	Segers, schiedam z.j.	1 boekje reken- en algebra-opgaven; brugklas.
Druk het zelf*	geen auteur	Dijkstra, groningen 1979	rekenoefenstof; te kopiëren moederbladen; klas 1 t/m 3.
Een beetje veel**	P. Scholten	*not*, den haag 1978	televisieprojekt rekenverlevendiging plus werkboek; klas 3 en 4.
Een blokje om**	H. ter Heege en P. Scholten	*not*, den haag 1979	televisieprojekt rekenverlevendiging plus werkboek; klas 4.

titel	auteurs	uitgever en jaar	korte omschrijving
Figuren leggen op het honderdveld*	H.M.M. Vossen	Malmberg, den bosch z.j.	kist met 100 opdrachten; zelfkontrolerende sommen op het honderdveld; klas 2 en 3.
Getallen en figuren	Werkgroep Stoelhorst	Thieme, zutphen 1977	3 rekenwerkschriften; 1 wiskundewerkschrift; klas 5, 6 en brugklas.
Handig rekenen	J. Wedzinga	*ivio*, lelystad z.j.	1 boek rekenvaardigheid gericht op individueel werken; brugklas.
Het eerste boek over verzamelingen Het tweede boek over verzamelingen	J. Clarke, bewerkt door F. Goffree	Wolters-Noordhoff, groningen 1969	2 boeken over verzamelingen; klas 6 en brugklas.
Hoe is de stand?	D.J. de Grooth en W.P. van den Blink	Van Gorcum, assen z.j.	8 boekjes rekenoefenstof in rijtjes; klas 1 t/m 6.
Hoofdrekenen	C.E. Hof	Dijkstra, groningen z.j.	5 boekjes hoofdrekenen; klas 3 t/m 6.
Hoofdrekensommen	A. Beeftink en H. Vredevoogd	Kok, kampen z.j.	3 boekjes hoofdrekenopgaven; klas 4 t/m 6.
Hoeveel?	F.H.Ch. Jothmann	Kok, kampen 1970	2 boekjes aanvankelijk rekenen; klas 1.
Iedere week een cijferprikje	B. Eisenga	Stenvert & Zn, apeldoorn z.j.	4 boekjes met rijtjes cijfer- en vormsommen; klas 3 t/m 6.
Je kunt het zelf	J. Smit en R.J. ten Have	Duwaer, amsterdam z.j.	2 boekjes met cijfer- en redaktiesommen; klas 6.
Keer**	J.J. Korstanje e.a.	Wolters-Noordhoff, groningen 1978	1 werkboek met gevarieerde oefeningen voor de tafels.
Kien *A* en *B*	G. Janssen e.a.	Malmberg, den bosch z.j.	2 werkboeken met gevarieerde reken/wiskundeopdrachten; klas 1 en 2.
Kien	G. Janssen e.a.	Malmberg, den bosch 1975	8 werkboeken met gevarieerde reken/wiskundeopdrachten; klas 3 t/m brugklas.
Kopieersysteem voor het rekenonderwijs	J.T. Brens	Noordnederlandse stempel- en leermiddelenfabriek, groningen 1978	5 banden met te kopiëren moederbladen met rekenoefeningen; klas 1 t/m 6.
Leerdoelgerichte toetsen voor het basisonderwijs: meten*	*cito*, afd. basisonderwijs	*cito*, arnhem 1979	2 boekjes met toetsen over lengte-, oppervlakte-, gewichtmeting en metriek.
Loco**	ned. redaktie B. Venema	Dijkstra, groningen z.j.	zelfkontrolerende rekenopgaven; klas 2 t/m 6.
Malmbergs rekendoos*	H.M.M. Vossen e.a.	Malmberg, den bosch z.j.	fiches, kaartjes, dobbelstenen, etc., voor aanvankelijk rekenen; klas 1.
Meerkeuzebloks	D. van der Meulen (eindredaktie) e.a.	Dijkstra, groningen z.j.	6 boekjes hoofdreken- en cijferopgaven in vierkeuzevorm; met korrektieplaat; klas 4 t/m 6.

titel	auteurs	uitgever en jaar	korte omschrijving
Mini-loco** jferen	ned. redaktie B. Venema	Dijkstra, groningen z.j.	zelfkorrigerend materiaal voorbereidend rekenen.
Methodisch cijferen	L. Lieffering	Dijkstra, zeist z.j.	4 boekjes met cijfer-, vorm- en redaktiesommen; klas 5 en 6.
Minipak*	E. Harper e.a. ned. bewerking P. van Steenoven	Dijkstra, zeist 1979	9 boekjes rekenoefenstof; klas 3 t/m 6.
Mijn Tafelboek*	A.J. Pleijsier	Kok, kampen z.j.	werkboek voor aanleren van de tafels.
Open Kaart**	P. Scholten	*not*, den haag 1978	televisieprojekt plus werkboek aardrijkskunde en rekenen; klas 6 en brugklas.
Pas op je tellen*	A. van de Wijnkel e.a.	Malmberg, den bosch z.j.	3 bakken met rekenkaarten; klas 1 t/m 6.
Profax	L.J. van Boven e.a.	Wolters-Noordhoff, groningen z.j.	6 mappen reken(wiskunde) opgaven; inkl. apparaat voor zelfkorrektie; klas 2 t/m 6.
Puzzelend Rekenen 1 en 2*	H.M.M. Vossen	Malmberg, den bosch z.j.	zelfkontrolerende rekensommetjes; klas 1 en 2.
Redactiesommen soort bij soort	D. Mulder	Dijkstra, groningen z.j.	3 boekjes met redaktieopgaven; klas 4 t/m 6.
Rekenactiverings-programma**	G. Janssen	Malmberg, den bosch 1972	2 bronnenboeken voor de onderwijsgevende; kleuterschool, klas 1 en 2.
Rekenen	W. Kleijne	Kok, kampen z.j.	1 boekje met rekensommetjes; klas 5 en 6.
Rekenen en toepassen	J. Kramer	*ivio*, lelystad z.j.	2 werkboeken rekenvaardigheid; brugklas.
Rekenen op Matex	A.J.J. van der Valk	Kok, kampen 1974	werkbladen en toetsen aanvankelijk rekenen; kleuterschool en klas 1.
Rekenkaarten	W. Bakker en T. Graafland	Kok, kampen z.j.	70 kaarten met oefensommen, antwoorden op achterkant; klas 1 en 2.
Rekenkalender*	E. de Moor en G. Schoemaker	*iowo*, utrecht 1979	verzameling ideeën tot instandhouding rekenvaardigheid; klas 6 en brugklas.
Reken maar	G. Nederlof	Open School, zeist 1980	3 boekjes herhalingsstof rekenen basisschool.
Rekenprentenboek	H.J. Carpay en W.M. Carpay	Wolters-Noordhoff, groningen 1964	1 boekje voorbereidend rekenen.
Rekenstip*	geen auteur	Noordnederlandse stempel- en leermiddelenfabriek, groningen 1979	8 sets rekenoefeningen; optellen en aftrekken tot 20; direkte zelfkontrole; klas 1 en 2.
Rekentaalpuzzels*	P. Vegter e.a.	Malmberg, den bosch z.j.	zelfkontrolerende voorbereidende rekenoefeningen; kleuterschool en klas 1.
Rekentests	C.E. Hof	Dijkstra, groningen z.j.	5 boekjes rekenproefwerkjes; klas 3 t/m 6.

titel	auteurs	uitgever en jaar	korte omschrijving
Rekentraining	J. Kleyn	Bosch en Keuning, baarn z.j.	hoofdrekenen, cijferen, redaktiesommen; klas 6.
Rekenvensters	D. Molenaar	Dijkstra, groningen z.j.	3 sets kaarten met rekenopgaven met zelfkontrole; klas 1 t/m 3.
Rekenwerkboeken*	W.E. Wanders en S. Bohncke	Malmberg, den bosch z.j.	rekenbloks; klas 1 t/m 6.
Roco	geen auteur	Dijkstra, groningen 1980	rekendominospel hoofdbewerkingen; klas 2 t/m 4.
ROM*	A. van Gool	Zwijsen, tilburg 1978	set rekenoefenmiddelen; klas 1 t/m 3.
Ruimte voor getallen	A. Roodhardt en P.C. Schnetz	Tjeenk Willink/ Noorduyn, culemborg 1976	1 boekje rekenvaardigheid; brugklas.
Samsom Schakelboeken	L. Goulooze e.a.	Wolters-Noordhoff, groningen z.j.	12 boeken geprogrammeerde instruktie rekenen; klas 4 t/m 6.
Snel en Goed	H. Vredevoogd en A. Beeftink	Kok, kampen z.j.	2 boekjes cijfer- en redaktiesommen; klas 5 en 6.
Snel hoofdrekenen	J. Royackers	Stenvert, apeldoorn z.j.	4 boekjes met hoofdrekensommetjes; klas 3 t/m 6.
Somma**	D. Kopmels	Zwijsen, tilburg 1978	set rekenoefenspullen; klas 2 en 3.
Spelen en leren met het honderdveld*	Y. Penning	Van Gorcum, assen 1976	16 kaarten met inkleuroefeningen; klas 1.
Spelen met sommen*	H.M.M. Vossen	Malmberg, den bosch z.j.	rekendomino; klas 1 en 2.
Speelwerkbladen Marjolijn*	H. Gärtner, ned. bewerking P. Dumas en H. Stadman	Van Gorcum, assen 1976	1 werkboek; algemeen vormende aktiviteiten; klas 1 en 2.
Spelraam*	L. Lemaire e.a.	*not*, den haag 1975	televisieprojekt spelend wiskunde en moedertaal leren; kleuterschool en klas 1.
Startpunt, mijn rekenwerkboek*	C.A. Sims, ned. bewerking L. Kuipers	Dijkstra, groningen 1979	5 werkboeken losse reken/wiskunde-opgaven; klas 1 t/m 3.
Steeds verder	werkgroep Amersfoort	Duwaer, amsterdam z.j.	28 werkboekjes met rekenopgaven; klas 1 t/m 5.
Stenverts controleblocs	P.J. van Gelder	Stenvert, apeldoorn z.j.	toetsen voor het cijferen; klas 1 t/m 6.
Stenverts klokblocs	G. Schreuder	Stenvert, apeldoorn z.j.	3 verzamelwerkblokken klokkijken.
Stenverts oefenblocs	A. Teljeur	Stenvert, apeldoorn z.j.	2 verzamelwerkblokken optel- en aftreksommetjes; klas 1 en 2.
Stenverts rekenblocs*	G. Schreuder e.a.	Stenvert, apeldoorn z.j.	11 verzamelwerkbloks rekenoefenstof; klas 1 t/m 6.
Stenverts rekengidsje	B. Eisenga	Stenvert, apeldoorn z.j.	overzicht rekenkennis, voor de leerkracht; klas 5 en 6.

titel	auteurs	uitgever en jaar	korte omschrijving
Stenverts rekenwerkboek*	G. Schreuder e.a.	Stenvert, apeldoorn z.j.	2 rekenwerkboeken met gevarieerde oefeningen; klas 1 en 2.
Stenverts tafeldoosjes*	C. de Klerk	Stenvert, apeldoorn z.j.	werkkaarten met tafeloefenspelletjes; inkl. hulpmateriaal.
Stenverts tafelkaarten*	C. de Klerk	Stenvert, apeldoorn z.j.	doos kaarten met tafeloefeningen; in hoofdzaak voor tweetallen van leerlingen.
Tafelboek	J. Haack	Dijkstra, zeist z.j.	1 boekje met rijtjes tafelsommen.
Tafeltraining	W. Bakker	Dijkstra, zeist z.j.	1 boekje met sommetjes voor mondelinge tafeloefeningen.
Tafelwerkboek	H.M.M. Vossen	Malmberg, den bosch z.j.	1 boek met tafeloefenopgaven.
Tel voor twee**	P. Scholten	*not*, den haag 1974	televisieprojekt rekenverlevendiging; klas 2.
Toetsen voor inzichtelijk rekenen	M.J.C. Mommers en B.W.G.M. Smits	Zwijsen, tilburg z.j.	rekentoetsen; klas 4 t/m 6.
Uitgerekend	J. Algera e.a.	Wolters-Noordhoff, groningen z.j.	4 boekjes voor hoofdrekenen; klas 3 t/m 6.
Van geval tot geval	Werkgroep Nijdam	Wolters-Noordhoff, groningen z.j.	4 boekjes cijfersommen; klas 3 t/m 6.
Varia*	Werkgroep Wemeldinge	Stenvert, apeldoorn z.j.	23 boekjes zelfkontrolerende rekenopdrachten; inkl. kontroleapparatuur; klas 1 t/m 6.
Voorloper moderne wiskunde	V. Schodts en L. van der Steegen	Malmberg, den bosch z.j.	1 werkschrift inleiding verzamelingenleer; klas 6.
Vlot, vaardig en nauwkeurig	H. Vredevoogd	Kok, kampen z.j.	1 boekje cijfersommen; klas 5 en 6.
Wees wijs met wiskunde*	D. Karman e.a.	Kok, kampen z.j.	2 mappen werkkaarten (moederbladen) met wiskundige opdrachten; klas 4 t/m brugklas.
Wiskunde doen*	J.F. Pearcy en K.Lewis, ned. bewerking U. Zeemering	Malmberg, den bosch 1974	82 werkkaarten wiskundige onderwerpen; klas 6 en brugklas.
Zodoende*	G. Janssen	Malmberg, den bosch 1976	3 werkschriften rekenen in projektvorm; klas 6 en brugklas.

iowo-materialen

Onderwijssituaties* voor 4- tot 8-jarigen	J. de Gooijer-Quint	*iowo*, utrecht 1979	bronnenboek met beschrijvingen van wiskundige aktiviteiten voor kleuterschool en onderbouw.
Inter-lokaal* (leerplanpublikatie 4)	Wiskobasteam	*iowo*, utrecht 1976	verzameling aktiviteitsbladen over stadsplan en grafieken; ideeën over het gebruik van de krant; een tema over de telefoon; klas 1 t/m 6.

titel	auteurs	uitgever en jaar	korte omschrijving
Vierkubers* (leerplanpublikatie 5)	E. Wijdeveld	*iowo*, utrecht 1977	tema over bouwen met blokken; meetkunde en rekenen; klas 3/4.
De abakus* (leerplanpublikatie 6)	Wiskobasteam	*iowo*, utrecht 1977	studieboek over cijferend optellen en aftrekken met de abakus.
Oppervlakte (1)* (leerplanpublikatie 7)	H. ter Heege en E. de Moor	*iowo*, utrecht 1977	deelleergang oppervlakte plus 116 werkbladen; klas 1 t/m brugklas.
Oppervlakte (2)* (leerplanpublikatie 9)	R. de Jong (ed.)	*iowo*, utrecht 1978	tema's en projekten over oppervlakte; een 'leergang' over het spijkerbord; plus los werkblok met werkbladen; kleuterschool t/m brugklas.
Gevarieerd rekenen* (leerplanpublikatie 11)	E. de Moor	*iowo*, utrecht 1980	verzameling gevarieerde oefenvormen, spelletjes en toepassingen betreffende het rekenen; klas 1 t/m brugklas.
Vermenigvuldigen en delen (2)* (leerplanpublikatie 12; in voorbereiding)	A. Dekker e.a.	*iowo*, utrecht 1980	leergang cijferend vermenigvuldigen en delen; klas 2 t/m 5.
Op het spoor*	W. Sweers e.a.	*ivio*, lelystad z.j.	8 opdrachtkaarten en 8 werkkaarten rond een detektiveverhaal; grafische verwerking; klas 6 en brugklas.
Ken je klas*	C. Leenders	*ivio*, lelystad z.j.	1 boekje over het werken met ponskaarten, in het kader van een onderzoekje; klas 6 en brugklas.
Spionnen in de stad*	G. van Barneveld en W. Sweers	*ivio*, lelystad z.j.	1 werkboekje over lengtemeting in het kader van een 'historisch' verhaal; klas 6 en brugklas.
Breuken*	G. Janssen	*ivio*, lelystad z.j.	remedial pakket over breuken; klas 6 en brugklas.
Zie je wel*	G. Schoemaker	*iowo*, utrecht 1980	1 werkboekje over elementaire meetkundige ervaringen in onze omgeving; klas 6 en brugklas.
Lijngrafieken*	A. Goddijn	*iowo*, utrecht 1980	1 werkboekje over het lezen en maken van lijngrafieken; klas 6 en brugklas.
Klein en groot*	A. Goddijn	*iowo*, utrecht 1980	1 werkboekje over verhouding en schaal naar aanleiding van reële situaties; klas 6 en brugklas.
Autowegen*	M. Kindt	*iowo*, utrecht 1977	1 werkboekje over kaartlezen, meten, grafieken en kommagetallen; klas 6 en brugklas.
Honderd procent*	G. Janssen	*ivio*, lelystad z.j.	toepassen, aktualiseren en herbewustmaking van het procentbegrip; klas 6 en brugklas.

VERVOLG VAN PAGINA 64

volgorde en leesrichting
We hoeven echter niet alleen op de betekenisverschillen aan te sturen om grafische verschillen tussen 18 en 81 te laten opmerken.

Isette (6;4) zegt bij 18:
.... 'Eén en een acht', en bij 81: 'acht en een één, andersom.' ....

Naast de betekenis is de leesrichting dus een sterk middel om kinderen te attenderen op de verschillen in schrijfwijze der getallen.

antwoordfrekwenties bij onze rij getallenkaartjes
Als we de goede en foutieve benoemingen nalopen, dan zien we dat van de getallen die uit één cijfer bestaan, $\boxed{ꙅ}$ en $\boxed{ꓶ}$ de kinderen het sterkst in twijfel brengen. $\boxed{6}$ levert geen enkel probleem op.
Van de getallen die uit twee cijfers bestaan, valt op dat $\boxed{01}$ veel kinderen verrast: vijf van de elf kinderen zeggen dat het een tien is. Vanaf $\boxed{14}$ raakt de benoeming 'één, vier' in zwang.
Waarschijnlijk komt dit door het kaartje $\boxed{54321}$ dat aan $\boxed{14}$ vooraf gaat.

