wiskobas bulletin

rubriekdeel

Jaargang 6 nr. 1
oktober 1976

Ol W Jong

WISKOBAS-BULLETIN (rubrieken)
- bulletin ter begeleiding van het wiskunde-onderwijs
- verschijnt gedurende de zesde jaargang 6 keer.

Jaargang 6 nr. 1 – oktober 1976

Redaktie
Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld

Medewerkers
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, Drs. J. van Bruggen, K. Frenay, Prof. Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, J. de Gooijer-Quint, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Drs. J.H.F.M. Klep, Dr. K.B. Koster, C.P. Leenders, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, W. Sweers, L. Streefland

Vormgeving
Ton Voortman

Illustraties
Theo van Leeuwen

Cartoon
Hans de Boer

Redaktieadres
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht
t.a.v. Sylvia Pieters (adm.) of Rob de Jong (kopij)

Abonnementenadministratie
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

Abonnementsprijs
Per jaargang f 35,–.

Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

INHOUD

Aan de vraag naar volledige oude jaargangen van het Wiskobas-Bulletin kunnen we helaas niet meer voldoen. Verschillende nummers zijn uitverkocht.
Van de volgende afleveringen is nog een beperkt aantal eksemplaren verkrijgbaar:

jaargang 2, nr. 6	– f 7,50
jaargang 3, nr. 2	– f 7,50
jaargang 3, nr. 3	– f 7,50
jaargang 3, nr. 4/5	– f 7,50
jaargang 4, nr. 2	– f 7,50
jaargang 4, nr. 5	– f 7,50
jaargang 5, nr. 1	– f 10,—
jaargang 5, nr. 2	– f 25,—
jaargang 5, nr. 3	– f 8,75
jaargang 5, nr. 4	– f 10,—

Alleen na ontvangst van uw storting op postgirorekeningnummer 3105662 t.n.v. R.U.-IOWO te utrecht, zal u de gewenste aflevering worden toegezonden.

de toekomst van wiskobas

In de eerste jaargang van het wiskobas-bulletin hebben we onze plannen voor de jaren 1971-1976 uiteengezet. Thans — na vijf jaar — kan gesteld worden, dat de planning uitgevoerd is en dat de basis is gelegd voor de vernieuwing van het wiskundeonderwijs op de basisschool.
In de afgelopen jaren is nogal wat geschreven over hetgeen wiskobas tot stand gebracht heeft. Het meest in het oog springende was het voorbeeld van een schoolwerkplan, dat eind 1975 in overzichtsvorm gepubliceerd werd. Dit voorbeeld is het fundament voor de heroriënteringskursussen aan onderwijzers, voor het onderwijs aan de pedagogische akademies en voor de kadervorming van kursusleiders en begeleiders. Ook voor het onderwijs aan de kleuterleidstersopleidingsscholen kan het voorbeeld-schoolwerkplan een belangrijk richtpunt zijn, evenals voor schrijversteams en materiaalontwerpers.
Nu, bij de start van de zesde jaargang, is het ogenblik aangebroken om vooruit te blikken. Immers, van hetgeen in de afgelopen jaren aan ideeën ontwikkeld is, zijn pas enkele onderdelen duidelijk zichtbaar geworden. Vele belangrijke publikaties staan nog op stapel. Zoals gezegd: de basis is gelegd, maar de opbouwwerkzaamheden zijn in feite nog maar net begonnen.

opbouwwerkzaamheden

- We noemen een paar onderwerpen die onder meer voor publikatie in de — rode — leerplandelen in aanmerking komen: meetkundige oriëntatie, zakrekenmachines, integratie met andere vakken, breuken, ...
Deze publikaties zullen 'gewogen' moeten worden, dat wil zeggen: betrokkenen zullen zich over de wenselijkheid van deze onderwerpen dienen uit te spreken.

- De tweede publikatiestroom loopt door de groene delen van het wiskobas-bulletin. Naast de 'onderhoudende' artikelen verschijnen aparte katernen in de groene boekjes, waarin leerboeken besproken en voorstellen voor het samenstellen van schoolwerkplannen gegeven worden.

- Dit laatste geschiedt gerichter via de heroriënteringskursussen, waarbij het tweede jaar gericht is op de ontwikkeling van een werkplan voor wiskundeonderwijs op de basisschool. Wiskobas maakt een model van zo'n kursus.

- Eén van de belangrijkste ontwikkelingen van de komende jaren bestaat uit het konstrueren van een werkplan voor wiskunde en didaktiek aan pedagogische akademie en kleuterleidstersopleidingsschool. De totale ontwikkeling zal tenminste vijf jaar duren en de innovatie c.q. kadervorming van de leraren aan de pedagogische akademie zal daarna nog voltooid moeten worden. De ontwikkelingen voor de kleuterleidstersopleidingsschool zijn nog pas in een beginstadium.

- Konferenties, zowel in breed verband (ten behoeve van de genoemde 'weging') als voor onderscheiden groepen (ten behoeve van de kadervorming) zijn essentiëel.

- Initiatieven worden ontplooid om tot een kaderkursus voor begeleiders te komen. Ook zijn aanvragen binnengekomen van bepaalde schooltypen — bijvoorbeeld van de zijde van de Jenaplanscholen — om specifieke kursussen te ontwikkelen.

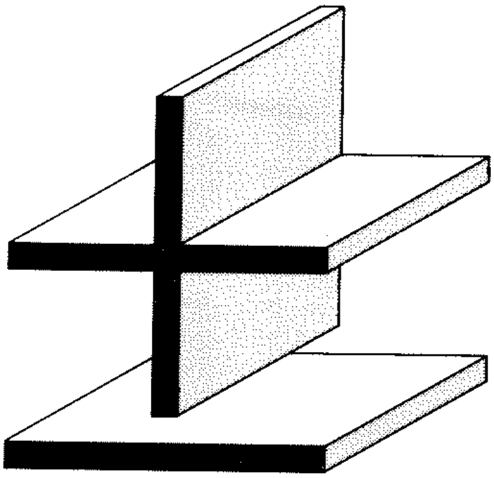
- De begeleiding en advisering van schrijversteams van moderne wiskundeboeken voor de basisschool zal voortgezet worden.

- Afspraken met betrekking tot de verdere verzorging van de ontwerpschool en de volgscholen zullen nagekomen worden.

kontinue verzorging

Ziehier de lijst van de voornaamste programmapunten voor de komende jaren. Het is duidelijk dat de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs op de basisschool een kontinue verzorging vereist.

redaktioneel



Iedereen die zich met onderwijs bezighoudt, is moralist. Is bemoeier met de moraal. Is zedenmeester.
Immers, 't morele niemandsland op school — en overal waar mensen met mensen omgaan — is maar heel smal.
Nu ligt deze uitspraak voor de hand, lettende op vakken als katechese en omgangskunde, lettende op de gemeenschappelijke 'viering' aan het begin van de schoolweek. Het gaat hier heel duidelijk om de vraag hoe mensen met elkaar omgaan c.q. dienen om te gaan.
Maar hoe zit dat nu met een vak als rekenen/wiskunde — een vak dat veelal als 'neutraal' wordt gekarakteriseerd —?

