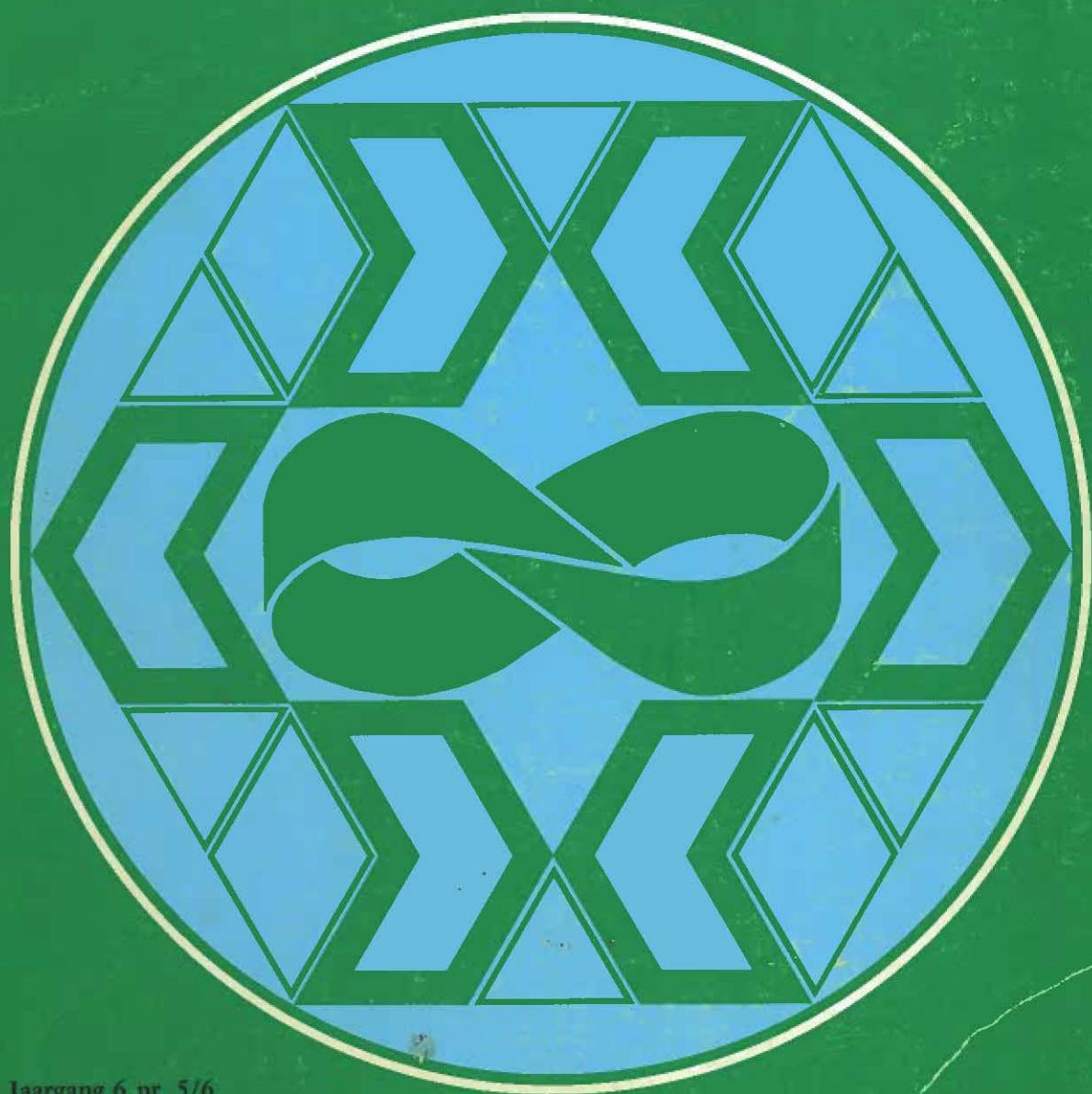


wiskobas

bulletin

publiekdeleel



Jaargang 6 nr. 5/6
juli 1977

WISKOBAS-BULLETIN (rubrieken)

- bulletin ter begeleiding van het wiskunde-
onderwijs
- verschijnt gedurende de zesde jaargang 6 keer.

Jaargang 6 nr. 5/6 — juli 1977

Redactie

Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredak-
teur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J.
Wijdeveld

Medewerkers

Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, Drs. J.
van Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal,
L. Gilissen, J. de Gooijer-Quint, H. Jansen, H. ter
Heege, D. Karman, Drs. J.H.F.M. Klep, Dr.
K.B. Koster, C.P. Leenders, E. de Moor, D.W.
Oort, P. Scholten, W. Sweers, L. Streefland

Vormgeving

Ton Voortman

Illustraties

Theo van Leeuwen

Cartoon

Hans de Boer

Redactieadres

INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE
ONDERWIJS

Tiberdreef 4, Utrecht

t.a.v. Sylvia Pieters (adm.) of Rob de Jong
(kopij)

Abonnementenadministratie

STICHTING IVIO,

Postbus 37, Lelystad.

Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalin-
gen, enz.

Abonnementsprijs

Per jaargang f 35,—.

De jaargangen lopen van september tot septem-
ber.

Annuleringen moeten minstens 14 dagen voor
het einde van de jaargang worden opgegeven bij
de abonnementenadministratie.

Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-giro-
kaarten. Deze worden u toegezonden.

INHOUD

Redactioneel: Rob de Jong	1
Kolommen: H. Freudenthal	2
Wiskunst: F. van der Blij	4
Problematika: Huub Jansen	8
Ander werk: Edu Wijdeveld	11
Kleuters en wiskunde: Jeanne de Gooijer-Quint en Edu Wijdeveld	13
Wiskunde in de brugperiode: Martin Kindt	23
Spullenkatern	29
Wiskundige wereldoriëntatie: Jan van den Brink	57
Opleiding: Fred Goffree en Huub Jansen	59
Dagboek internationaal: Arthur Morley	63
Oefenstoffering: Louis Gilissen en Leen Streef- land	66
Gesprekken met kinderen: Louis Gilissen en Joost Klep	82
Berichten: Klaas Koster en Rob de Jong	84

Aan de vraag naar volledige oude jaargangen van
het Wiskobas-Bulletin kunnen we helaas niet
meer voldoen. Verschillende nummers zijn uit-
verkocht.

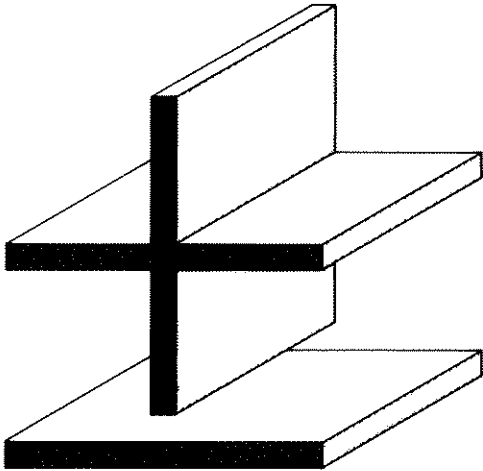
Van de volgende afleveringen is nog een beperkt
aantal exemplaren verkrijgbaar:

jaargang 2, nr. 6	— f 7,50
jaargang 3, nr. 2	— f 7,50
jaargang 3, nr. 3	— f 7,50
jaargang 3, nr. 4/5	— f 7,50
jaargang 4, nr. 2	— f 7,50
jaargang 4, nr. 5	— f 7,50
jaargang 5, nr. 1	— f 10,—
jaargang 5, nr. 2	— f 25,—
jaargang 5, nr. 3	— f 8,75
jaargang 5, nr. 4	— f 10,—
jaargang 6, nr. 2	— f 10,—
jaargang 6, nr. 3	— f 3,—
jaargang 6, nr. 4	— f 10,—

Alleen na ontvangst van uw storting op post-
girorekeningnummer 3105662 t.n.v. R.U.-IOWO
te utrecht, zal u de gewenste aflevering worden
toegezonden.

Rob de Jong
77

redaktio- neel



Met het voorliggende (dubbel-)nummer sluiten we de zesde jaargang af.

In de nieuwe jaargang gaan we in de (groene) rubriekdelen door met de spullenkaternen. Inmiddels zijn drie van deze katernen verschenen.

Voorts hopen we de rubriek 'oefenstof-fering', waarmee we in deze aflevering starten, voort te zetten. We zijn van mening dat we door middel van deze kolommen, nieuwe impulsen kunnen geven aan de vigerende oefenpraktijk binnen het reken/wiskundeonderwijs.

In de (rode) leerplandelen zullen we veel aandacht besteden aan activiteiten, die te maken hebben met 'oppervlakte'. Waarschijnlijk in twee omvangrijke delen: een publikatie, waarin een aanzet tot een oppervlakteleergang en een publikatie, waarin voor de diverse 'bouwen' van het basisonderwijs uitgewerkte thema's beschreven staan.

Tevens zijn we – samen met een omroepvereniging – bezig met de voorbereiding van een pakket, waarin de 'kamping' een centrale plaats inneemt.

Aldus proberen we aan te sluiten op de resultaten van een onlangs uitgevoerd lezersonderzoek(je).

ROB DE JONG

lezersonderzoek

Uit dit onderzoek, waarin aan een steekproef van 300 abonnees enkele vragen werden gesteld, zijn duidelijke voorkeuren naar voren gekomen met betrekking tot reeds verschenen uitgaven.

We vermelden de vier 'populairste' titels, met tussen haakjes het aantal respondenten dat deze titels noemde: spullenkaternen (64); rubrieken: wiskundige wereldoriëntatie, ander werk, gesprekken met kinderen (60); rubrieken: kleuters en wiskunde, opleiding, wiskunde in de brugperiode (59); overzicht van wiskundeonderwijs voor de basisschool (45). Eveneens werd gevraagd naar suggesties voor vervolgpublikaties. De wens naar leergangmatige uitgaven (optellen en aftrekken, oppervlakte, breuken) werd door zeer velen geformuleerd. Ook werd vrij algemeen aangedrongen op een afwisseling van omvangrijke informatie-eenheden (zeg: de leerplandelen) en korte artikelen (zeg: de rubrieken).

Bij het uitstippelen van het toekomstig beleid, houdt de redactie van het bulletin nadrukkelijk rekening met de genoemde suggesties.

iowo en uitgevers

Dit 'rekening houden' wordt moeilijker, wanneer gevraagd wordt – en de vraag komt frequent voor – om leerlingenmateriaal in grote oplagen (direkt leverbaar) beschikbaar te stellen voor het basisonderwijs.

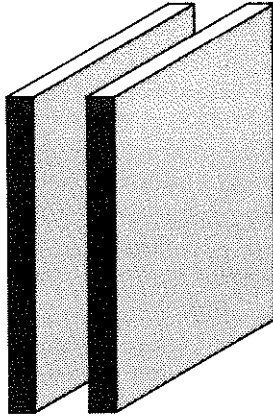
We krijgen dan te maken met een problematiek, waar we in Nederland nog lang niet over zijn uitgepraat: hoe is (dient te zijn) de relatie tussen een ontwikkelingsinstituut en de educatieve uitgeverij? Binnenkort hopen we hier nader op in te gaan. Nu volstaan we met een korte notitie.

Her *iowo* voelt zich (uiteraard) in hoge mate betrokken bij het wiskundeonderwijs. Ook bij de boekjes! De spullen! De materiële kant! Goede materialen zijn een uiterst belangrijke voorwaarde voor goed onderwijs. Daarom stellen we de spullenkaternen samen! Daarom ook staan de deuren van de tiberdreef open voor schrijversgroepen van uitgeverijen. Voor alle schrijversgroepen van alle uitgeverijen. Niet om vanuit een ivoren toren te oordelen, maar om zo tijdig mogelijk concept-teksten te bespreken, om zo nodig te adviseren bij revisies, om gelegenheid te bieden kennis te nemen van nog ongepubliceerd wiskobas-materiaal, ...

Het gaat ons en hen (nemen we aan) om de kwaliteit van het wiskundeonderwijs. Dus ook: om goede methoden, om uitstekend additioneel materiaal.

Niemand is gebaat bij slechte spullen!

kolommen



PYTHAGORAS

Het gaat niet over de griekse filosoof, die omstreeks 500 voor Chr. overleed, maar over een stelling, die wij zonder gegronde redenen naar hem noemen; een stelling, die volgens kleitafels van vóór 2000 voor Chr., al aan de babyloniërs bekend was:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

H. FREUDENTHAL

In een rechthoekige driehoek (fig. 1) is het kwadraat op de schuine zijde gelijk aan de som van de kwadraten op de rechthoekszijden.

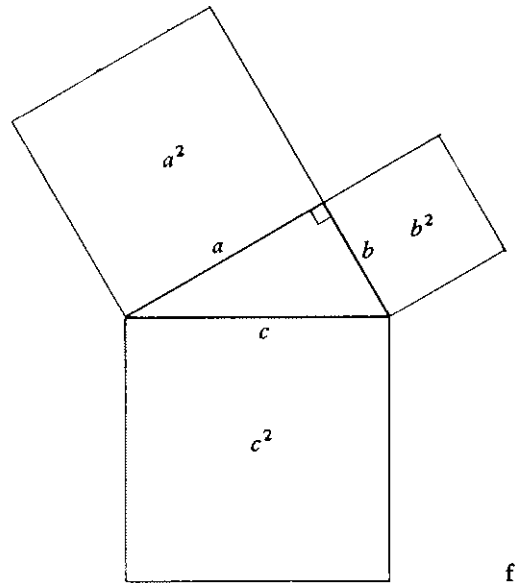


fig. 1

Het bewijs is niet moeilijk! De hoogtelijn op de schuine zijde verdeelt de driehoek in twee driehoeken, die onderling en met de gehele driehoek gelijkvormig zijn.

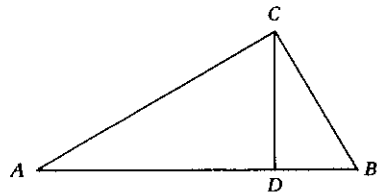


fig. 2

Gelijkvormige figuren verhouden zich kwa oppervlakte, als de kwadraten op korresponderende zijden (fig. 3).

Dus ook:

$$\begin{aligned} \text{opp. } ABC &: \text{opp. } ACD : \text{opp. } CBD \\ &= \overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2. \end{aligned}$$

Nu is:

$$\text{opp. } ABC = \text{opp. } ACD + \text{opp. } CBD.$$

Dus ook:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2.$$

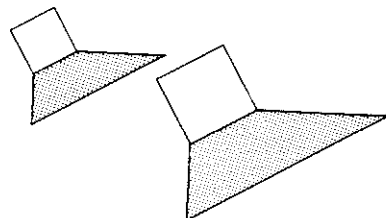


fig. 3

Dit principe is voor variaties vatbaar!

Zet op de zijden van ABC (fig. 4) geen vierkanten, maar andere onderling gelijkvormige figuren I, II, III.
Ook dan is:

$$\text{opp. I} = \text{opp. II} + \text{opp. III}.$$

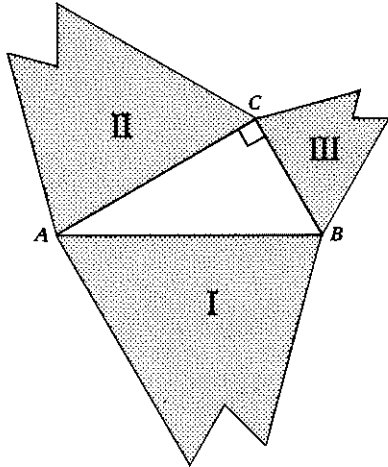


fig. 4

Of met halve cirkels (fig. 5). De halve cirkel op de schuine zijde is gelijk aan die op de rechtehoeks zijden samen. Trek de aan de cirkels gemeenschappelijke stukken ervan af, en het blijkt dat de gearceerde sikkels samen gelijk zijn aan de driehoek.

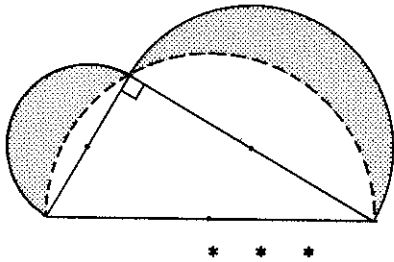


fig. 5

Het bewijs kan ook anders. Zonder gelijkvormigheid! Zet de driehoek op elk van de vier zijden van het grote vierkant — zie fig. 6 —. Er ontstaat een vierkant met zijde $a + b$. Uit de oppervlakten lees je af:

$$(a + b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{1}{2}ab.$$

Ofwel, aan beide kanten $2ab$ schrappende:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

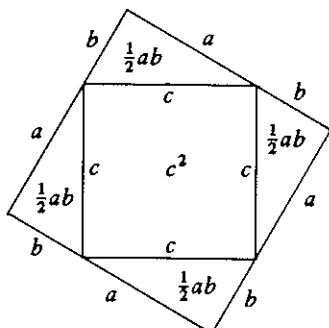


fig. 6

Een populaire rechthoekige driehoek is die met zijden:

$$3, 4, 5.$$

Dat hij rechthoekig is, komt in de relatie

$$3^2 + 4^2 = 5^2,$$

tot uitdrukking.

Zijn er meer van dit soort, d.w.z. rechthoekige driehoeken, waarvan de zijden in gehele getallen uitgedrukt zijn?

Natuurlijk:

$$6, 8, 10, \text{ enz.}$$

Maar dit is flauw!

$$5, 12, 13,$$

is een ander geval:

$$5^2 + 12^2 = 13^2.$$

Hoe kan men alle oplossingen vinden van

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

met gehele a, b, c ?

Bij het leerlingentijdschrift *Pythagoras* komen er telkens weer inzendingen binnen van herontdekkers van de procedure om alle oplossingen van

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

met gehele a, b, c te achterhalen. Het is inderdaad niet zo moeilijk!

Schrijf de formule iets anders:

$$a^2 = c^2 - b^2.$$

Oftewel:

$$a^2 = (c + b) \cdot (c - b).$$

Of als je

$$c + b = p,$$

$$c - b = q,$$

stelt:

$$a^2 = p \cdot q.$$

Het getal links is een kwadraat, dus moet $p \cdot q$ ook een kwadraat zijn.

Splitst van p , resp. q , het grootst mogelijke kwadraat af:

$$p = m^2 \cdot s,$$

$$q = n^2 \cdot t.$$

Dus:

$$a^2 = m^2 \cdot n^2 \cdot s \cdot t.$$

Wil dit kunnen, dan moet $s \cdot t$ weer een kwadraat zijn, terwijl in s noch t een kwadraat zit.

Dus $s = t$.

Dus:

$$p = m^2 t,$$
$$q = n^2 t.$$

En nu terug naar a, b, c :

$$pq = a^2,$$
$$p - q = 2b,$$
$$p + q = 2c.$$

Dus:

$$a = m \cdot n \cdot t,$$
$$b = \frac{1}{2}(m^2 - n^2)t,$$
$$c = \frac{1}{2}(m^2 + n^2)t.$$

Zo krijgen we alle *pythagorese getallen*.

Wel, om a, b, c geheel te houden, moet je m, n beide even of beide oneven nemen, en liefst beide oneven, als je een overbodige faktor 2 wilt vermijden.

Voorbeelden:

m	n	a	b	c
3	1	3	4	5
5	1	5	12	13
5	3	15	8	17
7	1	7	24	25
7	3	21	20	29
7	5	35	12	37

enz.

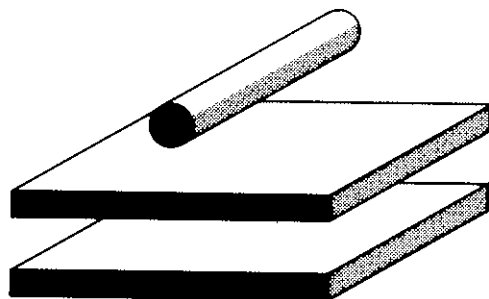
En nu algemeen de proef op de som:

$$a^2 + b^2 = m^2 n^2 t^2 + \frac{1}{4}(m^2 - n^2)^2 t^2,$$
$$= \frac{1}{4}(m^4 - 2m^2 n^2 + n^4) t^2 + m^2 n^2 t^2,$$
$$= \frac{1}{4}(m^4 + 2m^2 n^2 + n^4) t^2,$$
$$= \left(\frac{1}{2}(m^2 + n^2)t\right)^2,$$
$$= c^2.$$

Kleitafels met lijsten pythagorese getallen wijzen uit, dat de babyloniërs dit al kenden.

Dus weer: *niets nieuws onder de zon!*

wiskunst



HET SYSTEEM EN HET PROBLEEM

De kranteknipsels, die in deze wiskunst aan de orde komen, liggen al tien jaar in een map te wachten. Wat het ene knipsel betreft, is dat gewoon toeval geweest. Het andere was een steeds weer opgevat plan, en dan: ja, nee of toch ...

Hier volgt het eerste: 'Gerrit Krol en zijn probleem: hoe beeld ik wat ik denk in woorden af?'

Wie iets van iets afweet vindt het meestal fijn wanneer anderen dat niet doen. Daar zijn maar twee uitzonderingen op: dominees en wiskundigen. Dominees denken over God en ze zijn erg verdrietig (omdat daarin hun belang ligt) als andere mensen daarin niet geloven. Wiskundigen denken over andere abstracte dingen en het verdriet ze (hoewel zij er geen belang bij hebben) als andere mensen zich daarvoor niet interesseren. Die anderen hebben zelfs een duivels plezier om op *troutse* toon tegen je te zeggen: 'Ik heb nooit iets van wiskunde begrepen,' terwijl men toch nooit tot bv. een humorist zegt: 'Ik heb geen gevoel voor humor.' Als Vestdijk een roman schrijft, denkt niemand: dat artsenverhaal is misschien interessant voor dokters, maar ik koop het niet. Bij een boek van een wiskundige loop je die kans wel, en het zou jammer zijn als Krols boek hiervan het slachtoffer zou worden, of liever: als u daar het slachtoffer van zou worden.

1)

fig. 1

¹⁾ Fragment uit de bespreking van Raoul Chapkis in PS van 3 juni 1967 over de roman van Gerrit Krol: Het gemillimeterde hoofd. Schrijven met sommen.

Het andere knipsel gaat over het systeem van Anton Heyboer. Er is echter zoveel misverstand te verwachten, zoveel onduidelijkheid weg te nemen rond werk en persoon van Anton Heyboer, dat ik toch enige aarzeling voelde of dit werk in deze rubriek zou passen.

het systeem.

- 1 --- eigen wezen
- 2 --- vader, het bepaalde in de maatschappij
- 3 --- moeder, het niet te hulp komen
- 4 --- het lijden
- 5 --- het vrouwelijk mogelijke
- 6 --- het manlijk mogelijke
- 7 --- het schuldgevoel
- 8 --- het verstand
- 9 --- de vertelding

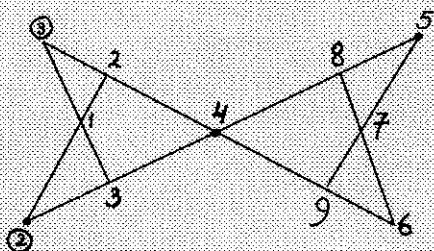


fig. 2

Het systeem dat hierboven is afgebeeld, doet denken aan de meetkundige configuraties, die u tussen de stukjes levensbeschrijving van Gerrit Krol in 'Het gemillimeterde hoofd' vindt. De woorden bij de tekening wijzen in een andere richting.

Als materiaal waar we meer informatie uit kunnen putten, gebruik ik een geschrift van Anton Heyboer zelf.¹⁾ Daarnaast een artikel van J.J.Th. Sillevius uit 1967 en een publikatie van J.L. Locher.

Een paar regels uit het artikel van Sillevius:

Aan het krantachtige van Heyboers etsen is het ontbreken van een compositie in academische zin inherent. Men zou hooguit van „opmaak” kunnen spreken. Dit wil echter nog niet zeggen dat de plaatsing van de beeldvormen aan het toeval is overgelaten. Alles is, zoals het moet zijn, en als het er niet is, is het niet goed. Uitgangspunt is echter niet het beeld, maar de situatie. Deze laatste zinnen zijn bedoeld als weerlegging van de titel van het artikel van Lambert Tegenbosch in de Volkskrant van 11-11-67, die de tentoonstelling aan zijn lezers presenteerde als „Etsen van Anton Heyboer, kunst van het toeval”. Dat is het niet. Zoals gezegd, is het toevalselement in de etsen van Heyboer minimaal.

De wereld van Heyboer is moeilijk te benaderen en te omschrijven maar men slaat eenvoudig de plank mis als men de doordachte en intelligente etsen van Heyboer als schuttingkunst bestempelt. Het moet maar eens uit zijn dat mensen die over hedendaagse kunst spreken of schrijven, altijd weer met kindertekeningen en schuttingen komen aandragen.

fig. 3

En een enkele zin van J.L. Locher:

‘Steeds weer zie ik daarin – weliswaar in telkens andere variaties – hetzelfde beeld van gekruiste lijnen, dezelfde getallen, dezelfde gestileerde figuur en dezelfde met een hevige gloed geladen roerloosheid.’²⁾

Wanneer u de in facsimile uitgegeven 208 pagina's handschrift over het systeem leest, ziet u al op de eerste bladzijde dat het handelt over de verhouding van hemel en aarde, van God en moeder Maria, van bewustzijn en geweten. Verhoudingen, relaties geven aanleiding tot cijfers; drie in drieëenheid, drie in tesse, antitese en syntese; lijnen, die als lijnen in grafen, verhoudingen en spanningen aangeven.

Anton Heyboer maakte dit boek, dat eerder een kunstwerk mag heten, na zijn verblijf in het Provinciaal Ziekenhuis te Santpoort, waar hij zich in 1951 vrijwillig had laten opnemen om bescherming te vinden tegen het normale in de maatschappij die hem niet toestond het proces tot zelfwording te ondergaan.

Hij creëerde dit systeem om langs te leven, zich maatschappelijk te handhaven en er erkenning als kunstenaar mee te verwerven, om zo zijn positie als verschoppeling en uitschot, die tot isolement gevoerd had, ongedaan te maken.

Hij werkte jarenlang aan dit systeem, en schreef het op bruin pakpapier, het enige materiaal dat voorhanden was.

Dit losbladig origineel, met een formaat van 48,5 x 73,5 cm kwam na jarenlange omzwervingen in het bezit van Herman Krikhaar, die het liet restaureren en ter reproductie beschikbaar stelde.

Met de publikatie van dit werk geeft Anton Heyboer zijn systeem vrij. Het systeem dat zijn teken is, het teken dat Anton Heyboer is – het systeem dat in al zijn latere werk het uitgangspunt is.

Maria Heyboer/Albert Rikmans



fig. 4

Kunnen we in het manuscript het ontstaan van de figuur – fig. 2 – met de cijfers 1, 2, 3 ...

1) Anton Heyboer: Het systeem van Anton Heyboer (de Centaur, amsterdam 1975).

2) J.L. Locher: Vormgeving en structuur, pag. 236 (Meulenhoff, amsterdam 1973).

tot en met 9, ② en ③, en hun rangschikking terugvinden?

Het valt mij niet makkelijk, maar iets is er wel over te vertellen. Tot pagina 15 vinden we de rol van 'drie' uitgemeten, dan komt er een nieuw element bij; we vinden viervuldigheid en een vijfde tesis.

Op pagina 8 wordt een nieuw woord geïntroduceerd. Ik citeer:

'in de 5^e dimensie der mogelijkheid staan nog twee kruissen die der Goede en Kwade moordeenaar.'

Vanaf dat ogenblik blijft het woord dimensie voorkomen: zesde dimensie. Meer getallen komen:

'viermaal Vader Zoon Heilige Geest = Apostolisch 12 voud.'

Maar er zijn vier evangelieën, er komen drie drievuldigheden. Op pagina 20 vind ik een eerste tabel:

6 - 0	Hagenskermt
5 - 1	
4 - 2	
3 - 3	sublimatie
2 - 4	↑ in waanzig bij 0,6
1 - 5	
0 - 6	

fig. 5

Toch zien we nog geen meetkundige figuur. Ik stap met zevenmijlslaarzen door alle theologische en religieuze beschouwingen en vind op pagina 48:

'Ofwel het 1^e dimensionale is tegengesteld evenredig aan het 9^e dimensionale.'

Op dezelfde pagina de figuur:



fig. 6

U merkt dat we al bij '9' gekomen zijn. Hiervoor waren we pas bij de zesde dimensie beland, maar '7', '8' en '9' komen er nu bij. Op pagina 53 wordt dit echter anders uitgewerkt.

Naast het kruis van Christus, dat tot nu toe in Heyboers beschouwingen centraal stond, komt op deze bladzijde de zin:

'Het psychotisch kruis of Petrus kruis tussen het 5^e en 6^e dimensionale en het 8^e en 9^e dimensionale of wel tussen het mogelijke en onmogelijke als verstand en het mogelijke en onmogelijke als mens.'

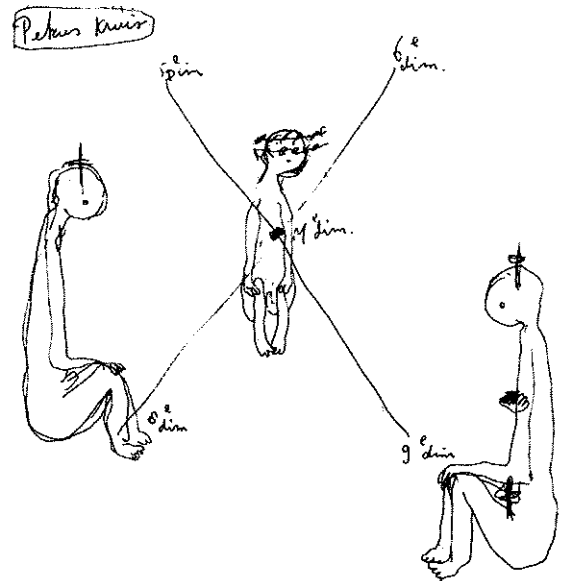


fig. 7

Op pagina 64 vinden we dan een overzicht:

'Hiermee is het organisch 9 dimensionale in drie Bewustzijnstoestanden verdeeld, n.l.
 het wezensbewust zijn 1, 2, 3 dimentie
 het Mannelijk sexebewustzijn 4, 5, 6 dimentie
 het Vrouwelijk sexebewustzijn 7, 8, 9 dimentie.'

Ik moet veel overslaan. Het is ook erg moeilijk de gedachtengang van de kunstenaar te rekonstrueren uit deze neergekrabbelde aantekeningen. Maar op pagina 182 komt voor het eerst de figuur uit het begin van ons artikel naar voren — hoewel nog niet helemaal in dezelfde vorm —.

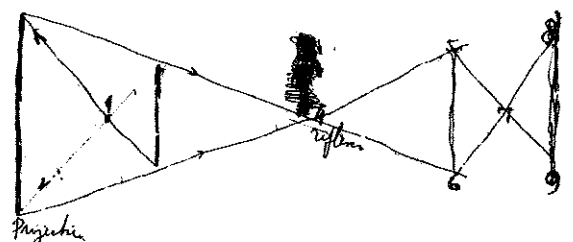


fig. 8

Hierbij staan de woorden 'projectie' en 'reflexie'. Het linkerschema (2, 3) wordt uit 4 door projectie (3, 2) via 1 verbonden.¹⁾ In het rechterschema staat de figuur 5, 6, 7, 8, 9, zoals die al eerder los is ingevoerd. U merkt op dat in vergelijking met figuur 2 in het begin, 5 en 8 enerzijds, en 6 en 9 anderzijds worden verwisseld en op lijnen door 4 worden gelegd. Het lijkt of we hier een 'geleidelijk vinden' constateren. De figuur, het schema, is in de gedachten van Heyboer steeds verder uitgewerkt; nieuwe lijnen en een nieuwe opstelling geven meer relaties, meer samenhang. Er worden nog meer schema's en getalkonfiguraties in het geschrift van Heyboer geïntroduceerd. Maar ik stop met citeren, want u zult commentaar van mij verwachten.

Uit de citaten is duidelijk dat Heyboer de getallen 1 tot en met 9, nummers van dimensies, betekenissen geeft in een wijsgerig-religieus wereldbeeld. Hij zoekt relaties tussen deze dimensies, geeft deze aan door verbindingslijnen tussen de genummerde punten. De lijnen moeten een zinvolle ordening weer geven, maar zowel de woorden 'projectie', 'reflexie', als 'Petruskruis', geven ons maar een gering houvast.

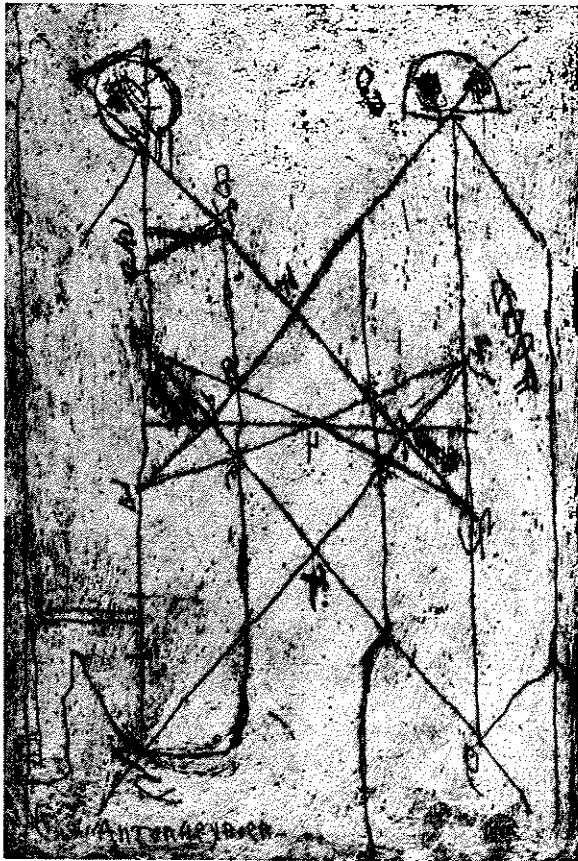
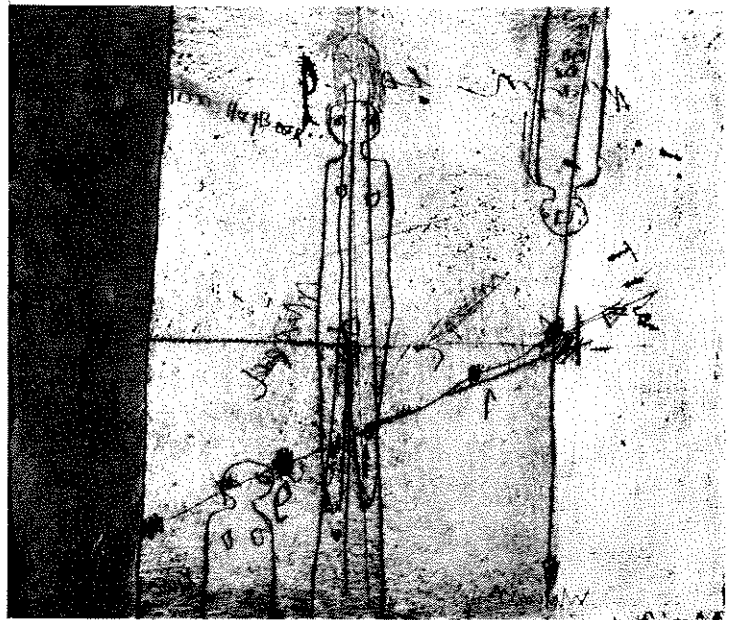


fig. 9

Hoe ver dit alles ook staat van veel van onze wiskunstbeschouwingen, zoals die over perspectief, regelmatige veelvlakken en konstruktivisme, toch vind ik ook hier een kunstenaar bezig, naar het schijnt, met een zichzelf bijna onmogelijk gestelde taak: een beeld vormen van de wereld, met al zijn relaties. Een wereld, waarin hij zich een vreemde voelt. En dit beeld van de wereld via de etspers produceren.

Begrippen, die voor hem de meest wezenlijke bestanddelen van het mens-zijn vormen, proberen te kenmerken door getallen, dimensies. Via simpele abstracte lijnfiguren (en geabstraheerde mensfiguren) verbanden zien te leggen. Wanneer sociologen en psychologen zoiets dan voorstellen in grafen voor machtsstructuren, in grafen voor intermenselijke relaties, zoals u ze bijvoorbeeld vindt bij Eric Berne²⁾, dan durven we over toepassing van de wiskunde te spreken. Kunnen we deze terminologie ook gebruiken om één facet van het werk van Anton Heyboer te beschrijven?

Onze natuurwetenschappelijke opvoeding, onze vaak sterk rationele denkpatronen, maken het moeilijk de neergeschreven notities van Heyboer te begrijpen. Maar wellicht hoeft dat ook helemaal niet.



Anton Heyboer: Drie figuren, 1957
(kollektie baags gemeentemuseum)

fig. 10

* * *

Laat ik tenslotte gewoon maar wat werk van Kostelanetz voorleggen. Er zijn wellicht méér raadsels in de hedendaagse kunst voor u.

1) Zie voor de nummering tevens figuur 2.

2) Eric Berne: Mens erger je niet (Alpha-boek 1967).

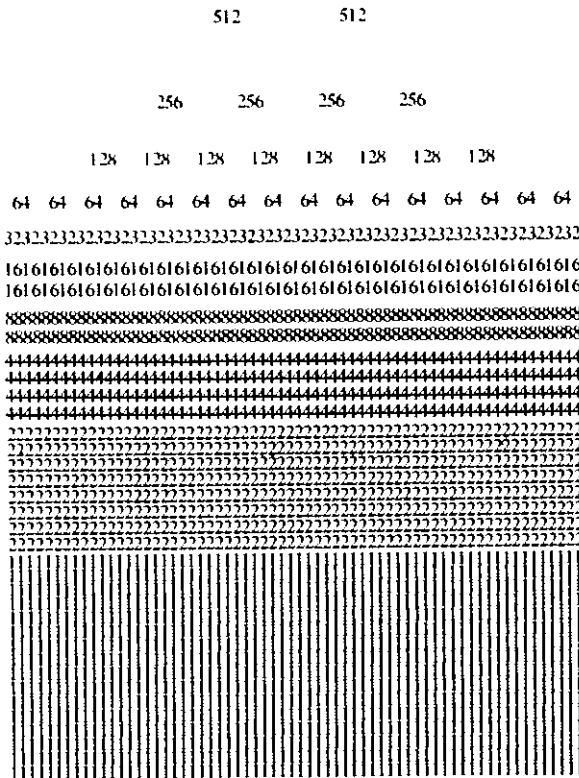


fig. 11

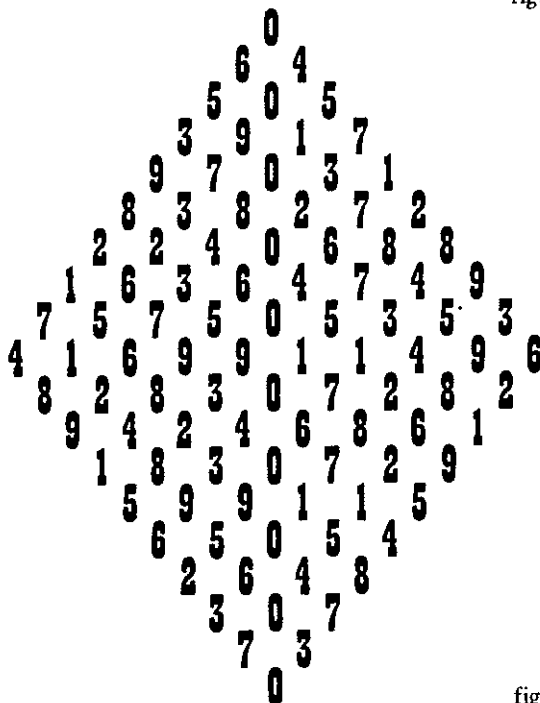


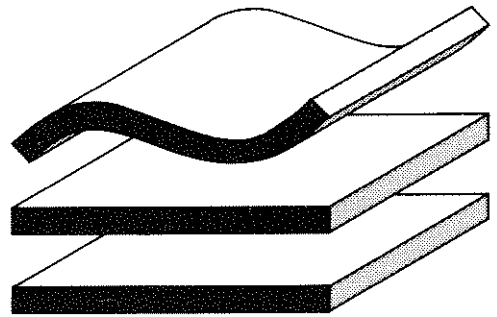
fig. 12

Vraag: kunt u de titels van deze twee 'examples' raden? Natuurlijk kunt u 'Leonardo'¹⁾ raadplegen. Het is echter leuker om het eerst zelf eens te proberen!

1) Vol. 10 nr. 1 (oxford 1977).

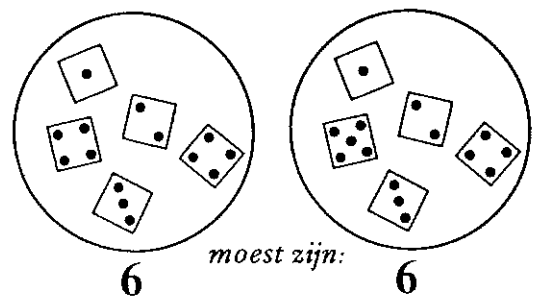
2) Jaargang 6 nr. 3.

problema- tika



We herinneren de lezer aan het kattenprobleem in het vorige wiskobas-bulletin.²⁾

We hadden de slimheid van de gemiddelde wiskobaslezer hoog getakseerd en daarom de ijsberen – zoals vermeld in een engels puzzeltijdschrift – vervangen door katten. De 'zetter' van ons tijdschrift had er nog een schepje bovenop gedaan door een belangrijke stip weg te laten:



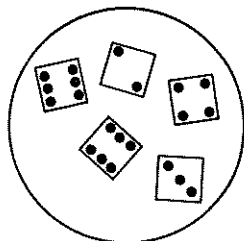
HUUB JANSEN



We hebben het geweten! Veel reacties van lezers met goede oplossingen, plus nadrukkelijke vermelding van de fout. Kollega Joop van Dormolen meldde bovendien dat je lid kunt worden van het illustere gezelschap van ijsberenjagers, als je bij elke worp van drie dobbelstenen kunt zeggen, hoeveel ijsberen, hoeveel wakken en hoeveel pinguïns er zijn.

Hij vertelt er niet bij, hoeveel oplossingstijd een aspirant-lid hiervoor hooguit krijgt. Wel kent hij een barmeisje dat de oplossing in drie minuten vond! Waarschijnlijk keek zij alleen naar de dobbelstenen met een stip in het midden — oneven! — en telde de stippen op deze stenen met weglating van deze middelste stip: het wak of de vijver.