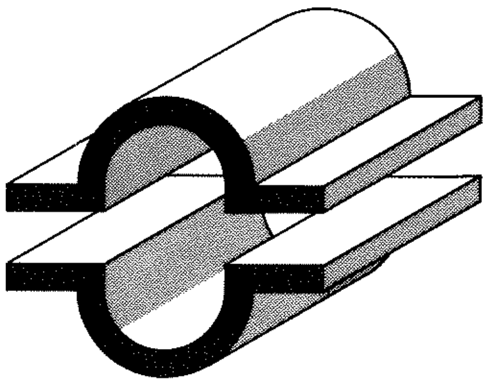
opmerkingen ten behoeve van het onderwijs
De naam van het getoonde cijfer of getal wordt vaak al tellend gevonden. Soms wordt de getallenlijn daarbij in gedachten afgelopen, maar bij grotere getallen gebruiken de kinderen de vingers om het aantal tientallen bij te houden.
Ook spiegelingen, zoals $\boxed{ꙅ}$ $\boxed{5}$ en $\boxed{18}$ $\boxed{81}$ worden soms niet als verschillend herkend.
Overtrekken van het getal attendeert de kinderen op de verschillen. Ook de *leesrichting* of het *betekenis* toekennen (voetbaluitslagen, leeftijden) kunnen we gebruiken om de verschillen te laten opmerken.

memo
Een goed spel om de getallen te leren is het z.g. *memo*.
Plak de kaartjes van de getallenlijn 1 tot en met 10 willekeurig op het flanelbord. Keer ze na een tijdje allemaal om.
Trek uit een stapeltje identieke kaartjes een willekeurig getallenkaartje (of noem een getal). Bijvoorbeeld 7.
Een kind dat weet waar dit getal op het flanelbord hangt, mag het omdraaien.
Allerlei variaties kunnen op dit spel worden aangebracht. Bijvoorbeeld: alle kaartjes worden direkt omgekeerd op het flanelbord gehangen. Gedurende het spel worden de getallen gevonden. Gebruik hiervoor het honderdveld.

Uit de proefsituatie bleek dat vooral het *nadrukkelijk tot jezelf praten* over de vraag: waar hangt een bepaald kaartje?, door kinderen geleerd kan worden als middel om iets in te prenten. Ook het *nemen van de tijd* om de plaatsen van de getallen te leren, moeten we als leerhouding stimuleren.

Niet alleen bij het schrijven van getallen die uit twee of meer cijfers bestaan, ook bij het schrijven van hun naam tonen kleuters dat de volgorde van de letters niet van belang is.
Anoek (5;7) en Ilse (5;8) schrijven hun naam op: ze denken lang na en noteren de eerste de beste letter die hun van hun naam te binnen schiet.
Van Anoek is dat de 'n', van Ilse de 's'.
De kleuters zijn van mening dat het kopiëren van alle letters hun naam vanzelf oplevert, los van de volgorde.

ander werk



TERUG NAAR 'NUL'

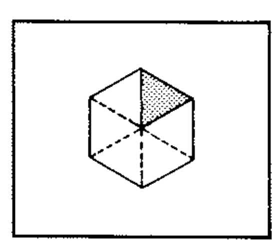
Kort geleden klaagde een kleuteronderwijzeres haar nood over de 'prestaties' van haar oudere kleuters.
Ze sprak over 'opdrachtkaarten' die ze de kleuters met het naderen van de lagere-schooltijd voorlegde om na te gaan in hoeverre zij elementaire (reken-)voorwaarden beheersten.
.... 'Sommige kleuters kunnen er goed mee overweg', zei ze, 'vooral met kaarten over meer-minder, groter-kleiner, en zo. Maar er zijn ook kinderen die eigenlijk geen notie hebben van wat ze doen; dan kleuren ze maar wat, zoals bij groeperen en één-éénverbinding, en zo.' ....
Ik heb de kaarten niet gezien, maar de problematiek is duidelijk.
En omdat die m.i. verder gaat dan alleen het kleuteronderwijs, gaan we er hiernaast wat verder op in.

EDU WIJDEVELD

▶ **HET NULDE NIVO: BEWUSTWORDING**
voorbeelden (1)

▶ Het is een stemmig tafereel in de kleuterschool. De juffrouw heeft een kerstverhaal verteld en nu zet ze op een tafeltje midden in de kring, een heleboel kaarsen: hoge, lage, smalle, dikke, rode, witte, gele, ...
Eén voor één mogen de kleuters ze heel voorzichtig aansteken.
.... 'Welke kaars zou het langste branden?', vraagt juf op een gegeven moment. ....
De meningen zijn verdeeld. Veel kinderen houden het op de hoogste kaars, sommige wijzen een lagere, dikke aan.
.... 'Waarom?', vraagt juf.
'Die hoge gaat vlugger omlaag dan die dikke', zegt Wilma.
'Dikke kaarsen doen er veel langer over dan dunne', zegt Peter.
'Wij hebben thuis ook zo'n dikke, juf', zegt Lia, 'en daar staat een plaatje op.'
'Vertel eens', zegt juf. ....

▶ Jolanda (5 jaar) legt een mozaïek na vanaf een plaatje. Ze is al een eind gevorderd met het patroon. Alleen in het midden rest nog een gat. Als ik naast haar kom zitten, probeert ze net een rode steen in de juiste positie te leggen.
.... 'Hoeveel stenen moet je nog leggen?', vraag ik haar.
'Acht', zegt ze, alhoewel uit de vorm van het gat en de stenen duidelijk is, dat het er zes moeten zijn. Ze kijkt niet op en vindt al spoedig de juiste positie van de rode steen.
'Kun je nú zien hoeveel stenen je nog moet leggen?', vraag ik weer.



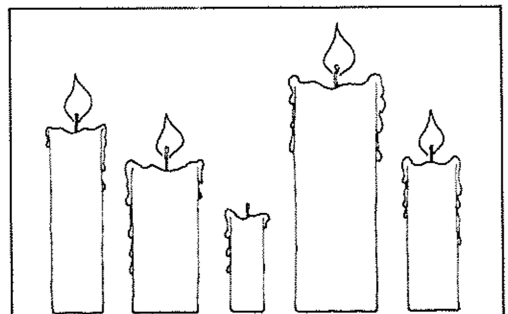
Nog steeds zonder op te letten pakt ze een gele steen en zoekt verder.
'Nee', zegt ze.
De gele steen komt naast de rode te liggen.
'Nu kun je vast wel tellen, hoeveel je er nog moet leggen', houd ik vol.
Dan kijkt ze me verstoord aan.
'Als ik het zeg, ga je dan weg?', vraagt ze.
Beschaamd zeg ik: 'Ja'.
Dan tuurt ze naar het mozaïekgat, raakt

het met de vinger aan en zegt: 'Zes'.
Als ik wegloop, past ze weer een rode steen in. ....

- In het kringgesprek valt de aandacht op het haantje van de toren. Hoe groot zou die wel zijn?
Enkele kleuters houden hun handen uit elkaar om iets aan te duiden dat in grootte varieert van mus tot kip.
.... 'En als die torenhaan nu eens hier beneden bij ons zou staan, hoe groot was hij dan?' ....
Een overbodige vraag, de kinderen hébben het toch al gezegd! Toch ga ik door.
.... 'En als ik nu boven in die toren klom naar de haan toe, hoe groot zouden jullie mij dan zien?', vraag ik.
'Zóóó'n klein mannetje', zegt Marco en de kinderen lachen.
'Nu neem ik de haan mee naar beneden', zeg ik, 'want hij moet geverfd worden. Hoe groot ben ik nu weer?'
Een stomme vraag, laten de kinderen blijken.
'Zo groot als je bent', verwoordt Freddie heel knap.
'En de haan naast me?', vraag ik hoopvol....
Een al even stomme vraag. Dat hadden ze stráks toch al verteld.
Maar gewillig gaan de handen weer uiteen van mus tot kip!

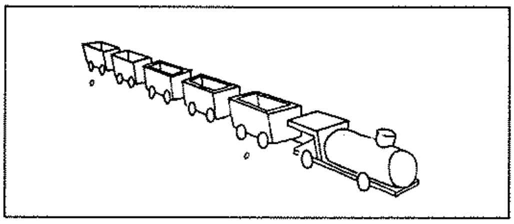
botsing
Drie willekeurige voorbeelden uit de kleuterschool, die elke attente kleuteronderwijzeres waarschijnlijk met tientallen andere kan aanvullen.
Wat bovenstaande voorbeelden gemeenschappelijk hebben, is dat een voor de kleuters betekenisvolle situatie wordt aangegrepen voor een objektiverende – zeg: matematiserende – vraagstelling: welk verband bestaat er tussen hoogte, dikte en brandtijd van een kaars, welke relatie is er tussen geometrische vorm en aantal mozaïekstenen, hoe zit dat met verhoudingen veraf en dichtbij?
In alle drie de gevallen ook is er sprake van kinderen die niet bereid of niet in staat zijn op de vraagstelling in te gaan.
In het eerste voorbeeld is het Lia, die onder de indruk van de kerstsfeer volkomen aan de vraag voorbij gaat en slechts reageert vanuit haar eigen indrukken. De juffrouw dringt niet aan, maar blijft haar met een wedervraag in het totaalgebeuren betrekken.
Ook Jolanda gaat zó op in haar mozaïek, dat zij de vraag van de meester als volkomen buiten de orde ervaart. Sociaal gevoelig, gaat ze er nog wel op in, maar als de meester haar spel blijft bederven, stuurt ze hem onverbiddelijk het bos in.
Nógmaals stoot de meester zijn neus als hij vragen stelt die het voorstellingsvermogen van de kinderen te boven gaan: een torenhaantje ís klein en dat weet iedereen; die ervaring maak je niet ongedaan met een leuke redenering ...!
Een botsing van twee werelden, want daar komen bovenstaande voorbeelden op neer: een 'botsing' van de emotionele kleuterwereld en die van de logische volwassenenwereld.

sukses
Matematiseren is een ordenende aktiviteit die een bijdrage kan leveren tot de oriëntatie in de wereld waarin je leeft. Maar voor je aan die oriëntatie toe bent, zul je eerst moeten ervaren dat je die wereld überhaupt door een 'matematische bril' kunt bekijken. En dát vereist weer dat je enige afstand kunt nemen tot het aktuele gebeuren en de emoties van het moment. Pas dan immers kun je binnen de sfeer van brandende kaarsen, oog krijgen voor hun brandtijd, pas dan kun je je losmaken van de vervoering van een mozaïek om stenen te tellen, pas dan kun je een torenhaan mentaal los maken van z'n hoge positie en mee naar beneden nemen.
Dat niet iedere kleuter daartoe op elk moment bereid of in staat is, toonden de voorbeelden aan.
Nu zal het best mogelijk zijn om kleuters vanuit een andere aanbiedingsvorm, met meer 'sukses' te laten reageren op wiskundige impulsen. Onderstaande opdrachten bijvoorbeeld weerspiegelen in feite eenzelfde problematiek als in onze voorbeelden aan de orde was:



i Langste, kortste, dikste, dunste

- wat is de langste kaars?
- wat is de kortste kaars?
- wat is de dunste kaars?
- wat is de dikste kaars?
- welke twee kaarsen zijn even lang?
- welke twee kaarsen zijn even dik? (meten met een stukje papier)
- welke twee kaarsen zijn even dun?



Welke spoorwagon lijkt groter, de eerste of de achterste?
Hoe denk je dat het komt, dat de achterste kleiner lijkt?
Ga dit na bij een echte trein, met een potlood in je uitgestrekte arm. [1])

Maar wat heet 'sukses' in zo'n geval? Het feit dat kinderen – eventueel na training – in staat blijken adekwaat te reageren op door óns zinvol geachte opdrachten?
Laten we ons dan wel realiseren dat we begonnen zijn het beeld van de wiskunde te verschralen tot een optelsom van begrippen en relaties. Erger is echter dat we mede daardoor de kinderen de kans ontnomen hebben spontaan en 'aan den lijve' te ontdekken, hoe die begrippen en relaties zinvol kunnen funktioneren in hún werkelijkheidsbeleving.
Maar ook onszelf hebben we de kans ontnomen dat ontdekkingsproces van dichtbij mee te maken. Dán immers hadden we kunnen leren hoe gevaarlijk het is, lichtvaardig over dit prilste matematiseringsnivo heen te stappen, dit 'nulde' nivo, waarin je je bewust gaat worden dat er ook zoiets bestaat als een wiskundige zienswijze.
Dat nivo krijgt voor een kleuter gestalte in een veelheid van (totaal-)situaties, waarbinnen zich op natuurlijke en zinvolle wijze, ook een zeker matematiseringsaspekt voltrekt. Aan de juffrouw of meester om die situatie te kreëren, aan wiskobas om haar/hem daarbij behulpzaam te zijn.

ontmoeting
In het bovenstaande was niet alleen sprake van de ontmoeting van twee werelden, maar evenzeer van de ontmoeting van twee lerenden: de kleuter en de onderwijzer(es) die zich elkaars zienswijzen bewust moeten maken; de eerste vanuit een lerend perspektief, de ander vanuit didaktisch perspektief.
In die ontmoeting lag de voorwaarde besloten om een (onderwijs-)leerproces op gang te brengen dat moest leiden tot een instap in de 'wiskundige wereldoriëntatie'.
In de beschreven situaties echter, werd aan die voorwaarde niet voldaan: de kleuter kon of wilde zich niet in de gedachtengang van de volwassene verplaatsen, omdat – met name – de meester zich onvoldoende rekenschap had gegeven van de betrokkenheid van de kleuter op z'n belevingswereld.
En als op die manier van een wezenlijke ontmoeting geen sprake is, wordt het leerproces geblokkeerd en kan men hooguit schijnresultaten verwachten. De eerdervermelde opdrachtkaarten spreken in deze ook bange vermoedens. En dáárover sprak m.i. de kleuteronderwijzeres in de aanhef van dit verhaal.
Dat dergelijke blokkades van het leerproces zich op alle nivo's voordoen, is uiteraard bekend. Dat daaraan dezelfde problematiek ten grondslag kan liggen als hierboven geschetst, wil het volgende illustreren.

▶ **HET NULDE NIVO: NAÏEVE ERVARINGEN**
voorbeelden (2)

- ▶ De verwachtingen van Peet (7 jaar) zijn hooggespannen. Met duizenden kinderen (en hun ouders) staat zij op de open vlakte, waar een vliegtuig binnen enkele ogenblikken lootjes over hun hoofden zal laten neerdwarrelen. Er vallen mooie prijzen te verdienen, heeft de krant vermeld. En ondanks de relativerende opmerkingen van haar ouders over de vele loten en de weinige prijzen, wacht Peet met rode konen het vliegtuig af. Even later weet zij in de friemelende massa van graaiende kinderhanden inderdaad een lot te bemachtigen. Weer wat later staat zij gierend van het huilen bij haar moeder, omdat haar lot een 'niet' blijkt te zijn.
  .... 'Ik heb ook altijd pech', snikt zij ontroostbaar. ....
- ▶In een doos heb ik zes rode en twee gele snoepjes opgeborgen. Ik schud wat en zeg Bart (8 jaar) dat hij het snoepje dat ik uit de doos haal, mag hebben als hij tevoren de kleur raadt.
  .... 'Geel', zegt hij, maar ik trek rood.
  'Waarom heb je geel gekozen?', vraag ik.
  'Ik vind die gele het lekkerst', zegt Bart. ....
- ▶Met de tong uit z'n mond vult Pim (9 jaar) voor het eerst de toto in. In de eerste kolom allemaal enen, in de tweede kolom allemaal tweeën en in de derde kolom drieën.
  .... 'Waarom doe je dat?', vraag ik.
  'Nou, dan heb ik ze allemaal', zegt hij. ....

- ▶Ter voorbereiding van het projekt '*Kijk op kans*' worden gesprekjes met kinderen gehouden over hun ervaringen in het gebied van kans en toeval.[2])
  Ook de dobbelsteen komt ter sprake. Zon-

[1]) Beide voorbeelden zijn afkomstig uit: Langedijk, P.: *Schoolrijp maken*, deventer 1978.
[2]) Een onderwijstelevisieprojekt van *iowo, not* en *teleac*, 's gravenhage 1972.

der meer zijn de kinderen (ca 10 jaar) ervan overtuigd dat de meester beter een zes kan gooien dan de kinderen. Waarom?
Nou, hij is toch ouder en heeft vaker geoefend. ...

spontane ervaringen
Wat bovenstaande voorbeelden met die van de kleuterwereld gemeen hebben, is dat ook hier weer sprake is van de konfrontatie van twee werelden, waarin de emotionele ervaringen van de kinderen de situatie overheersen. Evenals Lia met de kaarsen, blijken ook Peet en Bart in geen enkel opzicht ontvankelijk voor de objektiverende 'matematiserende' intentie van de volwassene. Peet kan alleen maar denken aan de fiets die haar straks ten deel zal vallen, Bart heeft z'n zinnen gezet op een geel snoepje.
In de gevallen van de toto en de dobbelsteen, ligt de situatie wat anders: hier blijkt die emotionele ervaring juist al enige vulling gegeven te hebben aan de mysterieuze wereld (oriëntatie) van kans en toeval. Naïeve opvattingen over het rollen van een dobbelsteen en het winnen van de toto, hebben zich al ongemerkt in het kind vastgezet.
Daarin uit zich ook het verschil voor de onderwijsgevende in vergelijking met de eerderbeschreven kleutersituaties: het gaat nu niet alleen meer om de bewústwording van de mogelijkheid kans en toeval door een matematische bril te beschouwen (Peet en Bart), maar zelfs om het elimineren van spontane misvattingen daarbinnen!
En nog stringenter dan hiervoor geldt dan ook dat de onderwijzer(es) situaties zal moeten kreëren, waarin dit 'nulde' nivo van matematiseren een natuurlijke kans krijgt.
Zouden we ook hier de kinderen onder passering van voormelde 'bewustwording' en 'naïeve opvattingen' rechtstreeks invoeren in ónze (didaktische) opvatting over kans en toeval, dan moet dat onvermijdelijk weer leiden tot schijnresultaten.
Schijnresultaten waarin kinderen blijk geven kansen te kunnen berekenen aan 'onwerkelijke' situaties, zonder ooit ervaren te hebben hoe een dergelijke kansberekening kan funktioneren in hun werkelijkheidsbeleving.

schoolse ervaringen
Bewust hebben we in het voorgaande twee gevallen gekozen, waarin evident sprake is van de 'konfrontatie van twee werelden': de allereerste ontmoeting van kinderen met een matematiseringsproces in het algemeen, en vervolgens met het moeilijke gebied van kans en toeval.
Maar we hadden best dichter bij huis kunnen blijven: is de instap in de wereld van breuken en verhoudingen in feite niet even moeilijk voor de kinderen als die in de wereld van kans en toeval? En hebben we hier niet evenzeer met de naïeve ervaringen van kinderen te maken, als wij er op school aan beginnen? Natuurlijk sluiten we hierop aan: 'jullie weten allemaal wat een halve fles melk is', maar hoe lang duurt het voor de mysterieuze notatie $\frac{1}{2}$ op het bord verschijnt, of dat de kinderen oefenen: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$?
Om één of andere reden heeft de traditie bepaald dat we hier snel voorbij kunnen gaan aan bewustwording en ingroei. De schijnresultaten zijn er dan ook naar!