ROB DE JONG

Wel, vaardigheden als staartdelen en worteltrekken zijn neutraal, hebben op zich geen ethische betekenis.[1]) Iemand die 't niet goed doet, doet 't 'fout'. Te spreken in de tegenstelling 'goed-kwaad', past in dit verband niet. Bij het onderwijzen van zo'n vaardigheid ligt het amorele gedrag echter voortdurend op de loer. Bijvoorbeeld bij het negeren van de individuele verschillen tussen de leerlingen: de aanpak van jeroen, het tempo van josien, de notatie van pim, het humeur van irma, ...
Ook de keuze en uitwerking van wereldjes, konteksten, lokaties, projekten, tema's, probleemsituaties, ... heeft etische komponenten. Denk aan de lessencyklus 'witkarren' en het tema 'sproeteldam'.
Zelfs de leerstofkeuze kan konflikten veroorzaken: waarschijnlijkheidsrekening voor theo en marja, kinderen van de predestinatieleerprediker.

terugblik

In 1789 werden op de lagere scholen van massachusetts o.m. de vakken rekenen en 'decent behavior' wettelijk verplicht gesteld. Kennelijk had de wetgever niet veel vertrouwen in de morele effekten van het rekenonderwijs. Zelfs is niet uitgesloten dat hij 'decent behavior' ter kompensatie toevoegde — vanuit de veronderstelling dat rekenen leidt tot gokken, spelen en onfatsoen.

Van een heel ander karakter — of toch in 't verlengde van het voorgaande? — is het boekje 'Franklin Arithmetic', dat in 1832 in springfield verscheen. Dit boek had nogal wat pretenties:

> 'by the use of questions, the solution of which will convey to the mind some important truth.'

Enkele sommetjes:

> 'In eighteen hundred and thirty-one, 119 persons died of drunkenness in New York, and 137 in Philadelphia; how many in both?'
>
> 'Judas, one of the twelve apostles, hung himself; how many were there left?'
>
> 'Adonibezek said, 3 score and 10 kings, having their thumbs and their great toes cut off, gather their meat under my table (Judges i,7); how many thumbs and toes Adonibezek cut off?'

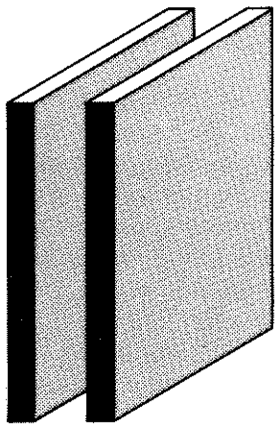
moraal

Voordat u al te kritisch wordt: bekijk eerst eens de redaktievraagstukjes in uw eigen rekenboek!

---

[1]) Wiskunde is uiteraard méér dan een bundel vaardigheden.

kolommen



VAN 'T ZELFDE

Als je iemand 'van 't zelfde' wenst, is het dan echt hetzelfde dat je bedoelt hem toe te wensen?

.... *'We hebben hetzelfde televisietoestel' – kan dit nou? – 'maar we hebben er 50 gulden meer voor betaald' – dit kan blijkbaar wel ....*

.... *'We hebben dezelfde auto; maar de onze is van 1972 en die van jullie van 1971. Verder zijn ze hetzelfde.' ....*

.... *'Elke dag hetzelfde gezanik? Verzin maar iets nieuws.' ....*

.... *'Na zijn ziekte is hij niet meer dezelfde.' ....*

.... *'Gisteren op hetzelfde uur.' ....*

.... *'Twee jaar geleden stond ik op dezelfde plek, maar het is niet meer hetzelfde.' ....*

HANS FREUDENTHAL

'Hetzelfde' betekent klaarblijkelijk niet altijd hetzelfde.
Dankzij huisvlijt en massaproduktie kun je van veel dingen in praktisch onbegrensde hoeveelheden 'hetzelfde' kopen: hetzelfde kopje, hetzelfde schilderij, tot aan dezelfde flatwoningen toe. Maar ze zijn nooit helemaal hetzelfde: een stipje of barstje in 't porcelein, een andere lijst, de flatwoning op een andere verdieping, of rechts en links verwisseld.
Het is een kwestie van definitie wat je 'hetzelfde' noemt. Neen, 'definitie' is niet het goede woord. Wie gaat nou kopjes, schilderijen, flatwoningen definiëren? Het is een kwestie van kontekst, van de situatie met al zijn stilzwijgende veronderstellingen. Een kopie van *De Nachtwacht* is niet hetzelfde als het origineel, maar twee kopieën kunnen hetzelfde zijn, je kunt ze wellicht voor elkaar ruilen.
Als je twee klaarblijkelijk verschillende dingen hetzelfde noemt, zal veelal duidelijk zijn in welk opzicht ze hetzelfde worden geacht. Is er twijfel mogelijk, dan zul je het toelichten. Een van de kenmerken van de wiskunde is eksaktheid en daaraan houd je als wiskundige ook in het taalgebruik vast.

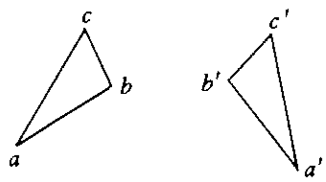


fig. 1

Twee driehoeken, zoals in fig. 1, noem je niet hetzelfde of gelijk, maar ***kongruent***, en tegenwoordig zeg je zelfs van twee lijnstukken zoals ab en $a'b'$ niet meer dat ze gelijk zijn, maar dat ze kongruent zijn of dat ze gelijke lengte hebben.
Een soeplepel en een paplepel uit dezelfde doos kunnen ook in zeker opzicht hetzelfde zijn, te weten wat de vorm aangaat, terwijl ze in grootte verschillen. In de wiskunde noem je dit *gelijkvormig* – zie de driehoeken van fig. 2 –.

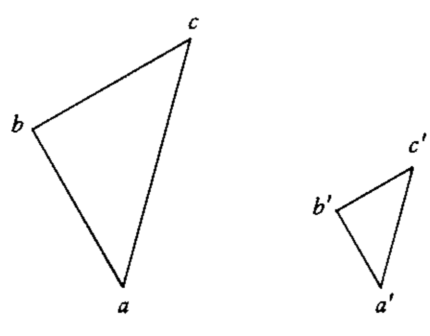


fig. 2

Licht- en schaduwbeelden zijn er een voorbeeld van. Denk aan het projektietoestel. Een dia met al wat er op staat, wordt gelijkvormig op het scherm afgebeeld, althans als je ervoor zorgt, dat scherm en dia evenwijdig zijn (fig. 3).

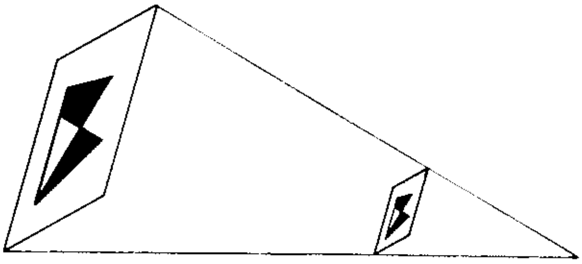


fig. 3

Staat het scherm schuin ten aanzien van de dia (fig. 4), dan is het met de gelijkvormigheid gedaan: een cirkel kan als ellips worden afgebeeld, een vierkant als een arbitraire vierhoek.