Misschien weet dit meisje dan ook, waarom er bij deze worp 14 vissen horen:



Voor alle reacties in ieder geval bedankt.



We hebben in deze rubriek al eerder een probleem uit de studie van Krutetskii¹⁾ gegeven. In deze studie gaat het om het achterhalen van wiskundige bekwaamheden bij kinderen. Daarvoor werden o.a. series testproblemen ontworpen en aangeboden aan 12- à 13-jarige leerlingen, met de bedoeling hun oplossingsprocessen te vergelijken en te analyseren. Het oplossen moest zo min mogelijk gebaseerd zijn op voorgaande leerervaringen of vaardigheden. Dit stelde uiteraard specifieke eisen aan de aard van de problemen.

Wij bieden u hier een selectie uit deze Krutetskii-problemen. Ze geven een beeld

¹⁾ V.A. Krutetskii: The psychology of mathematical abilities in schoolchildren (chicago 1976).

van de (vooral reken-)problemen, zoals die in rusland in omloop zijn of waren (Krutetskii verrichtte zijn onderzoek rond 1960). Wat u met deze problemen doet, is natuurlijk onze zaak niet. Toch hopen we, dat sommigen ervan onderwijzers en studenten aan pedagogische akademies zullen verleiden, om met hun vijfde- of zesdeklassertjes aan de slag te gaan en dan te letten op de aanpak en werkwijze van de kinderen. Vooral voor studenten aan pedagogische akademies bieden deze problemen, naar onze mening, mogelijkheden tot didaktiseren: stellen van vragen, geven van hints, e.d.

boodschappen doen

- ▶ Als ik betaal met drie-roebelbiljetten, dan moet ik acht biljetten méér uitgeven dan wanneer ik betaal met vijf-roebelbiljetten.

familie

- ▶ Een jongen heeft evenveel broers als zusjes. Zijn zusje heeft half zoveel zusjes als ze broers heeft.

snelheid (1)

- ▶ De snelheid van een goederentrein is 38 km/u, die van een passagierstrein 57 km/u. De eerste vertrekt zeven uur vòòr de laatste van station *a*, maar de passagierstrein komt twee uur eerder dan de goederentrein in station *b* aan.

fietsen (1)

- ▶ Een fietser maakt een tocht van *a* naar *b* met een snelheid van 20 km/u. De terugtocht legt hij af met een snelheid van 10 km/u.

vierkant

- ▶ Eén zijde van een vierkant wordt 1,2 m korter gemaakt, de andere zijde 1,5 m korter. De oppervlakte van de aldus ontstane rechthoek is 1,44 m² kleiner dan de oppervlakte van het vierkant.

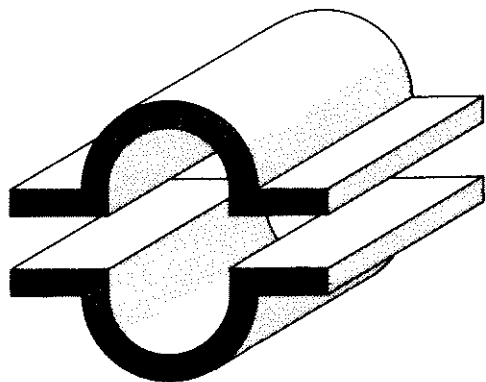
afstand

- ▶ De afstand tussen twee steden is 225 km. Twee treinen vertrekken gelijktijdig: de ene trein van de eerste plaats, rijdend met een snelheid van 50 km per uur, de andere trein van de tweede plaats met een snelheid van 40 km per uur. Wanneer ontmoeten de treinen elkaar?

sigaretten

- ▶ Drie vissers brengen vissend en rokend de nacht op de rivier door. Slechts één visser bezit een geopend pakje sigaretten. Ze verdelen de sigaretten eerlijk. 's Ochtends heeft ieder vier sigaretten gerookt en bij

ander werk



JE KUNT ZE VAN ALLES
WIJS MAKEN

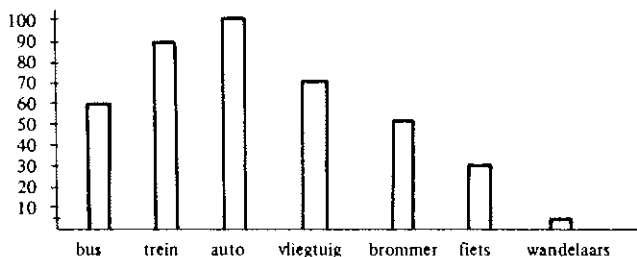
Door omstandigheden had Bart (10 jaar) de nevenstaande taak – niveau cursus rekenen – als huiswerk meegenomen (fig. 1).

Nadat hij som 1 beantwoord had, riep hij mijn hulp in voor som 2.

.... 'Ik snap er niets van', was zijn commentaar.

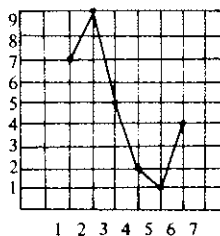
Een enkele blik op het blad was voldoende om Bart autoritair van z'n opdracht te ontslaan.

1. Op welke wijze de mensen op vakantie gaan.
aantal mensen in honderdtallen!



- Hoeveel mensen gaan met de auto op vakantie?
- Hoeveel zijn er dat meer dan degenen die met het vliegtuig gaan?
- Met de brommer en met de fiets gaan samen ... mensen op vakantie.
- Hoeveel mensen reizen liever met de bus dan dat ze gaan lopen?

2. kinderen
in de
klas



In een 4e klas zitten 28 ll.
Verticaal staan de aantallen
kinderen uit de klas.
Horizontaal de gezinnen met
het aantal kinderen (gezins-
grootte).

aantal kinderen in de
gezinnen

- Er zijn ... kinderen uit gezinnen met meer dan 4 kinderen.
- Er zijn ... kinderen uit gezinnen met minder dan 4 kinderen.
- Hoeveel kinderen ... gezinnen?

3. Som 1 is een kolomgrafiek.
Maak er nu een lijngrafiek van.

Som 2 is een lijngrafiek.
Maak daar nu een kolomgrafiek van.



Niveaucursus rekenen,
Werkgroep o.l.v. H. M. H. Vossea, m.m.v. Chris S. Jensen.
© Heilmberg b.v. - Nadruk verboden.

4B/44

fig. 1

koffie

Nu wilde het toeval dat een uur later de krant met grote koppen aankondigde, dat de koffie wèèr 37 cent duurder was geworden. We schrijven oktober 1976 ...!

Per 1 november 37 cent duurder

KOFFIE: f 4.23!

1 augustus 1975	f 2,14	21 januari 1976	f 2,78	21 juni	f 3,39
26 augustus	f 2,30	1 mei	f 2,98	20 augustus	f 3,86
1 oktober	f 2,65	30 mei	f 3,18	25 oktober	f 4,23

fig. 2

Dankbaar maakte ik van de rij prijsverhogingen sedert augustus 1975 gebruik, om Bart zelf een grafiek te laten maken.

Hij produceerde de volgende puntenrij (fig. 3a):

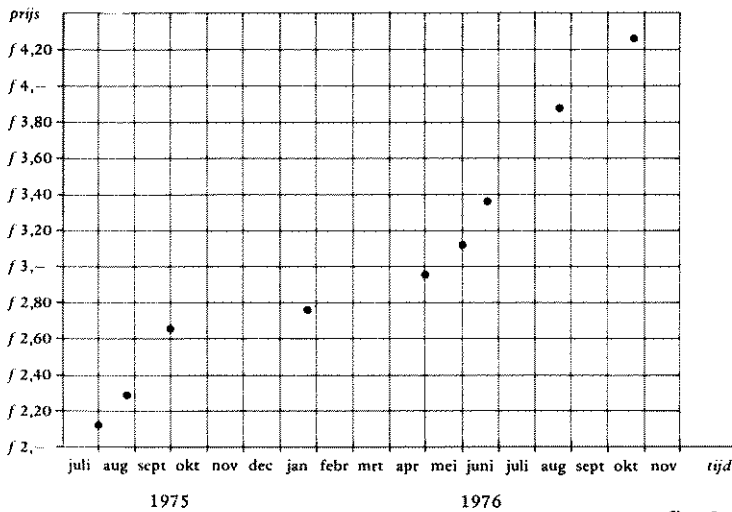


fig. 3a

Na een paar vragen over de koffieprijs op enkele data in de periode oktober-december 1975, doorzag Bart dat de grafiek van het koffieprijsverloop als in fig. 3b moest zijn:

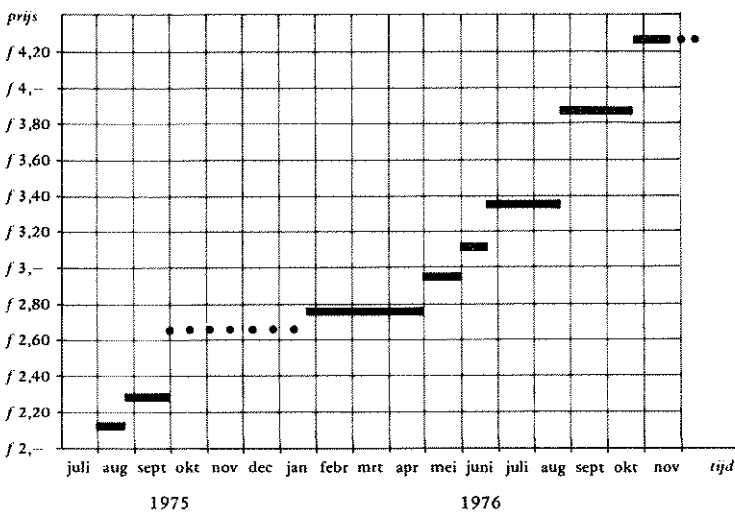


fig. 3b

Keren we nu terug naar de tweede som van taak 4b/44, dan konstateren we eerst dat:

- de opdracht kwa taal en inhoud voor deze leerlingen onbegrijpelijk is;
- de getallen horizontaal verkeerd geplaatst zijn;
- de grafiek als geheel één eenheid naar links verplaatst moet worden;
- de hokjesbreedte vertikaal onregelmatig is.

principiële misser

Maar afgezien daarvan — volgens de toelichting dient de opdracht gezamenlijk in de instructie verwerkt te worden — zit er een principiële misser in de opgave: de verbindingslijnen van de afzonderlijke punten hebben

¹⁾ Als statistikus kan men desnoods over een 'trendlijn' praten, maar didactisch is de lijn zeker niet te verdedigen!

namelijk geen betekenis.¹⁾ Wat bijvoorbeeld moet ik me voorstellen bij het eerste snijpunt van de 8-vertikaallijn met de grafiek? Zijn dat de acht kinderen in de klas, die uit gezinnen komen met één kind, waarvan de moeder inmiddels 'halverwege' zwanger is?

Flauw! Maar toch al iets minder flauw als je naar de koffiefrafiek kijkt. Had ik dàar de punten rechtstreeks verbonden, dan had dat betekend dat de koffieprijs *dagelijks* met enige centen steeg ...!

Het zal nu ook duidelijk zijn dat de derde opdracht van taak 44 evenmin deugt.

Ik heb de proef op de som genomen en in een zesde klas, die met de 'niveaucursus' werkt(e), de koffie-kop besproken en in grafiek laten zetten. Alle twintig leerlingen verbonden zonder mankeren de koffie-punten met elkaar. (Ook een tweede school leverde hetzelfde resultaat).

Via dergelijke vragen als hierboven aan Bart gesteld, zagen de leerlingen de fout in, en de grafiek werd gekorrigeerd. Op mijn slotvraag hoe ze er toe gekomen waren om deze fout te maken, antwoordden de leerlingen:

.... 'Van wiskobas geleerd, meneer!'

Daar sta je dan!

(De klas werkt sedert twee jaar naast de 'niveaucursus', incidenteel met wiskobasmaterialen). U zult me op m'n woord moeten geloven dat deze verklaring niet waar kàn zijn (...!), maar het antwoord relativeert inderdaad de rol van de betrokken methode aanmerkelijk.

schooltoets

Andere methoden heb ik er niet op nageslagen, maar in ieder geval bevindt de 'niveaucursus' zich in het goede gezelschap van het *cito*, dat in een item van de schooltoets 1976 dezelfde fout verwerkte (fig. 4).

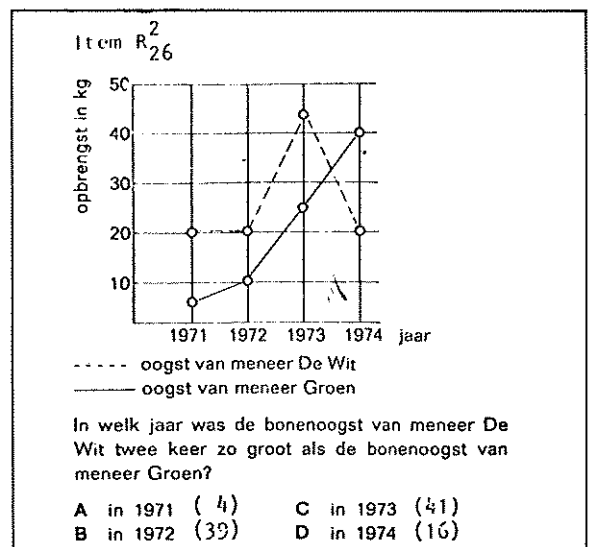


fig. 4

Waar het wezenlijk om gaat, is dat we er met alle goede bedoelingen — al zijn fouten natuurlijk nooit goed te praten — kennelijk in slagen, de leerlingen maar wat wijs te maken; in ons geval dus dat je de punten van een grafiek altijd verbindt.

Hoè hebben we ze dat kunnen wijsmaken?

Wel, in dit geval in de eerste plaats door een foute methodiek, die berust op onvoldoende mathematisch-didaktische analyse.¹⁾

Maar daarnaast ook — en wie weet: veel méér — door een foute didaktiek. Een didaktiek die geen kans ziet het betrokken onderwerp door de leerlingen zodanig zinvol te doen ervaren, dat zij zèlf door eigen betrokkenheid en inzicht, dergelijke fouten weten te vermijden. (En waarschijnlijk sloeg de reactie van de betrokken zesde klas ten aanzien van wiskobas op dit punt ..., om de hand eens in eigen boezem te steken).

wat wijs maken ...

Nu zullen we er natuurlijk nooit in slagen om alle aspecten van wiskundeonderwijs voor iedere leerling op elk moment, als wezenlijk (eksistentieel) zinvol te doen ervaren. Denk alleen maar aan het aanleren van zekere vaardigheden en algoritmen.

Maar des te meer deskundige aandacht moeten we dan ook besteden aan de methodiek/didaktiek, opdat we de leerlingen niet kritiekloos maar wat wijs maken ...

een voorbeeld

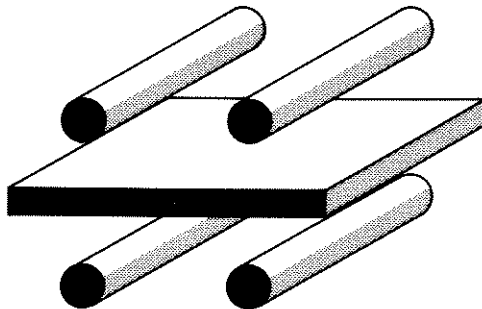
Bart berekende $121 : 3$; uitkomst: 40 rest 10. Bij nadere beschouwing bleek dit rechtstreeks het gevolg van foute inslijpprocedures van de betrokken rekenmethode door (te) veelvuldig en gefragmenteerd inoefenen. Steeds had hij geleerd om $120 : 3$ als volgt uit te voeren: $12 : 3 = 4$, dus $120 : 3 = 40$ ('een 0 erachter'). Op eenzelfde manier werd nu 'ingezien' dat je bij $121 : 3$ uitrekt: $12 : 3 = 4$ en rest 1, dus $121 : 3$ — een 0 erachter — is 40 rest 10.

Je kunt ze van alles wijs maken!

Een griezelig vak, dat onderwijzen!

¹⁾ Het blijkt, dat *niveaucursus rekenen* deze methodische fout vanaf 'niveau 4' stelselmatig maakt, door zowel continue als diskontinue puntgrafieken stèeds door lijnen te verbinden. We zullen overigens nu de verleiding weerstaan om op de methodisch-didaktische aspecten van het onderwerp 'grafieken' in deze — en andere — methoden in te gaan.

kleuters en wiskunde



KIJKEN

Het waarnemen van de ons omringende wereld geschiedt op tal van manieren.

De kleuter heeft al heel wat ontdekt in zijn omgeving.

.... Bij de poppenkastvoorstelling willen ze allemaal graag vooraan zitten, want 'dan kun je het meeste zien', vinden de kleuters.

Als je met een groep kinderen meedoet, ervaar je het spel anders dan wanneer je op een afstand staat te kijken.

Vanaf de grond, liggend op je rug, ziet de wereld er anders uit, dan wanneer je boven op een klimrek zit.

Een vogel of een vliegtuig in de lucht is klein, maar op de grond zijn ze groot.

In de kleuterschool kunnen we de kinderen actief en creatief bezig laten zijn, waarbij we hen bewuster en gericht de directe omgeving kunnen laten waarnemen.

JEANNE DE GOOIJER-QUINT
EDU WIJDEVELD

inleiding

De drie activiteiten waarvan we hieronder verslag¹⁾ doen, hebben te maken met 'kijken':

- welke dingen liggen hier?
- kijk goed, welk ding is weggenomen?
- waar moet je met de verrekijker gaan staan om de juf helemaal te zien?
- hoe groot moet je de kijkdoosfiguur maken?
- hoe plaats je deze figuren in de doos?
- wat zie je door het kijkgat?
- ...

Nu is kijken op zich geen wiskundige activiteit. Door bepaalde vraagstellingen en materialen kan het kijken echter 'gericht' worden: delen van de omgeving springen uit een totaliteit naar voren, samenhangen worden ontdekt en verhuld, plaatsen worden vastgepend en benoemd, ...

Aldus kan er heel wel iets 'wiskundigs' herkend worden in de navolgende beschrijvingen. In de laatste paragraaf geven we hiervan een kort overzicht.

een bekend spel

.... 'Wat is veranderd?'

Een aantal kinderen staat op een rij naast elkaar. De kleuters in de kring doen even de ogen dicht. Als ze weer mogen kijken, wordt de vraag gesteld:

.... 'Is er wat gebeurd?'

'Die is omgedraaid.'

'Hij is anders gaan staan.'

'Z'n neus is niet meer deze kant op.'

'Er zijn twee kinderen anders.'

Nu gaan we de rij anders maken. Juf zet twee jongens naast elkaar, dan twee meisjes, weer twee jongens, etc. Juf zegt niks, de kinderen zien alleen wat er gebeurt.

Als de kleuters niet kijken, verandert juf de structuur, namelijk drie jongens, drie meisjes, etc.

.... 'Sandra staat op een andere plaats.'

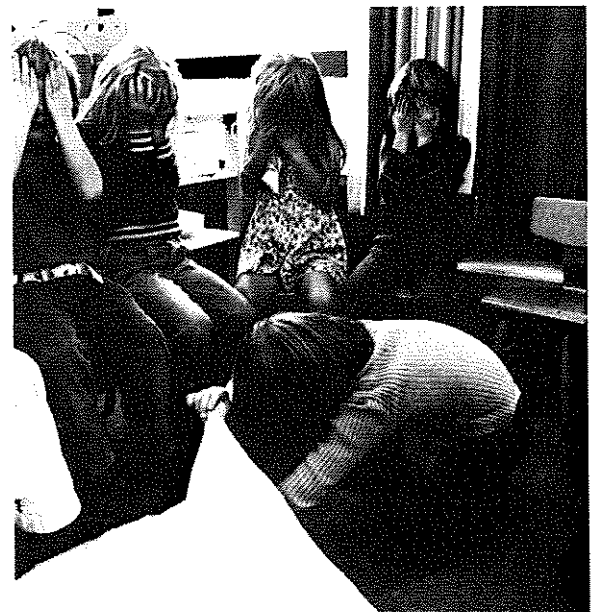
'Mark stond eerst naast Astrid.'

'Daar staan drie jongens, maar straks waren er twee.'

Het gaat hier dus om het ontdekken van een bepaalde structuur in een rij. Wanneer de kinderen willekeurig door elkaar staan, wordt het moeilijker om een structuur te herkennen.

.... 'Wat is verdwenen?'

De kinderen zitten in een kring, dicht op elkaar gepakt. Een aantal voorwerpen ligt op de grond uitgespreid.



¹⁾ Medewerking aan de verslaggeving is verleend door Bep de Veen van kleuterschool 'Klein Duimpje' (utrecht-overvecht).



Na het uitwisselen van allerlei technische gegevens: knippen, versieren, lijmen, touwtje om om je nek te hangen, ..., gaan de kinderen groepsgewijs knutselen. Zeer fraaie exemplaren komen tevoorschijn.

Maurits heeft in zijn versieringsijver de openingen van de rolletjes dichtgeplakt met sitspapier. Juf helpt hem bij het operationeel maken van de kijker.

Het prikbord wordt bekeken door de zojuist gemaakte verrekijker.

.... 'Kun je het hele prikbord zien?'

Omdat het prikbord op een vaste plaats verankerd is, moeten de kinderen zichzelf verplaatsen. Toch weer heel anders dan zoëven. Tenslotte wordt een moeilijke opdracht verstrekt. Juf vermoedt, dat het meer geschikt is voor de eerste klas van de basisschool. Toch wil ze de mogelijkheden eens onderzoeken.

.... 'Waar denk je dat je moet gaan staan, om precies de poppenhoek te zien?'

Het proberen, het handelen, het zich écht verplaatsen, komt hier op de tweede plaats. Het bedenken, het zich voorstellen, het zich mentaal verplaatsen, gaat vooraf.

Het vermoeden van juf blijkt juist te zijn.

de kijkdoos

De kleuters hebben van thuis schoenendozen meegenomen.

.... 'We gaan een kijkdoos maken', zegt juf.

De kinderen kijken wat verbaasd. Wat bedoelt ze nu eigenlijk?

Mark springt van z'n stoel en roept:

.... 'Ik weet het, er moet een gaatje in de doos komen, een kijkgaatje!'

Astrid is al een stapje verder. De betekenis van een kijkdoos wordt door haar naar voren gebracht.

.... 'Je moet er iets in maken en dan door het gaatje kijken.'

'Laten we dan maar beginnen. Eerst een gat uitprikken. Hoe groot moet dat gat eigenlijk zijn? Dat geeft toch niet!'

'Jawel, want je moet er met één oog in kunnen kijken.'

Ze zijn erg enthoesiast.

.... 'Ik kan er al in kijken!'

'Wat zie je?'

'De doos.'

'Kun je de doos van binnen goed zien?'

'Nee, het is er te donker.'

'Hoe komt dat?'

De kinderen weten het niet.

.... 'De deksel', roept een kind, 'die moet eraf!'

'Maar dan kun je beter van bovenaf kijken, dan hoef je niet door een gaatje te kijken.'

Tja, wat nu?

'Zo moet het', roept er één.

Hij kan het niet zeggen, maar wel laten zien. Hij tilt de deksel op en steekt z'n vinger er-tussen. Nu komt er licht naar binnen.

.... 'Kan het ook anders?'

'Ja, papier erop.'

'Probeer het maar.'

'Nee, je moet dun papier hebben, dat doorschijnt.'

We gaan zoeken in de kast en vinden blauw en rose papier. We knippen een zo groot mogelijk stuk uit de deksel en plakken het dunne papier ervoor in de plaats.

.... 'Ik heb de blauwe lucht.'

'Bij mijn doos lijkt het net of de zon schijnt.'

Maar nu de voorstelling in de doos.

De figuren moeten eerst getekend worden en daarna uitgeknipt.

.... 'Kun je de figuren net zo groot tekenen als je maar wilt?'

'Nee, tot de deksel.'

Twee kinderen tekenen vrij fors. Twee andere beginnen erg klein. Bij het uitknippen ontdekken ze, dat de figuren te nietig zijn. De kinderen zijn aan het eksperimenteren, omdat ze nog niet goed weten wat er gaat komen.

Een technisch punt is, dat de figuren op stevig papier gemaakt moeten worden. Aan de onderkant van iedere figuur moet een extra randje geknipt worden, zodat de figuren met een omgevouwen randje in de doos geplakt kunnen worden.

Astrid tekent een boom. Als ze hem in de doos wil plaatsen, komt ze tot de ontdekking, dat hij te groot is. Wat nu?

.... 'Dat geeft niet. Ik vouw een groter randje om, zodat de boom vanzelf kleiner wordt.'

Daniël heeft een huis getekend en uitgeknipt.

.... 'Nu maak ik een hond, juf!'

De hond valt groot uit. Hij wordt in de doos naast het huis geplaatst.

.... 'Kan de hond het huis in lopen?'

'Nee, hij is veel te groot, maar dat is toch niet erg.'

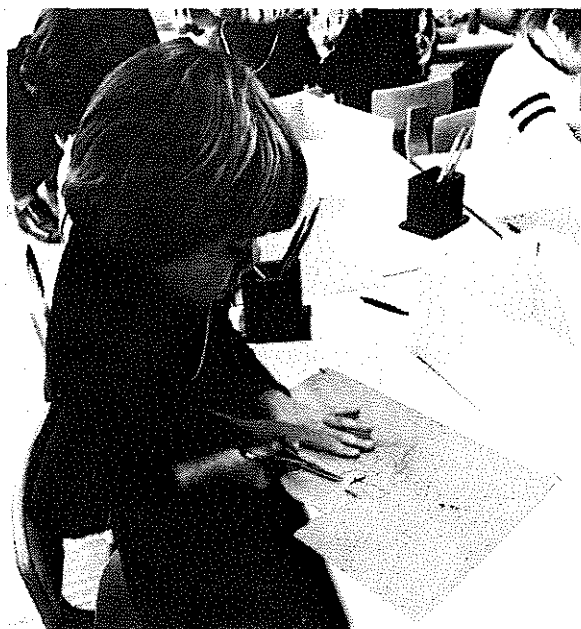
'Kijk eens', zegt Daniël tegen zijn buurman, 'een mooie hond, hè.'

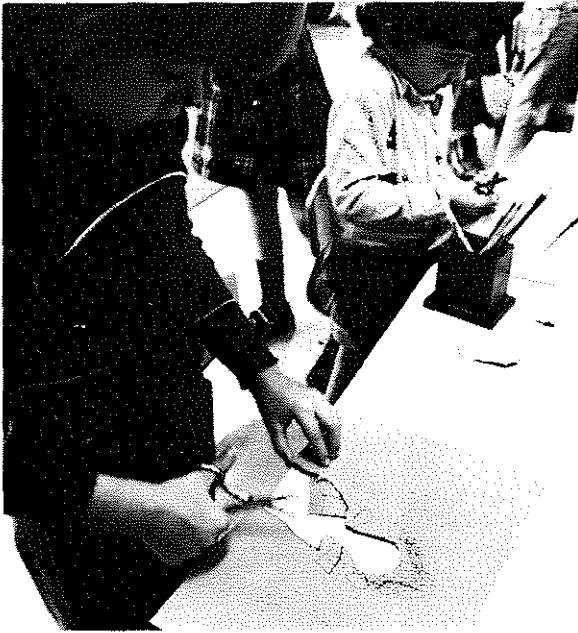
Het emotionele aspekt komt hier duidelijk naar voren; de hond is voor hem belangrijker dan het huis. Er wordt niet gelet op de verhouding. Maar als je Daniël vraagt hoe het in werkelijkheid is, weet hij het wel. Dan begint hij met het maken van een hok.

Voorzichtig vraag ik hem:

.... 'Is dat een hondenhok?'

'Nee, natuurlijk niet. Daar past hij toch niet in! Het is een konijnshok.'





Waarschijnlijk heeft hij nagedacht over mijn vraag betreffende het huis en de hond.

De figuren worden niet meteen vastgeplakt, zodat er nog verschuivingen mogelijk zijn. Jeroen is klaar met het maken van de figuren en plaatst ze van bovenaf, dus in verticale lijn, in de doos.

.... 'Kijk eens door het gat.'

'Hé, ze staan verkeerd.'

Jeroen heeft bij het plaatsen niet gelet op de kijkrichting in horizontale lijn, vanaf het gat gezien. We kijken nu tegen de achterkant aan. Hij wil zijn fout verbeteren en draait de figuren resoluut om. Op dit moment vergeet hij de positie van de figuren ten opzichte van elkaar. Terwijl hij zojuist de figuren van klein naar groot geplaatst had, waarbij de kleine figuren vooraan stonden en de grote achteraan, is nu door de omkering het tegenovergestelde ontstaan. Jeroen kijkt weer in de doos via het kijkgat.

.... 'Zie je nu alles?'

'Ja.'

'Zie je het jongetje?'

'Nee.'

De deksel wordt opgetild.

.... 'Hier staat hij. Hij is er wel, maar je zag hem niet. Wat moet je nu doen?'

'Dan moet hij dààr staan.' ...

Hij kijkt meteen weer door het gat, om te controleren of het te zien is. De vraag is dus: wat plaats ik voorin, wat achterin?



Astrid heeft een huis, een boom en een meisje in de doos geplaatst.

.... 'De boom is niet helemaal te zien', zegt de juf.

'Maar dat geeft toch niet.'

Alsof ze wil zeggen: je weet toch dat er een hele boom staat. Je hoeft niet de gehele dingen te zien, om er iets van te kunnen zeggen.

.... 'Wat zal ik zien, als het gat aan de andere kant gemaakt wordt?'

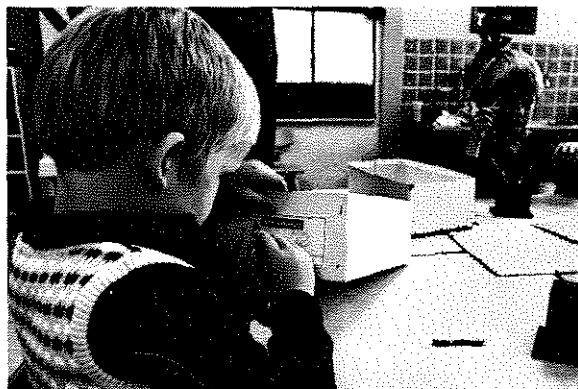
'Aan de achterkant', vraagt Edwin, 'dan zie je niks.'

'Jawel', roept Astrid, 'dan zie je de poppetjes wel, maar aan de achterkant staat niks getekend.'

'En als ik de figuren nu eens aan twee kanten ga kleuren?'

'Ja, dan kan het wel!'

'Nee', zegt Jeroen, 'want dan zie ik het jongetje niet meer, net als straks, hè juf?'



Jeroen had het al ervaren, maar voor de andere kinderen is het moeilijk om dit te begrijpen. Daniël komt na enig overleg tot de ontdekking

dat zijn konijnenhok dan niet meer te zien is, omdat het huis en de hond groter zijn.

.... 'Nu wil ik graag een gat maken aan de zijkant, kan dat?'

Het is moeilijk voor de kleuters om zich te realiseren wat ze in gedachten zullen zien.

.... 'We maken in één doos een echt gat aan de zijkant, waardoor ieder kan kijken hoe het er van binnen uitziet.'

'Hé, de figuren staan scheef, je ziet ze haast niet. Je kijkt erlangs.'

'Hoe zou dat komen?'

'Je moet ze draaien.'

'Ja, dat is zo, maar als ik nu dit poppetje erin zet, dan kun je het toch nog wel zien. Alleen niet van de voorkant, maar van de zijkant.'

Hier komt duidelijk de wisseling van tweedimensionaal naar driedimensionaal naar voren.

Edwin probeert het te zeggen.

.... 'Het papieren poppetje is plat en dit poppetje is dik.'

'Nu maak ik aan de onderkant een gat, wat zou ik dan kunnen zien?'

'Dat kan niet!'

'Pak je doos maar en houd hem boven je hoofd. Nu doen we net of er een gat in zit. Welke kant kijk je nu op?'

'Naar boven.'

'Kijk eens in de klas naar boven!'

'De lamp zie ik ... het dak!'

'Dan zie je de deksel', zegt Astrid.

Deze laatste activiteiten vereisen een goed voorstellingsvermogen, een zich inbeelden in een bepaalde situatie.

we gaan nog eens in onze kijkdoos kijken

.... 'Maak eens een tekening van wat je in de doos ziet.'

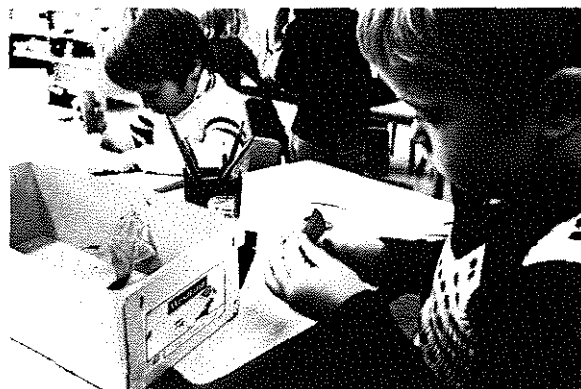
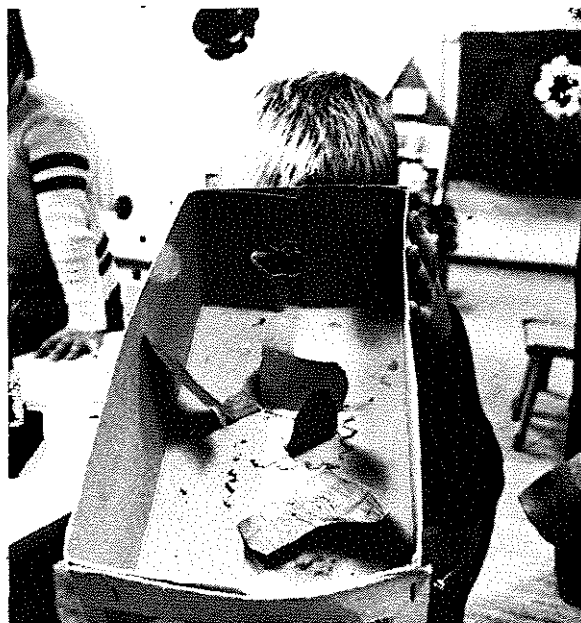
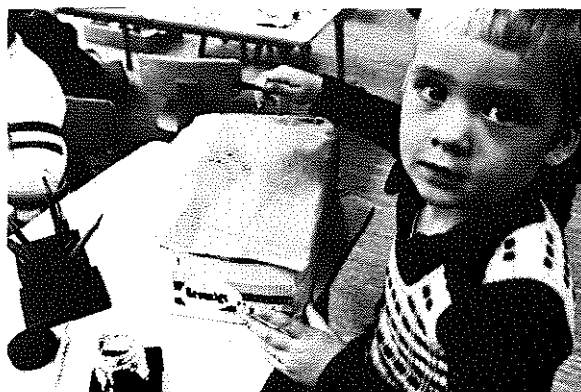
Het plaatsen van voorwerpen in de ruimte, is gemakkelijker dan het in perspectief te verwerken op papier. De kleuter bevindt zich meer in het stadium van het tekenen der dingen op één lijn.

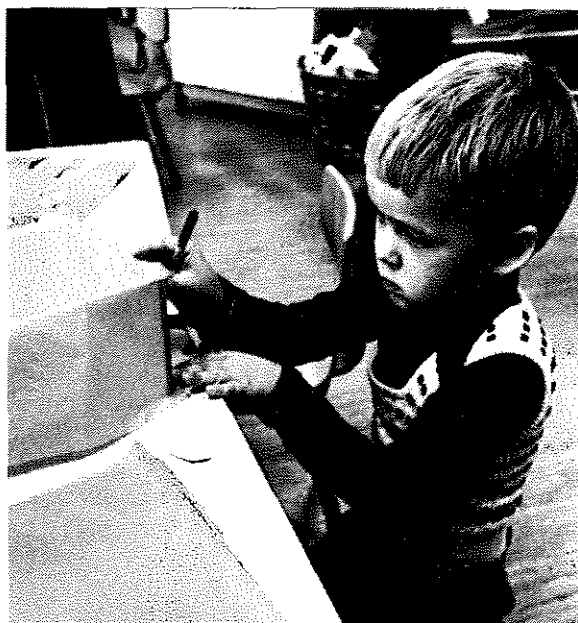
Saskia (5;5) en Martin (6;0) gaan als volgt te werk. Hun kijkdoos stelt een bos voor.

Saskia begint met het tekenen van de bomen. Ze maakt er drie op een rij. Dan komen de poppetjes; één poppetje kun je niet helemaal zien, het hoofd is achter de boom verscholen. Ze tekent het lijf vòòr de boom, maar het gezicht wordt door de takken heen getekend.

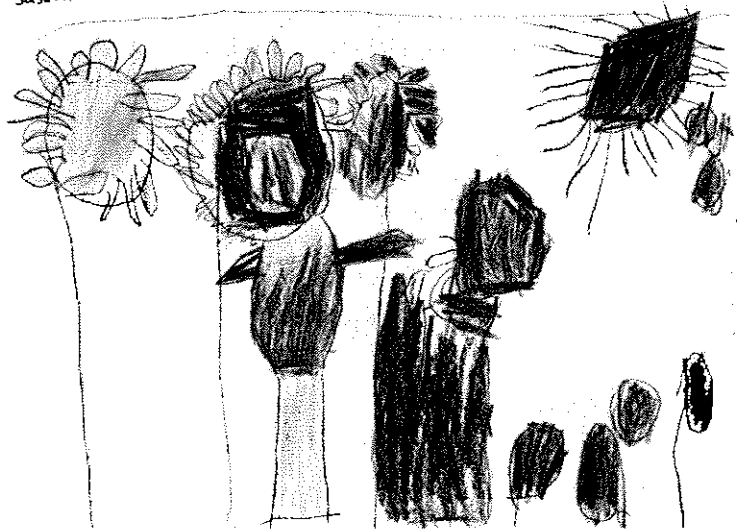
.... 'Een kind zonder hoofd staat zo vreemd', vindt Saskia.

De paddestoelen, die in de doos vòòr de bomen staan, worden naast de bomen getekend, omdat er vòòr geen plaats meer is. De vogel,





saskia 5:5 min.



die aan de zijkant van de doos is geplakt, wordt op het randje van het papier getekend.

Martin kijkt tijdens het tekenen steeds in de doos.

.... Hij zegt: 'Ik moet even afkijken.'

Hij is wat onzeker en vraagt:

.... 'Moet het zo, juf? Ik kan geen vogel maken, hoor, maar hij hoort er wel bij.'

Hij tilt de deksel op en bekijkt de vogel van dichtbij. Nu probeert hij hem toch na te tekenen.

.... 'Even het gum halen, want hij wordt te groot. Zo, nu ben ik klaar. Kijk, dit zijn de paddestoelen. Het zijn er drie, want in de doos staan er ook drie.'

'En de bomen, zijn dat er evenveel?', vraagt juf.

'In de doos staan er vijf en op papier zijn er één, twee, drie, vier, vijf, zes. Is dat goed?'

'Nee, er is een boom te veel.'

'Heb je de bomen wel goed geteld?'

Hij begint weer opnieuw met tellen.

.... 'Eén, twee, drie, o nee, dat is een paddestoel. Ik heb toch vijf bomen getekend', zegt hij verrast.

'Nu is het klaar. Ik maak er nog een zon bij, maar die staát niet in de doos, hè.'

korte analyse

Een van de wezenskenmerken van menselijk gedrag, is het vermogen om het eigen waarnemings- en ervaringsbeeld tot onderwerp van beschouwing te maken.

In zekere zin vereist dit een 'buiten zichzelf treden': we ontdoen onze waarneming/ervaring van z'n emotionele componenten, o.m. om een redeneerproces op gang te brengen. Via mentale voorstellingsbeelden kan die kon-

krete werkelijkheid dan langzamerhand tot wiskundig model verschralen.

Langzamerhand! Oòk — en vooral — in het wiskundeleerproces. In z'n meest elementaire vorm immers, zal het 'wiskundig' handelen zich nauwelijks aan die concrete werkelijkheid onttrekken.

En voor de jonge kleuter is het zelfs al een hele stap om te ontdekken, dat je het eigen wereldbeeld tot onderwerp van beschouwing kunt nemen. Hem daarin te stimuleren door welgekozen situaties en materialen, kan men dan ook tot de allereerste 'wiskundelessen' rekenen. Welnu, de hiervoor beschreven activiteiten willen we vanuit dat oogmerk bekijken: in een geleidelijke opbouw 'dwingen' we de kleuter om z'n ervaringen op steeds hoger nivo, tot onderwerp van beschouwing te nemen.

een bekend spel: observeren

Het opnemen van de diverse voorwerpen in het geheugenbeeld wordt versterkt door er even over te praten. Ongemerkt kan door kijken en praten dan ook een zekere (deel-)structuur in de verzameling voorwerpen ontstaan. Die structuur versterkt zich en wordt functioneel bij het zoeken naar het vermiste voorwerp:

.... 'Daar lagen die bal, appel en doos bij elkaar.'

'Daar lag rood en blauw.'

'Dat blok lag achter de fles.'

'Daar lagen drie knikkers naast elkaar.'

De vraag aan de kleuter(s) die het vermiste voorwerp vond(en): 'hoe heb je het ontdekt?', is belangrijk. Niet alleen kan tot uitdrukking komen òf en hòe de betrokken kleuter (deel-)structuren, relaties zag — wat andere kleuters een volgende keer kan stimuleren hetzelfde te doen — maar tevens wordt geappelleerd aan het taalvermogen om de eventuele 'strategie' te verwoorden.

Door het spel te herhalen en te compliceren, krijgt het zoeken naar een strategie (structuur, relaties) nog een ekstra stimulans.

de verrekijker: oriënteren

Met het voorgaande spel vragen we van de kleuter — in 'wiskundige' zin — niet meer dan een stukje waarnemingswereld indringender te beschouwen, dan voor direkt affektief gedrag nodig zou zijn geweest.

Met 'de verrekijker' gaan we een stap verder: vèr-kenning van een relatief onbekend waarnemingsbeeld, door hèr-kenning van bekende ervaringen. Het wereldje door de kijker gezien,

is zo nauw verbonden met de ogenwerkelijkheid, dat de confrontatie van beide weinig problemen oplevert. Maar juist daardoor krijgt het 'nadenken' over dat eigen wereldbeeld — i.c. de relatie standplaats-afstand-beeldgrootte — weer een ekstra mogelijkheid. In z'n primitiefste vorm trouwens, heeft dit 'nadenken' de gedaante van proberen-ervaren.