Maar nóg dichter bij huis: openbaart die botsing van twee werelden zich niet dagelijks aan ons, onderwijsgevenden, als kinderen — zacht gezegd — 'merkwaardige' fouten maken? Wat kan anders de betekenis zijn van '2 3 + = 5', zoals een eersteklasser rijen sommen schreef, of van 13 x 16 = 218, zoals een derdeklasser volhield, of van vader die 144 jaar was volgens de berekening van een vijfdeklasser, of van de tiende maal dat een brugklasser $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ opschreef, of ...
Onvermijdelijke fouten natuurlijk, maar wél indikaties dat er op het 'nulde' matematiseringsnivo iets mis is gegaan, dat zich niet ondánks maar dánkzij het onderwijs naïeve opvattingen hebben vastgezet. Betreffen deze misvattingen kleine(re) leerstofonderdeeltjes, zoals de dagelijks terugkerende fouten in het werk van de leerlingen, dan weten we daar meestal wel raad mee: enige ekstra aandacht kan de fout soms snel herstellen.

terug naar nul?
Maar wat te doen als zich ondanks onze didaktische inzet, geleidelijk aan fundamentele misvattingen openbaren ten aanzien van grotere leerstofgehelen, als 'breuken' bijvoorbeeld.
Terug naar 'nul' is dan vrijwel uitgesloten en we mogen hooguit hopen dat zich ergens in het vervolg — 'stoppen kan niet meer' — nog een inzichtsdoorbraak zal voordoen (als de leerling tenminste al niet eerder afhaakte!).
Een retorische opmerking natuurlijk, want helaas beschikken we nog niet op alle onderdelen over voldoende uitgekristalliseerd materiaal om die 'bewuste en geleidelijke ingroei' een optimale kans te bieden.
Maar we doen ons best! Binnen het *iowo* vindt diepgaand onderzoek plaats naar 'wiskundige wereldoriëntatie' als grondslag voor wiskundeonderwijs.

onderwijs-ontwikkeling

6 x 2 IN AADORP

In deze aflevering van 'Onderwijsontwikkeling' *stellen we een nieuwe mogelijkheid van geleidelijke verandering van het reken/wiskundeonderwijs aan de orde.*
'6 x 2 in aadorp' *wijst niet op het feit dat de tafel van twee in aadorp nog tot het programma behoort. De titel verwijst aan de ene kant naar een korte kursus (zes avonden van twee uur) en aan de andere kant naar de basisschool* de kei *in aadorp. Deze school wordt in nevenstaande kolommen aan het woord gelaten. Aan de school werkt één van de vier teams, die zo'n korte kursus aan de chr. pedagogische akademie in almelo volgde. Vandaar ...*
De opzet van deze kurusus is ontwikkeld door het iowo *naar aanleiding van de nieuwste materialen, die beschreven zijn in leerplanpublikatie 11.*[1]*) Deze publikatie bevat allerlei oefenvormen die gekozen kunnen worden om het rekenen te variëren. De oefenvormen zijn uitvoerig in de klassepraktijk getoetst.*
Hoe kunnen deze materialen zodanig in het dagelijkse onderwijs ingepast worden dat ze goed funktioneren?
De 6 x 2-kursus 'Gevarieerd rekenen' *heeft niet ten doel een leergang te ontwikkelen, maar biedt de gelegenheid ervaringen op te doen met nieuwe materialen op het gebied van rekenen/wiskunde en met de didaktische mogelijkheden daarvan.*

ABBES DEKKER

vernieuwing
Onderwijsontwikkeling heeft te maken met verandering en vernieuwing van onderwijs. Eerder schreven we over verschillende nivo's van onderwijsontwikkeling.[2]) De 6 x 2-kursus '*Gevarieerd rekenen*' biedt eenieder de kans, voorzichtig iets aan de huidige situatie te veranderen.
Door het variëren van de áánbieding van rekenstof wordt het onderwijs niet op z'n kop gezet. De rekenmetode waaruit gewerkt wordt, blijft vooralsnog de leidraad voor het rekenprogramma. Ook is na de kursus geen steun nodig van een begeleidingsdienst, al zou deze best behulpzaam kunnen zijn.
Het bovenstaande wekt misschien de indruk dat zo'n korte kursus geen enkel probleem oplevert bij de onderwijsgevenden. Uit het verhaal van de basisschool in aadorp is duidelijk, dat dit niet het geval is. Het veranderen van het programma in de klas is nooit eenvoudig, ook al wordt uitsluitend iets aan de rekenaanpak veranderd. Desondanks blijkt uit het bezoek aan kursussen, dat het werken met deze nieuwe materialen erg nuttig kan zijn.
De ervaringen die in de klas worden opgedaan, zijn nodig om op den duur een veel ingrijpender verandering aan te kunnen, zoals bijvoorbeeld het vervangen van een hele leergang op het gebied van het cijferen.
Het observeren van kinderen en het stimuleren om zelf problemen op te lossen, bieden belangrijke ervaringen.

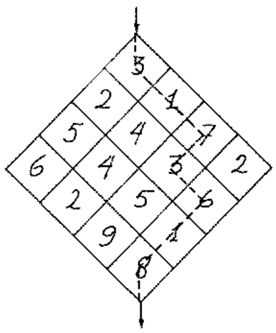
[1]) Moor, E. de: *Gevarieerd rekenen*, leerplanpublikatie 11, utrecht 1979.
[2]) Zie: 'Wiskobas-Bulletin', jaargang 8 nr 1, pag. 29 e.v.

Aan een paar voorbeelden uit leerplanpublikatie 11 willen we duidelijk maken, wat met *gevarieerd rekenen* bedoeld wordt en hoe er zinvolle ervaringen mee kunnen worden opgedaan.

eerste voorbeeld: strategieën zoeken is meer dan oefenen
meester, bent u jarig?

---

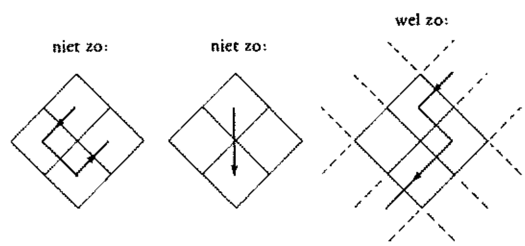
zakken maar



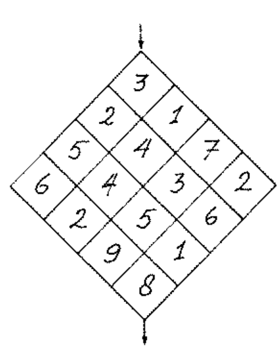
kosten roete

▶ Bekijk bovenstaand voorbeeld.
Wat kost de daar getekende roete?

We gaan uitsluitend van boven naar beneden (dus niet terug omhoog) en niet door de snijpunten:



Als de spelregels duidelijk zijn, kunnen op verschillende nivo's opdrachten gegeven worden:

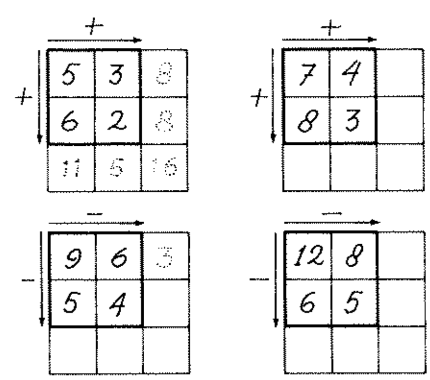


▶ Zoek een roete van 28.
▶ Zoek alle roetes van 28.
▶ Zoek de duurste roete.

Deze oefenvorm is gemakkelijk te introduceren en spreekt de kinderen goed aan. Toch blijkt dat, ondanks de keuze van eenvoudige getallen, niet iedereen in staat is de opdrachten zomaar op te lossen.
Met name de laatste twee opdrachten vragen van de kinderen een systematische aanpak, die ver uitstijgt boven het optellen van eenvoudige getallen. Telkens blijkt dat niet alleen de goede rekenaars dit soort oplossingsstrategieën kunnen vinden. Het zoeken naar oplossingen moet door de kinderen geleerd worden, terwijl de onderwijsgevende moet leren kijken hoe kinderen tot een oplossing komen, zonder zelf de oplossingsmetode aan te dragen. Deze attitude is voor beiden van belang teneinde op den duur langlopende leerprocessen van kinderen (bijvoorbeeld cijferen) anders aan te kunnen pakken.
Van belang is dat niet meteen in de middenklassen moeilijker sommen met grotere getallen samengesteld worden, omdat deze beter bij de leerstof uit die klassen zouden passen. Met eenvoudige getallen wordt immers het vlot optellen (basisvaardigheden) geoefend, dat ook bij grotere optellingen steeds nodig is. Omdat bovendien het zoeken van strategieën bevorderd dient te worden, moet de rekenstof niet te moeilijk zijn, anders schieten we voorbij aan strategische doelen en aan de onderzoekshouding die daarbij verlangd wordt.

voorbeeld 2: dubbele sommen
leuk, maar niet te veel!

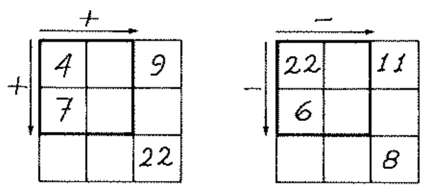
▶ De pijlen geven aan wat u met de getallen in de gegeven volgorde moet doen.
Het eerste voorbeeld is geheel uitgewerkt.



Deze oefenvorm is meer geschikt voor een verwerking van wat moeilijker leerstof. Strategieen spelen hierbij niet zo'n belangrijke rol.
Een onderwijzer vertelde, dat hij de kinderen enige weken iedere dag opnieuw met dit soort sommen liet werken. Toen baalden ze er wel van, net als anders, was z'n konklusie.

Het is gewenst, zo kunnen we hieruit leren, veel vormen te variëren en de rijtjes daarbij niet te vergeten.

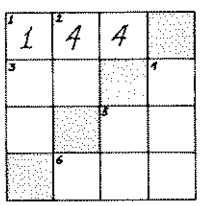
opgaven op wat hoger nivo



Opgaven van een wat hoger nivo geven de mogelijkheid om de relatie tussen optellen en aftrekken (leesrichting!) onder de loep te nemen. Het invullen van de hokjes is in deze vorm gemakkelijker voor kinderen dan het maken van stipsommen.

voorbeeld 3: kruisgetalraadsels
leerstof waar je normaal mee bezig bent

▶ In elk hokje steeds één cijfer (zie voorbeeld: 1 horizontaal).



Vul in:

→		↓	
1	12 dozijn	1	5 kwartjes = ... cent
3	(3 x 3) + (4 x 4)	2	60 − 15
5	110 : 2	4	300 : 2
6	(6 x 6) + (8 x 8)	5	de helft van de helft van 200

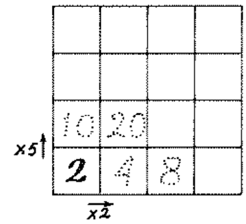
De kinderen vinden het maken van een kruisgetalraadsel enorm leuk. Ook het zelf in elkaar zetten voor bijvoorbeeld de schoolkrant, is iets dat ze al gauw doen. Deze oefenvorm is zeker geschikt om allerlei opgaven te verwerken uit de leerstof, waaraan ze op dat moment toe zijn. Ook hier geldt: overdaad schaadt.

voorbeeld 4: diagrammen
differentiatie met zelfde leerstof

Het invullen van een diagram of het zoeken naar de betekenis van de pijlen kan een goede afwisseling zijn.

afmaken

▶ Maak onderstaand diagram af.
Eén hokje naar rechts gaan betekent: vermenigvuldig met 2.
Eén hokje omhoog: vermenigvuldig met 5.

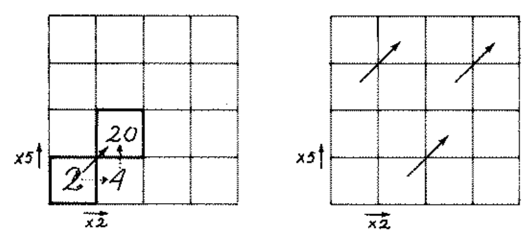


Een onderwijzer liet z'n klas drie maanden uit het rekenboek werken. Toen gaf hij eens zo'n diagram. Dit ontlokte één van de kinderen de vraag:
.... 'Meester, bent u jarig?' ....
Duidelijker kan niet gedemonstreerd worden dat kinderen andere oefenvormen plezierig vinden en dat te sporadisch variëren niet wenselijk is.
In deze oefenvorm gaan vele oplossingsstrategieën schuil. Bovendien kunnen opgaven met dezelfde oefenstof toch zeer gedifferentieerd aangeboden worden.

zelfde stof voor leerlingen die wat meer aankunnen

schuine pijlen

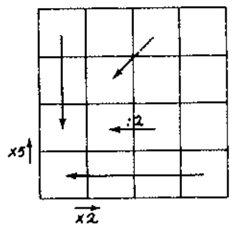
▶ Welke operatie voert de schuine pijl (één naar rechts, één naar boven) uit?



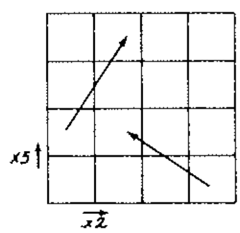
▶ Kun je ook zeggen: één naar boven, één naar rechts?
▶ Maakt het iets uit, waar deze schuine pijl (één naar rechts, één naar boven) in het diagram geplaatst wordt (zie rechter figuur)?
▶ Is het startgetal 2 (links onderin) van belang voor de betekenis van de schuine pijlen?

nog lastiger opgaven

▶Wat betekenen onderstaande pijlen? (let op lengte en richting!)



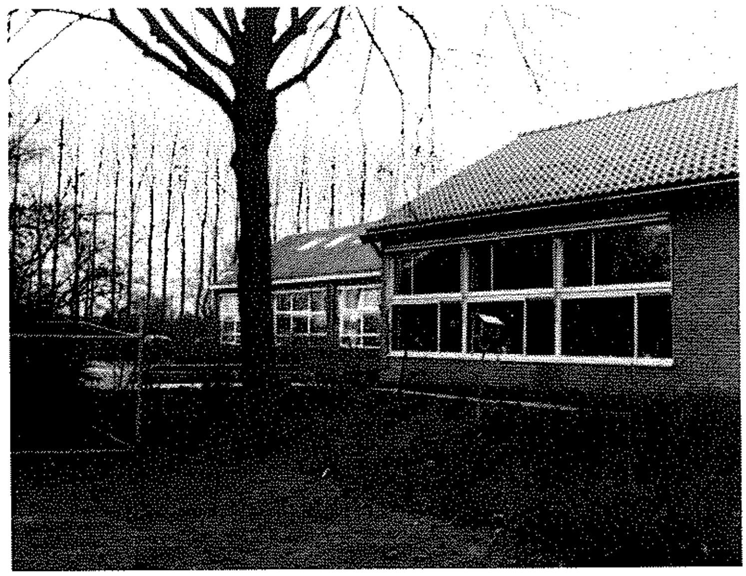
Geen kultus van maken! Leerlingen die al vaker diagrammen gemaakt hebben, kunnen ook dit soort diagrammen aan. Dit geldt overigens niet alleen voor de vlotte rekenaars. Inzicht en oplossingsstrategieën zijn niet alleen voorbehouden aan vlotte rekenaars.



Voor degenen die voorgaande diagrammen aankonden, is deze opgave misschien iets 'om de tanden op stuk te bijten'.

Bovenstaande voorbeelden geven slechts een indikatie van de hoeveelheid mogelijkheden om het rekenen te variëren. In leerplanpublikatie 11 staan meer dan 100 variaties. Dat deze voorbeelden hiér uitgekozen zijn, is uitsluitend gedaan om een indruk te geven van de oefenvormen die aan de orde kwamen op de 6 x 2-kursus in almelo.
Hieronder vertelt het team van de basisschool *de kei* uit aadorp over hun eigen bezig-zijn met de verandering van het rekenonderwijs.

basisschool de kei
Basisschool *de kei* is een bizonder-neutrale vijfmansschool in aadorp. Tevens zijn twee kleutergroepen in hetzelfde gebouw gehuisvest. Aadorp is een dorpje onder de rook van almelo, maar behoort tot de gemeente vriezenveen.



Het team van de school[1]) is op allerlei terreinen en in samenspraak met de kleuterafdeling bezig het onderwijs aan te passen. In de afgelopen jaren is reeds aandacht besteed aan wereldoriëntatie en taal.
Nu willen ze beginnen met de verandering van het rekenonderwijs.

Waarom verandering op het gebied van het rekenonderwijs?
'Eigenlijk zijn we hier al jaren geleden begonnen om ons rekenonderwijs te veranderen. Destijds, zo'n vijf, zes jaar geleden, hebben we meegedaan met de heroriënteringskursus van wiskobas. Ondanks het feit dat we op die kursus aardige dingen deden, zoals bijvoorbeeld werken met het spijkerbord, is er eigenlijk weinig mee gedaan in de klas. Uit de begintijd, toen we ook aan de televisieserie *'Kijk op kans'* meededen, dateren weinig dingen die nu nog in de klas gebeuren.
We gebruikten toen *'Op veilig spoor'* en later, als kontaktschool van het *aps*, hun ideeën, waaruit je zelf lessen moest maken. Ideeën en typen opgaven werden in een soort handleiding aangereikt.
Dat zelf lessen maken, was een heel werk. Toen zijn we overgestapt op *'Operatoir rekenen'*, omdat die metode ons wel aanstond en omdat de uitgever allerlei wiskobasideeën in z'n metode zou verwerken, zo werd ons bij de aanschaf verteld.

---

[1]) Samenstelling schoolteam:

klas 1	: mevr. Groen-Lankamp	– 21 leerlingen;
klas 2/3	: heer Kamerling	– 37 leerlingen;
klas 4	: mevr. Nipius	– 32 leerlingen;
klas 5	: heer Huurneman	– 24 leerlingen;
klas 6	: heer Bos (hoofd)	– 18 leerlingen.

Vanaf 1 februari wordt het tweede leerjaar verdeeld over het eerste en derde leerjaar. Beide klassen hebben dan 29 kinderen.