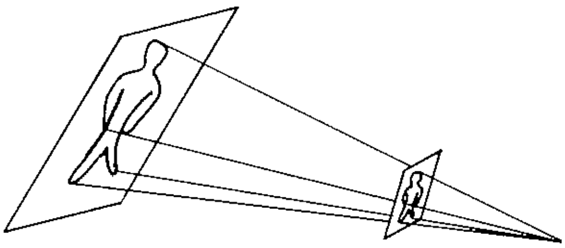


fig. 4

Hoeken en lengteverhoudingen gaan er aan, maar iets wordt nog ontzien: rechte lijnen worden nog als rechte lijnen afgebeeld – je noemt zoiets een *projektieve* afbeelding.

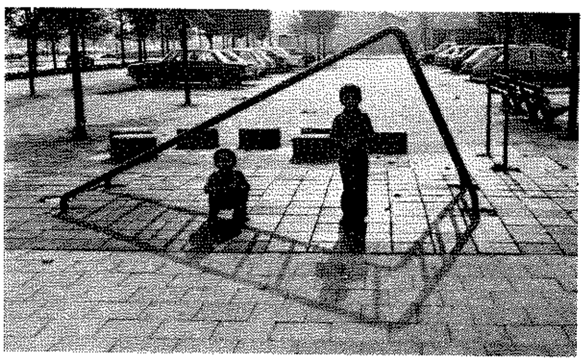


fig. 5

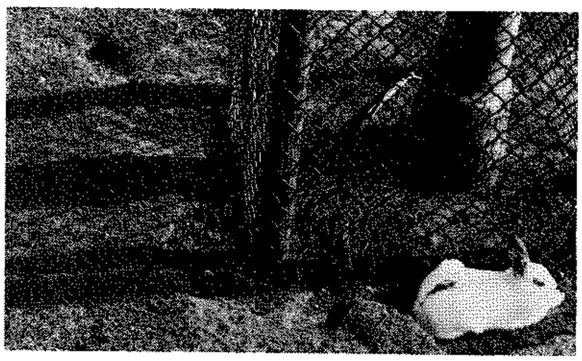


fig. 6

De zon als lichtbron, op praktisch oneindige afstand, ontwerpt weer een ander soort schaduwbeelden. Kijk maar hoe een klimrek of een hek van kippegaas wordt afgebeeld (fig. 5 en 6); rechte lijnen worden rechtlijnig afgebeeld net als bij de projektieve afbeeldingen, maar evenwijdig blijft evenwijdig, en dat noem je een *affiene* afbeelding.

Kongruent, gelijkvormig, affien, projektief – het kan gekker. Doe het nu op een projektiescherm met bobbels, geen vlak dus. Het diabeeld wordt dan nog sterker vertekend, maar nog steeds is er iets dat gespaard blijft, de onderlinge samenhang van de onderdelen: een doorlopende weg blijft ook in 't beeld doorlopen, een lijn blijft een lijn al kan het met de *recht*lijnigheid gedaan zijn. Er wordt niet geknipt en niet gevouwen – zo iets heet een *topologische* afbeelding.

Het hangt van de kontekst af, waar je genoegen mee neemt. De plaatjes van het spoorwegnet in het spoorboekje lijken eigenlijk nergens op, tenminste als u het op het echte spoorwegnet met al zijn bochten en kronkels hebt gemunt. En toch zijn die plaatjes net wat u nodig hebt wanneer u van vlissingen naar heerlen moet; u vindt de trajekten uitgetekend, mèt de nummers van de bladzijden waar de dienstregelingen op staan. De *struktuur* van het NS-net is daar afgebeeld. Je zou er een heel andere tekening van kunnen maken en nog zou het dezelfde struktuur zijn.

'Struktuur'. Dat is het grote woord waar ik naar toe wilde. Over de grenzen van de wiskunde heen is het al een modewoord aan het worden – 'strukturalisme' bijvoorbeeld, als u weet wat dat is –. Maar zo bedoel ik het niet.

'Struktuur'. Wat is dit? Ik wil proberen 't eenvoudig te zeggen: een verzameling van dingen, samen met een stel van relaties tussen de dingen. Bijvoorbeeld: een familie met de relatie 'is kind van', geïllustreerd door wat je een stamboom noemt. Of het net van de NS, dat wil zeggen: de verzameling van de spoorstations met als relatie 'de direkte spoorverbinding tussen twee stations', geïllustreerd door een kaart zoals in 't spoorboekje. Wel, ook de onderlinge afstanden kunnen er nog bij vermeld staan – een verrijking van de struktuur. Strukturen zoals de voorafgaande heten ook *grafen*: een stel dingen, die paarsgewijs al dan niet verbonden kunnen worden gedacht. Ik teken er een stel van (fig. 7*a*-*g*).

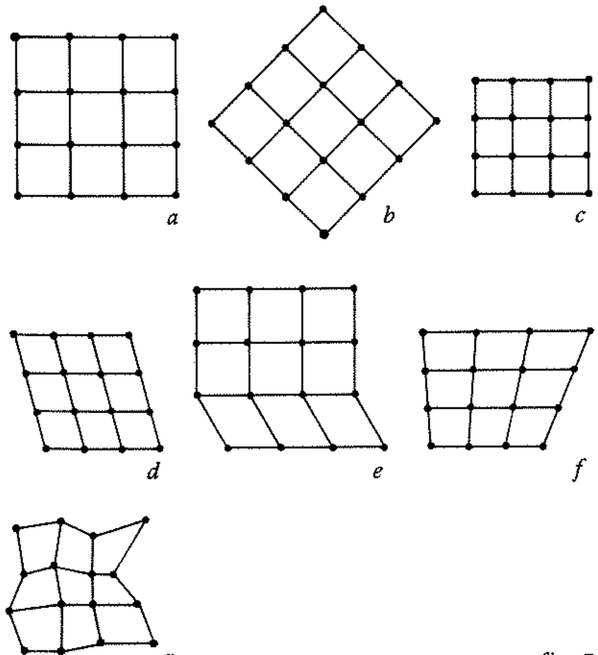
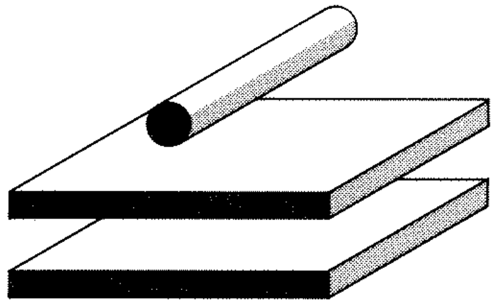


fig. 7

Een stel, of is het allemaal 'hetzelfde'? Als grafen, ja. Ze zijn als grafen *isomorf*, zoals de algemene term luidt. Ik kan die stellen van 16 punten zo op elkaar afbeelden, dat verbonden paren in verbonden paren overgaan. Maar als ik er meer struktuur in zie, zijn ze niet meer isomorf. Zijn ook de onderlinge afstanden van verbonden punten in tel, dan zijn nog net 7*a*, 7*b* en 7*e* isomorf, maar voor de rest is alles verschillend. Tel ik de afstanden van alle puntenparen, dan valt 7*e* af. Let ik alleen op de verhoudingen van onderlinge afstanden, dan zijn 7*a*, 7*b*, 7*c* isomorf. Is rechtlijnigheid de relatie waar het op aankomt, dan zijn alle op 7*e* en 7*g* na, onderling isomorf. Als rechtlijnigheid èn parallel-zijn tellen, vervalt 7*f*.

