wiskobas bulletin

rubriekdeel

Jaargang 6 nr. 3
februari 1977

WISKOBAS-BULLETIN (rubrieken)
- bulletin ter begeleiding van het wiskunde-onderwijs
- verschijnt gedurende de zesde jaargang 6 keer.

Jaargang 6 nr. 3 – februari 1977

Redaktie
Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld

Medewerkers
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, Drs. J. van Bruggen, K. Frenay, Prof. Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, J. de Gooijer-Quint, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Drs. J.H.F.M. Klep, Dr. K.B. Koster, C.P. Leenders, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, W. Sweers, L. Streefland

Vormgeving
Ton Voortman

Illustraties
Theo van Leeuwen

Cartoon
Hans de Boer

Redaktieadres
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht
t.a.v. Sylvia Pieters (adm.) of Rob de Jong (kopij)

Abonnementenadministratie
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

Abonnementsprijs
Per jaargang *f* 35,–.

Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

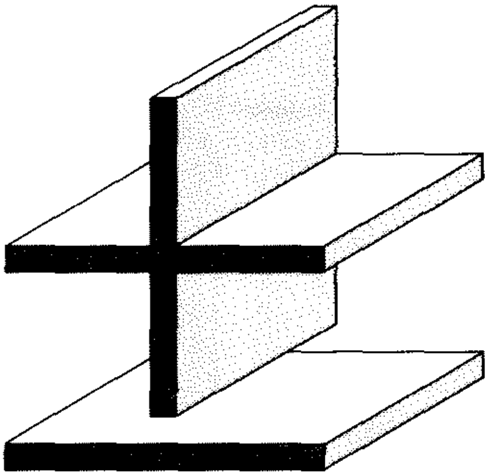
INHOUD

Aan de vraag naar volledige oude jaargangen van het Wiskobas-Bulletin kunnen we helaas niet meer voldoen. Verschillende nummers zijn uitverkocht.
Van de volgende afleveringen is nog een beperkt aantal eksemplaren verkrijgbaar:

jaargang 2, nr. 6	– *f* 7,50
jaargang 3, nr. 2	– *f* 7,50
jaargang 3, nr. 3	– *f* 7,50
jaargang 3, nr. 4/5	– *f* 7,50
jaargang 4, nr. 2	– *f* 7,50
jaargang 4, nr. 5	– *f* 7,50
jaargang 5, nr. 1	– *f* 10,—
jaargang 5, nr. 2	– *f* 25,—
jaargang 5, nr. 3	– *f* 8,75
jaargang 5, nr. 4	– *f* 10,—
jaargang 6, nr. 2	– *f* 10,—

Alleen na ontvangst van uw storting op postgirorekeningnummer 3105662 t.n.v. R.U.-IOWO te utrecht, zal u de gewenste aflevering worden toegezonden.

redaktioneel



Dit keer laten we enkele foto's het werk doen.
Foto's van aktiviteiten in een utrechtse kleuterschool.
Over deze aktiviteiten zèlf zullen we in één van de volgende rode leerplandelen rapporteren.
Nu gaat het ons om de vraag, en de vraag is niet alleen maar belangwekkend voor de redaktie van een wiskundeonderwijstijdschrift: zijn wiskundige aktiviteiten zichtbaar te maken? Of zijn deze aktiviteiten, omdat ze plaatsvinden in de donkere krochten van het menselijk brein, per definitie verborgen? Of kunnen we slechts een stukje, een buitenkant zien? Kunnen bijgaande foto's inderdààd het werk doen?

ROB DE JONG

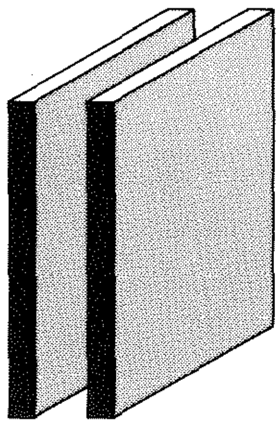
Anno 1976 zegt een matemaat bij de voorbereiding van een ekspositie:

> 'Het tentoonstellen van wiskunde is volstrekt onzinnig. Wiskunde is het enige vak dat niet te visualiseren is.'

De vraag doet zich voor of hier niet ten onrechte een eksklusieve positie wordt opgeëist voor de wiskunde.
Ook op andere gronden valt te twijfelen aan de juistheid van deze uitspraak. Immers, wat te denken van de wiskundige, die uitvindend, rommelend, denkend, bezig is met kartonnen modelletjes, rietjes, pijperagers, doppen ...? Via welke geniale vondst is dit geknutsel ooit te koppelen aan het zogenaamd 'hogere' breinwerk? Moeten we terug naar het eeuwenoude beeld van de gelijklopende klokken: denken en doen (knutselen) onafhankelijk van elkaar, maar wel parallel verlopend krachtens een gemeenschappelijke 'moederklok'?
Of moeten we bij het maken van kijkdoos en verrekijker uitgaan van een 'na elkaar': èèrst knutselen, dàn wiskunde?
Of ligt 't nog anders en is de dragende grondidee van een metode die zich 'operatoir' noemt – jonge kinderen denken met hun handen – best uit te breiden naar de wereld van de grote mensen?

Hoe dan ook, de bedoeling van verbaal en visueel materiaal in dit redaktioneel – en we streven ernaar om dat in àlle bulletins (groen en rood) te laten doorklinken – is: we moeten wiskunde 'gewoon' houden; niet moeilijker, onzichtbaarder, abstrakter dan welk vak ook. Onder het mom van de eksklusieve positie is in het verleden al ellende genoeg gesticht in het wiskundeonderwijs.

kolommen



TWEE WERKLIEDEN ...

Het is zo oud als de weg naar rome, of voor mijn part, naar babylon, het vraagstukje:

- ▶ *Eén werkman doet zeker werk in twee uur, de ander in drie uur; hoe lang doen ze erover als ze het samen doen?*

H. FREUDENTHAL

De grappen over dit vraagstuk zijn zeker al even oud, want wat dit betreft is er nu eenmaal niets nieuws onder de zon. Als je het diepzinniger wilde doen, knoopte je er vroeger beschouwingen aan vast als *'wat in teorie geldt, hoeft in de praktijk nog niet op te gaan'*, terwijl je het tegenwoordig dan over matematische modellen en hun toepasselijkheid hebt. Wat niet hoeft op te gaan voor twee loodgieters die samen een karwei opknappen, kan wel degelijk van pas komen bij twee slaven die een stuk land moeten bewerken, bij twee bankwerkers die zonder elkaar te kunnen storen, een hoeveelheid werkstukken moeten maken en zeer zeker voor twee weefgetouwen, die samen een bepaalde hoeveelheid stof moeten afleveren.

En hiermee zijn we aangeland bij een andere klassieke invulling van hetzelfde probleemschema:

- ▶ De ene waterkraan vult een bassin in twee uur, de andere in drie uur; hoe lang hebben ze nodig als ze samen aanstaan?

U weet in elk geval dat de twee werklieden, respektievelijk waterkranen, er niet $2 + 3 = 5$ uren over doen. Met twee in aktie moet het niet langer maar juist korter duren. U weet ook hoe u zoiets moet oplossen: tot één uur, de tijdseenheid, herleiden.
In één uur doet:

de eerste $\frac{1}{2}$ het werk;
de tweede $\frac{1}{3}$ het werk.

In één uur doen ze:

samen $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ het werk;
$= \frac{5}{6}$ het werk.

Het hele werk vereist:

$\frac{6}{5}$ keer die tijd.

Dus:

$\frac{6}{5}$ uur.

U kunt, om in alle voorkomende gevallen paraat te staan, er een formule van maken.
Stel de eerste heeft a uren voor het werk nodig, de tweede b uren, dan doet in één uur:

de eerste $\frac{1}{a}$ het werk;
de tweede $\frac{1}{b}$ het werk.

In één uur doen ze:

samen $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ het werk.

Dus samen doen ze het hele werk in:

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \text{ uur.}$$

U kunt het nog verifiëren voor het geval dat de twee werklieden of waterkranen even vlug zijn, dus voor $a = b$. Dan is de bij het samenwerken vereiste tijd:

$$\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{a}} = \frac{1}{\frac{2}{a}} = \frac{1}{2}a.$$

Dus, zoals het hoort: de helft van die voor een enkele werkman of waterkraan.

Of dit soort problemen is uitgevonden om een ander een hak te zetten, weet ik niet, maar het is er zeker vaak voor gebruikt. De truuk is een misleidende formulering, of laten we zeggen: de beschikbaarheid van twee formuleringen voor hetzelfde idee, die door elkaar gebruikt en derhalve gemakkelijk verwisseld worden.
Van een auto zeg ik, dat hij 50 km per uur rijdt, van een hardloper dat hij 10,4 sek over de 100 meter doet.
'50 km per uur' is wat men een snelheid noemt. '60 km per uur' is harder dan 50, maar '10,5 sek over de 100 meter' is bepaald langzamer dan 10,4. Het is een omgekeerde snelheid – ik zou zeggen, zoiets als een weerstand. Analoog is 'hij rijdt 12 op 1' (namelijk 12 km op één liter benzine) geen maat voor 'hoe duur is de auto in 't verbruik?', maar voor 'hoeveel presteert hij?'
Nu is 'hij kan een werk af in zoveel uur' wel een antwoord op de vraag wanneer iemand een bepaald werk moet beginnen om er op tijd mee klaar te komen, maar nauwelijks de manier om zijn arbeidskracht te becijferen. Je vraagt van een stenotypiste hoeveel lettergrepen of aanslagen ze per minuut, of hoeveel bladzijden per uur ze kan typen, van een bankwerker hoeveel stuks van een produkt hij per uur kan afleveren, van een kraan hoeveel liter hij per minuut en van de rijn bij lobith hoeveel kubieke meter hij per dag doorlaat.
Je weet dat over de hele wereld per jaar, zeg, 100 miljoen kinderen worden geboren. Je kunt er ook van maken, dat er om de drie sekonden een nieuw mensje ter wereld komt. Maar dit doe je veeleer voor de aardigheid of aanschouwelijkheid dan voor echt statistische berekeningen.

Hoewel, er zijn gevallen waar de ene beschouwingswijze gelijkwaardig naast de andere staat. Wat een waterkraan presteert, druk je in termen van doorlaatbaarheid uit, maar bij elektrische geleiders doe je het omgekeerd: met de weerstand. Gegeven de spanning E (in volt uitgedrukt), dan wordt de stroomintensiteit I (in ampère uitgedrukt) bepaald door de weerstand R (in ohm uitgedrukt):

$$I = \frac{E}{R}.$$

Hoe *groter* de weerstand, des te *minder* stroom passeert er.
Er zijn gegronde redenen waarom je het zo formuleert. Neem in een geleider (fig. 1) twee weerstanden R_1, R_2 achter elkaar (in serie, zegt men ook), dan is de gezamenlijke weerstand:

$$R = R_1 + R_2.$$

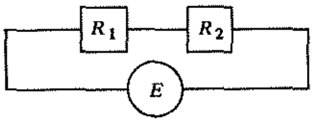


fig. 1

Het spanningsverval langs de weerstand R_1 is immers:

$$E_1 = R_1 \cdot I.$$

Dat langs R_2 is:

$$E_2 = R_2 \cdot I.$$

En samen:

$$E = E_1 + E_2;$$
$$R \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = (R_1 + R_2) \cdot I.$$

Maar het kan ook anders, zoals u zeker weet. Zijn de weerstanden R_1, R_2 parallel geschakeld (fig. 2), dan zijn er twee stromen I_1 en I_2 te onderscheiden, die respektievelijk door de weerstanden R_1 en R_2 vloeien en waarvan de som:

$$I_1 + I_2 = I;$$

de totale stroom I is.

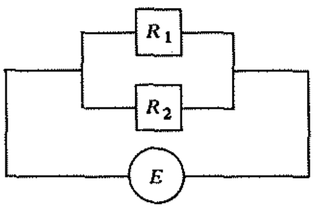


fig. 2

De weerstand R in deze stroomkring wordt berekend door:

$$I = \frac{E}{R};\; I_1 = \frac{E}{R_1};\; I_2 = \frac{E}{R_2}.$$

Dus:

$$\frac{E}{R} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}.$$

Dus:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

En hiermee zijn we terug bij de formule voor de werklieden en waterkranen.

Je kunt hetzelfde met minder formulegedoe zeggen. Met in plaats van de:

weerstanden R, R_1, R_2;

de:

geleidingsvermogens $\frac{1}{R}, \frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}$.

Het geleidingsvermogen van de hele stroomkring is de som van dat van de – parallelle – onderdelen.

Formules als deze, zeg:

$\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$;

zijn schering en inslag in zuivere en toegepaste wiskunde. Bijvoorbeeld in de optika, bij lenzen (fig. 3):

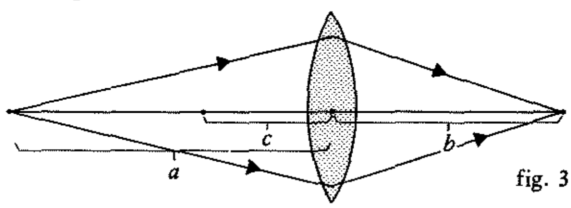


fig. 3

a en *b*: de afstanden van voorwerp en beeld van de lens en *c* de brandpuntsafstand

Er is ook een eenvoudig *nomogram* om in zo'n formule *c* te bepalen uit *a* en *b* (fig. 4):

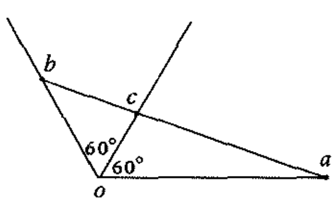


fig. 4

- trek door *o* drie stralen onder hoeken van 60° tussen eerste en tweede en tussen tweede en derde;
- zet vanuit *o* af de stukken:
  - op de eerste straal: *a*;
  - op de derde straal: *b*;
- verbind de eindpunten en snijd de verbinding met de tweede straal;
- het snijpunt bepaalt op de tweede straal de gevraagde *c*.

Probeer het zelf te bewijzen. De hulplijnen in fig. 5 zullen u een weg naar gelijkvormige driehoeken wijzen.

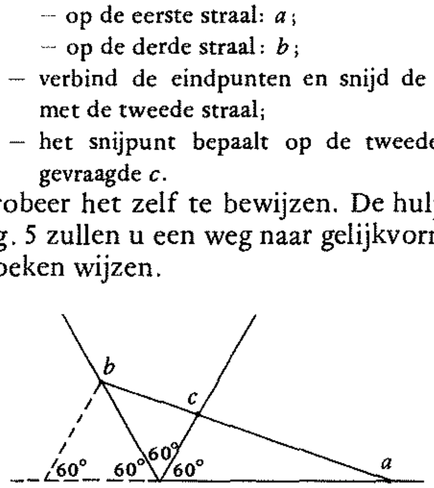
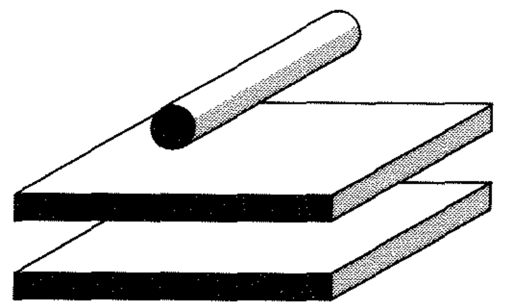


fig. 5

wiskunst



DE VERSCHRIKKINGEN VAN HET NOORDEN EN DE HOOVAARDIGE MATEMATIKUS

Eén van de beroepsdeformaties, die ik bij mijzelf konstateer, is de gewoonte bij alle lektuur even op te merken waar wiskundige begrippen gebruikt worden.
Overigens weet ik dat ook sommige scheikundigen, aardrijkskundigen, apotekers e.a., op hun vakgebied dezelfde afwijking vertonen. Voor de wiskunde zijn er natuurlijk schrijvers, die een min of meer wiskundige opleiding gehad hebben en bij wie je dan veel kans hebt wiskundige begrippen tegen te komen. Ik denk hierbij aan Piet Grijs, Gerrit Krol, en in het buitenland: Alfred Döblin, Aldous Huxley – hoewel hij geen wiskunde gestudeerd heeft, gebruikt hij de vakterm: Riemann-oppervlak – Raymond Queneau e.a.

F. VAN DER BLIJ

Jaren geleden heb ik in het tijdschrift *Euclides*[1]) onder de titel *'Beeldende waarde van de wiskunde'* eens een lijstje voorbeelden gegeven. Vandaag pak ik dit tema nog eens op. Direkte aanleiding was het doorlezen van een aantal interviews.
In het vorige nummer wees ik op een interview van Bibeb met M.C. Escher. Deze keer kies ik als beginpunt een interview van Lidy van Marissing[2]) met Andreas Burnier.
Eerst een verfrissende zin van Andreas Burnier:

> 'En zijn dat intellectuele boeken van Anna Blaman en van mij? Nabokov, Borges, dàt is intellectueel.'

Van Nabokov wil ik altijd nog eens *'Pale Fire'* analyseren. Daar zit vast getal- of wiskundesymboliek in verborgen. Er zat immers ook een vlinder verscholen in *'Lolita'* en zo zit er ook wat in het heerlijke stuk dagelijks leven van de universiteitsprofessor Pnimm. Borges heb ik al meer dan eens in dit verband genoemd. Ik herinner u aan de labyrinten.
Eigenlijk ging het mij om een andere zin in het interview. Als overgang citeer ik een tussenzin van Andreas Burnier:

> 'Ik heb het gevoel dat het (d.i. het kosmische gevoel) zich omzet in intellect, in het vermogen om wiskundige problemen op te lossen, vreemde talen te leren, en zo.'

En dan nu het eigenlijke citaat. Het gaat om het laatste verhaal uit de bundel *'De verschrikkingen van het noorden'*. Het verhaal heet 'Onderzoekingen op het terras'. Andreas Burnier zegt er letterlijk over:

> 'Veel mensen vinden het een erge misser omdat het te 'literair' is. Anderen noemen het een hoogtepunt. Ik vind het zelf erg moeilijk een oordeel te geven. Ik heb geprobeerd mijn stijl aan het onderwerp aan te passen. De wiskundige symboliek die erin zit, ik weet niet of die er helemaal goed uit is gekomen. Ik heb geprobeerd de wetmatigheden van de verhoudingen tussen die mensen uit te drukken.'

Tot zover het interview. Nu nemen we het verhaal zelf ter hand om de wiskundige symboliek op te zoeken. Voor een deel valt deze direkt op. In het verhaal lees ik de voorlaatste zin:

> 'Boven ons is de snel donkerende lucht, de substantie van het vijfhoekig-twaalfvlak waar wij door heen trekken.'

Dacht u ook aan de doorzichtige koepel van een half twaalfvlak, waarin Salvador Dali het laatste avondmaal schildert?
De eerste zin luidt:

> 'De achtertuin glooide als een afgeknotte kegel.'

Daar tussenin vind ik:

> 'Inderdaad zie ik, daar waar de hyperbool de kegelmantel begrenst aan de bovenzijde van de grashelling, enige verworpen plannen liggen.
> Het plan om de hoofdakte voor het lager onderwijs te behalen, wat een archeologisch doctoraal examen werd.
> Het plan om naar de noordpool te reizen, terwijl ik slechts tot Kopenhagen kwam.'

Waar zijn de wiskundige symbolen bij Andreas Burnier nu symbolen van? Zij geeft ons in het verhaal nog een kenmerk van goede boeken. Het kenmerk is, dat ook de eerste en de laatste zin onthullend zijn voor de essentie van het verhaal: de achtertuin glooide als een afgeknotte kegel – aan de horizon achter ons verdwijnt iets.
Is de tegenstelling tussen het afglijden langs de afgeknotte kegel en daarbij uit elkaar drijven enerzijds en de parallelle lijnen die elkaar op die horizon ontmoeten anderzijds, een sleutel van dit verhaal over twee mensen en hun leven?

Uit het op een na laatste verhaal uit de bundel knip ik nog één zin:

> 'Ik gunde haar haar vrienden met wie zij de adolescentenrelaties vol kronkelige begrenzingen had, die mij altijd aan wiskundige topologie doen denken.'

Ik herinner mij dat ik in het Euclides-verhaal Vestdijk geciteerd heb, bij wie de relatie tussen man en vrouw het beeld oproept van een dronken wiskunstenares, een knappe cirkeltrekster. Maar in deze kontekst lijken de wiskundige termen geen bizondere betekenis te hebben.
Evenzo zijn in het fantastische boek *'De meester en Margarita'* van Mikhael Bulgakov de wiskundige symbolen randversiersels.
Ik noem er twee:

> 'Met behulp van het binomium van Newton kan ik voorspellen dat hij over negen maanden zal sterven.'

Vergelijkt u maar met het aforisme van Karel van de Woestijne in *'De nieuwe Esopet'*[3]):

> 'Ik wou dat ik het binomium van Newton was!', zei een hoovaardige mathematicus. 'Ik zou een rotte appel willen zijn', zei het binomium, 'om mij naar uw hoofd te kunnen gooien.'

Ergens anders lees ik bij Bulgakov:

> 'Voor ieder die om kan gaan met de vijfde dimensie is het geen probleem een deel van de ruimte uit te laten dijen tot een willekeurige grootte.'

---

[1]) Jaargang 34, pag. 176 e.v. (1958).
[2]) 28 interviews (Meulenhoff, amsterdam 1971).
[3]) Wereldbibliotheek (amsterdam 1933).

Dat het ook zonder vijfde dimensie kan, wordt ons aan een woningruiltruuk in moskou gedemonstreerd.

* * *

We moeten naast deze vrij anekdotische opmerkingen, proberen een lijn te vinden. Bovendien vraagt de redaktie altijd om plaatjes bij deze rubriek. En wat te illustreren bij Andreas Burnier? En de film over de avonturen van Margarita en de meester heb ik nog niet gezien. Heeft iemand eigenlijk al wel de verfilming ter hand genomen? Anders is het een mooi tema voor een televisiespel!

We zoeken een lijn en illustratiemateriaal. De lijn geeft Andreas Burnier zelf in haar aanwijzing:

> 'wiskundige symboliek heb ik gebruikt om wetmatigheden van verhoudingen uit te drukken.'

En daar ligt de kern van veel gebruik van wiskundige symbolen of zelfs wiskundige teorieen in de kunst.

Een kunstenaar wil wetmatigheden van verhoudingen uitdrukken, omdat hij meent zulke wetmatigheden ontdekt te hebben: in harmonieleer, in kompositieleer, in architektuur, in poëzie.

Veelal blijken deze wetmatigheden, net als de wetmatigheden in de loop van de sterren en planeten, in de wisselwerking van kracht en beweging, in de reaktie van element en element, beschreven te kunnen worden in modellen, waarin de wiskunde kan funktioneren. Er is nog slechts een begin gemaakt met deze teorie, die naar mijn persoonlijke mening van dit ogenblik, toch maar een deel van de menselijke relatie met wat we kunst noemen, kan beschrijven. Maar er wordt van verschillende kanten aan gewerkt!

Ter illustratie bij het probleem om wetmatigheden in verhoudingen te vinden, geven we allereerst een reklame van de galerie Daedalus, met een werkstuk van Kunibert Fritz (fig. 1). Het roept de vraag op naar de verhouding tussen horizontaal/vertikaal enerzijds en diagonaal anderzijds. We kunnen u ook verwijzen naar de pikturale diskussies in de stijlgroep tussen bijvoorbeeld Mondriaan en Van Doesburg. Maar zoekt u in de afbeelding de wetmatigheid eens op! Kunt u er een matematisch model voor geven?

Als tweede illustratie een ambivalent lichaam van Jürgen Klein; meer een vràag naar wetmatigheid in de relatie tussen ruimtefiguur en vlakke afbeelding, dan een antwoord (fig. 2).

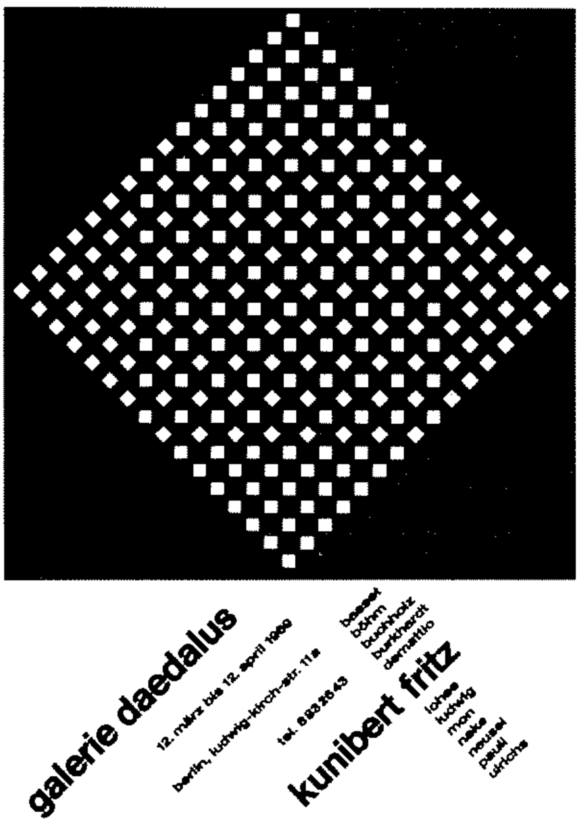
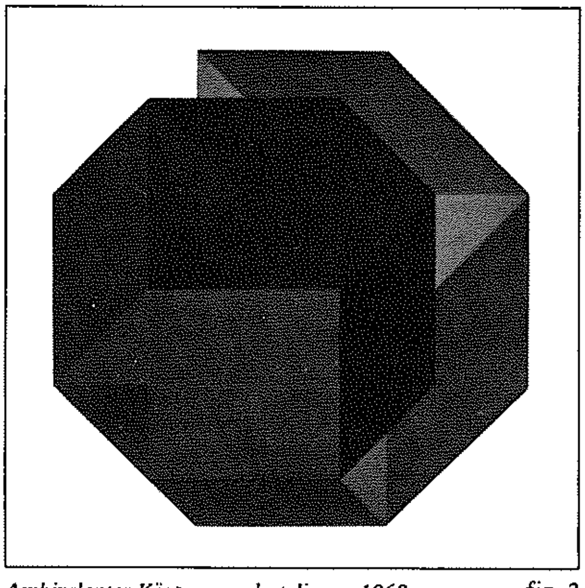


fig. 1



Ambivalenter Körper, acryl op linnen 1968 fig. 2

Helaas kunnen we het niet in kleur laten zien, maar hopelijk geven de grijze tinten voldoende indruk.

De 'Drei-Phasen-Würfel' van Jan Meyer-Rogge gaat over hetzelfde (fig. 3).

Een ander voorbeeld van het zoeken naar wetmatigheden in verhoudingen, vinden we in het gebeuren, geënsceneerd door Renate Weh.[1])

[1]) Kunsthalle Köln: Jetzt (Künste in Deutschland heute, 1969).

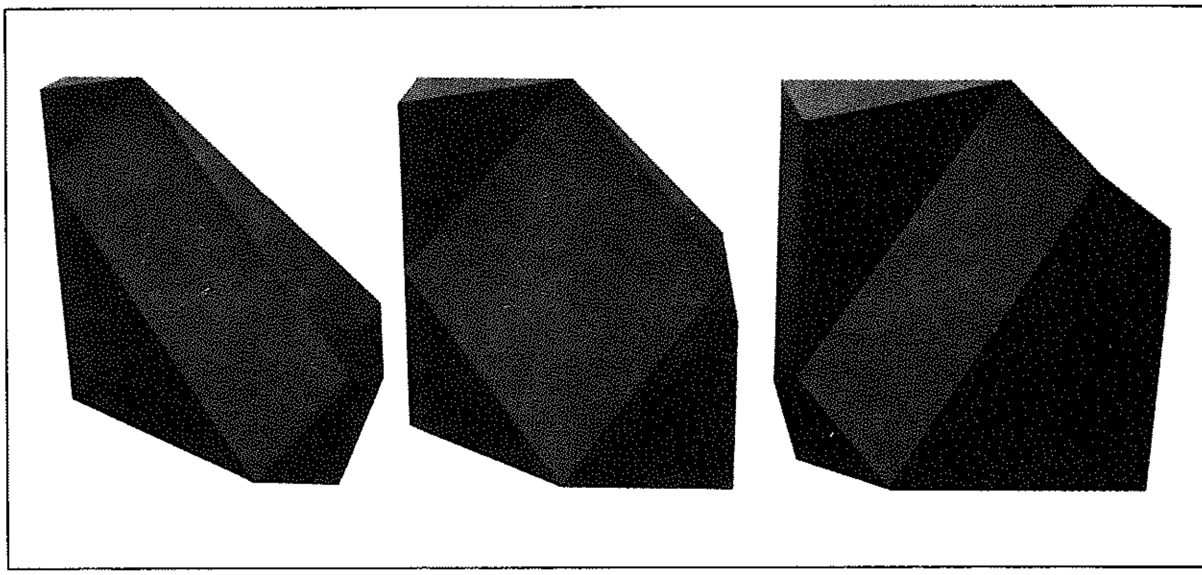


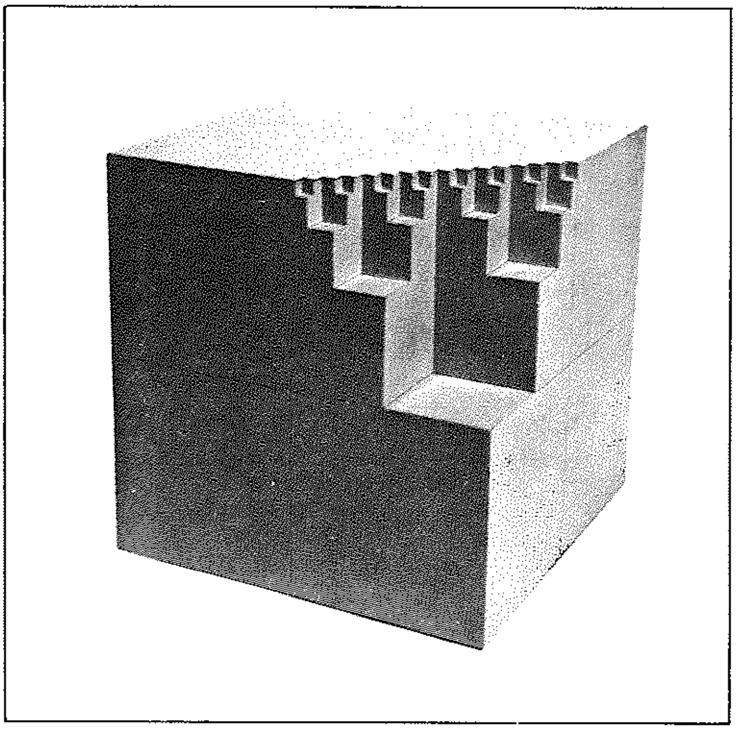
fig. 3

fig. 4

Het gaat haar om een verhouding tussen enerzijds een strak simpel wiskundig objekt, een bol, een kubus, een tetraeder, en anderzijds zand, vallend door een zeef; een stochastisch proces van allemaal losse zandkorreltjes (fig. 4).