Het echte nadenken wordt gestimuleerd met de vraag om te *voorspellen*, waar je moet staan om door de kijker de hele poppenhoek te zien. 'Als ik hier sta, dan zie ik het prikbord helemaal, dus als ik'

Op dit nivo een te abstrakte denkvorm, omdat de kleuter zich geheel mentaal in een andere situatie moet verplaatsen.

de kijkdoos: rekonstrueren

Bij de kijkdoos krijgt de kleuter de mogelijkheid, om z'n ervaringen bij spel en verrekijker mede ten grondslag te leggen aan het herscheppen van het eigen wereldbeeld, op kleinere schaal.

Door proberen en doen en door echt nadenken, wordt de kleuter nogmaals geconfronteerd met 'matematische' aspecten, als:

— onderlinge verhoudingen;

— standpunt-afstand-zichtbaarheid.

Steeds stelt juf vragen vanuit de concrete spelsituatie, om dit bewustwordingsproces te stimuleren, en/of om de kleuters hun ervaringen te doen verwoorden.

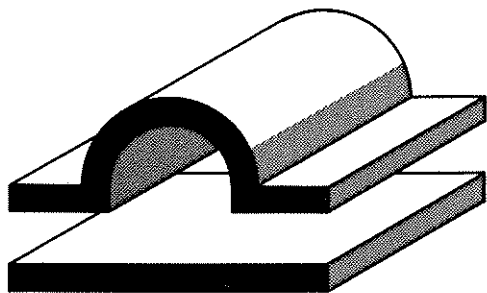
En het is juist de nabijheid van de kijkdoos bij de eigen ervaringswereld, die het inlevingsproces vereenvoudigt en daardoor het 'uit zichzelf treden' vergemakkelijkt.

Daardoor ook kon Daniël — pag. 18 — z'n te groot uitgevallen hondenhok, direkt transformeren tot een konijnenhok: de emotionele spelsituatie was gered met een overgang naar de alledaagse wereld, juist omdat hij het verhoudingsaspect in de kijkdooswereld goed doorzien had! Wiskunde op z'n best: ervaren-begrijpen-toepassen.

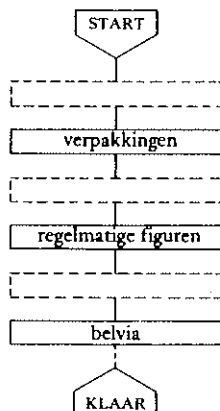
Uit het voorgaande zal duidelijk zijn, dat met de kijkgaten aan de zij- en bovenkant van de kijkdoos, nogmaals een nivoverhoging bepaald wordt in de beschouwing van het eigen wereldbeeld; weer wisselen mentaal voorstellingsbeeld en handelend bezig zijn elkaar af.

Het maken van een tekening tenslotte, van wat in de kijkdoos te zien is, herschept de driedimensionale kijkdooswereld op het tweedimensionale papier: vergeefs proberen sommige kleuters de ervaring van perspektief en verhoudingen, in potlood weer te geven.

wiskunde in de brug- periode



REGELMATIGE FIGUREN



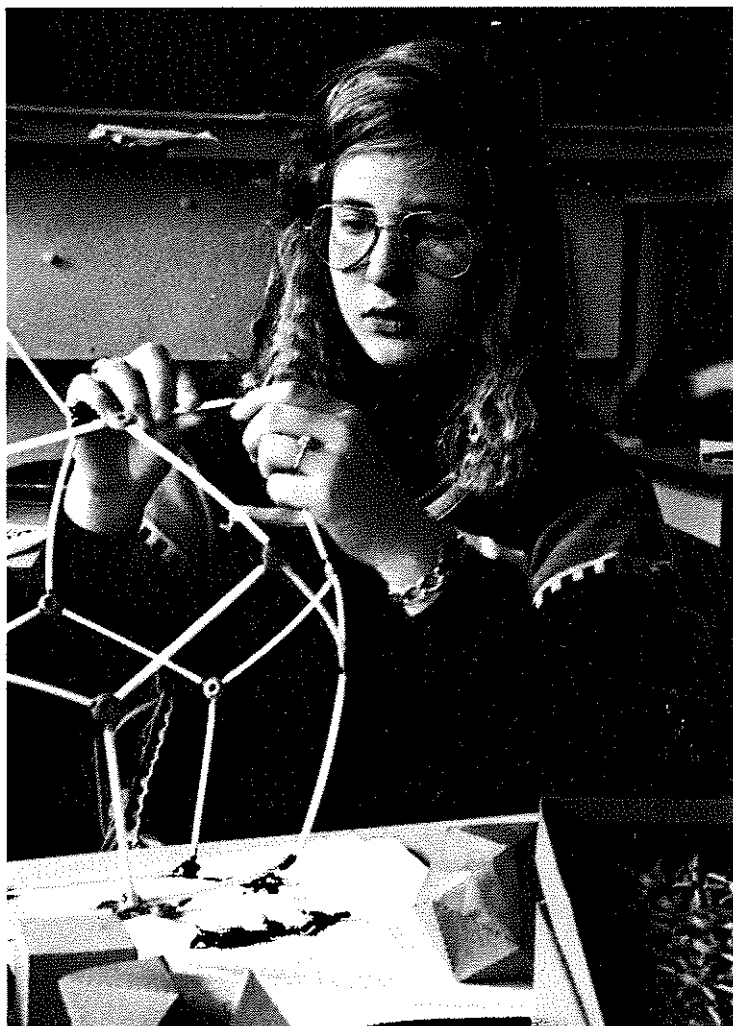
Het (blok-)schema van het wiskunde-programma voor de brugperiode is nog lang niet klaar, hoewel een aantal leerstofpakketten hierin al een duidelijke plaats heeft gekregen. Zoals de drie meetkundestukken, waarvan u er al twee kent uit de beschrijvingen in het wiskobas-bulletin: verpakkingen¹⁾ en belvia.²⁾ In dit artikel willen wij een beeld schetsen van de inhoud van het derde onderwerp, regelmatige figuren, dat enerzijds aansluit op de verkenning van ruimtelijke figuren aan de hand van verpakkingsmateriaal, en anderzijds een aanzet geeft tot nadere beschouwing van de kubus in het thema belvia.

MARTIN KINDT

inleiding

In tegenstelling tot 'verpakkingen' en 'belvia', wordt in het thema 'regelmatige figuren' niet uitgegaan van een kontekst buiten de wiskunde. Net als vroeger dus: meetkunde om de meetkunde. Toch is er verschil met het traditionele meetkundeonderwijs. Het aspect van de ruimtelijke oriëntatie en het esthetisch aspect van de meetkunde, komen hier veel royaler aan bod.

Regelmatige en halfregelmatige veelvlakken blijken fascinerende voorwerpen te zijn voor de leerlingen, vooral als ze deze zelf hebben vervaardigd!



En hier valt een ander belangrijk verschil tussen het werken met dit pakketje en het werken vanuit een traditioneel meetkundeboek op. De leerlingen werken namelijk voortdurend met concrete materialen, zoals kartonnen modellen, staafjesmodellen, e.d. Het is een voortdurende wisselwerking van praktisch en mentaal werken.

1) Jaargang 6 nr. 1, pag. 37 e.v.

2) Jaargang 6 nr. 3, pag. 41 e.v.



doelen

De voornaamste doelen, die wij ons bij dit pakketje hebben gesteld, zetten we even op een rijtje:

- verdere verkenning van de (geometrische) ruimte;
- tekenen en interpreteren van ruimtelijke figuren;
- kennismaking met een aantal elementair meetkundige begrippen;
- redeneren bij telproblemen.

serie a

Het pakketje bestaat uit vier delen. Serie *a* behandelt de regelmatige veelvlakken. Bij wijze van instapprobleem wordt de voetbal geïntroduceerd:



- Uit hoeveel zwarte en witte stukjes leer bestaat de voetbal?

De leerlingen proberen vanaf de foto te tellen. Sommigen durven het aantal zichtbare vlakjes met twee te vermenigvuldigen, anderen houden vol dat je meer dan de helft van de bal op de foto ziet. Dan wordt de bal echt getoond. Allerlei strategieën komen naar voren: kruisjes zetten op de vlakjes, met een touwtje de bal in twee halve bollen verdelen.

Een leerling is aan het rekenen geslagen:

.... 'Hoe kan dat nou juf, 12 zwarte en om elke zwarte zitten vijf witte, dat wordt 60.'

Een andere leerling weet daar wel raad op en na enige discussie ontstaat de juiste redenering.

Vervolgens worden, naar aanleiding van een afbeelding van de vijf regelmatige veelvlakken, zogenaamde staafjesmodellen gemaakt van limonaderietjes. Het is een heel geknutsel, maar wel erg leerzaam.

- Hoeveel staafjes heb je eigenlijk nodig?
- Alle staafjes moeten even lang zijn.
- In elk punt komen evenveel staafjes bij elkaar.

– ...

Een leerling heeft de afbeelding van het twaalfvlak niet zo nauwkeurig bekeken en vlecht een groot net van zeshoeken in elkaar. 'Meneer, het blijft maar plat, hoe kan dat nou?'

Vervolgens worden de ontdekkingen geïnventariseerd.

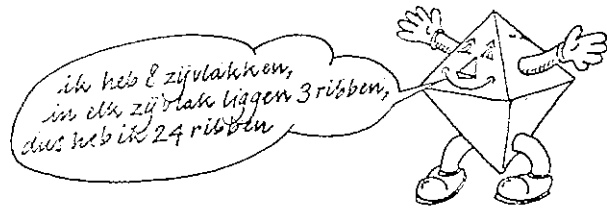
► Wanneer zou je een veelvlak regelmatig noemen?

► Zouden er nog andere regelmatige veelvlakken bestaan?

Ribben, hoekpunten en zijvlakken worden geteld en namen geleerd.

► Het achtvlak-mannetje (zie hiernaast) kan zijn eigen ribben niet allemaal zien. Hij heeft er echter wat op gevonden. Klopt zijn redenering wel?

Dit aspekt, het kombinatorisch tellen, komt in het vervolg een aantal keren terug, bijvoor-



beeld bij het tellen van diagonalen en diagonaalvlakken.

De *a*-serie wordt afgesloten met de bekende houtgravure 'Sterren' van Escher.

STERREN

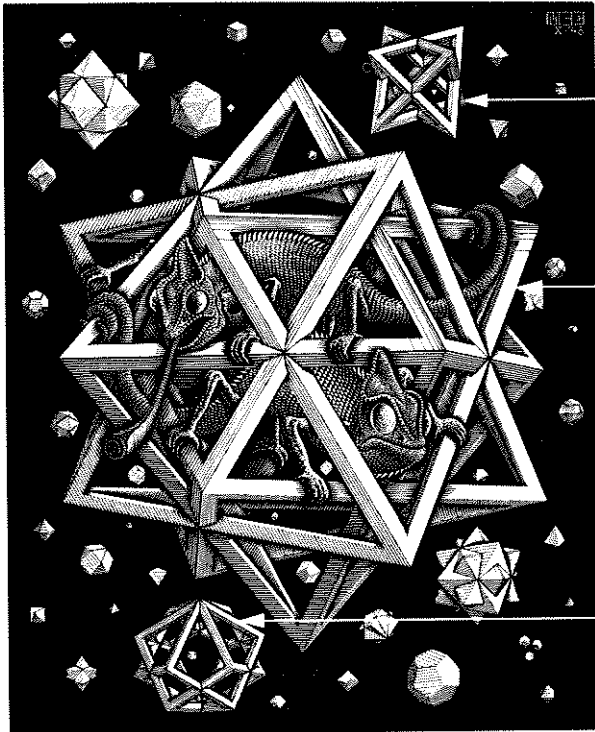
De hier afgebeelde plaat is een reproductie van de houtgravure 'Sterren' van de bekende nederlandse kunstenaar M.C. Escher (1898-1972).

► De tekening, waar het cijfer 1 bijstaat, is opgebouwd uit twee regelmatige veelvlakken.

Kleur het ene veelvlak rood en het andere blauw.

Schrijf bij het cijfer 1 de naam van deze regelmatige veelvlakken.

► Doe hetzelfde voor tekening 2.



1 _____

3 _____

2 _____

► De kooi waarin de kameleons gevangen zijn, is ook opgebouwd uit een aantal regelmatige veelvlakken.

Kleur elk van die veelvlakken.

Schrijf bij het cijfer 3 de naam van die regelmatige veelvlakken.

► Kun je nog meer regelmatige veelvlakken in deze plaat terugvinden?

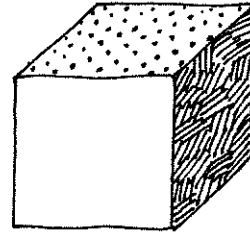
Schrijf bij elk veelvlak dat je vindt, de juiste naam.

serie b
Een van de vijf regelmatige veelvlakken is de

kubus. Deze komt in serie b wat beter uit de verf.

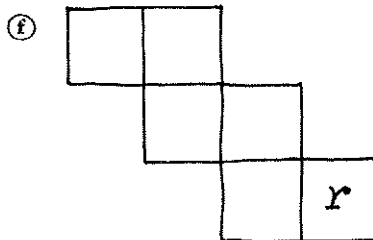
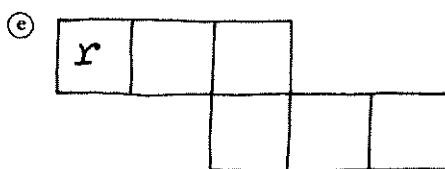
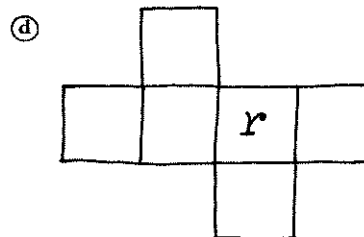
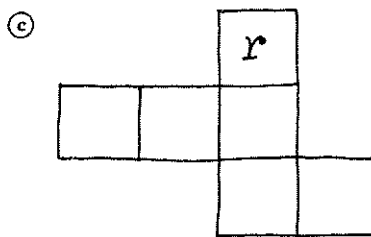
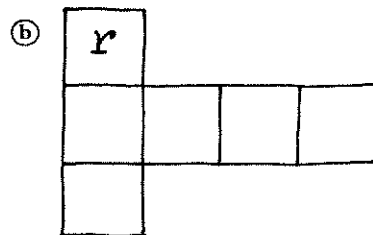
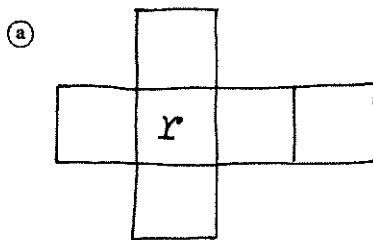
GEKLEURDE KUBUS

Deze kubus is in drie kleuren geverfd: rood, wit en blauw. Elke twee overstaande zijvlakjes hebben dezelfde kleur.



Hieronder zie je zes verschillende bouwplaatjes van de kubus. In elk van die figuren is de plaats van een rood vlakje aangegeven.

► Geef elk vlakje een passende kleur.

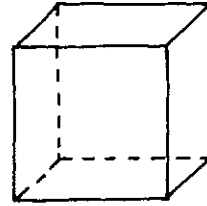


Belangrijk is ook hier weer, dat de leerlingen zo nodig kunnen beschikken over kartonnen modellen of staafjesmodellen om bijvoorbeeld een diagonaalvlak op maat te maken.

Ook aan het stereometrisch tekenen (rol van de stippellijnen) wordt enige aandacht besteed.

STAAFKUBUSSEN

In een tekening van een kubus worden meestal drie ribben met stippellijnen getekend.

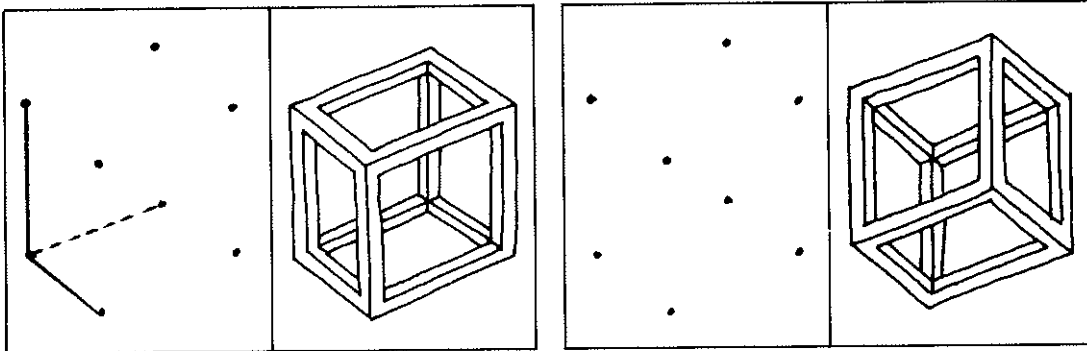


► Waarom?

► In de linker figuur moeten nog negen ribben van een kartonnen kubus getekend worden.

Teken die negen ribben. Denk erom, ribben die je niet ziet, moeten gestippeld worden.

Zorg ervoor dat de figuur die je tekent, overeenkomt met de staafkubus ernaast.



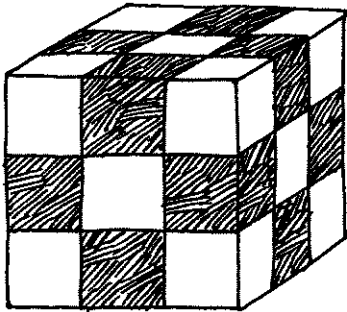
► Doe hetzelfde bij de rechter tekening. Maar nu moet je alle ribben zelf tekenen.

► En wat vind je van de staafkubus in het plaatje hieronder?



Erg inspirerend werkt de puzzel van de houtworm en de kubus.

Onderstaande kubus is opgebouwd uit zwarte en witte kubusjes. Nergens liggen twee kubusjes van dezelfde kleur naast elkaar.



Een houtworm bevindt zich in het hart van de grote kubus. Hij wil zich een weg eten door de kubus en daarbij elk zwart en wit kubusje één keer aandoen.

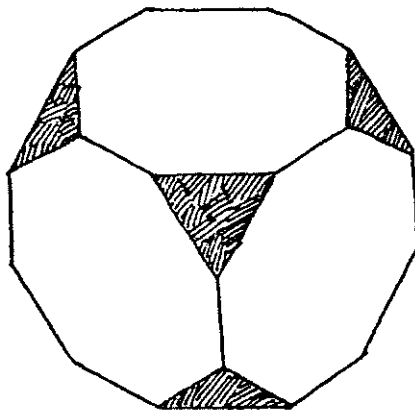
- ▶ Kan dat?
- ▶ Kun je ook uitleggen waarom?

serie c en d

In serie *c* komt dan eindelijk de planimetrie aan bod: regelmatige veelhoeken. De leerlingen hebben deze natuurlijk al lang ontdekt. Ook hier worden de criteria van regelmatigheid door de klas opgesteld. Met regelmatige veelhoeken kun je ook halfregelmatige veelvlakken bouwen (serie *d*). Zo'n veelvlak ontstaat door het afzagen van regelmatige veelvlakken.

AFGEZAAGDE KUBUS

Als je van een kubus alle punten afzaagt, krijg je deze figuur:

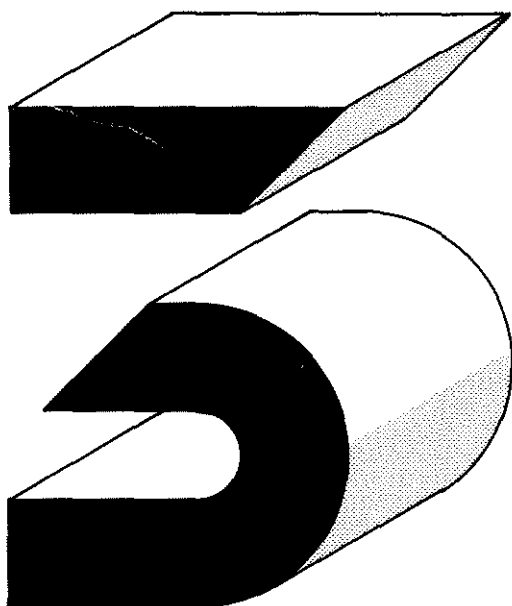


- ▶ Hoeveel zijvlakken heeft dat veelvlak? _____
- ▶ En hoeveel ribben? _____
- ▶ En hoeveel hoekpunten? _____
- ▶ Verknip de bouwplaat nu zo, dat je hiermee zo'n afgezaagde kubus kunt maken. (De driehoekige gaten mogen open blijven!)

Aan het slot van serie *d* krijgen de leerlingen de kans zich uit te leven in het vervaardigen van fraaie modellen, waaronder de 'voetbal'. In de klas wordt een aantal modellen opgehangen, hetgeen een sfeervolle decoratie van het wiskundelokaal geeft.



spullenkatern



In dit derde katern komt aan de orde:
inleiding (1);
nieuw rekenen voor het basisonderwijs (2);
op veilig spoor (3);
uitkomst (4);
vijf vijftigers (5);
reacties auteurs (6);
vervolg (7).

INLEIDING (1)

Nadat we in het eerste spullenkatern¹⁾ de reken/wiskundemetoden inventariseerden en in het tweede katern²⁾ startten met subjectieve methodenverhalen over *operator rekenen* en *niveaucursus rekenen*, volgen nu besprekingen over de methoden:

- *nieuw rekenen voor het basisonderwijs*;
- *op veilig spoor*;
- *uitkomst*;
- *de grondslag*;
- *naar aanleg en tempo*;
- *reken maar*;
- *naar zelfstandig rekenen*;
- *functioneel rekenen*.

Voor alle duidelijkheid herhalen we nog een keer hoe deze besprekingen tot stand komen. We spreken van 'subjectieve methodenverhalen' omdat ze – na individuele of groepsgewijze studie – geschreven zijn door wiskobasmedewerkers; ieder met een eigen aanpak en een eigen taalgebruik. Allen echter vanuit dezelfde opvattingen over wiskundeonderwijs op de basisschool. Vervolgens zijn schoolteams gekonsulteed. De wiskobasgroep heeft tenslotte de totaliteit nog eens uitvoerig besproken en heeft zich geheel akkoord verklaard met de teneur en inhoud der verhalen.

Uit de reacties die we de afgelopen weken ontvingen, blijkt dat de bedoelingen van de katernen duidelijk zijn overgekomen. Over genoemde subjectieve aanpak is ook ternauwernood misverstand ontstaan. In het algemeen tenderen de opmerkingen in de richting van: ga door in de ingeslagen richting; zorg ervoor dat de verhalen duidelijk blijven; geef een keer een samenvattend overzicht.

In het voor u liggende katern is zoveel mogelijk met deze opmerkingen rekening gehouden.

¹⁾ Wiskobas-bulletin, jaargang 6 nr. 1.

²⁾ Wiskobas-bulletin, jaargang 6 nr. 3.

Overigens loopt in dit katern de aandacht die aan de verschillende methoden besteed wordt — kwa hoeveelheid tekst — sterk uiteen. Twee methoden krijgen een uitgebreide bespreking: *nieuw rekenen voor het basisonderwijs* (2) en *op veilig spoor* (3). De methode *uitkomst* (4) wordt kort besproken, terwijl onder de titel *vijf vijftigers* (5) een vijftal methoden met slechts enkele zinnen wordt gekarakteriseerd.

NIEUW REKENEN (2)

HUUB JANSEN

'Nieuw rekenen voor het basisonderwijs'¹⁾ — kortweg nr — is uitgegeven in 1969. Volgens opgave van de uitgever wordt deze methode op ongeveer 3000 scholen gebruikt.²⁾ Stellen we gemaksbalve het aantal leerlingen op gemiddeld 100 per school, dan volgt daaruit dat zo'n slordige 300.000 nederlandse kinderen dagelijks met deze methode worden gekonfronteerd. Misschien een wat royaal uitgevallen berekening, maar in elk geval rechtvaardigt het aantal gebruikertjes een nadere beschouwing. Allereerst (1) geven we naast een opsomming van de materialen, de te onderscheiden leerstofcategorieën en de uitgangspunten, een globale indruk. Vervolgens wordt in een achttal paragrafen (2 tot en met 9) nader ingegaan op deze uitgangspunten; in hoeverre zijn de genoemde uitgangspunten aanwijsbaar in de methode? Paragraaf (10) bevat enkele eindkonklusies. In de slotparagraaf (11) worden, vanuit gesprekken met schoolteams, aanvullingen gegeven.

► MATERIAAL EN UITGANGSPUNTEN (1)

De methode bestaat uit de volgende materialen:

- algemene inleiding;
- 12 leerlingenboekjes, 1a, 1b tot en met 6b, met handleidingen voor de onderwijzer(es);
- losbladige controlebladen voor het tweede tot en met zesde leerjaar;
- een overzichtsboekje, waarin de verschillende categorieën van de rekenleerstof die aan de orde komt, zijn aangegeven.

De inhoud van de methode bevat de bekende categorieën van het traditionele rekenen:

- voorbereidend rekenen;
- optellen en aftrekken;
- vermenigvuldigen en delen;

¹⁾ Auteurs: werkgroep onder redactie van B. Bruinsma; uitgever: Bosch & Keuning, baarn (sinds 1 juli 1976: uitgeverij Bekadidact, baarn).

²⁾ Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 6 nr. 1.

- meten en metriek stelsel;
- gewone breuken en decimale breuken;
- procenten en verhoudingen;
- geldrekenen;
- getallen;
- onderwerpen als: klokkijken, kalender,romeinse cijfers, grafieken, tabellen, spoorboekje, posttarieven, benzineverbruik; meetkundige begrippen als: rechthoek, vierkant, driehoek en kubus.

De algemene aanschaffkosten voor een zesklassige school met 30 leerlingen per klas, begroten we op ca f 3800,—. Jaarlijks terugkerende kosten aan verbruiksmateriaal: ca f 650; (voor 180 leerlingen). Alle prijzen exclusief didactisch materiaal.

In de algemene inleiding worden de *uitgangspunten* vermeld, waarop de methode is gebaseerd, voorzien van een min of meer uitgebreide toelichting. Met verwijzingen naar de literatuur waarin de schrijvers te rade zijn gegaan. De literatuurlijst geeft een beeld van de binnen- en buitenlandse rekendidactische kennis van zaken van de zestiger jaren.

Deze uitgangspunten van de methode zijn als volgt weer te geven:

- aandacht voor het voorbereidend en aanvankelijk rekenen;
- werken op eigen nivo;
- afstemmen van de leersituaties op het kind;
- aandacht voor het inzichtelijk en functioneel rekenen;
- aandacht voor het hoofdrekenen;
- zorg voor automatiseren en nauwkeurig cijferen;
- bevorderen van de intrinsieke motivatie;
- regelmatig peilen van de vorderingen en het analyseren van fouten.

een eerste indruk (1.1)

Een allereerste indruk van de rekenmethode ontstaat, door te bladeren in de leerlingenboekjes. Een stapeltje van 12 deeltjes, genummerd van 1a tot en met 6b, suggererend dat per leerjaar twee deeltjes doorgewerkt moeten worden. Het zijn handzame boekjes. In deeltje 1a en in het begin van 1b staan gekleurde platen, die 'levensechte' situaties voorstellen, aan de hand waarvan juf en kinderen tot eerste rekensituaties kunnen komen.

Gekleurde tekeningetjes zijn er — in afnemende mate — ook nog in de deeltjes 2a en 2b. In de deeltjes voor de hogere leerjaren vallen de kleinere letters en cijfers op en de grote hoeveelheid sommen die op elke bladzijde is opgenomen. Er valt veel werk te verzetten door de kinderen, om dat lastige rekensysteem onder de knie te krijgen. Ook de variatie in som-

men is groot: in bijna elke volgende opgave wordt een ander onderwerp, een andere vaardigheid aan de orde gesteld.

Hieronder een willekeurige bladzijde uit een van de leerlingenboekjes (deeltje 5a):

Taak 12 1. a. $100 - 7 - 8 - 5 - 12 =$ b. $100 - (7 + 8 + 5 + 12) =$
 $350 - 7 - 6 - 4 - 9 =$ $350 - (7 + 6 + 4 + 9) =$
 $275 - 75 - 5 - 3 - 25 =$ $275 - (75 + 5 + 3 + 25) =$
 $860 - 100 - 11 - 14 - 74 =$ $860 - (100 + 11 + 14 + 74) =$
 $900 - 50 - 140 - 13 - 6 =$ $900 - (50 + 140 + 13 + 6) =$

A § 3



2. $7 \times \dots = 910$ 3. $\dots \times 134 = 804$ 4. Elk getal $856 \times$
 $8 \times \dots = 1000$ $\dots \times 425 = 1275$ 493 $f 0,53$
 $3 \times \dots = 408$ $\dots \times 150 = 1200$ 605 $f 0,09$
 $9 \times \dots = 612$ $\dots \times 144 = 432$ 870 $f 0,98$
 $6 \times \dots = 264$ $\dots \times 575 = 2875$ 872 $f 0,27$

5. $58/2768$ $73/2185$ $8/58736$ $192/9216$
 $9/7851$ $98/4604$ $24/83496$ $186/18096$
 $124/3278$ $375/10000$ $45/92700$ $118/8732$

6. $\dots \times 1 \text{ dm} = 1 \text{ m}$ $100 \times \dots = 4 \text{ l}$ 7. $\frac{12}{5} : 4 =$
 $\dots \times 1 \text{ kw.} = 1 \text{ rijkd.}$ $10 \times \dots = 8 \text{ dam}$ $3 \times \frac{1}{10} =$
 $\dots \times 2 \text{ cm} = 2 \text{ m}$ $1000 \times \dots = 9 \text{ km}$ $1 - \dots = \frac{3}{4}$
 $\dots \times 4 \text{ m} = 4 \text{ km}$ $1000 \times \dots = 3 \text{ kg}$ $12\frac{3}{4} - 3\frac{3}{4} =$
 $\dots \times 7 \text{ m} = 7 \text{ hm}$ $100 \times \dots = 6 \text{ hg}$ $5 = \frac{\dots}{\dots}$
 $\dots \times 4 \text{ m} = 4 \text{ dam}$ $10 \times \dots = 2 \text{ dl}$

8. a. 5x aftrekken met hetzelfde getal.
 37715 34485 37000 26445 50000 4000
 $- 7543$ $- 6897$ $- 7396$ $- 5289$ $- 9999$ $- 777$

b. Hoe kun je de uitkomsten van som 8a controleren?
 Doe het maar.

9. Wat is de 2 waard? de 3? de 4? de 5? de 6? de 7? de 8?
 a. 2345,678 b. 6782,345 c. 4567,823 d. 5678,2345
 e. 876,5432 f. 5467,632 g. 4564,456 h. 2233,232
 Voorbeeld: 2345,678 2000 300 40 5 0,6 0,07 0,008

10. Oom Karel verdient f150 per week. Hoeveel weken moet hij werken om f1200 te verdienen?
 Aan welke som van 3 denk je nu? $\frac{1 \text{ wk}}{\dots \text{ wk}} \left| \begin{array}{l} f 150 \\ f 1200 \end{array} \right.$

64

Wat valt uit deze bladzijde te lezen?

Allereerst: er is een indeling in taken; vanaf het tweede leerjaar ruim 15 taken per deeltje. De taken zijn verdeeld in a-, b- en c-paragrafen, gericht op een gedifferentieerde aanpak. De algemene inleiding vertelt hierover:

De A-taak is in alle leerjaren voor alle kinderen. Leerlingen die met de A-taak klaar zijn, gaan in deeltjes 2a en 2b door met de B-taak; en in de hogere deeltjes met de B-taak (eenvoudige oefen- en herhalingsstof) of (en) met de C-taak (moeilijker leerstof)

In de A-taak geeft § 1 de basis-, de kernleerstof. De B-taak (hogere leerjaren) een beperking van de basisleerstof. De C-taak aanvullingsleerstof. De A § 2 sluit aan bij de levenssituatie van het kind en biedt mogelijkheden voor de integratie van de A § § 1.

dieper graven (1.2)

De uitgangspunten waarop de methode is gebaseerd, gekombineerd met de rekenleerstof-kategorieën waaruit de methode is samengesteld, bieden aangrijpingspunten voor een diepgaander analyse.

Als criterium voor onze analyse hebben we de vraag gesteld of de genoemde uitgangspunten aanwijsbaar zijn in de methode. Anders gezegd: biedt deze methode wat er in de inleiding wordt omschreven en ... beloofd? En ook: welke an-

dere, niet genoemde uitgangspunten zijn eventueel nog te signaleren?

Ons antwoord tonen we aan de hand van 'momentopnamen' uit de verschillende leerjaren. Momentopnamen, die naar onze mening karakteristiek zijn voor *nr.*

► AANDACHT VOOR HET VOORBEREIDEND EN AANVANKELIJK REKENEN (2)

In het eerste leerjaar van de huidige lagere school vindt het voorbereidend en aanvankelijk rekenen plaats.

suggesties (2.1)

In de handleiding voor de onderwijzeres wordt hiervoor een groot aantal suggesties gegeven: liedjes, spelletjes, gesprekjes, oefeningen aan de hand van plaatjes in de leerlingenboekjes, suggesties voor onderwijsleersituaties, waarin de kinderen vanuit het 'hanteren' van hoeveelheden via verbaliseren tot symboliseren moeten komen. In deze periode is er grote aandacht voor de taalontwikkeling: het verwerven door de kinderen van hoeveelheidsbegrippen (meer, meest, minder), ordeningsbegrippen (eerste, middelste, laatste) en ruimtelijke begrippen (vòòr, achter). Getallen tot tien worden achtereenvolgens als aanduiders van hoeveelheden aangeleerd. Het 'symboliseren' van concrete voorwerpen door fiches, stippen, e.d., is hierbij een tussenstap in het leerproces. Het leren analyseren van hoeveelheden gebeurt door het structureren ervan: het leggen in rijen, groepjes en patronen.

kanttekeningen (2.2)

Ondanks de veelheid van goede suggesties voor onderwijsleeractiviteiten, enkele kritische kanttekeningen:

- In de algemene inleiding wordt opgemerkt, dat kinderen verschillend in ervaring, ontwikkeling en aanleg het (reken-)onderwijs binnenstappen. Noch over de wijze waarop deze verschillen zich in het beginnend rekenen kunnen manifesteren, noch over de manier waarop de onderwijzeres er op in kan spelen, is in de onderwijzershandleiding iets te vinden.
- De spelletjes, de plaatjes, de gesprekjes, die in handleiding en leerlingenboekjes worden aangeboden, bevatten nooit een 'probleemsituatie' waarbinnen het structureren, ordenen en symboliseren een zin kunnen krijgen en waardoor de leerlingen gestimuleerd kunnen worden tot geestelijke activiteit.
- Getallen zijn steeds aanduidingen van hoeveelheden. De getallen tot en met tien worden stuk voor stuk aangeleerd. De ordening van de getallen, de telrij, speelt nauwelijks

een rol. De getallenlijn als visueel model komt niet voor.

- Sommier worden meet- en weegactiviteiten aangegeven. Dat kinderen van deze leeftijd nog een intuïtief begrip van een eigenschap als 'gewicht' kunnen bezitten, wordt niet aangegeven. Maar vooral: ook hier geen probleemsituaties, waarin het vergelijken van grootheden met betrekking tot een bepaalde eigenschap en het afpassen met een handig gekozen maat, ontwikkeld kan worden.
- Deze bladzijde geeft het eind van een voorbereidende rekenfase aan:

3 + 4 = 7

1. 4 + 2 = ... 2. ... + ... = ...

3. hoeveel is

4. 2 + 3 = 3 + 1 = 1 + 1 =
 3 + 1 = 4 + 2 = 2 + 2 =
 4 + 2 = 6 + 2 = 4 + 4 =
 6 + 2 = 5 + 3 = 3 + 3 =
 5 + 2 = 2 + 4 = 5 + 5 =

5. vertel

Nu moeten echte sommen gemaakt worden met '+' en '=' teken. Konijnen moeten worden opgeteld als heuse getallen. Het lijkt alsof ze uit schaamte hun rug naar de kinderen toekeren.

- En dan komen de eerste rijtjes. 'Veel laten doen', zegt de handleiding. Doen, dat wil zeggen: de som, de opgave wordt gegeven, en met fiches of met de vingers bepalen de kinderen de uitkomst. Optellen is daarbij niet de beschrijving van een handeling, waarbij een hoeveelheid zich wijzigt, maar het samenvoegen en opnieuw tellen, als uitvoering van een in symbolen beschreven opdracht. Hier missen wij de getallenlijn als model, waaraan de kinderen — concreet of mentaal — de optelhandeling voor ver-

schillende getallen op nog niet geautomatiseerd nivo kunnen verrichten.

- Van de 45 verschillende optelsommen met de getallen één tot en met negen en met uitkomst hoogstens tien, moeten de kinderen er onmiddellijk zo'n dertigtal maken. Het optellen van deze getallen dient geautomatiseerd te worden. Terecht, zal de lezer opmerken. Maar dan wel binnen een voor kinderen zinvolle kontekst en niet geïsoleerd.
- Toch kunnen we stellen, dat *nr* de nodige aandacht aan het voorbereidend en aanvankelijk rekenen schenkt en de onderwijzers vele suggesties biedt voor goede activiteiten.

► WERKEN OP EIGEN NIVO (3)

We hebben de indeling in taken al genoemd. Een indeling, die een individuele of groepsgevoerde verwerking mogelijk maakt. Een gedifferentieerde verwerking in *a*-, *b*- of *c*-taken, vanuit een gelijktijdige aanbieding van nieuwe leerstof.

Als voorbeeld een bladzijde uit 2a:

Toek 8

1. 8 + ... = 10	2. 10 - 3 = ...	3. 10 - 3 = ...	4. 7 - 4 = ...
7 + ... = 10	10 = 2 + ...	10 - 4 = ...	10 - 7 = ...
1 + ... = 10	10 = 9 + ...	10 - 8 = ...	8 - 3 = ...
6 + ... = 10	10 = 7 + ...	10 - 9 = ...	9 - 7 = ...
5 + ... = 10	10 = 4 + ...	10 - 1 = ...	6 - 2 = ...

A

5. 2 + ... = 10	6. 9 = 4 + ...	7. 15 + 4 = ...	8. 4 + 15 = ...
4 + ... = 10	6 = 1 + ...	10 + 7 = ...	6 + 13 = ...
9 + ... = 10	7 = 6 + ...	13 + 6 = ...	1 + 14 = ...
6 + ... = 10	8 = 2 + ...	17 + 2 = ...	9 + 7 = ...
3 + ... = 10	10 = 5 + ...	14 + 1 = ...	7 + 9 = ...

9. 100 = 90 + ... 100 = 40 + ... 90 = 80 + ... 90 = 30 + ...
 100 = 80 + ... 100 = 30 + ... 90 = 70 + ... 90 = 20 + ...
 100 = 70 + ... 100 = 20 + ... 90 = 60 + ... 90 = 10 + ...
 100 = 60 + ... 100 = 10 + ... 90 = 50 + ... 80 = 10 + ...
 100 = 50 + ... 100 = 0 + ... 90 = 40 + ... 70 = 10 + ...

meer minder. Hoeveel heb ik?

10 c 1c meer 2 c minder

1. Griet heeft 16 appels. Ik heb 3 meer. Ik heb ...
 2. Wim heeft 15 knikkers. Ik heb 4 minder. Ik heb ...
 3. Jo heeft 9 knikkers. Ik heb 6 meer. Ik heb ...
 4. Henk heeft 15 peren. Ik heb 3 minder. Ik heb ...
 5. Henk heeft 15 peren. Ik heb 3 meer. Ik heb ...

B

1. Vul zelf getallen in. Je mag bij elk getal zoveel sommen maken, als je wilt.

12 = ... + ...	16 = ... + ...	11 = ... + ...
14 = ... + ...	18 = ... + ...	7 = ... + ...
15 = ... + ...	9 = ... + ...	20 = ... + ...

2. Klaas heeft 10 noten. Lies heeft 6 noten.
 3. Mien heeft 8 cent. Joop heeft 1 stuiver.
 4. Maak zelf een paar sommen met meer en minder.

verschil in tempo (3.1)

Duidelijk wordt, dat het voorgestelde differentiatiesysteem vooral het verschil in tempo van de kinderen als uitgangspunt heeft. Een leerling die vlot de rijtjes sommen van één tot en met negen heeft doorgewerkt, kan toekomen

Opgave 1 is, zoals de lezer konstateert, geen meetopdracht maar een telopdracht. De opgaven 2 tot en met 11 zijn nog eenvoudiger. Immers, het zijn lijnen uit één 'stuk' ...!

In de handleiding lezen we dat kinderen graag meten. O.i. een juiste opmerking; meten betekent immers in de eerste plaats handelend bezig zijn en dat past bij kinderen. Wanneer we echter stellen, dat meten 'zinnvol handelen' betekent, dat wil zeggen: handelen vanuit een bepaalde vraagstelling en gericht op het op gang brengen van een leerproces, dan dienen we de kinderen daarvoor ook geschikte situaties te bieden. Situaties, waarbinnen het vergelijken, het kiezen en hanteren van een maat, het afpassen, het benaderen, het toekennen van een meetgetal aan een grootte, als zinnvol ervaren en geleerd kan worden.

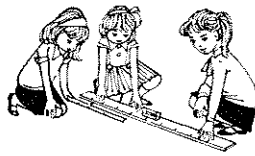
Het huisje onderaan de bladzijde biedt daarvoor mogelijkheden. Maar de 'meetlijn' van *nr* wordt in de volgorde van de opgaven duidelijk: eerst de techniek van het meten aanbrengen — merk op dat in de opgaven 2 tot en met 11 alle lijnstukjes van één cm tot en met tien cm voorkomen! — en dan toepassen.

Ook uit het vervolg van het meten in *nr* wordt deze gedragslijn duidelijk:

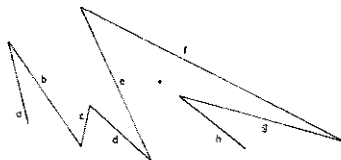
Toak 2 1. 1 m = .. cm
1 dm = .. cm
A § 2 1 m = .. dm



10 dm = 1 ..
100 cm = 1 ..
10 cm = 1 ..