Of twee systemen 'hetzelfde' zijn, hangt ervan af, hoeveel struktuur ik erin zie.
Een aardappeloppervlak is hetzelfde als een net boloppervlak, als ik alleen op de topologische struktuur let, maar het verschilt van een ringoppervlak (de binnenband van een fiets). Bekijk ik het affien, dan is het boloppervlak een ellipsoide, niet van andere ellipsoiden te onderscheiden. Alle lijnstukken zijn met elkaar gelijkvormig, maar niet kongruent. Alle touwtjeskrommen van dezelfde lengte kunnen zonder rekken of krimpen in elkaar worden vervormd, ze zijn fleksibel-ekwivalent. Maar laat je krimpen en rekken wel toe, dan zijn alle touwtjeskrommen hetzelfde, ze zijn topologisch ekwivalent.
Allemaal hetzelfde, en toch rijk geschakeerd. En verzin nu ook nog 'van 't zelfde'.

wiskunst



HOEGENAAMD GEEN WISKUNDE

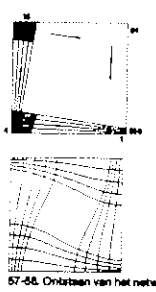
Bibeb: *'U bent knap in wiskunde, hè?'*
Escher (schiet in de lach): *'Helemaal niet. Ik heb er nooit voldoende voor gehad. Het leuke is, ik schijn wiskundige theorieën aan te snijden zonder het zelf te weten. Nee hoor, ik was een heel dom jongetje. Ik heb een ellende gehad op de burgerschool. Het enige lichtpunt was de tekenles, niet omdat ik zo goed tekenen kon, maar omdat het 't enige soelaas was in een afschuwelijke tijd. En te denken dat wiskundigen hun boeken illustreren met mijn plaatjes. En ik met al die wijze mannen omga als frère et compagnon. Men denkt altijd dat mathematici stoffige oude heren zijn. Ze zijn vrolijk, kinderlijk, erg speelzuchtig, met al hun dikke koppen die barsten van de kennis zijn het kwajongens.'*

. . . .

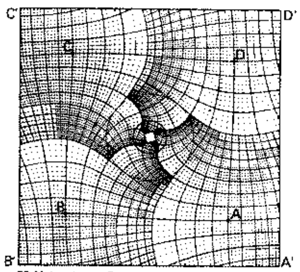
'En als je nu bedenkt dat grote wiskundigen mijn werk interessant vinden, omdat ik in staat ben hun theorieën te illustreren. Ze kunnen zich helemaal niet voorstellen dat ik zo slecht was in wiskunde. Ik snap er zelf ook niets van. Ik begreep niet dat je iets moest bewijzen wat iedereen ziet. Ik zag het, ik wist, het is toch zo ... Maar jawel hoor, je moest het bewijzen.'

Uit: Bibeb 'De mens is een ramp voor de wereld' (van Gennep, amsterdam 1969).

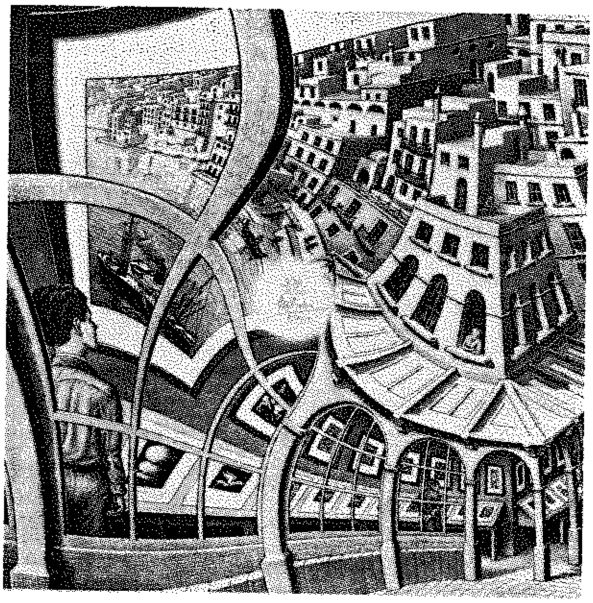
F. VAN DER BLIJ

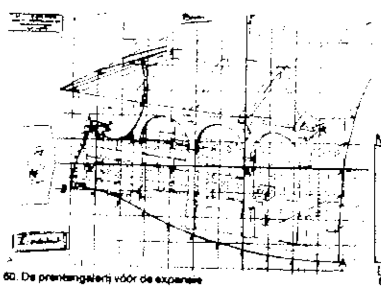


57-58. Ontstaan van het netwerk

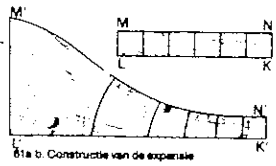


59. Netwerk voor Prententoonstelling





60. De prentengalerij vóór de expansie



61a b. Constructie van de expansie

fig. 1

Bij een rubriek als deze komt van tijd tot tijd de vraag aan de orde:
.... 'Is dat nog wel kunst?'
En evenzo: 'Is dat nog wel wiskunde?' ....
Als echte β-man maak ik mij niet zo druk om grensbepalende definities: dit wel, dat niet. Vooral bij wiskunde is het grappig, dat de argeloze buitenstaander geneigd was (en is) wiskunde te vereenzelvigen met lange optel- en vermenigvuldigsommen. Of met gekompliceerde formules.
Het merkwaardige van 'wiskundigen', in de ruimste zin van het woord, is dat zij wiskunde ontdekken. Allereerst in de natuur, via sterrenkunde, mechanika, enzovoorts. Maar ook in het sociale leven. En in de kunst. De reaktie van de kunstenaar op zo'n interpretatie is vaak boeiend. De natuur reageert niet zo op onze modelbouw, die we als een kleed om haar heen draperen.
Enige tijd geleden verscheen een boeiend boek, getiteld *'De toverspiegel van M.C. Escher'*[1]) en geschreven door Bruno Ernst, u wel bekend van de redaktie van *Pythagoras*. In de dag- en weekbladen heeft u wellicht al besprekingen gelezen.
Enkele gedeelten uit het boek willen we als startpunt gebruiken bij de overweging: wat is wiskunde?
Op de eerste bladzijde van het boek staat heel scherp geformuleerd dat er toelichtingen in te vinden zijn 'op de mathematische problemen die Escher opwierp'.
Het werk riep problemen op bij de wiskundigen, of waren het wiskundige problemen?
We citeren Eschers woorden, zoals deze te vinden zijn op pagina 33 van het boek van Bruno Ernst:

> 'Twee geleerde heren, professor Van Dantzig en professor Van Wijngaarden, hebben mij indertijd tevergeefs trachten duidelijk te maken dat ik een 'Riemann's-vlak' heb afgebeeld. Ik betwijfel of zij gelijk hebben, hoewel een der kenmerken van zo'n vlak schijnt te zijn, dat het centrum leeg is. Hoe dan ook, van Riemann heb ik geen kaas gegeten en van theoretische wiskunde, laat staan van non-Euclidische meetkunde, evenmin.' (zie fig. 1)