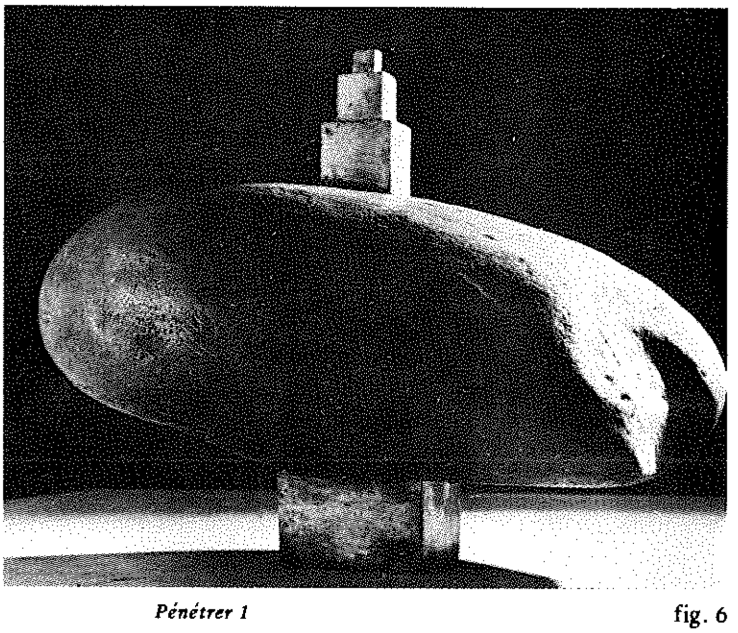
Tezamen gebracht ontstaat er een verhouding. Hoe vallen de zandkorrels over de kubus, over de pyramide? Welke figuren vormen zich op de grond?
Het is aardig, maar vanuit mijn vooropleiding zou ik dan direkt mèèr willen. Zand op trillende platen laten vallen, platen van heel verschillende vorm. Zand laten vallen op kubussen die door inwendig aangebrachte magneten, gevoed met wisselstroom van verschillende frekwentie, tot trilling worden gebracht.

Misschien is het mijn fout, dat ik te veel wil. Te gekompliceerde verhoudingen wil onderzoeken. Eenvoud is immers kenmerk van het ware.
Is daarom 'Variantfigur 1' van Erwin Heerich eenvoudig, in zijn uitgaan van wetmatigheid? En is dan het kreëren van verhoudingen, vanuit wetmatigheid, toch het aanzien best waard? (fig. 5)



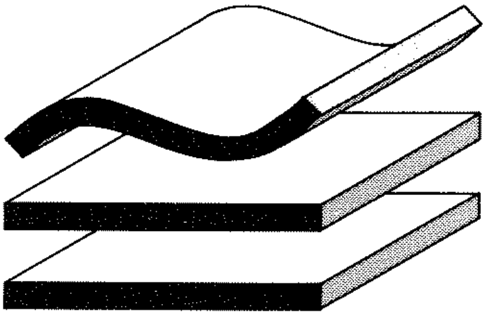
Variantfigur 1 fig. 5

Tot slot als non-voorbeeld van wetmatigheid van verhoudingen, een werk van Gottfried Honegger 'Pénétrer 1; conjugaison d'un volume à progression géometrique et d'un volume aléatoire' (1961).
De wetmatigheid van de kubussen wordt doorbroken door de (aardappelachtige) knol (fig. 6).



Pénétrer 1 fig. 6

problematika



Dit keer problemen van allerlei aard in deze rubriek: katten om vijvers, rangerende knikkers, schotels en kalah's, vervormde figuren, afgeknabbelde kubussen, enveloppen, enz.
We beginnen echter met enkele reakties.

HUUB JANSEN

1

REAKTIES

Met zijn studenten heeft kollega Jacobsen uit doetinchem zich geworpen op het probleem van de twee broers uit een van de vorige nummers van ons bulletin.[1])

▶ *Ik loop van huis naar school in dertig minuten. Mijn broer doet daar veertig minuten over. Hij gaat vijf minuten vòòr mij op weg. Na hoeveel minuten haal ik hem in?*

Het resultaat hiervan is een viertal verschillende oplossingsmetoden, die wij hier – met dank aan de inzender – graag weergeven:

'Ondergetekende heeft het probleem van de twee broers voorgelegd aan zijn studenten. De volgende vier typen van aanpak kwamen te voorschijn:

① Ik schrijf eerst de gegevens systematisch in het kort op:
- looptijd 'ik' 30 minuten;
- looptijd 'broer' 40 minuten;
- 'broer' vijf minuten voorsprong;
- gevraagd: inhaaltijd.

Tijdens dit opschrijven bedenk ik dan al, dat ik het probleem als volgt moet oplossen (anticiperend gedacht?): de voorsprong moet in afstand bepaald worden, het inhaaltempo moet in afstand per minuut uitgedrukt worden.
De berekening gaat dan als volgt:
- voorsprong : $\frac{5}{40}$ van de gehele weg;
- inhaaltempo : $(\frac{1}{30} - \frac{1}{40})$ van de gehele weg per minuut, d.i. $\frac{1}{120}$ van de gehele weg per minuut;
- inhaaltijd : $\frac{5}{40} : \frac{1}{120}$ minuten = 15 minuten.

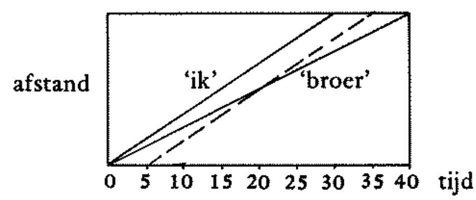
② Ik lees zo, dat 'ik' vijf minuten later vertrek, maar besluit dan tegelijkertijd, dat 'ik' toch nog vijf minuten eerder arriveer. Ik voel dus een symmetrie aan:

$$\frac{\text{looptijd 'broer'}}{\text{looptijd 'ik'}},$$

en besluit hieruit, dat zij halverwege hun looptijd 'gelijk liggen' en konkludeer daaruit, dat 15 minuten na het vertrek van 'ik' het inhalen gebeurt.

③ Ik merk op, dat het een verhoudingsopgave is: snelheid 'ik' staat tot snelheid 'broer':
4 : 3.
Het verschil is één en in werkelijkheid vijf minuten. Dus 5 x 3 minuten: 15 minuten is de inhaaltijd.
NB: Bij navragen en er op wijzen, dat de redenering niet voldoet, kon men er geen goede verklaring voor geven waarom 5 x 3 genomen werd en niet 5 x 4. We kunnen in deze gevallen niet verder dan: je ziet toch dat die 15 goed is, als je het narekent.

④ Dit is een inhaalopgave. Dat hebben we een keer leuk gedaan met een grafiek.
Probeer of dit nu ook lukt.

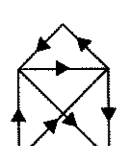


Stippellijn 'ik' bij later vertrek. Ik lees nu af, dat 15 minuten de inhaaltijd is.'

Ook mevr. Rutgers van de Loeff uit bilthoven heeft op dit probleem gereageerd. Met de volgende algebraïsche oplossing:

'ik in één minuut : $\frac{1}{30}$;
broer in één minuut : $\frac{1}{40}$;
$\frac{5}{40} + \frac{x}{40} = \frac{x}{30} \rightarrow 15 + 3x = 4x \Rightarrow x = 15$.'

Dergelijke reakties worden natuurlijk erg op prijs gesteld. Dat geldt ook voor het schrijven van de heer Gendeke uit arnhem, waarin geen oplossing maar een nieuw probleem wordt aangeboden.
Het gaat om het tekenen van deze figuur in één 'trek':



de pijltjes geven het verloop van de trek weer

De vraag luidt:

▶ *Op hoeveel essentieel verschillende manieren is dit huisje (of envelop) in één pennestreek te tekenen?*

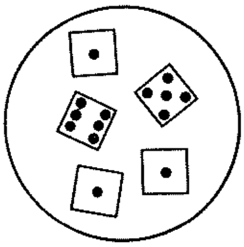
Om meer reakties uit te lokken, starten we met een simpel ogend probleempje, waarin zelfs *iowo*-ers na dagen piekeren geen gat meer zagen.
Eerlijk gezegd, behoorden ook wij daartoe.
Achteraf gezien, is het eenvoudig en geschikt voor bruiloften en ...

[1]) Jaargang 6 nr. 1.

2

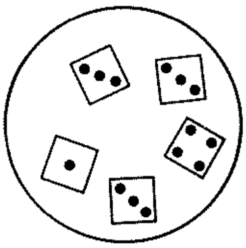
KATTEN OM DE VIJVER

U heeft vijf dobbelstenen nodig en iemand die geinteresseerd is in de vraag:
▶ *Hoeveel katten zitten er om mijn vijver?*
Een worp met de dobbelsteen:



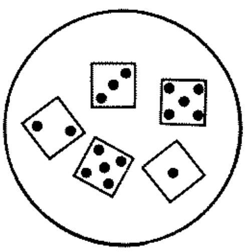
Het antwoord luidt: er zitten vier katten om mijn vijver!

Nog een keer!
▶ *Hoeveel katten zitten er om mijn vijver?*
De worp:

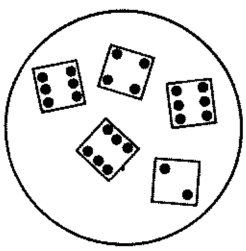


Antwoord: zes.

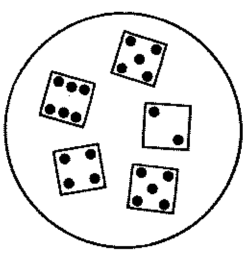
We geven vervolgens nog zes worpen met de antwoorden erbij:



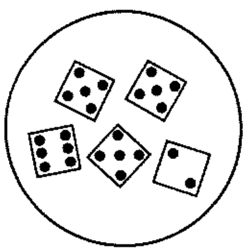
10



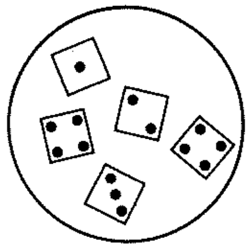
0



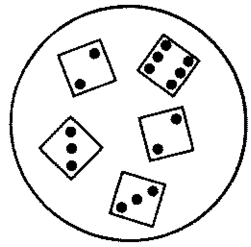
8



12

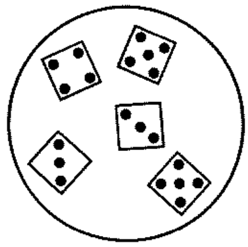


6



4

Inmiddels hopen wij voor u en uw nachtrust, dat u nu ook weet hoeveel katten er rond de vijver zitten bij de laatste worp:

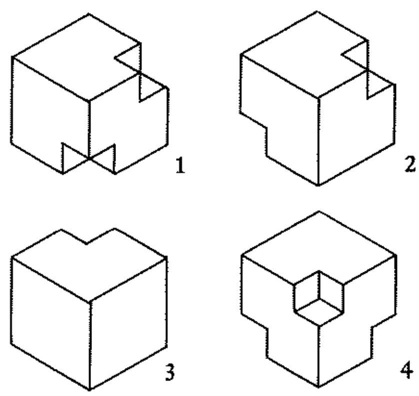


?

3

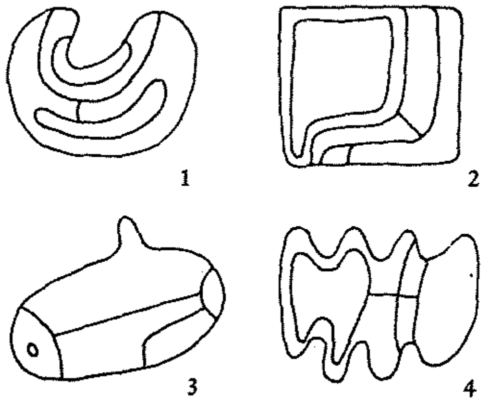
MEETKUNDE ?

Bovenstaand kattenprobleem is overgenomen uit het novembernummer van het tijdschrift *Games & Puzzles*. Hierin vonden we ook de twee volgende probleempjes, waarvan we ons afvragen welke meetkundige kwaliteiten iemand moet bezitten om ze te kunnen oplossen.



Zoals u ziet: vier kubussen met stukken eruit.
▶ *Welke tekeningen kunnen dezelfde figuur voorstellen?*

Hieronder weer vier figuren, getekend op elastisch rubber! Door rekken en krimpen kunnen de figuren vervormd worden.



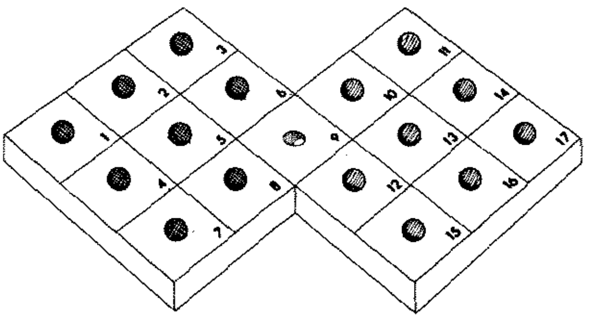
De vraag luidt dan ook:

▶ *Welke figuren kunnen door vervormen in elkaar overgaan?*

4

RANGEERSPEL

Uit het engeland ten tijde van koningin Victoria dateert het volgende spel, dat gemakkelijk van hout en knikkers te maken is:



Het gaat erom de rode èn groene knikkers in zo weinig mogelijk zetten van plaats te doen verwisselen.
Een zet is:

- een verplaatsing van een knikker naar een leeg aangrenzend vierkant;
- een sprong over een rode of groene knikker die op een aangrenzend vierkant staat naar een leeg veld erachter.

Diagonaalsgewijs verplaatsen is niet toegestaan!
Deskundigen beweren dat een oplossing in 46 zetten mogelijk is. Andere deskundigen beweren dat allerhande *stadsplan*-problemen in 'abstrakte' vorm opduiken, wanneer je alle gaten opvult behalve gat nummer 1 en dan probeert door verplaatsen van knikkers dit 'gat' naar nummer 17 over te brengen.

▶ *Op hoeveel verschillende manieren is dit mogelijk?*

5

KALAH

Nu we toch in de spelsfeer terecht zijn gekomen, durven we u ook lastig te vallen met een spel dat tegen de computer van het *iowo* gespeeld kan worden.
Een spel, dat men in allerlei werelddelen speelt ter leringhe ende vermaeck, onder verschillende namen en met soms afwijkende regels.
Voor kinderen van de basisschool – en dus ook voor hun onderwijzers(-essen) – een heerlijk spel!

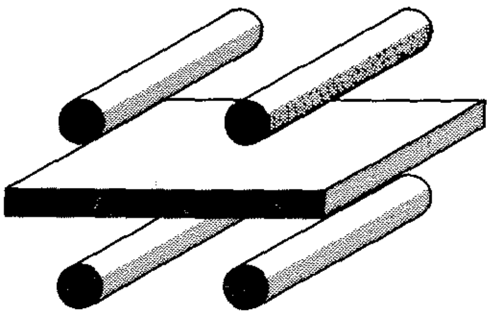
				b				
	13	12	11	10	9	8		
	O	O	O	O	O	O		
14 O								O 7
kalah van *b*	O	O	O	O	O	O		kalah van *a*
	1	2	3	4	5	6		
				a				

De schotels 1 tot en met 6 zijn van speler *a*, de schotels 8 tot en met 13 van speler *b*; schotel 7 is de kalah van *a*, schotel 14 de kalah van *b*. In de beginstand liggen in schotel 1 tot en met 6 en schotel 8 tot en met 13 elk *zes* kralen of munststukjes of steentjes of zoiets. De beide kalah's zijn leeg.
Om de beurt delen beide spelers de kralen uit een van hun schotels rond. De regels van het ronddelen zijn:

- de speler die aan de beurt is *kiest een* van zijn schotels waarin nog kralen liggen, pakt *alle* kralen eruit en deelt deze *een voor een rond* over de schotels van hemzelf en van zijn tegenstander;
- hij begint rechts van de gekozen schotel en gaat dan rond tegen de wijzers van de klok in;
- bij het ronddelen doet de *eigen kalah wel, die van de tegenstander niet* mee.

Komt de laatste kraal in de eigen kalah terecht dan mag de speler nog een keer, dus nog eens uit een van zijn schotels ronddelen.
Komt de laatste kraal in een lege eigen schotel terecht en is de tegenovergelegen schotel van de tegenstander niet leeg, dan mag de speler de kralen uit deze schotel van de tegenstander en die ene laatste kraal uit zijn eigen schotel wegnemen en in zijn kalah leggen.
Als van een speler die aan de beurt is, al zijn schotels (behalve zijn kalah) leeg zijn, dan is het spel uit. Wie dan de meeste kralen in schotels en kalah samen heeft, is winnaar.

kleuters en wiskunde



SPELEN MET DOBBELSTENEN

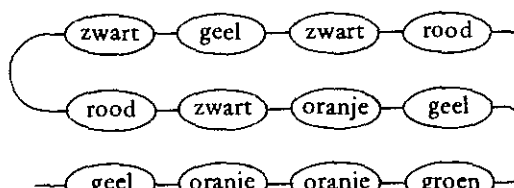
Bij het woord 'dobbelsteen' kunnen we denken aan een dobbelsteen met cijfers of stippen van één tot en met zes, maar er bestaat tevens een dobbelsteen met zes verschillende kleuren.
In dit artikel beschrijven we een aantal spelletjes, waarbij zowel de kleuren- als de stippendobbelsteen aan bod komt.[1]) Het is de bedoeling dat er aktiviteiten als kralen rijgen, torens bouwen, fiches verdelen, etc. uitgevoerd worden, waarbij het resultaat niet door het kind maar door de worp met de dobbelsteen bepaald wordt.

JEANNE DE GOOIJER-QUINT

'k zou zo graag een ketting rijgen
Bij het rijgen van een ketting kunnen we op de verschillende kenmerken van de kralen letten: vorm, kleur, materiaal en grootte. De jonge kleuter heeft nog geen oog voor deze kenmerken, maar richt zich intensief op de handeling van het rijgen. Daarna krijgt het kind aandacht voor de kralen en zoekt dan naar bepaalde soorten die in aanmerking komen voor zijn patroon.
In een groepsgesprekje kunnen we een aantal kettingen bekijken en nagaan hoe de kettingen opgebouwd zijn, om ze vervolgens te vergelijken. Een ketting, gemaakt van dingen die in de knutselbak te vinden zijn, zoals melkdoppen, kurken, stukjes schuimrubber, rietjes, e.d., geeft een verrassend effekt.
De rietjes kunnen we op verschillende lengten knippen, kurken kunnen we in de lengte of in de breedte aanrijgen.
De kleuters geven elkaar opdrachten om een ketting volgens een bepaald patroon te rijgen. Een opdrachtkaart waarop het begin van de ketting staat aangegeven, kan ook van nut zijn. We kunnen echter ook gebruik maken van een kleurendobbelsteen die de opdracht bepaalt. Van tevoren spreken de kleuters het aantal kralen per kleur af. Om de beurt gooit een kleuter met een dobbelsteen, waarna ieder dezelfde kleur kraal in zijn bakje zoekt en het afgesproken aantal aanrijgt.
Is de ketting af, dan gaan we na of alle kleuren van de dobbelsteen gebruikt zijn.

.... 'Zijn er kleuren die veel of weinig voorkomen?
Is twee (drie, ...) keer dezelfde kleur na elkaar gegooid?' ....

Jeanette (4;5 jaar) en emile (4;8 jaar) hebben de volgende ketting geregen:



Jeanette vergelijkt haar ketting met die van emile: ze zijn gelijk! Dan wordt er op de kleur gelet.

.... 'Er is veel zwart', meent emile – hij heeft namelijk drie keer zwart gegooid –.
'Kijk eens', roept jeanette, 'hier zijn heel veel oranje kralen' – twee keer na elkaar is deze kleur gegooid –.

[1]) Deze aktiviteiten zijn uitgevoerd op de 'Fatima' kleuterschool te bussum.

'Welke kleur komt weinig voor?', vraagt juf.
'Geel, daar en daar ...', wijst emile.
'Oh nee, er is nog meer geel', verbetert emile zichzelf.
'Juf, ik zie het, groen is er een beetje weinig, kijk maar, alleen hier', vertelt jeanette. ....

Op de vraag van juf of alle kleuren van de dobbelsteen gebruikt zijn, wordt de dobbelsteen gepakt en nog eens goed bekeken. Jeanette meent dat alle kleuren aan bod zijn geweest, maar emile draait de dobbelsteen rond en kijkt daarbij steeds naar de ketting.
.... 'Nee hoor ... deze kleur, wit, die heb ik niet.' ....

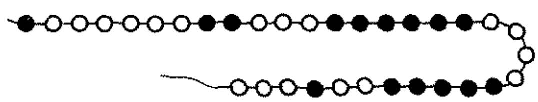
Jeanette kijkt in de kralenbak of er wel witte kralen zijn, waarbij ze tevens opmerkt dat er nog blauwe kralen zijn.
.... 'Ja, die kleur zit ook op de dobbelsteen', roept emile.
'En paars?', vraagt jeanette. ...

Na enige malen de dobbelsteen rondgedraaid te hebben, is het antwoord: 'nee'.

Enkele dagen later ziet emile een grote dobbelsteen op tafel liggen.
.... 'Juf, gaan we weer zo'n mooie ketting maken? Dat wil ik best doen.
Deze steen is anders, hè ... er staan stippen op.' ....

Emile kijkt om zich heen en roept:
.... 'Jeanette, ga jij weer met mij, nu wordt het moeilijk!' ....

De dobbelsteen wordt bekeken en er wordt afgesproken dat bij het rijgen van de ketting om de beurt witte en zwarte kralen gebruikt worden; de dobbelsteen bepaalt het aantal kralen per beurt.
Het aantal 1, 2 en 3 wordt meteen herkend, maar bij 4, 5 en 6 treden moeilijkheden op. Emile weet dit echter op te lossen: hij legt op iedere stip een kraal, zodat hij met behulp van de één-één relatie het juiste aantal kralen krijgt. Jeanette neemt deze suggestie direkt over. De ketting die dan ontstaat, ziet er als volgt uit:



De vraag 'heb je alle hoeveelheden van 1 tot en met 6 gegooid?', kan hier niet gesteld worden, omdat de kleuters bezig zijn met het 'vergelijken' van hoeveelheden en niet met het 'tellen'.
We kunnen echter wel vragen waar 'veel', respektievelijk 'weinig' witte (zwarte) kralen naast elkaar voorkomen.

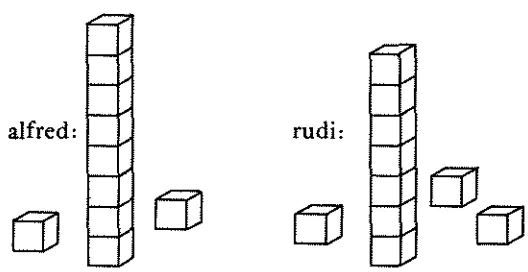
Een spel met twee *verschillende* kettingen.
De kleuters (vijf, zes jaar) zitten in een kring. Er worden twee groepen gevormd, die tegen elkaar gaan spelen. Beide groepen gaan een ketting rijgen aan de hand van de worpen met de stippendobbelsteen. De groepen gooien om de beurt; één kind uit elke groep rijgt het aantal kralen aan (om de beurt wit en zwart) dat door zijn/haar groep gegooid wordt. Tijdens het rijgen vergelijken we de kettingen steeds. Van tevoren spreken we af, of het om de 'langste' dan wel de 'kortste' ketting gaat. Tijdens het rijgen kan de stand, in dit geval de lengte, sterk wisselen.
Enkele opmerkingen van de kinderen:
.... 'Je moet veel gooien ... je moet hoog in de lucht gooien ... je moet ver weg gooien ... alweer dezelfde ... één heb je niks aan, dàt gaat zo langzaam.' ....

Wanneer de kettingen aan het eind vergeleken worden, kunnen we bepalen welke ketting de langste/kortste is – misschien zijn ze zelfs gelijk!
We laten de kinderen zelf vertellen waaròm deze ketting lang is en die andere kort.
.... 'Ik heb veel stippen gegooid ... ja, ik heb een keer zes gehad ... zij hebben meer gegooid ... hier was steeds één stip.' ....

een toren bouwen

Naar aanleiding van een gesprekje over torens, zoals kerktoren, watertoren, televisietoren, de domtoren, enz., gaan enkele kleuters in de bouwhoek aan de gang. Ze proberen de toren steeds hoger te maken. Soms valt hij om, omdat de blokken niet goed op elkaar gezet zijn.
.... 'Wie heeft de hoogste/laagste toren gebouwd?' ....

We bouwen een toren, waarbij de dobbelsteen bepaalt hoeveel blokken (kuben) per worp geplaatst mogen worden. Twee kleuters maken elk een toren door om de beurt met de dobbelsteen te gooien. Tijdens het bouwen kunnen de torens steeds verschillen.



.... 'Ik ben al ver', roept rudi.
'Kijk eens, ik gooi veel stippen, nu is mijn toren hoger', zegt alfred.
'En nu gooi ik ... ach jammer, twee is maar zo weinig.'

'Hè', roept alfred verbaasd, 'nu zijn de torens even groot.' ....

Een andere aktiviteit is het afbreken van de torens, zodat per worp wordt bepaald hoeveel blokken de toren lager wordt.

De kleuters bouwen eerst torens die even hoog zijn, daarna begint het spel.

dieren, fiches, ... verdelen

Op de tafel staat een doos met gekleurde *dieren* en een kleurendobbelsteen. Vier kinderen zitten rond de tafel. De dieren moeten over deze kinderen verdeeld worden, waarna ze met andere materialen (blokken, bambino ...) kunnen gaan spelen.

De verdeling gebeurt deze keer met behulp van de dobbelsteen. De kleuters gooien om de beurt met de dobbelsteen en mogen dan een dier van de betreffende kleur pakken. Is een dier van de gegooide kleur niet meer voorhanden, dan moet het kind een beurt overslaan. De verdeling van de dieren kan sterk uiteenlopen. Bij dit spel komen verschillende begrippen aan bod, namelijk:

.... 'Wie heeft er veel/weinig dieren?
Wie heeft de minste/meeste dieren?
Let eens op de kleuren. Heb je dieren van dezelfde kleur?
Heb je alle kleuren?
Zijn er kinderen die evenveel dieren hebben?' ....

Nadat de verdeling heeft plaatsgevonden, gaan de kleuters spelen. Twee van de kleuters vinden het echter zo'n leuk spel, dat ze hun dieren weer bij elkaar leggen en opnieuw met de dobbelsteen gaan gooien.

We gaan met een zestal oudste kleuters werken met *fiches*. We maken gebruik van de kleuren- en de stippendobbelsteen. Ieder kind krijgt een kleur van de dobbelsteen toegewezen door middel van een kaartje om zijn hals, voor iedereen duidelijk zichtbaar.

Juf (of een ekstra kleuter) gooit met de kleurendobbelsteen. De kleur die boven ligt, heeft één van de kleuters. De betreffende kleuter mag nu met de stippendobbelsteen gooien en pakt daarna hetzelfde aantal fiches van zijn kleur, als er stippen zijn gegooid.

Dan wordt de kleurendobbelsteen weer gegooid en het spel gaat verder. Na enige tijd worden de groepen fiches vergeleken. Het gaat dan om het schatten van de hoeveelheden (veel, weinig, meer, minder), niet om het tellen.

Bij deze aktiviteit wordt het aantal fiches steeds vermeerderd. We kunnen echter ook omgekeerd te werk gaan, zodat er steeds fiches van de stapels af gehaald worden.

Van tevoren spreken we af wanneer het spel afgelopen is. Bijvoorbeeld als één van de kleuters alle fiches kwijt is. Of: degene die als laatste nog fiches over heeft.

Nog een variatie!

Ieder kind krijgt van elke kleur één fiche. We gebruiken nu alleen de kleurendobbelsteen. Om de beurt gooien de kleuters de dobbelsteen en leggen een fiche van de betreffende kleur in de bak. Bij de eerste ronde kan ieder kind een fiche weg doen, maar daarna wordt het moeilijker. Gooi je weer dezelfde kleur, dan moet je een beurt overslaan.

.... 'Wie is vlug z'n fiches kwijt?'
'Bij wie duurt het lang?' ....

Een groepje vijfjarige kleuters begint met het spel.

.... 'Ik heb die kleur ... dat is geel. Nu heb ik die kleur niet meer.'
'Ik heb rood gerold ... deze mag nu weg.'
'Ik gooi blauw (voorspellen) ... nee, het is groen.'
'Ik heb hetzelfde als jij', wijzend naar het eerste kind. ....

Na verloop van tijd is de stand als volgt: esther één (groen); mark twee (zwart, wit); sabine één (blauw); edwin drie (wit, oranje, groen).

Bij de volgende ronde verandert alleen de stand van edwin, hij gooit namelijk oranje. Daarna gooit mark zwart en edwin groen, zodat ieder nog één fiche heeft.

.... 'Hé, wij hebben dezelfde', roept mark verrast naar edwin.
'Ik moet groen gooien, ... alweer niet.'
'Maar ik ga winnen ... hè, ik vind het niet leuk meer,' zegt mark. ....

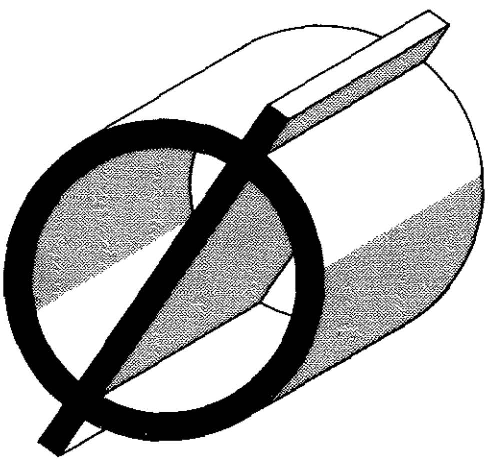
Sabine zegt niks en ze gooit hoopvol de dobbelsteen. Gevraagd wordt, welke kleur zij heeft. Ze kijkt op de tafel, maar haar fiche is verdwenen. Ze weet het niet meer. Vlug kijkt ze op de grond en legt het fiche op de tafel.

samenvatting

Bij al deze aktiviteiten gaat het om de volgende punten:

- herkennen van verschillende kleuren;
- benoemen van kleuren;
- vergelijken van voorwerpen;
- schatten van hoeveelheden;
- gebruikmaken van de begrippen: meer-minder, meeste-minste, veel-weinig-evenveel, lang-kort, langer-korter, langste-kortste, hoog-laag, hoger-lager, hoogste-laagste;
- samenspelen en samen overleggen.

wiskundige wereld-oriëntatie



.... *'Nu ja, wij hebben er een andere naam voor. Wij noemen het 'milieu-eksploratie'. Maar we hebben er toch veel problemen mee, zeg.'* ....

Aan het woord is een inspekteur van het belgisch onderwijs, die onlangs de ontwerpschool in arnhem bezocht. We hebben net een les over grafieken in het eerste leerjaar bijgewoond.

.... *'Laat ik u vertellen: het is toch veel te moeilijk voor onze kinderen om de buitenwereld te vangen met wiskundige middelen? We kunnen het zelf niet eens.*

En als we het kunnen, begrijpen de kinderen niet waarover we praten. Maar anderzijds wil je ook geen wereldvreemde wiskunde doen. Nee, 't zijn echte problemen bij ons. Hebben jullie daar geen last van?' ....

JAN VAN DEN BRINK

jongens en meisjes

Tja, wat moet je daarop zeggen? Zoëven zagen we in de klas nog een aardig voorbeeld.

.... Juf vroeg de kinderen: 'Zoek eens uit of er meer jongens dan meisjes in de klas zijn?'

'Twee rijen maken', riep hans.

'Eén rij maken', zei ellie, 'jongen, meisje, jongen, meisje, en zo door.'

Dat lukt nooit, had hans gevonden, want je krijgt maar één rij.

En toen ellie hem tenslotte kon zeggen dat er drie jongens 'te veel' waren, stak hij zijn verbazing niet onder stoelen of banken.

'Hoe kan dat nou?' ....

Hij had tenslotte, net als wij — toeschouwers achterin de klas — en net als vele van zijn medeleerlingen, een *eigen* oplossing voor dit probleem ontworpen. En ieder schijnt zijn oplossingen te moeten koesteren. Je hebt ze immers zèlf onthouden of ontdekt. Daarom zijn ze je lief!

Dan, plotseling: de *konfrontatie* met de juistheid van de metode van een ander. Of, zoals in het voorbeeld: hans meende ten onrechte dat de manier van ellie niet tot een goed resultaat zou kunnen leiden.

.... 'Ja, dat hebben we gezien. Maar wat heeft dit nu met milieu-eksploratie of wereldoriëntatie te maken?', drong de inspekteur aan.