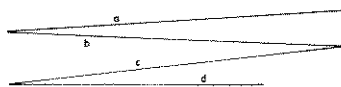


2. Elk lijntje heeft een naam gekregen: a, b enz. Meet elk van deze lijntjes.



a = .. cm
b = .. cm
c = .. cm
d = .. cm
e = .. cm
f = .. cm
g = .. cm
h = .. cm
Samen .. cm

3. Meet elke lijn en tel op:



a = .. cm
b = .. cm
c = .. cm
d = .. cm
Samen .. cm

4. Teken op de manier van som 3 een gebroken lijn van 35 cm (= 10 cm + 10 cm + 10 cm + .. cm)

5. a. Teken op dezelfde manier een gebroken lijn van 24 cm (= 10 cm + 10 cm + 4 cm);
b. Teken een gebroken lijn van 45 cm.

1. Meet: Mijn bank is lang .. cm = .. dm + .. cm
2. Meet: Het lokaal is lang .. m + .. dm

deel 3a

opmerkingen (4.2)

- In het metriek stelsel komt de decimeter na de centimeter. *Nr* volgt deze 'opbouw' als leidraad voor het leren meten. Dat de meter

als maateenheid in de kinderlijke ervaring waarschijnlijk een belangrijker plaats inneemt, speelt geen rol.

- Een nieuwe eenheid — in dit geval de decimeter — wordt zonder meer aangeleerd. De onderwijzershandleiding geeft aan:

'Teken een lijn van 10 cm. In plaats van 10 cm zeggen we ook: 1 decimeter.'

- Het leren meten wordt sterk in dienst gesteld van het leren (om)rekenen in het metriek stelsel.
- Nog steeds wordt de kinderen geen situaties geboden, waarin het meten — bijvoorbeeld langs de gebroken lijn — in een zinvolle kontekst kan plaatsvinden.

onder de streep (4.3)

Kenmerkend in dit verband zijn de opgaven onder de streep; hier wél opdrachten waarbij kinderen handelend bezig kunnen zijn. Het was hen al beloofd door het plaatje met de drie metende meisjes rechts bovenaan de bladzijde. Maar pas nadat de reken- en omreken-sommen, die weinig met meten te maken hebben, zijn gemaakt. De algemene inleiding zegt hierover:

'Om het rustig werken te bevorderen, werden de 'echte' meet- en weeg oefeningen onder aan de bladzijde geplaatst: de opgaven 'onder de streep'.'

Als laatste meetvoorbeeld een bladzijde uit 4a, waarin 'gewicht' aan de orde komt:

taak 5

A § 1



1. 1 kilogram = .. gram
kilo betekent 1000. Zo ook 1 km = .. m



2. a. hecto betekent 100.

1 hectogram (hg) = .. gram Zo ook 1 hm = .. m.
1000 gram = 1 .. 100 gram = 1 .. 1000 m = 1 .. 100 m = 1 ..

b. In plaats van 1 hectogram zeggen we ook 1 ons.

1 ons = 1 .. = 100 .. 1 ons = .. gram

c. Het honderdste deel van 1 kg = .. gram

3. Een lengtemaat geeft aan de lengte, de breedte, de hoogte.

Een gewicht geeft aan hoe zwaar iets is.

In het goede vak:

gewicht	lengtemaat	kg	een ons	500 gram	m
		km	1 mm	70 dm	g
		hg	een pond	10 km	300 g
		hm	5 cm	400 gram	300 m

4. 1 kg — 1 hg = .. hg 3 hg = .. g 1 hg — 10 g = .. g
1 kg — 3 hg = .. hg 9 hg = .. g 1 hg — 50 g = .. g
1 kg — 9 hg = .. hg 10 hg = .. g 1 hg — 60 g = .. g

5. Kies steeds het goede woord.

Eén gram suiker is (veel, weinig, heel weinig, heel veel).

6. 100 g is .. als een ons.

7. 1 pond = .. ons = .. g = $\frac{1}{2}$ kg.

8. 1 kilo = .. g = .. pond = .. ons.

1 pond is .. als 500 gram.

1 pond is .. als een $\frac{1}{2}$ kilo

9.* Weeg: 1 hg bonen: 3 hg zand.

10.* Weeg zelf ook eens wat en schrijf er een sommetje van op.

18

Ook hier weer het aanbrengen van formele kennis, vooral gericht op het kunnen maken van (om)rekensommen. Wij hebben ons overigens het hoofd gebroken over de vraag wat het goede antwoord op vraag 5 zou zijn. 'Héél weinig', zegt de onderwijzershandleiding. 'Het hangt er maar vanaf hoè je het bekijkt', zou een leerling kunnen antwoorden, als hij zich niet zo moest haasten om aan de opgaven onder de streep — de opgaven met een sterretje — toe te komen.

samenvattende opmerkingen (4.4)

Samenvattend laten wij het aan de lezer over om de impliciet aanwezige uitgangspunten, waarop naar onze mening het leren meten volgens de methode *nr* berust, op hun juistheid te beoordelen:

- Het leren van begrippen zonder voldoende voorafgaande ervaringen. Het *nà*-doen en *nà*-zeggen wordt benadrukt.
- Het leren meten gebeurt niet vanuit voor kinderen zinvolle probleemsituaties. Evenmin worden de kennis en ervaringen, die kinderen in buitenschoolse activiteiten hebben opgedaan, ingeschakeld.
- Het leren meten is eenzijdig gericht op het leren omrekenen binnen het metriek stelsel. Opbouw van dit formeel-abstrakte systeem is uitgangspunt en einddoel van het leerproces.
- Het meten beperkt zich tot grootheden als lengte, gewicht, omtrek, oppervlakte, inhoud. Meten van grootheden als tijd, snelheid, e.d., komt niet voor. Het bepalen van oppervlakte beperkt zich tot het aanbrengen en toepassen van de regel: $O = l \times b$.
- Het leren en beoefenen gebeurt fragmentarisch: bladzijden met 'meetopdrachten' zijn steeds afzonderlijk en op geïsoleerde wijze in de leerlingenboekjes opgenomen.

► AANDACHT VOOR HET INZICHTELIJK EN FUNKTIONEEL REKENEN (5)

In de algemene inleiding lezen we:

'Geen schoolvak is er, dat zo snel en 'afdoende' kan leiden tot schijnresultaten als rekenen.'

Schijnresultaten zijn te verwachten als nieuwe begrippen worden aangeleerd vanuit een onvoldoende oriënteringsbasis, als leerlingen te weinig gelegenheid krijgen om zelfstandig tot abstrakties te komen, als te vlug de stap gemaakt moet worden naar het kunnen hantieren van toepassingen van het begrip en naar het inoefenen van algoritmische vaardigheden. Wij hebben ons afgevraagd hoe het begrip 'verhouding' in *nr* aan de orde wordt gesteld

en op welke wijze geprobeerd is schijnresultaten te vermijden.

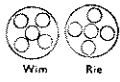
verhoudingen (5.1)

Het verhoudingsbegrip wordt in *nr* voorbereid door groeperen en splitsen. Bijvoorbeeld op bladzijde 11 van deeltje 3a:

Taak 3

A § 2

1. a. Wim en Rie verdelen 10 knikkers. Ieder krijgt evenveel.
Leg de knikkers in het goede schaalteje.
Eén voor één. Eén voor Wim. Eén voor Rie, enz.



b. ○○○○○○○○○○ Teken de rij knikkers na.
Kleur het deel van Wim rood, en het deel van Rie blauw.

c. ●●●●●○○○○○ 10 = 2 × ... 10 = 5 + ...

2. 2 kinderen delen. Ieder krijgt evenveel.

40 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	40 kn. = 2 × ... kn.
80 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	80 kn. = 2 × ... kn.
18 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	18 kn. = 2 × ... kn.
30 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	30 kn. = 2 × ... kn.
2 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	2 kn. = 2 × ... kn.

3. 3 kinderen delen. Ieder krijgt evenveel.
Dus de knikkers steeds in 3 gelijke groepen verdelen.
Zie hieronder: ○○○○○ = één groep.

a. 12 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	12 kn. = 3 × ... kn.
b. 18 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	18 kn. = 3 × ... kn.
c. 24 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	24 kn. = 3 × ... kn.
d. 27 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	27 kn. = 3 × ... kn.
e. 3 knikkers	Ieder krijgt ... kn.	3 kn. = 3 × ... kn.

4. ○○○ Voor dit figuurtje heb ik ... knikkers nodig.

Ik heb:	Hiervan kan ik maken:	
15 knikkers	... figuurtjes	15 kn. = ... × 3 knikkers
21 knikkers	... figuurtjes	21 kn. = ... × 3 knikkers
27 knikkers	... figuurtjes	27 kn. = ... × 3 knikkers
9 knikkers	... figuurtjes	9 kn. = ... × 3 knikkers
30 knikkers	... figuurtjes	30 kn. = ... × 3 knikkers

11

Kenmerkend is de eenzijdige, getalsmatige benadering. Verhoudingen in voor kinderen bekende situaties — vergroten, verkleinen, projecties, schaduwen, e.d. — komen niet voor. Een ander aspect is de beperking tot één specifieke situatie: het in gelijke delen verdelen van aantallen *knikkers*. Dat ook andere zaken verdeeld kunnen worden en dat ook ongelijk verdelen mogelijk is, wordt niet getoond. Bovendien: de wijze van verdelen (één voor één) wordt aangeboden, zonder andere mogelijke verdelingswijzen die kinderen naar voren kunnen brengen, een kans te geven.

Met grotere getallen en bij het verdelen in méér dan twee gelijke porties, lijken de auteurs onoverkomelijke moeilijkheden voor de kinderen te verwachten. Immers, in opgave 3 zijn de verdeelresultaten al gegeven. De kinderen behoeven slechts tot negen te kunnen tellen om de goede antwoorden in te vullen.

'kruismodel' (5.2)

In de deeltjes voor het derde, vierde en vijfde leerjaar komen we het 'kruismodel' tegen:

1 kilo	2 pond	Hoeveel pond?	2 kilo	3 kilo	6 kilo
3 kilo	.. pond		4 kilo	12 kilo	16 kilo
1 kilo	2 pond	Hoeveel kilo?	6 pond	10 pond	14 pond
..	6 pond		4 pond	12 pond	20 pond

Een dergelijk model vergemakkelijkt het rekenen, het verkrijgen van een goede uitkomst, maar kan ook leiden tot schijnresultaten, als het niet ontwikkeld is vanuit voorgaande ervaringen en de kinderen niet de gelegenheid geboden wordt om tot zelfstandige hantering en toepassing van het model te komen.

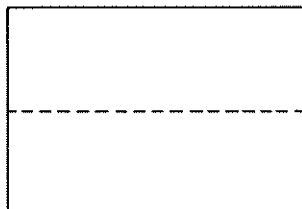
'levensechte situaties' (5.3)

Overigens merken we op, dat vooral in de deeltjes voor de hogere leerjaren de rekenopgaven regelmatig ontleend worden aan 'levensechte' situaties: aardrijkskunde, supermarkt, spoorwegen, spaarbankboekje, e.d. De geboden situatie is echter steeds niet meer dan een *aanleiding* voor het rekenen. Het rekenen wordt aan de situatie opgehangen en komt niet voort uit de problemen, die in de situatie zelf te vinden zijn.

Eksplisiet komen verhoudingen aan de orde in deeltje 6b. Ook wordt de term 'verhouding' daar voor het eerst gebruikt:

En op de vraag: 'wat betekent het dat 18 kinderen en 12 kinderen zich verhouden als 3 en 2?', kan de onderwijzer in eerste instantie slechts reageren met de bekende mond vol tanden. In tweede instantie bedenkt hij misschien een probleem als:

'Een klas met 18 kinderen en een andere klas met 12 kinderen moeten een stuk grond voor schooltuintjes verdelen. Is dit een eerlijke verdeling:



Gevolgd door vragen als: 'waarom is deze verdeling niet eerlijk?' en 'wie weet een betere verdeling?'

Jammer genoeg ontbreken dergelijke suggesties in de onderwijzersboekjes. Verhoudingen spelen ook een rol bij begrippen als snelheid en dichtheid. Van het laatste een voorbeeld uit deel 6b:

taak 1

Verhoudingen

A § 1

1. Deze knikkers liggen keurig in 5 rijtjes onder elkaar.

a. Ik zie hier het veld van 5 bij ..
 b. .. = 5 x ..
 c. Er zijn samen .. knikkers.
 De kinderen zijn verdeeld in 5 groepjes van ..

2. a. Teken 5 groepjes van 6 knikkers.
 b. Je kunt deze 5 groepjes van 6 knikkers verdelen in 3 groepjes van 6 en nog .. groepjes van 6.

3. Rudie en Yvonne tellen hun knikkers. Dat is leuk! Rudie kan precies 3 groepjes van 6 maken en Yvonne kan precies 2 groepjes van 6 maken. Teken na. Zet de namen van Rudie en Yvonne op de goede plaats.

4. 18 knikkers = .. x 6 knikkers
 12 knikkers = .. x 6 knikkers
 We kunnen zeggen dat 18 knikkers zijn 3 groepjes van .. en 12 knikkers zijn 2 groepjes van ..
 We spreken van een *verhouding*;
 18 kinderen en 12 kinderen verhouden zich als de getallen 3 en 2.
 18 en 12 verhouden zich als 3 en 2.
 We schrijven: 18 : 12 = 3 : 2

Taak 12 Hoeveel mensen wonen er gemiddeld?

- A § 2**
- Een eiland is 100 ha groot. Op dat eiland wonen 400 mensen. Gemiddeld wonen op 1 ha .. mensen. $\frac{1 \text{ ha} | \dots \text{ mensen}}{100 \text{ ha} | 400 \text{ mensen}}$
 - Een eiland heeft een oppervlakte van 3 km². Op dat eiland wonen 750 mensen. Gemiddeld wonen daar op 1 km² .. mensen. $\frac{1 \text{ km}^2 | \dots \text{ mensen}}{3 \text{ km}^2 | 750 \text{ mensen}}$
 - De N.O.-Polder is groot 480 km². Er wonen ongeveer 31.000 mensen. Hoeveel mensen wonen er gemiddeld op 1 km²? (afronden).
 - De provincie Groningen heeft een oppervlakte van 2300 km². Er wonen ongeveer 510.000 mensen. Gemiddeld wonen in Groningen op 1 km² ongeveer .. mensen (afronden).
 - De provincie Noord-Holland heeft een oppervlakte van 2800 km². Er wonen ongeveer 2.229.000 mensen. Gemiddeld wonen er op 1 km² .. mensen (afronden).
 - Gemiddeld aantal inwoners in elke provincie, per 1 jan. 1969.

Provincie	Inwoners per km ²	Beantwoord:
Groningen	223	a. Welke provincie is het dichtst bevolkt?
Friesland	153	b. Welke provincie is het dunst bevolkt?
Drente	136	c. Hoe komt het, dat er per km ² in Zeeland minder mensen wonen dan in Zuid-Holland? (denk aan de steden).
Overijssel	238	d. Welke 3 provincies zijn het dichtst bevolkt?
Gelderland	295	e. In welke 2 provincies zul je de meeste grote plaatsen vinden?
Utrecht	590	
Noord-Holland	832	
Zuid-Holland	1037	
Zeeland	173	
Noord-Brabant	356	
Limburg	456	

samenvattende opmerkingen (5.4)

- Het verhoudingsbegrip wordt op beperkte, eenzijdige wijze aangeleerd: het uitgangspunt is steeds gezocht in de getallen. Het meetkundig aspect van verhoudingen komt niet aan de orde.

- Voor het rekenen binnen verhoudingen wordt één model – het kruismodel – gepresenteerd op een wijze, die het verkrijgen van uitkomsten zonder inzicht mogelijk maakt.
- Problemen of opgaven, waaruit het denken in verhoudingen zich kan ontwikkelen of waarbinnen het toepassen van het verhoudingsbegrip mogelijk wordt, zijn in de leerlingentekst weinig aanwezig.

► AANDACHT VOOR HET HOOFDREKENEN (6)

Uit de algemene inleiding allereerst een drietal uitspraken:

'Inzicht in de structuur van de getallen, hoofdrekenen, het schatten (met inzicht) nemen in alle deeltjes een ruime plaats in.'

'Hoofdrekenen is altijd functioneel, inzichtelijk rekenen.'

'Steeds wordt naar middelen gezocht om het geveesde 'vercijferen' te voorkomen.'

De vraag rijst, op welke wijze deze uitspraken in de methode een concrete uitwerking hebben gekregen. Al bladerend zijn we, vanaf de deeltjes voor het tweede leerjaar, de volgende 'typen' tegengekomen:

zelf zoveel mogelijk sommen bedenken en maken (6.1)

Bijvoorbeeld:

1. Maak zelf zoveel mogelijk vermenigvuldigungssommen. ($\dots \times \dots = 42$)
De uitkomsten zijn:

42	64	36	20	100	120
21	27	40	36	80	90

 1)

Dergelijke opgaven bieden veel mogelijkheden voor activiteiten om getalstructuren te verkennen en te leren kennen. Het feit dat dergelijke opgaven in de *c*-taken – 'moeilijke leerstof' – zijn ondergebracht, lijkt ons overigens geen stimulans voor de onderwijzer(es) om hier veel aandacht aan te schenken.

op de snelste en/of eenvoudigste manier berekenen (6.2)

Bijvoorbeeld:

2. Bereken zo snel mogelijk uit het hoofd:

$24 \times 125 =$	$48 \times 55 =$	$56 \times 35 =$	$99 \times 83 =$
$36 \times 75 =$	$36 \times 55 =$	$42 \times 65 =$	$98 \times 15 =$

 2)

We laten het aan de lezer over, om de opgave

1) Deeltje 3a, pag. 69 som 1 van C § 2.

2) Deeltje 5a, pag. 36 C § 2.

3) Deeltje 5a, pag. 83 som 6*a.

4) Deeltje 5a, pag. 55.

24×125 op zoveel mogelijk verschillende manieren uit te rekenen, en daarbij na te gaan welke manier de snelste is. Wij menen dat het laatste ook niet belangrijk is. Tegen elektronische rekenmachines kunnen we toch niet op. Als het gaat om 'inzichtelijk rekenen', dan is het zoeken naar meer dan één manier en vooral naar de eraan ten grondslag liggende 'wetmatigheden' van groter belang. Ook nu zal het afhangen van de onderwijzer of dergelijke opgaven daarvoor aangegrepen worden.

In de deeltjes voor het vijfde en zesde leerjaar komen we dergelijke opgaven ook tegen, waarbij expliciet gevraagd wordt: welke manier pas je toe?

6*. Bereken snel uit het hoofd. Welke manier pas je toe?

$$\begin{aligned} \text{a. } 5 \times 148 = & 8 \times 725 = & 386 + 199 = & 278 + 297 = & 8 \times f0,92 = 3, \\ & 7 \times 125 = & 5 \times 86 = & 725 - 199 = & 754 - 298 = & 15 \times f0,96 = 3, \end{aligned}$$

Een opgave met een sterretje! Dus alleen voor de beste rekenaars? Dat zou jammer zijn! Wil rekenen meer zijn dan het aanleren en toepassen van oppervlakkige vaardigheden, dan dienen alle leerlingen zich hun werkwijze(n) vaak bewust te maken.

en nu snel (6.3)

Vanaf deeltje 5a zijn regelmatig rijtjes sommen opgenomen onder de titel: en nu snel.

Een voorbeeld:

En nu snel.

- | | | |
|-----------------------------------|---|--|
| 1. $6 - \frac{1}{2} =$ | 8. $1 \text{ hl} - 15 \text{ l} = \dots \text{ l}$ | 15. $3 \text{ uur} - 14 \text{ min.} = \dots \text{ min.}$ |
| 2. $\dots \times \frac{1}{8} = 1$ | 9. $\frac{1}{5} \text{ m} = \dots \text{ cm}$ | 16. $200 \text{ min.} = \dots \text{ u.} + \dots \text{ min.}$ |
| 3. $\frac{4}{5} : 7 =$ | 10. $2 \text{ km} + 5 \text{ hm} = \dots \text{ m}$ | 17. mei en juni = $\dots \text{ dg}$ |
| 4. $25 \times 96 =$ | 11. $\frac{3}{4} \text{ uur} = \dots \text{ min.}$ | 18. 3e kwartaal = $\dots \text{ dg}$ |
| 5. $4853 - 4000 =$ | 12. $\frac{3}{10} \text{ m} = \dots \text{ dm}$ | 19. de helft van $\frac{1}{2} = \dots$ |
| 6. $7777 - 70 =$ | 13. $10 \times f3,75 = f\dots$ | 20. $7 \times 93 + 3 \times 93 = \dots$ |
| 7. $7777 - 700 =$ | 14. $4 \times f0,80 = f\dots$ | 21. $f8,75 = \dots \text{ kwartjes}$ |
- 4)

Ook hier hangt het weer voor een groot deel van de onderwijzer af, welke betekenis dergelijke sommen voor zijn leerlingen krijgen.

Samenvattend:

- Voor hoofdrekenen heeft *nr* een belangrijke plaats ingeruimd. Er ontbreken echter situaties waarin dit op functionele wijze kan gebeuren. Evenmin wordt veel gelegenheid geboden, om op meer inzichtelijke wijze met getallen en bewerkingen om te gaan. Kenmerkend in dit verband is de plaats van vele hoofdrekenopgaven in de *c*-taken. Hiermee lijkt weer te worden benadrukt: eerst vaardigheden inoefenen en dan proberen tot inzicht te komen.

► SCHATTEN (7)

In *nr* komen vrij veel opgaven voor, waarbij de uitkomst benaderd moet worden:

2. Schat wat er ongeveer uit moet komen.

Voorbeeld: 3×24 is minder dan 75, want $3 \times 25 = 75$
 3×24 is meer dan 60, want $3 \times 20 = 60$
 3×24 is meer dan 66, want $3 \times 22 = 66$

Je vergelijkt nu met uitkomsten van gemakkelijker sommen.

Streep de verkeerde getallen door, en vul in (niet vermenigvuldigen)

- a. 3×24 is meer dan (60, 90, 75), want ..
- b. 3×24 is minder dan (75, 60, 66), want ..
- c. 8×28 is meer dan (240, 200), want ..
- d. 9×46 is minder dan (460, 360), want ..
- e. 9×46 is meer dan (450, 360), want ..

1)

Uitstekende opgaven (weer in de c-taken!), want men geeft een oriënteringsbasis waarop een schatting kan berusten. Jammer, dat de getallenlijn hier geen rol speelt. Ook ontbreekt de kontekst, waarin schatten, benaderen en afronden van uitkomsten functioneel is.

► ZORG VOOR AUTOMATISEREN EN NAUWKEURIG CIJFEREN (8)

Over het cijferen vertelt de algemene inleiding van *nr* ons niet veel meer dan:

'Het snel en nauwkeurig cijferen achten we eveneens van groot belang: met name bij het werken met grotere getallen kan de doorsnee mens er niet buiten.'

Om meer aan de weet te komen, moeten de leerlingenboekjes geraadpleegd worden. Hoe wordt bijvoorbeeld het cijferend vermenigvuldigen aangeleerd en beoefend? In het tweede leerjaar zijn de tafels van vermenigvuldiging van twee tot tien aangeleerd. (In de derde klas de tafels van 12, 13, ...!)

vermenigvuldigen 'onder elkaar' (8.1)

In het vierde leerjaar wordt het vermenigvuldigen onder elkaar als nieuw 'maniertje' voorgedaan en aangeleerd:

A § 1

1. a. $27 = 20 + 7$
 b. $3 \times 27 = 3 \times 20 + 3 \times 7 = 60 + 21 = \dots$
 c. $3 \times 27 = 3 \times \dots + 3 \times \dots = \dots + \dots = \dots$

Je kunt ook zeggen $27 \times 3 = 81$
 samen 81

2. a. $3 \times 24 = 3 \times 20 + 3 \times 4$
 b. $24 \times 3 = 24 \times 3 = 72$
 samen 72

Nu zelf proberen:
 $2 \times 43 = \dots$ $3 \times 12 = \dots$ $2 \times 32 = \dots$ $4 \times 16 = \dots$ $5 \times 15 = \dots$
 $2 \times 42 = \dots$ $4 \times 12 = \dots$ $3 \times 32 = \dots$ $3 \times 14 = \dots$ $5 \times 17 = \dots$

3. Tel op. Rechts beginnen. Weet je nog waarom?
 d. $\begin{array}{r} d \\ c \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ \hline 7 \end{array} \times 2$
 c. $\begin{array}{r} d \\ c \\ 24 \\ 24 \\ 24 \\ \hline 72 \end{array}$
 2 c opschrijven 1 dubb. „onthouden”
 d. $\begin{array}{r} d \\ c \\ 25 \\ 26 \\ 3 \times \\ 3 \times \\ \hline \end{array}$
 2 c opschrijven 1 dubb. onthouden (vergelijk met 2b)

a. $\begin{array}{r} 24 \text{ c} \\ 24 \text{ c} \\ \hline \dots \text{ c} \end{array} \times \begin{array}{r} d \\ c \\ 2 \\ 4 \\ \hline \end{array}$
 b. $\begin{array}{r} 32 \text{ c} \\ 32 \text{ c} \\ \hline \dots \text{ c} \end{array} \times \begin{array}{r} d \\ c \\ 3 \\ 2 \\ \hline \end{array}$
 c. $\begin{array}{r} 24 \text{ c} \\ 24 \text{ c} \\ \hline \dots \text{ c} \end{array} \times \begin{array}{r} d \\ c \\ 2 \\ 4 \\ \hline \end{array}$

Geen poging wordt gedaan om de nieuwe

1) Deeltje 4a, pag. 29.
 2) Deeltje 4a, pag. 22.

schrijfwijze te ontwikkelen of te motiveren voor de leerlingen. Evenmin is het ons duidelijk, waarom pas in opgave 3 het geldmodel en het herhaald optellen gebruikt worden.

De vraag: 'Rechts beginnen. Weet je nog waarom?', kunnen we vanuit voorgaande kennis niet beantwoorden. In opgave 1 immers, begonnen we juist niet met de eenheden: $3 \times 27 = 3 \times 20 + \dots$

Enkele bladzijden verder volgt een uitbreiding:

4. a. $123 = 100 + 20 + 3$
 Nu zelf doen: $127 \quad 138 \quad 254 \quad 196 \quad 279 \quad 165$
 $4 \times 123 = 4 \times 100 + 4 \times 20 + 4 \times 3 = 400 + \dots + \dots = \dots$
 $4 \times 127 = 4 \times \dots + 4 \times \dots + 4 \times \dots = \dots + \dots + \dots = \dots$

5. a. Tel op: $\begin{array}{r} 123 \\ 123 \\ 123 \\ 123 \\ \hline 492 \end{array}$ Vermenigvuldig: $\begin{array}{r} 123 \\ 4 \times 24 \\ \hline 492 \end{array}$ b. Tel op: $\begin{array}{r} 127 \\ 127 \\ 127 \\ \hline 381 \end{array}$ Vermenigvuldig: $\begin{array}{r} 127 \\ 4 \times 30 \\ \hline 381 \end{array}$

492 2 opschrijven 1 onthouden 381 8 opschrijven 2 onthouden 0 opschrijven 1 onthouden

In de begeleidende tekst voor de onderwijzer wordt de volgende ingewikkelde notatie gesuggereerd:

$$\begin{array}{r} 123 \\ 4 \times \\ \hline 492 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ 4 \times \\ \hline 400 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 20 \\ 4 \times \\ \hline 80 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 3 \\ 4 \times \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 400 \\ 80 \\ \hline 480 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

Op bladzijde 42 van deeltje 4a volgt dan:

5. a. $15 \times 12 = 120 + 60 =$
 b. $\begin{array}{r} 12 \\ 15 \times \\ \hline 60 \\ 120 \\ \hline 180 \end{array}$
 $5 \times 12 = 60$ $10 \times 12 = 120$ $12 \times 15 = 180$

De manier onder a gebruiken we bij het hoofdrekenen.
 De manier onder b gebruiken we bij het cijferen.

Even later, een uitbreiding en een andere notatie:

4. $\begin{array}{r} 14 \\ 30 \times \\ \hline 420 \end{array} + \dots = \dots$ $\begin{array}{r} 14 \\ 2 \times \\ \hline 28 \end{array}$ $\begin{array}{r} 14 \\ 35 \times \\ \hline 490 \end{array}$ $\begin{array}{r} 14 \\ 18 \times \\ \hline 252 \end{array}$

Bij cijferen rechts beginnen.
 Weet je nog waarom?

Hiermee is het leren cijferend vermenigvuldigen volgens *nr* afgesloten. Er volgen vele toepassingen – rijtjes! – waarin moeilijke gevallen (nullen in vermenigvuldiger of vermenigvuldigtal) zijn opgenomen.

kommagetallen (8.2)

In het vijfde leerjaar wordt nog het vermenigvuldigen van kommagetallen geïntroduceerd (deeltje 5a, pag. 27):

3. a. $\frac{0}{36 \times} \quad \frac{0,45}{36 \times} \quad \frac{1}{36 \times}$

Let op de komma!

b. $\begin{array}{r} 45 \text{ c} \\ 36 \times \\ \hline 270 \\ 1350 \\ \hline 1620 \text{ c} = f 16,20 \end{array} \quad f \begin{array}{r} 0,45 \\ 36 \times \\ \hline 270 \\ 1350 \\ \hline 1620 \end{array}$

Waarom zal de uitkomst van $36 \times f 0,45$ minder zijn dan $f 36$?

Eerst schatten!

c. $45 \times f 0,36 = 35 \times f 0,36 =$
 $32 \times f 0,35 = 25 \times f 0,48 =$
 $65 \times f 0,25 = 86 \times f 0,55 =$
 $58 \times f 0,15 = 72 \times f 0,38 =$
 $4 \times f 0,75 = 24 \times f 0,95 =$

► **KONKLUSIES (10)**

Wij menen de methode *nieuw rekenen* te kunnen karakteriseren als een methode, waarin veel aandacht is besteed aan het rekenen in het eerste leerjaar.

Voor de hogere leerjaren staat het aanleren en inoefenen van rekenvaardigheden centraal. De wijze waarop dit gebeurt, maakt een weinig doordachte indruk en leidt o.i. niet tot het ontstaan van inzicht.

De methode biedt de leerlingen een overvloed aan rijtjes sommen en opgaven.

Veel opgaven zijn weinig zinvol. Kritische onderwijzers zullen veel kunnen weglaten en schrappen. Creatieve onderwijzers zullen wellicht binnen *nr* aangrijpingspunten vinden om tot probleem-georiënteerd en niet-geïsoleerd rekenonderwijs te komen. Vanaf het tweede leerjaar zijn daartoe echter weinig aangrijpingspunten of suggesties te vinden in de onderwijzerstekst.

Het toegepaste differentiatiesysteem lijkt bruikbaar binnen de klassikale school. De invulling ervan berust echter op de gedachte, dat het rekenonderwijs voor zwakkere leerlingen beperkt dient te blijven tot 'voordoen-na-doen-inoefenen'.

Kortom, de uitgangspunten waarop *nr* zich baseert, worden naar onze mening slechts zeer ten dele gerealiseerd.

► **AANVULLINGEN (11)**

Vanuit enkele gesprekken met schoolteams, die dagelijks met *nr* werken, kunnen nog de volgende aanvullingen gegeven worden:

- Vooral in de deeltjes voor de hogere leerjaren wordt een grote variatie in de sommen per paragraaf gekonstateerd. 'Voor je onderwijs heeft dat tot gevolg, dat de kinderen steeds om instructie vragen. Zo blijf je met vingers zitten. Steeds moet je dingen ophalen. Je kunt dus vaak niet anders dan met snelle en oppervlakkige instructies (kunstjes, foefjes) werken. Aan het bijbrengen van inzicht kom je nauwelijks toe.'
- Er wordt nogal wat bezwaar geuit tegen de indeling in *a*-, *b*- en *c*-taken, omdat zwakke leerlingen op deze manier nooit aan bepaalde soorten vraagstukjes toekomen, terwijl de *c*-taken juist voor deze leerlingen zo belangrijk zijn. 'Differentiatie met deze methode lukt eigenlijk niet goed.'
- Vaak worden, zonder voorgaande inleiding, nieuwe gevallen geïntroduceerd. 'Daar moet je op bedacht zijn, als onderwijzer. De methode geeft geen waarschuwingen in dit opzicht.'

In hetzelfde leerjaar wordt plotseling ook aandacht besteed aan het 'onthouden' bij het vermenigvuldigen:

2. **Vergelijk en vul in:**

a. $\begin{array}{r} g \ d \ c \\ 8 \ 9 \ 5 \\ 8 \ 9 \ 5 \\ \hline 8 \ 9 \ 5 \\ + 26 \ 8 \ 5 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} g \ d \ c \\ 1 \ 5 \\ 2 \ 7 \ 0 \\ \hline 24 \ 0 \ 0 \\ + 26 \ 8 \ 5 \\ \hline \end{array}$ b. $\begin{array}{r} g \ d \ c \\ 8 \ 9 \ 5 \\ \hline 3 \times \\ \hline \end{array}$ c. $\begin{array}{r} 895 \\ \hline 3 \times \\ \hline \end{array}$

↳ dubb onthouden
↳ 2 gld onthouden

↳ dubb onthouden
↳ .. onthouden

karakteristiek (8.3)

Het leren cijferend vermenigvuldigen in *nr* is te karakteriseren met:

- De nieuwe notatievorm wordt zonder meer aangeleerd. Er wordt niet geprobeerd dit voor de leerlingen functioneel te maken.
- Er wordt geen aandacht besteed aan 'moeilijke gevallen'.
- Wel wordt regelmatig aandacht besteed aan het vooraf schatten van uitkomsten en aan het vergelijken met andere (hoofdreken-) oplossingsmethoden.

► **BEVORDERING VAN DE INTRINSIEKE MOTIVATIE (9)**

Volgens de inleiding wordt getracht de intrinsieke motivatie van de leerlingen te bevorderen, o.a. door het aanbieden van rekenwerk in aantrekkelijke situaties.

In deeltje 5a bijvoorbeeld komen we in dit verband tegen:

- tijdsaanduidingen aan de hand van het spoorboekje;
- afstand en snelheid met de kaart;
- geld- en tijdrekenen aan de hand van museumbezoek;
- inhoudsberekening aan de hand van een prijslijst;
- afstanden met kilometerteller;
- geldrekenen met abonnementsprijzen;
- rekenen met winkelprijslijst;
- grote getallen aan de hand van inwoners van grote steden.

Wij denken dat dergelijke situaties aanleiding kunnen zijn tot zinvol en probleem-georiënteerd rekenonderwijs. Jammer, dat deze situaties in *nr* meestal slechts gebruikt worden, om de geleerde rekenvaardigheden in te oefenen.

- De continuïteit (de 'leeropbouw') is moeilijk herkenbaar. Vooral in het derde en vijfde leerjaar worden te grote sprongen gekonstateerd.
- In het voorbereidend rekenen krijgen bepaalde aspecten te weinig nadruk. De telrij speelt een ondergeschikte rol. Ongeschikte illustraties bij het leren optellen en aftrekken.
- Veel oude zaken uit voorgaande rekenmethoden zijn in een nieuw jasje gestoken, maar daarmee zijn nog geen 'levensechte' problematieken, tema's of projektjes ontstaan. 'Het blijft buitenkant.'
In de lagere leerjaren worden wel suggesties gegeven.
- 'We kunnen bij het kiezen van stof uit *nr* eigenlijk alleen maar te werk gaan op grond van hoeveelheid (in plaats van tien rijtjes staartdelingen, doen we er acht). Criteria van belangrijkheid worden niet gegeven en kunnen wij moeilijk overzien.'
- De kinderen moeten in *nr* wel veel werk doen, maar je hebt het gevoel dat ze door dit vele werk het rekensysteem toch moeilijk onder de knie krijgen. 'De kinderen zijn wel bezig met rekenen, maar ze leren geen rekenen.'
- De methode als geheel maakt een fragmentarische indruk.
- De methode is zodanig georganiseerd, dat invoeging van additionele materialen goed mogelijk is.

OP VEILIG SPOOR (3)

HANS FREUDENTHAL
ED DE MOOR
ROB DE JONG

In de eerste paragraaf (1) worden de materialen en uitgangspunten beschreven. Vervolgens worden de diverse onderdelen van de methode aan de orde gesteld:

- *Hokus pokus* (2);
- *Blokrekenen* (3);
- *Structuurrekenen* (4);
- *Instrumenteel rekenen* (5).

Om een indruk te geven van de samenhang der methode, wordt in (6) van twee onderwerpen (tijd, geld) nagegaan, hoe ze in de verschillende onderdelen aan bod komen. In de laatste paragraaf (7) staan enkele samenvattende opmerkingen.

¹⁾ Uitgever: Ten Brink, meppel.

²⁾ In aansluiting op een onderscheiding die ook in het flos-project wordt gemaakt.

► MATERIAAL EN UITGANGSPUNTEN (1)

De methode¹⁾ bestaat uit vier min of meer los van elkaar staande onderdelen:

- *Hokus pokus*; rekenen voor het eerste leerjaar; vertaling/bewerking van 'Zauberfibel' (auteurs Bärmann u.a.) door C. Glimmerveen en S. van der Werff.

Materiaal:

- één leerlingenboek;
- één set werkbladen; verbruiksmateriaal;
- één onderwijzersboek;
- hulpmiddelen (fiches en hoeveelheidskaarten).

- *Fundamenteel rekenen* (auteurs: Glimmerveen en Van der Werff).

Materiaal:

- twee leerlingenboeken voor de leerjaren twee tot en met zes;
- twee antwoordenboeken;
- één losbladig onderwijzersboek;
- één boekje met voorwaardentoetsen (en antwoordenboekje);
- één set administratiekaarten.

- *Structuurrekenen* (auteurs: Glimmerveen en Van der Werff).

Materiaal:

- twee losbladige mappen voor de leerjaren twee tot en met zes;
- één set bijbehorende werkbladen; verbruiksmateriaal.

- *Instrumenteel rekenen* (auteurs onbekend).

Materiaal:

- set van ca 100 meetkaarten voor de leerjaren drie tot en met zes;
- onderwijzersfolder.

Wij begroten de eerste algemene aanschafkosten, voor een zesklassige school met 30 leerlingen per klas, op ca f 3000,- (inklusief leerlingenmateriaal). Jaarlijks terugkerende kosten aan verbruiksmateriaal: ca f 325,- (voor 180 leerlingen).

onderscheiding (1.1)

In de docentenhandleiding worden drie soorten leerstof²⁾ onderscheiden:

- leerstof, gericht op het verwerven van vaardigheden;
- leerstof, gericht op het verwerven van kennis en inzicht;
- leerstof, gericht op de creativiteit.

In overeenstemming hiermee – zo schrijven de auteurs – zijn drie verschillende leergangen ontworpen:

- 'fundamenteel rekenen'; ook wel 'blokrekenen' of 'rekenen in niveaugroepen' genoemd; een 'niveau'-kursus rekenen voor de leerjaren twee tot en met zes, via blokken en taken;

– ‘structuurrekenen’; voorbeeldlessen voor klassikaal onderwijs ten behoeve van het inzichtelijk rekenen, via onderwijsleergesprekken;

– ‘instrumenteel rekenen’; meetopdrachten voor groepjes van drie leerlingen.

Los van deze drie leergangen, die te beschouwen zijn als zelfstandige deelmethoden, staat nog ‘hokus pokus’ voor het aanvankelijk rekenen – een vertaling/bewerking van een Duits boekje.

Op veilig spoor (voortaan: *ovs*) suggereert om vanaf het tweede leerjaar per 14 dagen de lessen als volgt te besteden:

– vier lessen ‘blokrekennen’; in ‘niveau’-groepen;

– drie lessen ‘structuurrekenen’; in klasseverband;

– één les ‘instrumenteel rekenen’; in kleine groepjes.

twee vragen (1.2)

In de nu volgende beschrijvingen zullen steeds twee vragen terugkeren:

• is het mogelijk deze vier op zichzelf staande deelmethoden, als één didactisch geheel te gebruiken c.q. daartoe een geschikte methodiek te ontwikkelen?

• zijn inhoud en didactische mogelijkheden van de vier deelmethoden in overeenstemming met de door de samenstellers geformuleerde doelen?

In verband met deze vier-deling, beschrijven we in de volgende paragrafen de verschillende onderdelen afzonderlijk.

► HOKUS POKUS (2)

Hokus pokus is de bewerking, met behoud van in hoofdzaak de illustraties, van de helft van een Duitse *Zauberfibel*. ‘Fibel’ betekent in het Duits vanouds ‘eerste leesboek’, maar sinds een halve eeuw zijn er ook *Rechenfibeln* bijgekomen. In de *Zauberfibeln* wordt echter niet gerekend, maar getoverd. De Duitse editie staat bol van dit soort krampachtig leuk doen.

¹⁾ Enkele misstapjes, die haast onvermijdelijk waren: de Duitsers voelden zich verplicht iets met ‘Mengen’ te doen, en ze deden dit heel handig. Bijvoorbeeld ‘eine Menge Kinder’, in plaats van ‘eine Menge von Kindern’, zoals de verzamelingsopvatting zou vereisen. Maar ‘eine Menge Kinder’ betekent ‘een heleboel kinderen’, en is niet op 0, 1, 2 kinderen van toepassing. Trouwens, na de eerste lessen verdwijnen de ‘Mengen’ helemaal. De Nederlandse bewerkers hebben dit soms door ‘verzameling’, soms door ‘hoeveelheid’ vertaald, iets waardoor de gebruiker gemakkelijker in de war kan raken.

Bij de Duitse schoolboekenauteurs is het vaak leuk doen of gewichtig doen.

In de Nederlandse bewerking is die leukdoenerij vrijwel geheel geschrapt, behalve dan in enkele plaatjes en in de plaat op de kaft. De titel *hokus pokus* slaat nu nergens meer op, aangezien $4 + 3$ nu als een optelling en niet als een samentoveren wordt gepresenteerd. De Nederlandse bewerkers hebben hun best gedaan – ook inhoudelijk – het origineel te fatsoeneren.

Toch draagt deze methode voor het ‘aanvankelijk en voorbereidend rekenonderwijs’ door z’n sterk systematische opzet nog vele trekken van de ‘Duitse school’. Het is een methode voor klassikaal gebruik. Vaste patronen komen steeds weer terug:

– ervaring via spel;

– oefeningen op het flanelbord;

– oefeningen met de fiches;

– schriftelijke verwerking.

Nadruk wordt gelegd op het hoeveelheidsaspect¹⁾, waarbij opvalt dat nergens (eksplaciet) het tellen, de telrij, de telwoorden, de schrijfwijze van getallen boven de tien, onderwezen wordt. Ook het getal ‘nul’ komt vrijwel nergens voor.