Direkt een tweede citaat uit het boek van Bruno Ernst; het is een zinsnede uit C.H. Macgillavry *'Symmetry aspects of M.C. Escher's periodic drawings'*[2]):

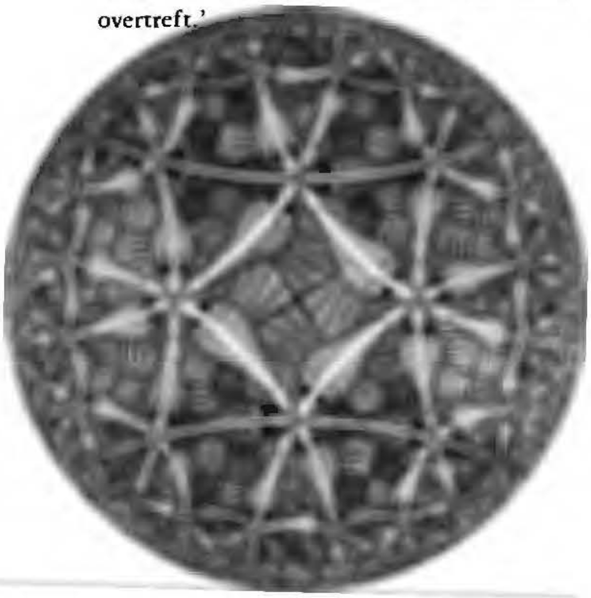
> 'Het komt zelden voor dat een kunstenaar, in plaats van de symmetriewetten intuïtief te gehoorzamen, ze zorgvuldig onderzoekt [...] In de loop van zo'n dertig jaar heeft Escher meer dan honderd van zulke regelmatige vlakverdelingen ontworpen, daarbij motieven gebruikend in een grote verscheidenheid van symmetriecombinaties [...] Zo waren met name de mogelijkheden van de polychrome groepen door Escher onderzocht en hun symmetrie-elementen vastgelegd, vòòr de officiële kristallografie er zelfs maar over dacht.'

Wilt u meer weten over deze polychrome groepen, dan verwijzen we u naar het boek van A.V. Shubnikov en V.A. Koptsik *'Symmetry in Science and Art'*.[3]) Hierin komen ook reprodukties van Eschers werk voor.
Nog een laatste citaat over de prenten rond 'het oneindige'. Een vlakvulling van het hyperbolisch vlak, door Escher bestudeerd uit een boek van H.S.M. Coxeter, geeft hem inspira-

[1]) Meulenhoff (amsterdam 1976).
[2]) Utrecht 1965.
[3]) Engelse vertaling G.D. Archard (Plenum Press, new york - londen 1974).

tie voor de prenten 'cirkellimiet I, II, III'. Een door hem verzonnen variant 'vierkantlimiet' stuurt Escher naar Coxeter:

> 'Een beetje trots op mijn eigen vondst 'Vierkantlimiet', stuurde ik daarvan een afdruk naar Coxeter. Zijn commentaar was: 'Heel aardig, maar gewoon Euclidisch, dus niet erg interessant. De cirkellimieten zijn belangwekkender, want: non-Euclidisch.' Dit is potjeslatijn voor mij, volkomen leek op mathematisch gebied. Ik erken echter gaarne dat de gedachtenzuiverheid van een prent als 'Cirkellimiet III' die van 'Vierkantlimiet' verre overtreft.'



Cirkellimiet III, houtsnede 1959

Vierkantlimiet, houtsnede 1964

fig. 2

Hopelijk zijn deze citaten voldoende om u er toe te brengen het gehele werk van Bruno Ernst ter hand te nemen. We kiezen er één tema uit. Escher heeft geen verstand van 'wiskunde', hij heeft geen kaas gegeten van *teoretische* wiskunde. Maar zou hij zelf toch niet het idee gehad hebben dat er een *praktische* wiskunde bestaat? Een wiskunde die wel degelijk te maken heeft met de problemen, die hij zich bij het maken van zijn prenten stelde?
Ik geloof dat er in het werk van Escher wel wiskunde zit. Misschien niet in het geëigende vakjargon en daarom voor Escher zelf – geconfronteerd met het vakjargon – niet herkenbaar. Het is niet alleen zo dat de wiskundigen er wiskunde in leggen, het zit er echt in.

Eenzelfde uitspraak over wiskunde in de natuur is wijsgerig iets moeilijker vol te houden. Een aardig voorbeeld – één van de laatstverschenen nummers van de *Scientific American*[1]) inspireert mij ertoe – zijn de zeepvliezen. Wondermooie, matematisch interessante bouwsels van twee of drie aan elkaar geplakte zeepbellen. Of ook de zeepvliezen binnen een kubus of tetraeder. 'De natuur' vormt ze volgens eenvoudige wetten, de wiskundige ziet er onderwerpen van boeiende studie in.

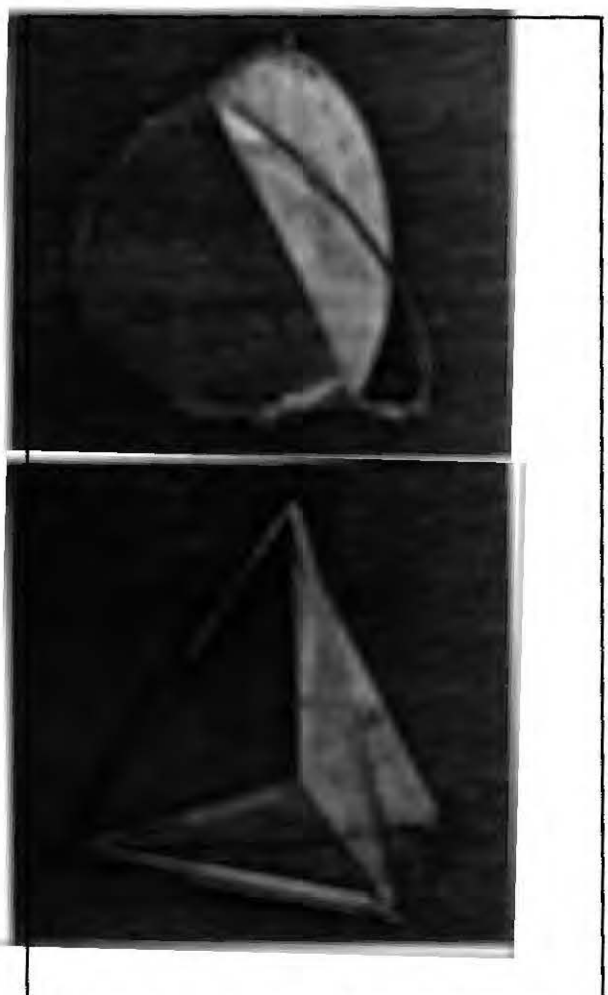


fig. 3

[1]) Juli 1976.