'U heeft zelf kunnen horen dat die eersteklassertjes vol zitten met alle mogelijke en onmogelijke ideeën.

Bovendien hebben ze een geheel àndere gedachtenwereld dan wij vaak vermoeden. En dat is nu juist zo boeiend! Dat schept verràssingen! En aldus kan het een basis voor ons onderwijs zijn: die grote gevarieerdheid in ideeënwerelden die kinderen meebrengen naar school. Kijk, en dat zou je wereldoriëntatie kunnen noemen.'

'Maar komt dan nog wel de èchte wereld — het milieu — aan bod of blijft het steken bij ideeënwereldjes?'

'Ja, u heeft gelijk. Wereldoriëntatie zou, aldus gedefinieerd, te beperkt zijn. Laat ik vertellen wat ik enkele maanden geleden beleefde.' ....

motorfiets

Met twee kinderen zat ik in het speelwerklokaal van de ontwerpschool. Dit lokaal kijkt uit op straat. We hoorden een motorfiets naderen. Het geluid zwol aan tot een hels kabaal. De aandacht van de kinderen voor mijn problemen was volkomen verdwenen. Gespannen ke-

ken we naar wat ons voor het raam vertoond zou worden. Daar was hij! Horen en zien verging! Dat iemand op zo'n ding kan blijven zitten, is — voor mij — een groot wonder.
Het duurde bovendien erg lang voordat de motorrijder voorbij het raam was.
Tot mijn verbazing vonden de kinderen, dat hij te snel voorbij was.

.... 'Hij scheurde de weg langs', zei één van hen. ....

Pas later begreep ik, waarom sommige fabrikanten van sportauto's zo'n typisch 'sporttimbre' geven aan het geluid van hun produkten. Geluid heeft blijkbaar een sterke invloed op ons gevoel voor snelheid. Maar is snelheid er ook van afhànkelijk? Voor dìt probleem zaten we na die knallende motorfiets.

We hebben nog een tijdje lekker naar buiten zitten kijken, naar ons 'milieu'.

.... 'Mag dat wel?', vroeg een leerling nog. ....

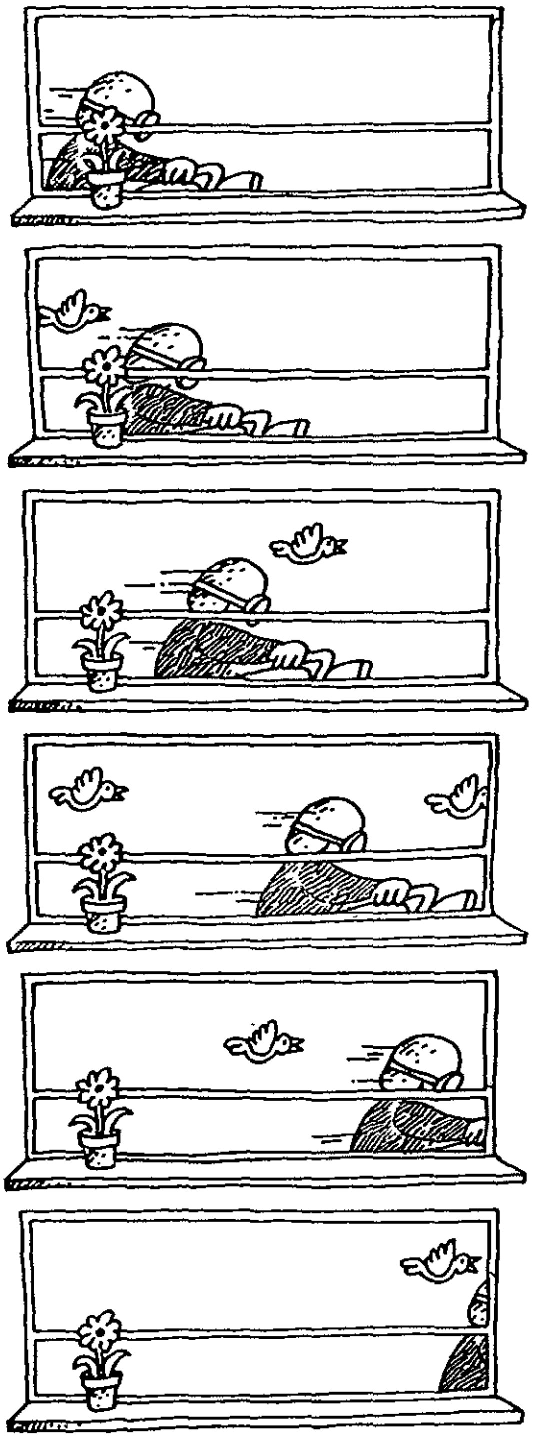
Fietsers, vogels, auto's trokken voorbij.

.... 'Ging die auto sneller dan dat vogeltje? Wat denk je?'
'Hoe korter je het vogeltje voorbij het raam ziet vliegen, hoe sneller het gaat.' ....

Nu ja, dat bleek ook niet helemaal waar, want we konden langdurig naar vogels op grote afstand kijken, die toch een behoorlijke vaart schenen te hebben. Maar over vogels, fietsers, en dergelijke, die 'dichtbij' langs het raam trokken, bestond geen verschil van mening. De kinderen kenden intuïtief het verband: snelheid is omgekeerd evenredig met de tijd die je nodig hebt om een vaste afstand af te leggen.

filmstrip
Sinds kort hebben we een middel gevonden om die kwalitatieve relatie tussen tijd en snelheid ook numeriek uit te drukken.
Via filmboekje of beeldstrip is uit te tellen welk voorwerp het snelst gaat, zelfs: in welke verhouding dat gebeurt. Maar dit terzijde!

konfrontatie
Het ging tenslotte om de vraag of we ons uitsluitend beperkten tot gedachtenwereldjes van kinderen en het 'milieu' buiten schot zouden laten.
Uit het voorbeeld over het begrip 'snelheid' blijkt, dat we uitgaan van ideeën van kinderen (hoe meer geluid, hoe sneller) en dat we in een konfrontatie van die meningen proberen te onderzoeken waarvan de 'èchte' snelheid in het 'milieu' afhankelijk is.

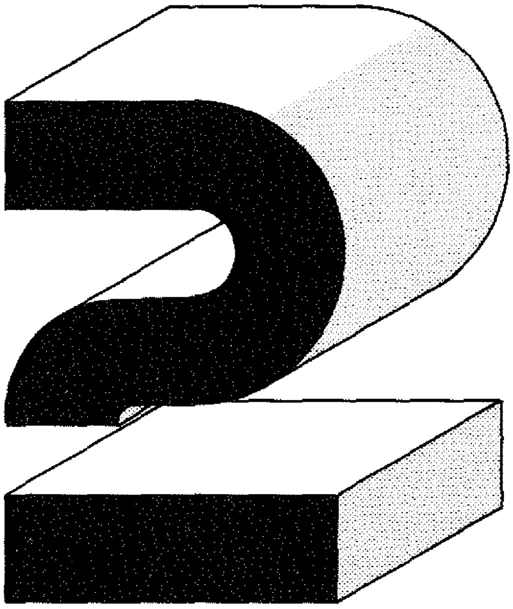


Dit is een bepaalde vorm van wiskundige wereldoriëntatie: het ontdekken van *eigenschappen* van en *relaties* tussen *grootheden*, zoals snelheid en tijd, maar ook inhoud, gewicht.
De taak van leerplanontwerper en onderwijzer(es) in deze is, konfliktsituaties te scheppen rondom al die grootheden. In tegenstelling tot wat kinderen menen, blijft bijvoorbeeld gewicht in veel situaties *invariant.*[1])
Wiskundige wereldoriëntatie is overigens niet beperkt tot het *meten* van grootheden. Maar dat zou een ander verhaal worden. Misschien voor een volgende keer?

---

[1]) In: Wiskunde, één grote fiktie (wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 6) staat een voorbeeld van zo'n konfrontatie van meningen.

spullenkatern



In dit tweede katern komt aan de orde:
inleiding katern (1);
operatoir rekenen (2);
niveaucursus rekenen (3);
reakties auteurs (4);
vervolg (5).

INLEIDING (1)

In het eerste spullenkatern zegden we toe, aandacht te zullen besteden aan de 'traditionele' metoden.
We inventariseerden elf metoden van dit genre:
- Nieuw rekenen voor het basisonderwijs;
- Op veilig spoor;
- De grondslag;
- Niveaucursus rekenen;
- Rekenen;
- Functioneel rekenen;
- Naar zelfstandig rekenen;
- Uitkomst;
- Operatoir rekenen;
- Naar aanleg en tempo;
- Reken maar.

In dit katern komen twee metoden aan de orde: *'operatoir rekenen'* (uitgeverij Zwijsen) en *'niveaucursus rekenen'* (uitgeverij Malmberg). De keuze voor deze twee vindt haar oorsprong in het gegeven, dat het in beide gevallen om relatief 'jonge' metoden gaat, die (vermoedelijk) een behoorlijk aandeel in de markt hebben.

Ten behoeve van de besprekingen is principieel gekozen voor de zogenaamde 'subjektieve metodenverhalen'. Met deze naam willen we de beperkte pretenties aanduiden. Het zijn geen beschrijvingen die na jarenlange studie, aan de hand van uitgewerkte vragenlijsten tot stand zijn gekomen. Er zijn geen 633 scholen met een enquête ondervraagd. Er is niet van tevoren een systematische werkwijze vastgelegd.
Bewust is hiervan afgezien, en wel om twee redenen:
- resultaten van een dergelijke studie zouden te zwaar kunnen gaan wegen bij invoeringsbeslissingen; allerlei 'smaakfaktoren' van een onderwijsteam zouden te gemakkelijk door wetenschappelijke argumenten van de tafel geveegd worden;
- afgezien van de gegronde twijfels die we tegen een vragenlijstprocedure hebben, zou het ontwikkelen van dergelijke lijsten jaren

duren; om zo lang te wachten met het aan de orde stellen van de metodenproblematiek, lijkt ons niet in het belang van die onderwijsmensen, die aan het eind van de zeventiger jaren voor de aanschaf van een nieuwe metode staan.

Subjektieve metodenverhalen zijn verhalen door één of meer medewerkers. Verhalen, die ontstaan zijn na intensieve studie van de metode, na gesprekken met onderwijsteams. Verhalen met een persoonlijke kleur. Deze verhalen zijn onderwerp van gesprek geweest in wiskobasvergaderingen, in die zin dat de wiskobasmedewerkers zich met inhoud en teneur van het verhaal akkoord hebben verklaard.
We zijn ervan overtuigd dat deze opzet voldoende inspeelt òp en ruimte openlaat vòòr de reeds genoemde 'smaakfaktoren' en andere (situatie-) argumenten van onderwijsteams.

Tenslotte nog dit: het leek ons juist de koncept-teksten van tevoren beschikbaar te stellen aan de auteurs der metoden. We hebben hen verzocht om in ditzelfde katern te reageren in maksimaal 600 woorden (ca één pagina).

OPERATOIR REKENEN (2)

ED DE MOOR
JAN VAN DEN BRINK

De opzet van de bespreking van de metode 'operatoir rekenen' *is de volgende:*
Na een opsomming van de materialen waaruit de metode is samengesteld (1), *worden in* (2) *de uitgangspunten van de metode genoemd en kort bekommentarieerd. Globaal wordt dan de leerstof gekarakteriseerd* (3).
Het meest uitgebreide gedeelte van de bespreking is te vinden in de paragrafen (4) *en* (5). *Eerst worden matematisch-didaktische kanttekeningen geplaatst bij de materialen voor de leerjaren 1, 2, 3, en vervolgens bij de materialen voor de leerjaren 4, 5 en 6.*
Met het oog op de hanteerbaarheid (door een onderwijsteam) is een aparte paragraaf aan de organisatie gewijd (6). *Vooral de handleidingen worden hier aan de orde gesteld.*
In paragraaf (7) *wordt het voorgaande samengevat en in paragraaf* (8) *worden ten behoeve van (op het gebied van het rekenonderwijs meer of minder ambitieuze) onderwijsteams enkele aanbevelingen geformuleerd.*

MATERIAAL (1)

De volledige metode[1]) bestaat uit:
- negen losbladige onderwijzersboeken, eerste tot en met zesde klas; voor de derde tot en met zesde klas in twee delen;
- vier werkbloks (1, 2, 3*a*, 3*b*), eerste tot en met derde klas; verbruiksmateriaal;
- drie maal tien werkboekjes (per boekje zestien pagina's), nummer 1 tot en met nummer 30; verbruiksmateriaal (derde tot en met zesde klas);
- drie sets rekenkaarten, vierde tot en met zesde klas; gebruiksmateriaal, antwoordkaarten en administratiekaarten;
- één set rekenspellen bij het tweede leerjaar;
- één set rekenoefenmiddelen bij het eerste, tweede en derde leerjaar (fiches, en dergelijke).[2])

Wij begroten de eerste algemene aanschafkosten, voor een zesklassige school met dertig leerlingen per klas, op *f* 1241,– (inklusief leerlingenmateriaal.[3]) Wel dient er rekening te worden gehouden met jaarlijks terugkerende kosten aan verbruiksmateriaal (ca *f* 575,– bij 6 x 30 leerlingen).

UITGANGSPUNTEN (2)

In de titel van de metode brengen de auteurs de kern van de achterliggende filosofie over. 'Operatoir rekenen' betekent: al handelend (werkend met de handen) leert het kind rekenen. Wat de schrijvers hiermee bedoelen, zullen we in de volgende paragrafen nader toelichten en bekommentariëren.
Het rekenen dient, volgens de metode '*o*peratoir *r*ekenen' (*or*), aan te sluiten bij de belevingswereld van het kind en vooral bij levensechte situaties. Twee uitgangspunten die menig onderwijsgevende van harte zal onderschrijven.
Wat het eerstgenoemde betreft: dit zal o.i. vaak meer samenhangen met de emotionele relatie die de onderwijzer met de kinderen heeft, dan met de leerstof.
Het aansluiten bij de realiteit is vooral uitgewerkt in kleine projektjes (vierde, vijfde (zesde) leerjaar), waarbij de oriëntatie in de wereld de belangrijkste inspiratiebron is.

Or wil de kinderen fleksibel, kritisch en krea-

[1]) Auteurs: W. Birkhoff, N. Buys, J.M.F. Teunissen; uitgever: Zwijsen, tilburg.
[2]) De onderwijzershandleiding 6*b*, de boekjes 25 tot en met 30, alsmede de rekenkaarten voor de zesde klas, waren op het moment van deze bespreking nog niet voorhanden en konden dus niet in de beoordeling betrokken worden.
[3]) Gegevens gebaseerd op folder van de uitgeverij (voorjaar 1976).

tief leren denken en handelen. Binnen sommige rekenkaarten en in de projekten achten wij mogelijkheden om deze hoge doelstellingen te bereiken, aanwezig. Hierbij hangt echter ook weer veel af van de instelling van de onderwijsgevende. Zijn of haar omgaan met de metode geeft de doorslag, als het gaat om het bereiken van dergelijke doelstellingen. In de handleidingen is dit ook tussen de regels door te lezen.
Geen auteur van een metode kan zich veroorloven aan het differentiatieprobleem voorbij te gaan. Er zijn zelfs metoden die alles in dienst stellen van deze ene doelstelling. *Or* wil evenwel de kinderen tijdens de eerste drie leerjaren zoveel mogelijk bijeenhouden; de oplossing van de differentiatieproblematiek wordt dan gezocht in ekstra (spel-)materiaal.[1])
Voor het vierde, vijfde en zesde leerjaar wordt binnen de werkboekjes een tempodifferentiatie aanbevolen, volgens het bekende principe: *a*-, *b*-, *c*- en *d*-rijtjes (makkelijk, moeilijker, etc.), terwijl de rekenkaarten aanleiding geven tot dieptedifferentiatie. De organisatie hiervan moet niet onoverkomelijk lastig zijn.
Zowel het inzichtelijk leren als de parate kennis, welke verworven zal worden door afwisselende automatiseringsoefeningen, worden genoemd.
Als uitgangspunt voor de leerstof kiest *or* voor het traditionele rekenen, met af en toe een knipoog naar een wat ruimer gebied. Telkens wordt daarbij onderstreept dat 'rekenen een plezierig vak moet zijn'.

▶ LEERSTOF (3)

Wat de leerstof betreft, moet van een *traditionele metode* gesproken worden, zij het dat hier en daar gelonkt wordt naar anderssoortige onderwerpen.
Ook de vertikale opbouw van de onderwerpen (bijvoorbeeld: verhoudingen in de vijfde en zesde klas) past in onze oersterke rekentraditie.
Een (globale) opsomming van de leerstof, die in de verschillende leerjaren aan de orde komt:

eerste klas
- relaties: meer, minder, evenveel;
- tellen: op getallenlijn (telgetal) en groeperen (hoeveelheidsgetal);
- operaties: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen tot twintig;
- eenvoudig geld- en tijdrekenen;
- struktureren van de getallen tot twintig;
- eenvoudige redaktiesommen;

tweede klas
- uitbreiding van het hierboven genoemde (getallen tot 100);
- verdelen (getalsmatig en meetkundig);
- schrijfwijze van eenvoudige breuken als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ en operaties als $\frac{1}{4} \times 20$;
- tabellen in dienst van het rekenen;
- tafels van vermenigvuldiging: 2, 3, 5 en 10;
- introduktie van de operatie delen;

derde klas
- uitbreiding van het bovengenoemde (getallen tot 1000);
- tafels van vermenigvuldiging één tot en met tien;
- cijferend optellen en aftrekken (onder elkaar);
- cijferend vermenigvuldigen en delen (met één cijfer);
- positiestelsel;
- breuken vergelijken;
- tijd (jaar, maand, etc.);
- meten (lengte, gewicht, inhoud);
- eenvoudige vlakke meetkundige figuren;
- gemiddelde;
- schatten;

vierde klas
- herhaling en uitbreiding van het cijferen (grote getallen);
- breuken optellen, aftrekken, vereenvoudigen;
- omtrek en oppervlakte;
- plattegronden;
- grafieken;
- toepassingen (spoorboekje, en dergelijke);
- snelheid;
- temperatuur;
- koördinaten;
- metriek stelsel;
- klokrekenen;
- verzamelingen;

vijfde klas
- uitbreiding en herhaling van de vierde klas;
- decimale breuken;
- inhoud;
- koopmansrekenen (inkoop, verkoop, winst, verlies);
- procenten;
- eenvoudige verhoudingen;
- schaal;
- andertallige stelsels.

zesde klas
Van de zesde klas hebben we slechts de eerste vier boekjes kunnen bestuderen (21, 22, 23, 24). De rekenkaarten zijn op dit moment evenmin voorhanden. Twee algemene opmerkingen over dit leerjaar:
- er lijkt ternauwernood nieuwe stof toege-

[1]) Overigens wordt de metode, voor wat betreft de eerste drie leerjaren, opnieuw bewerkt.

voegd, behalve over verhoudingen;
- alle stof staat in dienst van oefening en herhaling.

Dat deze metode toch afwijkt van het gevestigde patroon, blijkt al uit sommige punten van de vorige paragraaf, maar zal duidelijker uiteengezet worden in de volgende paragrafen. Hierin willen we proberen de didaktische opbouw te analyseren.
Daar er ten aanzien van het didaktisch handelen een essentiëel verschil bestaat tussen de eerste drie leerjaren en de hoogste drie, behandelen we deze apart.

▶EERSTE, TWEEDE EN DERDE LEERJAAR (4)
tellen, optellen, aftrekken (4.1)
De telrij wordt 'gewoon' aangeleerd. Het noteren van getallen als 10, 11, ..., komt aan de orde vòòr het ingaan op de kenmerken van ons positiestelsel. Dit is een gebruikelijke introduktiewijze.
Het 'handelend' tellen in *or* betekent in de praktijk van de eerste klas:
- figuurtjes tekenen, kringen en groepjes maken;
- aangeven van aantallen met behulp van kleuren;
- werken met fiches (later ook met tientalfiches);
- getallenlijn verkennen;
- honderdvel(d)[1]) verkennen;
- gebruik van dobbelstenen, tafelmunten, lotto's, etc.;
- gebruik van triangel (éénheden), tamboerijn (tientallen) en trom (honderdtallen).

Vooral het gebruik van de slaginstrumenten komt veelvuldig voor. Hierdoor worden reeds vroegtijdig de struktureringen van de getallen tot 100 benadrukt: 35 = 30 + 5 (drie tamboerijnslagen en vijf triangelpingels). Dit komt later bij het optellen weer terug.
De bepèrkingen van de slaginstrumenten komen naar voren bij het optellen over het tiental (hoe moet je 'onthouden'?) en het aftrekken (je kunt geen 'pingels' wegnemen).
In het begin van de derde klas wordt het positiestelsel meer ekspliciet behandeld door middel van de 'rekenkaart' (positiestrepen). Het inwisselprincipe bij optellen en aftrekken wordt daarmee duidelijk gemaakt. Het handelen van de kinderen (hoofdzakelijk met fiches) wordt langzamerhand omgezet in het rekenen met getallen.
Te konstateren is, dat handelingen en situaties veelal ondergeschikt blijven aan het rekenen en geen 'reële' kontekst bezitten.
Optellen en aftrekken wil men gelijktijdig invoeren, omdat zij elkaars omgekeerde operaties zijn. Een goede gedachte, maar na één inleidende les over 'erbij'- en 'eraf'-handelingen, wordt toch eerst de '+' notatie aangeleerd. Vervolgens duurt het *twintig* lessen voor de '—' notatie ter sprake komt.
Bij het aanvankelijk optellen en aftrekken is voor een veelzijdige benadering gekozen, zoals:

optellen
- doortellen: 8 + 4 als 9, 10, 11, 12;
- op de getallenlijn en het honderdveld;
- door middel van splitsingen over het tiental: 7 + 6 als (7 + 3) + 3;
- door middel van splitsingen bij de tientallen: 46 + 22 als (40 + 20) + (6 + 2); met en zonder slaginstrumenten en/of fiches;
- met behulp van de vermenigvuldigoperatie: 2 + 2 + 2 + 2 = 4 x 2;
- met behulp van geschakelde 'machientjes' (*or* spreekt van 'computers'): 34 + 23 als 34 + 20 + 3 = ...;
- door middel van analogieredeneringen: 4 + 8 = 12, 14 + 8 = 22, ...;

aftrekken
- terugtellen;
- getallenlijn;
- splitsen: 22 — 5 als 22 — 2 — 3;
- tè ver terugtellen en korrigeren: 22 — 9 als (22 — 10) + 1;
- struktureren: 48 — 23 als (40 — 20) + (8 — 3); fiches;
- geschakelde machientjes: 36 — 22 als 36 — 20 — 2;
- analogieredeneringen: 7 — 5 = 2, 17 — 5 = 12, ...

De analogieredeneringen staan duidelijk in dienst van het memoriseren van de optellingen en aftrekkingen tot 100. Er komen uitstekende opgaven als 'stipsommen' (7 + □ = 13) en 'open stipsommen' (□ + □ = 60) voor. Let op dat het frame □ hier een variabele is: □ + △ = 60 of $x + y = 60$ wordt bedoeld.
Hier liggen mogelijkheden tot fleksibel en kreatief denken en handelen. De handleiding geeft vaak een zee van dergelijke suggesties. Aan de andere kant vragen we ons af wat het 'gewone dagelijkse leven' van doen heeft met een opgave als:

> 'In onze straat zijn 6 kippen en 3 kanaries. Dat zijn samen ... poten.'

'Handelingen' en 'situaties' staan steeds in het

---
[1]) Konsekwent wordt in *or* over *honderdvel* gesproken (misschien in verband met het copyright?).

er vaak gelegenheid samen te werken in kleine groepjes. De metode wil nu vanaf de vierde klas 'ernst gaan maken'[1]) met de differentiatie. Daartoe wordt binnen de elf boekjes tempodifferentiatie via *a*-, *b*-, *c*- en *d*-taken gesuggereerd:

	a	*b*	*c*	*d*
	10 = 3 +	34 = 28 +	15 + 34 = 40 +	37 + 39 = 2 × 37 +
	15 = 6 +	47 = 39 +	17 + 28 = 30 +	72 + 75 = 2 × + 3
1	24 = 19 +	51 = 43 +	32 + 32 = 60 +	48 + 49 = 100 −
	16 = 7 +	86 = 78 +	54 + 54 = 100 +	56 + 59 = 120 −
	28 = 8 +	24 = 17 +	72 + 72 = 140 +	35 + 39 = 80 −

Daarnaast bestaan er pakketten rekenkaarten, die ekstra oefening kunnen verschaffen voor de 'zwakke rekenaars', terwijl *or* door de verscheidenheid van de kaarten ook mogelijkheden tot dieptedifferentiatie wil bieden. Op de rekenkaarten gaan we nog nader in.

leerstof (5.2)

Onderscheid wordt gemaakt tussen:
- hoofdrekenen;
- cijferen;
- reken allerlei (open opdrachten, puzzels);
- praktijkrekenen (in de projekten);
- wiskunde (fakultatief!).

Bij het doorbladeren van de boekjes en kaarten ervaart men al gauw, dat vooral hoofdrekenen en cijferen sterk benadrukt worden. Bij voortduring wordt de aandacht gevestigd op *herhaling* en *uitbreiding* van de basisvaardigheden:

> 'Voor cijferen is een bepaalde training nodig, die veel tijd vraagt.'
> 'Vandaar de noodzaak om veel tijd en aandacht aan het hoofdrekenen te besteden.'[2])

Nieuwe leerstof voor de vierde klas vinden we in omtrek-oppervlakte, grafieken, koördinaten (en snelheid). We hebben hiervoor veel waardering.
Verder 'begint' het breukrekenen, waarover dadelijk meer.
Voor de vijfde klas wordt nog toegevoegd: decimale breuken, procenten, koopmansrekenen, verhoudingen. Deze onderwerpen worden overeenkomstig de traditie aangepakt.
Decimale getallen worden ingevoerd als:

> '$3\frac{1}{10}$ kun je ook schrijven als 3,1.'

Aan het gebruik van de getallenlijn wordt pas veel later gedacht, als er al flink gerekend is met de kommagetallen. Bij het vermenigvuldigen wordt zonder meer voor de truuk gepleit.[3])
Wij waren van mening dat een les over *procenten*, te beginnen met het vraagstuk:

> 'Als moeder zich niet helemaal plezierig voelt, zegt ze: als ik maar geen griep krijg, ik voel me niet honderd procent. Wat bedoelt moeder?'[4]),

alleen nog maar als goede didaktische grap werd verteld.
Al snel volgt:

> '100% is het geheel ..... als je met procenten rekent, moet je goed door 100 kunnen delen', etc.

Bij de *verhoudingen* (zesde klas) is het van hetzelfde laken een pak, hoewel de meetkundige verdelingen nog aan de 'strokenaanpak'[5]) zouden kunnen doen denken.
Terwijl we in de handleiding nog lezen:

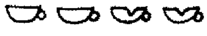
> 'We moeten eindelijk eens af van gezochte sommetjes als: de rente is zoveel, de tijd is zoveel, hoe groot is het kapitaal?',

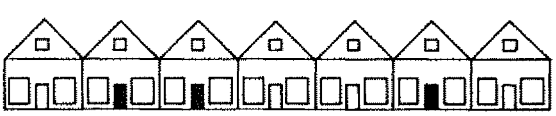
wordt vanaf de helft van de vijfde klas veel aandacht aan het *koopmansrekenen* besteed. Dit lijkt ons echter geen enkel bezwaar. Of zijn de auteurs bang dat kapitaalsommen hun principe 'handelen om te rekenen', zou veranderen in 'rekenen om te handelen'?

Dat *or* de didaktiek van de kommagetallen, procenten en verhoudingen niet heeft kunnen verlossen van de traditionele aanpak, hangt samen met het komplekse vraagstuk van het *breukenonderwijs*.
Nog nergens ter wereld heeft men dit vraagstuk bevredigend kunnen oplossen, ook wiskobas niet.
Al vroeg in de tweede klas, treffen we de volgende notatie aan:

> 'Een derde van 12 = $\frac{1}{3}$ × 12 = 4.'

In de derde klas verschijnt het 'pannekoekmodel', waarbij meteen 'een derde deel van' en het getal '$\frac{1}{3}$' worden geïdentificeerd.[6])

2  Welk deel van de kopjes is stuk? $\frac{\ }{\ }$

3 

5 huizen hebben een antenne op het dak. Teken de antennes.
Welk deel heeft geen antenne? Antwoord : $\frac{\ }{\ }$

Misschien antwoorden sommige leerlingen op vraag 2 uit het voorbeeld: de rand. Ieder zegt bij vraag 3: twee (van de zeven), maar in *or*

[1]) Handleiding 4*a*, pag. 7.
[2]) Handleiding 4*a*, pag. 9 en 10.
[3]) Handleiding 5*a*, pag. 164.
[4]) Boekje 13, pag. 11.
[5]) Zie: Leerplanpublikatie 2 (utrecht 1975).
[6]) Deeltje 3*a*, werkblad 48*a*.

wordt direkt naar de breuken $\frac{1}{2}$ en $\frac{2}{7}$ toegewerkt.
Op zichzelf zijn het verdelen van rondjes en lijnstukken en het kleuren van het zoveelste deel van een figuur, goede meetkundige inbeddingen. Maar er wordt aan verschillende andere aspekten van het breukbegrip voorbijgegaan. *Or* gaat snel over naar notaties als '3 helen = $\frac{9}{3}$', terwijl dit pas later meetkundig verklaard wordt.[1] Op dezelfde pagina staat zowel het optellen van breuken als het omwerken van een gemengd getal tot de rationale schrijfwijze ($4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$).
Breuken met een teller groter dan één, worden via de metode:

'verdeel 24 blokjes (het geheel) in zesden, pak nu $\frac{5}{6}$ deel',

ingevoerd, direkt gevolgd door de sommen:
'$\frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1\frac{4}{6}$'.[2]

Op het vereenvoudigen van breuken volgt:

'6 apen + 2 apen = 8 apen',

'6' is het aantal, 'apen' is de naam, om dit te vertalen naar:

'$\frac{3}{8}$, 3 is de 'teller' (aantal), 8 is de 'noemer' (naam).'

Gelijknamig maken en optellen[3], vermenigvuldigen ($\frac{5}{9} \times 72$), – nog even via het verdelen van een rechthoek $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ [4]) – om tenslotte[5] formeel te schrijven:

'$\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$',

eventueel met vereenvoudigen (wegstrepen) vooraf.
We kunnen niet stellen, dat de gevolgde breukendidaktiek slechter is dan in andere metoden. Het is duidelijk, dat alle metoden juist in de bovenbouw onder de druk van het totale programma hier in moeilijkheden komen. Zolang dit probleem in samenhang met de verhoudingen, procenten en decimale getallen nog niet opgelost is, kunnen we van de metoden niet veel beters verwachten.

projekten (5.3)
Na deze sombere gedachten over de breuken, is het een verademing om de projekten in de boekjes 1 tot en met 24 te bekijken.
Or noemt dit praktijkrekenen en het doet deugd te kunnen konstateren, dat dagelijkse dingen als geld, verkeer, de school, ziek zijn, reizen, vakantie, maar ook andere vakken als geschiedenis en aardrijkskunde, aanleiding kunnen geven tot nuttige wiskundige aktiviteiten. Daardoor komen binnen de projekten tabellen (het spoorboekje), kaarten, plattegronden, roetes, grafieken, koördinaten, schaal, verhoudingen, grote getallen, gemiddelde, tijd, afstand, snelheid, schatten, en uiteraard het rekenen, op een natuurlijke wijze aan de orde. Het is een grote verdienste van de auteurs dat zij deze mogelijkheden hebben uitgebuit, om het rekenonderwijs in het teken van toepassing en motivering te plaatsen.
De boekjes 6, 13, 14, 15, 19, 21 en 23 bevatten geen projekten, terwijl in handleiding *6a* geschreven staat dat de boekjes 27 en 29 wiskundige projekten zullen gaan bevatten. We zijn benieuwd!
Een voorbeeld uit één der boekjes:

5 Kijk wat er staat.

		H				K	
2	X	–	X	–	X	X	X
3	X	X	X	–	X	–	X
6	X	–	X	X	–	X	X
8	X	–	X	X	–	–	X
11	X	–	–	–	X	X	–

Verklaring van de tekens:
caravans toegelaten
H hond toegelaten
stroomaansluiting caravan
verwarmd waslokaal
kampwinkel K kantine
auto's op het terrein toegelaten.