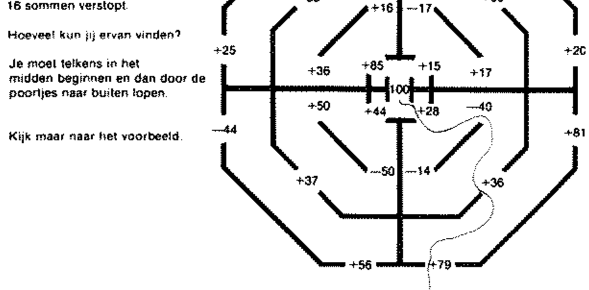
Daarna hebben we het rekenen enige jaren op een laag pitje gezet, om aan andere dingen zoals wereldoriëntatie en taalonderwijs meer aandacht te geven.'

aktiveringsschool
'Twee jaar geleden werden we aangewezen als aktiveringsschool. De onderwerpen die op onze school speciaal de aandacht zouden krijgen, waren wereldoriëntatie, taal en rekenen. De eerste tijd hebben we ons gericht op wereldoriëntatie en taal. Vorig jaar zijn we begonnen aan het rekenen. In de regio hebben we met een groep scholen, die ook *'Operatoir rekenen'* gebruikte, de leerstof van deze metode eens gerangschikt en geïnventariseerd. Het bleek dat er onderwerpen waren die soms veel te lang niet meer aan bod kwamen. In de eerste leerjaren wilden we voorts wat meer met konkreet materiaal werken.
We hebben nu een goed overzicht van de leerstof en kunnen de kinderen, als ze iets niet goed begrepen hebben, nog eens leerstof uit voorgaande leerjaren aangeven.
De manier van werken met *'Operatoir rekenen'* in het eerste leerjaar stond ons niet erg aan. Op de kleuterschool zijn de kinderen gewend om vrij zelfstandig opdrachtjes uit te voeren. Ook kunnen kleuters gemakkelijk in groepjes werken. Dat verleren kinderen in de basisschool omdat ze niet meer in staat gesteld worden op dezelfde manier te werken. Daarom werken we nu in de eerste klas met een praktikum van de begeleidingsdienst *noordtwente*. In dat praktikum werken de kinderen met konkrete materialen, zoals blokken, miniloco, logiblokken, domino, puzzels, etc.
Na drie maanden gaan we dan geleidelijk over naar meer abstrakt materiaal. Een voordeel is dat de kinderen op de hun vertrouwde manier werken en dat bepaalde begrippen met konkreet materiaal aan de orde komen. Geleidelijk gaan we over op het gebruik van *'Operatoir rekenen'*.'

overige leerjaren
'Tot nu toe wordt in de andere leerjaren gewerkt uit *'Operatoir rekenen'*. Daarnaast gebruiken we wel wat andere materialen, zoals loco en puzzels in de onderbouw, maar nog niet op grote schaal.
De moeilijkheid is steeds dat je er toch maar voor te zorgen hebt, dat de leerlingen aan het einde van de basisschool voldoende stof gehad hebben om naar het voortgezet onderwijs te kunnen.
Om deze reden willen we ons rekenprogramma geleidelijk aanpassen en zo wat meer additioneel materiaal gaan gebruiken naast de metode. De uitgever heeft ons trouwens toegezegd dat het programma van *'Operatoir rekenen'* ook gewijzigd zal worden. Om ons verder te oriënteren, hebben we ons aangemeld voor de 6 x 2-kursus in almelo.'

6 x 2-kursus
'Op de kursus hebben we leuke dingen gedaan, waar we op school wat aan hebben. Toch hadden we verwacht dat we anders zouden werken op de kursus. We hadden gehoopt, dat we samen met de andere schoolteams dingen zouden maken voor de eigen klas en dan later ervaringen zouden uitwisselen.
Op de kursus wordt te veel op eigen nivo gewerkt en wordt soms erg diep ingegaan op een oefenvorm. De problemen die op de kursus aan bod komen, zijn voor de kinderen veel te hoog gegrepen.
Het lijkt nu net of we ontevreden zijn over de kursus, maar dat is helemaal niet waar. We hebben vanuit deze aanpak ook goede ervaringen in de klas.
Toch zouden we ervoor willen pleiten om misschien wat minder oefenvormen in die zes keer aan bod te laten komen. Wat meer samen dingen maken voor je eigen klas en wat langere tussentijd nemen (geen 14 dagen) om in de klas dingen beter uit te proberen en vervolgens ervaringen uit te wisselen.
Heb je op deze manier een paar onderwerpen gedaan, dan kun je de overige oefenvormen ook zelf wel doen.
De kursus langer maken om meer onderwerpen aan de orde te stellen, blijft natuurlijk ook mogelijk. Alleen heeft dat het bezwaar dat je er weer zo lang aan gebonden bent.
Misschien is het ook mogelijk om, bij grotere tussenruimte, meer huiswerk mee te geven op eigen nivo.'

ervaringen
'In het *eerste leerjaar* hebben we wat gedaan met getallendoolhoven.[1])

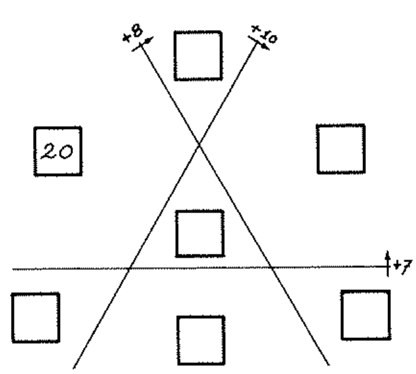


De kinderen vonden het leuk, maar we hadden het misschien te gemakkelijk gemaakt. Ook hebben we de tafels geoefend met tabellen.

×	3		7	
	15			
	9			
4				
2		8		12

Ook tabellen zonder randgetallen hebben we daarbij gebruikt. Het viel reuze mee dat de kinderen dit konden, want dat hadden we niet gedacht.
Het viel op dat de oplossingen van dit soort probleempjes niet altijd het eerst door de beste rekenaars gevonden werden.
Het *vierde leerjaar* heeft nog geen ervaring opgedaan met de spullen van de kursus. Alles wat in het *vijfde leerjaar* gedaan is met deze oefenvormen vonden de kinderen fijn. Net als in het *tweede* en *derde leerjaar* hebben ze met doolhoven gewerkt en er ook zelf één ontworpen. Ook hebben we met douanesommen en diagrammen gewerkt.

▶ Vul in.



Het overgaan van de 'grens' in de andere richting, hebben we gebruikt om duidelijk te maken wat de relatie is tussen de tegengestelde bewerkingen optellen, aftrekken en vermenigvuldigen, delen.
De kinderen hebben met tabellen gewerkt. Ook hierdoor kregen ze meer inzicht in de bewerkingen.

[1]) Voorbeeld ontleend aan: Janssen, G.M.: *Kien*, den bosch 1975.

In het *zesde leerjaar* hebben we soortgelijke ervaringen. Eén keer hebben we een doolhof gemaakt met grote getallen. Toen werd echt met rode oortjes gecijferd. Ze vonden het ook leuk.
Soms gebruiken we de oefenvormen bij de introduktie van iets. Ook geven we verschillende oefenvormen bij differentiatieopdrachten, maar we gebruiken ze eveneens voor de normale verwerkingsstof.
De tabellen hebben we een keer gebruikt bij het invullen van kwadraten. Dat kun je maar één keer doen, want daarna zijn ze bekend. Trouwens, vanaf de tijd dat we de eerste kursus gevolgd hebben van wiskobas, doen we er allerlei dingetjes tussendoor. Uit het '*Wiskobas-Bulletin*' laten we wel eens een afstand-tijd-grafiek maken. Ook doen we nog wel dingen uit '*Kijk op kans*' en gebruiken we wiskundekaarten van Den Hartog.
Toch willen we, om het zicht op de gang van zaken niet te verliezen, niet te veel tegelijk de klas in brengen. We zijn ervan overtuigd dat we de oefenvormen, zoals we die nu op de kursus leren kennen, op den duur best kunnen gebruiken.
We willen ze net zo in ons programma inpassen, zoals we het bij wereldoriëntatie deden. Dingen in de klas uitproberen en vervolgens hetgeen goed bevalt, noteren en vastleggen voor het volgende jaar.
We zullen de ervaringen die we met dit soort materialen hebben opgedaan bovendien kunnen gebruiken bij de beoordeling van een nieuwe metode en bij het kiezen van geschikte additionele materialen.
De moeilijkheid is: wat past op welke plaats in ons programma? Soms denken we dat iets te moeilijk is. Dan weer maken we de dingen zelf te moeilijk. Daarom is het werken met de kursusmaterialen zinvol om beter te kunnen kiezen.'

nawoord
Uit bovenstaand verhaal blijkt hoe druk sommige scholen bezig zijn, hun onderwijs zinvol te vernieuwen. Heel wat uurtjes werk zijn gestopt in het analyseren en kategoriseren van de metode. Daarnaast is veel werk verzet ten behoeve van de kursus. Toch moet nog een belangrijke vraag opgelost worden: hoe kunnen we de nieuwe oefenvormen geïntegreerd in ons programma laten funktioneren?
Om nieuwe oefenvormen goed te laten funktioneren, moeten we twee dingen aandurven:
- zelf ervaring opdoen in de klas met de oefenvormen;
- op een andere manier tegen het huidige rekenprogramma aankijken.

Voor beide is deskundige hulp nodig. Op de 6 x 2-kursus vindt een konfrontatie plaats met de nieuwe materialen. Daarnaast zullen we zelf gedeelten moeten 'uitproberen' – naast het normale rekenprogramma.
De gebruikte rekenmetode zullen we globaal moeten analyseren. Dat wil zeggen: het is niet belangrijk om precies te weten in welke paragraaf een specifiek sommetje staat. We zullen ons (globaal) moeten afvragen: wat kunnen de kinderen aan het einde van bijvoorbeeld het tweede leerjaar? Een antwoord zou kunnen zijn: optellen en aftrekken van getallen tot honderd, wat geldrekenen en klokkijken en de eerste tafels van vermenigvuldiging.
Of we stellen de vraag: wat wordt in het vierde leerjaar van de kinderen gevraagd aangaande de hoofdbewerkingen (+, –, x, :)? Bekijken we aldus onze metode, dan kunnen we zeggen: de manier waarop we zo'n doel bereiken is niet het belangrijkst. Daarom kiezen we die oefenvormen die de kinderen aanspreken en die tegelijkertijd meewerken om dit globale doel te ondersteunen. Zelfs meer dan dat! Denk maar aan de attitudevorming en het vinden van oplossingsstrategieen.
Op deze manier werkend gaan we allengs verder op de ingeslagen weg. Al gauw zullen we dan naast de oefenvormen ook zoeken naar andere modellen (zoals honderdveld, abakus, etc.) om de kinderen meer houvast te geven bij hun rekenen. De onderwijsontwikkeling is immers in gang gezet. Her- en bijscholing zijn daarbij van groot belang om de kostbare tijd zinvol te besteden voor de verandering van fundamentele zaken.
Klakkeloos, paragraaf na paragraaf, een metode doorwerken behoort tot het verleden. De ideale metode bestaat niet, maar een andere kijk op het programma maakt het wel mogelijk om voor de eigen situatie de best bruikbare te kiezen. Niet alleen op organisatorische gronden, maar juist op inhoudelijke argumenten.

breuken (1)

EERLIJK VERDELEN EN GELIJKWAARDIGHEID

Een nieuwe rubriek over een oud en weerbarstig onderwerp. Het rangnummer tussen haakjes achter de titel houdt een belofte in. Bij deze eerste bijdrage zal het niet blijven. Overigens blijft de mogelijkheid aanwezig tot afbreken bij een willekeurig rangnummer in de telrij. Tussen die twee grenzen nemen we een voorschot op een eventueel grotere publikatie over dit onderwerp (en verwante gebieden als verhoudingen e.d.).
Van de tot nu toe opgedane ervaringen stellen we beschikbaar: praktische suggesties, tips, ideetjes, teorietjes, ...
We hopen daarmee bij te dragen aan onderwijs dat de moeilijkheden van veel kinderen bij dit onderwerp vermindert.
Uw reakties op en ervaringen met de geboden suggesties stellen wij zeer op prijs. Zij zullen bijdragen aan het doen van voorstellen voor het totale gebied van breuken en verhoudingen in een toekomstig schoolwerkplan rekenen/ wiskunde voor de basisschool.
In eerste instantie gaat onze aandacht uit naar verschillende toegangen tot het gebied. 'Eerlijk verdelen' *is zo'n toegang waarmee vrijwel alle leerlingen vertrouwd zijn.*

LEEN STREEFLAND

▶ **OVERZICHT (1)**

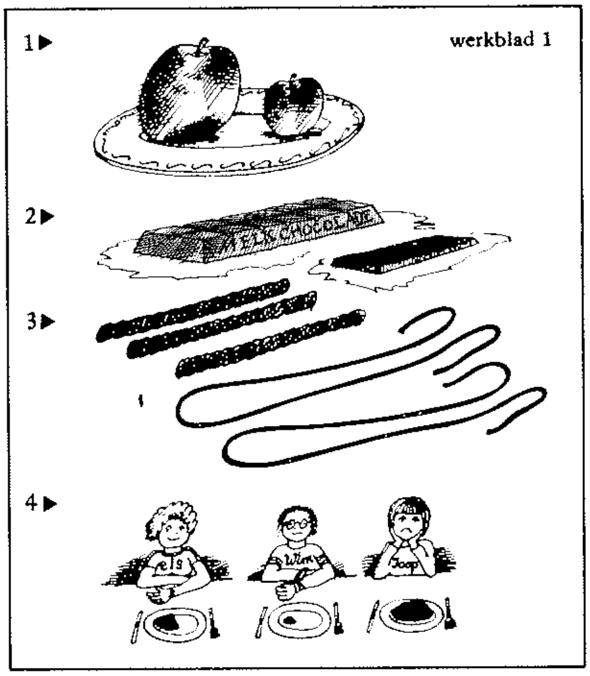
In voorliggende bijdrage komen de volgende punten aan de orde:

- het ontwikkelen van kriteria voor eerlijk verdelen;
- gelijkwaardigheid van delen en eenheden;
- het op velerlei wijzen beschrijven van verdelingen in breukentaal;
- het verdelen van kontinue en diskontinue hoeveelheden;
- verdeelsituaties ordenen door de uitkomsten te vergelijken;
- gemengde getallen die het resultaat van een deling beschrijven;
- allerlei verdelingen maken die breuken veroorzaken;
- verdeelsituaties bedenken bij een gegeven verdeelresultaat;
- het systematiseren van die verdeelsituaties in een tabel;
- klassen van (op de uitkomst) gelijkwaardige verdeelsituaties; verhoudingskonstantie.

De suggesties zijn bedoeld voor de middenklassen.

▶ **EERLIJK VERDELEN (2)**

werkblad 1



eerste opdracht

Anja en Bep komen thuis.

.... 'Mam, mogen we wat?', roept Anja.
'Neem maar een appel', roept moeder terug. ....

▶ Hoe moet dat nu?

Diverse leerlingen identificeren zich met een van de meisjes uit het probleempje:

.... 'Ik neem zelf de kleine, want ik lust geen appels.'
'Ik kijk eerst wat de ander pakt.' ....

Er zijn ook andere oplossingen:

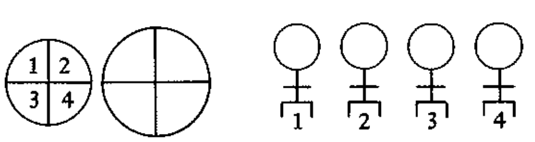
.... 'Ik heb allebei de appels doormidden gesneden.'
'De één neemt de grote, de ander de kleine.'
'Ik verdeel alleen de grote, dan blijft er nog wat over.'
'Ik neem zelf de grote appel en geef de ander de kleine.' ....

In ieder geval is duidelijk dat de leerlingen op allerlei manieren raad weten met het opgeroepen konflikt. Er dient een beslissing genomen te worden inzake het eerlijk verdelen, waarbij *aantal* en *hoeveelheid* appels om de voorrang strijden. De vraag is nu, wat je eerlijk of rechtvaardig noemt. De eerlijkheid kan ook wel eens afgestemd worden op verschillen in behoefte. Het zijn dan juist de ongelijke porties, die uitdrukking geven aan deze eerlijkheid.

Bij het beschrijven in breukentaal van dergelijke verdeelsituaties kun je als leerling danig in de knoei komen, zoals blijkt uit het volgende gedeelte van een lesprotokol:

▶ Hoe zou je het verdeelprobleem oplossen, als Anja en Bep de appels eerlijk gedeeld hadden met hun twee vriendinnen? Hoeveel kreeg elk dan?

Maurice tekent:



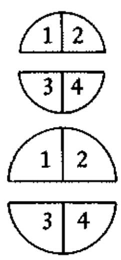
[1]

Elk krijgt dus twee stukjes.

.... 'Ik geef ieder kind dus twee-vierde.' (Maurice) ....

De onderwijzeres verdeelt (bord):

1^e kind
2^e kind
3^e kind
4^e kind



[1]) Merk op hoe zowel de appels als de kinderen in de benadering van Maurice een rol spelen. Dit maakt verdeelsituaties gemakkelijker inleefbaar voor kinderen. In veel benaderingen van de breuken vanuit het rechtvaardig verdelen, blijven degenen, over wie iets verdeeld wordt, veelal buiten schot, waardoor aan de verdeling juist het motief ontnomen wordt.

Een leerling protesteert en meent:

.... 'Nee, een klein en een groot stukje is twee-vierde.' ....

De verwarring wordt nog groter als nog enkele leerlingen hun bijdrage aan de diskussie leveren.

.... 'Het is niet twee-vierde, maar twee-achtste', meent een leerling. ....

Hij vervolgt met:

.... 'Het is één-vierde van de grote appel en één-vierde van de kleine.' ....

Duidelijk is hoe in voorgaand lesgedeelte hoeveelheid appel en aantal appels de misverstanden met betrekking tot de beschrijving in breukentaal opriepen.
Laat in dit verband de leerlingen eventueel kiezen uit een aantal uitspraken, bijvoorbeeld:

- de kinderen krijgen elk het $\frac{1}{4}$ deel van de appels;
- ieder krijgt een halve appel;
- van elke appel krijgt ieder $\frac{1}{4}$ deel.

tweede opdracht
Wim en Bert komen met twee vrienden uit school. Ze mogen ieder een halve reep nemen van moeder.

▶ Hoeveel krijgt ieder dan? Een kwart van de chokola of een kwart van de repen?
Wie bedenkt een eerlijke oplossing? Hoeveel krijgt ieder? Hoeveel stukjes?

Laat de leerlingen hun oplossingen tekenen.

▶ En als elke reep nu eens 12 stukjes had gehad of 16 stukjes?

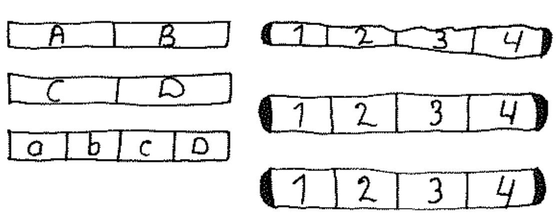
We zoeken dat uit op het bord:

1 reep heeft zoveel stukjes	4	8	12	16			
elk van de vier jongens krijgt	1	..			6		

derde opdracht
Hetzelfde als boven. Nu mogen echter vier kinderen drie dropstaven en twee dropveters verdelen.

▶ Hoeveel krijgt elk?