Of, om een geheel ander voorbeeld te noemen: de vorming van takken en de bloeiwijzen van planten. De studie naar regelmaat, de phyllotaxis, is al oud. Een studie van G. van Iterson, *'Mathematische und Mikroskopisch-Anatomische Studien über Blattstellungen, nebst Betrachtungen über den Schalenbau der Miliolinen'*[1]), werkt met Fibonaccigetallen en bolpakkingen, en dergelijke.
Minder lang geleden schreef Le Corbusier:

> 'I am in the mountains, drawing an old fir tree that stands in the pasture. I discover a law. 'Look', I say to my master, 'you can tell the age of the tree from its oldest branch.' Here are the three growths of the year, each with its three buds; (a) will provide next year's growth; (b) and (c) will angle off, each in turn yielding three growths with three buds apiece. The law is enunciated. The oldest branch, the one closest to the ground, almost surely initiates a serie of growths.
> And the entire tree is a pure mathematical function. (This is not an assertion of fact; I have never had the opportunity to prove it).'[2])

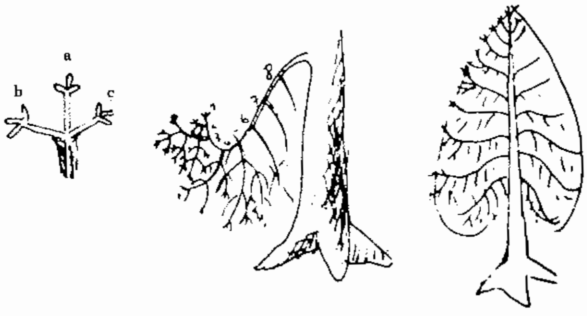


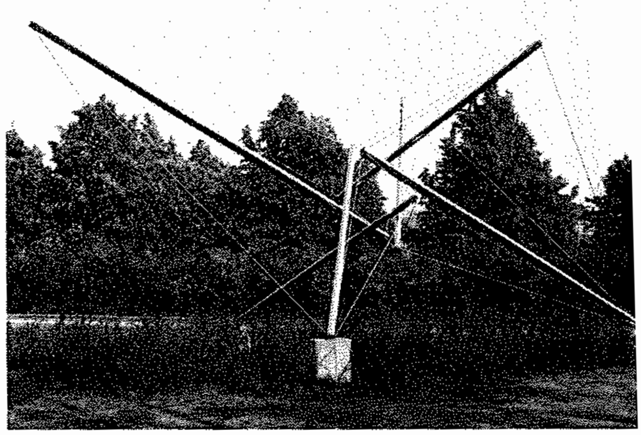
fig. 4

Recente studies op het gebied van de biomatematika hebben dit probleem weer opgenomen. Zie hiervoor *'A model study on biomorphological description'* door P. Hogeweg en B. Hesper[3]), *'A model for the growth and flowering of Aster novae-angliae'* door D. Frijters en A. Lindemayer[4]) en *'Control mechanisms and computer descriptions of inflorescence development'* door D. Frijters.[5])
En ook hier stellen we de vraag: ontdekken we wiskundige strukturen of vinden we ze uit?

---

[1]) Jena 1907.
[2]) Geciteerd uit: Peter S. Stevens 'Patterns in Nature' (Atlantic monthly press book, 1974).
[3]) In: Pattern Recognition (6, 1974).
[4]) In: Lecture notes on computer science (15, 1974).
[5]) Utrecht 1976.
[6]) Wiskobas-bulletin (jaargang 3 nr. 2, pag. 110).
[7]) Zie: museumjournaal (14-3, 1969).
[8]) Art Forum (maart 1967); zie ook katalogus Kröller-Müller (1969).

Laten we terugkeren naar de kunst, ook al is de natuur de leermeester van de kunst. Naast de uitspraken van Escher over wiskunde, komen we nog eens terug op Kenneth Snelson, wiens naaldentoren op de hoge veluwe al eerder ter sprake kwam.[6])



Werkstuk van Snelson, nog voor het in de vijver werd geplaatst fig. 5

In de buitentuin van het amsterdamse stedelijk museum staat nu (in de vijver) een ander werkstuk van zwevende buizen van Kenneth Snelson.[7])

Hoe bereken je de statische evenwichtstoestanden hiervan met alle trekspanningen?
Snelson zegt zelf in een interview met John Coplan[8]):

c: 'Maak je mathematische berekeningen voor je structuren?'
s: 'Ik heb een eigen empirische mathematiek ontwikkeld, maar ik ben geen echte mathematicus.'
c: 'Maar gebruik je dan helemaal geen mathematische formules over de structuur om je vormen te berekenen?'
s: 'Nee. Ik weet wat je met geometrie kunt doen. Ik ben ervan overtuigd dat een ingenieur niet één van mijn sculpturen kan berekenen. Enkelen hebben het geprobeerd; ze dachten dat het niet moeilijk zou zijn, maar ze kwamen tot de ontdekking dat in mijn werk de afzonderlijke elementen zo sterk samenhangen en zo op elkaar zijn afgestemd, dat dit van te voren niet te berekenen is.'

. . . .

'Veel mensen zijn verbaasd als ze horen dat ik een kunstenaar ben en niet een ingenieur. Het verschil is, dat de ingenieur zich met specifieke problemen bezighoudt, die bepaalde functionele oplossingen vereisen. Ik probeer uit te vinden wat je met structuur kunt doen.'

Is Kenneth Snelson misschien geen ingenieur, maar toch wel een wiskundige? Met een empirische matematiek op zoek naar wat je met een struktuur kunt doen?

Als apoteose: wiskunde, kunst en biologie in één hand. Dat is te zien in een 'werkstuk' van Piotr Kowalski.[1]) Figuur 6 zegt voldoende over gras dat groeit op een draaiende plaat. Direkt daaronder (fig. 7) staan de wiskundige tekeningen en de formules afgebeeld.

fig. 6

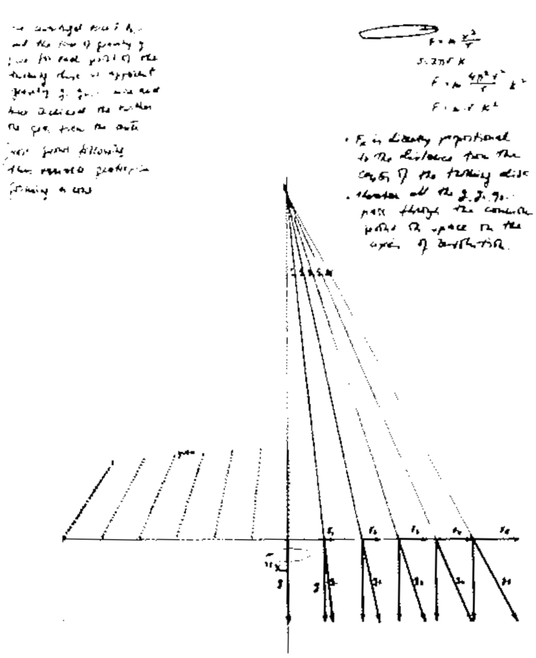
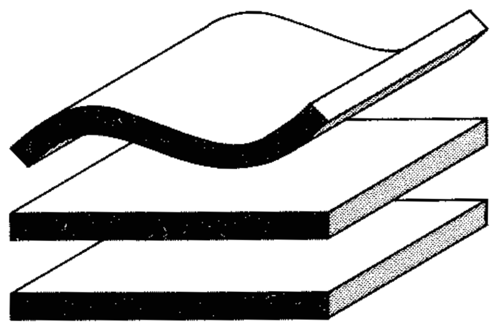


fig. 7

[1]) Zie: katalogus 480 Stedelijk Museum (amsterdam 1970).

problematika



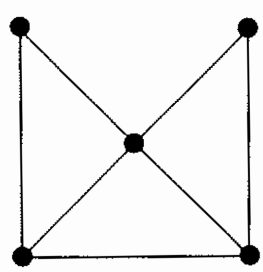
Wat heeft wiskunde met spelletjes te maken?
De 'volksmond' zegt dat iemand die goed is in wiskunde, ook kan uitblinken in spelletjes als schaken of dammen. Psychologen proberen het wiskundig denken te onderzoeken aan de hand van eenvoudige spelletjes. Wiskundigen van naam schrijven boeken vol over spelletjes als 'boter-kaas-en-eieren'.
Laten wij het er maar op houden, dat de overeenkomst tussen het spelen van spelletjes en het bedrijven van wiskunde vooral het plezier is, dat aan beide aktiviteiten te beleven valt.