Moeder kiest voor een verwarmd waslokaal en een kantine op het terrein.
Welke camping wordt het? ....

rekenkaarten (5.4)
De rekenkaarten staan in dienst van de differentiatie. Er zijn vier soorten kaarten:
a hoofdrekenen;
b cijferen;
c reken allerlei;
d eenvoudige wiskunde.
De kaarten zijn geliëerd aan een boekje. Kaart 12-*a*-3 hoort bij boekje 12, afdeling hoofdrekenen, en is de derde van een serie, die in moeilijkheidsgraad dient op te klimmen. Samen met de boekjes geven alleen de *a*- en *b*-kaarten o.i. al een overvloed aan oefenstof. Bij de kaarten hoort een set antwoordkaarten voor eventuele zelfkontrole. Veel van de *c*-kaarten bevatten onderwerpen, die ook in de boekjes voorkomen. Er lijkt wat meer aandacht voor de getallenlijn te zijn en af en toe zien we wel eens een aardige puzzel.
De aantallen kaarten nemen af met het voortschrijden van de nummers van de boekjes. Zo heeft 5-11 meer dan 20 kaarten en 5-20 nog maar vier kaarten. Globaal gezien lijken de kaarten voor de vijfde klas ons beter dan die voor de vierde klas.

aanvullingen (5.5)
Vanuit een gesprek met onderwijsmensen, die in de praktijk van alledag met *or* werken, kun-

[1]) Boekje 4, pag. 5.
[2]) Boekje 9, pag. 6 en 7.
[3]) Boekje 11.
[4]) Boekje 17.
[5]) Boekje 19.

nen nog de volgende aanvullingen gegeven worden:

- Wisselende stemmingen in de bovenbouw bij het werken in de klas: goed! hoj! slecht! bah! fantastisch! Bedoeld wordt: gebrek aan evenwicht in de metode! Unaniem is men van mening dat er te weinig 'lijn' in het bovenbouwprogramma zit.
- Waardering voor het programma van het vierde leerjaar en in afnemende mate voor de leerjaren vijf en zes. Vooral de projekten worden gunstig ontvangen.
- Ook in het bovenbouwprogramma wordt te snel truukmatig gewerkt.
- In de projekten te veel tekst en te veel gelijksoortige problemen.
- Het zesdeklasprogramma is sterk gericht op de *cito*-toets.

▶ORGANISATIE (6)

Zoals we reeds in eerdere paragrafen uiteengezet hebben, is de werkwijze voor de eerste drie klassen meer klassikaal gericht en eist de organisatie van de individualisering van het onderwijs daar minder dan in de hogere leerjaren.

De negen *handleidingen* in multobanden zijn uitgebreid en toch zeer overzichtelijk. Steeds worden lange reeksen van lessen gepland, die daarna in detail 'lesje voor lesje' worden uitgespeld.

Een zo uitgebreide handleiding heeft voor- en nadelen, die ieder van ons uit de praktijk kent. Het moet echter – zeker voor de beginnende onderwijzer – een geweldige steun zijn, een dergelijke handleiding tot zijn beschikking te hebben. Overigens wijst de handleiding zèlf ook steeds op mogelijkheden van verstarring bij receptmatig gebruik.

Voor de hogere leerjaren wordt vrij uitvoerig via voorbeelden ingegaan op de verschillende organisatievormen van differentiatie. Door de handleidingen en het simpele leerlingenmateriaal (werkbloks voor de lagere leerjaren, werkboekjes voor de hogere), krijgt men toch snel een overzicht van de totale metode.

Uiteraard wordt de filosofie van *or* uitgebreid toegelicht, gelukkig zonder moeilijkdoenerij. Dat de praktijk van de 'spullen' vaak anders uitpakt dan in de uitgangsfilosofie was bedoeld, zullen meer metodenschrijvers ervaren hebben.

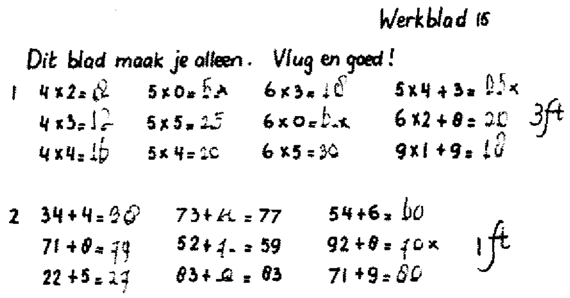
Duidelijk worden tussentijds steeds de *doelen* geformuleerd:

Les 97 t/m 125

De tijd die ons nog rest dit schooljaar, zullen we moeten besteden aan het trainen van: optellingen en aftrekkingen onder en naast elkaar, delingen met als deeltal één en twee cijfers.
Dit is een vrij saaie bezigheid, waarbij een grote concentratie wordt gevraagd. Als er enige lessen achter elkaar met dezelfde leerstof wordt gegeven, is het misschien wenselijk deze lessen af te wisselen met: meten, geld rekenen, samen hoofdrekenen.
Iedere leerkracht moet de methode naar eigen inzicht hanteren.

Uit het bovenstaande maken we op dat de metode zekerheid wil verschaffen ten aanzien van de basisvaardigheden. Dit wordt gedaan, door zowel in de handleiding als binnen de boekjes veel herhalingslessen op te nemen.

Er zijn *toetsen* in de metode opgenomen die op gezette tijden kunnen worden afgenomen. De handleiding geeft daarbij waarderingsmogelijkheden. In moeilijke gevallen moet de leerkracht foutenanalyses uitvoeren. Hiertoe geven we de lezer een kleine oefening:


Werkblad 16

Dit blad maak je alleen. Vlug en goed!

1 4×2=8 5×0=5x 6×3=18 5×4+3=25x
4×3=12 5×5=25 6×0=6x 6×2+8=20 3ft
4×4=16 5×4=20 6×5=30 9×1+9=18

2 34+4=38 73+4=77 54+6=60
71+8=79 52+7=59 92+8=10x 1ft
22+5=27 83+0=83 71+9=80

In de handleidingen heeft men aan het echte klassegebeuren (groepswerk, relaties tussen de kinderen, relatie leerkracht-leerling) veel aandacht geschonken. Dit getuigt van een reële kijk op het werken in de klas. Het is jammer dat zo hier en daar geen èchte protokollen ter illustratie zijn opgenomen. Soms wordt ook een beroep gedaan op vormende en sociale doelen als nauwgezetheid, wilskracht, doorzettingsvermogen, elkaar willen helpen, soberheid (wees zuinig met papier!), en dergelijke. Het taalgebruik, dat daarbij gehanteerd wordt, doet soms wat ouderwets aan:

'Je bolletje moet dit willen onthouden.'

Waarom spreken we kinderen op een andere toon toe dan volwassenen?

De *lay-out* van werkbloks en boekjes is zeer verschillend. Zinloze versieringen zijn achterwege gelaten, de 'geschreven' tekst (tot en met deel 3*b*) doet prettig aan. Dit in tegenstelling met verschillende delen van de projektboekjes, waarin vaak zoveel mogelijk tekst (d.i.: sommen) op één pagina is geperst, zodat er weinig schrijf- en rekenruimte is.

▶SAMENVATTING (7)

Ondanks alle tekortkomingen, zijn wij van mening dat door de samenstellers van *operatoir rekenen* een serieuze poging is gedaan het rekenonderwijs uit z'n verstarring te halen.

Als we daarbij bedenken dat de metode aan het eind van de zestiger jaren is ontstaan, een tijd waarin de kans groot was aan de nu achterhaalde modernismen (verzamelingen, logika, etc.) toe te geven, dan kunnen we niets anders dan onze waardering voor *or* uitspreken.

Tot slot nog eens de belangrijkste punten:

- *Or* is een rekenmetode, opgezet volgens de traditionele nederlandse rekendidaktiek; kortweg: een traditionele metode.
- Het belangrijkste uitgangspunt binnen de filosofie van *or*, namelijk dat elk mentaal handelen dient te worden aangezet via konkreet handelen, is niet alleen slechts gedeeltelijk gerealiseerd, doch ook aanvechtbaar als uitgangspunt.
- De aansluiting van het rekenonderwijs bij levensechte situaties, is in *or* het best gerealiseerd binnen de projektjes.
- De doelstelling: kinderen fleksibel, kreatief en kritisch te leren denken en handelen, zal sterk afhankelijk zijn van de hanterende onderwijzer(es).
- Voor de bovenbouw (vierde tot en met zesde klas) is het differentiatieprobleem via een voorzichtige, doch serieuze poging aangepakt.
- De metode biedt meer dan voldoende oefenstof voor geëiste traditionele basisvaardigheden.
- *Or* is overzichtelijk georganiseerd en van degelijke handleidingen voorzien. De layout van de werkboekjes in de bovenbouw laat te wensen over.
- De metode biedt de mogelijkheid van een fleksibel gebruik door de leerkracht, via invoegspullen. Dit kan de metode sterk verrijken. Het vereist wel een gedegen vakkennis en inzet van het onderwijsteam.

▶ AANBEVELINGEN (8)

Uit voorgaande samenvatting blijkt, dat we menen, dat *or* kwa inhoud, opzet en organisatie, ruimschoots de gelegenheid biedt om een traditioneel rekenonderwijs om te buigen naar een meer geavanceerd reken/wiskundeonderwijs.

Laten we echter wel bedenken, dat het uitdelen van 'cijfers' een relatieve zaak is. Het is onmogelijk te stellen: metode *x* rekent 'witter' dan elke andere.

Immers, het kiezen van een geschikte metode voor *jouw* school kan niet afgedaan worden met het opzoeken van het aantal sterren, dat *wij* (jan en ed) deze metode toekennen, maar hangt af van: type onderwijs, deskundigheid van het onderwijsteam, beschikbare tijd, hulp van de schooladviesdienst, technische voorzieningen, afspraken met andere scholen, ...

Hoe kunnen we nu, werkend met *or*, bedoelde 'ombuiging' realiseren?

We noemen enkele mogelijkheden, naar opklimming van ambities:

* *verlevendiging van het rekenen binnen* or

Vervanging van pagina's vol 'sommen' door in de handel zijnd goed additioneel materiaal, zoals:
- Klaar? Ga maar spelen (Malmberg);
- Kien (Malmberg);
- televisieprogramma's plus materiaal: Tel voor twee, Vier kan 't (Not).

De spullen zijn van goede handleidingen voorzien, maar overleg zo nodig met begeleidingsdiensten over schrappen en invoegen. Dit overleg is nòg harder nodig, als we met aktiviteitskaarten uit de leerplanpublikaties 3 (bussen en blokken) en 4 (interlokaal) werken, aangezien deze kaarten eerst door de onderwijsgevende geïnterpreteerd dienen te worden.

* *invoegen van andere stof*

- Losstaande aktiviteiten, zoals:
  - stadsplanaktiviteiten (leerplanpublikatie 4);
  - ordenend tellen (leerplanpublikatie 1);
  - grafieken (leerplanpublikatie 4);
  - meetkundige aktiviteiten, zoals beschreven in 'doe-ideeën' in verschillende jaargangen van het wiskobas-bulletin; matema-vormenspel (Malmberg);
  - blokjes bouwen (leerplanpublikaties 3 en 5);
- Meer projektmatige zaken, zoals:
  - Zodoende (Malmberg);
  - Ralph, de zeerover (wiskobas-bulletin, jaargang 3 nr. 2);
  - telefoontema (leerplanpublikatie 4);
  - aktuele vraagstukken (leerplanpublikatie 4).

  Verschillende van deze onderwerpen hebben een meetkundig karakter, dat slechts weinig benadrukt is binnen *or*. In de bovenbouw is ruimte te vinden door eens een projektje te laten vervallen. Om teleurstellingen te voorkomen, is het nodig de nieuwe onderwerpen zowel inhoudelijk als didaktisch goed te beheersen. In feite is deze aanbeveling dus gericht op onderwijsteams, die tenminste het introduktiejaar van de wiskobasheroriënteringskursus hebben gevolgd.

* *degelijker onderbouwing van de basisoperaties*

Door het gebruik van het abakusprogram-

[1]) Leerplanpublikatie 2, pag. 107 e.v. (utrecht 1975).

ma[1]) bij het optellen en aftrekken in de leerjaren twee en drie, geleide progressieve schematisering bij het vermenigvuldigen, en delen met korte staarten, zou het adjektief 'operatoir' aan kracht kunnen winnen.
Wij adviseren dit slechts aan diegenen, die deze stof goed beheersen (tweedejaars-heroriënteringskursisten).

NIVEAUCURSUS REKENEN (3)

EDU WIJDEVELD

De opzet van de bespreking van de metode 'niveaucursus rekenen' *is de volgende:*
In (1) *wordt de metode ingeleid en de besprekingswijze verantwoord. De volgende paragraaf* (2) *bevat een beschrijving van de metode, waarbij het aksent ligt op de opzet en inrichting.*
Stemmen uit de praktijk komen vervolgens (3) *uitgebreid aan bod: zowel onderwijsteams als schoolbegeleiders.*
In (4) *wordt de metode allereerst didaktisch geanalyseerd op meer traditionele inhouden en daarna geplaatst in relatie tot de moderne rekendidaktiek en wiskundeonderwijs.*
De laatste paragraaf (5) *vormt, tezamen met de slotgedeelten van de paragrafen* (2) *en* (3), *een samenvatting.*

▶ INLEIDING EN VERANTWOORDING (1)

Differentiatie binnen het rekenonderwijs is niet nieuw. Afgezien van persoonlijke initiatieven van onderwijzers, verwijzen titels als 'Naar zelfstandig rekenen', 'Naar aanleg en tempo', en dergelijke, naar oudere rekenmetoden die in hun opzet ook met nivoverschillen rekening hielden.
In meer recente jaren verschenen zelfs metoden, die in hun differentiatiestruktuur de mogelijkheid openden, jaarklassengrenzen te doorbreken.
Geen metode echter tot nu toe, heeft dat zo konsekwent gedaan als de 'Niveaucursus rekenen' van de werkgroep Vossen c.s.: differentiatie is geen aspèkt van deze metode, maar zelfs uitgangspunt.
Was dit op zich al reden genoeg om opzet en werkwijze van de 'Niveaucursus rekenen' — van nu af: de *ncr* — eens nader te onderzoeken, de steeds dringender behoefte naar wezenlijke differentiatievormen in de huidige onderwijspraktijk, maakt dat onderzoek des te aktueler.
Een aantal onderwijsadviesdiensten bijvoorbeeld, heeft z'n begeleiding aan scholen sterk afgestemd op het gebruik van de *ncr*. In de betrokken rayons zijn meerdere scholen dan ook overgestapt op deze metode.
Ook om die reden lijkt het gewenst, het effekt van de 'metode Vossen' eens te plaatsen naast die van meer traditionele vormen van rekenonderwijs.
Vervolgens is het van groot belang, de eventuele mogelijkheden van de *ncr*-werkwijze te onderzoeken, met het oog op gaande en komende ontwikkelingen binnen het reken/wiskundeonderwijs.[1])

Om deze redenen is in de nu volgende beschrijving vooral nadruk gelegd op de uitgangspunten van de *ncr als metode* en *als werkwijze*; de rekendidaktische analyse sluit hierop aan.
Aan het tot stand komen van deze beoordeling van de *ncr* zijn belangrijke bijdragen geleverd door:

- praktijkbezoeken aan basisscholen, die onder verschillende omstandigheden de *ncr* gebruiken;
- uitvoerige gesprekken met het hoofd en/of personeel van de betrokken scholen (zie (**3**), respektievelijk (**4**));
- een uitvoerige gedachtenwisseling met vertegenwoordigers van onderwijsadviesdiensten, die de *ncr* begeleiden (zie **3.2**);
- besprekingen binnen wiskobas.

▶ BESCHRIJVING (2)

achtergrond, materialen en kosten (2.1)

Nadat een aantal jaren op Jenaplanscholen onder begeleiding van het *kpc* geëksperimenteerd was, werd de idee van het rekenen in 'niveaucursusverband' verder uitgewerkt door een werkgroep onder leiding van H.M.M. Vossen.
Mede op grond van ervaringen in een tachtigtal scholen, kreeg de 'Niveaucursus rekenen' zijn definitieve vorm. De eerste delen verschenen in 1970 en in 1974 was de metode gekompleteerd.

In totaliteit bestaat de *ncr* uit twaalf 'niveaus': 1*a*, 1*b*, ... 6*a*, 6*b*. Elk 'niveau' bevat in principe de leerstof van een half jaar traditioneel

---

[1]) Het feit dat de *ncr* inmiddels aan een herziening wordt onderworpen, benadrukt dit belang. Op het moment van verschijnen van dit spullenkatern konden wij slechts beschikken over de eksperimentele uitgave van 'niveau' 1*a*; te weinig om de nieuwe *ncr* in onze beschouwingen te betrekken.

rekenonderwijs, en is verder onderverdeeld in ca 90 taken.[1])

Per 'niveau' is een onderwijzershandleiding en een nakijkboekje beschikbaar. Belangrijke hulpmaterialen bij de *ncr* zijn een rekenkist (tot en met 'niveau' 3*b*), een breukendoos (vanaf 'niveau' 4*a*) en bijbehorend flanelbordmateriaal. Ekstra oefenmateriaal is te vinden in 'spelen met sommen' (1*b*-2*a*), 'puzzelend rekenen' (1*a*-3*a*), tafelbloks (2*a*-3*a*) en 'figuren leggen op het 100-veld' (2*a*/2*b*).

NB: Alleen 'niveau' 1*a* en de tafelbloks zijn verbruiksmateriaal, het overige is gebruiksmateriaal.

Voor het opbergen van de losse taken zijn plastic mapjes en bakjes verkrijgbaar. Ook beschikt de *ncr* over een eigen administratiesysteem. Voor een eerste komplete aanschaf van bovenstaande materialen moet een zesklassige school, met dertig leerlingen per klas, rekenen op een basisuitgave van ca *f* 8550,–, terwijl de jaarlijkse vervolguitgaven ca *f* 240,– bedragen.

opzet en inrichting van de ncr (2.2)

Uitgangspunt van de *ncr* is, zoals gesteld, het doorbreken van het jaarklassensysteem. Door een reorganisatie van het klasseverband in zogenaamde 'rekengroepen', en een aangepaste indeling van de leerstof, wil de *ncr*:

> '... meer rekening houden met de eigen aard, de aanleg en het tempo van ieder kind.'

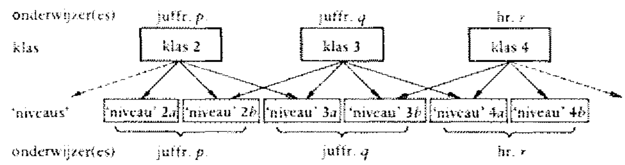
Zelf formuleert de *ncr* het als volgt:

> '... dat het bij de idee van niveaucursus rekenen op de eerste plaats gaat om een andere organisatievorm, waarbinnen de differentiatiegedachte zo effectief mogelijk gerealiseerd kan worden.'[2])

In principe is dit idee gerealiseerd via het *systeem* van 'niveaus' en taken.

Afhankelijk van hun gevorderdheid in de metode, hergroeperen de leerlingen van een jaarklasse zich gedurende een gemeenschappelijk rekenuur in de school, over de verschillende 'niveaus'.

Elke onderwijzer krijgt een rekengroep onder zijn hoede, die bestaat uit leerlingen van verschillende jaarklassen. Het aantal 'niveaus' in een rekengroep is o.m. afhankelijk van het aantal beschikbare onderwijzers in de school. In een zesklassige school bijvoorbeeld, kan de volgende situatie ontstaan:



NB: Reeds nu attenderen wij op het feit dat *'niveau'* in de *ncr* betrekking heeft op een *leerstofpakket*. Gemakkelijk immers zou nivo – als in de titel van de *ncr* – de indruk kunnen wekken, leernivo of leerlingennivo te betekenen.
Op voorhand hoeven 'niveau' en nivo – let op de verschillende spelling – (nog) niets met elkaar te maken te hebben.
Evenzeer zijn de *rekengroepen vorderingsgroepen* en geen groepen van leerlingen met gelijke intelligentie.
Uit bovenstaande blijkt nogmaals dat de *ncr* dus primair een organisatiemodel is, waarbinnen de differentiatie zich zal moeten manifesteren.

Wat de *leerstof* betreft is de *ncr*:

> '... uitgegaan van de ons bekende en geëvalueerde inhoud van het traditionele rekenen.'[3])

Bij de verdeling van die leerstof over de twaalf 'niveaus' valt op, dat naast de inhoud in het algemeen, ook de leerstofplanning (breuken in het vierde leerjaar, en dergelijke) ongewijzigd is gelaten.

Binnen die leerstofplanning kunnen we een 'hoofdstroom' herkennen, die zich vooral richt op getalbegrip, bewerkingen, algoritmen en cijferen, naast breuken, decimale getallen, procenten, en dergelijke.

De 'onderstroom' betreft dan onderwerpen als tijd, geld, romeinse cijfers, spoorboekje, grafieken en meten (metriek stelsel, oppervlakte, inhoud, en dergelijke).

Een overzicht:

'niveau' 1a

- rekentaal: meer, minder, evenveel, lang, kort, hoog, laag, veel, weinig, de helft, enz.;
- het ordenen van hoeveelheden;
- cijfersymbolen tot tien;
- het maken van sommetjes tot tien, aan de hand van konkrete gegevens;

---

[1]) Daarvan draagt 6*b* in zoverre een ander karakter, dat het in twintig katerns een tema-achtige herhaling en toepassing geeft van de voorgaande leerstof. We laten 6*b* verder buiten beschouwing, omdat slechts een minderheid van de leerlingen aan dit 'niveau' toekomt.
Dit is ook daarom te betreuren, omdat deze katerns – binnen de kontekst van het traditionele rekenen – veel aardiger en motiverender zijn dan de daaraan voorafgaande leerstof. Ze zouden zeker aanleiding kunnen geven tot uitbouw in moderne (re) zin.

[2]) Algemene toelichting, pag. 7.

[3]) Algemene toelichting, pag. 7.

'niveau' 1b
- beheersen van de reeks één tot en met tien en 11 tot en met 20;
- aangepaste vraagstukjes;
- meten: voorbereiding en centimeters;
- klok: hele uren;
- geld: dubbeltje, stuiver, centen;

'niveau' 2a
- eerste oriëntatie tot 100 met tientallen en de verbinding tientallen met eenheden;
- tafels één tot en met vijf en tien;
- vraagstukjes;
- klok: hele en halve uren;
- meten: cm en dm;
- wegen: voorbereiding;

'niveau' 2b
- beheersen van de reeks één tot en met 100;
- tafels: één tot en met tien;
- geld: guldens, kwartjes, dubbeltjes, stuivers en centen;
- tijd: hele en halve uren, kwartier, dagen van de week;
- meten: cm en dm;
- vraagstukjes en begrippen als even, oneven, een paar, en dergelijke;

'niveau' 3a
- oriëntatie tot 1000;
- vermenigvuldigen en delen met eenheden (uit het hoofd);
- klok: tien en vijf minuten voor het hele uur;
- vraagstukjes en sommen met 'geldrekenen';

'niveau' 3b
- beheersing van de getallenreeks tot 1000;
- cijferend optellen en vermenigvuldigen;
- uibreiding van het delen en verdelen (geen staartdeling);
- metriek: kilo, gram;
- tijd: jaar, kwartaal, maanden, weken, uren, kwartier, tien en vijf minuten;
- geld: briefje van tien en van vijf gulden;
- schrijfwijze van geld;
- vraagstukjes;

'niveau' 4a en 4b
- oriëntatie en beheersing tot 10.000;
- cijferend optellen en aftrekken;
- vermenigvuldigen en delen met een getal van twee cijfers;
- breuken: optellen, aftrekken en een eerste vorm van vermenigvuldigen;
- eenvoudige decimale getallen;
- vraagstukjes met winst en verlies, het derde deel;
- uitbreiding van het metrieke stelsel, tijd en romeinse cijfers;

'niveau' 5a en 5b
- cijferen tot het miljoen;
- uitbreiding van de vier hoofdbewerkingen;
- breuken (gelijknamig maken), decimale getallen en procenten;
- oppervlakteberekening en verdere uitbreiding van het metrieke stelsel;
- spoorboekje;
- vraagstukjes;

'niveau' 6a en 6b
- systematische herhaling van voorgaande 'niveaus' met uitbreiding in het miljoen en de decimale getallen;
- breuken: vermenigvuldigen en delen;
- uitbreiding van procentsommen;
- verhoudingen en de relatie tussen tijd-weg-snelheid;
- ontbinden van faktoren en inzicht in *ggd* en *kgv*;
- metriek: het begrip inhoud en alle gebruikelijke maten;
- grafieken en vraagstukjes.

Bij de verdeling van de 'niveaus' zijn drie verschillende soorten *taken* te onderscheiden:
- *oefentaken*, die naast een summiere toelichting, een veelheid aan oefenmateriaal bevatten over het betreffende leerstofonderdeel (tje) (waarvan soms enkele in tekstvorm);
- *proeftaken*, die hetzij àchteraf het oefenprogramma toetsen (na ca twee à vijf taken), hetzij vòòraf nagaan in hoeverre een leerling de volgende oefenstof al beheerst;
- *herhalingstaken*, die de stof van een aantal oefen- en proeftaken herhalen, om de onderwijzer via een foutenanalyse in staat te stellen eventuele hiaten bij een leerling te signaleren.

Tezamen vormen deze drie soorten taken een 'leerstofonderdeel', waarover de *ncr* opmerkt:

> 'Zo'n leerstofonderdeel kan meerdere moeilijkheden gelijktijdig omvatten, maar deze zijn in vergaande mate gescheiden over die afzonderlijke taken.'[1])

Op de organisatie van dit takenstelsel berust nu in belangrijke mate het differentiatiesysteem van de *ncr*: binnen zekere grenzen kunnen de leerlingen deze taken in individueel tempo doorlopen.
Aparte *hoofdreken-* en *vraagstukkentaken* dienen vervolgens voor gemeenschappelijke verwerking en/of verdere differentiatie.

Voorbeeld 'niveau' *6a*:

> *'Taak*
>
> 1 *Proeftaak*: miljoenen en optellen met kommagetallen

[1]) Algemene toelichting, pag. 10.

2 *Proeftaak*: aftrekken
3- 4 Oefentaak: getalstructuur, optellen en aftrekken, volgorde van bewerking (haakjes)
5 *Proeftaak*: over taak 1 t/m 4
6 Herhalingstaak
7- 8 Taken met vraagstukjes: inhoud (cm^3, dm^3)
9-10 *Proeftaak*: vermenigvuldigen met kommagetallen
11-12 Oefentaak: vermenigvuldigen
13 *Proeftaak*: over taak 9 t/m 12
14 Herhalingstaak
15-16 Taken met vraagstukjes: omtrek/oppervlakte/inhoud (m^3)
17-18 Oefentaak: herhaling van het delen met een komma in het deeltal
19 Oefentaak: delingen met een kommagetal als deler
20 Oefentaak: het afronden van het quotiënt
21 *Proeftaak* over taak 17 t/m 20
22 Herhalingstaak
23 Hoofdrekentaak
24 Taak met vraagstukjes: inhoud.'

Naast de individualisering binnen het takenstelsel, benadrukt de *ncr* het belang van *gemeenschappelijke instruktie* binnen de rekengroep-als-geheel omdat, zoals men stelt:

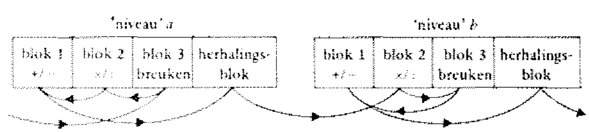
'... er zonder instruktie geen verdiept inzicht mogelijk (is).'[1])

Door de spreiding binnen een rekengroep, dient deze instruktie noodzakelijkerwijs een 'breed' karakter te dragen: niet één specifiek probleem, maar de algemene probleemstelling van het betreffende blok (of van delen daarbinnen) wordt aan de orde gesteld. In deelinstrukties kan men vervolgens de bespreking meer toespitsen op een kleinere groep leerlingen.
In lagere 'niveaus' kan dit bijvoorbeeld betrekking hebben op het werken met de rekenkist, waar andere leerlingen al 'op papier' werken; in een hoger 'niveau': het werken met de breukendoos, de uitleg van $432 - 47 = 400 - 15$, enz.
Tenslotte is het de bedoeling, dat de leerlingen verder individueel begeleid worden ten aanzien van de specifieke problemen binnen 'hun' taken.

Om nu, ondanks de leerstofverbreding, ook in de hogere klassen gemeenschappelijke instruktie mogelijk te maken, zijn de 'niveaus' vanaf 3*a*, nog verder in *blokken* verdeeld. Elk 'niveau' bevat vier blokken, waarvan de eerste drie een centraal tema uit de hoofdstroom behandelen, het vierde is een herhalingsblok.

Voorbeeld 'niveau' 4*b*:
- blok 1 (26 taken): (cijferend) *optellen en aftrekken*; l-dl-cl; geldrekenen; omtrek;
- blok 2 (26 taken): (cijferend) *vermenigvuldigen en delen*; de klok; grafieken; getallenlijn;
- blok 3 (24 taken): breuken; gewichtsmaten; tijd;
- blok 4 (20 taken): *herhaling*, respektievelijk van blok 1, 2 en 3.

Alle leerlingen in een rekengroep werken nu gedurende vijf weken gelijktijdig in één van de blokken 1, 2 of 3, òf in het herhalingsblok. Door deze indeling wordt de gemeenschappelijke instruktie aan de gehele rekengroep veilig gesteld.
Omdat de *ncr* stelt dat de blokken onafhankelijk zijn, kan een leerling die het 'niveau' binnenstapt, beginnen in dàt blok, dat in die periode centraal staat.
Een leerling zou bijvoorbeeld als volgt twee opeenvolgende 'niveaus' kunnen doorlopen:



Snelle leerlingen kùnnen in vijftien weken het 'niveau' doorwerken (blok 1 tot en met 3), langzame leerlingen mògen er vijfentwintig weken over doen (ekstra herhaling).
De *werkwijze* van de *ncr* is nu als volgt: nadat in een rekengroep een gemeenschappelijke instruktie heeft plaatsgevonden, werken de leerlingen in individueel tempo aan 'hun' taak.
De onderwijzer koördineert en begeleidt individueel: op elk moment bepaalt hij voor iedere leerling afzonderlijk, welke taken hij/zij maken moet, naar aantal, volgorde en omvang van de oefenstof; de gegevens hiertoe put hij mede uit de analyse van de door de leerling gemaakte herhalingstaken. Via de nakijkboekjes kunnen de leerlingen desgewenst een groot deel van de overige korrektie zelf verrichten.
De voortgang en vordering in het takenstelsel administreert de onderwijzer per leerling.
De overgang van een leerling naar een hoger 'niveau', wordt binnen eerdergenoemde regels weer individueel bepaald, en is uiteraard afhankelijk van tempo en vordering.

eerste kommentaar (2.3)
Voor een beter begrip van de hierna volgende praktijkervaringen, is het dienstig reeds nu een enkele opmerking te maken over opzet en werkwijze van de *ncr*:
- De inrichting van de *ncr* heeft geleid tot

[1]) Algemene toelichting, pag. 10.

een leergang van een kompleks karakter. Met name de metodisch-didaktische lijn van de hoofdbewerkingen laat zich moeilijk overzien: enerzijds is de aanpak sterk verweven over de gescheiden 'niveaus', anderzijds is het leertrajekt uitgesplitst over de vele taken. Omdat het leerdoel bovendien technisch gericht is – van type naar type –, wordt de aanpak van de *ncr* als sterk 'voorschrijvend' ervaren.