Klaarblijkelijk wordt verondersteld dat kinderen, als ze op school komen, in staat zijn tot het tellen van hoeveelheden. Alhoewel dit o.i. een vrij realistische zienswijze is, dient men zich toch af te vragen of het juist is hier al te zeer op te vertrouwen.

fasering (2.1)

Aan de andere kant wordt elk beroep op genoemde, bij de kinderen veronderstelde bekwaamheden, aanvankelijk bewust vermeden. Deze aanpak van de auteurs is te verklaren uit een didactische theorie, die bijvoorbeeld tot uitdrukking komt in de heel precies voorgescreven fasering bij de begripsvorming en het aanleren van vaardigheden:

– onderscheiden van grote en kleine hoeveelheden;

– onderscheiden van meer en minder;

– vergelijken van verzamelingen door één-éénrelatie;

– ordenen ten behoeve van het vergelijken;

– verschil na ordening;

– de twee;

– paren vormen;

– in tweeën verdelen;

– achtereenvolgens: de vier, de drie, de zes, de acht, de vijf, de tien, de negen, de zeven; alle met analoge konsekwenties;

– de notatie met cijfers en tekens;

– de opbouw van de getallen tot 20 (heel summier);

– het werken met tientallen tot 100 (heel summier).

De rekenkundige bewerkingen worden via sterk voorgestructureerd materiaal beoefend. In het begin speelt praktisch alles zich af in de wereld van de rondjes, waaruit dan in die van de cijfers wordt overgestapt. Verbanden met (andere) realiteiten zijn er nauwelijks. Er kan derhalve gesproken worden van een slechts zeer schamel verholde, vroegtijdige abstraktie. Het gebruikte beeldmateriaal is goed. De aanwijzingen voor de onderwijzende zijn eveneens goed, alhoewel nergens uitgelegd wordt waarom het zò moet. Nergens wordt aangegeven hoe de overgang naar het vervolg (blok-rekenen; structuurrekenen) bewerkstelligd moet worden. In het eerste leerjaar kan dus net zo goed – zonder enige methodische konsekwentie – met andere materialen worden gewerkt.

aanvulling vanuit praktijkinterviews (2.2)

- Het werken met fiches duurt voor veel leerlingen te lang en wordt dus vervelend. De door de metodenschrijvers gesuggereerde overstap naar het blokrekenen, is in de praktijk vrijwel niet te realiseren. Een en ander hangt samen met het ontbreken van differentiatiemogelijkheden binnen *hokus pokus*.
- Ondanks de positieve bewerking door de vertalers, werkt het oorspronkelijke (duitse) dogmatisme nog steeds in de praktijk door.
- Allerwege wordt waardering geuit voor de vroegtijdige aanpak van 'het verdelen' (in gelijke groepjes).
- De gesignaleerde materiaaleenzijdigheid behoeft mogelijkheden om het rekenen binnen reële contexten te doen verlopen, niet te blokkeren.

► BLOKREKENEN (3)

Blokrekenen, ook wel 'fundamenteel rekenen' en 'rekenen in niveaugroepen' genoemd, is een traditionele leergang cijferen voor het tweede tot en met zesde leerjaar. Door de organisatie van het blokrekenen wordt o.m. tempodifferentiatie aangebracht.

De leerstof, opgesplitst in kerntaken en aanvullingstaken, is in belangrijke mate gebaseerd op de basisalgoritmen. Uitgangspunt is, dat

deze basisvaardigheden veilig gesteld moeten worden.¹⁾

Soms bekruipt ons daarbij het gevoel, dat de auteurs het principe hanteren dat 'vaardigheid' en 'inzicht' onafhankelijk van elkaar ontwikkeld dienen te worden. Een dergelijk principe sluit ook vrij logisch aan bij de in de eerste paragraaf beschreven vier-deling.

Het feit dat de didactische stappen sterk voorgestructureerd zijn, is in overeenstemming met het streven om te komen tot vaardigheid in de basistechnieken en houdt verband met een mogelijke organisatie van de individualisering. Zo worden bijvoorbeeld in de onderwijzerstekst bij het cijferend vermenigvuldigen 14 typen onderscheiden.

'leerstofniveaus' (3.1)

Wil een onderwijsteam optimaal gebruik maken van de geboden differentiatiemogelijkheden, dan dient het jaarklassensysteem doorbroken te worden. De leerlingen kunnen dan, naar aanleiding van een voorwaardentoets die eens in de tien weken wordt afgenomen, in principe verdeeld worden over 17 verschillende 'niveaugroepen'. Elke leerkracht krijgt één of meer rekengroepen onder zijn hoede, gedurende twee lessen per week. Deze rekengroepen worden bepaald op basis van 'leerstofniveaus', en dus niet vanuit 'lernivo's'.²⁾

De leerstof is namelijk opgedeeld in 17 parten (blokken), waarbij de leerstofplanning sterk door de traditie is bepaald. Elk blok bestaat weer uit tien taken, waarin steeds een kerntaak (voor alle leerlingen) en een aanvullings-taak, die verrijkingsstof of voorlopende stof (volgende blok) bevat. De leerlingen dienen tenminste één kerntaak per twee lessen door te werken. De instructie voor het gehele blok geschiedt door de onderwijzer en/of door andere leerlingen (mentor).

Deze organisatievorm vertoont op een aantal punten overeenkomst met de *niveaucursus rekenen*, zij het dat bij het blokrekenen slechts twee keer per week in 'niveaugroepen' wordt gewerkt. Ook laat het blokrekenen ten opzichte van de *ncr*, meer mogelijkheden open voor het eigen initiatief van de onderwijzer, door het minder vergaand opsplitsen en voorstruktureren van het oefentraject. Daardoor is ook de variatie per taak bij blok-rekenen wat groter.

technische aanpak (3.2)

Kenmerkend voor het blokrekenen blijft overigens de technische aanpak in de benadering van de basisvaardigheden. M.n. komt dit tot uitdrukking in de docentenhandleiding, waarin o.m. teksten opgenomen zijn, die

¹⁾ Het is overigens interessant, dat men zich niet volledig afhankelijk wil maken van de eisen die het voortgezet onderwijs stelt (handleiding, pag. 18 e.v.).

²⁾ Zie voor deze onderscheiding: de bespreking van *niveaucursus rekenen* in spullenkatern 2 (wiskobas-bulletin, jaargang 6 nr. 3).

de leerlingen als geprogrammeerde instructie op de banden voor de kassetrekorder voorgelegd dienen te worden.

Een voorbeeld van staartdelen:

Nummer 4. Dat wordt moeilijker.

76 : 18. We proberen 7 : 1. Dat gaat 7 x. Maar we moeten uitrekenen 7 x 18. En dat wordt 126. Dit kan niet af van 76. Dus 7 x is te veel. Daarom proberen we 6 x. Wel 6 x 18 = 108. Dat is ook nog te veel. Dus nog verder omlaag 5 x 18. Dat is 90 en is nog te groot. Dan 4 x 18 en dit is 72 en dat kan van 76 af. Deze 4 in het antwoord. De 72 onder 76, aftrekken, rest 4. Antwoord van 76 : 18 = 4, rest 4.

Dit was een lange weg, hè. Kijk nu naar nummer 5. We krijgen 368 : 48. Ook hier proberen we met de 4, want de tafel van 48 is te moeilijk. Dus 3 : 4. kan niet, dan 36 : 4. Dat gaat 9 x. Uitrekenen 9 x 48. Dat is 432 en te groot. Het kan niet af van 368. Dus kleiner en 8 x proberen. 8 x 48 = 384. Ook dat kan niet van 368 af. Daarom 7 x 48 en dat is 336 en gaat er wel af. In het antwoord komt dus 7 te staan. De 336 aftrekken van 368, rest 32.

Antwoord van 368 : 48 = 7, rest 32.

En stel je nu eens voor dat een brave leerling op deze manier 170 : 19 gaat uitrekenen: '17 : 1 gaat 17 keer; 17 x 19 = 323; nee, dat kan niet; dan maar 16 keer ...'

aanvullingstaken (3.3)

Binnen de aanvullingstaken zijn vele zinvolle en motiverende opgaven te vinden: tabellen, puzzels, kombinatorische problemen, orderingsvragen, patronen, grafieken, ...

Hierbij valt op, dat:

- bepaalde toepassingen over ordenen steeds weer terugkomen;
- er overmatige aandacht is voor de kalender;
- veel op de Romeinse getallen geoefend wordt;
- er veel open beweringen voorkomen;
- de moeilijkheidsgraad der vraagstukken sterk uiteenloopt;
- er nogal wat foutjes voorkomen.

Jammer, dat niet alle leerlingen aan deze 'rijkere' stof zullen toekomen. Naar onze mening zullen voor een merendeel der leerlingen uitsluitend de basisvaardigheden via de kern-taken, op een merendeels 'gortdroge' wijze, aan de orde komen. Dit wordt mede in de hand gewerkt door het volledig ontbreken van aanwijzingen, doelen en motiveringen ten behoeve van de leerkracht. Niet geheroriënteerde onderwijsteams zullen derhalve geneigd (kunnen) zijn, de aanbevelingstaken als 'zoet-houderij' te beschouwen.

Wellicht is een en ander op te vangen door het struktuurrekenen (4) bij het blokrekenen te betrekken.

Hier raken we op een kernvraag van onze ana-

lyse: *hoe wordt het ene soort rekenen (struktuurrekenen) op het andere soort rekenen (blokrekenen) afgestemd?*

In de handleidingen zijn hieromtrent geen aanwijzingen te vinden.

aanvulling vanuit praktijkinterviews (3.4)

- De instructies in de onderwijzershandleiding functioneren in de praktijk vrijwel niet. Ze kunnen zelfs belemmerend werken op het ontwikkelen van een eigen (onderwijzers-) aanpak.
- Waardering wordt geuit voor de doorzichtige organisatievorm van het blokrekenen, voor de foutenanalyses en voor de aanvullende a-taken.
- De leerlingen werken in het algemeen met animo aan het blokrekenen, waarbij de aanvullingstaken een belangrijke rol kunnen spelen.
- De zinvolheid van de afname der hergroeperingstests wordt in hoge mate betwijfeld.

► STRUKTUURREKENEN (4)

Dit derde deelgebied van *ovs* is kennelijk bedoeld als voorbereiding en/of aanvulling op het eerder ontwikkelde blokrekenen. Zoals gezegd: aanwijzingen hoe een en ander meto-disch verweven moet worden, ontbreken vol-ledig. (En dit klemmt des te meer daar blok-rekenen zich in 'niveaugroepen' en struk-tuurrekenen zich in jaarklassen afspeelt!)

vaste schema's (4.1)

In twee losbladige mappen zijn ca 170 lessen bijeengebracht voor de leerjaren twee tot en met zes. In principe zijn deze lessen als zelf-standige eenheden bedoeld, waarbij een zekere opklimming in moeilijkheidsgraad is nage-streefd.

Het merendeel van de lessen is daarbij opge-bouwd volgens het vaste schema:

- doel van de les;
- behandeling van de les;
- ekstra opdrachten.

Verdere didaktische aanwijzingen ontbreken! Een voorbeeld:

EIGENSCHAPPEN

struktuurrekenen

A. — Doel van de les: Het kunnen toepassen van de eigenschappen:
 $a + b = (a + c) + (b - c)$
 $a - b = (a + c) - (b + c)$
 $a - b = (a - c) - (b - c)$

B. — Behandeling van de les.

1. — *Opdracht*: — Reken uit: $96 + 124 =$

2. — *Gesprek*: — Hoe heb je het gedaan?

$96 + 124 = (96 + 4) + (124 - 4) = 100 + 120 = 220$

— Probeer nog eens te zeggen wat er is gebeurd.

(Bij 96 is 4 opgeteld en van 124 is 4 afgetrokken.)

3. – *Opdracht:* – Doe hetzelfde met de volgende opgaven:
 $298 + 442 =$
 $585 + 735 =$
 $1297 + 623 =$
4. – *Gesprek:* – Hoe heb je het gedaan?
 $298 + 442 = (298 + 2) + (442 - 2) = 300 + 440 = 740$
 $585 + 735 = (585 + 15) + (735 - 15) = 600 + 720 = 1320$
 $1297 + 623 = (1297 + 3) + (623 - 3) = 1300 + 620 = 1920$
5. – *Opdracht:* – Reken uit: $107 - 67 =$
6. – *Gesprek:* – Hoe heb je het gedaan?
 $107 - 67 = (107 + 3) - (67 + 3) = 110 - 70 = 40$
 – Probeer nog eens te zeggen wat er is gebeurd.
 (Bij 107 en 67 is allebei 3 opgeteld.)
7. – *Opdracht:* – Doe hetzelfde met de volgende opgaven:
 $439 - 189 =$
 $1224 - 894 =$
 $1613 - 593 =$

LES 106

De door de auteurs geformuleerde doelstelling:

‘Het gaat erom dat de kinderen de gelegenheid krijgen te denken, te ordenen, te ontdekken en zelf conclusies te trekken’.

lijkt in die zin (hopelijk) meer een inspiratiebron voor onderwijzers, dan een weerspiegeling van de inrichting van struktuur rekenen als zodanig.

getallenlijn nodig (4.2)

In verband met bovenstaand voorbeeld kan men zich bijvoorbeeld afvragen, waarom wel:

$$a + b = (a + c) + (b - c),$$

wordt aangeleerd, maar niet:

$$a + b = (a - c) + (b + c).$$

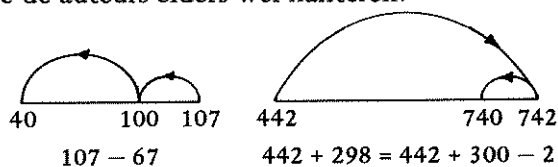
Vergelijk:

$$102 + 286 = (102 + 8) + (286 - 8);$$

naast:

$$102 + 286 = (102 - 2) + (286 + 2).$$

Het gevaar in de geschetste opbouw, van te snelle verbalisering en daardoor truukmatig gebruik, zou bovendien verminderd kunnen worden door het gebruik van de getallenlijn, die de auteurs elders wel hanteren:



De leerstof in struktuur rekenen is in belangrijke mate traditioneel: hoofdbewerkingen, cijferen, tafels van vermenigvuldiging, honderdveld, positiestelsel, eigenschapsrekenen, breuken, kommagetallen, rente, procenten, tijd- en geldrekenen, schatten, ... Opvallend

daarbij is, dat er nauwelijks aandacht aan verhoudingen wordt besteed, terwijl ook het metriek stelsel ontbreekt.

Verheugend is wel het gebruik van roosterpapier bij oppervlakte.

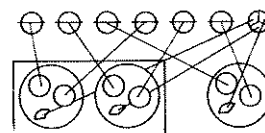
breuken (4.3)

De breuken vormen een moeilijk hoofdstuk apart – zoals in elke methode –. In het bijzonder valt op, dat struktuur rekenen en blok rekenen daarbij verschillende systemen hanteren, respectievelijk ver-delen (de Karaschewskimethode) en op-delen (met pannekoeken en getallenlijn).

B. – Behandeling van de les.

1. – *Opdracht:* – Teken 7 rondjes.
 Neem er het $\frac{1}{3}$ deel van door 7 over 3 te verdelen.

2. – *Gesprek:* – Hoe heb je het gedaan?



- Het $\frac{1}{3}$ deel van 7 = ... ($2\frac{1}{3}$)
 – Hoe neem je nu het $\frac{2}{3}$ deel van 7?
 (Door een kring of rechthoek te trekken om 2 van de onderste kringen. Zie boven!)
 – Het $\frac{2}{3}$ deel van 7 = ... ($4\frac{2}{3}$)

struktuur rekenen

⑧ $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

a. $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$



a.



⑨ $\frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \frac{9}{6} = 1\frac{3}{6}$

a.



blok rekenen

Positiever kunnen we waarderen, dat veelvuldig gebruik wordt gemaakt van de getallenlijn (hoewel dit nog wat geïsoleerd gebeurt – zie boven – en er soms storende fouten optreden – les 10 –).

Ook onderwerpen als tabellen, honderdveld, getalpatronen en schatten, leveren bij een juiste didactische aanpak, zinvolle activiteiten op.

Naast de traditionele leerstof worden summier ook meer geavanceerde onderwerpen aan de orde gesteld: modulorekenen, talstelsels, logiblokken, combinatoriek, ‘statistiek’, ‘meetkunde’.

Samenvattend kunnen we stellen, dat dit onderdeel van *ovs* aanzienlijk in waarde zou kunnen stijgen als methodisch-didactisch een betere

— en bredere — verbinding werd gelegd met blokrekenen en instrumenteel rekenen. Ook in aanzet aantrekkelijke activiteiten, met gebruikmaking van getallenlijn, tabellen, roosterpapier, zouden naast nieuwe leerstofonderdelen, wat verder doordacht en meer geïntegreerd in de totaliteit van de opzet dienen te worden.

aanvulling vanuit praktijkinterviews (4.4)

- De structuurrekenmappen worden vooral als additioneel materiaal beschouwd en vrijwel nergens als geïntegreerd onderdeel der methode. Dit betekent dat van de door de auteurs beoogde samenhang met blokrekenen vrijwel niets terecht komt.

► INSTRUMENTEEL REKENEN (5)

Onder de naam 'instrumenteel rekenen' worden ca 100 meetkaarten voor het derde tot en met zesde leerjaar gepresenteerd.

In de begeleidende folder staat dat het bij deze kaarten gaat om:

'Het opdoen van eigen, concrete ervaringen met het meten in zoveel mogelijk categorieën.'

Als tweede doelstelling wordt genoemd:

'Het toepassen van groepswerk en het bevorderen van het zelfstandig oplossen van problemen.'

opzet (5.1)

Het is de bedoeling dat één keer in de 14 dagen een bepaalde tijdsperiode (roosteruur) aan instrumenteel rekenen besteed wordt.

Een breed scala van grootheden komt aan bod: luchtdruk/windkracht, verkeersintensiteit, temperatuur, geld, tijd, wegen, inhoud, oppervlakte, lengte, omtrek. Elk met een eigen kleur en duidelijk gekodeerd. Niet iedere grootheid is — kwa aantal kaarten — in gelijke mate vertegenwoordigd: tijd — 22 kaarten; luchtdruk/windkracht — één kaart. Steeds wordt gestreefd naar de volgende (didaktische) sekwentie: van vergelijken via natuurlijke maat naar standaardmaat.

Deze opzet is bijzonder aantrekkelijk.


Bovendien zijn in veel kaarten zinvolle ideeën verwerkt. We noemen:

- meten van en bij het fietsenrek (I 504);
- meten met een hoogtemeter (I 601);
- de opdrachten in de 'tijdkaarten', waarin het gaat om een verdieping van het tijdsbesef.

Detailkritiek is altijd mogelijk. We nemen echter aan dat de auteurs zelf al de-verkeerde-suggesties-wekkende-illustraties, de mathematische tekorten, de zetfouten, ... gesignaleerd hebben

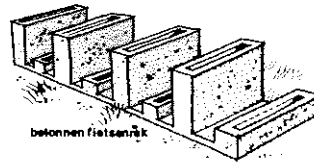
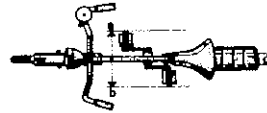
en menen er in dit verband aan voorbij te kunnen gaan.

nummer: I 504

Voor ieder kind een kaart 

Het plaatsen van fietsen in een fietsenstalling m.b.t. de breedte der fietsen.

Voor 3 kinderen Nodig: centimeter; pen; papier.



- ① In de meeste fietsenstallingen vind je om en om lage en hoge rekken. Dat heeft te maken met de breedte van het stuur van de fiets en met de breedte van de trappers.
- Zoek nu 9 fietsen in de fietsenstalling.
- Neem er elk drie. Geef je fietsen een nummer 1, 2, 3.
- Meet alle drie de breedte van het stuur en de breedte tussen de trappers (van a naar b: zie tekening).
- Schrijf je antwoorden op in een lijstje, zoals hieronder.
- Neem dit lijstje over in je schrift.

Fietsnummer	stuurbreedte	trapperbreedte
1 cm cm
2 cm cm
3 cm cm

kritische punten (5.2)

Wèl willen we enkele fundamentele punten van kritiek noemen.

- Door instrumenteel rekenen te ontkoppelen van blokrekenen en structuurrekenen, ontstaan zekere garanties:
 - 'meten' zal in ieder geval in alle breedte aan de orde worden gesteld;
 - leerlingen kunnen binnen één onderdeel doorwerken, ondanks stagnaties in een ander gedeelte.

De ontkoppeling leidt echter ook tot problemen:

- de kaartenseries vooronderstellen veel kennis en vaardigheden, die in de andere rekenonderdelen tevoren moeten zijn gevuld: kunnen klokkijken, introductie decimaal stelsel, waarde van munten en bankbiljetten kennen;
- belangrijke 'tematische' mogelijkheden verdwijnen: maatverfijning en introductie kommagetallen bijvoorbeeld, kunnen niet vanuit één probleemstelling aan bod komen, omdat 't één opgeborgen zit in het blokrekenen en 't ander in instrumenteel rekenen.
- De opsplitsing van de leergang meten in tien categorieën betekent, dat 'samenhangen' verloren gaan. Bijvoorbeeld: het vergelijken van lengte, oppervlakte en inhoud. Uiter-

aard kunnen deze 'samenhangen' in klas-
gesprekken e.d. naar voren komen.

- Dit kan echter alleen, indien een duidelijke handleiding met een groot aantal tips beschikbaar komt. Het nu aanwezige foldertje kan niet als zodanig worden opgevat.
- De o.i. juiste sekwentie — vergelijken, natuurlijke maat, standaardmaat — is terug te vinden in de kaarten van de diverse categorieën. Een en ander gaat echter gepaard met vreemde didactische sprongen. Met name de overgangen van natuurlijke naar standaardmaten behoeven een nadere doordenking.

samenvattende opmerkingen (5.3)

Samengevat kunnen we stellen, dat de kaarten voor instrumenteel rekenen zinvolle aanzetten bevatten, maar dat:

- nadere uitwerkingen geboden zijn;
- een handleiding ontwikkeld moet worden;
- momenten dienen te worden aangegeven waarop dwarsverbindingen gelegd kunnen worden, zowel binnen het instrumenteel rekenen als binnen het gehele (reken/wiskunde-)onderwijs;
- duidelijk uitgelegd zou moeten worden, wat bedoeld wordt met de term 'instrumenteel rekenen'; hoort rekenen met zakrekenmachientjes en kansrekenen er ook niet bij?

aanvulling vanuit praktijkinterviews (5.4)

- De kaarten voor instrumenteel rekenen kunnen uitstekend gebruikt worden in de praktijk. Ze blijken motiverend voor leerkracht en leerlingen. Probleem voor de leerkracht blijft: hoe een en ander te administreren en evalueren?

► DWARSDOORSNEDEN (6)

Gezien de geschetste structuur van *ovs*, willen we aan de hand van enkele onderwerpen nagaan, in hoeverre er samenhang (afstemming) bestaat tussen de vier afzonderlijke onderdelen der methode.

geld (6.1)

Hoe is geldrekenen in de methode opgenomen? In alle onderdelen treffen we er iets over aan:

- * In *hokus pokus* komt geld frekwent aan de orde, veelal in andere kaders:

- de relatie 'is evenveel waard';
- herkennen van hoeveelheden;
- ...

En ook bij het werken met bankbiljetten:

- 'Koop cadeautjes voor $f 60,-$
- Je mag zelf kiezen:
- 1 gymnastiekpakje $f 10,-$

1 paar sportschoenen	$f 20,-$
1 voetbal	$f 10,-$
1 boek	$f 10,-$
1 paar rolschaatsen	$f 30,-$
1 bloes	$f 10,-$

Blijkens de handleiding is deze opdracht bedoeld voor individueel werk. Daarbij vragen we ons wel af, of eersteklaskers woorden als 'cadeautjes', 'gymnastiekpakje', e.d., al kunnen lezen.

- * De eerste zes blokken van *blokrekenen* bevatten redactieopgaven van het volgende type:

'Schrijf de opgave:

Twee broers sparen samen voor een bal.

De oudste heeft al 78 cent.

De jongste heeft nog maar 9 cent.'

Het antwoordenboekje geeft aan dat het (enig?) goede antwoord is:

$$\begin{array}{r} 78 \\ - 9 \\ \hline 69. \end{array}$$

In blok 7 — we zijn dan voor de meeste leerlingen al in het derde leerjaar beland — wordt systematisch geldinformatie verstrekt en geoefend met opgavetypen als:

'vier dubbeltjes is samen ... cent.

twee stuivers is samen ... cent.'

Langzamerhand gaan zowel boodschappen-
sommen:

⑫ Boodschappenlijstje

1 balpen	$f 0,95$
1 stuk gom	$f 0,15$
1 schrijfblok	$f 1,20$
1 potje lijm	$f 0,85$
1 doos kleurpotloden	$f 1,80$
1 kleurboek	$f 2,40$
1 kladblok	$f 0,60$

Koop voor $f 5,00$.

Schrijf de bedragen
onder elkaar en tel ze
op.

blok 9, taak 5

als optellingen en aftrekkingen met geldbedragen een rol van betekenis spelen:

$$\begin{array}{l} \textcircled{5} \quad f 27,50 - f 18,94 = \\ \quad \quad f 32,42 - f 6,86 = \\ \quad \quad f 25,00 - f 12,25 = \\ \quad \quad f 12,50 - f 8,75 = \\ \quad \quad f 23,35 - f 9,68 = \end{array}$$

blok 9a, pag. 35

- * In *struktuurrekenen* wordt op drie momenten met geld gerekend. Les 8 — bedoeld voor het tweede leerjaar — is helemaal gewijd aan geld. Het gaat hierin om een introductie van muntstukken (cent, stuiver, dubbeltje, kwartje), waarbij de leerlingen aan het eind o.m. moeten weten:

'1 kwartje = 25 cent
 1 kwartje = 5 stuivers
 1 kwartje = 2 dubbeltjes + 5 cent
 1 kwartje = 2 dubbeltjes + 1 stuiver.'

Het doel van les 27 — derde/vierde leerjaar — is:

'het rekenen met geld in de officiële schrijfwijze.'

Van belang zijn oefeningen in het omzetten van gesproken bedragen (25 cent) in een officiële notatie ($f 0,25$).

Ook wordt aandacht geschonken aan de waarde van cijfers in een bedrag:

' $f 134,97$ $1 = f 100,-$
 $3 = f 30,-$
 $4 = f 4,-$
 $9 = f 0,90 = 9 \text{ dubb.} = 90 \text{ cent}$
 $7 = f 0,07 = 7 \text{ cent.}$ '

In het vijfde/zesde leerjaar worden twee lessen (les 156-157) besteed aan: 'introductie van de begrippen 'rente', 'bank', 'procent'.' Allerlei sommen over rente op een spaartegoed, samengestelde rente, rente en aflossing, afbetaling, passeren de revue.

Samengevat willen we omtrent het geldrekenen vier opmerkingen maken:

- Het geldrekenen is in een redelijke mate in de methode vertegenwoordigd; er is noch sprake van overdrijving (honderden kapitaalsommen), noch van onderschatting. Veel opgaven zijn op zich ook erg zinvol, m.n. daar waar een verbinding wordt gelegd met ordenend tellen.
- We hebben de indruk dat het geldrekenen in hokus pokus, kwa karakter volledig buiten de leergang in blok- en structuurrekenen valt, en er zelfs mee kan interfereren. Met een uitbouw van de achtste les uit structuurrekenen en een weglating van alle geldkwesties uit hokus pokus, is dit bezwaar wellicht op te vangen.
- De informatie in de geldlessen van structuurrekenen, zou wel eens veel te vroeg/te laat voor de continue 'geldstroom' uit het blokrekenen kunnen zijn. Immers, bij het blokrekenen is iedere 'niveau-groep' met andere 'stof' bezig, terwijl

bij het structuurrekenen gemeenschappelijke instructies plaatsvinden.

- Van veel 'boodschappensommen' uit het blokrekenen hebben we de indruk dat ze met meer recht thuishoren in het instrumenteel rekenen. Wellicht hangt deze opmerking samen met een wat andere visie onzerzijds op instrumenteel rekenen.

tijd (6.2)

In *hokus pokus* wordt aan dit onderwerp geen aandacht besteed.

In *struktuurrekenen* wordt in de eerste twee leerjaren uitgebreid geoefend met het invullen van tijden op lege klokken. Het aflezen van tijden op ingevulde klokken komt ternauwernood voor. Het modulorekenen met kalenders wordt vooral in de hogere leerjaren beoefend. Blok 7 van *blokrekenen* — voor de meeste leerlingen te situeren in de middenbouw — staat bol van klok- en kalenderinformatie en daarop betrekking hebbende sommen.

In de volgende blokken komt 'tijd' slechts incidenteel voor. Het onderwerp suddert als het ware nog wat na. Waar bij structuurrekenen het aksent lag op het invullen van klokken, heeft in blokrekenen het merendeel der opgaven betrekking op het 'aflezen' van tijden.

Ook in blokrekenen komen zinvolle opgaven voor. Bijvoorbeeld:

'De kalender wijst aan: zondag 13 september.

Welke zondagen zijn er nog meer in die maand?'

Of:

⑦ Maak de kalender af:

JANUARI

z					
m					
d					
w			17		
d					
v					
z					

De tijdkaarten uit *instrumenteel rekenen* staan enigszins op zichzelf. Terecht wordt in deze kaarten veel aandacht besteed aan — wat de auteurs noemen —:

'bevorderen van het tijdsbesef; wat je kunt doen in een bepaalde tijdsperiode.'

Voor de diverse leerjaren zijn bijzonder aardige experimentje opgenomen. Merkwaardig in de opbouw van deze kaarten is wel, dat de leerlingen al vrij snel chronometers hanteren om eksakt tijdsperiodes vast te stellen, terwijl ze pas veel later (zesde leerjaar) aan de hand van proefjes met kaarsen en kranen tot de ont-

dekking moeten komen dat een officieel meet-instrument (chronometer, horloge) betrouwbaarder informatie biedt.

Tot slot nog een algemene opmerking over de samenhang.

De (uitstekende) opdrachten 'tijdsbesef' (instrumenteel rekenen) zijn nu gepland voor het derde en vierde leerjaar, terwijl het 'klokkijken' in structuurrekenen al uitgebreid aan bod komt in het eerste en tweede leerjaar. Hier klopt de volgorde niet. O.i. opnieuw een symptoom van de geringe samenhang van de methode als geheel. Ook de afstemming tussen blokrekenen en structuurrekenen is vaak niet goed, m.n. op het punt van de introductie van nieuwe gegevens. Voorts gelden de eerder bij het onderwerp 'geld' gemaakte opmerkingen.

konklusie (6.3)

We wezen er reeds op dat *ovs* onderdelen van verschillend aanpak- en leergedrag onderscheidt: vaardigheidsrekenen, inzichtelijk rekenen, praktisch 'rekenen' (i.c. meten).

In eerste instantie doet deze onderscheiding bijzonder verstandig aan, tot men ontdekt dat de drie onderdelen van de methode niet onderscheiden zijn van elkaar, maar vrijwel volkomen *gescheiden*; onderlinge verbanden zijn ternauwernood en alleen met zeer veel goede wil op te sporen.

Bovenstaande onderzoekjes over tijd en geld — maar ook bredere onderzoeken binnen het rekensysteem — illustreren het gekonstateerde gebrek aan samenhang.

Volgens de toelichting van *ovs* zal structuurrekenen zich voltrekken in de leeftijdsgebonden jaarklas, terwijl het blokrekenen plaatsvindt in de prestatiegebonden 'niveaugroep'. In principe kan een leerling dus vandaag 'inzichten' aangeboden krijgen over onderwerp x , om morgen te oefenen op onderwerp y , dat niets met x te maken heeft. De auteurs zullen dat zeker niet bedoeld hebben, maar hoe 't wel moet, staat er niet bij.

Bij de *niveaucursus rekenen (ncr)* was destijds het probleem, inzicht en praktische vorming los te maken uit de overheersende rol van de vaardigheden. Bij *ovs* is kennelijk het probleem, de drie *gescheiden* onderdelen met elkaar in verbinding te brengen. Voor het onderwijsteam dat hierin slaagt, kan men niet anders dan respect hebben.

► SAMENVATTING (7)

- De methode *ovs* is — voor wat betreft de leerstof — een traditionele methode, zij het dat hier en daar verbredingen naar 'nieuwere' onderwerpen voorkomen.

- De methode bestaat uit vier deelmethoden, die sterk de indruk wekken los van elkaar ontwikkeld te zijn. De auteurs zijn van mening, dat de vier deelmethoden tezamen een volledige rekenmethode vormen. Elke aanwijzing hoe deze vier delen methodisch en didactisch op elkaar af te stemmen, ontbreekt.
- Voor de deelmethoden zelf kan men, althans voor het leerlingenmateriaal, waardering hebben. Dit materiaal biedt mogelijkheden voor zinvol reken/wiskundeonderwijs. Van deze mogelijkheden zal weinig geprofi-teerd worden, gezien de matige kwaliteit der handleidingen.
- De deelmethode voor het aanvankelijk en voorbereidend rekenen wordt gekarakteriseerd door didactische starheid en staat geheel los van de andere deelmethoden. Dat wil zeggen: uitwisseling tegen een andere deel-methode voor het aanvankelijk en voorbe-reidend rekenen, heeft geen verdere (meto-dische) consequenties.
- Wellicht is het mogelijk om door middel van het blokrekenen een aantal basisvaar-digheden uit het 'technisch rekenen' veilig te stellen voor de zwakke leerlingen. Omdat veelal 'truukmatig' gewerkt wordt, zal dan van enig inzicht ternauwernood sprake zijn. Met als gevolg, dat het rekenen voor deze leerlingen opnieuw een kwelling zal zijn.
- Omdat de vaardigheden veilig zijn gesteld in het blokrekenen, kan het structuurrekenen zich de weelde van rijkere onderwerpen permitteren. Immers, het inzichtelijk rekenen dient hier aan bod te komen. De strakke opbouw en de weinig flexibele uitwerking sluiten niet aan op de — in de handleiding genoemde — karakteristieken van het bij dit rekenen behorende 'ondoor-zichtige leerproces'.
- De opdrachtkaarten van instrumenteel rekenen bevatten diverse uitstekende aanzetten. O.i. moeten de auteurs tot een bredere inhoud van het adjektief 'instru-menteel' komen, om vervolgens een uitbrei-ding (kansrekenen, zakrekenmachientjes, ...) te bewerkstelligen. Overigens kunnen deze kaarten ook los van de andere deelmethoden functioneren en willen we ze graag als additioneel materiaal aanbevelen.
- Wil een onderwijsteam optimaal gebruik maken van de mogelijkheden die de methode *ovs* ongetwijfeld biedt, dan moet ze veel organisatorisch talent en een hoge mate van inhoudelijke betrokkenheid in huis hebben. Anders ontstaan er brokken!

UITKOMST (4)

HANS TER HEEGE

De navolgende bespreking is bewust beknopt gehouden, gezien het in paragraaf (6) als laatste punt geformuleerde.

► MATERIAAL (1)

De methode *uitkomst*¹⁾ stamt uit de zestiger jaren en bestaat uit:

- een rekendoos voor het eerste (en eventueel tweede) leerjaar;
 - rekenkaarten voor het eerste leerjaar;
 - 11 leerlingenboekjes voor het eerste tot en met zesde leerjaar;
 - rekenbloks (verbruiksmateriaal) voor het eerste tot en met vijfde leerjaar;
 - 11 onderwijzersboeken in plastic mappen;
- De rekenbloks van deze methode worden onder de naam 'Schakel in' op de markt gebracht.

Bij eerste aanschaf kost de methode een school van zes klassen, met elk 30 leerlingen, ongeveer f 3500,-. De jaarlijks terugkerende kosten aan verbruiksmateriaal zullen ca f 500,- bedragen.

► UITGANGSPUNTEN (2)

De auteurs zijn van mening dat de methode 'meer' is dan een verzameling boekjes en hulpmiddelen. De gebruiker moet de methode hanteren vanuit een aantal basisideeën ('de geest van de methode volgen'). Immers, de auteurs zijn zich terdege bewust van het gevaar van een 'slaafs volgen' en wijzen de gebruiker er derhalve op, dat hij *keuzen* moet durven maken. Jammer is, dat nergens vermeld staat waar, wanneer en hoe gekozen moet worden. De formulering van de *doelen* van het rekenonderwijs is hier en daar wat controversieel:

'Het doel van het rekenonderwijs op de lagere school is vaardig en nauwkeurig eenvoudige vraagstukjes met concrete inhoud op te lossen.'

'Rekenen ... als een vormsysteem, waardoor de jonge mens in staat wordt gesteld de wereld overzichtelijker te maken en niet als een op zich zelf staande wetenschap.'

Ook de volgende zinsnede is o.i. niet gelukkig uitgevallen:

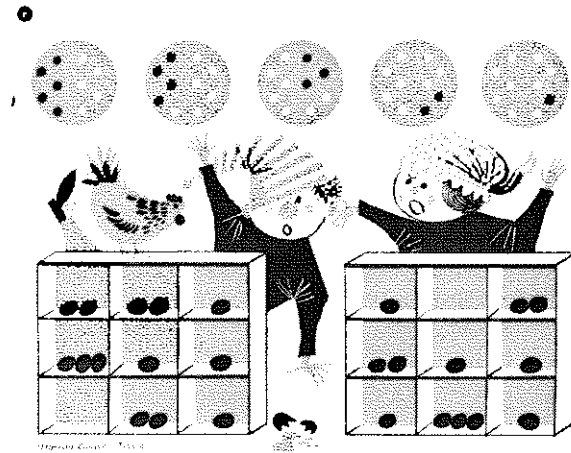
'Wel is het mogelijk de leerlingen bij het rekenonderwijs te leren met volharding aan een taak te werken en deze accuraat, ordelijk en met netheid uit te voeren.'

¹⁾ Auteurs: werkgroep onder leiding van Cas Klavier; uitgever: Zwijssen.

► KARAKTERISTIEKEN (3)

voorbereidend rekenen (3.1)

Uitkomst hecht veel waarde aan een ruime periode, waarin de eerstklassers met 'het rekenen' kennismaken. In het begin gaat het dan om 'rekenspelletjes': o.m. oefeningen in verhaalvorm met concreet materiaal (uit de rekendoos). Er wordt nog geen gebruik gemaakt van cijfersymbolen. Men beperkt zich tot een verscherping van het mondeling taalgebruik. Aangezien de auteurs gekozen hebben voor een opbouw van het getalbegrip via het herkennen van hoeveelheden, gaan zij in het begin vooral uit van overzichtelijke hoeveelheden (één tot en met vijf). Zij menen dat tellen van minder belang is voor zo'n opbouw. Omtrent het voorbereidend rekenen staan in de onderwijzerstekst uitgebreide suggesties en lesvoorbeelden opgenomen:



Kaart 8

– Katrijn heeft koeken gebakken. In elke koek 10 krenten. Jan Klaassen is dol op krenten. Uit de eerste koek heeft hij 5 krenten gepikt. Hoeveel zitten er nog op? Enz. (De aanvulling tot 10 vanaf 5).

De legnesten geven structuren in drieën. De afmetingen zijn berekend op de breedte van de doorzichtige strookjes uit de rekendoos. De laatste nest kan dus gemakkelijk bedekt worden.

Een enkel voorbeeld:

- Kijk eens naar het eerste vak nesten. Wijs maar aan. Juist, waarop de kip zit. Eerst 3 nesten. Dan weer 3. En onderaan ook 3. 3 keer 3 nesten. We gaan samen tellen hoeveel dat is. Nu kijken we naar de eieren bovenaan. Tel jij eens hoeveel eieren dat samen is. Neem allemaal een geel strookje uit de doos. Leg het dwars op de bovenste nesten. Nu een stukje naar rechts schuiven, zodat je één nest ziet: Dat is 2 eieren. Nog een nest erbij. Dat is 4 eieren. Weer een nest erbij. Dat is 5 eieren. Op gelijke wijze ook van rechts naar links werken. Cijfers erachter leggen. In horizontale richting zijn de legnesten ook te gebruiken voor het tellen tot 10.

Eerst na ongeveer twee maanden worden de getsymbolen geïntroduceerd. Na de kerstvakantie wordt opgeteld en afgetrokken met getallen tot 20. Dan begint ook het automatiseren van de basisoptellingen en -aftrekkingen.

optellen en aftrekken (3.2)

De auteurs zijn van mening, dat bij het optellen en aftrekken de 'bewerkingsschema's'

nauwkeurig moeten worden gevolgd. Zo wordt als methode voor optellen genoemd:

$$45 + 28 = 45 + 20 + 8 (= 65 + 8) = 73.$$

Andere oplossingen, zoals bijvoorbeeld:

$$45 + 28 = (40 + 20) + (5 + 8);$$

mogen niet voorkomen.

Ook bij het aftrekken komt zo'n eksklusief, vast patroon voor:

$$97 - 59 = 97 - 50 - 9 = (47 - 9) = 38.$$

Hetzelfde geldt voor de introductie van de tafels van vermenigvuldiging:

$$16 = 8 \times 2 \rightarrow 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2.$$

leerstoforganisatie (3.3)

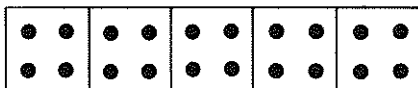
Waardering hebben we voor de pogingen om de stof vanaf het tweede leerjaar in redaktievraagstukken te laten functioneren. In de hogere leerjaren worden de konteksten uitgebreid naar thema's als: toerisme, de krant, ... Het is jammer, dat de auteurs hier veel mogelijkheden hebben laten liggen, om in allerlei situaties een ècht toegepast gebruik van het rekenen te maken. Wellicht komt dit, omdat het technisch rekenen teveel vooropstaat in de methode.

breuken (3.4)

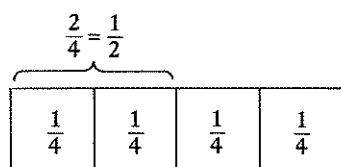
In het vierde leerjaar worden o.m. de breuken geïntroduceerd. Al snel vinden we oefeningen als $3 = \frac{3}{1}$; oefeningen, die betrekking hebben op het vereenvoudigen van breuken. Tevens vinden we opgaven als:

' $\frac{1}{5}$ deel van 20 snoepjes is ...';

aan de hand van dit sterk voorgestrukturde model:



In het vijfde leerjaar wordt het breukrekenen uitgebouwd met het vereenvoudigen ($\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$) en het model:



Geleidelijkheid is het devies bij de opbouw van het breukrekenen. Zo signaleren we als volgorde bij het optellen van breuken achter-eenvolgens:

$$1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = (\text{gelijknamige stambreuken});$$

$$1\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = (\text{gelijknamige breuken});$$

$$2\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = (\text{gelijknamig maken van stambreuken});$$

$$3\frac{3}{8} + \frac{2}{4} = (\text{idem van breuken});$$

$$2\frac{7}{8} + 3\frac{3}{8} = (\text{helen uithalen en vereenvoudigen}).$$

Kortom, de bekende (traditionele) aanpak. Zonder veel poeha!