HUUB JANSEN

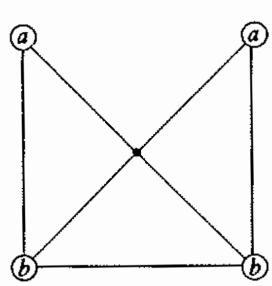
1

OU-MOUL-KO-NO

Wijzelf worden altijd geboeid door simpele spelletjes. Spelletjes, die met een minimum aan materiaal en regels gespeeld kunnen worden. Een goed voorbeeld daarvan vonden we in een fraai boekje met als titel *'Oosterse spelletjes'.*[1]) Het spelletje draagt de prachtige naam 'ou-moul-ko-no', is afkomstig uit korea en wordt gespeeld op een eenvoudig te tekenen speelveld:



De twee spelers hebben ieder twee fiches (witte en zwarte damstenen, dubbeltjes en stuivers, o.i.d.) in deze beginstand:



De bedoeling is om, per beurt, één eigen fiche langs een lijn naar een onbezet snijpunt te schuiven en daarbij te proberen de tegenstander vast te zetten. Wie niet meer kan schuiven heeft verloren.

Behalve door zijn simpelheid wordt dit spelletje gekenmerkt door het niet-symmetrisch zijn. De beginstand van speler *a* is immers, als gevolg van de ontbrekende verbindingslijn, ongelijk aan die van *b*. Dit nu is in tegenstelling met de meeste spelletjes die juist wèl een symmetrische beginstand hebben, zoals schaken, dammen, halma, boter-kaas-en-eieren, ... Of deze a-symmetrie konsekwenties heeft voor de kansen, die beide spelers hebben om het spelletje te winnen, moet u maar eens uitzoeken. Uw kinderen of leerlingen willen daarbij wel helpen. En of het daarbij optredende 'redeneren' iets met wiskunde te maken heeft, mag u zelf beoordelen.

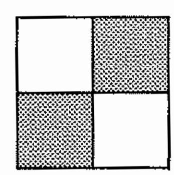
[1]) Wim van der Kolk 'Oosterse spelletjes' (uitgeverij Bert Bakker).

2

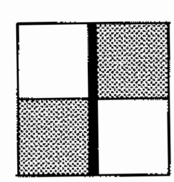
SCHAAKBORD

Het schaakspel heeft vele probleemzoekers al eeuwenlang gefascineerd. Niet in het minst door het bord waarop het gespeeld wordt. In deze rubriek zijn reeds eerder voorbeelden van schaakbord-problemen opgenomen. En aangezien de voorraad welhaast onuitputtelijk is, kunt u er nog meer verwachten. Zoals nu!

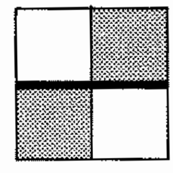
We beginnen met een 'schaakbord' van twee-bij-twee:



Dit bord is slechts op één manier in twee — zowel in vorm als grootte gelijke — stukken te knippen. Tenminste, als we de eis stellen dat alleen langs de randen van de velden geknipt mag worden:

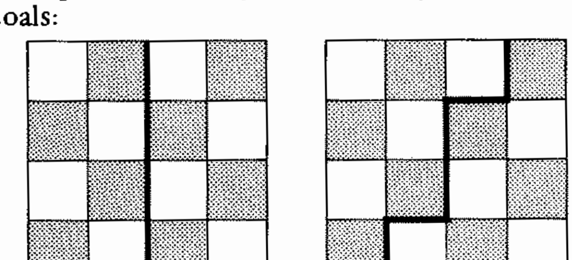


En bovendien spreken we af deze oplossing niet als een essentieel andere te beschouwen:



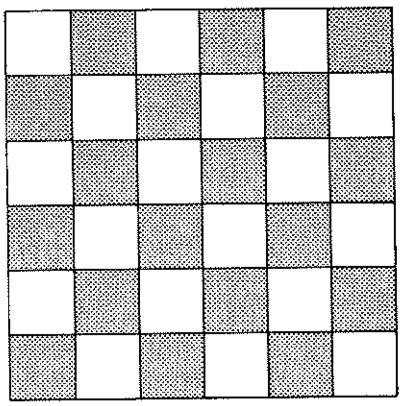
▶ *Hoe zit dat nu bij een vier-bij-vier bord?*

Dat geeft natuurlijk meer mogelijkheden, zoals:



Hoeveel verschillende manieren zijn er wel niet?, vroegen wij onszelf vervolgens af. Wij delen u alvast mee dat we zes oplossingen gevonden hebben. Het tekenen van de overige vier laten wij graag aan u over. Evenals het probleem – voor doorzetters only! –:

▶ *Op hoeveel verschillende manieren is een zes-bij-zes bord in twee gelijke stukken te knippen?*



Wellicht vindt u bij het oplossen van dit laatste probleem ook een manier om het aantal mogelijke, gelijke verdelingen te beredeneren van een echt schaakbord van acht-bij-acht of van een dambord van tien-bij-tien.
In alle eerlijkheid delen wij u mee dat dit laatste ons nog niet gelukt is!

3

TOERNOOI

Van schaakborden naar schakers en schaaktoernooien is niet zo'n grote stap. Daarom durven wij u lastig te vallen met het volgende probleem.
Vijf schakers hebben een toernooi gespeeld. Iedere deelnemer heeft één partij gespeeld tegen de anderen.
Van de eindstand kunnen wij het volgende meedelen:
– de winnaar heeft geen enkele partij remise gespeeld;
– nummer twee heeft geen enkele partij verloren;
– nummer vier heeft geen enkel partijtje gewonnen;
– er zijn geen spelers met een gelijk aantal punten geëindigd.

▶ *Probeer de uitslagen van alle gespeelde partijen te vinden.*

Dit probleem vonden wij in het boek *'The psychology of mathematical abilities in schoolchildren'.*[1]) De titel geeft aan dat dit geen spelletjes- of problemenboek is. Het is wel een aan te bevelen boek voor wiskunde & didaktiekdocenten, omdat het onderzoekingen beschrijft van de karakteristieke kenmerken van het wiskundige denken. Bovendien bevat het boek een veelheid van rekenkundige, algebraïsche en meetkundige problemen, die de russische auteur voor zijn onderzoekingen heeft gebruikt.