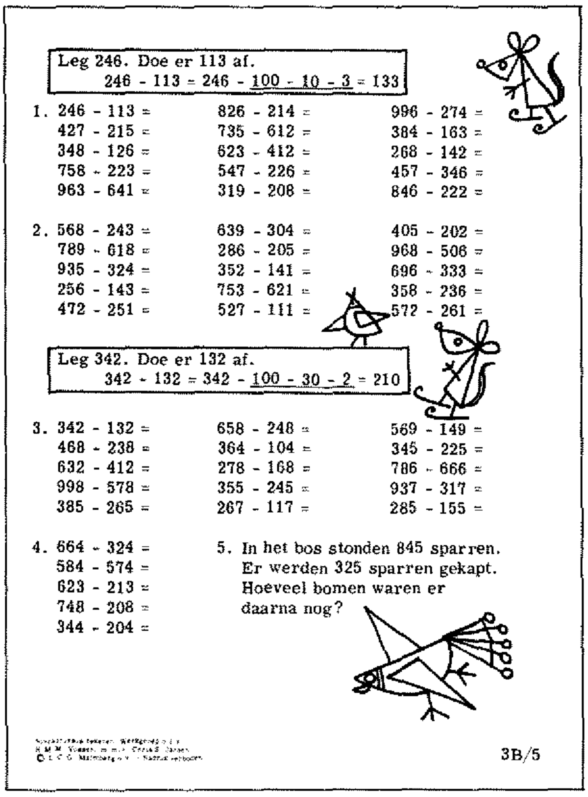
- In het systeem van instruktie en taken, moet de onderwijzer(es) in feite twee tegengestelde 'bewegingen' tot evenwicht zien te brengen. Immers, terwijl de algemene instruktie de leerling uitnodigt om eigen oplossingsmetoden te vinden of grotere inzichtssprongen te maken, moet hij nadien zijn weg vervolgen in het sterk vòòrgeprogrammeerde takenstelsel.
  Het zoeken van een evenwicht, blijkt in de onderwijspraktijk een bron van zorg te zijn, – zie (3) – en geeft aanleiding tot een zeer verschillend gebruik van de *ncr*.
- Het zal duidelijk zijn, dat invoering van de *ncr* – zeker in de eerste jaren – een grote inzet en inspanning vereist van de school, het team en de onderwijzers individueel.
  Afgezien van een goede samenwerking en een soepele organisatievorm in de school, zal regelmatig teamoverleg plaats dienen te vinden over algemene aspekten van het 'niveaurekenen', over de onderlinge aansluiting, enz. Wil daarnaast de groepsonderwijzer de metode optimaal hanteren, dan zal hij vele kwaliteiten in zich moeten verenigen: van administratief-organisatorisch tot en met metodisch-didaktisch. Hij zal een gedetailleerd overzicht moeten hebben over de metode als geheel en over zijn 'niveau(s)' in het bizonder – wat geen sinekure is – om op elk moment, zowel voor de rekengroep (instruktie), als voor iedere leerling individueel (taken), de juiste voortgang in het 'niveau' te kunnen bepalen.
  Scholen, die overwegen op de *ncr* over te gaan, dienen zich van het bovenstaande terdege bewust te zijn.

▶ UIT DE ONDERWIJSPRAKTIJK (3)
de *ncr* als metode (3.1)

In het kader van dit onderzoek werd een aantal basisscholen bezocht, waar o.m. uitvoerige gesprekken plaatsvonden met het hoofd der school en/of het onderwijzend personeel.

Daar tussendoor werd op het *iowo* uitgebreid gediskussieerd met vertegenwoordigers van enkele schoolbegeleidingsdiensten, zowel over opzet en inrichting van de *ncr*, als over de eerder vermelde praktijkervaringen (**3.2**).

Van de o.i. belangrijkste gegevens uit dit



Leg 246. Doe er 113 af.
246 - 113 = 246 - 100 - 10 - 3 = 133

1. 246 - 113 =	826 - 214 =	996 - 274 =
427 - 215 =	735 - 612 =	384 - 163 =
348 - 126 =	623 - 412 =	268 - 142 =
758 - 223 =	547 - 226 =	457 - 346 =
963 - 641 =	319 - 208 =	846 - 222 =
2. 568 - 243 =	639 - 304 =	405 - 202 =
789 - 618 =	286 - 205 =	968 - 506 =
935 - 324 =	352 - 141 =	696 - 333 =
256 - 143 =	753 - 621 =	358 - 236 =
472 - 251 =	527 - 111 =	572 - 261 =

Leg 342. Doe er 132 af.
342 - 132 = 342 - 100 - 30 - 2 = 210

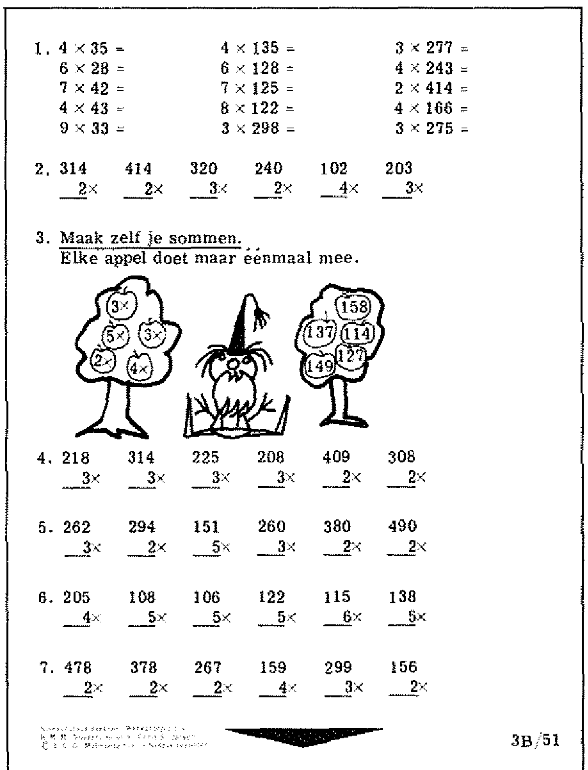
3. 342 - 132 =	658 - 248 =	569 - 149 =
468 - 238 =	364 - 104 =	345 - 225 =
632 - 412 =	278 - 168 =	786 - 666 =
998 - 578 =	355 - 245 =	937 - 317 =
385 - 265 =	267 - 117 =	285 - 155 =

4. 664 - 324 =
584 - 574 =
623 - 213 =
748 - 208 =
344 - 204 =

5. In het bos stonden 845 sparren.
Er werden 325 sparren gekapt.
Hoeveel bomen waren er daarna nog?

3B/5

'niveau' 3b, *blok 1: optellen, oefentaak 5*



1. 4 × 35 =	4 × 135 =	3 × 277 =
6 × 28 =	6 × 128 =	4 × 243 =
7 × 42 =	7 × 125 =	2 × 414 =
4 × 43 =	8 × 122 =	4 × 166 =
9 × 33 =	3 × 298 =	3 × 275 =

2.	314	414	320	240	102	203
	2×	2×	3×	2×	4×	3×

3. Maak zelf je sommen.
Elke appel doet maar eenmaal mee.

4.	218	314	225	208	409	308
	3×	3×	3×	3×	2×	2×
5.	262	294	151	260	380	490
	3×	2×	5×	3×	2×	2×
6.	205	108	106	122	115	138
	4×	5×	5×	5×	6×	5×
7.	478	378	267	159	299	156
	2×	2×	2×	4×	3×	2×

3B/51

'niveau' 3b, *blok 2: vermenigvuldigen, proeftaak*

praktijkonderzoek, laten wij nu de hoofdpunten volgen. Daarbij hebben wij ernaar gestreefd ook de variëteit van gebruik van de *ncr* in de scholen, in beeld te brengen. Uiteraard bestaan er, naast de hieronder weergegeven voorbeelden van werkwijzen, vele tussenvormen!

voorbeeld 1: klassikaal
In een zesklassige school, die enkele jaren tevoren uit een fusie van twee scholen ontstond, werd de *ncr* volledig klassikaal gehanteerd. Dit gold zowel de instruktie, als de verwerking van de taken. Vluggere leerlingen kregen ekstra werk uit de *ncr;* achterblijvers kregen minder oefenstof, of trachtten de aansluiting meer sprongsgewijs bij te houden.
Het verschil in waardering voor de *ncr* binnen deze school was opvallend: in de onder- en middenbouw, waar men de metode reeds langer gebruikte, betoonde men zich zeer tevreden; in de bovenbouw, waar men slechts twee jaar de metode hanteerde, had men er echter de grootste moeite mee.
De 'winst' van de *ncr* in onder- en middenbouw vond men vooral het feit, dat men dankzij de uitgesplitste metodiek, steeds zeer precies wist hoever men met de betrokken klas gevorderd was. Bovendien kon het klassikale tempo mede gereguleerd worden door enerzijds het gebruik van materialen, anderzijds door de uitvoerige oefenstof. Desgevraagd zou de onderbouw wel een proef durven wagen met doorbreken van het klasseverband.
In de bovenbouw daarentegen uitte men hierover grote twijfels. Tot voor de invoering van de *ncr* was men gewend – mede in verband met eindnivo en overgang naar het voortgezet onderwijs – tempo en prestaties van de leerlingen volledig onder eigen kontrole te houden.
Nu, binnen de *ncr*, had men het gevoel de 'grip' op de leerlingen te verliezen: door de overmatige omvang en opsplitsing van de leerstof en door de tempodwang van de blokken, raakten zowel onderwijzer als leerling het spoor bijster.
Geheel vrijlaten van het tempo, zou betekenen dat men een stuk persoonlijke verantwoording voor het leerlingen(eind)nivo uit handen zou moeten geven aan de *ncr.*

- Het is duidelijk dat in bovengenoemde school de *ncr* niet gehanteerd werd zoals de auteur(s) zich dat voorstellen (men was zich daarvan ook bewust). Desondanks – of beter: als oorzaak hiervan – manifesteerde zich in deze school een fundamenteel probleem van het gebruik van de *ncr*, dat wij in feite in alle scholen ontmoetten: de mogelijkheid van een overheersende rol van de metode in de relatie onderwijzer-leerling.
In bovenstaand voorbeeld gaven onder- en middenbouw de *ncr* kennelijk graag wat ekstra verantwoording in handen, in ruil voor een 'evenwichtiger' (klassikale) voortgang, terwijl de bovenbouw – met z'n komplekse leerstoforganisatie – juist probeerde die verantwoording weer zoveel mogelijk onder eigen beheer te krijgen.
In andere scholen die wij bezochten, had men een meer aangepaste oplossing voor dit probleem bepaald.

voorbeeld 2: metodisch
In een Jenaplanschool met twaalf 'niveau'-groepen rekenen werd de *ncr*, gezien z'n toelichting, metodisch optimaal gehanteerd. Door een geweldige inzet en inspanning van het hoofd der school en van het onderwijzend personeel, verliep het onderwijs in iedere rekengroep zeer soepel. Dit gold zowel de instruktie, de inpassing van de leerlingen in het takensysteem, de individuele begeleiding, als de administratie en organisatie. Uitvoerige overzichten van de *ncr* als geheel, per leerstofonderdeel en per somtype, vervolmaakten de werkwijze.
In de zin van het hierboven gesignaleerde probleem, was het duidelijk dat men de *ncr* in deze school, in vergaande mate 'de ruimte' gaf.

Dat dit ten koste van een aantal onopgeloste problemen ging, toont het volgende overzicht aan van kritische kommentaren van het hoofd der school en van het onderwijzend team.

- ten aanzien van de *metode*
  Opzet en inrichting van de *ncr* maken de leergang als geheel star en dwingend; de vergaande opsplitsing van de leerstof en de verdeling over de 'niveau(s)', laat geen andere mogelijkheid toe dan de *ncr* op de voet te volgen: daarbinnen is slechts één oplossingsmetode, één roete, één leerdoel.
  Ruimte voor eigen initiatief is er niet, zonder de kollega's in moeilijkheden te brengen. Met name de vijfweekse periode binnen de blokken, zet onderwijzer en leerling onder 'druk'. Ook de onderlinge aansluiting van de blokken, zowel binnen één 'niveau' (willekeurige instap), als tussen de 'niveau(s)' onderling, levert problemen op. Anderzijds funktioneert het herhalingsblok voor de betere leerlingen vaak als onnodige 'zoethouder', om het tempo niet te zeer uiteen te doen lopen.
- ten aanzien van de *leerstof*
  De leerstof is streng traditioneel en vanuit

de volwassen wereld bepaald; voor de leerling heeft het weinig realiteitswaarde, noch in het ver doorgevoerde hoofdrekenen, noch in de redaktiesommen, noch in onderwerpen als meten, procenten, en dergelijke. Helaas is er echter nauwelijks ruimte voor invoeging van leerstof uit de aktualiteit en/of belevingswereld van de leerlingen; projektrekenen binnen een stamgroep is uitgesloten.
Hooguit kan men 'ingrijpen' in een onderwerp als 'meten': door de *ncr* terzijde te leggen, kan men dit onderdeel 'klassikaal' afwerken met bijvoorbeeld een meetpraktikum.

- ten aanzien van de *differentiatie*
  Vroeger differentieerde men ook, op meer persoonlijke wijze en binnen het klasseverband. Nu is dat alles veel meer gestroomlijnd, dankzij de rekengroepen, de instruktie en het takenstelsel. Maar of dat de prijs waard is ...?
- ten aanzien van de *leerling*
  Op den duur gaat voor de leerlingen alle motivatie ontbreken: ze werken zich stap voor stap door een oranje en witte rijstebrijberg heen.[1]) Ze worden mat en initiatiefloos; een spontane en kreatieve probleemoploshouding verdwijnt. Uiteindelijk gaan ze met een 'verloren' attitude ten aanzien van inhoud en werkwijze, naar het voortgezet onderwijs.
- ten aanzien van de *onderwijzer*
  Ondanks het teamoverleg, de overzichten en het kollektief gebruik van de taken, leeft de onderwijzer voortdurend in de 'ban van de angst': men durft de *ncr* niet los te laten, uit vrees onvolledig te zijn. Daarvan zouden zowel de leerling als de kollega de dupe kunnen worden.

intermezzo: begeleiding (3.2)

Naar aanleiding van onze bevindingen met de *ncr*, werd op het *iowo* een diskussiemiddag belegd met een aantal rekenbegeleiders van onderwijsadviesdiensten. Onder hen waren enkelen die zich hadden toegelegd op de studie en begeleiding van de *ncr*.
Gekonfronteerd met de hierboven gesignaleerde praktische problematiek, was hun reaktie als volgt:

- Scholen stappen vaak (te) lichtvaardig op de *ncr* over, in de verwachting dat daarmee de differentiatieproblematiek is opgelost. In het algemeen kan men stellen, dat problemen ontstaan door dit verkeerde verwachtingspatroon, en doordat de *ncr* verkeerd gehanteerd wordt.
- De *ncr* is meer een werkwijze dan een metode: de 'niveaucursus' is primair opgezet als een organisatiemodel om de school te helpen z'n eigen differentiatiedoelstelling te realiseren. Wie de *ncr* dan ook slaafs volgt, bereikt dit doel nooit. Men moet taken, blokken, enz., durven te verschuiven of te vervangen. In die zin is er alle ruimte voor de onderwijzer.. Maar helaas wordt de metode zelden zo gebruikt.
- Juist door het variabel gebruik van de materialen (rekenkist, honderdveld, puzzels, breukendoos), door de kombinatie instruktie-individuele verwerking en door de herhalingstaken, manifesteren zich verschillende differentiatievormen. School en onderwijzers moeten dit naar waarde leren hanteren.
- De leerstof is destijds bewust traditioneel gehouden. Dit betekent echter niet dat er binnen de *ncr* geen leerstofproblemen zijn. (Met name geldt dat voor vraagstukjes, hoofdrekenen en meten, waarvoor de betrokken diensten dan ook verlevendigingsmateriaal samenstellen).

de *ncr* als werkwijze (3.3)

voorbeeld 3: 'stroomlijnen' van de ncr

Naar aanleiding van voormeld gesprek hebben we een school bezocht, die zowel in kursusverband als schriftelijk, ekstra begeleiding geniet. We troffen een school aan, waar men zich in het algemeen tevreden betoonde met de *ncr*.
In belangrijke mate was dit o.i. te danken aan een aantal 'ingrepen' in de metode:

- van tevoren is vaak een keuze uit de taken gedaan als minimumprogramma voor de leerlingen (met verrijkingsstof voor betere leerlingen);
- aan de instruktie in subgroepen en aan de herhalingstaken wordt speciale aandacht besteed, om de groepen wat dichter bij elkaar te houden;
- voor hoofdrekenen en vraagstukjes is een eigen metodiek opgesteld, los van het algoritmenprogramma van de *ncr*;
- mede in verband met gesignaleerde tekorten van de leerlingen bij automatismen, is het gehele vermenigvuldigingsprogramma — in het bizonder de tafels — opnieuw opgezet, eveneens los van de *ncr*;
- bovendien worden vanuit de betrokken adviesdienst speciale programma's beschikbaar gesteld, o.m. voor 'meten'.

[1]) De kleur van de oefen- en proeftaken is oranje, respektievelijk wit.

Als voorbeeld van 'verschuiving' in de leerstof noemde men het feit, dat het einde van 'niveau' *2a* vaak verschoven werd tot na de introduktie van rekenen over het tiental ('niveau' *2b*; taak 31), omdat een en ander dan gemakkelijker verliep.
Invoeging van bijvoorbeeld televisieprogramma's als 'Tel voor twee', 'Vier kan 't', bleek in deze school – hoewel in mindere mate – evenzeer een probleem, als in de eerdergenoemde scholen. Met invoeging van andere additionele materialen had men geen ervaring.

- Kortom, het beeld dat wij in deze school kregen van de hantering van de *ncr*-alswerkwijze, was het soms vergaand ingrijpen in opzet of inrichting van de metode, door een gestroomlijnde roetekeuze (i.c. het minimumprogramma met verrijkingsstof) en door invoeging van eigen materialen (vraagstukken, hoofdrekenen, vermenigvuldigen, meten).

voorbeeld 4: volledig individueel
Tot besluit noemen we nog het voorbeeld van de (Jenaplan-)school die na lange jaren eksperimenteren – ook al vòòr invoering van de *ncr* – uiteindelijk besloot de metode puur individueel te gaan hanteren: er wordt geen gemeenschappelijke instruktie meer gegeven en de leerlingen doorlopen – in de stamgroep – in volkomen vrij tempo de taken. De onderwijzer begeleidt iedere leerling strikt individueel en geeft sommige leerlingen, waar nodig, ekstra rekenoefenmateriaal.

- Het zal duidelijk zijn dat deze school, evenals die uit het eerste voorbeeld, een oneigenlijk gebruik maakt van de *ncr*: men heeft een zeer radikale oplossing bepaald voor de eerdergenoemde problematiek.

konklusie en samenvatting (3.4)
In een eerder stadium (2.3) signaleerden wij een tweetal wezenlijke kenmerken van de *ncr*: een komplekse en technisch gerichte leergang, naast een tegengestelde differentiatietendens in instruktie en takenstelsel.
O.i. liggen deze kenmerken ten grondslag aan de praktische problematiek met het gebruik van de *ncr* en daarmee samenhangend: aan het diverse gebruik in de onderwijspraktijk.
Deze verschillende werkwijzen immers, zijn even zovele uitingsvormen van de wens tot behoud van de identiteit, wat betreft de eigen onderwijsvisie ten aanzien van leerstof, leerdoel, leertrajekt en de interaktie met de leerlingen.

Vatten we tenslotte de praktijkbevindingen samen, dan blijkt:
- dat de leergang van de *ncr* door z'n komplekse struktuur als dwangmatig en 'voorschrijvend' wordt ervaren;
- dat daardoor de onderwijzer(es) bevreesd is zelf in te grijpen in de metode, uit angst kollega's en/of leerlingen te duperen;
- dat mede daardoor de *ncr* weinig ruimte laat voor eigen initiatieven van de onderwijzer, bijvoorbeeld ten aanzien van andere leerstof (aktualiteit/belangstellingswereld) of ten aanzien van andere werkvormen (tema's; projektonderwijs);
- dat leerlingen zich onder invloed van de werkwijze in het ook voor hen onoverzichtelijke takenstelsel, een passieve attitude kunnen verwerven ten aanzien van inhoud en denkwijzen van het rekenen.

In deze samenvatting hebben wij ons vooral gericht op het tweede praktijkvoorbeeld, waar een school met veel inzet en inspanning aantoonde, de *ncr* te kunnen hanteren op een manier, zoals de toelichting dat o.i. bedoelt.

Dat men onder ekstra begeleiding en daadwerkelijk ingrijpen in opzet en inrichting van de *ncr*, een aantal van de genoemde bezwaren kan opheffen, toonde het derde praktijkvoorbeeld aan.

▶ DIDAKTISCHE ANALYSE VAN DE *NCR* (4)
In verband met de dringende(r) vraag naar nieuwe differentiatievormen, is de *ncr* uitgegaan van de inhoud van het traditionele rekenen.
Na ervaring te hebben opgedaan met de nieuwe opzet van de 'niveaucursus', wil men in een volgende fase ook de inhoud van de *ncr* wijzigen. Het ligt dus voor de hand om eerst de *ncr* te analyseren op de rekendidaktische inhouden van de traditionele leerstof. Nadruk willen we daarbij leggen op de relatie tussen opzet en didaktiek, in verband met de differentiatiekarakteristiek (4.2).
In vervolgparagrafen willen we dan, gezien de tweede doelstelling van ons spullenkatern, het perspektief onderzoeken van een nivokursusaanpak voor uitbouw naar moderne(re) inhouden en werkvormen (4.3) en (4.4).

rekendidaktische analyse (4.1)
Eerder zagen we dat de *ncr* naast de leerstofinhoud, ook de leerstofplanning vrijwel ongemoeid heeft gelaten, terwijl door opzet en inrichting, het technisch leerdoel van het rekenen zelfs is versterkt. Daarmee wil niet gezegd

zijn, dat 'dùs' de *ncr* kwa inhoud het oude, vertrouwde karakter draagt.
Integendeel, de ver doorgevoerde splitsing van de leerstof in 'niveau(s)', blokken, units en taken, heeft de *ncr* een geheel eigen didaktisch aanzien gegeven. Voortdurend moesten immers keuzebeslissingen genomen worden over leerstofgrenzen in verband met de moeilijkheidsgraad. Helaas wordt het principe achter die keuzen nauwelijks anders verantwoord dan met uitspraken als:

> 'Aan de analysering van de stof is (...) de grootst mogelijke aandacht besteed.'[1])

Wat dit betekent, maakt analyse van de leergang duidelijk: slechts specifieke opvattingen over een opbouw naar gekompliceerdheid van de leerstof (en elementaire stappen daarbinnen), hebben ten grondslag gelegen aan de differentiatiekarakteristiek van de *ncr*.
Uit niets blijkt, dat analyses van rekenleerprocessen of overwegingen van teoretische aard, de 'niveaugrenzen' mede hebben bepaald.
Voor een metode, die in het uitgangspunt stelt voor het kind gekozen te hebben, een magere oriënteringsbasis.

We illustreren het bovenstaande met enkele karakteristieken van de *didaktische opbouw*:

* In de metode wordt moeilijkheidsgraad voor de leerlingen, voortdurend geïdentificeerd met *veelvouden en/of machten van tien*: rekenen mèt en tòt tientallen, honderdtallen, duizendtallen, enz. Dit geldt niet alleen het getalbegrip, maar ook het aanleren van hoofdbewerkingen en algoritmen.
  Een voorbeeld:
  In 'niveau' 2*a* komt het rekenen tot 100 aan de orde. Na een oriëntatie in de eerste fase – tellen, ordenen, blokjes leggen, meer/minder, enz. – volgt het rekenen tot 100.
  We geven een opsomming van over de taken verdeelde typen sommen:

type som	voorbeeld[2])	aantal sommen in 2*a*
tientallen ± tientallen	30 + 20 =	140 sommen
	50 – 30 =	200 sommen
	30 + . = 80	30 sommen
		370 sommen
tientallen ± eenheden	30 + 8 =	175 sommen
	30 + . = 38	60 sommen
	23 + 4 = 4 + 23 =	230 sommen
	39 – 7 =	150 sommen
		615 sommen
tientallen + tientallen/eenheden	40 + 31 =	265 sommen
tientallen/eenheden – tientallen	24 – 4 = 24 – 20 =	175 sommen
	64 – 40 =	150 sommen
		590 sommen
tientallen/eenheden ± tientallen/eenheden	12 + 23 =	200 sommen
	88 – 14 =	170 sommen
	52 + . = 64	15 sommen
	68 – . = 54	15 sommen
		400 sommen.

Totaal ca 2000 sommen, verdeeld over ca 40 taken.
Hierbij volgen de typen elkaar suksessief op in de diverse taken, waarbij steeds – onder meer in herhalingstaken en proeftaken – het vorige type wordt meegeoefend.

* En ondanks een eventueel bredere benadering in de instruktie, geeft deze overdaad aan oefenstof het principe weer, dat men de technische *beheersingsgraad* per somtype zo hoog mogelijk wil *opvoeren*, alvorens op een volgend type over te gaan.
  In *'niveau' 3a/b* gaat men dan op dezelfde voet verder: binnen optellen en aftrekken worden weer vele kombinaties van honderdtallen en/of tientallen en/of eenheden uitgesplitst, waarbij het al dan niet over- en onderschrijden van die honderd- of tientallen, de mogelijkheden nog verder uitbreidt; enz.
  In *'niveau' 4a/4b* worden, op eenzelfde basis, tenminste veertien verschillende typen staartdelingen geïntroduceerd, in de sfeer van *hte* : *e*; *hte* : *t*; *hte* : *te*; enz.[3]), met en zonder nullen in het antwoord, met en zonder rest.
  Zeer opvallend en afwijkend van traditionele leergangen is, dat het overschrijden en onderschrijden van tien- en honderdtallen, door splitsen bij het optellen, respektievelijk aftrekken, zo lang mogelijk wordt uitgesteld ('niveau' 2*b*, taak 31).
  Dit overigens in tegenstelling tot het gebruikte materiaal (rekenkist, honderdveld), dat de leerlingen juist tot spoedig overschrijden en onderschrijden uitnodigt.
  (Ook de tafels komen al veel eerder aan bod!)

---

[1]) Algemene toelichting, pag. 8.

[2]) Deze voorbeeldsommen krijgen 'signaal'-karakter, doordat elk eerste rijtje van dit type steeds met ditzelfde, gegeven voorbeeld begint. Voor wie het herkenningssignaal bedoeld is, leerling of onderwijzer, wordt niet duidelijk.

[3]) Lees voor *hte*: *h*onderdtallen, *t*ientallen, *e*enheden.

Deze overschrijding wordt in achtereenvolgende taken gepresenteerd met opdrachten van de vorm:

$9+a$	40 sommen	($a \leqslant 9$; dat wil zeggen:
$8+a$	40 sommen	eerst 9 + 2, dan 9 + 3,
$7+a$	25 sommen	dan 9 + 4, enz.)
$6+a$	25 sommen	
$5+a$	25 sommen	
gemengd	105 sommen	
	260 sommen	

Zo ook het aftrekken: $11-a$, $12-a$, $13-a, \dots (2 \leqslant a \leqslant 9)$.
Wordt deze volgorde hier nog verklaard uit een automatiseringsritme[1]), gezien het voorgaande en bijvoorbeeld het in 'niveau' *1b* achtereenvolgens afwerken van hoeveelheid 4 (vier bladzijden), hoeveelheid 5 (vijf bladzijden), ... hoeveelheid 10 (negen bladzijden), konstateren we:

* Het principe, dat *getalgrootte* medebepalend is voor *moeilijkheidsopbouw*.
  En nogmaals: ondanks instruktie en/of gebruik van materialen, moet dit in serie zetten van leerstofonderdeeltjes naar toenemende gekompliceerdheid (?) van getallen en bewerkingstypen, de kinderen haast onvermijdelijk inviteren, van type(tje) naar type(tje) te gaan werken.
  Dat daarmee een stuk motivatie verdwijnt en een schraal beeld van het rekenen wordt opgeroepen, lijkt voor de hand te liggen. Bovendien draagt deze handelwijze het gevaar in zich, dat bij onvoldoende toezicht gemakkelijk foutieve metoden worden ingeslepen.

* Een andere karakteristiek van de leergang is, dat aangeleerde *(hoofd-)bewerkingen* in het algemeen een smalle oriënteringsbasis krijgen. Dat wil zeggen, dat bij die bewerkingen — zeker in de introduktiefase — het aksent wordt gelegd op één specifieke aanpak.

  voorbeeld: aftrekken
  Hoewel de *ncr* bij het aanleren van de bewerking aftrekken de mogelijkheid van het 'erbij doen' wel noemt — 'niveau' *3a*, pag. O8 —, overheerst de operatie 'eraf doen' volkomen.[2]) Ook de relatie tussen optellen en aftrekken, als elkaars omgekeerde bewerkingen, ontbreekt in de rijtjes.[3])
  Behalve dat dit een eenzijdig beeld geeft van de bewerking aftrekken als zodanig, wordt het blikveld van de leerlingen nog verder vernauwd, doordat ze aanvankelijk gedwongen worden om in een aftrekking steeds het tweede getal te splitsen:

  > 'Blijven die kinderen 90 – 27 en 97 – 20 hardnekkig door elkaar halen, dan ligt de oorzaak meestal in het feit dat ze onvoldoende weten en toepassen dat alleen het *tweede* getal gesplitst wordt: $90-27=90-20-7$; $70-7=63$.'[4])

  In een dergelijke benadering is op voorhand geen ruimte voor overwegingen als '27 is bijna 30; $90-30=60$, dus $90-27=63$'.
  En ook hier zal een brede benadering in de algemene instruktie, door het takenstelsel weer teniet worden gedaan.

* Natuurlijk is ook in *andere leerstofgebieden* als breuken, meten, procenten, grafieken, enz., een moeilijkheidssplitsing over taken en blokken tot stand gekomen.
  Bij ontstentenis echter van een 'eenvoudig' kriterium als veelvouden en machten van tien, is de opsplitsing minder opvallend. Wel komt in hogere 'niveau(s)' steeds sterker het probleem tot uiting, dat onderwerpen van verschillend aanpakgedrag in eenzelfde sekwentiestelsel moeten worden ingepast. Naast elkaar treffen we dan bijvoorbeeld hoofdbewerkingen (+/–; x/:), vraagstukjes, bewerkingen met breuken, meten, grafieken, enz. Zoals de praktijk uitwijst, doen zich dan onder meer problemen voor met vraagstukjes (in verband met taal, interpretatie, inventiviteit, oplossingsgedrag), 'meten' (praktische werkwijze naast technische aanpak in de taken), enz.
  Een onderwerp als grafieken trouwens, is in deze fase zo direkt gebonden aan een motiverende kontekst en de eigen, konkrete ervaringen van de leerlingen, dat het zich al helemaal niet laat verenigen met de *ncr*-aanpak. Het gaat hierbij immers niet primair om een 'opbouw' van beeldgrafiek via staafgrafiek naar lijngrafiek (waarbij alle gegevens al op papier vastliggen), maar om een zinvolle relatie tussen probleemsituatie en het (matematisch) beschrijvingsmiddel. Dit onderwerp uit 'papieren' opgaven te laten verwerken in een zekere 'moeilijkheidsvolgorde', berooft het nog verder van z'n werkelijkheidszin dan gewoonlijk in rekenboekjes al gebeurt.