In het vijfde leerjaar wordt deze algoritmische werkwijze afgesloten met opgaven van het type:

$$7\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2}.$$

Opvallend is, dat reeds in het vierde leerjaar *decimale getallen* geïntroduceerd worden. Dit gebeurt dan 'per definitie', dat wil zeggen: zonder begrip, zonder nadere toelichting:

'in plaats van $\frac{1}{10}$ kun je ook 0,1 schrijven.'

Hierop volgen oefeningen als:

$$\frac{6}{10} \rightarrow 0,6; \quad 5\frac{1}{10} \rightarrow 5,1; \quad \dots$$

► WERKWIJZE MET METHODE (4)

In de onderwijzersteksten staan aanwijzingen omtrent de werkwijze. In de deeltjes voor de hogere leerjaren leidt de paragrafenindeling tot een vanzelfsprekende opzet van de lessen. Zo bevat gedeelte *a* een aantal redaktieopgaven, bedoeld om de paragraaf klassikaal te introduceren. Gedeelte *b* is een verzameling sommen, die de leerlingen uit het hoofd moeten kunnen uitrekenen. Het *c*-gedeelte heet 'nieuwe stof'. Hierin wordt een moeilijkheid aan de orde gesteld of nieuwe stof geïntroduceerd.

De *a*-, *b*- en *c*-gedeelten zijn bestemd voor de mondelinge, klassikale (frontale) les.

Gedeelte *d* bevat cijfersommen en redaktievraagstukken voor schriftelijke verwerking.

Het cijferen is verdeeld over twee taken. Hiervan kan gebruik worden gemaakt ten behoeve van de tempodifferentiatie. Deze taken gaan over allerlei soorten opgaven: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen (en later ook: breuken).

Niet teveel! Net genoeg om 'bij te houden'.

In deze beperking is de methode erg verstandig. 'Redaktievraagstukken' biedt mogelijkheden om snel rekenende kinderen op te vangen. De 'ekstra karweitjes', die in bepaalde deeltjes staan opgenomen, kunnen eveneens aangevend worden voor deze opvang.

Uit de teksten is slechts met zeer veel moeite op te maken, hoe de verbanden zijn tussen de boekjes en de rekenbloks.

► **ONDERWIJZERSTEKSTEN (5)**

Deze teksten verschillen kwalitatief en kwantitatief sterk van deeltje tot deeltje. Zo is de begeleidende tekst bij het eerste deeltje zeer uitgebreid en staan er suggesties in voor een groot aantal lessen.

In latere deeltjes is het nivo minder.

Algemeen kan gesteld worden, dat er te weinig inhoudelijke en didactische opmerkingen in te vinden zijn.

► **KONKLUSIES (6)**

In enkele punten vatten we het voorgaande samen en formuleren we onze konklusies:

- *Uitkomst* is een traditionele methode, zowel kwa organisatie als kwa stofkeuze.
- Veel belangrijke en begripsmatig moeilijke zaken worden, zonder verdere introductie, 'per definitie' gegeven. Op deze introductie volgt dan een groot aantal opgaven, vanuit de (mogelijke) veronderstelling dat aldus het begrip wordt ingeoeffend.
- De methode leent zich uitstekend tot een eigen roetekeuze door de onderwijzer, bijvoorbeeld door het schrappen van leerstof. Helaas zijn hiervoor in de handleiding nergens mogelijkheden en/of criteria genoemd.
- De onderwijzerstekst geeft in het algemeen te weinig houvast voor verrijking, aanvulling, e.d.
- Op het taalgebruik in de leerlingenboekjes zou wat nauwkeuriger gelet moeten worden.
- Het lijkt een moeilijke opgave om vanuit een eigentijdse visie op wiskundeonderwijs aan het werk te gaan met *uitkomst*, hoewel er ongetwijfeld waardevolle elementen in zitten, m.n. bij de thema's.

VIJF VIJFTIGERS (5)

**HENK MEIJER
LEEN STREEFLAND**

Methoden dienen bekeken te worden tegen de achtergrond van de tijd, waarin ze ontwikkeld zijn. De methoden die hier aan bod komen, stammen uit de vijftiger jaren.

Opvallend vinden wij de grote kwaliteitsver-

schillen binnen de methoden, ook al zijn ze allemaal in eenzelfde tijd ontstaan.

Binnen de besproken categorie zijn overigens geen methoden aan te treffen, die we anno 1977 kunnen aanbevelen.

► **DE GRONDSLAG (1)**

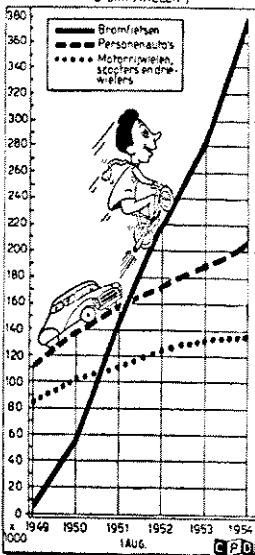
De grondslag¹⁾ is een methode, die bestaat uit 12 leerlingenboekjes en drie deeltjes met ekstra opgaven. Bij elk leerlingenboek is een onderwijzersboek en per opdrachtenboekje een antwoordenboekje.

De auteurs schrijven in hun inleiding:

- begrip en inzicht zijn primair, automatisme sekundair;
- hoofdrekenen is het allerbelangrijkste;
- het rekendikte is de zuiverste vorm van hoofdrekenen.

De auteurs zijn er, naar huidige maatstaven gerekend, niet in geslaagd het eerste punt te realiseren: de methode ademt duidelijk de sfeer van een eindeloos sommenboek. Onderscheid tussen begripsvorming en vaardigheid is er niet. De didactische aanwijzingen in de onderwijzersboekjes zijn schamel en vaak slecht of niet ter zake doende.

DE BROMFIETS VEROVERT NEDERLAND
(AANTAL BROMFIETSEN, PERSONENAUTOS EN MOTORRIJWIELEN)



Op deze grafiek staan links de duizendtallen vermeld op 1 augustus van de jaren 1949 t/m 1954.

Aan de steil oplopende lijn ziet men onmiddellijk, dat het aantal bromfietsen geweldig is toegenomen. Minder steil loopt de lijn van de personenauto's (en ook die van de andere vervoermiddelen).

1. Vul nu in (duizenden).
1 aug. 1950 bromfietsen
1 aug. 1951 bromfietsen
1 aug. 1953 bromfietsen
1 aug. 1954 bromfietsen
2. Op 1 aug. 1949 was het aantal bromfietsen 8000. Op 1 aug. 1954 waren er In 5 jaren was het aantal gestegen met
3. Het aantal auto's liep in 5 jaar tijds op van 110.000 tot meer dan
4. 't Aantal motorrijwielen, scooters en driewielers liep in 5 jaar tijds op van 82.000 tot bijna

5. Naar Frankrijk.
1 Franse franc = 76 cent. 100 fr. = f 76,—.
frs. 4500 = f .. frs. 3600 = f .. frs. 1600 = f ..
frs. 6000 = f .. frs. 10.000 = f .. frs. 7800 = f ..
6. 50% van 80% van f 2000,— = f ..
25% van 80% van f 8000,— = f ..
10% van 50% van f 4000,— = f ..

deel 12, pag. 54

1) Auteurs: J. Haack en L. Lieferring; uitgever: Dijkstra, zeist.

De poging de leerstof zò aan te bieden, dat zij de belangstelling van de kinderen trekt, kan anno 1977 geen opgeld meer doen, omdat

iedere realiteitszin ontbreekt. Hoofdrekenen is inderdaad een belangrijk onderdeel van het rekenonderwijs.

Samenvattend kan als onze mening gesteld worden, dat deze methode aan het vigerende rekenonderwijs geen enkele dienst meer bewijzen kan.

► **NAAR AANLEG EN TEMPO (2)**

*Naar aanleg en tempo*¹⁾ bestaat uit 16 boekjes, waarvan twee 'opleidingsboekjes' en één deeltje dat naar het voorbereidend rekenen verwijst.

De methode poogt een bijdrage te leveren tot oplossing van het differentiatieprobleem. Gelet op het tijdstip van ontstaan, is het de auteurs niet 'euvel te duiden' dat zij niet verder kwamen dan een indeling in *a*-, *b*- en *c*-taken; een differentiatieprincipe dat ook diverse andere methoden kenmerkt.

Ook deze methode richt zich in de eerste plaats op de ontwikkeling van de rekenvaardigheid.

Een zekere zorg voor de vorming van bepaalde begrippen (bijvoorbeeld lengte, oppervlakte, delingsalgoritmen) kan niet ontkend worden. Helaas worden deze goede bedoelingen veelal door een slechte didaktiek weer teniet gedaan. Opvallend is daarbij vooral, dat men tracht het begrip te vormen door middel van toepassingen die datzelfde begrip vòòronderstellen. Het onderscheid tussen begripsvorming en toepassing stond de auteurs kennelijk niet duidelijk voor ogen. Dit is overigens niet zo verwonderlijk, omdat praktische toepassingen, zelfs binnen de door de methode zelf opgelegde beperkingen, veelal ontbreken.

Moge deze methode zo'n 25 jaar geleden een bijdrage hebben betekend voor aanvaardbaar rekenonderwijs, nu is deze plaats voor *naar aanleg en tempo* niet meer weggelegd.

► **REKEN MAAR (3)**

De methode *reken maar*²⁾ telt 12 deeltjes en dateert uit de late vijftiger jaren.

De auteurs stellen in de toelichting, dat de opgaven reëel zijn en aan het dagelijks leven ontleend; ook geven de auteurs aan, dat rekening gehouden is met eisen, die psychologie en didaktiek aan het rekenonderwijs stellen.

Taak 80.

Deze grafiek stelt de dagelijkse verkoop voor van een winkelier. De getallen geven het aantal guldens aan.

- De winkel is iedere week een halve dag gesloten. Op welke dag zou dat zijn?
- Bereken de totale verkoop in die week.
- Voor hoeveel gulden werd er op dinsdag meer verkocht dan op woensdag?

d. Hoeveel % is de verkoop op zaterdag meer dan die op dinsdag? Ruim .. %.

e. Voor hoeveel is er gemiddeld per dag verkocht?

2. Maak nu zelf zo'n grafiek als de verkoop op maandag f 450, op dinsdag f 525, op woensdag f 175, op donderdag f 325, op vrijdag f 475 en op zaterdag f 550 is.

3. Schaal 1 : 300. Bereken de oppervlakte van deze gevel.

4. $0,756 \text{ ha} + 73\frac{1}{2} \text{ ca} + 43 \text{ dm}^3 + 85\frac{1}{2} \text{ dm}^3 + 84\frac{9}{20} \text{ a} = \dots \text{ m}^3.$

5. Bepaal de G.G.D. en het K.G.V. van 2772, 12474 en 4620.

deel 14, pag. 84

Hoofdrekenen:

- | | | |
|------------------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1 kg voor f 3,60 | $0,5 \times 0,8 =$ | 1 uur = ... minuten |
| 100 gr. voor f ... | $0,5 \times 1,2 =$ | $\frac{1}{4}$ uur = ... minuten |
| 2 hg voor f ... | $0,5 \times 0,7 =$ | $\frac{1}{2}$ uur = ... minuten |
| $2\frac{1}{2}$ kg voor f ... | $0,5 \times 2,8 =$ | $\frac{7}{8}$ uur = ... minuten |
- | | | |
|---------------------------------|-------------------------|----------------|
| Afstand 100 km. | Snelheid 40 km per uur. | |
| Tijd 2 uur. Snelheid .. km p.u. | Tijd $\frac{1}{2}$ uur. | Afstand .. km. |
| Tijd 8 uur. Snelheid .. km p.u. | Tijd 12 min. | Afstand .. km. |
| Tijd 5 uur. Snelheid .. km p.u. | Tijd 3 kwart. | Afstand .. km. |

Cijferen:

- | | | |
|------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| $132600 : \dots = 312$ | $f 1800 - f 1575,25 = f \dots$ | $2\frac{1}{4} \times 680 =$ |
| $\dots : 324 = 265$ | $f 4000 - f 2609,84 = f \dots$ | $5\frac{2}{3} \times 720 =$ |
- | | |
|--|---|
| $3,45 \times 42,5 + 12,34 \times 5,75 =$ | $\frac{16,25 \times 16,25 - 25}{11,25} =$ |
|--|---|

Aantal fouten in de dictees van J. Taalman. Eerste kwartaal.

deel 12, pag. 44

1) Auteurs: H.J. Lugtmeijer en J. Boers; uitgever: Thieme, zutphen.
 2) Auteurs: J. Boonstra en L. Meijer; uitgever: Duwaer, amsterdam.

Bij analyse van de methode blijkt echter, dat deze vrijwel geheel bestaat uit rekenopgaven,

die noch motiverend zijn, noch enige relatie met de wereld rondom het kind vertonen. Met betrekking tot de didaktische kwaliteiten kan worden opgemerkt, dat praktisch alle mogelijke foutieve benaderingen van het werken met kwantitatieve begrippen hun weg in deze methode hebben gevonden.

Het kan zijn, dat bij gebruik van deze rekenboekjes, de leerlingen op den duur in staat zijn de wat archaische opgaven uit het twaalfde deel redelijk goed te maken. Het is niet aan te nemen, dat velen zo'n doel op dit moment aan hun rekenonderwijs zouden willen verbinden. Kortom, de methode is in alle opzichten (zowel kwa didaktiek als inhoud) uit de tijd.

► NAAR ZELFSTANDIG REKENEN (4)

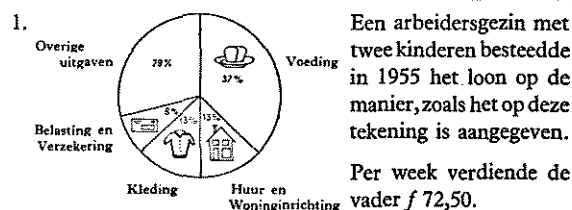
De methode *naar zelfstandig rekenen*¹⁾ bestaat uit drie deeltjes 'Jong leren met getallen'; 12 leerlingenboekjes; per leerlingenboekje een handleiding; antwoorden op de controleoefeningen en een algemene toelichting.

Als belangrijkste kenmerken van de methode wordt aangegeven dat:

- de leerlingen via aanschouwing en doorleving tot begrip komen;
- vanaf deel 4 de toelichting bij elke taak de leerling in zijn ontwikkeling naar zelfstandigheid leidt;
- de controleoefeningen bij de delen 4 tot en met 12 het systeem en nivo van evaluatie aangeven.²⁾

Hoewel de auteurs de betekenis van het leerproces ten aanzien van de begripsvorming niet ontkennen, ligt het aksent toch vooral op het prestatieaspect en op het systeem van individualiseren. Dit leidt in het verloop van de methode hoe langer hoe meer tot sommengymnastiek. Deze 'gymnastiek' wordt begeleid door volslagen onaanvaardbare aanwijzingen voor de leerling op het terrein van het aanleren van algoritmen, breuken, tiendelige breuken en ggd. Het voortdurend herinneren aan de eenmaal gegeven regels en het aanrei-

ken van vergaande suggesties bij veel vraagstukken, benemen de leerlingen elk initiatief en moeten schijnzelfstandigheid en schijnresultaten haast wel bevorderen. Tot aan elke volgende controletaak worden de leerlingen gekonditioneerd tot het kiezen en toepassen van de juiste regel.



Een arbeidersgezin met twee kinderen besteedde in 1955 het loon op de manier, zoals het op deze tekening is aangegeven.

Per week verdiende de vader f 72,50.

Hoeveel werd er in 1 jaar uitgegeven voor:

- a. voeding?
- b. huur en woninginrichting?
- c. kleding?
- d. belasting en verzekering?
- e. Bedenk eens een paar uitgaven, die horen bij de overige uitgaven.

2. $3^2 = \dots \times \dots = \dots$ $13^2 = \dots \times \dots = \dots$ $25^2 = \dots \times \dots = \dots$
 $7^2 = \dots \times \dots = \dots$ $17^2 = \dots \times \dots = \dots$ $175^2 = \dots \times \dots = \dots$

3. $76,54^2 - 14,36^2 = \dots$ $92,75^2 - 46,25^2 = \dots$

4. Een stuk land wordt met f 2395 winst verkocht voor f 14275. Hoeveel was de inkoop?

5. 13 is $7\frac{1}{2}$ meer dan het derde deel van ..

6. Een kubus is 6 cm lang. Wat is de totale oppervlakte?

7. Achter een getal plaatst men een nul. Daardoor wordt het 234 groter. Welk getal is dat?

8. 10% van 10% van een kapitaal is f 25. Hoe groot is dat kapitaal?

deel 13b, pag. 21

Vermelden we tenslotte nog, dat aard en omvang van de prestaties, zoals die blijken de controleoefeningen gewenst worden, nauwelijks meer richtinggevend kunnen zijn voor de huidige basisschool, hoewel de aanpak van de deeltjes 1 tot en met 3 redelijk modern aan doet.

► FUNCTIONEEL REKENEN (5)

De methode *functioneel rekenen*³⁾ bestaat uit 12 leerlingenboekjes, met daarbij telkens een handleiding voor de onderwijzer(es). In een algemene handleiding worden principes, die aan de methode ten grondslag liggen, uiteengezet. De methode dateert uit 1959.

Opmerkelijk voor een rekenmethode van deze ouderdom is niet alleen de ernst, waarmee fundamentele principes in de handleiding worden toegelicht, maar ook de wijze, waarop gepoogd wordt deze principes te konkretiseren in de inhoud van het onderwijs.

¹⁾ Auteurs: R.H. Zandvoort, H.M. Venekamp, N. Kuipers; uitgever: Wolters Noordhoff, groningen.

²⁾ Momenteel is eksperimenteel materiaal in ontwikkeling om de differentiatiemogelijkheden van deze methode te vergroten. Onder handhaving van ons standpunt ten aanzien van de methode, nemen we ons voor om bij verschijning van het 'vernieuwde' materiaal, opnieuw aandacht aan 'Naar zelfstandig rekenen' te besteden.

³⁾ Auteurs: J.M. Reynders en J. Snijders; uitgever: Versluys, amsterdam.

Vooral de deeltjes voor de lagere leerjaren en middenbouw maken een frisse en gevarieerde indruk. Zo ontbreken bijvoorbeeld allerlei gebruikelijke didactische missers uit de overige 'oude garde'-methoden.

Het oefenen van de vaardigheden in de bewerkingen wordt gevarieerd door veelvuldige toepassing van tabellen, honderdveld, getallenlijn en magisch vierkant.

De belevingswereld van het kind speelt ook een duidelijke rol, getuige de introductie van allerlei buitenschoolse situaties waarmee gerekend wordt: puntentelling bij het sjoelen, schoolreisje, e.d.

Er is zelfs ruimte voor eigen initiatief: sommige levensechte verhalen moeten door de leerlingen zelf nog van de nodige opgaven voorzien worden.

variatie in de oefenvormen verdwijnt vrijwel en bij de problematische onderwerpen als basisschoolrekenen, breuken, percentages en verhoudingen, heeft de vindingrijkheid van de auteurs in het begin plaatsgemaakt voor uitgebreide concessies aan de traditie.

De aanpak van de breuken bijvoorbeeld is even eenzijdig en 'mager' als bij vele oude traditionelen.

Samenvattend konstateren we, dat de methode *functioneel rekenen* binnen de rij van 'oudjes' van rond de jaren '60 gunstig afsteekt, al betekent dat op zichzelf geen aanbeveling voor invoering in 1977.

REAKTIES AUTEURS (6)

We hebben de auteurs van de methoden 'nieuw rekenen' en 'op veilig spoor' gevraagd, om in maximaal 600 woorden te reageren op de paragrafen (2) en (3).

► REAKTIE (1)

auteurs 'nieuw rekenen'

Het is voor ons als auteurs van *nieuw rekenen* heel moeilijk te reageren op de beoordeling van de heer Jansen. Het zal immers uitdraaien op een van onze kant beoordelen van zijn beoordeling. Die vinden wij namelijk weinig doordacht en vooral onvolledig.

Er worden als voorbeeld pagina's gebruikt, die aantonen, dat *nr* een methode is voor het mechanisch rekenen en te weinig aandacht schenkt aan het inzichtelijk rekenen. Het lijkt er nu en dan op of de beoordelaar sommige aspecten niet heeft willen zien.

Een methode beoordelen zal toch moeten gebeuren met een positieve instelling.

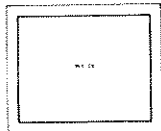
'Wat wordt er waargemaakt van wat voorgestaan wordt?'

Deze vraag wordt beantwoord door iemand, die heel duidelijk in een methode, die ongeveer acht à negen jaar geleden vorm kreeg, dingen zoekt die in *iowo*-kringen gewenst worden. Als hij ze niet allemaal vindt, valt de methode natuurlijk tegen. Maar om dan meteen maar van weinig doordacht te spreken, is toch wel een belediging voor de meer dan 3000 schoolteams, die al of niet na adviezen van medewerkers aan *sbd*'s en pedagogische akademies, deze methode kozen.

Nergens wordt ook gewag gemaakt van de werk- en controlebladen. En ook nergens van ervaringen van gebruikers. Dat dit achteraf nog gaat gebeuren doet vermoeden, dat ook het *iowo* niet gelukkig is met de gang van zaken.

§ 16

1. Een rechthoekig weiland van 100 bij 80 m is omgeven door een sloot van $1\frac{1}{2}$ m breedte. In die sloot staat het water overal $\frac{1}{2}$ m diep.



Bereken de oppervlakte van sloot en weiland samen en ook van het weiland alleen.

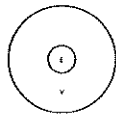
Hoe groot is de oppervlakte van de sloot? Hoeveel m^3 water staat er in de sloot?

2. We hebben het getal pi (π) = $3\frac{1}{7}$ of $\frac{22}{7}$ leren kennen. Als ik nu van $1,0 \dots : 7 = 0,14 \dots$ de gewone breuk $\frac{1}{7}$ een decimale breuk probeer te maken, dan beschouw ik $\frac{1}{7}$ als deling en ga dus 1 delen door 7. De deling is zoals ze er staat niet af. Als je nu zelf verder deelt zul je ontdekken, dat de deling nooit af komt. Wij hebben de uitkomst afgerond op 0,14.

$$\begin{array}{r} 7 \\ \overline{)30} \\ 28 \\ \hline 2 \end{array}$$

Vaak neemt men voor $3\frac{1}{7}$ nl. het decimale getal 3,14. Het hangt van de getallen af, of men voor pi $3\frac{1}{7}$ of 3,14 neemt.

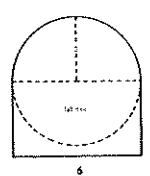
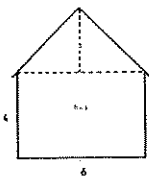
3. De tekening hiernaast stelt een cirkelvormige vijver voor met in het midden een cirkelvormig eilandje. De middellijn van het eilandje is 1 m. Het water is 80 cm diep en de afstand van de kant tot het eiland is $1\frac{1}{2}$ m.



Hoeveel m^3 water is er in die vijver?

Neem voor π het getal 3,14.

4. Hier is de zijgevel van een huis en van een fabriekshal getekend.



De afmetingen (in meters) staan erbij.

Bereken de oppervlakte van elke gevel. Per m^2 waren bij het huis 186 en bij de fabriek 200 stenen nodig.

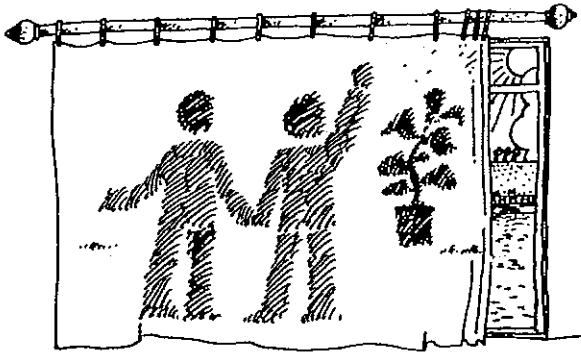
Hoeveel stenen zijn er in elk van de gevels? ($\pi = 3,14$)

deel 12, pag. 52

Als we deze korte karakteristiek van de methode *functioneel rekenen* afstemmen op de opbouw van de methode, dan dient de teneur van deze beschrijving terughoudender en bedenkelijker te worden.

Kennelijk onder druk van de omstandigheden, gaat de methode vanaf het vierde leerjaar op weg naar training voor de toetsnaald. De

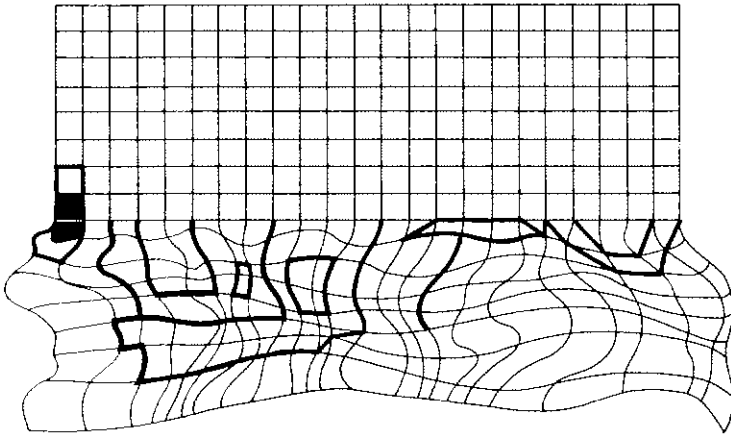
Zoek eens uit met welke hand de twee kinderen achter het gordijn elkaar kunnen vasthouden en hoe ze dan staan. Er zijn meerdere oplossingen mogelijk.



U merkt wel dat er heel wat gedachtenwendingen gemaakt kunnen worden bij het *kreëren van een wereld* achter het gordijn, die dit gegeven schaduwbeeld oplevert. Dit is typerend voor wiskundige wereldoriëntatie: het scheppen van 'werelden' bij bepaalde gegevens.

Door golven in gordijn of transparant te leggen, komen in de eerste klas ook vervormingen van schaduwen ter sprake. Deze vervormingen worden later op roosters vastgelegd.

► *Teken het huis aan de waterkant.*

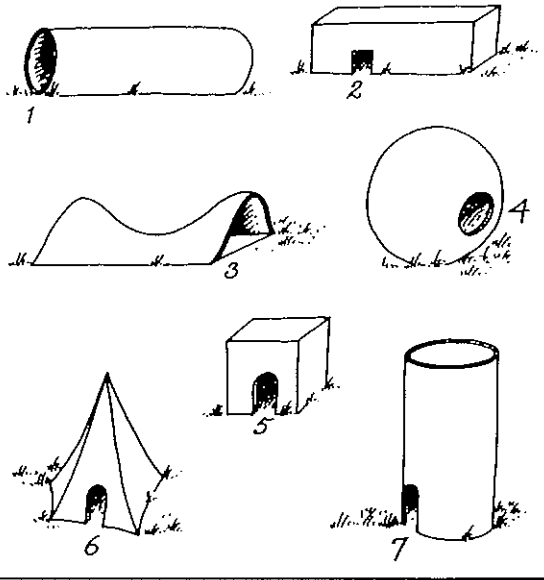


tweede klas

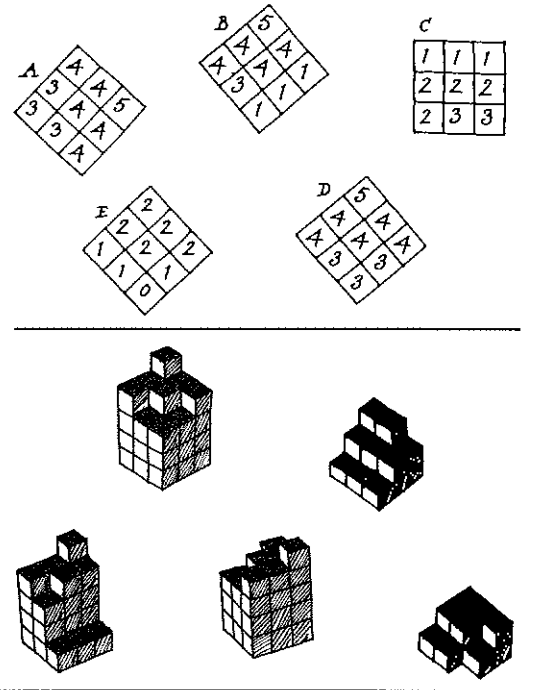
Volgen we even deze lijn van projecties door de basisschool, dan zien we in de tweede klas o.a.:

- het aangeven van de vorm van vloeren of verdiepingen in hutten;
- het beschrijven van gebouwen van blokjes met behulp van projecties (plattegronden).

► *Teken de vloer van elke hut.*



► *Bouw en controleer.*



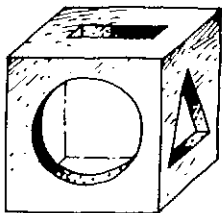
In de vierde klas wordt gevraagd om aan de hand van gegeven vòr- en zijkant het gehele gebouw te beschrijven.

In de zesde klas wordt - binnen het onderwerp verhoudingen - de lengte van een stok met de lengte van de schaduw ervan vergeleken.

kleuterschool

Ook in de kleuterschool wordt druk met projecties omgesprongen. In spelletjes als 'schaduwtikkertje' en 'wie-kan-de-langste-schaduw-

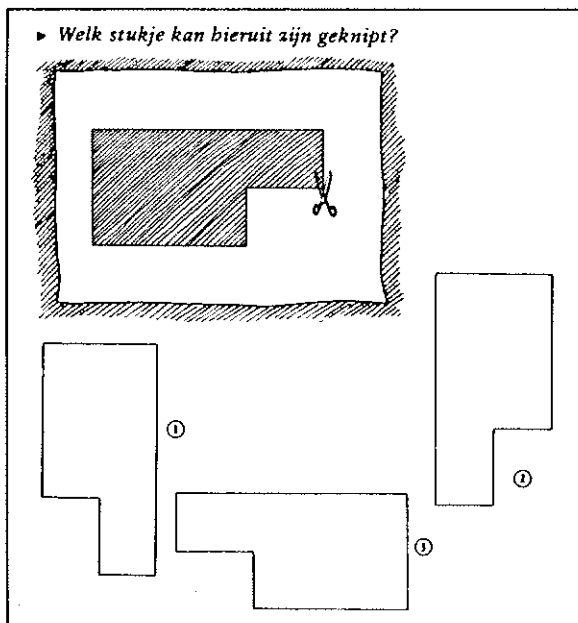
maken'. Of door middel van bekend materiaal als de gatendoos:



afbeeldingen

Projecties van voorwerpen zijn afbeeldingen van die voorwerpen op een vlak. De kinderen worden met allerlei eigenschappen van dit soort afbeeldingen geconfronteerd. Sommigen ervan kennen ze al, anderen houden ze niet voor mogelijk.

Ook andere afbeeldingen, zoals spiegelen en draaien, komen impliciet aan de orde:

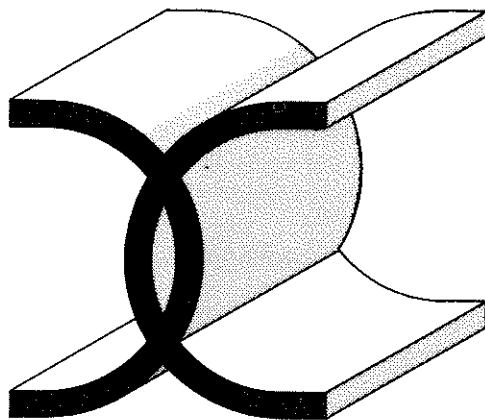


Opvallend is, dat kinderen deze afbeeldingen (projecteren, spiegelen, draaien) *niet daadwerkelijk* behoeven uit te voeren en dat deze afbeeldingen nog minder expliciet besproken dienen te worden. Als leerlingen zich namelijk een voorstelling van zaken maken, komen afbeeldingen als *gedachtenwendingen* van pas, die de oplossing van een probleem gemakkelijker maken.

Afbeeldingen vormen in dit kader een enigszins geavanceerd onderwerp voor de basisschool.

Een volgende keer zullen we de wiskundige wereldoriëntatie nader belichten, door een onderwerp te kiezen dat meer bekendheid in de basisschool geniet.

opleiding



SCHATTEN; EEN DIDAKTISCH WERKSTUK

De eerstejaarsstudenten van de pedagogische academie in gorinchem hebben zich ongeveer zeven weken bezig gehouden met het onderwerp 'tellen'. Dit betekent dat ze er, naast de wekelijkse twee uur les, ook in de oefenschool mee bezig zijn geweest. De voorlaatste les wordt besteed aan konstruktieve analyse. De docent tracht zich voor te doen als onderwijzer van een vierde klas en bewerkt het gegeven materiaal naar een eigen gekleurd wiskundeonderwijs. Aan het eind van deze 'les' wordt de toets aangekondigd. Volgende week op de academie wordt gewerkt aan het wiskundig deel; deze week thuis en in de oefenschool aan het didaktisch deel.

De opdracht voor dit didaktisch werkstuk is voor onderbouw, middenbouw en bovenbouw verschillend. In deze kolommen beperken we ons tot de onderbouw.

FRED GOFFREE
HUUB JANSEN

► VOORAF (1)

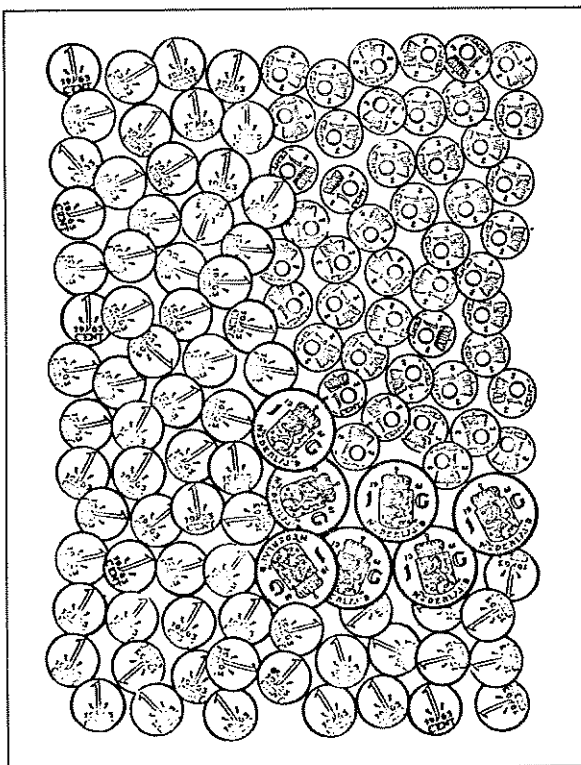
De studenten wordt — voor alle bouwen — geadviseerd, om de didaktische opdracht in vijf stappen te maken: eerst zelf de gegeven problematiek oplossen, dan daarbij op eigen gedrag reflecteren, vervolgens nieuwe problemen — als uitbreiding — zoeken, deze oplossen, en tenslotte een stukje wiskundeonderwijs 'vòordenken' in dit ruime gebied. Een warming-up dus, in het zèlf doen van wiskunde en het nadenken over de eigen aanpak. Het didactisch voordenkwerk kan — zo hopen we — op basis hiervan enige vakdidactische inhoud krijgen.

Tenslotte kan de student zijn onderwijs ook in de praktijk toetsen.

In dit stadium (ongeveer februari) het liefst door te werken met een kleine groep kinderen. Voor de onderbouw luidde de opdracht:

bedoeling

Het doel van de kaart is: schatten, groeperend tellen, inwisselen, het positiestelsel, noteren met het *f*-teken.



opdrachten

- We laten de kinderen eerst het totale bedrag schatten.
- Daarna laten we het bedrag precies tellen. Stel zo mogelijk een abakus ter beschikking.
- Zou je nog verder kunnen gaan met inwisselen?
- Hoe kun je dit bedrag met zo weinig mogelijk muntstukken leggen, als je geen stuivers, kwartjes en rijksdaalders mag gebruiken?

- Een buskaartje kost 25 cent. Bedenk eens een paar manieren om zo'n kaartje met gepast geld te betalen.

Een week later worden de didactische werkstukken ingeleverd. Het is een hele stapel rijk didactisch materiaal. Gelukkig heb je, als ontwikkelaar voor onderwijs op de pedagogische academie in wiskunde en didactiek, de tijd om hiervan een uitvoerige analyse te maken

Een stukje van deze analyse willen we hier graag prijsgeven. We zijn onze studenten Corrie, Betty, Edwin, Enny, Peter, Ria, Sophie en Wout, uit het eerste jaar, alvast dankbaar voor hun bijdragen.

► DE ANALYSE (2)

We blijven met dit onderwerp binnen de onderbouw. Acht studenten hebben eerst zelf een poging gedaan om het bedrag, dat de op het werkblad getekende geldstukken vertegenwoordigen, te schatten. Het blijkt, dat het begrip 'schatten' niet bij allemaal dezelfde betekenis heeft. Sommigen vereenzelvigen de opdracht met raden, waarbij het pertinent verboden is om te denken. De meesten menen echter, dat 'schatten' alles is om het aantal te vinden, behalve dan de methode van het tellen. Corrie's aanpak is veelbetekenend en tegelijk nietsonthullend.

Ze zegt:

'Ik dacht dat het ongeveer *f* 12,50 zou zijn. De guldens kon je zo zien, dat waren er zeven. Voor de rest heb ik maar wat gedacht (50 cent + 60 dubbeltjes).'

Betty vindt dat schatten iets te maken heeft met snelheid:

'Ik telde snel tien dubbeltjes.'

Even later:

'Ik zag in een oogopslag zes guldens.'

Ook Wout denkt er ongeveer zo over. Hij zegt:

'Toen nog een blik op de dubbeltjes geworpen (niet geteld).'

oriënteringsbasis

Daar dezelfde activiteit van de kinderen gevraagd wordt — als de studenten het didactisch werk in de oefenschool gaan realiseren — is het van het allergrootste belang, dat de student zich bewust is van een mogelijke oriënteringsbasis, waarop het schatten kan berusten.

In ons geval gaat het om een schatting van aantallen guldens, dubbeltjes en centen. Wat de guldens betreft, zijn we gauw klaar. Je ziet — zoals Betty zegt — in één oogopslag dat er

zeven zijn. Vanzelfsprekend kun je dat ook in twee stappen doen. Enny licht dat aldus toe:

'Er zijn zeven guldens, dat zie je zo: 2×2 naast elkaar en drie eronder.'

Voor de dubbeltjes ligt een andere strategie voor de hand. Edwin en Ria noemen deze ekspliciet. Het gaat erom, dat je een bepaald groepje telt, de oppervlakte in gedachte neemt en deze afpast op het totaal.

Edwin:

'Toen telde ik tien dubbeltjes en tien centen en zag welk oppervlak ze innamen en heb toen geschat.'

Geen van allen vertelt erbij, dat ze gebruikmaken van het feit, dat de dubbeltjes (en centen) overal even *dicht* gestrooid zijn.

Oppervlakte en *dichtheid* zijn de begrippen die een geschikte basis vormen, waarop men in dit geval tot een schatting kan komen. Denk je dan, bij de voorbereiding van het didaktisch werk in de oefenschool, aan de beginsituatie van de zes- en zevenjarigen, dan weet je dat deze vraagstelling weinig betekenis kan hebben. Voor een instaprobleem kan ze in feite helemaal niet in aanmerking komen.

de 'schat'-vraag

Toch nemen alle acht studenten de 'schatvraag' als eerste op. De reacties van de kinderen bevestigen de hierboven genoemde — bange — vermoedens. Het is de moeite waard om er hier enige te noemen.

Laten we beginnen met Wout en Peter, die het werkblad uit goede didaktische overwegingen, door een zak met geld vervangen. Beiden vragen naar een schatting van de inhoud als de zak nog dicht is.

Peter formuleert dit aldus in zijn voorbereiding:

'Zet de zak op tafel en plaats de kinderen er omheen. 'Wie kan raden hoeveel munten er ongeveer in zitten?' Je wacht de reacties af. Daarna maak je de zak open en strooi je de munten uit over de tafel (zorg ervoor dat er geen munten op elkaar liggen). Dezelfde vraag wordt nogmaals gesteld. 'Denk je nu nog hetzelfde, of ben je van mening veranderd en waarom?'

De laatste 'waarom'-vraag heeft meer dan één facet. Het feit dat Peter van meet af aan over *raden* spreekt, lijkt mij juist. Toch levert het denken over 'oriënteringsbasis voor het schatten' een duidelijk onderscheid tussen de eerste (gesloten zak) en tweede situatie (geld op tafel uitgespreid).

Peter heeft dit alles evenwel nog niet vòòrge-dacht. In zijn praktijk blijkt dit als volgt:

'Op de tafel staat het zakje met munten (53). 'Wie kan raden hoeveel munten er in het zakje zitten?' Annemieke: 36, Gert: 33 en Roelie: 34. (Men ging gauw af op wat de ander gezegd had). Dan wordt er geraden, als de munten op tafel gelegd zijn: Annemieke: 46, Gert: 35 en Roelie: 38. En dan gaat men tellen.'

Wout heeft een zak met zes guldens, negen kwartjes, 23 dubbeltjes, zeven stuivers en 39 centen.

'Ze kunnen niet zien wat erin zit, maar mogen het op de hand wegen. Dan moeten ze schatten hoeveel erin zit. (Er zitten slechts munten in, waaronder geen rijksdaalders). Kun je dat zeggen, ja of nee, en waarom wel en waarom niet? De zak wordt omgekeerd en het geld bijeengevoegd. Maak nu nog eens een schatting. Hoe heb je dat gedaan?'

Bij de praktische uitvoering blijkt, dat Wout de eerste vraag formuleert met 'raad eens' en dat hij aan de tweede niet toekomt. Er wordt direct geteld.

bewustmaken

Het komt meer voor dat een onderwijzer vragen stelt — problemen opgeeft — waarvan de didaktische bedoeling onduidelijk is. Dat een dergelijke werkwijze van geen betekenis is voor het leren van de kinderen, blijkt weer eens uit bovenstaande voorbeelden.