Laat weer tekeningen maken.
Twee voorbeelden van leerlingenwerk (dropstaven verdelen):



a *b*

De beschrijving in breukentaal levert het volgende op:

- een half en een kwart:
  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ (*a*);
- een kwart en een kwart en een kwart:
  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ (*b*);
- een half en de helft van een half:
  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ (*a*);
- drie keer een kwart:
  $3 \times \frac{1}{4}$ (*b*).

Al deze beschrijvingen die uw leerlingen zelf kunnen bedenken, brengen tot uitdrukking: ieder krijgt drie-kwart ($\frac{3}{4}$) dropstaaf.
Suggesties:

- Sluit aan bij het natuurlijke spraakgebruik inzake breuken (halven, de helft, kwarten).
- Laat breuknamen langere tijd voluit schrijven naast de notatie in symbolen.
- Bedenk dat de gebruikte cijfersymbolen en breuknamen als 'derde', 'vierde', etc., al een betekenis hebben voor de kinderen (natuurlijke getallen en rangtelwoorden). Veel kinderen worden gehinderd door deze dubbelzinnigheid!

▶ Wie zou kunnen zeggen wat ieder kreeg als het allemaal dropveters geweest waren?

Reakties:

- een hele en nog een kwart;
- een kwart meer dan een hele;
- één en een kwart;
- één en een vierde;
- 1 en $\frac{1}{4}$;
- $1\frac{1}{4}$.

Onderdruk de neiging tot aanvullen van sommige leerlingen niet. Laat ze die juist voor hun oplossing benutten. Johnny drukte het aldus uit:

.... 'Ik koop er gewoon nog een dropstaaf bij.' ....

Laat de leerlingen die dergelijke aanvullingen voorstellen, de gevraagde verdeling uitvoeren en hierop achteraf de noodzakelijke korrektie aanbrengen door de gepleegde aanvulling teniet te doen.

vierde opdracht
De familie eet andijvie.

▶ Wie vertelt iets van de plaatjes?

Deze situatie grijpen we opnieuw aan om bepaalde kenmerken bij het – breuken veroorzakende – verdelen nog eens bewust te maken bij de leerlingen.
Als we over breuken praten, betekent eerlijk verdelen:

- De stukjes waarin je iets verdeelt, moeten gelijk zijn (even groot, evenveel waard, even zwaar, ...).

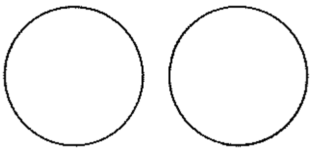
- Als je meerdere dingen (eenheden) verdeelt, bijvoorbeeld appels, pannekoeken, knikkers, dan gaan we er meestal van uit dat die dingen gelijk(waardig) zijn.
- Alles wordt verdeeld; niets blijft over.
- Een breuk vertelt iets over het verdelen (hoe moet dat?) en over de stukken die zijn ontstaan (hoe vaak past een deel in het geheel?).

▶ **NOG EEN LES (3)**

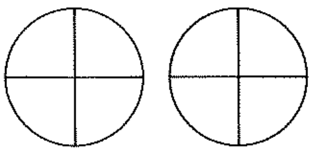
enkele verdeelopdrachten

We leiden het blad in met enkele verdeelopdrachten (meewerken op een blaadje).

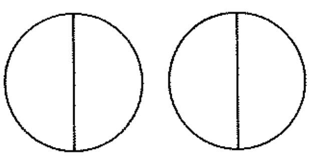
▶ Vier kinderen mogen twee grote pannekoeken verdelen:



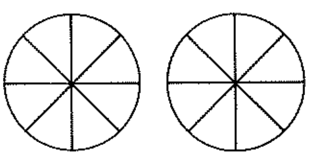
Oplossingen:
Ieder krijgt 'twee kwarten', 'twee vierden', 'een halve' pannekoek (resp. $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$):



▶ Wie kan het met minder snijden?

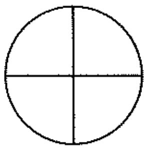


Ieder krijgt een halve.
Het is denkbaar dat een leerling met de volgende verdeling komt:



.... 'Als elk kind twee stukjes $\frac{1}{8}$ heeft, is er één pannekoek verdeeld.' ....

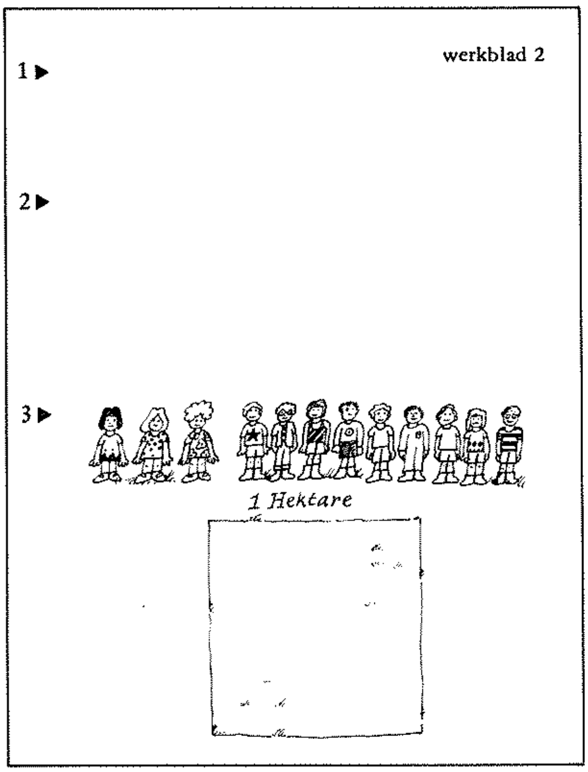
Als de andere pannekoek ook verdeeld is, heeft ieder dus vier stukjes en dat is hetzelfde als $\frac{1}{2}$ of $\frac{2}{4}$.
De verschillende verdelingen waarmee de kinderen komen, kunnen opwinding doen ontstaan over: hoe snijd je het handigst bij het verdelen van pannekoeken?
Wellicht doet een leerling het voorstel de pannekoeken eerst te stapelen (belangrijk!): twee pannekoeken op elkaar worden onder vier kinderen verdeeld. Vooraf: ieder krijgt $\frac{1}{4}$ x 2 pannekoeken.
De verdeling is uitgevoerd.



Voor ieder ligt nu 2 x $\frac{1}{4}$ pannekoek.
Doe ook andere verdelingen. Bijvoorbeeld: twee pannekoeken onder drie kinderen, onder vijf kinderen. Vergelijk met voorgaande situaties en voorspel:

▶ Wanneer krijg je meer? Waarom?

werkblad 2



eerste opdracht

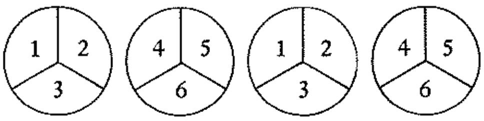
▶ Bedenk een verhaaltje bij de plaatjes (vier muizen moeten een stukje kaas verdelen).

Denk hier aan de ordeningsvraag: welke muis krijgt het meest?

tweede opdracht

Ook hier zijn weer misverstanden mogelijk over de beschrijving.

Zo verdeelde Monique bij de tweede opgave de kaaskoekjes in drieën:



en schrijft van elk van de zes muizen het rangnummer in een deel.

▶ Hoeveel krijgt elke muis?

Er zijn verschillende mogelijkheden.

.... '$\frac{2}{12}$', meent een leerling. ....

Bedoeld wordt: $\frac{2}{12}$ deel van de kaas. De hoeveelheid kaas wordt dus als eenheid opgevat.

De leerling die uitgaat van een kaaskoekje als eenheid, kan tot de konklusie komen: elke muis krijgt $\frac{2}{3}$ deel van een kaaskoekje.

Vraag van de leerlingen steeds, het geheel te noemen ten opzichte waarvan een deel beschreven wordt. Dit voorkomt onnodige misverstanden en het relatieve van de 'breuk' wordt er terecht mee benadrukt.

Laat de eerste en tweede verdeelsituatie met elkaar vergelijken:

.... 'Wie heeft iets ontdekt?' (onderwijzeres)
'Van elk het dubbele.' (Marie) ....

Onderwijzeres (bord):

kazen	2	4		
muizen	3	6		

.... ''t Is allebei het dubbele.' (leerling)
'Wanneer krijgen ze meer?' (onderwijzeres)
'Ze krijgen evenveel.' (Rosita)
'Wie kan nog een situatie bedenken?' (onderwijzeres)
'8 koeken en 12 muizen.' (Jacq)

kazen	2	4	8	
muizen	3	6	12	

'Als er nu negen muizen zijn?' (onderwijzeres)

kazen	2	4	8	?
muizen	3	6	12	9

'Drie kazen.' (Johnny)
'Zes moet het zijn, want tussen twee en drie zit één, tussen vier en zes zit twee, dus moet het hier drie verschil zijn.' (Marie) ....

Opmerkingen:

- Merk op hoe Marie de toename in de verschillen ontdekt heeft tussen aantallen kazen en muizen bij het gelijkblijven van de verhouding.
- Het veelvuldig gebruik van dergelijke tabellen zouden wij willen aanbevelen.

derde opdracht

Dit zijn de kinderen van boer Jansen.

De drie meisjes Mien, Stien en Fien erven later één hektare land.

▶ Teken eens een verdeling
Hoe groot is één hektare ongeveer? (twee voetbalvelden)

De jongens krijgen ieder evenveel als elk meisje.

▶ Hoeveel hektaren mogen ze verdelen?
En als ze eens twee keer zoveel gekregen hadden?

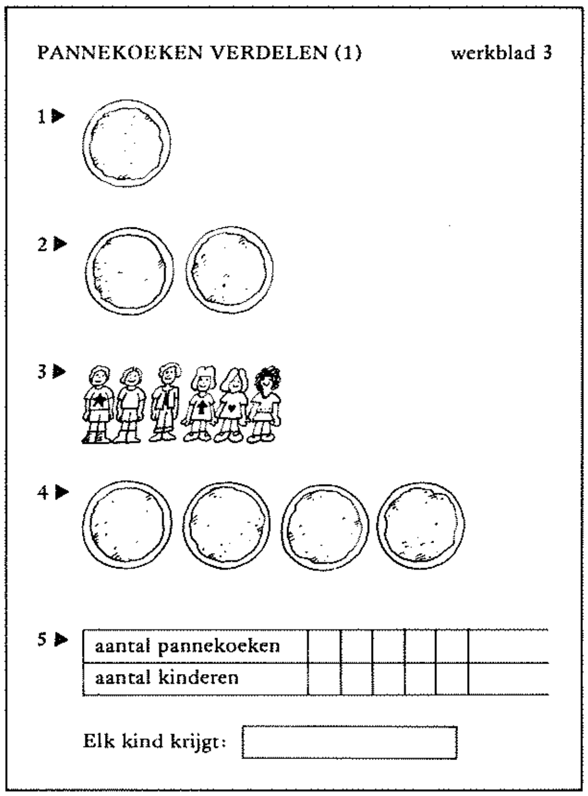
Laat tekeningen maken van de situatie.

Opmerking:

- Pas op dat de les niet verzandt in een diskussie over allerlei eksentrieke verdelingen van het stuk land.

▶ EEN DERDE LES (4)

werkblad 3: pannekoeken verdelen (1)


PANNEKOEKEN VERDELEN (1) werkblad 3

1 ▶

2 ▶

3 ▶

4 ▶

5 ▶

aantal pannekoeken					
aantal kinderen					

Elk kind krijgt:

eerste opdracht

▶ Hoeveel kinderen verdelen deze pannekoek als ieder een helft krijgt?
Teken!

tweede opdracht

▶ Hoeveel kinderen verdelen twee pannekoeken als ieder evenveel krijgt als bij de eerste opdracht?
Teken!

derde opdracht

▶ Deze kinderen krijgen ook ieder net zoveel. Hoeveel pannekoeken zullen zij verdelen?

vierde opdracht

▶ Hoeveel kinderen gaan deze pannekoeken verdelen?
Elk krijgt weer een halve pannekoek.
Teken!

vijfde opdracht

We noteren alles nog eens in de tabel:

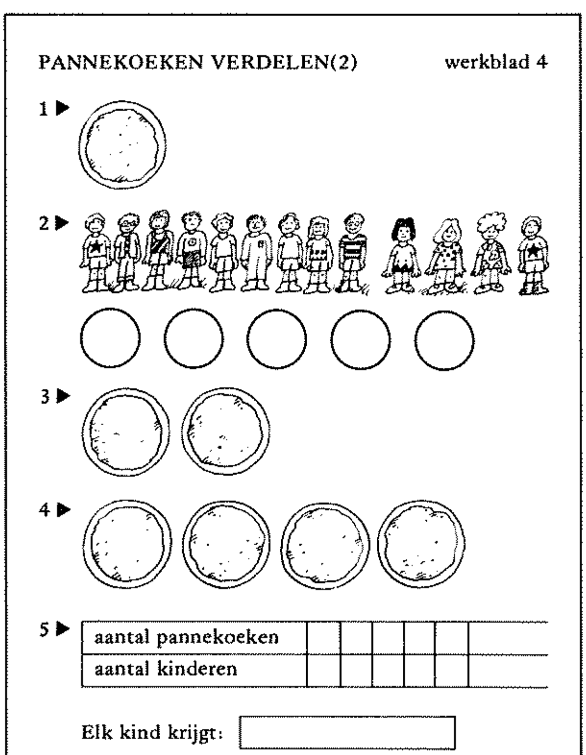
aantal pannekoeken	1	2	3	4
aantal kinderen	2	4	6	8

Laat hier ook allerlei 'tussenwaarden' bedenken. Bijvoorbeeld:

▶ Hoeveel pannekoeken voor 9, 11 en 13 kinderen?

▶ Elk kind krijgt een halve pannekoek.
Als er nu eens vijf *pannekoeken* geweest waren?
Als er nu eens drie *kinderen* geweest waren?
En als ...
Generaliseren: 14 kinderen, hoeveel pannekoeken? 10 pannekoeken, hoeveel kinderen?

werkblad 4: pannekoeken verdelen (2)



eerste opdracht

▶ Vier kinderen delen deze pannekoek. Laat zien wat elk krijgt. Teken!

▶ Hoe heet zo'n stuk?

tweede opdracht

▶ Deze kinderen krijgen ook allemaal een kwart pannekoek.
Hoeveel moeten zij er verdelen?
Teken!

derde opdracht

▶ Hoeveel kinderen? (ieder een kwart)

vierde opdracht

▶ Hoeveel kinderen? (ieder een kwart)

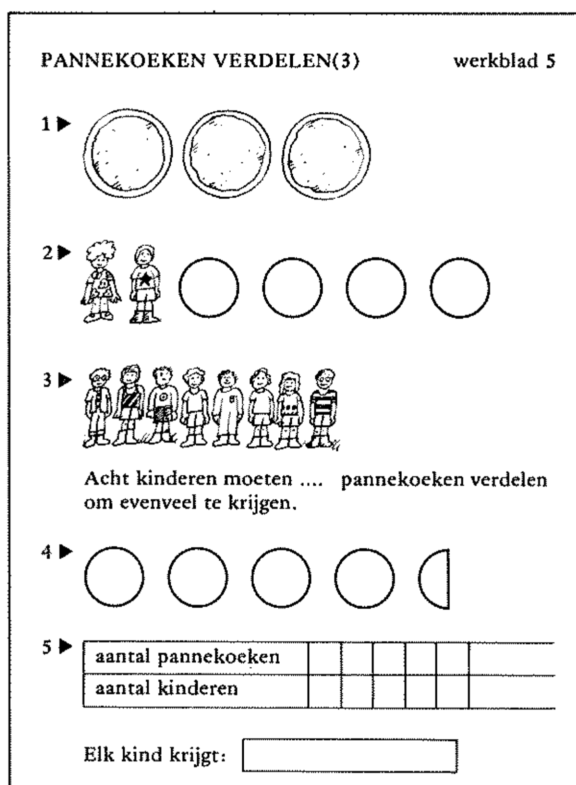
vijfde opdracht

▶ Tabel (denk aan 'tussenwaarden'!):

aantal pannekoeken	1	2	3	4
aantal kinderen	4	8	12	16

▶ Elk kind krijgt een kwart pannekoek.
En als er nu eens ... *kinderen* waren, hoeveel pannekoeken?
En als er nu eens ... *pannekoeken* waren, hoeveel kinderen?
En als ...?

werkblad 5: pannekoeken verdelen (3)



eerste opdracht

▶ Drie pannekoeken verdelen onder vier kinderen.
Teken!

tweede opdracht

▶ Hoeveel pannekoeken moeten deze kinderen verdelen om net zoveel te krijgen?

derde opdracht

▶ Zes pannekoeken.

vierde opdracht

▶ Hoeveel kinderen?

vijfde opdracht

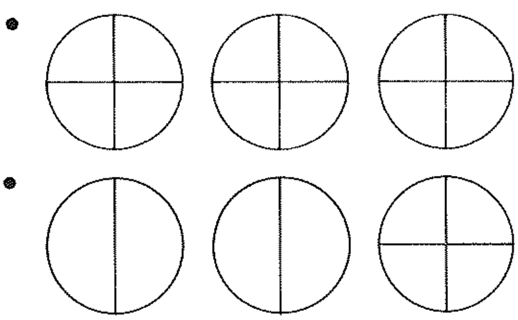
▶ Tabel (denk aan 'tussenwaarden'!):

aantal pannekoeken	$1\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{2}$	6
aantal kinderen	2	4	6	8

▶ Elk kind krijgt drie-kwart pannekoek. En als er nu eens ...?

Om nog eens te laten zien, hoe bepaalde relaties en bewerkingen al betekenis krijgen – bij de ontwikkeling van het breukbegrip zelf – door het verdelen van de pannekoeken, geven we – het gaat om de eerste opdracht van *werkblad* 5 – een gedeelte van een les(protokol):

Het gaat om het verdelen van drie pannekoeken onder vier kinderen. De onderwijzer oogst de volgende oplossingen:



Nu merkt een leerling op:

.... 'Een half en een kwart is niet hetzelfde als drie-kwart. Je krijgt wel evenveel, maar de ene keer zijn het twee stukjes en de andere keer drie.'

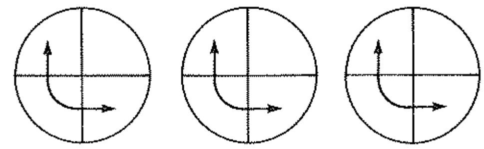
'Kun je 'een half en een kwart' met cijfers opschrijven?' (onderwijzer)

Leerling (bord): '$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$.'

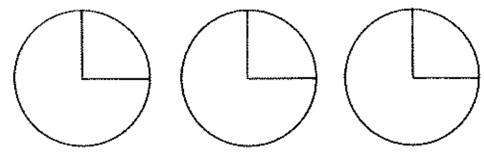
'Kijk eens goed.' (onderwijzer)

Leerling verbetert: '$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.'