[1]) Het argument dat de kinderen hierdoor een getalritme zouden ontdekken, is nauwelijks serieus te nemen.
[2]) Zie ook: wiskobas-bulletin (jaargang 2 nr. 2).
[3]) Vergelijk ook de aantallen stipsommen uit 'niveau' *2a* op de pagina's 19 en 20, met het aantal overige somtypen.
[4]) Pag. O18.

moderne(re) rekendidaktiek (4.2)
Het laatste onderwerp leidt ons over de grens van de traditionele rekeninhouden.
Met het oog op huidige ontwikkelingen, vragen we ons af in hoeverre recente(r) rekendidaktische opvattingen zich met de *ncr*-werkwijze laten verenigen.
In dit verband noemen we:
- toepassingen van het rekenen vanuit de belevings- en belangstellingswereld van de kinderen (bijvoorbeeld in tema- of projektvorm);
- een meer open en probleemgericht onderwijs, waarin leerlingen in samenwerkingsverband, eigen onderzoekjes verrichten, gericht op ontdekkend leren;
- een bredere inbedding van met name hoofdbewerkingen en algoritmen.

Uit de vorige paragraaf is een visie van de *ncr* naar voren gekomen, die de opbouw van het rekenonderwijs in belangrijke mate ziet als een opeenvolging van elementair-stappen, die de leerlingen suksessief afleggen. Tussen die stappen in, wordt de geoefendheid zo ver mogelijk opgevoerd.
De bespreking tot nu toe heeft daarbij duidelijk gemaakt, dat een dergelijke, sterk voorgeprogrammeerde leergang, vrijwel geen ruimte laat voor nieuwe(re) werkvormen of inhouden. Rekentema's, bijvoorbeeld uit de belangstellingswereld en aktualiteit, laten zich door hun breder toepassingsgebied of ontdekkende benaderingswijze, nauwelijks inpassen in de stapsgewijze, lineaire voortgang van de *ncr*.[1])
Tegenover deze visie van de *ncr* staat de opvatting, die het rekenonderwijs meer als totaliteit wil zien. Aanleren van bewerkingen bijvoorbeeld is in die aanpak primair een kwestie van inzicht in de struktuur van die bewerking-als-geheel. (We denken daarbij aan de didaktische benadering met een kralen-abakus, een instrument, dat in het buitenland reeds lang gemeengoed, nu ook in nederland z'n plaats heeft veroverd). In de abakusbenadering is het onderscheid in tientallen, honderdtallen, enz., en in de grootte van getallen niet wezenlijk, als de leerling het principe van de bewerking heeft doorgrond. Oefenen staat dan veel meer in het teken van een geleidelijke uitbouw van inzicht en vaardigheid, vooral ook door toegepast rekenen.

Om nu de differentiatiekarakteristiek van beide benaderingen te *vergelijken*, beluisteren we de praktijkervaring van een school, die na lange voorbereidingstijd, bezig is om te schakelen van de *ncr* op een modern wiskundeonderwijsprogramma:

> 'Nu we de bewerkingen meer als geheel en open presenteren, merk je pas hoezeer we er vroeger naast hebben gezeten. De leerlingen blijken spontaan en met inzicht over aspekten heen te wandelen, die vroeger als verschillende 'niveaus' werden gepresenteerd. In die zin schept de *ncr* problemen, die helemaal niet blijken te bestaan en dat werkt zelfs belemmerend op de kinderen.
> Vroeger hielden we ons strikt aan die 'niveau'-indeling, maar nu bij het abakusprogramma, waar alles veel meer als totaliteit naar voren komt, merk je pas dat het rekenen over de 10, 100 of 1000 helemaal geen apart probleem is. In deze kontinue opbouw geven de kinderen zèlf aan waar eventueel hun problemen liggen, en dat kan individueel heel verschillend zijn. Nù zijn er zelfs kinderen die in drie maanden verder zijn dan vroeger in een heel jaar.'

de *ncr* en wiskundeonderwijs (4.3)
De laatste bevinding rond het abakusprogramma, illustreert tevens de kontrasterende visie en werkwijze van de 'niveaucursus'-aanpak ten opzichte van moderne opvattingen over wiskundeonderwijs voor de basisschool. Immers, meer nog dan het rekenen, zijn leerstofgebieden als meten, meetkunde, statistiek, taal en logika, in hun didaktische opbouw, afhankelijk van een probleemgerichte aanpak en van toepassingen in een rijke en zinvolle kontekst. Men hoeft zich in dit verband maar in te denken dat een tema als dat van de *vierkubers* – onlangs gepubliceerd in leerplanpublikatie 5 – zou moeten worden omgevormd tot een 'niveaucursus'-aanpak. Dat is eenvoudig ondenkbaar, omdat een dergelijk leerproces, juist door z'n open aanpak en door de kreatieve inbreng van leerling en onderwijzer, nivodifferentiaties oproept, die bij vastgelegde vòòrprogrammering, volledig zouden (kunnen) verdwijnen. (Dat dit niet alleen geldt voor tema's en projekten, maar òòk voor een kursorische aanpak en leergangen, toonde het abakusprogramma aan).

▶ SAMENVATTING (5)
De auteur(s) van de *ncr* verdienen respekt voor de moed die zij betoond hebben, de differentiatieproblematiek binnen het rekenonderwijs rigoureus aan te pakken. Voor velen

[1]) Vandaar ook dat tematische toepassingen van het rekenen in de *ncr*, helaas pas aan het eind van de leergang, in 'niveau' 6*b* een plaats konden vinden. In ditzelfde verband bleek ook de 'inpassing' van een televisieprogramma als 'Kijk op kans' geen probleem, omdat het in klas 6, nà pasen werd verwerkt.

heeft dit een nieuw moment van bezinning betekend.
Dit mag echter niet verhelen, dat wij in het voorgaande kritiek hebben geuit over opzet en inrichting van de metode.
De belangrijkste oorzaak hiervan is o.i. dat de *ncr* zich in zijn opzet niet gebaseerd heeft op een eigen onderwijsvisie ten aanzien van leernivo's.
Nu zijn de nivoscheidingen puur technisch bepaald, door de leerstof volgens specifieke opvattingen in z'n kleinste onderdeeltjes uiteen te rafelen, om deze in het takenstelsel achter elkaar te plaatsen.
Afgezien van de onnatuurlijke leernivo's die dat soms oplevert – en die zelfs belemmerend kunnen werken op de voortgang der leerlingen – is een leergang ontstaan van een kompleks karakter, die vele onderwijzers als dwingend en onontkoombaar ervaren: men durft geen stap over te slaan uit angst kollega's of leerlingen te duperen. In die zin is er ook nauwelijks ruimte voor eigen initiatieven ten aanzien van leerstof of werkvormen.
Dit klemt des te meer, omdat het toepassingsbereik van het rekenen binnen de *ncr* schraal genoemd moet worden; de opbouw van de *ncr* laat zich immers moeilijk verenigen met een breed toepassingsveld uit reële probleemsituaties.
Differentiatie kent vele facetten, die nog lang niet alle zijn uitgekristalliseerd.
En moge de *ncr* binnen de smalle marges van het traditionele rekenonderwijs zijn bijdrage hebben geleverd, voor ons staat vast dat de metode z'n basis aanzienlijk dient te verbreden om bij de ontwikkeling naar modern wiskundeonderwijs de ruimte te scheppen voor o.m. rijke probleemsituaties en spontane nivodifferentiatie.

REAKTIES AUTEURS (4)

▶ DÓÓRDENKEN OP EEN BESPREKING (1)

Maria Aarts, Wim Birkhoff, Nora Buys, Frans Teunissen (operatoir rekenen)

De eerste plannen voor *operatoir rekenen* zijn gemaakt in 1963. De opzet van de metode voor de eerste drie leerjaren is sindsdien ongewijzigd gebleven. Sedert die tijd is op het gebied van de reken/wiskundedidaktiek meer veranderd dan in de vijftig jaren daarvoor.[1]) Het spreekt dus vanzelf dat een grondige revisie van de metode thans noodzakelijk is. Vanaf volgend jaar gaan wij aan deze herziening werken. Mede hierop hebben we de besprekingen van ed en jan met rode oortjes gelezen. In verdere gesprekken met het *iowo* hopen we de bespreking te kunnen gebruiken bij onze plannen.

De bespreking geeft echter geen oplossing voor een aantal dilemma's, waar we bij het uitproberen van de metode in de proefscholen, tegenaan liepen. Een paar van die dilemma's stellen we nu aan de orde.
① Bij het werken met *or* in de scholen is ons duidelijk geworden, dat het merendeel van de onderwijsgevenden een grondige inleiding in het tientallig stelsel en het kunnen werken hiermee in termen van snel en goed hoofdrekenen en cijferen in ieder geval gegarandeerd wil zien. Men is bereid, nieuwe leerstof op te nemen, men is steeds meer bereid, overbodige ballast overboord te zetten, maar het traditionele rekendoel blijft, ook in de recente periode, recht overeind.
Wij hebben dit doel in ons werk overgenomen en geprobeerd, door schrappen van stof, door een efficiëntere aanbieding, tijd vrij te maken voor een behandelen van abstrakte nieuwe stof en ruimte te kreëren voor innovatieve onderwerpen. Gaande de ontwikkeling van de metode, bleek steeds opnieuw dat het merendeel van de kinderen veel tijd nodig heeft voor het memoriseren van rekenfeiten. De meest frekwente kritiek op de eerste drie leerjaren was, dat de metode te weinig oefenstof bood. In de hogere leerjaren werd deze kritiek wat minder door de invoering van de rekenkaarten. In het vijfde en zesde leerjaar bleken de proefscholen echter kritiek te hebben op het nivo van beheersing van de hoofdbewerkingen. Vanuit deze kritiek zijn we in klas 6 afgeweken van de oorspronkelijke opzet voor de bovenbouw en hebben meer aandacht geschonken aan het oefenen van de hoofdbewerkingen dan oorspronkelijk voorzien was.
Nu kun je deze zaak op verschillende manieren interpreteren. Zo hebben we de indruk, dat de handleiding de onderwijsgevenden te weinig op het spoor zet van een regelmatig mondeling inoefenen en herhalen van het hoofdrekenen. Ook zou het toepassen van werkwijzen uit de russische leerpsychologie wellicht tot efficiëntere aanbiedingsvormen kunnen leiden. Niettemin houden we uit ervaringen over dat wij, en met ons bijna alle wiskundevernieuwingsbewegingen, de inspanning die kinderen moeten leveren voor het

[1]) Zie voor een overzicht van de rekendidaktiek tussen ± 1900 en ± 1960: J.M.F. Teunissen 'De ontwikkeling van het rekenonderwijs, tot aan 'New Math'', in: K.B. Koster 'Nieuwe wiskundeprogramma's voor de basisschool' (groningen 1974).

traditionele rekendoel, behoorlijk hebben onderschat.
Daarmee is een klemmend probleem aangeduid: hoe kan, gegeven het traditionele rekendoel, tijd en ruimte worden vrijgemaakt voor een innovatieve wiskundedidaktiek?

② *Operatoir rekenen* probeert de rekenstof op fleksibele wijze aan te bieden. Dit gebeurt bijvoorbeeld door dezelfde stof in verschillende situaties naast elkaar aan te bieden, of door het presenteren van open opgaven, waarbij de kinderen vaak uitgenodigd worden in groepsverband met elkaar tot een oplossing te komen.
Blijkens onze ervaringen werkt een dergelijke gevarieerde aanpak voor veel kinderen verwarrend. Er zijn grote verschillen tussen kinderen, wat betreft de variatie aan werkwijzen die zij aan kunnen. Dat hangt vooral samen met de snelheid waarmee de kinderen nieuwe stof kunnen opnemen.
Kinderen die dit snel doen, hebben geen problemen, zich in andere situaties te verplaatsen. Voor de anderen luistert dit vrij precies: voordat zij dezelfde stof op een andere manier kunnen verwerken, moet deze eerst goed zitten. Dit probleem speelt te meer, naarmate in een les meerdere soorten leerstof aangeboden worden: grote groepen raken dan de draad kwijt. Niettemin vraagt bijna elke moderne rekendidaktiek een wendbare wijze van omgaan met rekenstof. Voor de wiskundedidaktiek geldt bovendien, dat de stof noodzakelijkerwijs uitgebreid wordt, omdat meerdere gebieden van de wiskunde in het geding zijn.
We zijn nogal pessimistisch over de mogelijkheid, de noodzakelijke fleksibiliteit via het medium van een metode optimaal te kunnen realiseren en daarmee tevens over de mogelijkheid, via een metode het onderwijs op essentiële punten te vernieuwen.

Nu we toch bij de vernieuwing van het wiskundeonderwijs zijn beland, ligt het voor de hand dat we vanuit onze ervaringen reflekteren op de innovatiestrategie die wiskobas thans hanteert. Wegens plaatsgebrek bewaren we dit voor een andere gelegenheid. Overigens zijn wij echter van mening, dat het *iowo* niet verwoest mag worden!

▶ REAKTIE (2)
H.M.M. Vossen (niveaucursus rekenen)
Het voorgaand artikel op alle onderdelen van kommentaar voorzien is niet mogelijk, gezien de daarvoor beschikbaar gestelde ruimte. Ik moet me beperken tot enkele kanttekeningen.

① Uit de 'inleiding en verantwoording' is duidelijk, dat het gaat om een bespreking en beoordeling van de *ncr* op grond van bezoeken aan basisscholen, gesprekken met schoolteams, gedachtenwisseling met onderwijsadviesdiensten en besprekingen binnen wiskobas.

② De beschrijving van de metode in **2.1** en **2.2** is kompakt en korrekt.

③ Wat minder overzichtelijk wordt de zaak bij **2.3**. We komen dan in de beoordelende fase. De daarbij toegepaste volgorde is:

- a een eerste kommentaar (**2.3**): de metode is kompleks en 'voorschrijvend': een te sterk voorgeprogrammeerd takenstelsel;
- b een verslag van de praktijkbevindingen op vier scholen en vermelding van de opmerkingen van onderwijsadviesdiensten;
- c konklusie en samenvatting (**3.4**): de metode wordt ervaren als 'dwangmatig en voorschrijvend'.

Het is duidelijk, dat het onder **a** en **c** gestelde elkaar overlappen. Het doet wat denken aan een som uit de oude wiskunde. Gegeven: *ncr*. Te bewijzen: *ncr* is dwangmatig en voorschrijvend. Bewijs: via onderzoek blijkt dat het zo is.
Een herhaling van bepaalde opvattingen maakt deze opvattingen niet sterker. Daarvoor zijn argumenten nodig.

④ Wat nu zijn deze argumenten, waarop berust 'het' oordeel? Daarvoor zij allereerst verwezen naar hetgeen boven onder ① vermeld staat.
Vervolgens blijkt, dat het aantal bezochte basisscholen vier bedraagt. Ook bij een willekeurige selektie, verschaft een zo gering aantal geen basis voor representativiteit.
Als losse voorbeelden beschouwd, is de verkregen informatie hoogstens illustratief. Deze gevalsbeschrijvingen illustreren bijvoorbeeld hoe de metode op verschillende wijzen in diverse schoolsettingen toegepast kan worden. Voor een generaliserend eindoordeel lijken zo echter te weinig gegevens voorhanden.
Een tweede bezwaar tegen de gevoerde argumentatie heeft betrekking op de 'konklusie en samenvatting (**3.4**)'. De 'konklusie' slaat niet op het voorafgaande, doch op de analyse in paragraaf **2.3**. De 'samenvatting' geeft eigenlijk alleen de negatieve opmerkingen weer, die school nummer 2 heeft gemaakt. Voorbijgegaan wordt aan de opmerking van deze school, dat het onderwijs in iedere rekengroep zeer soepel verloopt, niet ingegaan wordt op het-

geen school nummer 1, 3 en 4 naar voren hebben gebracht, en wat in 3.2 door de onderwijsadviesdiensten wordt opgemerkt, komt ook in het stuk verder niet voor.
Mijn samenvattende konklusie zou zijn, dat op grond van wel erg weinig indrukken meer wordt gesuggereerd dan kan worden waargemaakt.

⑤ In paragraaf 4 volgt een didaktische analyse van de *ncr*. Wat stond de werkgroep voor ogen, die tien jaar geleden (1966) aan een eerste eksperimentele versie van de *ncr* begon? Immers, de in het artikel opgenomen didaktische analyse dient in dat kader te worden bezien.

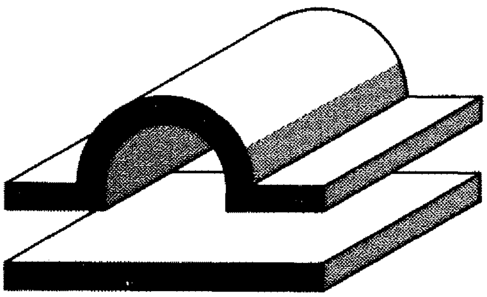
- Aan de verschillen in tempo bij het leren van kinderen zou tegemoet moeten worden gekomen, opdat een kontinue ontwikkeling gewaarborgd is. Daarbij is gekozen voor een doorbreking van wat later leerstofjaarklassensysteem zou worden genoemd. De *ncr* is niet toevallig ontstaan in de tijd, waarin het 'opstaan tegen het zittenblijven' als een ernstige en serieuze zaak werd gezien.
- Het te ontwikkelen materiaal zou reële mogelijkheden moeten bieden voor aanpassing en verbetering met het oog op de eigen schoolsituatie. Daarom werd gekozen voor een losbladig geheel (handleidingen en taken). Zowel de leerstof alsook de leerstofordening kunnen daardoor handig gewijzigd worden. De materialen worden aangeboden onder nadrukkelijke vermelding van de noodzaak om er een keuze uit te maken (algemene toelichting op de *ncr*, pag. 9 en 10).
- De speelleersituatie moet vooral in de eerste vier niveaus goed tot zijn recht komen. Verschillende spelvormen en aanschouwelijk materiaal werden daartoe in deze niveaus geïntegreerd opgenomen.
- Met de *ncr* moet zowel in klassikaal verband als in niveaugroepen kunnen worden gewerkt, om een geleidelijke overgang van een klassikale naar een meer gedifferentieerde situatie mogelijk te maken.

⑥ Dat de visie en werkwijze van de niveaukursusaanpak in zeker opzicht kontrasteert met bepaalde opvattingen over het wiskundeonderwijs op de basisschool, is niet zo verwonderlijk. De *ncr*-werkgroep heeft niet de pretentie gehad visies anno 1976 konkreet vorm te geven in 1966. Het vergelijken van de 'differentiatiekarakteristiek' van beide benaderingen (*ncr* versus wiskobas) door middel van het beluisteren van de praktijkervaring van slechts één school heeft niet meer dan eksemplarische waarde (onder de konditie dat het algemene beeld evident is; dit laatste wordt evenwel niet duidelijk gemaakt).
Zodra echter de 'moderne(re) rekendidaktiek (4.2)' met zijn veelvergende vooronderstellingen over de totaliteit van het rekenonderwijs het werkelijk mogelijk maakt de in het oog lopende verschillen tussen de kapaciteiten, interessen en vorderingen van de verschillende leerlingen te honoreren, dan zal dit niemand meer verheugen dan de samenstellers van de *ncr*. Tot zolang zullen er nog voldoende 'rijke probleemsituaties' voorhanden zijn om te diskussiëren.

VERVOLG (5)

Wellicht roept dit katern de behoefte bij u op om te reageren, om kanttekeningen te plaatsen. We zouden het bizonder op prijs stellen indien u ons uw 'subjektieve verhaal' toestuurde.
Mocht er in ruime mate gereageerd worden, dan willen we graag nagaan, of het mogelijk is deze verhalen te bundelen en te publiceren in een afzonderlijk boekwerkje.
In het volgende spullenkatern zullen we de besprekingen van de 'traditionele' metoden voortzetten. Het is de bedoeling, om zowel uitgebreide verhalen te publiceren over de metoden *nieuw rekenen voor het basisonderwijs, uitkomst, op veilig spoor*, als zeer beknopte stukjes over de metoden *de grondslag, functioneel rekenen, naar zelfstandig rekenen, naar aanleg en tempo* en *reken maar*.
Alle metoden uit de kategorie der 'traditionelen' zijn dan aan bod geweest.
Hoe we daarna verder gaan, hangt mede van uw reakties af. Op dit moment lijkt het ons verstandig, de ingeslagen weg te vervolgen met besprekingen van 'moderne' metoden (eerste generatie).

wiskunde in de brug-periode

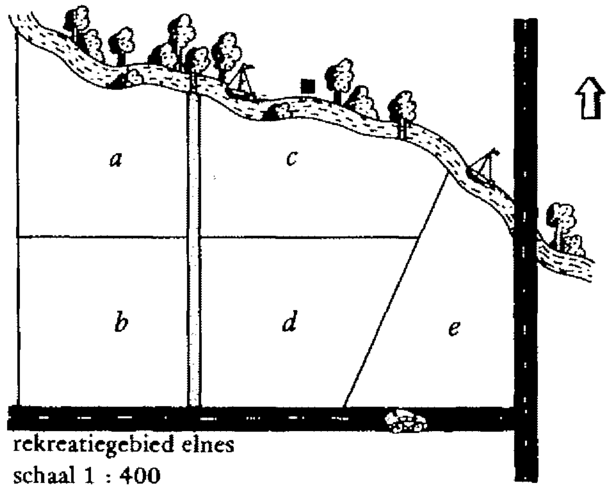


BELVIA, EEN MEETKUNDETEMA

Dit stuk meetkundeonderwijs is reeds in het vorige rubriekdeel aangekondigd.
Belvia is een tema rond het bouwen van een paar vakantiebungalows op een kavel grond.
Aangezien de oorspronkelijke afbeeldingen ten behoeve van dit artikel sterk verkleind werden, kloppen de schaalaanduidingen niet.

WIM KREMERS

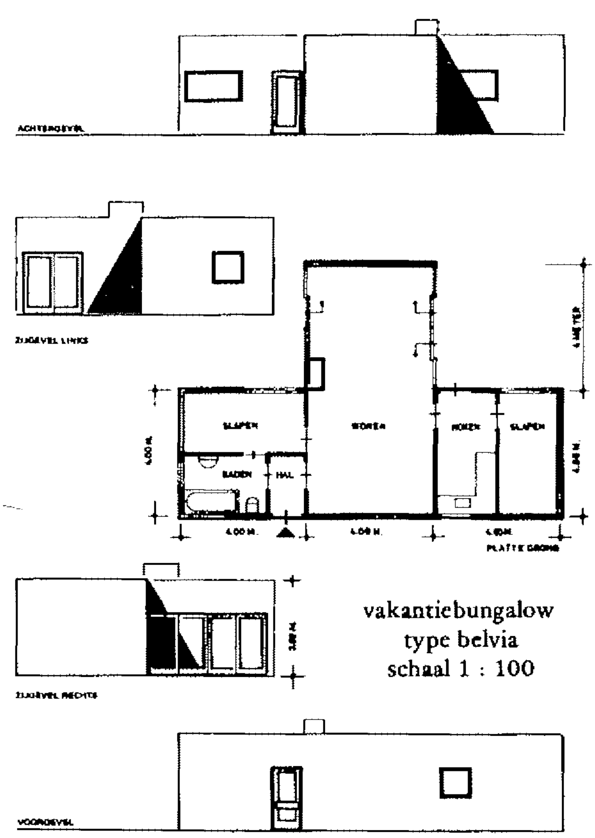
kavels
Een gemeente biedt een aantal kavels te koop aan. De familie Lewieks heeft daar belangstelling voor.
▶ *Welke kavel lijkt het meest geschikt?*



rekreatiegebied elnes
schaal 1 : 400

Naast het werken met het schaalbegrip, zijn oppervlaktebepalingen en rekenen in dit onderdeel het belangrijkst.

bestektekening
Architekt John Philips maakt een bestektekening, de plattegrond en de aanzichten.
▶ *Hoe ziet dat zomerhuisje van belvia er nu eigenlijk uit?*



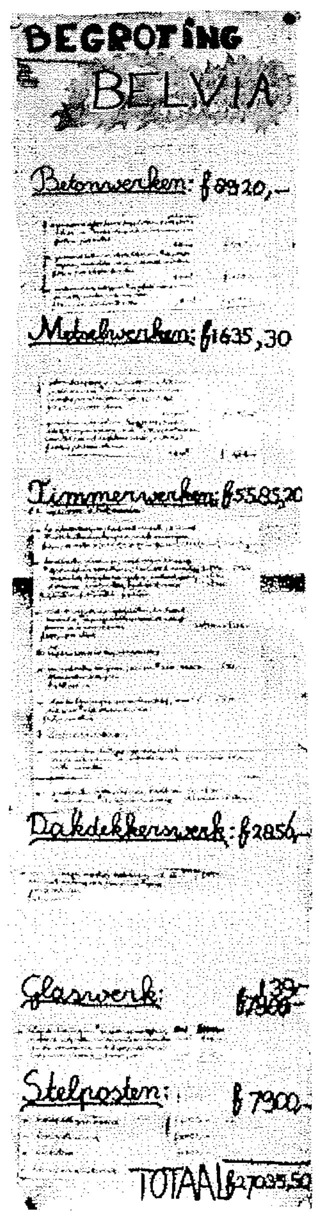
vakantiebungalow
type belvia
schaal 1 : 100

Via het maken van een perspektieftekening en een bouwplaat, krijgt het huis zijn inhoud, en wordt ingegaan op de kwadratische toename van oppervlakte en kubische toename van inhoud.

oplossing
De architekt maakt ook een technische omschrijving van de te gebruiken materialen.

▶ *Wat zal het huis gaan kosten?*

Met behulp van een prijslijst van een handel in bouwmaterialen, wordt door meten, omrekenen en uitrekenen een begroting gemaakt. Veel werk (te verdelen)!


BEGROTING
BELVIA

Betonwerken: ƒ 8920,–

Metselwerken: ƒ1635,30

Timmerwerken: ƒ5585,20

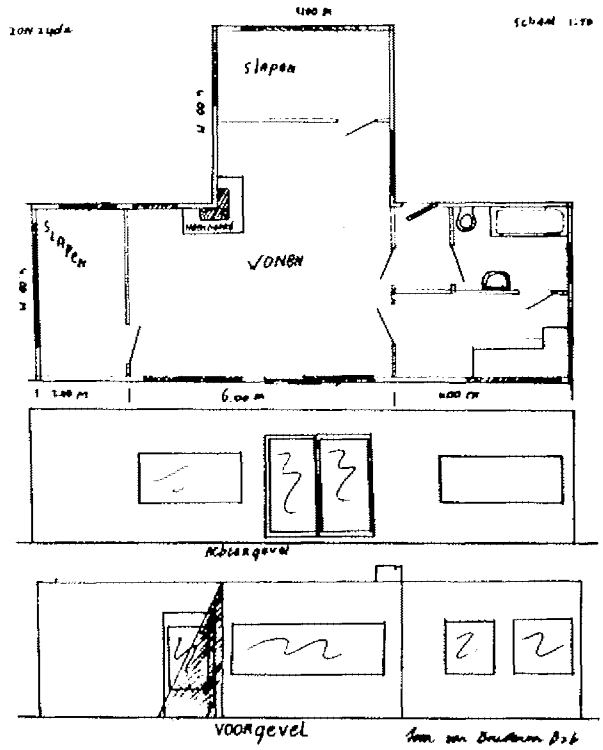
Dakdekkerswerk: ƒ2856,–

Glaswerk: ƒ139,–

Stelposten: ƒ 7300,–

TOTAAL ƒ27035,50

De afdeling bouw- en woningtoezicht gaat niet akkoord met de indeling van het huis. Er moet een nieuwe indeling gemaakt worden (met de daarbij behorende geveltekeningen).



Ruimtelijk inzicht, het schaalbegrip en de eigen kreativiteit, spelen bij het oplossen van de gerezen problemen een hoofdrol.

Er is een kavel gekocht en het nieuwe bestek is in orde bevonden.

KAVEL E

In overleg met de architekt heeft de familie Lewieks besloten om op het stuk grond twee vakantiebungalows te laten bouwen. Bij het bouwen van deze twee huizen moet er rekening gehouden worden met de zogenaamde rooilijn. Door het aangeven van deze lijn zorgt de gemeente elnes er voor dat er niet te kort bij de weg gebouwd wordt. Bij deze kavel heeft de rooilijn een afstand van zes meter tot het midden van de weg.

▶ Teken de rooilijn die de gemeente elnes heeft aangegeven, voor zover deze loopt over kavel *e*.

▶ Welke voordelen zijn er als de twee huizen aan elkaar gebouwd worden?
Welke nadelen heeft dit aan elkaar bouwen?

▶ Waar zouden jullie deze twee huizen op kavel *e* laten bouwen?
Teken op die plaatsen een plattegrond van belvia.
Verdeel kavel *e* daarna in twee stukken, zó dat bij elk huis ongeveer evenveel grond hoort.

▶ Bereken zo nauwkeurig mogelijk de oppervlakte van deze twee stukken.

▶ Welke indeling zouden jullie deze twee vakantiehuisjes geven?
Geef die indeling aan in de plattegronden.

Evenwijdige lijnen, oppervlaktebepalingen en de resultaten van een vorige opdracht, leveren bijdragen tot een antwoord.

vierkubushuisjes

Als voorbereiding op het tema, in het bizonder op het lezen van de bestektekening, worden vierkubushuisjes gebouwd (door vier even grote kubussen precies op of naast elkaar te stapelen).

Nadat alle ècht verschillende – wat betekent dat? – vierkubushuisjes gevonden en in woorden of met een tekening beschreven zijn, wordt de aandacht speciaal gericht op het *T*-huisje ( ).

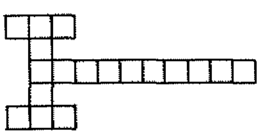
Hiervan worden de aanzichttekeningen gemaakt – welke vierkubushuisjes hebben precies dezelfde aanzichttekeningen? – en wordt uit een vel karton, waarop een rooster is afgedrukt, een bouwplaatje van dit *T*-huisje geknipt.

Binnen één klas worden hierbij vaak oplossingen van zeer verschillende nivo's gevonden, zoals bijvoorbeeld in een tweede klas lhno in udenhout.

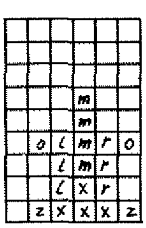
.... Sjanny knipte zo op het oog een figuur uit, vouwde deze en zag dat het niet klopte. Zij knipte een paar vierkantjes weg, plakte er met plakband een paar andere aan en vouwde opnieuw. Zo verder gaand kwam ze tot de oplossing. ....

.... Riekie knipte de hieronder afgebeelde figuur uit en vouwde die. Het was fout. Ze gaf met pijltjes aan waar nog vierkantjes ontbraken. Ze plakte die eraan en had de oplossing gevonden. ....

.... Joke vond de volgende oplossing, waarvan ze meteen wist dat hij goed was. ....



.... Els en maya pakten een vel roosterpapier voor zich en legden vier kubusjes op de vierkanten waar een kruisje in staat (zie hieronder).



Zij redeneerden vervolgens: voor de rechterzijkant hebben we vier vierkantjes (*r*) nodig, voor het middengedeelte zes (*m*), en voor het linkerdeel weer vier (*l*).
Voor de zijkanten hebben we daar nog deze twee vierkantjes nodig (*z*) en op die plaats nog twee (*o*). Tenslotte knipten zij hun bouwplaatje uit, maar helaas, de laatste twee zijkanten zaten op een verkeerde plaats. ....

oppervlakte

De resultaten van de oppervlaktebepalingen van de vijf gegeven kavels, geven volop aanleiding om in te gaan op het nauwkeurigheidsaspekt bij deze metingen, evenals de rol van uitschieters, de betekenis van het gemiddelde van een aantal metingen, enz.

Ter illustratie geven we een gedeelte van een lesverslag weer:

.... Op het bord staat:

	kavel				
groep	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
1	46½	49	41	53½	44½
2	46	49	45	50	44½
3	46	49	46	53½	45
4	47	49	44½	52½	45
5	47½	49	45	53	40
6	47	49	44	51½	45

'Wat valt je bij kavel *c* op?
'Er is hier een verschil van vijf hokjes.'
'Hoeveel is dat in werkelijkheid en hoeveel kost dat ongeveer?'
'80 m^2 (eerder is vrij uitvoerig ingegaan op het schaalprobleem), in prijs is dat ongeveer *f* 1600,–. Groep 1 heeft waarschijnlijk bij die moeilijke rand een fout gemaakt.' ....