Ook zij, die zich beperkten tot afbeeldingen van geldstukken, hadden hier iets van kunnen ervaren. Maar ook in deze (onderstaande) gevallen blijkt, dat de didaktische gevoeligheid nog niet zover ontwikkeld is, dat de studenten zich deze didaktische problematiek bewust konden maken.

Betty vertelt vanuit de praktijk:

'Werkblad. De leerlingen schatten. Daar snapten de leerlingen niets van. Erika zei $f 400,-$, Bas $f 100,-$ en Lisette $f 200,-$.'

Corrie begint toch nog even voorzichtig met drie stapeltjes geld:

'Ik begon met schatten, zoals ik in mijn voorbereiding heb vermeld. De kinderen die wilden schatten, mochten zeggen hoeveel ze dachten dat het was. Dit ging heel leuk: het kwam nogal eens voor dat iemand er maar één of twee munten naast schatte. Het juiste aantal werd geen één keer geschat. Soms hoorde je leuke opmerkingen. Bijvoorbeeld bij de dubbeltjes (het waren er 16) schatte/raatte een jongetje 12. Heel spontaan kwam de opmerking van een meisje: 'nee hoor, het zijn er veel meer, ik denk wel 17.'

Alle leerlingen deden leuk mee en ze waren steeds erg nieuwsgierig naar het juiste aantal. Als iemand een getal, heel dicht bij het juiste aantal had genoemd, ging er een bewonderend 'bijna joh' door de klas.'

eigen ervaring

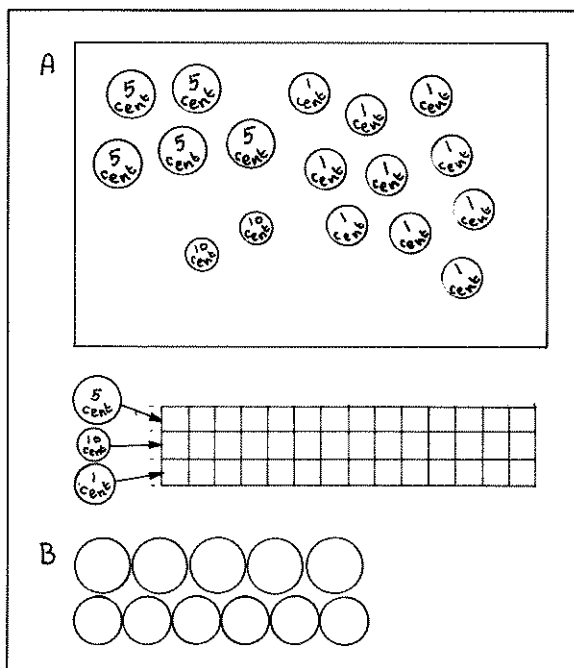
Vanzelfsprekend kan de student de kinderen niet bewust maken van iets, dat aan hemzelf voorbijgegaan is. Maar al is de eigen ervaring wel bewust en expliciet gemaakt, dan nog is de didactische winst geen vaststaand gevolg. Ria, die heel goed wist te zeggen dat ze uitging van de plaats die tien dubbeltjes innamen, weet geen raad met Bertje's antwoord in de volgende situatie:

'Ze moesten raden hoeveel geld er op tafel lag, zonder te tellen. Maar volgens mij zaten ze wel heel degelijk te tellen. Bert zegt 17. Op mijn vraag 'hoe heb je dat nou gedaan?', kwam het antwoord: 'ik stond zo maar te kijken en toen zag ik het.'

Edwin die zijn schatting baseerde op de oppervlakte die tien dubbeltjes innemen, kan hierin geen inspiratie vinden om zijn leerlingen op een goed spoor te helpen.

'Ik schotelde ze het werkblad voor en vroeg hen te schatten hoeveel erop stond. Wat mij opviel was, dat ook in dit groepje uit de tweede klas iemand het paginanummer als getal opgaf. Maar het schatten ging weer ongecontroleerd, waarschijnlijk omdat de hoeveelheid te groot was.'

Ook Enny kan de door haar gekreëerde onderwijsleersituatie didactisch niet aan. Ze heeft het gegeven werkblad – op goede gronden – vervangen door een eenvoudiger:



Dit bespreekt ze met Paul, Leo, Aard en Michèle uit de eerste klas.

'Toen ik ze het werkblad voorlegde, zei Paul: 'oh, dat zijn honderdduizend guldens', zonder dat ik ook maar iets gevraagd had.

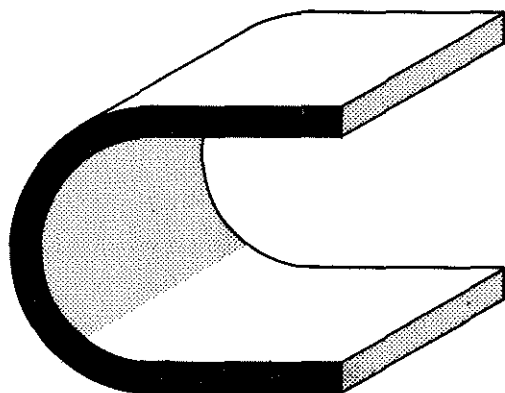
Op mijn vraag 'hoeveel rondjes zullen dit zijn?' (schatten!), bleek dat de kinderen hiertoe niet in staat waren. Er kwam niets uit. Alleen Leo zei: 'ik denk dat het er 17 zijn.' De anderen wilden alleen maar tellen. Toch ben ik bang dat ook Leo eerst geteld heeft.'

► MOMENTEN (3)

Met bovenstaande gegevens lijkt het mogelijk, om belangrijke momenten in het leren van didactisch denken en handelen door studenten aan te geven. Elke uitspraak is nu te voorzien van een voorbeeld uit het gebied van het schatten, zoals dat hierboven naar voren is gekomen.

- De eigen bewustgemaakte wiskundige ervaring kan *een goede basis* vormen voor het vòordenken en uitvoeren van didactisch werk.
- Bij het bewustmaken van de eigen wiskundige activiteit is een *analyse van de eigen oriënteringsbasis* (welke woorden, begrippen en inzichten gebruikte ik?) een geschikt uitgangspunt voor het doordenken van de beginsituatie (aspecten daarvan) van de leerlingen.
- Op deze manier wordt de *beginsituatie* van de kinderen doordacht vanuit de geplande probleemstelling.
- Essentieel is een duidelijk beeld van het *leerproces*, dat met het te kreëren onderwijs op gang moet worden gebracht.
- Kennis van het bovenstaande geeft informatie over het feit of de kinderen in staat zijn *in te stappen*, zonder sterke begeleiding zich binnen de probleemstelling te *oriënteren* en zelf ontdekkingen te doen.
- De vraag of het leerproces van de kinderen op gang gehouden moet worden door middel van veel *inbreng van de leerkracht*, is met behulp van deze informatie ook in zekere zin te beantwoorden. Of 'het de prijs waard is' (het laten leren door veel voor te zeggen en uit te leggen) kan dan eveneens overwogen worden.
- *Moeilijkheden, materiaalfactoren, mogelijke hulpverlening, goede tips, leerduwtjes en formuleringen* van vragen, antwoorden en opmerkingen, kunnen nu in belangrijke mate voorgedacht worden.
- Een *volledig onbegrip* van de leerlingen – het spookbeeld van wiskundeleraren – is wellicht bij een dergelijke doordenking te voorkomen.

dagboek inter- nationaal



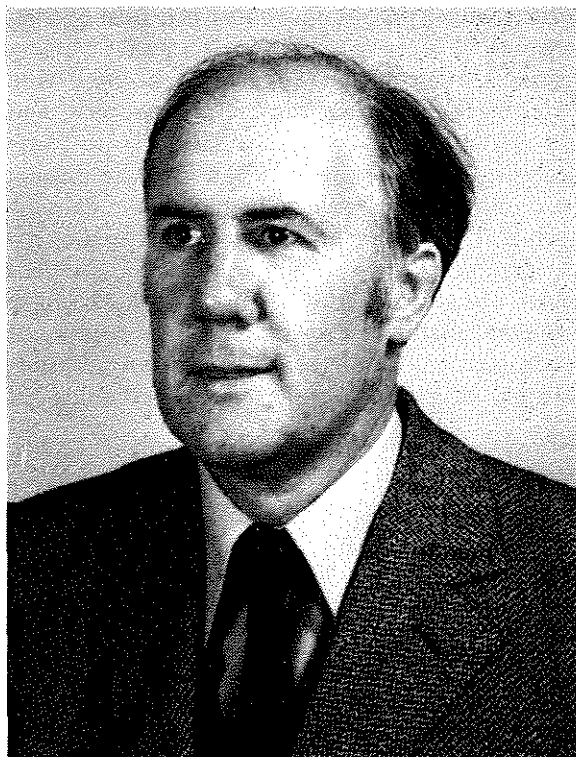
Born 29.8.29 newark, notts. Following service as an RAF education officer from 1950-53, taught mathematics in a secondary grammar school and became head of mathematics department in a comprehensive school. In 1960 joined the staff of the new nottingham college of education, training primary and secondary teachers, becoming head of department in 1972 when the college had 1300 students.

In 1966 he was seconded to the uganda government teacher training inspectorate and assisted with in-service training courses. Member of the writing teams for the association of teachers of mathematics books: 'Notes on mathematics in primary schools' (CUP) and its forthcoming sequel 'Notes on mathematics for children'.

Has taken a large number of in-service courses for primary teachers, for the northern ireland government and the nuffield project. Now associate head of department following the merger with the polytechnic in 1976 to form an institution of 7000 students.

Adress: Trent polytechnic (clifton), nottingham, england.

ARTHUR MORLEY



monday, 5th july

The beginning of the last week of the summer term. I prepare the course outline for the mathematics professional course component in next year's post-graduate one year course for intending primary teachers. Always a good group to teach, able and highly motivated, but one year is not long enough when it includes two periods of block teaching practice of four and eight weeks, and I have only twenty sessions of one and a half hour in college for professional mathematics. Find myself angry that the 'James' committee on teacher training supported this 'three year degree plus one year training structure', and gloomy that since it means a short supply chain when compared with the four year concurrent B Ed programme, the present teacher unemployment and economic position makes it the more attractive to the government. But the short training supply argument is not heard when medical courses are under discussion – then, rightly, it centres on how long is necessary to make the student competent!

Tutorials with two third year students to plan their long studies in mathematics education during their final year. Ian wants to work on teaching statistics to 16-18 year olds in the academic sixth-forms. It is becoming more popular as an alternative to mechanics as the applied mathematics component, but is being badly taught. Smooth inclined planes are being replaced by cookbook recipes of statistical tests. We talk about the new courses

which have a range of applications in the syllabus, and I give him a copy of a paper by professor Downton with examples of improved teaching approaches to particular topics, and we discuss arrangements for him to do some teaching next term. He asks about the impact of computer availability or electronic calculators and their use in exams. Chris is looking at geometry in middle schools (8-12 year olds). He is interested in themes which might develop through this stage. No shortage of materials to work on, though the schools council report on middle schools is feeble.

tuesday, 6th july

A letter from the external examiner. He suggests raising my proposed marks for Susan and Helen's studies last winter, based on 'Waterland' and 'Look on luck', and that an article for submission to 'Mathematics teaching' be constructed from them to help the *wiskobas* work become more widely known in England. Meet a group of students training for work in infant schools (5-7 year olds). We have been working with children during the last two weekly sessions, and I ask them to write up an evaluation under the headings of initial statement, explanation and recommendations. These turn out to be quite illuminating, revealing some mathematical misunderstandings, but also some sharp perceptions of children's thinking. Continually grateful for the marvellous cooperation we get from the primary schools in arranging these visits for small-group teaching. Recall the occasion when this school provided 90 children for two students to four children working.

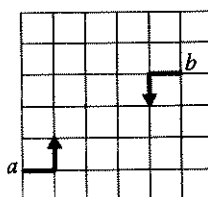
Receive a note to say my abstract for a poster session at the Karlsruhe congress has been accepted, but I have to produce an expanded version. Keep hoping that there will be real dialogue in the working groups – at Exeter there was too much reading set papers.

wednesday, 7th july

Meet the external examiner for the first year of the new B Ed course. He is very thorough and I never cease to be amazed at the skill he has in assessing from an exam script a student's knowledge and potential. He wonders if first attempts at investigations should be submitted, but I argue that they should be marked at that level and the need for the student to see that we think such work is important. Why do we hesitate to give students the chance to 'do their own thing' in mathematics? It's surely a matter of balancing individual exploration with a solid development of

knowledge and skills which interact with their investigation work.

After coffee see a student going on final teaching practice at the beginning of next term. She is going to a south Notts project secondary school where they are trying out coverage through situations, rather than set chapters in the book, and trying to develop the children's ability to do investigations. At her preliminary visit, the head of department has kindly given her the write-up draft report of the previous years work. There is some very interesting material on the meeting point game on a grid with different sets of starting points and different rules for b to make in response to a move by a . Will they meet?



Plenty of possibilities and some of the children had used their knowledge of matrices. Next student wants to do a study on Greek geometry. She has been stimulated by an article in the journal 'Archives for history of the exact sciences' by Urguru, attacking the concept of 'geometric algebra', and a convincing reply by Van der Waerden in the next issue. The section in Mahoney's book on Fermat seemed a useful reference, but I've recently found severe criticism of it in the 'Boston studies in the history and philosophy of science XXV', which is entirely devoted to Greek analysis. Pity, 'Archives' is so expensive. It's a marvellous journal. However if we know what we want, almost anything can be obtained quite quickly through interloan from the British Lending Library, for the standard sum of 62p whether it's a short photocopy of an article, a book, or a thesis from the USA. It's a service which has revolutionised the resources available to our students.

Just time to ring a headmaster about a job for a student who hasn't obtained a post yet. Fortunately most of the secondary specialist maths students are fixed up, but many of the primary students haven't got jobs and they are very bitter about it after three or four years training. I feel incensed when the politicians say it's just the fall in the birth rate, when we all know it's economics and there are 100,000 primary school classes with over 30 children in them.

In the afternoon there is a meeting of the whole department on the city centre site.

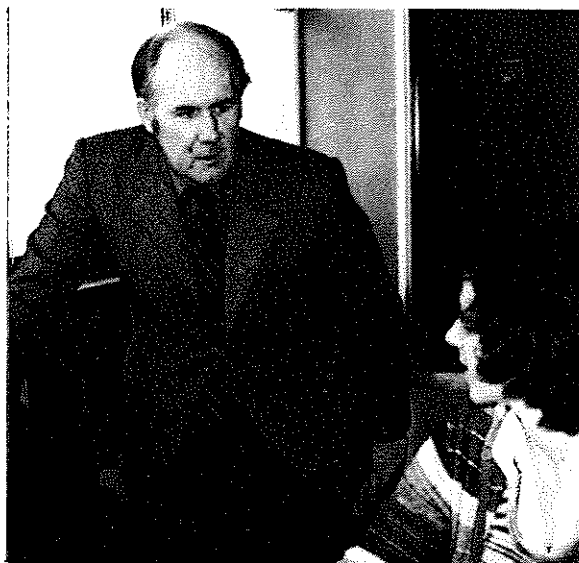
There is anxiety about the amount of time spent setting examination papers and re-sit papers, and on examination board meetings. The department services all other departments in 'the polytechnic' for the mathematics components of their courses, a gigantic enterprise. We agree that close liaison with the course-based department is essential and the need to be up to date in the uses of mathematics in that discipline. We debate the reaction of the council for national academic awards (which validates all degree courses in the united kingdom outside universities) to a combined studies in science submission which involved a study of two science-areas in depth, with a parallel study of 'Science and society', after a broad-based foundation year. The panel is looking for closer relationships between the discipline-areas and the contextual studies, and this again requires mathematics staff to look widely and in depth outside their own field. This is very demanding.

thursday, 8th july

The morning starts with our weekly mathematics education division meeting. After coffee write a draft of the advanced professional course for the 4th year of the new B Ed. It will occupy one-third of the year instead of one-sixth as at present, so there will be time for a more sustained period of work in schools as the basis of two of the three pieces of work for assessment. Reviewing the literature for the bibliography, the need for a reader of periodical articles is even more evident. It is the only way to enable students to prepare for a seminar discussion. Lectures on research findings make little impact. There is still a gap for a book for student teachers, which discusses the different foundations which can be used as a basis for school geometry, so that students can be aware of the choices underlying curriculum decisions. We shall at least need to expand the condensed chapter in Burn's 'A deductive approach to transformation geometry' (CUP), and illustrate from the secondary school course texts of various projects.

friday, 9th july

Last of six lectures to third year B Ed students on 'Nature and growth of mathematics'. We have discussed Lakatos' 'Proofs and refutations' articles, analogy, transformations, axiomatics and this week the subject is applications and mathematical modelling. Start with the problem of the number of questions (using only 'yes' or 'no' answers) to identify a digit from 0 to 9 as an introduction to in-



formation theory. There is their recent course on linear programming to draw on, and the useful introduction in Kemeny's 'Mathematical models in the social sciences'. Illustrate stochastic models from my own research on sequential sampling plans. There is then the vital question: can we teach mathematical modelling? The schools council 'Applicable mathematics', 6th form project, has now published its booklets (Heinemann) and there are some reports in journals of pupils efforts with open-ended problems.

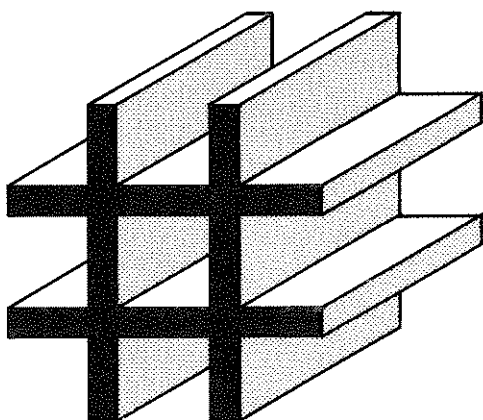
saturday, 10th july

The students have gone! Clear up my study—enough to make a working space on the desk! A new set of text books for remedial mathematics, 'Mathematics for life', by Moore and Williams (OUP), has arrived. The teachers' book to the series looks as though it will be very helpful to students. Each year there are a few with a real concern to help these children, which I find very moving. Previously there has been little material of quality to help children or teachers. Recently we had a visitor from the *usa* with a particular interest in this problem and I don't think he found much in england of value, but he wrote to me later that at any rate people in england were concerned. In the european country (not holland) which he was visiting he couldn't find anyone who even cared. It's a classic case of a problem which needs a team with psychologists, teachers with a lot of experience of these children, and some with a stronger background in mathematics, to make progress.

sunday, 11th july

Day of rest. What a marvellous summer. So dry that the grass has stopped growing and I don't even have to mow the lawn!

oefen- stoffering



TABELLEN

De titel van deze rubriek is meerzinnig. Afhankelijk van de wijze waarop de accenten geplaatst worden, ontstaan betekenisverschuivingen. Alhoewel het ons om al deze betekenissen tezamen gaat: — oëfenen-oefenstòf-stoffëring-oëfenstoffer-fering —, willen we hier toch vooral de 'vormen' van het oefenen, de 'inkledingen' benadrukken.

LOUIS GILISSEN
LEEN STREEFLAND

inleiding

De meest voorkomende 'stoffering' in de nederlandse rekenboekjes is 'het rijtje':

$2 \times 3 =$	$10 \times 10 =$	$20 \times 10 =$
$2 \times 30 =$	$10 \times 20 =$	$20 \times 20 =$
$4 \times 3 =$	$20 \times 10 =$	$20 \times 40 =$
$4 \times 30 =$	$10 \times 80 =$	$80 \times 10 =$
$6 \times 40 =$	$80 \times 10 =$	$80 \times 20 =$

$2 \times 4 =$	$10 \times 10 =$
$2 \times 40 =$	$10 \times 100 =$
$20 \times 40 =$	$10 \times 400 =$
$20 \times 50 =$	$20 \times 400 =$
$60 \times 70 =$	$3 \times 400 =$

Het oefenen van de hoofdbewerkingen kan echter ook op andere wijzen plaatsvinden. Denk in dit verband aan: tabellen, open bewerkingen, machientjes, honderdveld, magische vierkanten, ... De ervaring op enkele scholen leert, dat variatie in deze 'oefenstofferingen' zowel voor de leerlingen als voor de onderwijzer aantrekkelijk is.

In dit openingsartikel gaan we niet in — althans niet uitgebreid — op het 'waarom' van het oefenen. Kennelijk is het nodig om leerlingen van de basisschool veel te laten oefenen met de hoofdbewerkingen. Op de juistheid van dit 'kennelijk' en op de daarbij gebruikte argumenten, willen we in latere beschouwingen nog eens terugkomen.

Allereerst willen we u in een serie artikelen laten kennismaken met de mogelijkheden van een aantal 'oefenstofferingen'.

We beginnen met de tabel. Een u niet onbekende vorm. Een zeer efficiënte oefenstoffering. Gaat u maar eens na hoeveel rijtjes u kunt vervangen door één zes-bij-zes-tabel! Voorts is zo'n tabel snel op het bord te zetten en door de leerlingen over te nemen.¹⁾

In een laatste kwartier voor de pauze, kunnen dan (zeer) intensief veel sommen gemaakt worden. Belangrijker nog dan deze efficiency-overweging, vinden wij dat werken met tabellen niet alleen vaardigheidsverhogend werkt, maar dat daarbij van de leerlingen een hoge mate van inzicht in de structuur van de getal- lenwereld wordt verlangd.

Het materiaal in deze rubriek beoogt direkt bruikbaar te zijn. Morgen! In de klas! Daarom toch nog een waarschuwing: vervang niet in-

¹⁾ Het verdient aanbeveling om ruitjespapier van 1×1 cm in voorraad te hebben. Het tekenen van de tabellen gaat anders te veel tijd vergen.

eens alle rijtjes door één andere oefenstof-fering. Immers, de ene eenzijdigheid wordt dan ingeruild tegen de andere. Doe voorlopig eens wat ervaring op tijdens een wekelijks halfuurtje (kwartiertje)! Dit betekent ook: maak de tabellen aanvankelijk niet te omvang-rijk: vier-bij-vier of vijf-bij-vijf is meer dan genoeg.

OPTELLEN EN AFTREKKEN (1)

►VOORBEELD VAN EEN OPTELTABEL (1)

+	1	8	0	2	12
4					
7		x			
11					
15					
25					

praktische tips

- Zorg voor een duidelijke afscheiding tussen de ruimte voor de randgetallen en de rest van de tabel. Zet desnoods een kring om de randgetallen.
- Maak de werking van de tabel goed duidelijk. Bijvoorbeeld door te vragen:
 - welke twee getallen horen bij het kruisje?
 - wat moet er met die getallen gebeuren?
 - in welk vakje hoort het antwoord, als 11 en 12 opgeteld zijn?
- Zorg ervoor, dat de leerlingen over de termen *kolom* en *rij* beschikken: het kruisje staat in de kolom van 8 en de rij van 7.
- Maak in het begin gebruik van kleine tabel- len (bijvoorbeeld vier-bij-vier).

variatie

onderbouw: (eventueel nog) kleinere tabellen (drie-bij-drie); eenvoudiger getallen;

middenbouw: zie tabel;

bovenbouw: grotere getallen, breuken en eventueel negatieve getallen.

aantekeningen

Zo'n tabel kan handig ingevuld worden, door bijvoorbeeld de bovenste rij in te vullen en daaruit de tweede rij af te leiden:

+	1	8	0	2	12
4	5	12	4	6	16
7	8	15	7

+3

Er zijn echter tal van andere mogelijkheden. Bijvoorbeeld: eerst de '0'-kolom invullen en daaruit de andere kolommen afleiden. Getal- len, die een 'speciale rol' vervullen bij een bepaalde bewerking — zoals in dit geval de nul —, kunnen we de nodige aandacht geven. Doordat het effect van de nul achtereenvol- gens in meerdere gevallen nagegaan wordt, komt zijn 'neutrale' karakter bij de optelling beter tot z'n recht dan in incidentele gevallen.

►VARIANTEN (2)

Bij deze eerste varianten worden randgetallen weggelaten en 'antwoorden' gegeven. Het is aan te bevelen, de leerlingen in het begin met eenvoudige gevallen te confronteren:

+	3		10	14
2				
		9		19
8		12		
				27

Het tweede rijrandgetal kan op de aangegeven wijzen gevonden worden:

+	3	④	10	14
2				
⑤		9		19

+	3	④	10	14
2				
		9		19
8			12	

Het is van belang, dat voor de leerlingen eerst meerdere 'toegangen' tot het bepalen van een ontbrekend getal openstaan. In tweede in- stantie kunnen dan tabellen als hieronder aan de orde gesteld worden.

Misschien is het zelfs raadzaam, eerst maar eens enkele vermenigvuldigtabel- len te geven. Vooral door het aanleren van de tafels, hebben de leerlingen immers wat meer routine met stipsommen opgedaan dan bij het optellen.

variaties

onderbouw: kleinere getallen en eenvoudiger tabellen;

middenbouw: zie voorbeelden a, b en c;

bovenbouw: eventueel grotere getallen.

+	3						
	5	8					
		12	16				
			18	21			
				25	30		
					33	35	
						38	41
							43

a

+	3		10	14		20	
2					20		
				19			
8							32
		16				29	
						32	
			25				
	24						

b

+							
4		9		15			
			18			25	
	15			23			
			23		28		
		21				32	
					33		37
							39

c

aantekeningen

- Bij tabel a moet je als leerling de slag te pakken krijgen. Links: randgetal 2 ($2+3=5$); boven: randgetal 6 ($6+2=8$), enz.
- De wijze waarop de getallen ontdekt worden, komt overeen met het maken van stip-sommen. Maar er zit meer achter: in tabel b moet je eerst de goede 'roete' maar zien te vinden. Zie bijvoorbeeld getal 16 in deze tabel.
- De meest handige werkwijze bij tabel b is, om eerst de randgetallen op te sporen. Merk op, dat sommige leerlingen dit direkt door hebben en andere niet.
- Tabel c is een moeilijke variant van a. De aanpak is in principe hetzelfde.
- Algemeen geldt hier dat — hoewel er sprake is van opteltabellen — er ook afgetrokken

wordt. Anders gezegd: een opteltabel kan ook als aftrektabel geïnterpreteerd worden.

► EIGEN WERK (3)

+							
		9		15			
			18			25	
	15			23			
			23		28		
		21				32	
					33		37
							39

a

Tabel a is dezelfde als c in paragraaf (2), doch nu is het enige randgetal ook nog weggelaten. Voor de konsekwenties hiervan, verwijzen we naar de aantekeningen hieronder.

+	6	8	12	14	17	19	21
1	7	9	13	15	18	20	22
6	12	14	18	20	23	25	27
9	15	17	21	23	26	28	30
11	17	19	23	25	28	30	32
13	19	21	25	27	30	32	34
16	22	24	28	30	33	35	37
18	24	26	30	32	35	37	39

b

Bij tabel b is het de bedoeling, dat de leerlingen door getallen weg te laten zelf een opgave bedenken.

Hoe ver kun je gaan, zodat de weggelaten getallen toch nog terug te vinden zijn?

Bij tabel c mogen de leerlingen zelf een opgave verzinnen.

+							

c

variatics

middenbouw: zie voorbeelden;
bovenbouw: zie voorbeelden.

aantekeningen

- Bij tabel a zijn vele mogelijkheden. Is eenmaal een randgetal gekozen, dan ligt daarmee de rest van de getallen vast. Een bepaald gekozen randgetal geeft echter kans op het onderweg 'tegenkomen' van negatieve getallen. Bijvoorbeeld:

+	⊖1	⊕1	⊕7
⊕8		9	15
⊕16	15		23

keuze van 8 als eerste kolomrandgetal leidt tot -1 als eerste rijrandgetal

- Bij tabel b is de vraag: hoe ver kan met het weglaten van getallen worden doorgegaan? Ontdek de regel: bij een twee-bij-twee-tabel moeten minstens vier (= 2 × 2) getallen overblijven, om de tabel weer volledig te kunnen rekonstrueren; bij een drie-bij-drie-tabel zijn dit er 2 × 3; bij een vier-bij-vier-tabel 2 × 4. Of uw leerlingen dit kunnen vinden? Misschien is het nodig ze op het spoor van inductief werken te zetten: uitzoeken voor resp. een twee-bij-twee-, drie-bij-drie-, ..., n × n-tabel.
- Laat de leerlingen ook zelf eens iets bedenken (tabel). Hierbij kunnen de te gebruiken getallen eventueel voorgeschreven worden.
- Een voorbeeld! De volgende getallen komen uit een drie-bij-drie-opteltabel: 5, 13, 20, 19, 8, 24, 7, 15, 12, 31, 22, 20, 26, 15, 27. Hoe zag die tabel eruit? Belangrijk hierbij is het redeneren. 31 kan bijvoorbeeld niet in de rand staan, want 31 is het grootste getal, dat erbij is, dus ... We dienen hierbij te bedenken, dat we nogal wat vergen van de leerlingen. Voorwaarde is dat ze echt heel goed weten, hoe een tabel werkt en 'in elkaar steekt'.

► **TWEE DOBBELSTENEN (4)**

- onderbouw*: voor het werpen met twee dobbelstenen kan een zes-bij-zes-tabel worden ingevuld; deze activiteit raakt aan aspecten van:
- structureren van getallen (hoeveelheden, als we de ogen van de dobbelstenen echt laten meedoen);
 - het automatiseren van basisoptellingen tot 12;

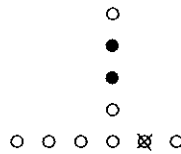
- verkennen van de verwisselingschap voor de optelling;

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

middenbouw en bovenbouw: laat de symmetrie in de tabel ontdekken en verklaren (verwisselingschap bij het optellen);

bovenbouw: verbind kansvragen aan deze activiteit.

Bijvoorbeeld: De familie speelt mens-erger-jeniet. Petra lijkt te gaan winnen. Zij heeft al twee pionnen binnen (●), de derde is er bijna (×). Petra moet 2 of 5 gooien. Waarop is de kans groter? Hoe groot?



► **AFTREKTABELLEN (5)**

–	1	2	3	4	5	6	7
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							

U kunt natuurlijk ook echte aftrektabelen geven, zoals hierboven. Daarbij dient dan wel – als de negatieve getallen buiten beschouwing blijven – een leesrichting te worden afgesproken.

variatic

onderbouw: kleinere tabellen met eenvoudiger getallen;
middenbouw: zie tabel; laat ook de symmetrie ontdekken;
bovenbouw: zie tabel; symmetrie en negatieve

getallen (geen leesrichting afspreken); eventueel kan ook bij afgesproken leesrichting nagegaan worden, wat er gebeurt als de kolom- en rijrandgetallen verwisseld worden.

► **SLOTOPMERKINGEN IN VERBAND MET OPTELTABELLEN (6)**

- Zoals we gezien hebben, kan de tabel een belangrijk hulpmiddel zijn om vorm te geven aan oefeningen bij het rekenen. We begonnen met deze tabel:

+	1	8	0	2	12
4					
7					
11					
15					
25					

Deze staat voor de volgende rijtjes:

$4 + 1 =$	$7 + 1 =$	$11 + 1 =$
$4 + 8 =$	$7 + 8 =$	$11 + 8 =$
$4 + 0 =$	$7 + 0 =$	$11 + 0 =$
$4 + 2 =$	$7 + 2 =$	$11 + 2 =$
$4 + 12 =$	$7 + 12 =$	$11 + 12 =$
$15 + 1 =$	$25 + 1 =$	
$15 + 8 =$	$25 + 8 =$	
$15 + 0 =$	$25 + 0 =$	
$15 + 2 =$	$25 + 2 =$	
$15 + 12 =$	$25 + 12 =$	

- Opvallend is derhalve — en we noemden het reeds in de inleiding — de *efficiency* van de tabel. Zowel voor leerkracht als leerling!
- Omdat bovendien de verwisselings-eigenschap van de optelling ($a + b = b + a$) geldt en dus twee leesrichtingen mogelijk zijn, zijn in feite, behalve de al uitgeschreven rijtjes, ook nog de volgende rijtjes in de tabel 'samengeperst':

$1 + 4 =$	$8 + 4 =$	$0 + 4 =$
$1 + 7 =$	$8 + 7 =$	$0 + 7 =$
$1 + 11 =$	$8 + 11 =$	$0 + 11 =$
$1 + 15 =$	$8 + 15 =$	$0 + 15 =$
$1 + 25 =$	$8 + 25 =$	$0 + 25 =$
$2 + 4 =$	$12 + 4 =$	
$2 + 7 =$	$12 + 7 =$	
$2 + 11 =$	$12 + 11 =$	
$2 + 15 =$	$12 + 15 =$	
$2 + 25 =$	$12 + 25 =$	

- Het variëren van oefenvormen heeft voor de leerlingen een motiverend effect. Behal-

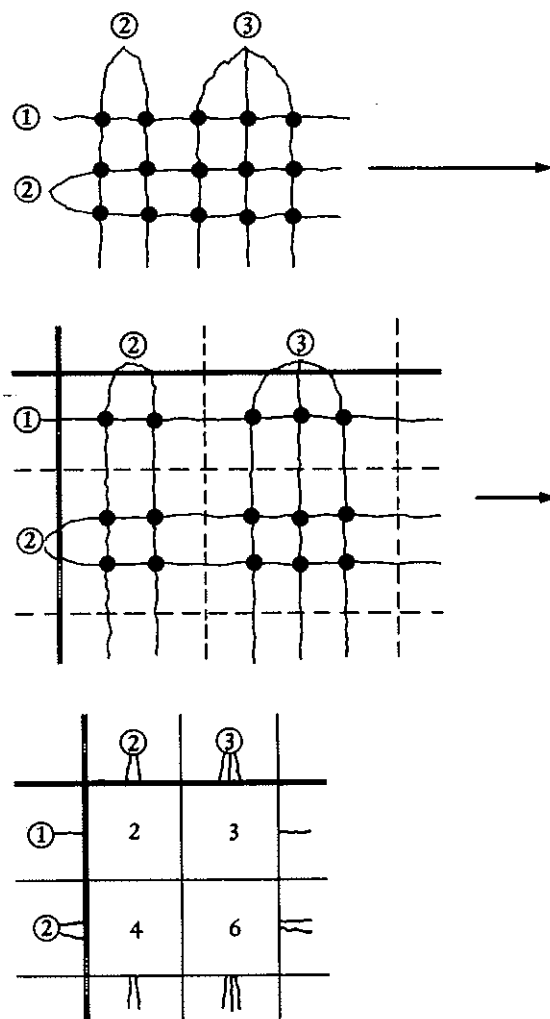
ve het zuivere oefenaspekt, komen bij het toepassen van tabellen ook andere zaken aan bod. Zaken, die het oefenen net iets ekstra's geven:

- het doen van (kleine) ontdekkingen;
- het zoeken naar een (de) handig(st)e aanpak;
- het gebruikmaken van symmetrieën, wetmatigheden of patronen in de antwoorden;
- het nagaan van de aparte rol van de '0'.

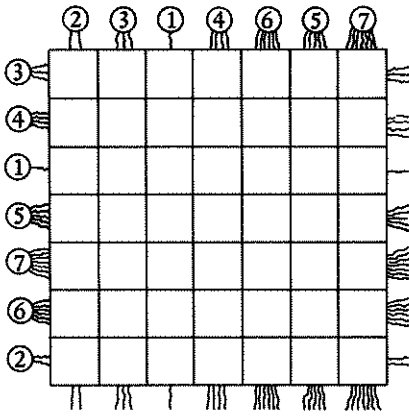
VERMENIGVULDIGEN EN DELEN (2)

► **VOORLOPER (1)**

Vermenigvuldigtabelen kunnen, zelfs als de bewerking vermenigvuldigen nog verkend wordt, ingeleid worden met:



Het gaat hierbij in eerste instantie om het tellen van kruispunten. Leerlingen, die moeite hebben met het aanleren van de tafels van vermenigvuldiging, vinden steun in een dergelijke tabel.



Bovendien geeft dit 'kruispuntenmodel' een iets ander beeld van de bewerking vermenigvuldigen, dan het herhaalde optellen van telkens hetzelfde aantal kersen, bloemblaadjes, molenwieken, ... Na verloop van enige tijd kunnen de draadjes verdwijnen. Hun aantallen worden dan tot 'gewone randgetallen'.

► VERMENIGVULDIGTABEL (2)

x	2	3	0	6	1
4					
5					
8					
17					

variaties

onderbouw: eenvoudiger (zie voorloper);

middenbouw: zie voorbeeld;

bovenbouw: grotere getallen, breuken.

een voorbeeld met breuken

x	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
$\frac{1}{3}$				
$\frac{2}{3}$				
1				
$1\frac{1}{3}$				

De randgetallen zijn bewust zo gekozen, dat nu veel produkten waarin $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ voorkomen, in relatie met elkaar aan de orde komen.

Bovendien hebben de leerlingen hier nog de mogelijkheid van het handig invullen, door bepaalde relaties te benutten:

x	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{6}$

$\times 2$ (with arrows pointing to the second and third rows)

Bijvoorbeeld: verdubbelen van de antwoorden van de eerste rij, geeft de antwoorden van de tweede rij.

aantekeningen

- Let op de mogelijkheden tot handig invullen van vermenigvuldigtabelen (zie het breukenvoorbeeld).
- Bij dat handig invullen speelt het ontdekken van allerlei relaties een rol. In het voorbeeld met de 'gewone tabel' kan een antwoord in de vierde rij gevonden worden, door de overeenkomstige antwoorden in de drie voorafgaande rijen op te tellen. Welke eigenschap zit hierachter? Denk eens aan $2 \times (4 + 5 + 8) = 2 \times 4 + 2 \times 5 + 2 \times 8$.
- Let ook weer op getallen met een 'speciale rol' als '0' en '1'.
- Denk ook aan symmetrie in tabellen, bijvoorbeeld als de kolom- en rijrandgetallen identiek zijn:

x	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9

Vermenigvuldig de kolom- of rijrandgetallen met eenzelfde getal, dan blijft de tabel (in de antwoorden) symmetrisch:

x	1	2	3
2	2	4	6
4	4	8	12
6	6	12	18

welke eigenschap veroorzaakt de symmetrie?

(denk aan $2 \times 3 = 3 \times 2$)

- De vermenigvuldigtabel kan, zoals we gezien hebben, goede diensten bewijzen bij het aanleren en automatiseren van de tafels van vermenigvuldiging. Zet dan de randgetallen door elkaar. De leerlingen leren de afzonderlijke produkten, zonder eerst de bijbehorende tafel op te hoeven zeggen.

► EERSTE VARIANT (3)

Opnieuw gaat het om varianten, waarbij randgetallen weggelaten worden en de 'antwoorden' gegeven zijn. Begin weer met eenvoudige voorbeelden, waarbij meerdere wegen openstaan om eenzelfde getal te bepalen:

x	3		7	
2		8		24
	9		21	
4		16		48
	18		42	

Daarna kunnen de situaties gekompliceerder worden, zoals:

x	3		7		13	15
2		8		24		
	9					
4						
	18					
	24					
	30					

aantekeningen

- Het bepalen van de ontbrekende getallen gaat net als bij het maken van stipsommen. Ook hier moet je eerst weer een roete zien te vinden. Het handigst is, eerst alle randgetallen te berekenen en vervolgens de hele tabel in te vullen. Die roete dringt zich in het volgende geval wat meer op:

x				
2	6			
	3	5		
		10	8	
			12	9
				15

Een dergelijk voorbeeld zou ook tevoren gegeven kunnen worden. Of – vanwege de overzichtelijkheid –:

x				
3	6		18	
	8			28
		25		
		30		42

- Algemeen blijkt dus, dat een vermenigvuldigtabel ook als deeltabel geïnterpreteerd kan worden, door randgetallen weg te laten.

De omgekeerde relatie tussen de bewerkingen vermenigvuldigen en delen, komt daarmee nadrukkelijk onder de aandacht van de leerlingen.

- Tenslotte geven we nog een voorbeeld, waarbij aan de leerlingen al wat informatie over de ontbrekende randgetallen verstrekt wordt.

► TWEEDE VARIANT (4)

45a Tabellen afmaken

Maak deze twee tabellen helemaal af. Zie maar of je snelt wie je kunt. Het valt best mee als je even goed kijkt!

x				7
6				
9			72	
5		45		
	42			

← Hier komen de getallen 5, 6, 7, 8 en 9, maar niet in deze volgorde!

▲ **Maak komende getallen 5, 6, 7, 8 en 9, maar niet in deze volgorde!**

x	6			
			49	
				30
		81		

← Hier komen weer de getallen 5, 6, 7, 8 en 9.

Kijk bij enkele andere kinderen als je klaar bent.

Hebben die precies dezelfde tabellen gemaakt?

En ook hier komen de getallen 5, 6, 7, 8 en 9.

1)

x				
3	6		18	
	8			28
		25		
		30		42

- Uit de tabel zou het laatste randgetal ook nog weggelaten kunnen worden:

x			
	6		18
	8		28
		25	
		30	42

¹⁾ Uit: Kien 3 (Malmberg).

- Bij het opsporen van de randgetallen, komen we nu in de sfeer van de deelbaarheid terecht. Bijvoorbeeld:

	6	
	8	

$6 = 2 \times 3$; bovenaan moet dan een 2 gestaan hebben, want 8 is niet deelbaar door 3, etc.

- We gaan uit van een volledig ingevulde tabel:

x	3	5	7	9
2	6	10	14	18
4	12	20	28	36
6	18	30	42	54
8	24	40	56	72

b

De leerlingen onderzoeken weer hoeveel getallen ze uit deze tabel kunnen weglaten. Welke regel geldt hier?

- De leerlingen verzinnen zelf iets. We kunnen als variant op c ook weer de getallen en de afmeting van de tabel geven en vragen de tabel hieruit te rekonstrueren.

x				

c

Bijvoorbeeld: in een drie-bij-drie-vermenigvuldigtabel staan de volgende getallen: 77, 2, 1, 7, 5, 30, 14, 42, 55, 10, 11, 2, 6, 6, 11. Hoe kan die tabel er uitgezien hebben? Door redeneren en proberen kunnen de leerlingen er uitkomen.

► KRUISPRODUKTEN (5)

x	2	3
4	8	12
5	10	15

Aan een dergelijke twee-bij-twee-tabel valt nog wel wat te ontdekken en verklaren.

- Wie legt uit: $8 \times 15 = 12 \times 10$?