'Ik heb 't anders. Een hele min een kwart. Kijk:



bij elkaar gedaan bij alle drie;



iedereen een hele min een kwart.'

'Is dat ook drie-vierde?' (onderwijzer)

'Ja, een hele is vier-kwart min één-kwart is drie-kwart.' (leerling)

'Een sommetje: $\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.' (leerling)

'Wie kan het anders schrijven? Een héle ...?' (onderwijzer)

'$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.' (leerling) ....

▶ **BESLUIT (5)**

Eerlijk verdelen veroorzaakt breuken en in de opdracht tot eerlijk verdelen kan die breuk al verwerkt zitten.

Het is uiterst belangrijk deze twee aspekten van breuken te onderscheiden:

- signaal tot opereren (verdelen);
- beschrijvingsmiddel voor resultaten van het verdelen.

De leerlingen dienen zélf veel ervaringen op te doen in het maken van verdelingen. De gebruikte taal dient daarbij met zorg ontwikkeld te worden. De toegepaste symbolen (1, 2, 3, ...) en breuknamen (derde, vierde, enz.) hebben al betekenis voor de kinderen vanuit het rekenen met natuurlijke getallen en als rangtelwoorden. De opgeroepen dubbelzinnigheid werkt voor velen storend.

Het voltrekken van verdelingen blijkt een rijke bron te zijn voor veel aspekten van het breukrekenen, zoals gelijkwaardigheid, het ordenen van breuken en bewerkingen. Het rijkelijk putten uit deze bron, gepaard met uitstel van het formele breukrekenen, opent de weg tot inzichtelijke verwerving van dit voor veel leerlingen lastige gebied uit het rekenen.

aktiviteitencentrum

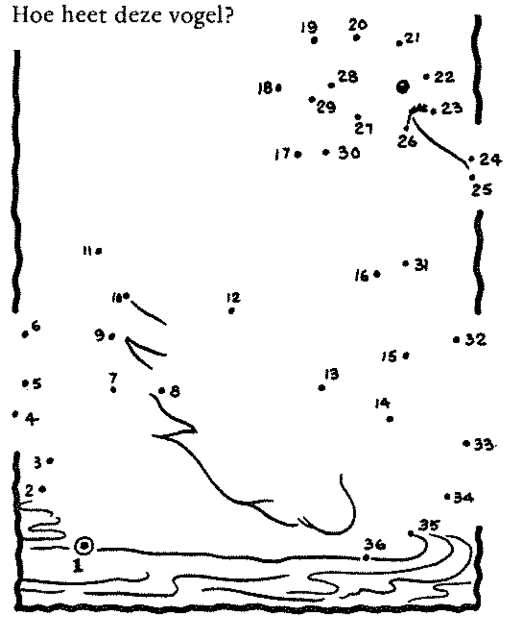
Een aktiviteitencentrum bevat een verzameling werkjes of aktiviteiten die in vele scholen bestaat en waarmee meer of minder intensief wordt gewerkt. Het zijn aktiviteiten die een rol spelen in het onderwijs, los van elke metode.
Het is de bedoeling dat we het aktiviteitencentrum in een serie artikelen in de schijnwerpers plaatsen.
In dit eerste artikel laten we enkele voorbeelden zien van materialen die in zo'n centrum kunnen worden opgenomen.
Veel van deze voorbeelden zijn vijfminuten-aktiviteiten, waaraan de kinderen kunnen werken zodra ze met hun taak klaar zijn. Ook kunnen we alle kinderen eens in de één à twee weken een half uur met materialen uit het aktiviteitencentrum laten werken.
Sommige aktiviteiten zijn op kaarten geplakt en hebben de vorm van opdrachtjes. De kinderen mogen zelf een aktiviteit uit de kaartenbak kiezen. De keuze is in principe vrij. De onderwerpen zijn afkomstig uit de wiskunde, maar ook uit andere leerstofgebieden, zoals taal, aardrijkskunde of biologie.
Hiernaast geven we een aantal voorbeelden van aktiviteiten voor het tweede, derde en vierde leerjaar. Precies aangegeven waar de aktiviteiten thuishoren, is niet mogelijk. Vaak kunnen ze op meerdere nivo's gebruikt worden.

HANS TER HEEGE

telrij
Het eerste voorbeeld is een aktiviteit voor het tweede leerjaar. Het gaat in deze aktiviteit om de telrij (*aktiviteit 1*):

aktiviteit 1

▶ Ga van stip naar stip.
Hoe heet deze vogel?

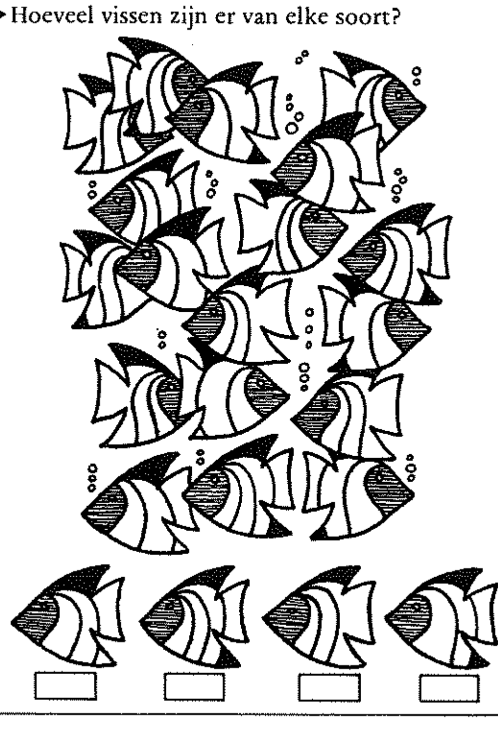


Uitbreidingen:
- laat de telrij eens bij 40 beginnen;
- gebruik een 'ritmische' telrij, waarbij de even getallen bijvoorbeeld ontbreken.

Het tellen in meer komplekse situaties kan eveneens zinvol zijn: (zie *aktiviteit 2*):

aktiviteit 2

▶ Hoeveel vissen zijn er van elke soort?

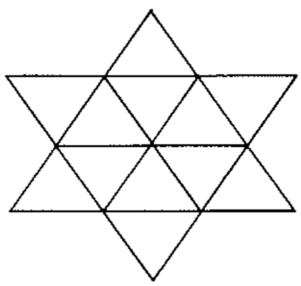


Nivo: tweede à derde leerjaar.
De opdracht wordt aanzienlijk moeilijker, als niet wordt aangegeven welke vissen op het plaatje voorkomen. De kinderen moeten dan zelf uitzoeken welke soorten er zijn. In dat geval gaat het om de verschillen en overeenkomsten tussen de vissen; aktiviteiten in de redeneersfeer.

Telstrategieën van een ander en moeilijker soort komen in de *aktiviteiten 3* en *4* voor:

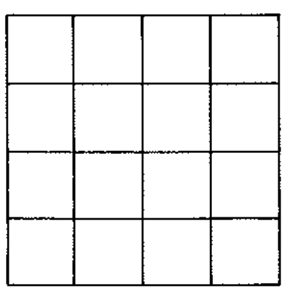
aktiviteit 3

▶ Hoeveel driehoeken ontdek je in deze figuur?

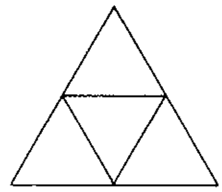


aktiviteit 4

▶ Hoeveel vierkanten ontdek je in deze figuur?



Nivo: derde à vierde leerjaar.
In *aktiviteit 3* lijkt het of er 12 driehoeken zijn. Dit aantal kan op verschillende manieren geteld worden. Een handige manier is die waarbij het aantal driehoeken in de zeshoek in het hart van de figuur geteld wordt. Dit zijn er zes. We redeneren dan verder: aan elk van deze driehoeken is één driehoek geplakt. Dus: $6 \times 2 = 12$ (of: $2 \times 6 = 12$).
Maar ... in de figuur zijn meer driehoeken te ontdekken, bijvoorbeeld de twee grote driehoeken die uit negen kleine driehoekjes bestaan. Dan zijn er nog zes middelgrote driehoeken, bestaande uit vier kleine driehoekjes.

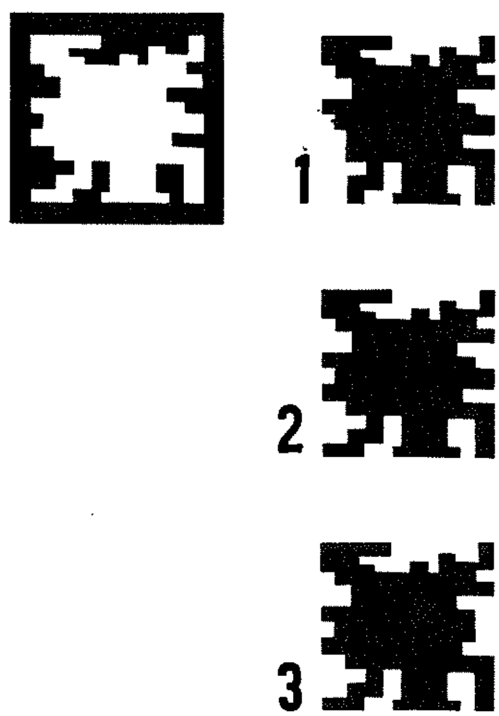


Het antwoord op dit probleempje luidt dus: $12 + 6 + 2 = 20$ driehoeken.
Op *telprobleem 4* is het antwoord 30. Kunt u ze alle vinden?

kijken en redeneren
In de vier bovenstaande voorbeelden stonden het tellen en de bijbehorende telstrategie centraal. We geven nu twee *aktiviteiten* (*5* en *6*) waarin het redeneren benadrukt wordt, gepaard gaande met scherp en precies kijken.

aktiviteit 5

▶ Welke van de figuren 1, 2 en 3 past precies in de witte figuur?

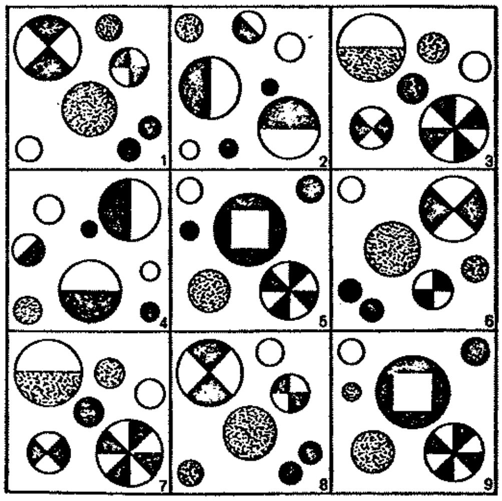


Nivo: derde leerjaar.
Weliswaar passen alle figuren in de witte figuur, maar uitsluitend figuur 2 past precies. In vereenvoudigde vorm vinden we deze problematiek terug bij opdrachten met sleutels en sleutelgaten.

Aktiviteit 6 is moelijker:

aktiviteit 6

▶ Twee van de negen hokken zijn precies gelijk.
Welke twee zijn dat?
Je mag de hokken draaien.



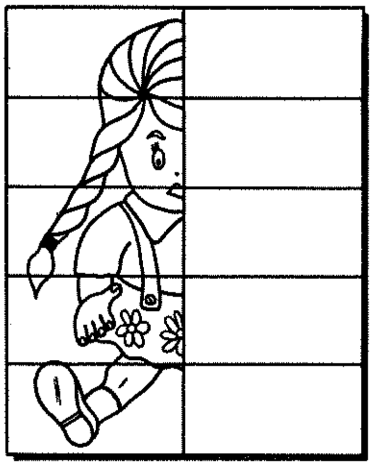
Hokje 1 en hokje 6 zijn identiek, wat blijkt als we hokje 6 een kwart slag draaien. Hokje 8 lijkt ook te voldoen, maar de kleur van twee balletjes is verwisseld.
Moeilijker wordt deze aktiviteit als:
- de twee identieke hokken meer verspreid over de hele figuur zijn te vinden;
- de ballen in de hokken nog meer op elkaar lijken.

Vele variaties op dit tema zijn denkbaar.

De *aktiviteiten 7* en *8* uit het derde leerjaar zijn geen specifieke rekenonderwerpen. We nemen ze echter op om de variatie in onderwerpen aan te geven die het aktiviteitencentrum bevat. De voorbeelden spreken voor zich.

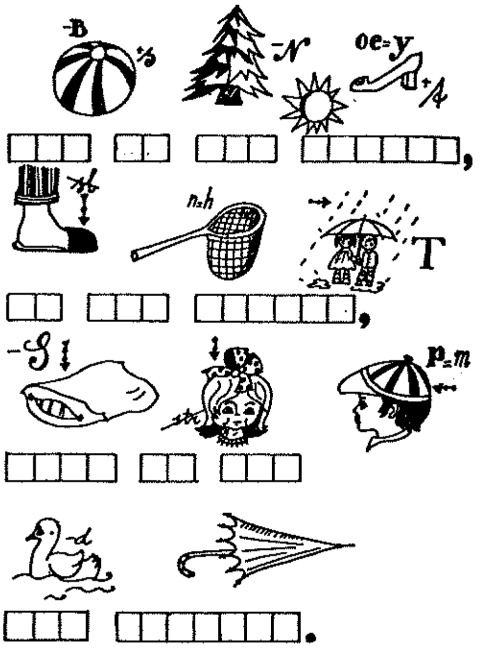
aktiviteit 7

▶ Kun je de andere helft van de pop tekenen?
Kleur de pop vervolgens.



aktiviteit 8

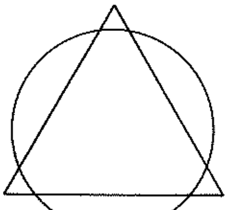
▶ Wat staat hier?



meetkunde
Tenslotte drie voorbeelden uit de meetkunde (*aktiviteiten 9, 10* en *11*):

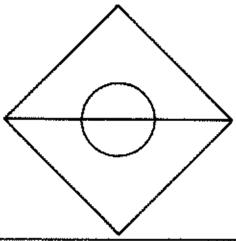
aktiviteit 9

▶ Je kunt deze figuur met één lijn tekenen. Denk erom: je mag je potlood niet van het papier tillen en ook geen stukje twee maal tekenen.
Waar begin je?



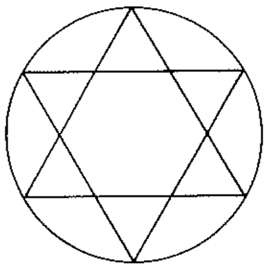
aktiviteit 10

▶ Je kunt deze figuur met één lijn tekenen. Denk erom: je mag je potlood niet van het papier tillen en ook geen stukje twee maal tekenen.
Waar begin je?

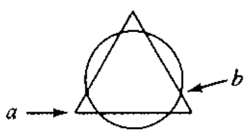


aktiviteit 11

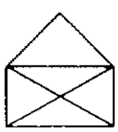
▶ Je kunt deze figuur met één lijn tekenen. Denk erom: je mag je potlood niet van het papier tillen en ook geen stukje twee maal tekenen.
Waar begin je?



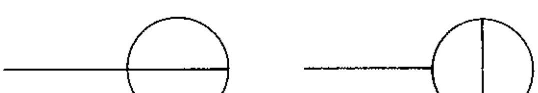
Het aardige van deze aktiviteiten is dat het probleem zit in de keuze van het beginpunt. Begin je bijvoorbeeld bij *a* dan is het minder eenvoudig om aan de opdracht te voldoen dan bij *b* als startpunt:



In deze aktiviteit lukt het steeds als je een geschikt startpunt weet te vinden. Overbekend is in dit opzicht het huis:



Aan twee voorbeelden laten we zien dat het lang niet altijd lukt:



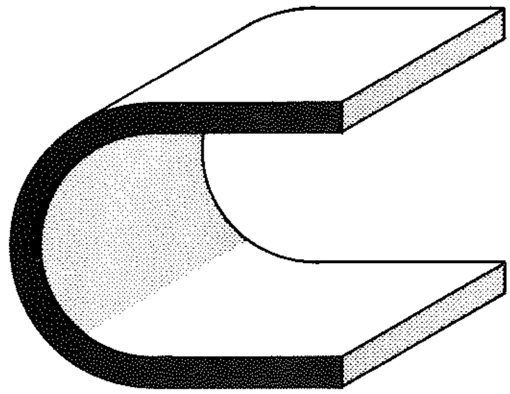
lukt wel   lukt niet

Een – moeilijke – opdracht voor de bovenbouw zou kunnen luiden:

▶ Konstrueer een figuur waarbij het niet 'lukt'.

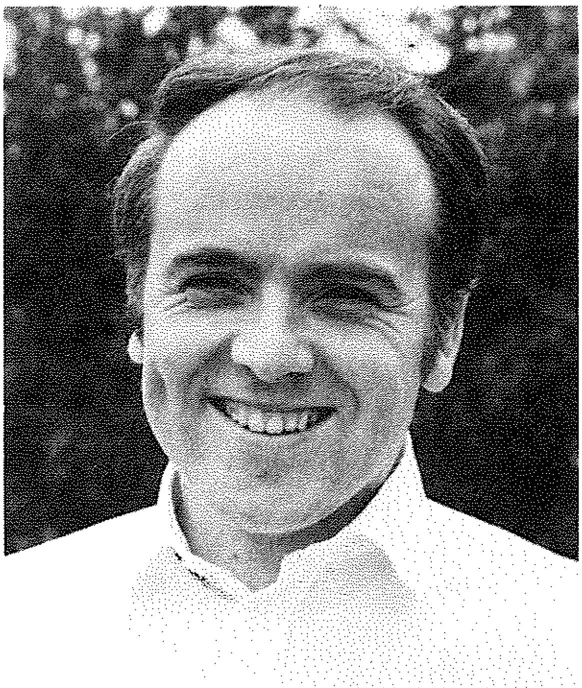
In dit artikel hebben we voornamelijk voorbeelden uit het aktiviteitencentrum voor de middenklassen gekozen.
Vaak zal een moeilijkheid zijn, hoe zo'n aktiviteitencentrum op te bouwen. Bij voorbaat moet daarbij duidelijk zijn dat zoiets niet ineens kan, maar dat het in een aantal jaren steeds verder uitgebreid en geperfektioneerd kan worden.
Veel materialen kunnen we uit stripbladen, vakantieboeken, e.d. halen, zoals we met de voorbeelden uit dit artikel hebben aangetoond.

dagboek internationaal



Born 16.6.1941 in sandnes, norway. Teachers education 1958–62 and then three years work in secondary school. In 1970 he received his cand.real degree from the university of oslo (M.Sc.) with main subject mathematics. From 1971 he has worked at the college of education in kristiansand, norway, a college with about 800 primary and secondary student teachers. In the preparation program for the teachers, his responsibility has been mathematics and the subject mathematical education. He has worked with organization of the mathematical and didactical subjects, especially connected to the topics numbers, geometry, and counting/combinatorics. One period of three years he was the chairman of the national mathematics section for the norwegian colleges of education. Member of the editorial staff at the scandinavian journal 'Normat', *where he has mathematics education as special theme. Married to Liv, and they are parents of three children, 5, 4 and 3 years old.*

TRYGVE BREITEIG



monday 10th september

In the field where I should guide my students, mathematics, psychology, sociology, didactics and practice interacts. It is a huge field, an exciting field. Nice-sounding principles have to get meaning, methods have to be put into practice. And the student teachers should be stimulated to use their own imagination. They should explore the principles by experiencing them themselves. They should develop the concepts from their own work – out of the practical situation. The well-known mathematical context, the historical questions, and the every-day situation gives opportunities, but how to use them?