.... Bij kavel *d* waar de verschillen niet zo groot zijn, wil janet – groep 2 – weten welke groep er nu eigenlijk gelijk heeft. Besloten wordt het gemiddelde te gaan berekenen: $52\frac{1}{3}$ cm^2. ....

.... 'Maar meneer, zo vind je niet het precieze antwoord, je mag niet zeggen dat de oppervlakte $52\frac{1}{3}$ cm^2 is.'
'Inderdaad, dat hoeft niet, maar waarschijnlijk ligt het er wel dichtbij.'
'Dan zal ons antwoord wel fout zijn.'
'Hoe zou je eigenlijk nauwkeuriger kunnen werken?'
'Met kleinere ruitjes, maar dat is veel meer werk en dan heb je dus meer kans dat je fouten maakt.'
'Maar in het echt, bijvoorbeeld bij ruilverkavelingen, moet je wel precies zijn.'
'Hoe kun je dat bereiken?'
'Door met z'n tweeën zo'n kavel op te meten, of iedereen in de groep, en daarna de antwoorden vergelijken.'
'Het is inderdaad belangrijk dat je elkaar kon-

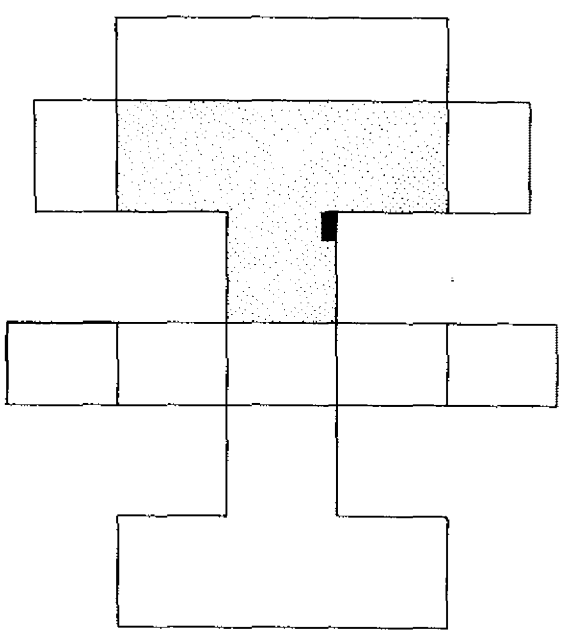
troleert. Hebben jullie dat gedaan en hoe hebben jullie gewerkt?' ....

Hierop volgde een diskussie over het werken in groepen, in het bizonder over het verdelen van taken en het inbouwen van kontrolemogelijkheden.

echte bouwplaat

Van de hierbij – in werkelijkheid op karton – afgebeelde tekening, wordt een echte bouwplaat van belvia gemaakt: eerst worden de ramen en deuren op schaal ingetekend en worden de plakrandjes aangegeven. Daarna wordt het bouwplaatje uitgeknipt en in elkaar geplakt. Voor sommige leerlingen is deze opdracht te kompleks. De opdracht kan aanzienlijk vereenvoudigd worden, door de gevels te laten knippen uit de bestektekening en op de juiste plaats te laten inplakken.

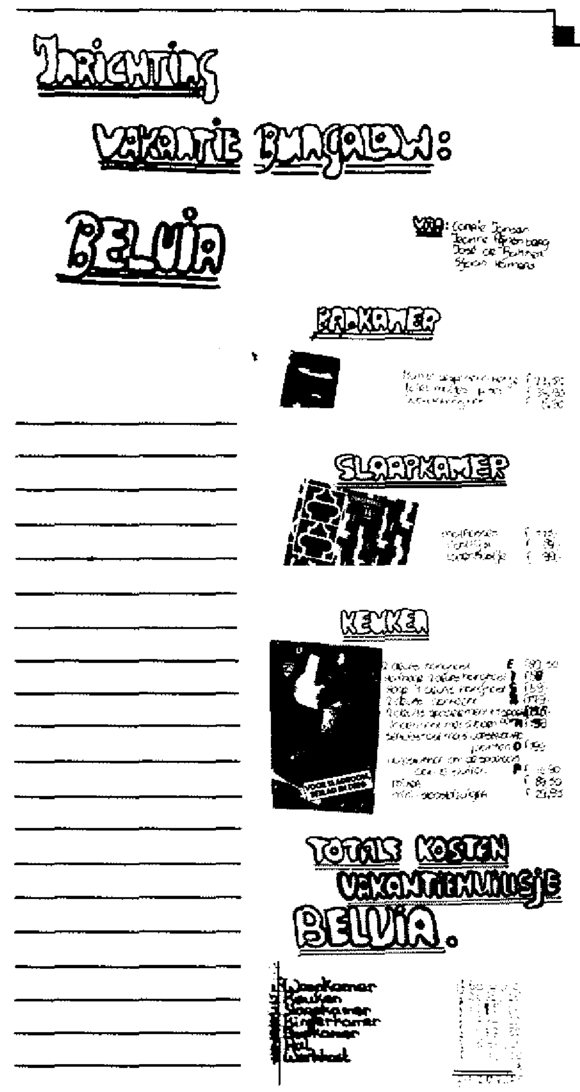
De essentie van de opdracht – het op de juiste plaats weergeven van de gevels in de bouwplaat, voordat deze is uitgeknipt – blijft zo toch behouden.



Een andere mogelijkheid om aan te sluiten bij de belangstelling en het nivo van de leerlingen, doet zich voor bij het maken van een nieuwe indeling van het zomerhuisje. Dit probleem kan in eerste instantie zelfs teruggebracht worden tot het leggen van een puzzel van zes stukjes (de zes vertrekken van het huisje).

Bij het maken van de begroting kunnen we rekening houden met de speciale interesse van de leerlingen. Meisjes zijn wellicht meer geïnteresseerd in een begroting van de woninginrichting, terwijl jongens meer belang stellen in de bouw van de bungalow zelf. Wiskundig gezien, maakt het natuurlijk niet zo erg veel uit of berekend wordt hoeveel glas er in een raam zit, dan wel hoeveel gordijnstof er voor dat raam nodig is.

Van het inrichten van zo'n vakantiehuisje maakten vier meisjes van een huishoudschool een kompleet werkstuk. De hieronder afgebeelde kollage geeft daarvan een beeld.



toepassing en startpunt

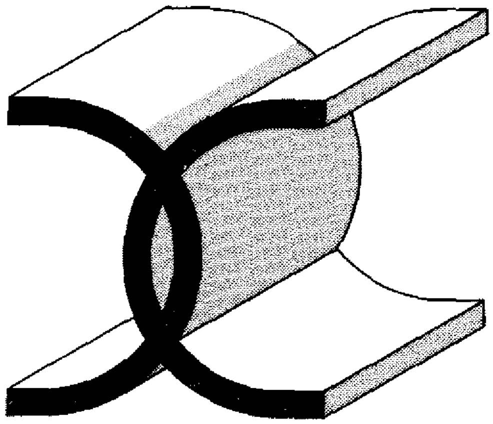
In het meetkundeprojekt belvia zullen de leerlingen, voornamelijk nog impliciet, een aantal belangrijke zaken uit de wiskunde ervaren. Ruimtelijke oriëntatie, oppervlakte en inhoud, schaal en projekties, zijn daar voorbeelden van. Ook wordt er een aantal keren – in een reële kontekst! – gerekend en wordt er aandacht besteed aan het vinden van telstrategieën.

Het leerlingenmateriaal wordt in de vorm van een tema aangeboden. Dit heeft tot gevolg dat er geen duidelijke wiskundelijn in te ontdekken is. Het pakket is geschreven om een aantal zaken uit het voorafgaande wiskundeonderwijs nog eens toe te passen – de bouwplaten zijn daar een voorbeeld van – en biedt tevens een serie aanzetten naar onderwerpen die later, wellicht voor een kleinere groep, aanleiding geven tot een diepgaander matematische bespreking (denk bijvoorbeeld aan de oppervlakterekening en de stereometrie).

ervaringen en bestelwijze
Tot nu toe is belvia in een drietal ronden uitgeprobeerd. In totaal betrof dat twee gymnasium-, acht havo/vwo-, twee mavo- en vijf lbo-tweede klassen.
De ervaringen zijn, zeker bij docenten die tevoren goed op de hoogte zijn gesteld van doelstellingen, wijze van aanbieding, en dergelijke, over het algemeen positief.
Deze begeleiding zal in het vervolg via de docentenhandleiding moeten gebeuren. Deze handleiding wordt momenteel door een drietal docenten uitgeprobeerd.
Voor ons staat vast dat dit stuk leerstof bruikbaar is voor de diverse kategorieën scholen die wij hierboven noemden. Wij zijn benieuwd hoe dit stuk onderwijs in een echt heterogene groep zal vallen.

Belangstellenden kunnen één presenteksemplaar van belvia aanvragen. Bij bestellingen ten behoeve van gebruik in de klas wordt *f* 2,50 per eksemplaar (inklusief verzendkosten, transparantpapier, antwoordblad en per bestelling één docentenhandleiding) in rekening gebracht.
Aanvragen en bestellingen kunt u richten aan *iowo*, t.a.v. Ellen Hanepen, tiberdreef 4, utrecht.

opleiding



HET GEVAL HARRY

In oktober j.l. kwamen 80 docenten wiskunde & didaktiek aan pedagogische akademies traditiegetrouw een drietal dagen in egmond bijeen.
Het centrale tema van deze konferentie was de praktische oefening — de stage — van de studenten in de onderwijzersopleiding. Een gezamenlijke doordenking van dit tema vond een startpunt in een dag praktisch werken van de deelnemende docenten met gorkumse studenten.
De kinderen — noodzakelijk 'oefenterrein' voor de studenten — werden voor het praktische werk tijdens deze konferentie verkregen, dankzij de entoesiaste medewerking van hoofd en personeel van de egmondse St. Jozefschool.
De totale aktiviteit van het werken van docenten met hun student en van deze student met zijn kinderen, werd door docenten en student zelf beschreven in de vorm van een 'case-study'. Fragmenten uit één van deze case-studies — het geval Harry — worden u hierbij ter verdere overdenking aangeboden.

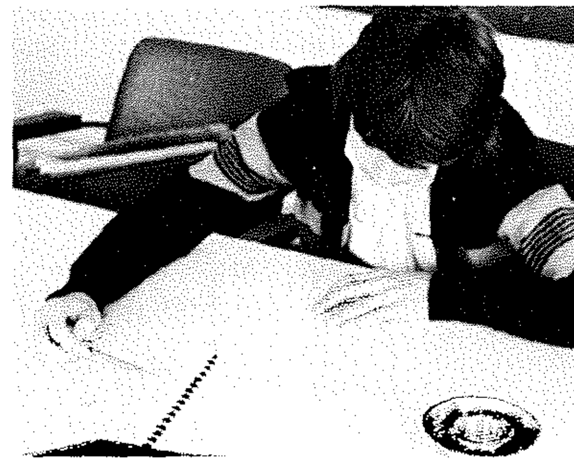
FRED GOFFREE
HUUB JANSEN

► **WIJ STELLEN ONS VOOR (1)**

Harry Bijl: 'Mijn leeftijd is 19 jaar. Momenteel zit ik in klas 2*a* van de pedagogische akademie. Voor ik op deze akademie kwam, heb ik het atheneumdiploma behaald met in mijn eksamenpakket de vakken nederlands, engels, frans, biologie, geschiedenis, natuurkunde en wiskunde.
Mijn *beroepskeuze* is medebepaald door mijn eigen lagere schoolperiode. Ik heb vooral in de zesde klas een goede onderwijzer gehad, tenminste in mijn ogen. Het leek mij toen al erg leuk om later een eigen klas te hebben en daarin een leuke sfeer op te bouwen, waarin het ook plezierig werken zou zijn voor de leerlingen zelf. Nu zie ik wel, dat dit lang niet altijd te doen is. Je zou de kinderen wat al teveel aan je binden.
Het stond na het behalen van mijn diploma niet als een paal boven water dat ik de pedagogische akademie zou gaan volgen; het was één van de mogelijkheden. Voor mijzelf weet ik, dat ik nog niet geheel aan een definitieve beroepskeuze toe ben. Na de akademie ga ik waarschijnlijk verder studeren.
Ik heb onder andere de volgende hobbies: voetballen, lezen, fotograferen, ...

Ik geloof, dat ik voor het *beroep* van onderwijzer de meeste steun heb aan het feit, dat ik me eigenlijk overal voor interesseer. Dit brengt met zich mee, dat ik van allerlei zaken wel wat afweet. Ik heb ook ontdekt, dat ik bepaalde eigenschappen ter bevordering van de uitoefening van het onderwijzerschap (nog) niet heb. Welke eigenschappen dit zijn, kan ik moeilijk achterhalen. Orde houden wil ook weleens moeilijkheden opleveren, maar ik geloof dat dat wel te overwinnen is.
Het werken met kinderen uit de hogere klassen vind ik het leukst, maar met de lagere klassen kan ik ook goed opschieten. Wat ik het leukst vind van de hogere klassen is, dat je veel beter over mondiale en andere problemen kunt praten. Ook is de leerstof veel interessanter, vooral omdat je een onderwerp dieper kunt uitspitten. Het leukst om te geven vind ik: aardrijkskunde, biologie, geschiedenis, godsdienst.

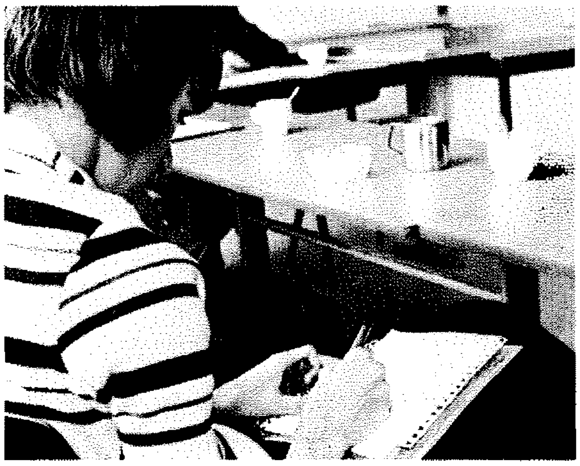
Van mijn *mentor* heb ik vorig jaar veel geleerd, onder andere hoe je op bepaalde reakties moet reageren. Voor mij is een ideale mentor iemand, die je met raad en daad bijstaat als je moeilijkheden hebt. Ook moet hij in sommige gevallen met suggesties komen als je er zelf niet op kunt komen. Beter is in zo'n geval een gezamenlijk overleg, waaruit bepaalde ideeën



naar voren komen; liefst vanuit de student zelf.

Een mentor moet zelf ook terdege op de hoogte zijn van de nieuwere opvattingen ten aanzien van het onderwijs en bereid zijn om deze nieuwe ideeën over te nemen. Verder vind ik, dat een mentor zelf goede lessen moet voordoen, en ook vertellen moet waarom hij het zo doet en vragen aan de student of die het anders gedaan zou hebben. Dan moet hij ook bereid zijn om kritiek van de student aan te horen. Dat wil niet zeggen, dat de student de mentor moet afkraken, maar door kritisch te kunnen zijn ten opzichte van je mentor, leert een student veel ten aanzien van het lesgeven. Je leert bij het lesgeven aan een klein groepje kinderen veel meer over de gedachtengang van een kind. Het kontakt met de kinderen is dan ook veel beter. Uit deze gesprekjes bleek bijvoorbeeld, dat de leerlingen uit de eerste klas veel meer weten en veel meer aankunnen dan ik gedacht had.

Volgens mij is een echte *docent* van een pedagogische akademie iemand bij wie je altijd voor problemen of bijstand terecht kunt. Ook moeten zijn lessen voor veel steun zorgen in de praktijk. Ook moet deze docent op de hoogte zijn van allerlei aktiviteiten van andere vakken. De leerstof op de akademie vind ik gemakkelijk. Ik ben vooral geïnteresseerd in aardrijkskunde, biologie, pedagogiek, psychologie, ... Wat de praktijk betreft, heb ik het meest aan didaktiek, die bij ons naar mijn idee goed gebracht wordt. Het belangrijkste wat ik op de akademie geleerd heb, is misschien wel het feit dat je bijna alle vakken leuk kunt brengen voor de kinderen als je als leerkracht voldoende bereid bent je in te zetten. Want wil je het werkelijk goed doen, dan heb je na schooltijd ook zeer veel tijd nodig voor voorbereiding en evaluatie. Nu, dit zie je lang niet altijd bij een onderwijzer. Ik vind dan ook,



dat roetine in het lesgeven vele gevaren kan opleveren.
Ik vind, dat er op de akademie veel meer aandacht besteed moet worden aan bijvoorbeeld politiek, wereldproblemen, ekskursies.
Eén van de interessante vakken is wel *wiskobas*. Bij dit vak kreeg ik ook veel steun bij het observeren van een leerling als individu. Dat wil niet zeggen, dat ik dit nu kan. Ook vind ik het fijn om te weten, hoe men iets op een leuke manier en duidelijk bij de leerlingen aan kan leren. Volgens mij gaat het er bij dit vak om, dat je alle problemen durft aan te pakken. Je begint eenvoudig en bouwt dit langzaam uit. Ook lijkt het mij belangrijk, dat de leerlingen beseffen wàt ze aan het doen zijn en waaròm. Ik herinner mij vele gesprekken met kinderen, maar ik vind het moeilijk om te zeggen, dat ze nu dit of dat geleerd hebben. Je weet wel iets op het oog, maar ik vind het vaak moeilijk om dit te omschrijven. Je komt vaak met z'n allen wel uit een probleem, maar dat wil nog niet zeggen, dat alle leerlingen er iets aantoonbaars van geleerd hebben.
De fout die ik nogal eens maak, is dat ik de leerlingen vaak te snel een antwoord wil laten geven, terwijl de nadruk moet liggen op de manier waarop.'

Wytze Groen (doktoraal wiskunde): 'Pedagogische akademie Jan van Nassau te utrecht. Woont in amersfoort. Geen basisschoolervaring als leerkracht. Dat gaf wel moeilijkheden. De pedagogiekdocent begeleidde in het begin. Wiskobas heeft veel goede ideeën, maar de basisscholen huiveren. Op de pedagogische akademie moet je wel wat anders laten horen. De studenten zien in de praktijk geen wiskobas. Doet alleen 'Land van acht', 'Grafieken' en 'Meten en benaderen'. Geen stage-opdrachten hierover (scholen in de binnenstad: negen verschillende nationaliteiten). Wel groepswerk gegeven op de akademie. Medewerking van mentoren, maar vaak onbekend. Op Jenaplanschool wel mogelijkheid tot geven van groepswerk door studenten. Zes leerschooluren en twaalf klassen. Stagebegeleiding in teams. Soms lessen in andere vakken beoordelen.'

van links naar rechts: Theo den Heijer, Herman Heidenrijk, Wytze Groen (Jan Grootbuis is op dit moment fotograaf en niet zichtbaar)

Theo den Heijer (wiskunde *mo-b*): 'Een jaar basisschool. Zes jaar partikuliere lespraktijk. 20 uur per week. Zelfs franse grammatika. Veel geleerd. 15 jaar op de pedagogische akademie (dezelfde). Echte eerste baantje. Ik geef geen stage-opdrachten wegens de vele weerstanden vanuit de basisschool. Probeer wel de studenten te motiveren tot wiskobasaktiviteiten. Wiskobas is te weinig bekend. In hilversum één pilotschool. Mijn programma op de akademie is een mengsel van eigen kreatie. Tot de herfstvakantie is het een mengsel van talstelsels, land van acht, etc. In de eerste klas grafieken en verzamelingen. In de tweede klas eigen vaardigheid in het maken van basisschoolsommen, didaktiek, meten, breuken en aanvankelijk voorbereidend rekenen. Dan nog ca vier maanden te vullen, titel: rekenkunde in het perspektief van de basisschool.
17 doceeruren, vijf bezoekuren, één taakuur, drie uur wiskunde lo. Bezoek in principe alle studenten.'

Herman Heidenrijk (wiskunde *mo-k5*): 'Onderwijzer. Drie jaar ervaring basisschool. Twee jaar mulo en zeven jaar vhmo-ervaring in nederland. In antillen negen jaar als waarnemend rektor van een scholengemeenschap, waarbij lessen in vwo-havo-kweekschool, lo-wiskunde, mo-a en heroriëntering mavodocenten (soms 62 uur per week). Nu in maastricht, als adjunkt-direkteur. Vanaf 1969 met materiaal van wiskobas gewerkt. Wiskobas nu in stage-opdrachten. Onderwijzers hebben moeilijkheden met rechtstreekse introduktie van wiskobas. Mentoren bepalen opdrachten die ik vul met wiskobasmateriaal: incidentele opdrachten. Drie eerste klassen en drie tweede klassen en twee derde klassen. In de eerste klas van de akademie worden de studenten in het eerste halfjaar naar kleuterscholen gezonden. Opdracht: spelen met kinderen. Ontdek wat kinderen weten van ... Kleuterscholen zijn zeer entoesiast. Verder in de eerste klas van de akademie: tellen. Daarna grafieken en verzamelingen (eigen vaardigheid wordt niet uit het oog verloren). Het tweede jaar wordt samen met de studenten geregeld. Studenten dragen stof aan. Begeleiding: elf effektieve uren.'

Jan Groothuis (wiskunde *mo-b*): 'Onderwijzer. Ervaring vglo vier jaar, lts zeven jaar, ervaring pedagogische akademie dertien jaar. Nu vijf eerste klassen en vier tweede klassen en specialisten, samen 20 doceeruren, restant zes begeleidingsuren. Per week worden vijf tot zes studenten op afspraak bezocht. De oefenschool geeft de opdrachten in het kader van haar werkplan. Incidenteel wordt wiskobas erbij gehaald. Soms worden bij opdrachten wiskobasideeën verwerkt. Een handikap in de begeleiding zijn de grote afstanden, die moeten worden afgelegd. Het probleem met het grote aantal studenten is de kontrole en evaluatie van de te geven en gegeven lessen. Zo kwam ik laatst op een school deze fout tegen:
$11 + 11 = 1111$ of $4 \rightarrow 555 + 55 = 5$!!
Voor mij een aanleiding om in de les op de akademie kritisch-didaktisch bezig te zijn.'

▶ VERTREKPUNTEN (2)

Na de kennismaking worden *vertrekpunten voor een praktische oefening* uitgedeeld. We nemen – ter verduidelijking van dit 'geval' – een gedeelte uit de bijbehorende inleiding over:

'De praktijk van het wiskundeonderwijs stelt nogal wat eisen aan de leerkracht. In ons geval – egmond '76 – gaat het om het onderwijzen van een student aan een groepje kinderen (drie à vier), uit onder-, midden- of bovenbouw. We denken dat het voor de student mogelijk is om deze leerlingen in korte tijd *persoonlijk* te benaderen, zodat er een echt gesprek (tweerichtingsverkeer) over wiskunde kan plaatsvinden. De bedoelingen van dit gesprek zijn – algemeen gesproken – duidelijk: de kinderen leren iets van wiskunde, de studenten leren iets van de kinderen in verband met hun wiskundige aktiviteiten.

Met de hier gekozen 'vertrekpunten' is een middel gegeven om deze bedoelingen – voor de student en voor zijn leerlingen – een nadere vulling te geven. Wat nog ontbreekt, is een duidelijke opdracht voor de student en suggesties voor een nadere uitwerking hiervan. Wellicht is het ook wenselijk iets over de wiskundige inhoud te zeggen, of misschien ervaringen te vermelden met soortgelijke stof.

Een nadere bestudering van de vertrekpunten maakt duidelijk, dat diverse instappen mogelijk zijn.

Voor de docent aan de akademie blijft nu:
– gegeven: deze tweedejaarsstudent en deze vertrekpunten;
– gevraagd: een individuele begeleiding van deze student bij zijn praktische oefening (met doordenking vòòraf, een observatie tijdens en een reflektie op het gebeuren én zichzelf àchteraf).'

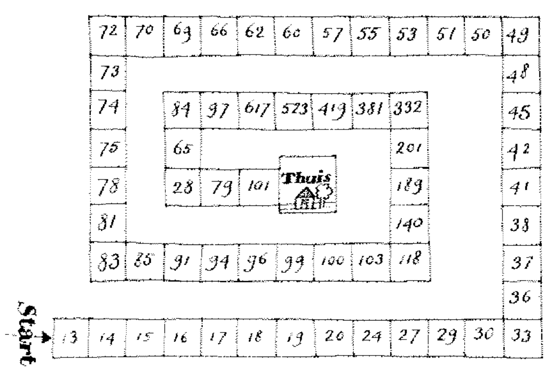
welk vertrekpunt?

Op de kennismakingsavond hebben we de student de diverse opdrachten laten zien. Hij heeft voorkeur uitgesproken voor een viertal opdrachten.
Uiteindelijk valt de keuze op de volgende opdracht:

'*spel met resten*

Hieronder zie je het speelveld voor dit spel, dat gespeeld wordt met twee, drie of vier spelers. Elke speler heeft een eigen fiche (knoop of iets dergelijks). Elke speler begint op 13 en probeert zo snel mogelijk *thuis* te komen.

Om beurten gooien met een (zelfgemaakte) dobbelsteen met erop de getallen: 2, 3, 5, 6, 9, 10.



Speler *a* gooit (bijvoorbeeld) 5. Hij mag drie plaatsen vooruit, want 13 : 5 = 2 rest 3. Dan de volgende spelers.

Onderweg komen 'als vanzelf' problemen naar voren, zoals:
▶ Ik sta op 19; wat is nu de beste worp?
▶ Kun je zonder de deling uit te voeren, weten wat de rest is bij 189 : 5?

Na een paar worpen worden ekstra eisen gesteld. Een speler moet steeds uit het hoofd 'zijn' rest kunnen vertellen.

Een andere speler, die een verkeerd antwoord ont-

dekt, mag het juiste aantal plaatsen ekstra vooruit. De speler die de fout maakt, moet eventueel achteruit.
Zijn er leerlingen, die handige maniertjes ontdekken om de resten te vinden?
Natuurlijk kun je makkelijke en moeilijke speelvelden maken. Tevoren moet je dan wel te weten komen wat voor de kinderen gemakkelijk en moeilijk is.
Prettige wedstrijd!'

▶ **DE STAGE-OPDRACHT (3)**

'De stage-opdracht moet nu nog geformuleerd worden voor de student. Ook dit gesprek verloopt niet zo soepel. Achteraf realiseert men zich enkele oorzaken van blokkeringen. Met name het feit dat de één vooral basisschool-gericht denkt en de ander meer student-gericht, wordt hiermee in verband gebracht.'

Eén van de individuele reflekties op deze aktiviteiten:

'– Het heeft m.i. veel (te veel?) tijd gekost om tot de keuze van de opdracht te komen.
– Wij hebben moeten leren met elkaar daarover te spreken en tot één lijn te komen.
– Wij hebben verzuimd zèlf het spel te spelen om allerlei wiskundige inhouden te ontdekken.
– Ik vind dat Harry Bijl te weinig kans heeft gekregen om van ons te ervaren, hoe deze taak het beste te realiseren is. Zijn vraag over 'instap' bleef in wezen onbeantwoord!
– In wezen hadden wij door tijdgebrek (c.q. verkeerde tijdsindeling) geen duidelijk omschreven opdracht geformuleerd. Jammer!
– Wel heb ik geleerd, dat het zeer zinnig is met studenten te bespreken welk soort vragen er gesteld kunnen worden.'

Tenslotte formuleert men de stage-opdracht aldus (op papier):

'Voor de student:
– probeer met divergente vragen het spel te introduceren;
– leer aandacht te verdelen over twee groepen;
– leer een moeilijk spel te vereenvoudigen;
– leer doelstellingen naar de leerlingen toe te formuleren;
– ontdek de matematische inhoud van het spel.

Voor de basisschoolleerling:
– rekonstruktie van het spel;
– vereenvoudiging van het spel;
– aspekten en spelregels (+, –, x, :);
– als het delen met rest er uitkomt, struktuur aanbrengen in de getallen van het spel.'

▶ **VOORBEREIDING (4)**

'Herman neemt de taak op zich om deze stage-opdracht bij Harry in te leiden. Daarbij is het de bedoeling dat samen met Harry de les wordt voorbereid.
In eerste instantie wordt het spel geïntroduceerd. Harry krijgt de gelegenheid om de tekst door te lezen en het spel daarna met Herman te spelen. Hierbij doet Harry spontaan allerlei wiskundige ontdekkingen. Zou dat aan zijn wiskundige achtergrond liggen? Het valt op dat Herman in deze eerste fase sterk gerìchte vragen stelt.
Harry vindt de term 'putgetal' uit voor 270 (dit getal is namelijk deelbaar door 2, 3, 5, 6, 9 en 10). De vraag naar een mogelijk kleiner putgetal levert voor Harry geen enkel probleem op: 90. Vooruitdenkend aan de basisschool, zegt hij eveneens te vermoeden dat de kinderen dit ook wel zelf kunnen vinden.
Op verzoek van Herman worden de problemen die dit spel kan opleveren, geïnventariseerd. Dan komt de opdracht. Herman geeft een 'kollege' over de soorten vragen die er zijn: kognitieve, konvergente, divergente en evaluatieve vragen. Harry moet proberen zoveel mogelijk divergente vragen te stellen.
Bovendien wordt het spel gespeeld door twee onafhankelijke groepjes, zodat hij moet trachten zijn aandacht te verdelen.
Harry komt met zijn eerste probleem naar voren:
▶ Hoe kan ik mijn introduktie met divergente vragen beginnen?
Een suggestie: vraag bijvoorbeeld of ze wel eens eerder zo'n spel gespeeld hebben.
Men twijfelde aan de geschiktheid van deze suggestie. Harry probeert dan: ik kan proberen de leerlingen met spelmogelijkheden te laten komen; ze kunnen zèlf spelregels opstellen.
Herman vindt dat het spel dan vereenvoudigd moet worden. Harry grapt: we maken het bord kleiner. Herman richt de aandacht op de dobbelsteen: laten we ons bepalen tot 2, 5 en 10.
De gespreksstof en de denkstof voor de kinderen ligt er nu. Harry moet nu gaan nadenken over de doelstellingen. Wat denk je te bereiken voor de klas? Hij wijst op het onderscheiden van 'gunstige' en 'ongunstige' worpen. Herman dringt aan op grotere konkretisering. De tijd is echter wat kort voor een dergelijke doordenking. De matematische analyse van het spel is vrij scherp te maken; men neemt evenwel genoegen met: delen in een konkrete situatie. Als Harry vragen stelt over de manier van organisatie, blijven antwoorden achterwege.'

De drie kollega's hebben de voorgaande introduktie- en begeleidingsaktiviteit weliswaar stilzwijgend, maar geenszins passief meebeleefd. Een enkele kritische aantekening uit hun logboek:

'Ik vind dat Herman zich bij de aanbieding van de opdracht iets te veel als schoolmeester opstelde. Zijn vragen waren zò doelgericht, dat het 'goede' antwoord wel moest komen, zodat Harry zèlf geen kans (of te weinig) kreeg zich tijdens het gesprek te ontplooien. Ik geloof trouwens dat je, als je zo met iemand bezig bent, je niet steeds bewust kunt zijn van wat je doet.'

Nu krijgt Harry even – kort – de tijd om zich individueel voor te bereiden op het gesprekje, dat na de lunch met de vier zesdeklassertjes gevoerd zal worden.

▶ HET GESPREK MET CONNIE, HENK, MARIJKE EN PETER (5)

'13.45: spel lijkt op ganzenbord; uitdelen materiaal; spelen in twee groepjes; spelen alleen met gewone dobbelsteen en zonder regels;
wat zie je aan het spel? volgorde niet goed; er ontbreken een paar getallen; zou daar iets mee bedoeld zijn? overnieuw spelen; 13 + 3 = 16; 20 + 5, maar 25 is er niet; beurt overslaan;

13.55: mentor grijpt in met vraag: vinden jullie dit spel moeilijk? Harry heeft nog geen mogelijkheid gevonden naar het eigenlijke spel te komen; optellen gaat niet, maar op delen komen ze niet;

13.58: Harry: het heeft iets met delen te maken; kun je 10 door 5 delen? zou je daar iets mee kunnen doen?