Laat de vermenigvuldigingen in de tabel staan:

x	2	3
4	2×4	3×4
5	2×5	3×5

Je ziet dan zó, waarom de kruisprodukten in een twee-bij-twee-tabel gelijk zijn: $2 \times 4 \times 3 \times 5 = 2 \times 5 \times 3 \times 4$; elk randgetal komt éénmaal als faktor in elk produkt voor. Deze eigenschap had al bij eerdere tabellen benut kunnen worden, om de ontbrekende getallen te vinden.

Bijvoorbeeld:

x				
	6	18		
	8	?		

$$6 \times ? = 8 \times 18 \Rightarrow ? = 24$$

- Een andere verrassing schuilt in de som van de antwoorden: $8 + 12 + 10 + 15 = 45$. De sommen van de getallen in randkolom en randrij zijn resp. $(4 + 5) = 9$ en $(2 + 3) = 5$ en $9 \times 5 = 45$. Als de vermenigvuldigingen in de tabel blijven staan, is de verklaring meteen duidelijk:

$$(4 + 5) \times (2 + 3) =$$

$$(4 \times 2) + (4 \times 3) + (5 \times 2) + (5 \times 3)$$

$$8 + 12 + 10 + 15 = 45.$$

► MODEL VOOR HOOFDREKENEN (6)

- De twee-bij-twee-tabel kan ook als 'model' dienen bij het niet-cijfermatig berekenen van het produkt van twee getallen.

Bijvoorbeeld 12×13 :

		12	
x		10	2
10	10	100	20
13	3	30	6

dus $12 \times 13 = 156$

- Het 'model' kan ook aangewend worden om 'foefjes' uit het rekenen met negatieve getallen, plausibel te maken.

Bijvoorbeeld 17×19 :

		17	
x	20	-3	
19	20	400	-60
	-1	-20	?

$$17 \times 19 = 323;$$

$$400 + (-60) + (-20) + (-3 \times -1)$$

$$400 - 60 - 20 + 3$$

$$320 + 3 = 323$$

ergo: $-3 \times -1 = +3$.

Met dit laatste voorbeeld hebben we het grensgebied van de algebra bereikt. Overschrijden we die grens, dan blijkt dit 'model' ook binnen het gebied van de algebra belangrijke toepassingsmogelijkheden te hebben. Bijvoorbeeld bij 'merkwaardige produkten' en 'ontbinden in factoren'.

Van elk een voorbeeld:

- Bepaal:

$$(a + 2b)(2a + b) \Rightarrow$$

x	a	2b
2a	2a ²	4ab
b	ab	2b ²

$$\Rightarrow 2a^2 + 5ab + 2b^2$$

- Ontbind:

$$x^2 - 5x + 6 \Rightarrow$$

	x ²	-5x
samen		+6

$$\Rightarrow$$

x	x	-3
x	x ²	-3x
-2	-2x	+6

De beide x -en in de randen zijn gemakkelijk te bepalen. Uit het feit, dat $6 = 1 \times 6$ en 2×3 en dat 'het dubbele produkt' $-5x$ is, worden beide overige randgetallen afgeleid.

Met deze voorbeelden wordt vooral aangegeven, dat de tabel als model tot ver in het voortgezet onderwijs zijn nut voor de leerlingen kan blijven bewijzen.

► DEELTABELLEN (7)

- U kunt ook 'echte' deeltabellen samenstellen (zie het voorbeeld uit *Kien*) en daarbij – zoals de pijl linksboven telkens aangeeft – een leesrichting afspreken.
- Wordt die leesrichting niet afgesproken, dan kunnen breuken in de antwoorden

16a Je blijft delen

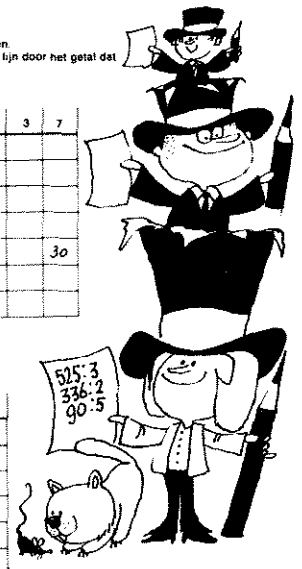
Op dit blad vind je een heleboel deeltabellen. Je deelt steeds het getal links van de dikke lijn door het getal dat boven de dikke lijn staat.

	3	5	7
525			
210	4,2		
420			
315			
630			

	2	3	7
330			
126			
378			
294			
210		30	
168			
252			

	2	3	5	6	9	10
90						
270						
180						
540						
360						
450						
630						

	2	3	4	5	6	7	9	10	12	14	15	18	30	35
1260														
2520														



verschijnen. Hiermee komt dan een verschil met de bewerkingen optellen en vermenigvuldigen aan het licht. Deze beide bewerkingen gehoorzamen namelijk *wel* aan de verwisselingschap en delen *niet*.

- Wordt geen leesrichting afgesproken, dan kan ook de relatie tussen een getal en z'n omgekeerde aan bod komen:

	4	6	8	10
2				
4				
6				
8				

En zoals het voorbeeld laat zien, kan de keuze van de randgetallen ook speciaal gericht zijn op activiteiten in verband met de gelijkwaardigheid van breuken.

► SAMENSTELLINGEN (8)

Bij de keuze van een bewerking voor de randgetallen in tabellen, hebben we ons tot nu toe beperkt tot de vier bekende hoofdbewerkingen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

We zouden ook tot een keuze van samenstellingen van die bewerkingen kunnen overgaan.

¹⁾ Uit: *Kien* 4 (Malmberg).

• Bijvoorbeeld:

▲	12	22	32	42
9				
19				
29				
29				

▲ = $2k + r$, waarbij k staat voor het kolomrandgetal en r voor het rijrandgetal

Wat betekent *? Of: wat is er met de randgetallen gebeurd om de tabel zò ingevuld te krijgen?

We zijn dan de grenzen van het oefenen in het rekenen wel ver overschreden en in-tussen beland in het gebied van het ontdekken van wetmatigheden en generaliseren. Overigens is de vraag, of het niet evenzeer gewenst is ook deze zaken geregeld tijdens de rekenlessen aan bod te laten komen.

► TABELLEN (9)

Tabellen worden veel toegepast om een hoeveelheid gegevens ordelijk en compact op te slaan. Denk bijvoorbeeld aan afstandstabellen, spoorboekjes, standentabellen bij diverse competitiesporten, turftabellen bij tellingen, enz. In het voorgaande zijn diverse toepassingsmogelijkheden van tabellen bij het rekenen aangegeven. Een en ander zeker niet uitputtend!

In principe kan elke relatie tussen getallen gekozen worden als 'operatie'.

- Om de uitgebreidheid van de mogelijkheden te laten zien, geven we nog één voorbeeld:

d	24	42	78	72
18				
3	X	X	X	X
13				
7		X	X	X
2	X	X	X	X

d betekent 'is deler van'

Wanneer een ware bewering voor twee getallen ontstaat, wordt een kruisje gezet. Door te zorgen voor een patroon in de kruisjes, is de mogelijkheid van zelfcontrole ingebouwd.

► TOT BESLUIT (10)

Tenslotte geven we nog enkele voorbeelden op gebruiksgrootte, van werkbladen met tabellen. Dit aantal is willekeurig uit te breiden. In veel zogenaamd 'additioneel materiaal' dat nu reeds op de markt is, maar ook in het schoolwerkplan van wiskobas²⁾, is een rijk geschakeerde hoeveelheid tabel-werkbladen te vinden.

Werkblad 4 (pag. 80) behoeft nog een korte toelichting.

De ingevulde tabel kunnen we weer gebruiken om uit te rekenen, hoeveel blokken nodig zijn voor het bouwsel, waarvan plattegrond en hoogtegetallen op dit werkblad gegeven zijn. Hoeveel blokjes moeten bij de timmerman besteld worden?

28a Zes tabellen

Maak deze zes tabellen af. Wat je bij de vreemde tekens moet doen, vind je onderaan de bladzijde.

X	14	18	6	10
18				
7		126		
9				
16				

⊕	14	18	6	10
18				
7		63		
9				
16				

⊗	14	18	6	10
18				
7		23		
9				
16				

⊗	14	18	6	10
18				
7		126		
9				
16				

+	14	18	6	10
18				
7		25		
9				
16				

*	14	18	6	10
18				
7		63		
9				
16				

X Dat weet je zelf wel!

⊕ Neem het eerste getal en vermenigvuldig dat met de helft van het tweede getal.

⊗ Neem het eerste getal tweemaal en doe er de helft van het tweede getal bij.

⊗ Neem de helft van het eerste getal en doe er de helft van het tweede getal bij.

+

⊗ Neem de helft van het eerste getal en vermenigvuldig die helft met het tweede getal.

Bij twee tabellen krijg je precies dezelfde getallen.

Hoe kan dat nu?

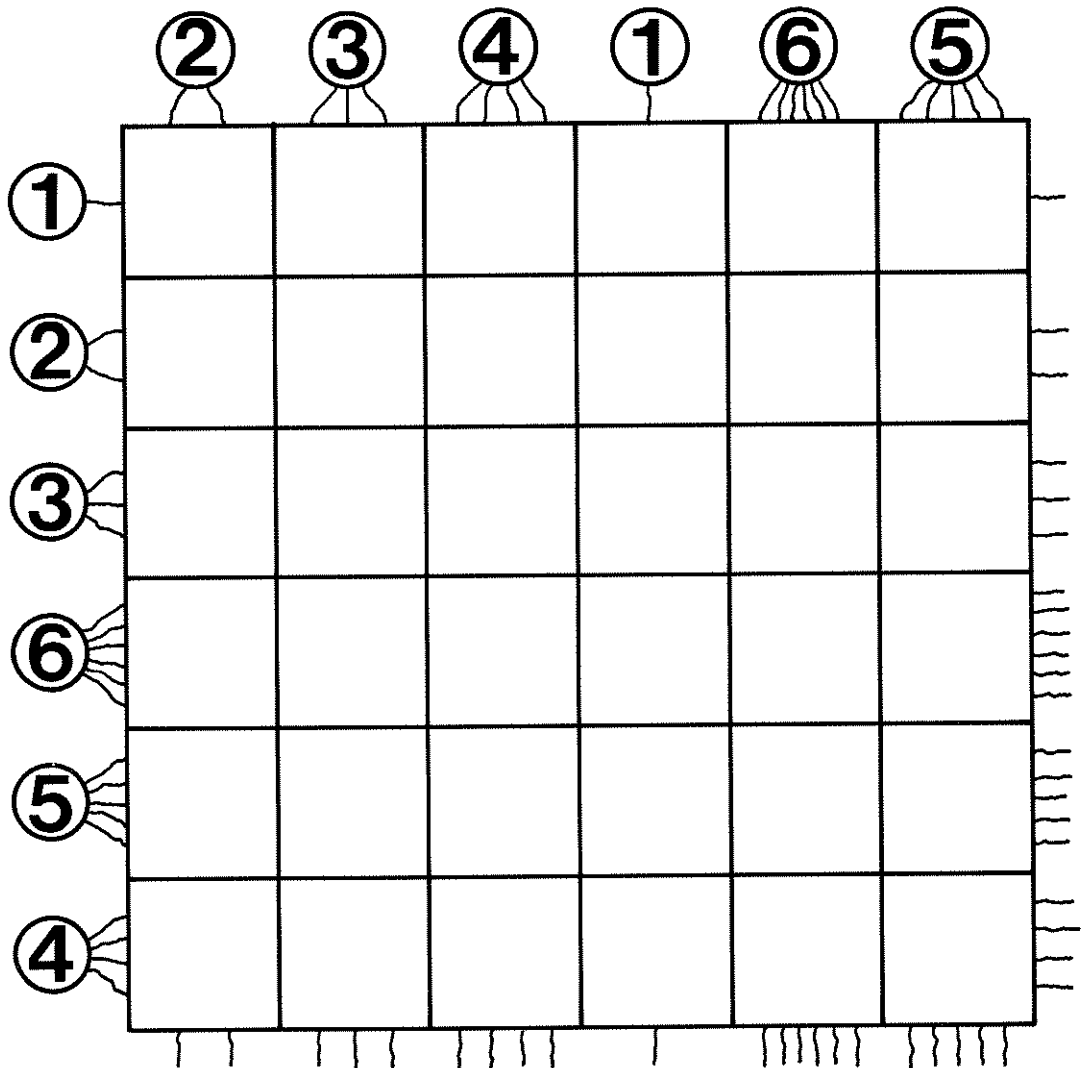
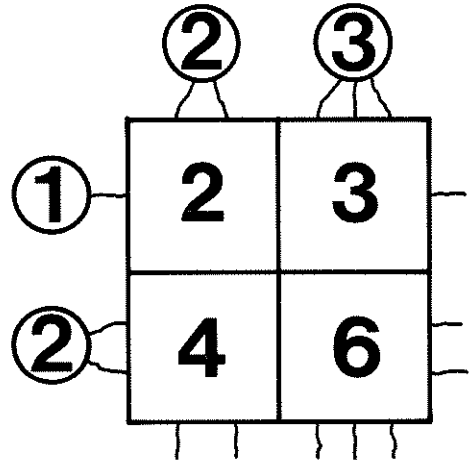
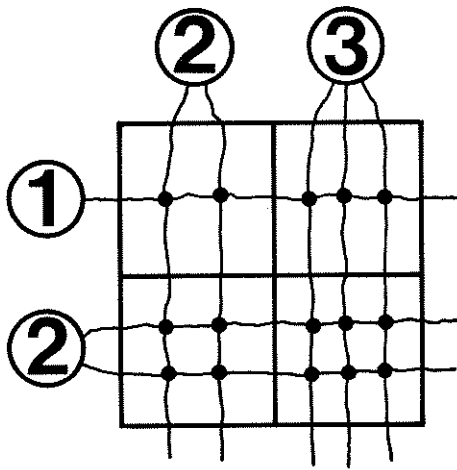
Uit de overige voorbeelden blijkt, dat er eindeloos veel mogelijkheden zijn om bepaalde bewerkingen te combineren.

- We kunnen omgekeerd ook vragen naar de toegepaste combinatie van bewerkingen bij een gegeven ingevulde tabel. Bijvoorbeeld:

*	1	2	3	4
1	3	5	7	9
2	4	6	8	10
3	5	7	9	11
4	6	8	10	12

1) Uit: Kien 3 (Malmberg).

2) Zie o.m.: Leerplanpublikatie 2 (utrecht 1975) en leerplanpublikatie 3 (utrecht 1976).



24 Reizen met de trein (1)

Op dit kaartje staan de belangrijkste treinverbindingen aangegeven, die van de Intercity-treinen.

A Reken de volgende treinafstanden uit:

- Maastricht - Utrecht: ... km
- Vlissingen - Breda: ... km
- Utrecht - Rotterdam CS: ... km
- Leeuwarden - Meppel: ... km
- Oldenzaal - Deventer: ... km

B Hoeveel km is het van Eindhoven naar Helmond met de trein?

... km

Hoeveel mm is deze afstand op de kaart?

... mm

Hoeveel km is het van Amersfoort naar Zwolle met de trein?

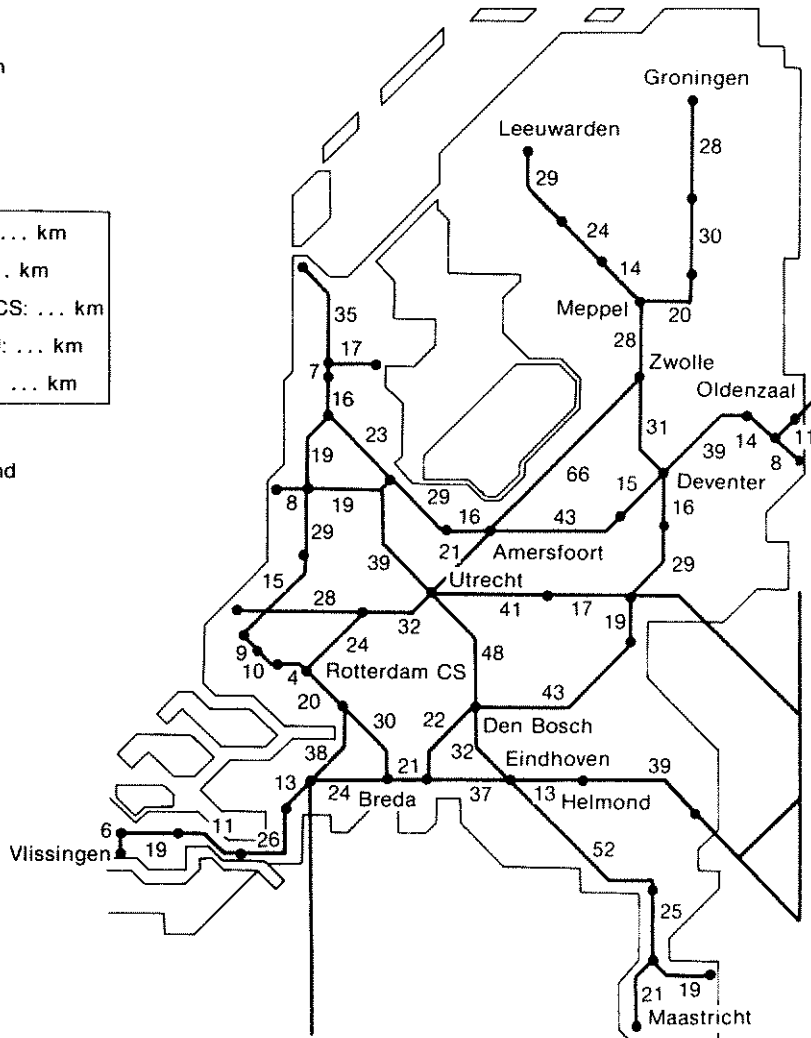
... km

Hoeveel mm is deze afstand op de kaart?

... mm

Wat klopt eigenlijk niet precies?

.....



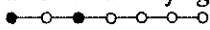
C Maak de tabel hiernaast af:

afstand per trein

naar	Breda	Den Bosch	Utrecht	Zwolle
van Breda				
van Den Bosch				
van Utrecht				
van Zwolle				

¹⁾ Uit: Kien 6 (Malmberg).

bedoeling Het doel van dit werkblad is handig ('ordenend') tellen, generaliseren van uitkomsten en het ontdekken van structuurovereenkomsten van vraagstukken.

- opdrachten*
- ▶ Buslijn 17 heeft 7 haltes en berijdt 6 wegen. Hoe zit dat met een vergelijkbare lijn van 10 haltes? En omgekeerd: hoeveel haltes bij 5 wegen? Kun je nu voor een hele lange buslijn, die 35 haltes aandoet, het aantal wegen bepalen?
 - ▶ We laten eerst de hele tabel invullen.
Waarom is het aantal (open) hokjes van deze tabel altijd een even getal?
(Oplossing: elke afstand komt er twee maal in voor; $a-b$ en $b-a$. Anders gezegd: het aantal open hokjes is het totaal aantal hokjes, verminderd met dat van de diagonaal, oftewel in ons geval: $7 \times 7 - 7 = 7 \times 6$).
 - ▶ Vervolgens wordt de 'halve' tabel ingevuld.
Bepaal het aantal (open) hokjes. Hoe kun je dit aantal rechtstreeks uit de hele tabel vinden?
(Oplossing: het hierboven bepaalde aantal halveren).
 - ▶ We noemen twee gaatjes in een buskaartje een 'knipping'.
Voorbeeld: $a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \quad g$

- Zo'n knipping stelt een ritje van a naar c , òf van c naar a voor. Hoeveel knippingen zijn er nu mogelijk bij het kaartje van buslijn 17? (Oplossing: in principe kan het aantal knippingen systematisch tellend gevonden worden: $a-b, a-c, \dots, a-g; b-c, b-d, \dots, b-g; \text{enz.}$)
- ▶ Welke overeenkomst is er tussen het aantal knippingen en het aantal (open) hokjes in de halve tabel? (In de halve tabel staan precies alle mogelijke roetes weergegeven!)

generalisatie Voor de lagere leerjaren is de generalisatie 'het aantal wegen is altijd één minder dan het aantal haltes' – zie de eerste opdracht – zeker haalbaar. Voor de hogere leerjaren kan men laten generaliseren, dat het aantal open hokjes in een hele tabel altijd het produkt van twee opeenvolgende natuurlijke getallen is. (In ons geval: $7 \times 7 - 7 = 7 \times 6$).

'isomorfie' Ten aanzien van het mogelijke aantal 'knippingen' (of hokjes in de halve tabel), zijn tal van vraagstukken te vinden, die kwa structuur identiek zijn.

Enkele voorbeelden:

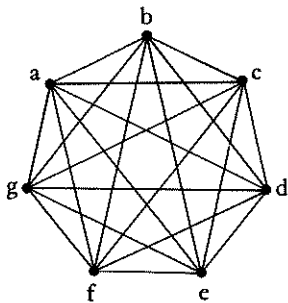
– het aantal wedstrijden in een halve competitie van bijvoorbeeld zeven clubs;

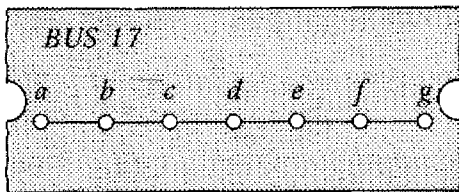
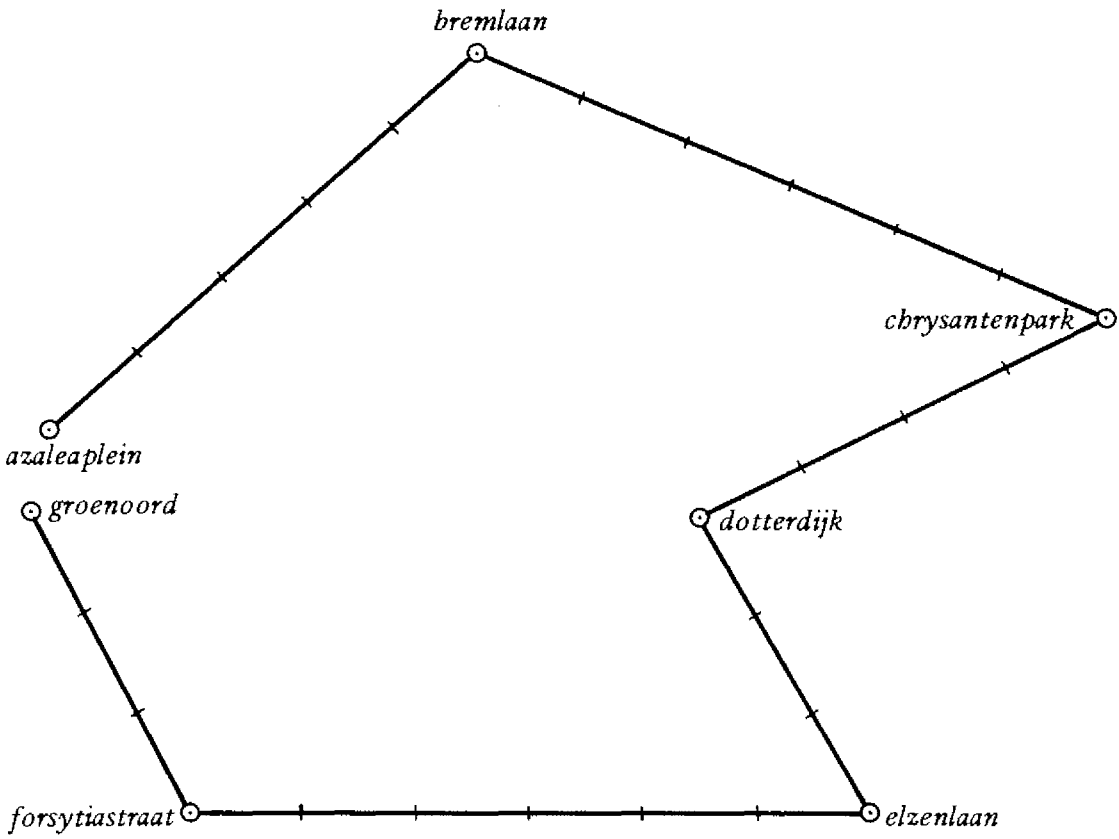
– het aantal handdrukken, dat zeven mensen elkaar geven;

– het aantal lijnstukken dat zeven punten verbindt.

Dit laatste vraagstuk kan in één klap alle voorgaande vraagstukken verklaren, zoals uit nevenstaand plaatje blijkt.

De punten a tot en met g stellen respectievelijk haltes, clubs of mensen voor. De lijnstukken staan dan voor knippingen, wedstrijden of handdrukken. Er zijn nu $\frac{7 \times 6}{2}$ verbindingslijnen. (Uit elk punt vertrekken zes lijnen, die echter twee aan twee samenvallen).





	a	b	c	d	e	f	g
a							
b							
c							
d							
e							
f							
g							

	a	b	c	d	e	f	g
a							
b							
c							
d							
e							
f							
g							

o m b

alle tafels bij elkaar

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

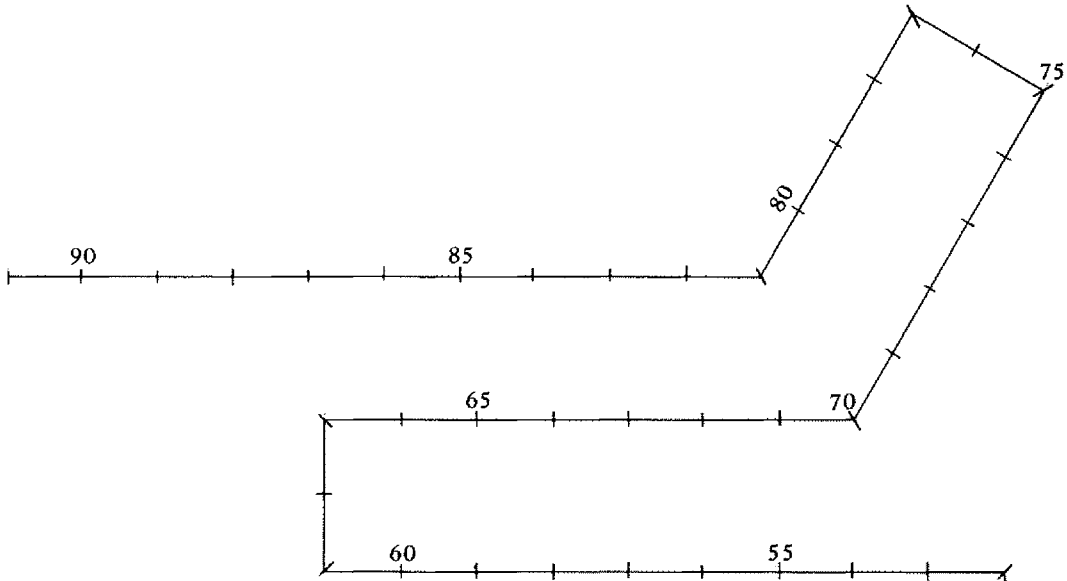
11	15	20	25

voor ... durf-als

	15	15	9	9	9
15	15	15	11	9	9
15	15	15			
11	11	11			

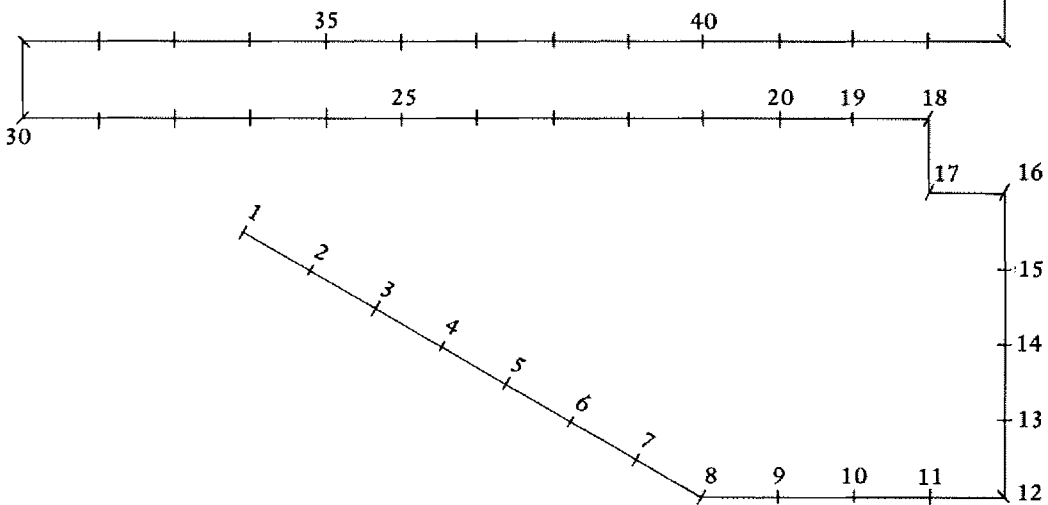


allemaal nummertjes op de getallenlijn

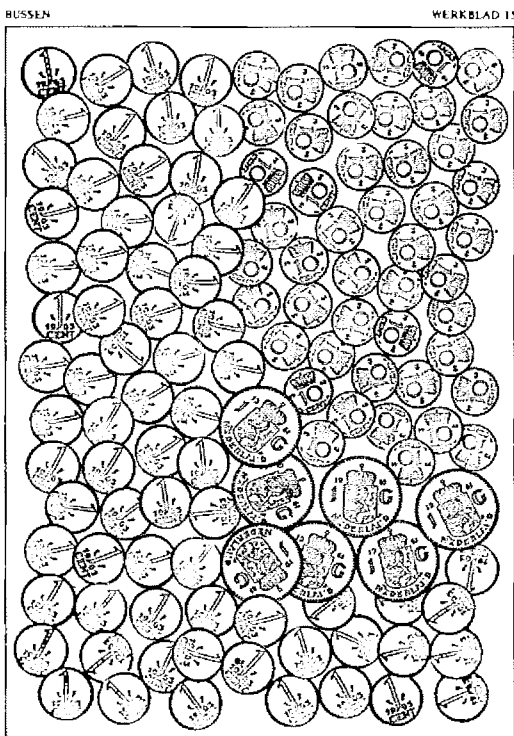


bij de bakker:

jouw nummer	aan de beurt	aantal klanten voor je
1	9	1 3
2	64	2 51
3	45	3 28
4	12	4 7
5	18	5 8
6		6



gesprekken met kinderen



CENTEN TELLEN MAAR BLIJF NIET OP DE CENTEN ZITTEN

Een gesprekje met Gerrie en Coen, leerlingen van een derde klas.

Aan de hand van werkblad 15 uit leerplandeel 3¹⁾ hebben we een gesprekje met Gerrie en Coen. We hebben geen speciale effecten op het oog. We zullen later wel zien of er iets leuks over te vertellen is. Bij dit werkblad gaat het om een strategie voor het tellen van de muntsoorten en om het gebruik van de inwisselstructuur van geld om de waarde van de getekende munten te bepalen.

LOUIS GILISSEN
JOOST KLEP

schatten

Het werkblad ligt in tweevoud op tafel. Gerrie en Coen komen met een potlood gewapend binnen.

- 'Hé, wat is dat? Een blad met centen, ... en dubbeltjes en guldens. Kun je naar de jaartallen kijken op die centen: 1963, 1963, 1963.' (Coen)
- 'Dat zijn natuurlijk stempels.' (Gerrie)
- 'Kunnen jullie zeggen hoeveel geld daar op dat blad 'ligt'? Hoeveel denken jullie dat 't is?' (Louis)
- 'Dan moet je het eerst tellen!' (Gerrie en Coen)
- 'Dat doen we straks. Eerst gaan we eens schatten, dan ben ik benieuwd, wie er het dichtst bij is.' (Louis)
- 'Nou, ik denk 20 gulden.' (Coen)
- 'Ik denk 24 gulden. En u, want u weet het vast!' (Gerrie)
- 'Ik weet het echt niet. Maar ik denk 15 gulden.' (Louis)
- 'Ik denk negen gulden.' (Joost)
- 'Negen gulden kan nooit, want er staan al zeven guldens op en de rest is zeker meer dan twee gulden.' (Gerrie en Coen)

We hebben de indruk, dat beide kinderen de vraag — wat is de waarde in guldens van dat geld? — te pakken hebben. De schattingen worden kennelijk met overleg gemaakt, getuige hun reactie op de schatting van Joost.

Ze zijn benieuwd, wie er het dichtst bij zal zitten.

tellen

Om het bedrag te weten te komen, gaan de kinderen de munten tellen. Eerst de centen. Gerrie streept de centen af en telt daarbij. Coen telt 32 centen, trekt er een kronkellijn omheen, noteert 32 op een papiertje, om vervolgens nog 25 centen te tellen, weer een lijn te trekken, 25 op te schrijven, enz., totdat de centen op zijn. Resultaat: twee flink verschillende aantallen. Beiden hebben centen dubbel geteld en vergeten. Coen lost de ontstane moeilijkheid op:

- 'Schrijf nummers in de centen.'
- Zo gezegd, zo gedaan, en Gerrie begint met de dubbeltjes.
- Louis probeert er tussen te komen met:
- 'Kunnen we niet gaan tellen, zoals we echt geld zouden tellen?'

Maar de kinderen zijn al aan de gang met het nummeren. Louis probeert op allerlei manieren de kinderen af te leiden, ze in de war te maken en daarmee de noodzaak te scheppen op systematische wijze — dat wil zeggen: groeperend — te tellen.

¹⁾ Wiskobas-bulletin (utrecht 1976).

De kinderen laten zich echter niet van de wijs brengen. Ze reageren op Louis' opmerkingen met een ongeïnteresseerd 'ja' en 'nee', en tellen stug verder. Resultaat: 70 centen, 48 dubbeltjes en zeven gulden.

Kennelijk is de telwoede bij de kinderen sterker dan de neiging tot structureren. De telstrategie voor 'echt geld' – hoopjes van een gulden of stapeltjes van tien cent maken – werd hier niet overgenomen. Hoe dat komt, weten we niet. Het kan zijn, dat de kinderen het tellen als belangrijkste standaardstrategie meegekregen hebben. Er kan ook sprake zijn van systeemscheiding: als je aan het tellen bent, denk je gewoon niet aan inwisselen.

wisselen

.... 'Prachtig, maar wat moeten we nu doen? We zullen moeten kijken wat dat samen is.' (Louis)

Louis wil dat de kinderen gaan wisselen als bij een bank, maar ook met een opmerking in deze richting lukt dat niet.

.... 'Ja, je kunt dan gulden vragen en rijksdaalders.' (Coen)

Met wat moeite worden de 48 dubbeltjes: vier gulden en acht dubbeltjes.

.... 'Die 70 cent zijn nog zeven dubbeltjes.' (Coen)

.... 'O ja, laat eens kijken dan?' (Louis)

De kinderen gaan nu nogmaals de centen tellen; groeperend: 1, 2, 3, ..., 10, streep met de viltstift, 11, 12, 13, ..., 20, weer een streep, enz. Resultaat: 71 cent. Met enige moeite worden dat weer zeven dubbeltjes en één cent.

Vanwaar deze moeite met het inwisselen?

- Is er sprake van systeemscheiding? Is dit een ander soort sommen dan in de klas?
- Is de overeenkomst met de structuur van het tientallig talstelsel onduidelijk? (splitsen in tientallen en eenheden?)

Coen stelt voor drie van de acht dubbeltjes bij de zeven dubbeltjes te doen:

.... 'Dan hebben we weer een gulden.'

Met echt geld wordt dan het hele bedrag gelegd. Zeven gulden, vier gulden en nog die ene gulden, dat is samen 12 gulden, dat is één tientje en twee gulden. We hebben dan nog vijf dubbeltjes en één cent.

Het geld wordt zó op een papier neergelegd:

	1g	1d	
		1d	1c
10g	1g	1d	
		1d	
		1d	
1	2	5	1

.... 'Hè ja, dat snap ik.' (Gerrie en Coen)

.... 'Dat is ons telefoonnummer.' (Coen)

Het valt de kinderen op, dat het geld nu net zo ligt als je het schrijft: f 12,51.

kommentaar

De kinderen hebben in de klas al regelmatig met geld gerekend, in die zin, dat ze bij elk sommetje òf alles in centen uitdrukken, òf alles in gulden, alvorens op te tellen of af te trekken. Het gaat ook over het algemeen om het optellen en/of aftrekken van geldbedragen, gegeven in verschillende munteenheden. Kijken we terug op het gesprek, dan zijn er o.i. twee barrières geweest:

- de kinderen zijn vanuit de methode een andere manier van het werken met geld gewend, en kunnen daarom de reeds aanwezige vaardigheid en het inzicht met betrekking tot het inwisselen hier niet of erg moeilijk gebruiken;
- de telopdracht brengt de kinderen van het spoor van de geldwaarde af en plaatst ze in het spoor van het tellen; het aantal is zo groot, dat voor het tellen een grote concentratie vereist is.

Het blijft erg moeilijk deze dubbele systeemscheiding bij de kinderen op te heffen.

In onze inleiding in een vorig nummer¹⁾ stelden we, dat we in onze gesprekje leereffekten en oorzaken daarvan wilden signaleren. Welnu, het teniet doen van bovenvermelde dubbele systeemscheiding kunnen we als leereffekt bij de kinderen beschouwen: het eerst niet en later wèl in staat zijn de aantallen munten in verband te zien met de geldwaarde in gulden, door middel van groeperen en inwisselen.

De oorzaak kan gevonden worden in de opmerking van Louis over het inwisselen als bij een bank.

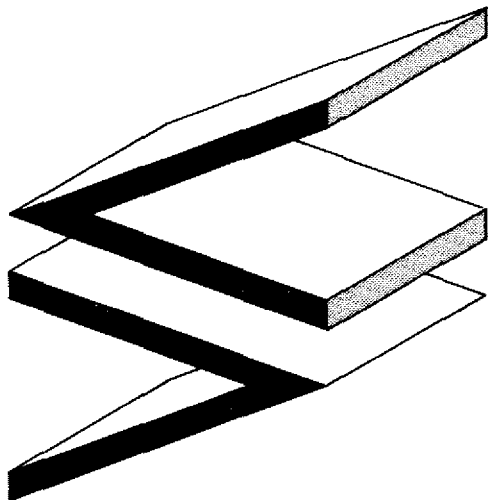
Overigens is het best mogelijk, dat de genoemde barrières niet zouden zijn opgetreden als:

- de vraagstelling aan het begin van het gesprek anders was geweest (meer gericht op het bedrag);
- een andere voortzetting zou zijn gekozen nadat de eerste telresultaten waren bereikt (70 cent en 48 dubbeltjes); bijvoorbeeld door op dat moment terug te grijpen op de schattingen van het geldbedrag.

Dit is dan ook een leereffekt dat bij òns is opgetreden. Ook bij dit soort relatief eenvoudige wiskundige activiteiten is het stellen van de juiste opdrachten en vragen een delikate zaak: een woord anders kiezen kan een hemelsbreed verschil veroorzaken.

¹⁾ Jaargang 6 nr 1.

berichten



200 jaar wiskundig genootschap

Het wiskundig genootschap, in 1778 opgericht te amsterdam en werkend onder de zinspreuk 'een onvermoeide arbeid komt alles te boven', is niet van plan haar 200-jarig bestaan ongemerkt voorbij te laten gaan.

Van 29 tot en met 31 maart 1978 zal er een kongres gehouden worden in het gebouw van de vrije universiteit te amsterdam. Tegelijkertijd zal in hetzelfde gebouw een ekspositie te bezichtigen zijn, welke gewijd is aan de geschiedenis van het genootschap. Elders in amsterdam, (biblioteek gemeenteaniversiteit) en later o.m. ook in het boerhaavemuseum te leiden, zal een 'bredere' tentoonstelling worden georganiseerd. Een en ander belooft een voor nederland uniek gebeuren te worden.

Kongressekretariaat: Mevr. S.J. Kuipers-Hoekstra, mathem. centrum, 2e boerhaavestraat 49, amsterdam-1005.

KLAAS KOSTER
ROB DE JONG

konferentie werkgroepsbesturen

De ca 15 wiskobaswerkgroepen vormen vanaf 1969 een belangrijke schakel in de verbindingen met het 'zogenoemde' onderwijsveld.

In deze werkgroepen hebben zitting: docenten wiskunde en didaktiek en pedagogiek aan pedagogische akademies, docenten methodiek en pedagogiek aan opleidingsscholen voor kleuterleidsters, onderzoekers, schoolbegeleiders en andere geïnteresseerden.

Om eens van elkaar te horen hoe de zaken er per werkgroep voorstaan en om plannen te maken voor een onderlinge afstemming der activiteiten, zijn van 24 tot en met 26 maart j.l. de besturen van deze groepen in het troelstra-oord te beekbergen bijeen geweest. Uitgebreid is gediskussieerd over de mogelijkheden van de werkgroepen met betrekking tot zowel de interne kadervorming als de innovatieve taken. Deze blijken per regio sterk te verschillen.

Algemeen leeft de wens om per werkgroep zo autonoom mogelijk te werken, hierbij gevoed door ideeën en spullen van anderen: andere werkgroepen, *iowo*.

reken/wiskundeprojekt per schoolradio

In een ko-produktie van *iowo* en *ncrv* wordt momenteel een vrij uniek onderwijsleerpakket voorbereid.

Op 1, 8 en 15 februari 1978 zullen voor tweede- en/of derdeklassers uit het basisonderwijs uitzendingen van tien minuten plaatsvinden over het onderwerp 'de kamping'.¹⁾ Uitzendtijd: steeds om 9.10 uur.

Genoemd pakket zal een multimediaal karakter krijgen:

- radiouitzendingen; geluidsbanden komen te zijner tijd vrij beschikbaar;
- een diaserie;
- een leerlingenwerkschrift voor één à drie lessen per week; aantal lessen is afhankelijk van inzicht en ambitie der leerkracht;
- het wiskobas-bulletin ter begeleiding van het voorgaande; tevens suggesties voor verdieping bevattende.

In oktober a.s. zal een folder met aanmeldings- en bestelkaart verspreid worden.

najaarskonferenties

De wiskobas-najaarskonferentie wordt dit jaar gehouden op 10, 11 en 12 november a.s. Deze konferentie is bedoeld voor onderwijsteams van basisscholen, die onder (wiskobas- en/of andere) begeleiding bezig zijn een schoolwerkplan wiskundeonderwijs samen te stellen.

¹⁾ Zie in dit verband ook: Leerplanpublikatie 2, pag. 71 e.v. (utrecht 1975).

200 JAAR
WISKUNDIG
GENOTSCHAP
over 1 jaar
word ik al
201 jaar!