René Thom once put it this way:

> 'The real problem which confronts mathematics teaching is not that of rigour, but the problem of the development of 'meaning', of the 'existence' of mathematical objects.' (at 2. *icme*, 1972)

Some days ago I challenged my students to explore the topic *recurring decimals*. Perhaps it was optimistic. They are not accustomed to doing open ending investigations. So I had to sketch some tracks they could follow.

You can start looking at $\frac{1}{7}$ having the representation 0.142857... How can you widen your exploration of such decimals? What questions can you pose?

Can you predict anything about the length of the period? When do the decimals come to an end? When does the period start immediately after the comma? Can you make any guesses?

And I went on proposing some tracks to follow: someone has discovered that in the example of $\frac{1}{7}$ the sum $14 + 28 + 57$ equals 99, and $142 + 857 = 999$; these nines cannot be a mere coincidence?

This work, I hope, shall prepare a fuller study of the nature of the integers. We will finally answer the question: for what primes p must the decimal fraction $\frac{1}{p}$ have a period of length *less* than $p - 1$?

We see this is the case with many fractions, e.g. $\frac{1}{37}$ which is 0.027... and we have a period of length 3.

Never mind that we have to use heavy tools from the theory of numbers to answer such a simple question.

During the work we will see a glimpse of the historical struggle for understanding. Like in history, we *use* the ideas before we can articulate them. The ideas roll out of the question. Again to quote René Thom:

> 'In good teaching one introduces new concepts, ideas, etc., by using them...'[1])

Now, today we worked with one such fundamental tool – the induction principle. The students proved some results, for instance that the product of four consecutive numbers plus one always is a square.

.... 'The problem', Kåre said, 'is to guess the theorem. When guessed, the proof is easy.' ....

A nice remark!

One student group started working with 'number patterns' growing out of the book '*Primary mathematics today*' by Williams & Shuard. They will handle material, build stairs and houses and see how this can represent number patterns.

In the geometry lesson, Reidar constructed, with ruler and compass, a regular heptagon on the blackboard!

He marked out $\frac{6}{7}$ of the radius 7 times as a cord in the circle.

.... 'And $7 \cdot \frac{6}{7}r = 6r$, which is exactly around the circle', he argued ....

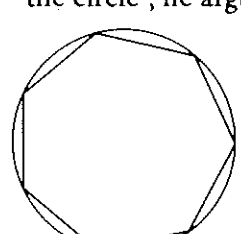
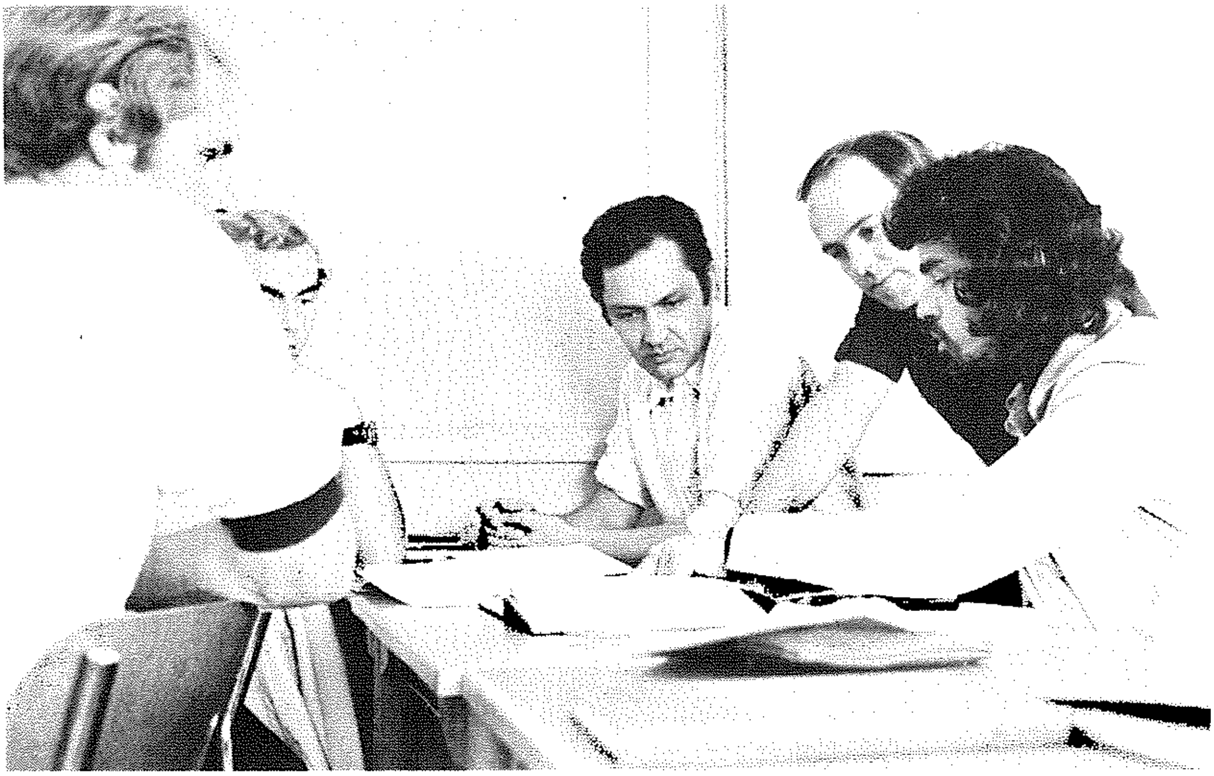


fig. 1

[1]) I have found this starting point to number theory in: *Problemorientierten Mathematikunterricht*, in 'Materialien und Studien', band 7, *idm*, bielefeld.



Surely this was not the intention in the problem with which he was working, but the construction caused discussion. Why is this reasoning wrong? What regular polygons are possible to construct with ruler and compass? How do we construct the pentagon?

Sorry we could only give Gauss' famous answer from 1801 without being able to give the reasons.

We have found the series '*The mathematical curriculum*' from schools council blackie in england valuable. It is a source of practical ideas for the classroom.

tuesday 11th september
Our students can start their 3 years teachers education after high school, at the age of 19. About 70% continue and take a 4th year immediately after. Within the 4 years study there is some room for the students' own choice of topics.
The colleges have also some freedom to regulate the study program within some frames. Today we discussed the new proposal for the structure of the study program at our college. The crucial point is, I think, the balance between concentration and survey, between a deeper study of few (one) subject(s) and a broad knowledge of several fields.

We also prepared a sequence of lessons for the classroom. Age: 15 years. Topic: square root. Hours of work resulted in several simple starting points, which we want to try. One such was the following:
- ▶ Measure your desk-plane. What is its area? What would the side have to be if the plate should be a square with the same area?

We called it a starting point. Now, say the plane is $70 \times 90 = 6300$ cm^2, then the mean value 80 cm will be a natural guess. If so, this starting point can lead to an iterative method – Heron's method – for finding square roots. Of course this is only one activity in the program, which goes from the square root algorithm[1]) to finding the stop distance of a car as a function of the velocity.
The material will be prepared and printed, and the plan is to make a film to illustrate the genetic principle in a mixed ability class. The film will be used by our national school film library and shown on *tv*. The exiting question now is: how will the students think or react upon the tasks? Will they be disturbed by the filming?
I talked with our national council for innovation in education (forsøksrådet) today. They ask for the possibility of developing a norwegian mathematics education center. We cannot have an *iowo* of course, or even a mathematics teachers organization as in denmark. But a center could arrange courses, inform, and be a source for practical ideas and

[1]) Idea from T.J. Fletcher.

research. One crucial point will be the contact with the teachers and the children. I think it may be a stimulus of the mathematics teaching, but surely also a question of resources.

wednesday 12th september
As we continue our work with elementary geometry preparing for secondary school, one problem becomes more and more clear to us. Let me mention one example. Recently we worked with Leonardo da Vinci's beautiful proof of Pythagoras:

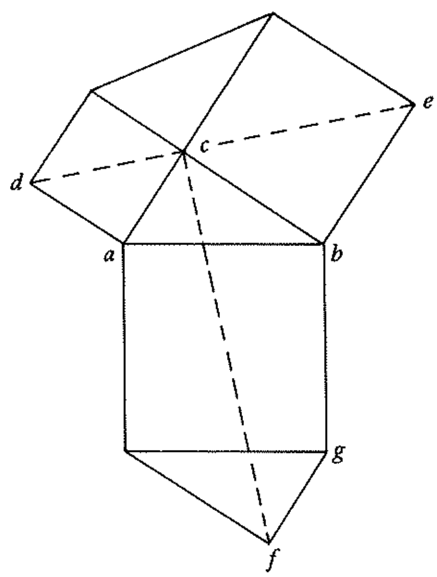


fig. 2

We *see* that *d*, *c* and *e* lie on one line. We *see* that when we rotate the quadrilateral *abed* a quarter turn around *b*, then it will exactly fall on *gbcf*. Or *do* we see this? What do we *see* (intuitively), and what do we have to prove (deductively)? This we feel as a problem. Deductive geometry in school will be a problem for the pupils, because they have to prove things which are intuitively grasped and verified.

thursday 13th september
The autumn is time for budget work. We plan next year. As a member of the norwegian council for scientific research, I had to work with the bulk of applications for economic support in mathematics and natural sciences. It is interesting that a small country like norway can support good research within such areas as nuclear physics, energy sources, marine biology and mathematics.

Todays work in geometry should lead to a complete classification of the isometries. How can we arrange the activities in order to see that each opposite isometry *i* is a glide reflection? We tried to use the tool composition and decomposition of isometries.

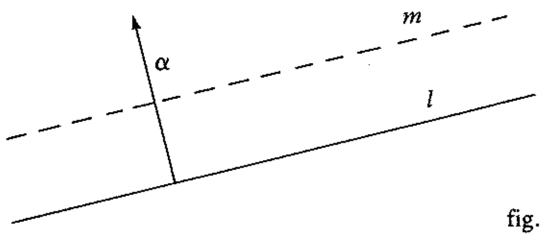


fig. 3

I felt it natural to start with a reflection in a line followed by a translation perpendicular to the line.
.... 'Study this', I said, 'study lt_α.' ....
And then the students ask:
.... 'What happens if α is not perpendicular to l?' ....
The point is that we can find a sort of strategy in our investigation.

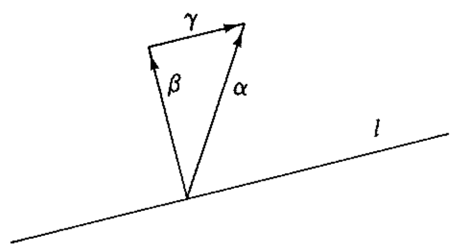
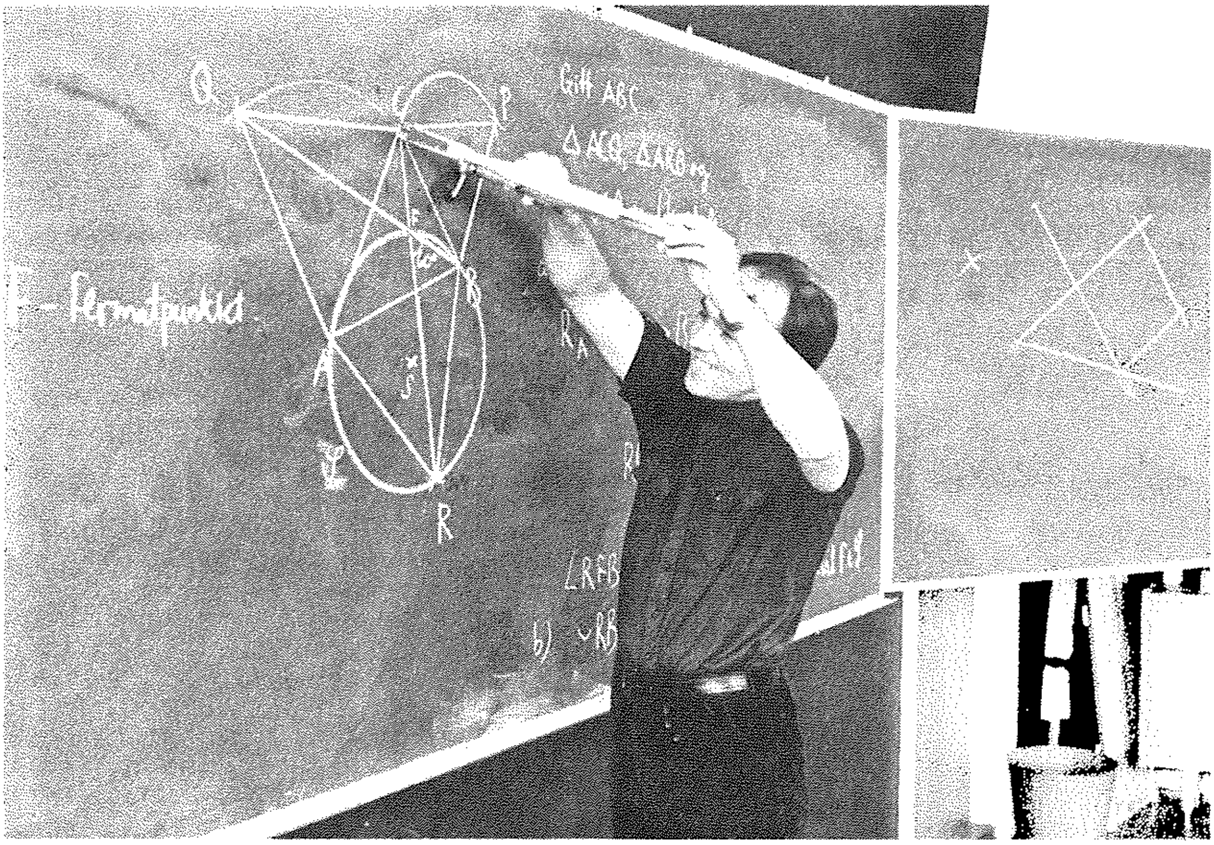


fig. 4

friday 14th september
A letter dropped into my postbox today. The first letter to my summer semester students which I met in tromsø last summer. What students are they?

If norway is rotated a halfturn around its southern point, its northern point will reach corsica in the mediterranian.
So long distances in a country split up by deep fjords, islands and mountains. The population pattern causes difficulties in building up a school and giving the teachers a proper training. Now our government has made efforts to support our northern parts, the small schools where the teachers have never had a possibility of getting teachers training. They have struggled through dark, cold winters in isolated places. And now they have been offered a chance to take a professional education as mature students.

So I met nearly 50 students, mature, highly motivated asking for more firm subject knowledge. We worked together some sunny weeks. The sun didn't set, but rolled above the horizon, red and glorious. And the nights



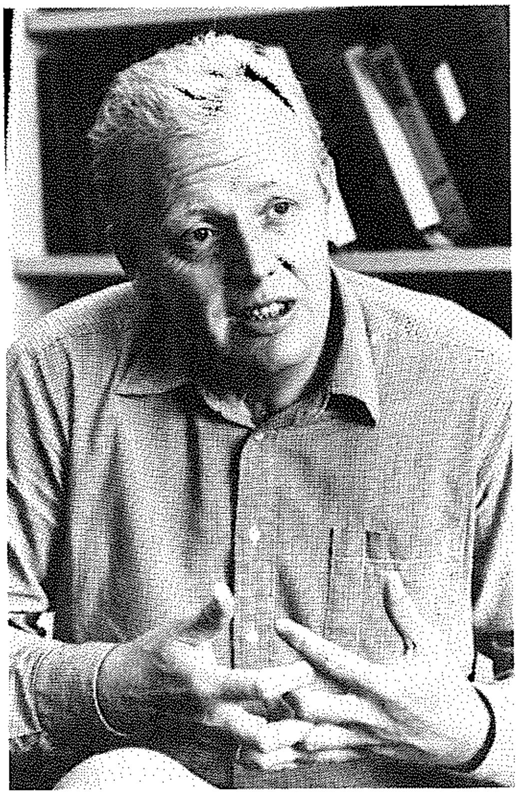
were filled with saturated vapours from the sea and the breathing trees. Mathematics education north of the arctic circle! Yes, we built numbers in different bases, we built stairs, we explored geometrical patterns, we saw that the Euler polyeder theorem is equivalent to Dirichlet's statement about the angle deficience of 720°. Now they are working with some literature and school practice, answering letters in pedagogy, language and mathematics. And I look forward to meet them one dark week in december to follow up. A long distance to go, twice the distance to utrecht.

saturday 15th september
This day was entirely devoted to our annual meeting with the editorial board for our scandinavian journal '*Normat*'. The nations denmark, finland, iceland, norway and sweden with about 20 million inhabitants, have both cultural differences and similarities. We hope that this journal can be a nordic common-cultural initiative. '*Normat*' intends to be a broad, informative journal. Its influence on mathematics in school will be indirect, as it at most can reach teachers in pre- and in-service training.

But we try to give central ideas in simple form.
When you ask, as Steiner did,
... 'In how many regions do n lines divide the plane?' ....,
the problem is easily understood. It is easily explored. Its use of recursion and nice number patterns show how mathematical tools can be used in our *edb*-age. Its beautiful answer, $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2}$, is remarkable as well as admirable.
And the problem can be explored at various levels and by people with different devotion to mathematics. I find the last of great importance in our time of mass education.

I suppose that this little 'dagboek' – written in a foreign language – shows that a normal week is a conglomerate. Tired as the week terminates, you try to play some extra plays with the children. You place them on your knees and read for them, a grateful auditory.

kluwerprijs



Op woensdag 12 december van het vorige jaar was iowo-*medewerker Fred Goffree het feestelijk middelpunt van een stijlvolle bijeenkomst in het amsterdamse Amstelhotel. Een bijeenkomst waarin hem de kluwerprijs 1970 werd uitgereikt door de staatssekretaris van onderwijs, de heer Hermes.*

HUUB JANSEN

Deze prijs betekende een beloning voor zijn boek *'Leren onderwijzen met wiskobas'*, of – zoals in de opdracht aan de jury[1]) stond vermeld:

> '... de bekroning van een publicatie ... van meer dan gewone verdienste, verschenen in de kalenderjaren 1975 t/m 1979 op het gebied van het onderwijs, in het bijzonder van de vernieuwing van het onderwijs aan 4- tot 12-jarigen en de daarop betrekking hebbende opleidingen.'