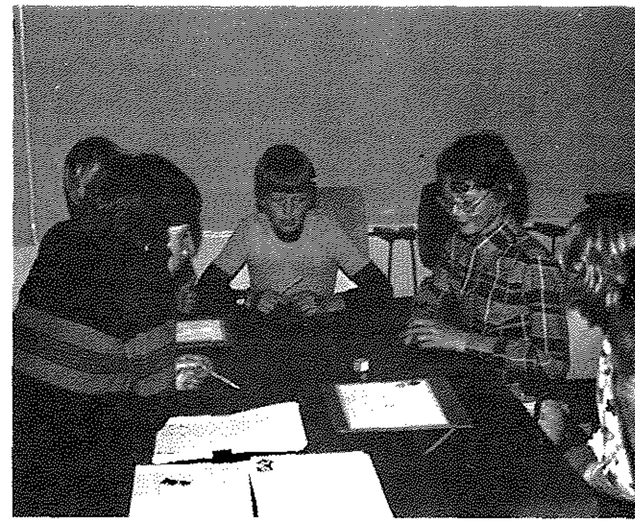
13.59: je mag drie vooruit: 13 : 5, 3 over; mentor blijft als opperschoolmeester bij de les betrokken;

14.01: volgens de nieuwe regels het spel spelen; geen rest, dan mag niet vooruit, ontdekken ze; kinderen vinden het leuk en kunnen het ook;

14.04: je moet steeds delen; zou het ook eenvoudiger kunnen? introduktie dobbelsteen met 2, 3, 5; is het nu makkelijker? je hoeft maar drie tafels te kennen; nu zò spelen; nu is het weer niet leuk; Marijke komt niet meer vooruit: 20; oh, ja toch bij 3 nog wel; bij welke getallen kun je niet verder? Harry zegt: 30; Peter kan zeggen: 30 = 2 x 15 = 10 x 3 = 6 x 5; bij 20 zit je een beetje in de put; bij 30 helemaal; nog meer putten? 50 ... nee; 60 is een put; nog niet alle putten staan erop, bijvoorbeeld 330; putten worden in het spel gekleurd, dat vind ik niet handig; waarom is 20 een 'beetje put'?

14.17: zijn er getallen waarbij je nooit in de put komt? (9, 19); de kinderen schrijven de getallen op; bij 20 zit je moeilijker dan bij 14; 14 is nog een kleiner putje dan 20;

14.22: $\frac{13}{0}$, $\frac{14}{2}$, $\frac{15}{3.5}$, is geen logische notatie, want met nul bedoel je geen deler en met 3.5 wel;
19 kun je niet door andere cijfers delen; 49 wel, maar 7 staat niet op de dobbelsteen;



14.35: getallen opschrijven waarmee je nooit vooruit komt: 30, 60; altijd vooruit, allemaal opschrijven;

14.37: wat heb je hier nu aan?

14.42: Herman grijpt weer in; dat is nogal vervelend vind ik, of zou ik vinden als ik Harry was.'

▶ UIT DE LOGBOEKNOTITIES DER DOCENTEN (6)

'De les verliep goed. De leerlingen plaatsten vaak goede opmerkingen, waar helaas niet altijd op ingegaan werd. Als het tempo zakte of als het saai werd, pakte Harry de draad weer goed op, nam de leiding even in handen, waardoor het tempo weer terugkwam.
Ook Heidenrijk heeft drie keer, op juiste momenten, goed ingegrepen om de kinderen op het goede spoor (terug) te brengen. Verder kon de begeleider op de achtergrond blijven en de les in de gaten houden.
De kinderen ontwikkelden samen met Harry tijdens de les een wiskundetaal voor dit spel. De lezer zal wel nieuwsgierig zijn naar deze taal. Dit volgt hier:
een putgetal: een getal dat bij deling door een gegooid getal (2, 3 of 5) geen rest oplevert; de speler kan dus nooit meer vooruit, als hij op 30, 60, 90, ... komt;
een mini-putgetal: een getal dat één keer een rest oplevert;
een beetje putgetal: een getal dat twee keer een rest oplevert;
een altijd-vooruit-getal: een getal dat drie keer een rest oplevert, bijvoorbeeld bij deze dobbelsteen (2, 2, 3, 3, 5, 5) en dit bord zijn 13, 17, 19, 29, 37, 41, 49, 53, 73, ... altijd-vooruit-getallen.'

Terugziend op het totaal:
'Ondanks het feit dat het geheel van tevoren erg

ongestruktureerd was, hebben we na afloop met genoegen kunnen konstateren, dat de resultaten van de les en het gesprek bevredigend waren.
Als je met vier mensen in een team wordt samengebracht, word je gedwongen elkaars standpunten te leren kennen en ook elkaars persoonlijke eigenaardigheden. Het neemt dus nogal wat tijd, voordat je konstruktief bezig kunt zijn.'

▶ **LOGBOEK (7)**

Tenslotte laten we Harry aan het woord. Na afloop schreef hij in zijn logboek:

'Na 't overdenken van het ganzenbord bleek overduidelijk: *je hebt de kinderen gewoonweg nòdig.* Er rijzen bij het overdenken en het zèlf spelen zoveel vragen en problemen, waarover je alleen kunt spekuleren: de leerlingen zullen dit, maar ze kunnen ook dat, enz.
Zou een onderwijzer dit 'zomaar' aan een klas geven, dan stuit hij op zeer veel problemen. Het is van tevoren niet of nauwelijks te zeggen of je een vast omlijnd doel zult bereiken. Het doel is namelijk op vele manieren te bereiken èn te missen. Ik bedoel dus, dat 't niet zo'n opdracht uit een traditioneel rekenboek is. Ik had wel last van tijdnood. Niet dat ik er thuis langer over gedaan zou hebben, maar je hebt een paar dagen ter beschikking om erover na te denken.
De inleiding zag ik in 't begin niet zo zitten. Ik vond 't wat vaag. Wat moet je nu preciès aan de leerlingen vragen, of wat moet je ze aanbieden? Om dit met divergente vragen te doen, leek mij nog moeilijker dan met konvergente vragen en opmerkingen. Maar daar staat weer tegenover, dat er bij divergente vragen meer ruimte is voor de belevingswereld van het kind en dus een betere motivatie.'

Na geschreven te hebben over te verwachten problemen en opvangmogelijkheden, vervolgt Harry:

'We namen als cijfers: 2, 3 en 5. Dan is dus het eerste putgetal 30, dat wil zeggen: hier zit je muurvast, omdat je 30 kunt delen door 2, 3 en 5. Dit is door de leerlingen wel te overzien, en je kunt in een kort tijdsbestek de leerlingen zèlf laten ervaren dat 30 zo'n putgetal is. Dan kun je hierop inspringen en vragen:
– waaròm zit je hier vast?
– zijn er meer putgetallen?
Hierna kun je minder erge putten laten signaleren. Dus waar je alleen met een 2 uit kan komen, etc.
Er zijn dus ook getallen waarmee je altijd verder komt. Waarom?
Dat vermenigvuldigen verwacht ik zo: je staat op 13; gooi je 5, dan moet je naar 5 x 13 = 65 (bijna op 't eind). Nu wil het toeval, dat alleen 5 en 6 kunnen, want meer veelvouden van 13, die dus met een dobbelsteen te bereiken zijn, staan niet op 't spel vermeld. Wat doe je dan verder? 't Wordt te ingewikkeld. Hoe kun je dan bijvoorbeeld op 14 komen?
Doordat veel getallen iets gemeenschappelijks hebben, kun je samen met de leerlingen komen tot een ordening in een tabel. Probleem: hoe orden je die getallen? Er zijn namelijk vele mogelijkheden. Wat moet er in die tabel staan?
Het leek me 't beste de tabel zo te kiezen, dat je echt het gevoel hebt, dat je er iets aan hebt, tijdsbesparing bijvoorbeeld, prettiger spelen. Ook dan nog heb je verschillende mogelijkheden. Hierdoor ontstaat enige ruimte voor eigen inbreng van de leerlingen.
We spraken af dat we de vijf leerlingen zouden verdelen in twee groepjes, die allebei het spel spelen. Probleem: je moet je aandacht over twee spelen verdelen en als je bij de ene groep ergens op in wilt springen, dan moet de andere groep ook opletten en meedenken, terwijl die groep er nog niet aan toe is.
Moet je vanuit de tabel op de putgetallen komen

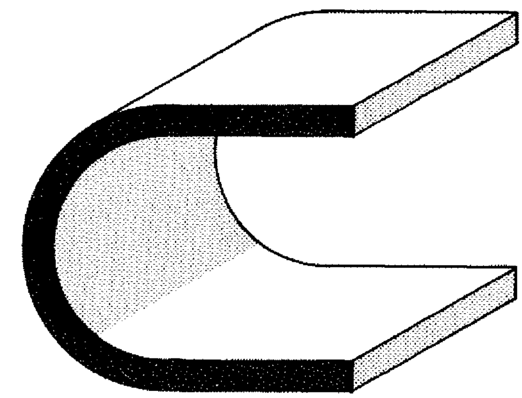
of moet je de putgetallen eerst laten ontdekken en pas later een tabel maken?
Het leek mij 't meest waarschijnlijk, dat je eerst bepaalde getallen ontdekt en dat dan vervolgens de behoefte ontstaat deze te ordenen.
Door het eenvoudig maken van de dobbelsteen, is het makkelijker om het putgetal te ontdekken en dus later een tabel te maken. Kom je goed uit in verband met de tijd, dan kun je de moeilijkste dobbelsteen invoeren waarop dus staat: 2, 3, 5, 6, 9 en 10. Moet je dan weer een nieuwe tabel maken? Lijkt me niet leuk, tijdrovend, herhaling, veel werk. Of moet je gewoon weer gaan kijken waar de moeilijke getallen (zullen) liggen? Dit is een goede evaluatie.
Kunnen de leerlingen van tevoren zeggen waar de put is?
Eventuele slotvragen en opmerkingen kunnen zijn:
- wat moet je nu precies weten om 't te kunnen spelen?
- kun je 't zelf ook maken?
- kun je 't moeilijker maken?'

▶ **NA HET GESPREK (8)**
'Het is me nogal meegevallen. Het liep niet vast, overgangen gingen ook goed.
De leerlingen deden erg goed mee, plaatsten vaak opmerkingen die ik gehoopt had en soms ook onverwachte opmerkingen. Aandacht verdelen over de twee speelvelden viel niet altijd mee, maar 't ging wel.
Vanuit de leerlingen zèlf waren we in staat de verschillende getallen te benoemen, namelijk:
- putgetal: je komt er niet meer uit;
- beetje putgetal: je moet perse één bepaald getal gooien;
- miniput: je kunt twee verschillende getallen gooien om verder te mogen.

Je kunt veel van de leerlingen zelf laten komen, hierdoor stijgt de motivatie. Ook vinden de kinderen het leuk als je bepaalde ideeën en benamingen overneemt.
Op het eind had ik het idee dat het wat verwarrend liep.
Het vereenvoudigen van de dobbelsteen was nuttig. Het was duidelijker voor de leerlingen en het spaarde tijd uit.

Op de pedagogische akademies moeten meer uren ter begeleiding gerealiseerd worden. Of, misschien nog beter, mentoren moeten zodanig worden opgeleid, dat ze hun taak als mentor ook goed vervullen. De omgang met de vier docenten is mij zeer goed bevallen. Goede begeleiding. Vele ideeën van beide zijden!
De omgang was (erg) 'zakelijk' en dat vond ik prettig. Dat wil ook weer niet zeggen, dat je in zulke situaties zakelijk moet blijven.'

dagboek internationaal



EEN WEEK LAHORE (PAKISTAN)

Br. Michael van de Looy (55 jaar) is vanaf 1970 werkzaam in lahore (pakistan) als didaktisch adviseur.
Over de hieraan voorafgaande periode schrijft hij:
'1942: intrede bij de broeders van maastricht;
1943-1964: nederland (scholen in den haag, amersfoort, maastricht);
1964-1965: londen (studie);
1965-1969: sierra leone (docent wiskunde);
1969-1970: dublin (studie).'
In eerdere artikelen hebben de lezers al eens met hem kennisgemaakt.

MICHAEL VAN DE LOOY

maandag, 6 september 1976

Mijn zesjarige *honda* brengt me — met aanvankelijk wat tegenzin vanwege zijn wreed onderbroken vakantie — in een klein kwartiertje naar de bahadur jung road in lahore. Het is er druk ondanks het vroege uur, maar wat wil je met een school van zo'n 1500 meisjes.

Na een 'welcome back' van zuster Grace van de *jmm*, die de zorg voor de driedubbele primary section draagt, word ik naar *k*3 (voorbereidende klas) verwezen, waar een nieuwe juffrouw de eerste beginselen van het onderwijs tracht bij te brengen aan een schattig groepje van zo'n 40 pakistaanse kleuters uit de gegoede middenstand.

Ze is blijkbaar van mijn komst op de hoogte en volgt met aandacht ons gefantaseerde bezoek aan de *zoo* (dierentuin).

Met snelle lijntekeningen ontstaat steeds weer hetzelfde patroon: $\begin{smallmatrix}1&&3&&5\\&2&&4&&6\end{smallmatrix}$ van allerlei dieren in verschillende hoeveelheden tot een maksimum van zes.

De meeste meisjes herkennen het patroon onmiddellijk en anders grijpen we terug naar een vorige groepering. We tellen het geroep van een vreemde vogel en meten de lange hals van een giraffe (vuisten beurtelings op elkaar tot tien en 'terugglijden'). Daarna komt de getallenlijn — ook tot tien — aan de beurt. De 'kooien' zijn gekleurd in cuisenaire-kleuren en we wandelen kriskras op en neer er langs, om te weten hoe ver het is van de 'apenkooi naar het leeuwenhok,' etc.

In klas 4*a* ga ik door met de breuken. We hebben daar voor de vakantie een rechthoek van 3 bij 4 ruitjes ('rechthoek 12' genoemd) in 1, 2, 3, 4, 6 en 12 gelijke delen verdeeld. Het zit er nog aardig in en nu wordt dezelfde rechthoek in twee ongelijke delen opgesplitst. Een derde van de 'speelplaats' is voor de kleintjes; hoeveel blijft er over voor de groten? Het 'zwembad' heeft een diep ($\frac{3}{4}$) en een ondiep (?) gedeelte. Het 'winkelcentrum' heeft zelfs drie delen: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{6}$. Er wordt ijverig verdeeld, gekleurd en vergeleken met de oorspronkelijk gelijke delen.

dinsdag, 7 september

Het heeft afgelopen nacht flink geregend en het door de floods toch al zwaar beschadigde wegdek van lahore staat vol verraderlijke plassen.

Als ik op de St. Anthony's highschool in de lawrenceroad aankom, staan de ca 2000 jongens al in lange rijen aangetreden voor de 'assembly'. Het pakistaanse volkslied wordt gezongen onder het hijsen van de vlag.

Langzaam verdwijnen de lange slierten kinderen in het oude, donkere gebouw, terwijl br. Forde, een stevige ier, met het programma voor vandaag op me afkomt.

In klas 6*c* wordt de presentielijst afgeroepen. De banken staan pal tegen zij- en achtermuren en er zijn er zelfs een paar dwars op de voormuur gezet aan beide zijden van het niet al te schone bord.

Haastig schuiven een paar laatkomers door de enge paden, na zich eerst keurig te hebben gemeld bij hun teacher. Het geeft mij even tijd om links van de permanente ruitjes op het bord een vertikale lijn te trekken, waarop, gemeten vanaf het bordbankje, afstanden worden aangegeven van 1,20 m tot 1,80 m, telkens met 5 cm tussenruimte. We gaan een grafiek maken van de lengtes van de leerlingen van deze klas om vervolgens het gemiddelde te berekenen.

In klas 3*b* worden de tafels gerepeteerd met behulp van klassikale tafelkaarten.

Die zien er als volgt uit:

○ ○ ○ ○ ●   ● ● ○ ○ ○
○ ○ ○ ● ●   ● ● ○ ○ ○

○ ● ● ● ○ | ○ ○ ○ ● ●
● ● ● ● ○ | ○ ○ ● ● ●

etc.

voorbeeld: tafel van *zeven*

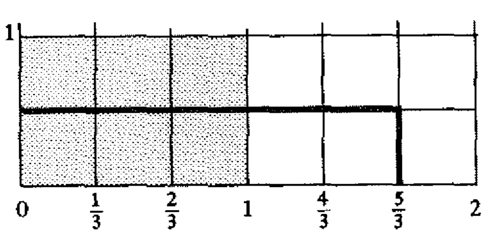
De sets van zeven zijn weer in cuisenaire-kleuren: eerste set wit, dan rood, lichtgroen, paarsrood, etc.; zodat bij deling door zeven van bijvoorbeeld 30 (zie lijn in schema) onmiddellijk de uitkomst: vier keer rest twee, kan worden afgelezen. Individuele hulpmiddelen zijn hier ten enenmale vooralsnog onbruikbaar vanwege ruimte en kosten.

woensdag, 8 september

Zuster Gonzaga, principal van de Sacred Heart school in thornton road, is ook nog maar net terug van verlof in engeland. Ze geeft zelf rekenen in klas 8, 9 en 10, en heeft – geboren onderwijzeres – al heel wat opgedaan in de zes jaar van de wekelijkse morgen nieuwe wiskunde. Toch kun je merken, dat de meisjes – jonge dames, mag ik wel zeggen – hier en daar wat ondergrond missen. Daarom is ze de laatste twee jaar ook vaak een kijkje komen nemen in de lagere afdeling van de school en proberen we samen de leemtes wat aan te vullen. Alleen als er wat nieuws aan de orde is, laat ze het geheel aan ondergetekende over en maakt wat notities.

Het vermenigvuldigen van breuken wordt met verschillend ingedeelde getallenlijnen (een horizontaal, een vertikaal) juist op dezelfde manier uit de doeken gedaan als in een vroegere klas bij het bepalen van het aantal ruitjes van een rekenblaadje.

Het wordt nu:



voorbeeld van $\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$

De 'unit' (1 x 1) wordt eerst gekleurd en bestaat dit keer uit zes vierkantjes (elk $\frac{1}{6}$ dus). Het resultaat van de vermenigvuldiging, aangegeven met gekleurde lijn, blijkt vijf hokjes te bevatten: dus $\frac{5}{6}$ van de eenheid.

Hierna ga ik nog wat lagere klassen af, waarbij sister Marcelita – headmistress van de primary section – geen moment ontbreekt, ook al druk schrijvend.

Het zit wel snor hier en de school heeft dan ook een uitstekende reputatie.

donderdag, 9 september

Donderdagmorgen ben ik bij mijn kollega br. Manfred de Baay op bezoek. Hij runt een gemengde school met allemaal vrouwelijk personeel.

Het is interessant te zien, hoe zeer de koedukatie van iedere klas één grote familie maakt, maar het stelt wel speciale eisen bij het aannemen van teachers en nieuwe leerlingen, vooral in de hoogste klassen. Na de 'achtste' doen zowel jongens als meisjes een eksamen of test en worden dan op andere engelse scholen ondergebracht. Vrijwel altijd met veel sukses.

De prepclass is druk met allerlei spelletjes bezig en de principal heeft een ekstra leerkracht ingeschakeld om het allemaal bij te kunnen houden.

Mevrouw Gomes, een goanese van de oude stempel, heeft er de wind onder en nu ze het nieuwe systeem wat beter begrijpt (dat heeft wel wat draad gekost) kun je er ieder jaar weer op rekenen, dat ze echt wel schoolrijp zijn als ze onder haar vleugels vandaan komen. De toeloop naar deze school is dan ook fenomenaal en br. Manfred heeft de grootste moeite – al blijft hij diplomatiek glimlachen – om de aantallen redelijk te houden.

Vandaag gaat de school een uur eerder uit, want hij wil, dat alle leraressen bij de lezing over het metriek stelsel aanwezig kunnen zijn. Onder het genot van een bakje thee met versnaperingen, wordt met veel aandacht het grote voordeel van deze wereldmateneenheid gevolgd.

vrijdag, 10 september

Het Aitchisoncollege aan de mall (zesbaansweg van het centrum naar het vliegveld) is de duurste mohammedaanse school van het land. De kampus is maar liefst 70 ha. Bedienden in livrei, met puntmutsen op, lopen af en aan, maar ze kennen me onderhand, anders kwam ik met mijn brommertje niet door het smeedijzeren hek.

Miss Gore, een schattige, vreselijk korpulente dame, zit achter stapels papier in haar met grote schoolfoto's gedekoreerde office. We praten even over de voorbije vakantie, want de leerlingen doen groepsgymnastiek buiten op de gladgemaaide sportvelden.

Een piepjonge onderwijzeres – ze werkt hier nu twee jaar in een van de eerste klassen – heeft mijn hart gestolen. Figuurlijk dan wel te verstaan, al is ze ook lichamelijk niet onaantrekkelijk. De zwarte kijkers van haar jongens volgen iedere beweging als leeuwen die van hun temmer, als ze telkens weer wat anders verzint om het getalbegrip zo aanschouwelijk mogelijk te maken. Waren ze allemaal zo, dan was er geen kunst aan.

Meer moeite heb ik met een wat oudere dame in een parallelklas, die alsmaar hard vooruit wil en liefst meteen met de tafels zou willen beginnen. Maar ook zij is van goede wil, al kan ze het niet laten af en toe het jonge volkje tot de orde te roepen, wanneer we even samen het programma voor de komende week doornemen.

Zo trekken we van klas tot klas en de kontrole van de headmistress doet wonderen.

zaterdag, 11 september

Weekends zijn hier nog onbekend en deze dag gebruik ik dan ook voor enkele lezingen aan de vijf bovengenoemde scholen.

Van 8 tot 9 ben ik weer op St. Anthony's. Br. Forde heeft de teachers van zijn afdeling zojuist wat instrukties gegeven en laat ze nu met plezier aan mij over.

Met behulp van eigen fabrikaat-kaarten tracht ik het gezelschap wat thuis te doen geraken in de verschillende getalbasissen. Voor iedere basis een ander patroon, weer in kleur, net als bij de tafels. Het is een moeilijk onderwerp en al gauw zitten we dan ook weer bij het decimale systeem. Als ze dat nou maar eens dóór hadden ...

Na een smakelijk kopje koffie haast ik me naar de Conventschool van *jmj*. Hier zijn alleen de onderwijzeressen van klas 4, 5 en 6 tezamen, want ik ben bezig een tiental werkpapieren door te nemen, waarin een heel systeem ontwikkeld is voor de behandeling van de breuken. Hoe verstandig, dat het lieve vaderland daar tegenwoordig wat later aan begint.

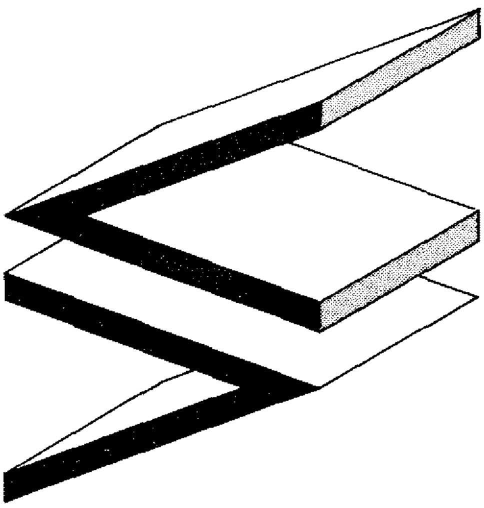
Om half twaalf gaat het Aitchisoncollege uit en miss Gore met haar staf volgt een lezing over sets. De groep is zichtbaar vermoeid na een lange schoolweek. Daarom heb ik wat materiaal meegebracht en we maken er een soort 'workshop' van.

Ziezo, dat zit er op! Nu maar hopen, dat het een en ander zal beklijven en in de praktijk wordt gebracht, want ook de druk van buiten de stad op vernieuwing wordt groter. Sinds enkele jaren reserveer ik de maanden oktober en maart voor dit doel. Wel ben ik me terdege bewust, dat er nog een honderdvoud urduscholen (volksscholen) bestaat, waar de toestanden heel wat minder gunstig zijn dan hierboven beschreven (geen aanschouwelijkheid, alles wordt van buiten geleerd, etc.). Maar je moet èrgens beginnen en hopelijk wordt de samenwerking met lokale instanties geleidelijk beter.

Tot slot mijn dank aan de oxford university press, de british council en speciaal ook aan het nederlandse wiskobas voor hun onmisbare steun en het aangeven van de richting, waarin het toekomstig rekenonderwijs zich aan het ontwikkelen is.

br. Manfred de Baay met zijn staf

berichten



EREDOKTORAAT
PROF. FREUDENTHAL

Wanneer u dit leest, zal prof. dr. H. Freudenthal, emeritus hoogleraar-direkteur van het iowo, *zijn vijfde eredoktoraat reeds in ontvangst genomen hebben. De gemeentelijke universiteit van amsterdam kende hem dit doktoraat toe, mede op grond van zijn verdiensten voor het wiskundeonderwijs. Als promotor fungeerde prof. dr. F. Oort, hoogleraar in de zuivere wiskunde. Prof. Freudenthal blijft als voorzitter van de commissie modernisering leerplan wiskunde* (cmlw) *en als adviseur van het wiskobasprojekt, heel nauw betrokken bij het* iowo-*werk.*

KLAAS KOSTER
ROB DE JONG

nieuwe direktie
Na het emeritaat van prof. Freudenthal, fungeert vanaf 1 oktober 1976 prof.dr. F. van der Blij als hoogleraar-direkteur van het *iowo*. Prof. van der Blij, met zijn 'wiskunsten' voor de lezers geen onbekende, is hoogleraar in de zuivere wiskunde aan de rijksuniversiteit te utrecht, en heeft jarenlang gewerkt in het (v.m.) *vbmo*.
Eveneens per 1 oktober 1976 is als algemeen direkteur van het *iowo* drs. Rudolf Oudkerk Pool benoemd. Drs. Oudkerk Pool is werkzaam geweest in het bedrijfsleven, in het technisch onderwijs en laatstelijk als medewerker bij het algemeen pedagogisch studiecentrum, met name ten behoeve van het beroepsonderwijs.

kwantiwijzer
Al enige jaren wordt aan de universiteit te utrecht onderzoek verricht naar het rekenen van kinderen van ca vier tot ca zeven jaar. Tot nog toe ontbraken:

> 'diagnostische toetsen, die behalve informatie over het prestatieverloop bij deze kinderen ook inzicht verschaffen over het tot stand komen of het falen ten aanzien van de operaties die ten grondslag liggen aan het omgaan met hoeveelheden.'

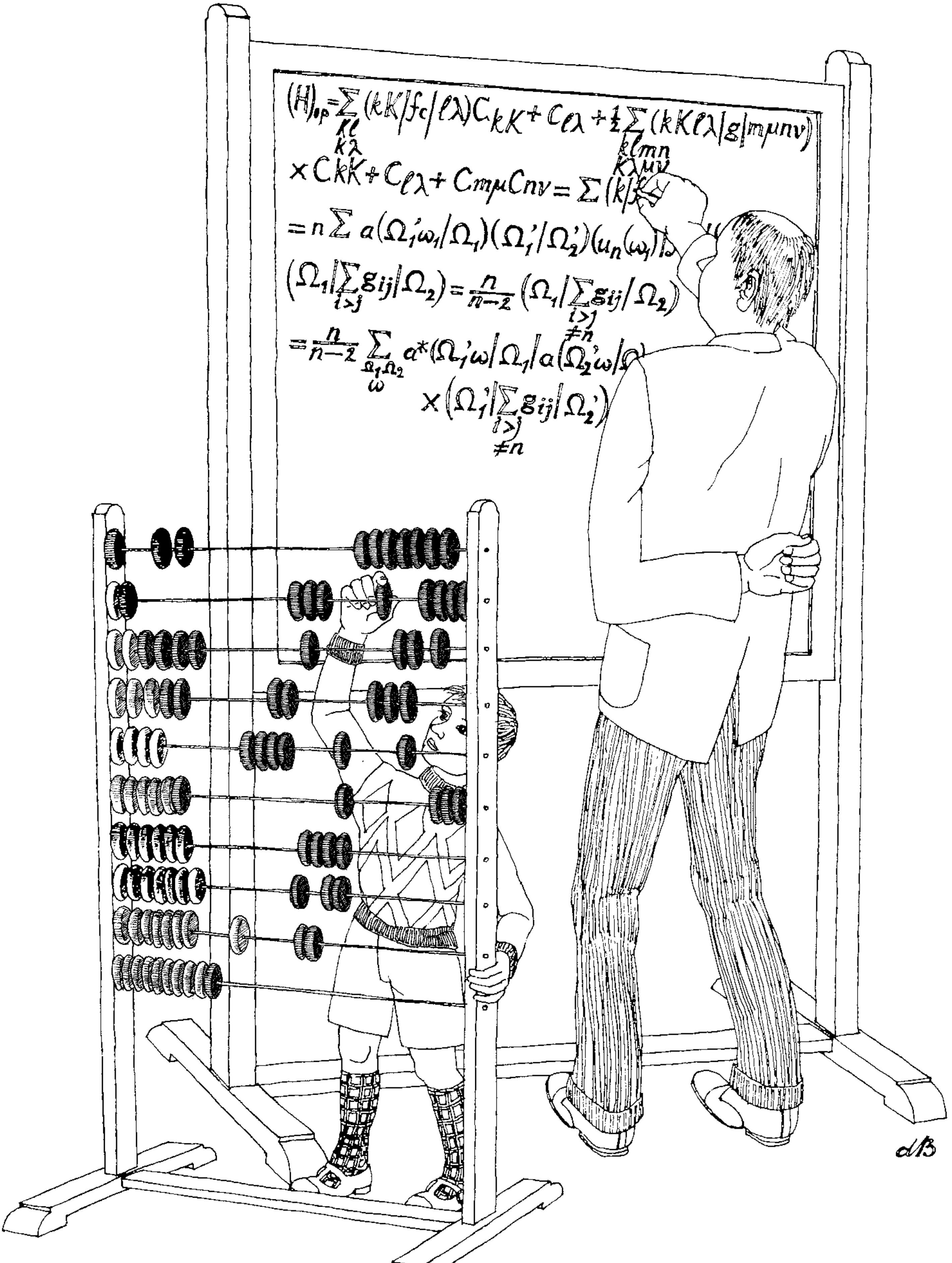
Om deze reden is in 1975 een projekt gestart met het oogmerk dergelijke diagnostische toetsen te konstrueren.
In eerste instantie wil men een:

> 'geordende *verzameling opgaven* vormen die zijn beproefd bij ca vijf- en zesjarige kinderen. Verder is het de bedoeling door middel van een ontwikkelingsonderzoek een beeld te krijgen van de *individuele ontwikkeling* van het opereren met hoeveelheden van ca vijf- en zesjarigen.'

Onlangs is het eerste interimrapport over de periode juli 1975 – augustus 1976 verschenen (auteurs: Leonard Verhoef en Dolly van Eerde). Voor nadere gegevens kunt u terecht bij: kwantiwijzer, psychologisch laboratorium, varkenmarkt 2, utrecht.

konferenties
Als aflevering in de serie 'antwoordpublikaties' is onlangs een eerste rapportage verschenen uit de noordwijkerhoutkonferentie, welke in maart 1976 plaatsvond. Voor belangstellenden is – zolang de voorraad strekt – een eksemplaar beschikbaar (*iowo*, t.a.v. Sylvia Pieters, tiberdreef 4, utrecht).

Van 10 tot en met 12 februari 1977 heeft in beekbergen een wiskobaskonferentie plaatsgehad voor docenten aan kleuterleidstersopleidingen. Een verslag is in voorbereiding.



'niveau' of 'nivo'?