Over de betekenis van het totale werk van Goffree voor het wiskundeonderwijs behoeven we op deze plaats niet uit te weiden. Dat is zoiets als een pluim steken op eigen hoed. Bovendien is het genoegzaam bekend bij leraren, onderwijzers en studenten die een vernieuwing van het wiskundeonderwijs daadwerkelijk ter harte nemen. De bekroning van een onderdeel van dat werk betekent voor de supporters van goed wiskundeonderwijs slechts een bevestiging van wat zij reeds lang wisten.
Toch schenken wij hier enige aandacht aan deze prijstoekenning, omdat ditmaal de waardering komt van niet-wiskundigen, van buitenstaanders, en het lijkt daarom de moeite waard om te horen hoe hun konklusies luiden.

Daarom enkele citaten uit het juryrapport:

> 'Het is bedoeld – en daarin ligt de grote kracht van het boek – als een steun voor al diegenen die te maken krijgen met de vernieuwing van het onderwijs, en dan met name van het wiskundeonderwijs.'

> 'Het waardevolle van deze studie is, dat met wetenschappelijke methoden direct een Nederland eigen onderwijssituatie wordt bevraagd en geanalyseerd én een poging wordt gedaan oplossingen aan te reiken.'

> 'Het boek levert een zeer bijzondere bijdrage aan de opbouw van een vakdidactiek samen met het onderwijzen van deze vakdidactiek, hier wiskunde/rekendidactiek.'... 'Waardevol hierbij is weer, dat de auteur de didactiek van de wiskunde benadert als een onverbrekelijke eenheid van leerinhoud en pedagogisch-didactisch handelen.'

---

[1]) De jury bestond uit:
drs. J.C. van Bruggen, adjunkt-direkteur *slo*;
L.H. Schlamann, docent geschiedenisdidaktiek;
prof. dr. J. Sixma, hoogleraar onderwijskunde;
drs. C.J.M.H. Souren, oud-sekretaris *svo*.

'De jury meent dat het boek met deze wending tot het eigen leren van studenten PA voor het onderwijzen en leren van kinderen in de basisschool een waardevol perspectief opent, ook voor het ontwikkelen van andere vakdidactieken, al is zij ook van oordeel, dat dit werk veel nieuwe initiatieven zal vragen.'

En tenslotte:

'De jury brengt met de toekenning van deze prijs tot uitdrukking dat zij meent dat het bekroonde boek van grote invloed kan zijn op de onderwijsvernieuwing. De jury is hierbij wel van mening, dat andere onderzoeken, ook op het terrein van andere leerinhouden, deze benaderingswijze zullen moeten oppakken.

Zij beschouwt de toekenning van deze prijs dan ook als een aanmoediging voor de schrijver om door te gaan met zijn onderzoekswerk en voor anderen om van het boek niet alleen kennis te nemen maar ook op soortgelijke wijze de vernieuwing van het onderwijs in andere vakgebieden te bevorderen.'

Als we Fred Goffree op deze plaats nogmaals gelukwensen met zijn prijs, dan zijn die gelukwensen ook bedoeld voor alle lezers van dit tijdschrift, die in hun eigen onderwijs iets van de vernieuwingsgedachten van Goffree-Wiskobas trachten te realiseren. Uit de handen van de staatssekretaris kregen zij immers bevestigd dat zij met hun inspanningen op de goede weg zijn.

wiskobas en de vriendenkring

Het is natuurlijk wel een beetje vreemd om na tien jaar wiskobas opeens over een vriendenkring te gaan praten. Het zou de indruk kunnen wekken, onbedoeld, dat de klub een beetje aan een soort bloedarmoede begint te lijden. Het wordt hoog tijd dat we eens gaan laten zien dat we heus nog wel wat goodwill hebben zo hier en daar. Met man en macht scharrelen we daartoe wat mensen bij elkaar die bereid zijn hun naam op een lijst te zetten en wat geld te storten. Zie je wel, roepen we dan, we bestaan nog! Plotseling blijkt dat we vrienden hebben. Welnu, ieder die dit leest kan beter weten. De vriendenkring van wiskobas bestaat al sinds 28 november 1968. De vriendenkring heeft zijn bestaan bij voortduring bewezen op alle mogelijke landelijke en plaatselijke bijeenkomsten, op jaarlijkse konferenties met honderden deelnemers, in schoollokalen waar student, mentor en begeleider samen met de klas ontdekten dat wiskunde een menselijk gezicht heeft. Een vriendenkring, waar men bereid is elkaars onderwijsaktiviteiten te waarderen, aan te vullen, te bekritiseren, en zo, met elkaar, op te bouwen.
Het enige nieuws is, dat op 26 november 1979 aan die klub de naam 'vriendenkring' gegeven is.

JAN DIJKSHOORN

voorgeschiedenis
In het voorjaar van 1979 ontstaan, o.a. in kringen van docenten wiskunde en didaktiek, gevoelens van verontwaardiging en onrust. Verontwaardiging en onrust wegens de dreigende stopzetting van de werkzaamheden van het *iowo*, de dreigende stopzetting van de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs en dus ook het in gevaar komen van de ontwikkelingen van het wiskundedidaktiekonderwijs in de opleidingen.
Verontwaardiging omdat het hier gaat om een goed lopende organisatie, die met grote voortvarendheid bezig is belangrijke bijdragen aan die ontwikkelingen te leveren, zodat het weinig zinnig lijkt die organisatie plotseling en fundamenteel uit de rails te laten lopen.
Onrust omdat met name de docenten wiskunde en didaktiek in de afgelopen jaren, samen met wiskobas, in staat waren hun dagelijkse werk te doordenken, bij te stellen en voortdurend te toetsen. Het lijkt zo weinig zinnig om de ondersteuning die wiskobas daarbij geeft plotseling en fundamenteel ondersteboven te smijten.
De verontwaardiging en de onrust brachten die docenten ertoe om op 4 mei 1979 in de amersfoortse pedagogische akademie een demonstratieve bijeenkomst te beleggen die door velen van u werd bijgewoond. Op duidelijke wijze werd daar uiting gegeven aan onze gevoelens van verontwaardiging en onrust.
Er gebeurde echter meer op die vrijdagmiddag in amersfoort. De kleine groep kollega's die de bijeenkomst had georganiseerd, praatte onder het gemeenschappelijk eten in een van de amersfoortse chinese restaurants nog wat na over de afgelopen middag. Tijdens die mijmeringen kwam o.a. het idee naar boven om, mocht het *iowo* in zijn gewaardeerde aktiviteiten belemmerd worden, te zoeken naar mogelijkheden om een aantal van die werkzaamheden vanuit 'partikulier initiatief' te kontinueren. Daarbij werd hoofdzakelijk gedacht aan het blijven organiseren van de bekende wiskobaskonferenties en het blijven medewerken aan de uitgave van het '*Wiskobas-Bulletin*'.

plan
Dezelfde groep, in wiskobaskringen bekend onder de naam 'responsgroep', heeft het idee van dat eigen initiatief op haar maandelijkse bijeenkomsten wat verder doordacht en zo gebeurde het, dat op 19 oktober aan alle wiskunde- en didaktiekdocenten van pedagogische akademies een voorlopig voorstel tot het oprichten van een vereniging gezonden

werd. In deze brief, ondertekend door Louis Gilissen, werd een negental taakstellingen, of zo u wilt: doelstellingen, genoemd die een vereniging van docenten wiskunde en didaktiek aan opleidingen voor onderwijsgevenden zou kunnen nastreven.
We citeren de opgesomde 'doelstellingen' uit deze brief:

'– het stimuleren van de inhoudelijke ontwikkelingen op het gebied van het wiskundeonderwijs, vooral op het terrein van het wiskunde- en didaktiekonderwijs aan toekomstige onderwijsgevenden;
– het bewaken van de ontwikkelingen die op dit gebied reeds hebben plaatsgevonden, en de doorwerking daarvan in de praktijk van het onderwijs;
– het bewaken van de plaats van ons vakgebied binnen de opleiding van onderwijsgevenden;
– het bevorderen van de onderlinge kontakten tussen docenten wiskunde en didaktiek, ter uitwisseling van ervaringen en verdere ontwikkeling van het vakgebied;
– het door kadervorming bevorderen van de verdere professionalisering van genoemde docenten;
– het bevorderen van de kontakten met kollega's van andere vakgebieden;
– het bevorderen van de integratie van het wiskundeonderwijs met andere vakken op de basisschool;
– meewerken aan de vulling van her- en bijscholing van onderwijsgevenden in het basisonderwijs (bijvoorbeeld de vulling van het onderdeel wiskunde in de *ivb*-kursus);
– het onderhouden van kontakten met andere instanties, die op het terrein van basisonderwijs, voortgezet onderwijs en opleidingen aktief zijn, voorzover van belang voor de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs.'

Als middelen om aan die taakstelling te werken werden genoemd: konferenties, ontwikkelingsgroepen, een verenigingsorgaan en te houden jaarvergaderingen. Als voorlopig bestuur werd de responsgroep voorgesteld. Aangekondigd werd, dat op 26 november, tijdens de konferentie in noordwijkerhout, getracht zou worden te komen tot een definitieve oprichting van een dergelijke vereniging.

verslag 26 november
En zo gebeurde het dat op een gedenkwaardige maandagavond in de aula van *De Leeuwenhorst* een vereniging in oprichting niet werd opgericht! Aan goede wil ontbrak het niet. De aanwezige konferentiegangers werden niet moede van het aandragen van ideeën. De negen taakstellingen van Louis, die op zich toch echt niet voor de poes waren, werden met stukken geslagen! Voorgesteld werd o.a. de vereniging ook open te stellen voor docenten *ok* (logisch), docenten *lbo* (voor de hand liggend), pedagogiekdocenten (vanzelfsprekend), wiskundeleraren (die horen er ook bij), ...
Het moest een krachtige vereniging worden die desnoods een vuist kan maken. Als het moet tegen de minister zelf!

Aan goede wil ontbrak het niet! Tijdens de korte pauzes werd, onder het genot van een speciaal daartoe gecharterd muziekgroepje uit zwolle, op hoge toon gediskussieerd. In de wandelgangen... . Het werd duidelijk dat er op dat moment geen duidelijkheid bestond over de doelstellingen die een dergelijke vereniging zou kunnen nastreven.
En zo gebeurde het dat tijdens het dubieuze inschrijven van het eerste lid, onder ons een soort biechtvader opstond. Was dat nou allemaal wel nodig, zo'n officiële vereniging? Wisten we eigenlijk wel waar we aan begonnen? Zouden we er niet liever nog eens een jaartje over nadenken? We weten toch best wat we feitelijk willen: konferenties houden, de kontakten niet verliezen, elkaar via schriftelijke middelen blijven stimuleren. De biechtvader vond bijval en terwijl het dubieuze eerste lid nog in twijfel verkeerde waar hij nu lid van was en of hij daar wel lid van was, werd op het wijze advies van Henk Meijer de vereniging dus niet opgericht.
Aan goede wil heeft het niet ontbroken! Het muziekgroepje speelde rustig nog een uurtje door en voor het eerst in de elfjarige wiskobasgeschiedenis werd er op een konferentie gedanst.
Aan biechtvader Henk Meijer komt de eer toe de naam 'vriendenkring' toegekend te hebben aan een klub die zich kennelijk door sterkere banden dan verenigingsbanden aan elkaar gebonden weet.

body
Onmiddellijk werd besloten de vriendenkring van een stevige body te voorzien. De vriendenkring bestaat uit vrienden en supervrienden. De supervrienden hebben toch wel enige opdrachten meegekregen. Zij zullen maandelijks bijeen blijven komen (wat ze als responsgroepers toch al deden). Zij zullen volgend jaar met nieuwe gedachten over een vereniging voor de dag moeten komen. Zij zullen zo nu en dan iets van zich moeten laten horen via rond te sturen stenciltjes.
Vooral deze laatste opdracht leidde tot de gedachte dat het misschien wel goed zou zijn

om de vriendenkring van enige financiële middelen te voorzien en deze gedachte bracht ons ertoe op staande voet uitverkoop te houden van een verzameling 'bouwstenen', die eigenlijk van Fred en Huub was. Tegen een bedrag van *f* 10,– per stuk. De vriendenkring heeft zijn financiële bodempje!

toekomst
Wat betekent het voor de toekomst: vrienden van wiskobas? Laten we eens wat dromen.
Ziet u ook in het verlengde van de vriendenkring het *tehuis voor oud-strijders?* Gesubsidieerd door de danmalige minister van onderwijs en wetenschappen? In de portiersloge Rob voor de voorlichtende taken en als hoofd van de administratie Henk? De heren zijn wel wat bejaard, maar kunnen het nog best aan. Denk er alleen om dat je hen ruimschoots de tijd geeft om te vertellen over vroeger. Ik neem aan dat uw eigen fantasie voldoende geoutilleerd is om gegadigden te vinden voor funkties als tuinman, kok, klusjesman, rondleider, e.d. Als u Fred en Adri, onze doktores, maar vrij laat. Zij zitten in de pronkkamer. Wij waren wiskobas ...

Of droomt u van een vriendenkring die als een nachtkaars uitgaat? Wiskobas was ...

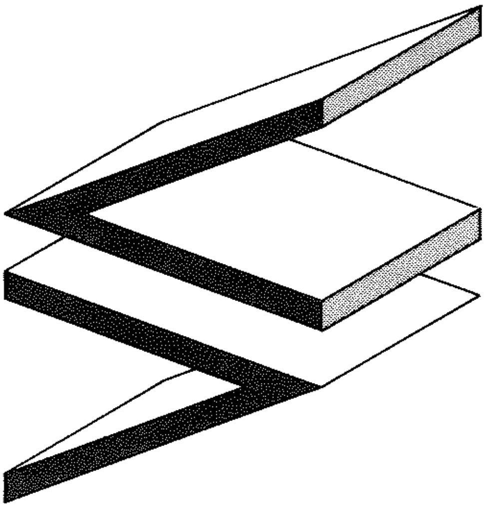
Alles kan natuurlijk ook helemaal fout lopen. Wiskobas as ...

We kunnen ook dromen van een soort science fiction wereld met de vriendenkring aan het roer. Dan zie ik een *oppervriend*, geflankeerd door *meestervrienden*, die elk aan het hoofd staan van een *vriendenraad*. Over de plaats van de *supervrienden* moet ik nog even nadenken.
Ik denk dat de meest reële droom toch is de *w*'68 gedachte: toen we op 28 november 1968 de handen ineen hebben geslagen, wás er de vriendenkring. Bestónden er opeens werkgroepen. Begón overal van alles te leven in de pedagogische akademies.
Het is toch niet overdreven gedroomd, als we nu zeggen: het moet gewoon doorgaan en we zullen er met z'n allen aan doen wat we kunnen om het te laten doorgaan! We houden de kontakten in stand. We blijven bezig met nieuwe kollega's op te vangen om hen te inspireren en om door hen geïnspireerd te worden. We gaan door totdat op de nieuwe basisschool wiskunde het vak is met het menselijke gezicht!

Heeft u ideeën? Het adres van de vriendenkring is: Jacq. van der Meer, zwanebloem 5, 3738 TK maartensdijk.

ROB DE JONG

berichten



6 x 2-KURSUSSEN

Onlangs is het docentenboek beschikbaar gekomen van de kursus 'Gevarieerd rekenen'.
Het iowo *heeft nu materiaal ontwikkeld voor twee z.g. 6* x *2-kursussen. Deze kursussen omvatten zes bijeenkomsten van twee uur en gaan resp. over:*
– *oppervlakte;*
– *gevarieerd rekenen.*
De 6 x *2-kursussen worden, bij gebleken belangstelling, door pedagogische akademies georganiseerd ten behoeve van basisschoolteams.*

de kamping

We maken de lezers erop attent, dat de materialen voor *'De kamping'*, een multimediaal projekt wiskundeonderwijs voor derde klassen van de basisschool, nog in beperkte mate verkrijgbaar zijn.
Het projekt, dat in samenwerking met de *ncrv* is samengesteld, duurt ca drie weken. Iedere week bepaalt een radiohoorspelletje de start van een nieuwe fase van het projekt. Het leerlingenboek dat 20 werkbladen bevat, geeft aanleiding tot een breed skala van aktiviteiten op de terreinen van wiskunde/rekenen, moedertaal, handenarbeid, tekenen en aardrijkskunde.
De materialen zijn te bestellen bij de stichting *ivio*, antwoordnummer 2, 8200 VB lelystad.
Kosten, eksklusief porti:

leerlingenwerkschrift	*f* 1,25
onderwijsbegeleiding	*f* 9,–
ekstra poster	*f* 2,50
diaserie	*f* 6,–.

De radiohoorspelen staan op een kassetteband. Deze kan ter kopiëring geleend worden bij het *iowo* (tiberdreef 4, utrecht, 030-611611, Ada Ritzer).

konferenties

In november 1979 vond in noordwijkerhout de tiende wiskobaskonferentie plaats voor docenten wiskunde en didaktiek aan pedagogische akademies, onder de toepasselijke naam *'Het geval 1979 - 1969'*.
Vrijwel alle pedagogische akademies waren vertegenwoordigd. Een twintigtal docenten hield korte inleidingen vanuit hun vakgebied. Zie in dit bulletin het artikel van Kees Buys.
Een forum van (eksterne) deskundigen en de oprichting van de wiskobasvriendenkring vormen de emotionele hoogtepunten.
Een konferentieverslag is in voorbereiding.

De konferentie van de *c*entrale *w*erkgroep *r*ekenen (*cwr*) ten behoeve van onderwijsbegeleiders vond plaats in februari 1980 in amersfoort. 80 deelnemers waren enige dagen intensief bezig met problemen rond het leren en onderwijzen van algoritmen, toegespitst op het vermenigvuldigen (herhaald optellen) en delen (herhaald aftrekken).
Een konferentieverslag wordt door de *cwr* voorbereid (sekr. J. Verkerk, p/a christelijk pedagogisch studiecentrum, postbus 30, hoevelaken).

berkeley

Van 10-16 augustus 1980 zal in berkeley (californië) het vierde kongres plaatsvinden van de *i*nternational *c*ommission on *m*athematical *i*nstruction (*icmi*). Verwacht aantal deelnemers: 3000.
Prof. Hans Freudenthal van het *iowo* is uitgenodigd, de plenaire openingstoespraak te houden (onderwerp: *'Major Problems of Mathematics Education'*).
Vier projekten (w.o. het *iowo*) mogen zich nogal uitgebreid presenteren tijdens dit kongres.
Zo mogelijk zullen we in het najaar verslag doen van onze aktiviteiten aldaar.

opheffing iowo

Het *iowo* wordt met ingang van 1 januari 1981 opgeheven.