4

BROERS

Een ander probleem uit bovengenoemd boek luidt als volgt:

▶ *Ik loop van huis naar school in dertig minuten. Mijn broer doet daar veertig minuten over. Hij gaat vijf minuten vòòr mij op weg. Na hoeveel minuten haal ik hem in?*[2])

Professor Freudenthal is geinteresseerd in de wijze waarop mensen dit probleem aanpakken en tot de oplossing komen. Wanneer u uw denkwerk – of dat van uw leerlingen – rond dit probleem opschrijft en naar de redaktie van dit blad stuurt, dan wordt voor doorzending gezorgd.
Van professor Freudenthal naar het tijdschrift *Educational Studies in Mathematics* is een kleine stap. Ter gelegenheid van het afscheid van Hans Freudenthal als hoogleraar-direkteur van het *iowo* hebben een aantal buitenlandse wiskundedidaktiek-deskundigen de helft van het julinummer (1976) van 'Educational Studies' volgeschreven. Maurice Glaymann beschrijft daarin een ander 'broer'-probleem.
Stelt u zich alle families voor die bestaan uit twee jongens en vier meisjes. De eerste vraag luidt dan:

▶ *Wat is het gemiddelde rangnummer van de oudste jongen van deze families?*

En de volgende vraag:

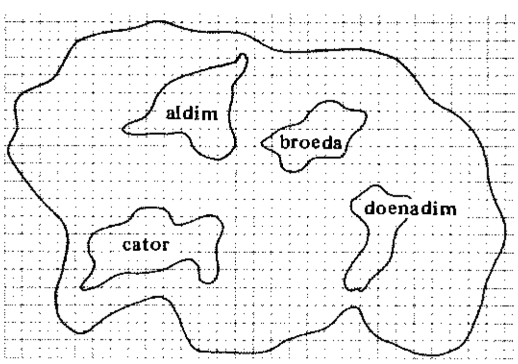
▶ *Wat is het gemiddelde rangnummer van de tweede jongen?*

Dat het antwoord op deze laatste vraag uit symmetrie-overwegingen te vinden is, zal duidelijk zijn. Per slot speelt symmetrie ook bij de andere problemen van deze problematikakolommen een grote rol.

[1]) V.A. Krutetskii (The university of chicago press).
[2]) Zie ook: Leerplanpublikatie 4, pag. 54 (utrecht 1976).

gesprekken met kinderen

VISSERS VAN HET BULJOEKA-MEER[1])



'Op het werkblad zie je een groot meer. In het meer liggen vier eilanden waarop vissers wonen. De vissers betwisten elkaar de visvangst in het meer. Zij besluiten rond de tafel te gaan zitten en over hun visserijgeschil te praten.
Dat lukt eerst helemaal niet, maar na vele dagen vergaderen zijn ze het erover eens geworden.
Ze verdelen het meer in vier stukken, die naar verhouding even groot zijn als hun eilanden.'

JOOST KLEP
LOUIS GILISSEN

gesprek
Rond nevenstaand probleem hadden we in mei j.l. een gesprek met twee kinderen uit klas vier: gerie en ans.
Nadat de oppervlakte van meer en eilanden bepaald was door het tellen van hokjes en het schatten van gedeelten van hokjes die tot het eiland behoorden, beschikten we over het volgende tabelletje:

eiland	grootte van het eiland	oppervlakte visgrond
aldim	22	
broeda	$19\frac{1}{2}$	
cator	$12\frac{1}{2}$	
doenadim	12	
samen	66	422

De verdeling van het meer over de vier eilanden gaf aanleiding tot langdurig gepieker. Op een gegeven moment kreeg ans een idee:
.... 'Ik teken om ieder eiland een lijn. Wat er dan om dat eiland zit, is even groot als het eiland zelf. Dat doen we net zo lang tot het meer op is. Dus iedere keer leggen we een band om een eiland, zodat de oppervlakte om het eiland even groot is als het eiland zelf.' ....
Waarschijnlijk inspireerde deze uitspraak gerie tot een ander idee:
.... 'We kunnen ook de oppervlakte van de vier eilanden bij elkaar optellen en dat delen op de oppervlakte van het hele meer. We weten dan hoeveel viswater ieder eiland krijgt en dat kunnen we dan wel op een of andere manier tekenen.' ....
Na een korte diskussie werd voor de laatste strategie gekozen. Dit zou zeker makkelijker zijn dan het tekenen van de 'banden' uit het eerste voorstel.
De deling[2]) werd uitgevoerd:

```
66/422\6
   396
    26 rest
```

.... 'Wat moeten we nog meer doen?' ....
Geen antwoord!
Beide kinderen bleken op dat moment niet in staat het resultaat van de deling terug te ver-

---

[1]) Zie ook: Leerplanpublikatie 2, tafereel **M9** (utrecht 1975);
Wiskobas-bulletin, jaargang 5 nr. 5/6, pag. 17 e.v. (utrecht 1976).

[2]) De leerlingen werkten pas sinds vier maanden met staartdelingen.

talen naar het verhaal van de vissers. Het kostte nogal wat inspanning van onze kant, de kinderen weer te richten op de oorspronkelijke kontekst.
Kennelijk vergde de staartdeling nog erg veel moeite. De kinderen moesten zich hier sterk op koncentreren. Het is dus geen wonder dat de aandacht van het oorspronkelijk probleem was afgeleid.

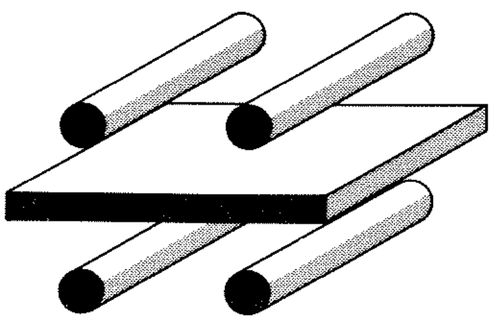
probleem en rekenwerk
Natuurlijk is het wel zo, dat dit soort rekenwerk niet altijd nodig is. In dìt geval moest de berekening wel plaatsvinden om een deelresultaat te bereiken waarmee verder kon worden gegaan. Het is dan van belang dat het kind hierdoor niet te veel wordt afgeleid. Het mag de lijn van het oorspronkelijke probleem niet uit het oog verliezen.
Dit betekent, dat we de problemen zo in elkaar steken dat de 'ondersteunende' rekenarij helemaal beheerst wordt door de kinderen. In het eilandenprobleem zouden bijvoorbeeld 'gemakkelijker' getallen gebruikt moeten worden.
We kunnen het rekenwerk daarentegen ook iets moeilijker maken. Dàn moeten we echter vooraf duidelijk de lijn van de probleemoplossing bespreken.

bedoeling rubriek
Waarom gaat het in deze rubriek?
De vraag is niet zomaar in één zin te beantwoorden. Daarbij komt, dat degene die het initiatief neemt voor een gesprek met kinderen, dit weliswaar steeds doet vanuit de intentie om de ontmoeting van kinderen met een bepaald stuk leerstof nauwkeuriger te observeren, indringender te ervaren dan in een klassikale situatie mogelijk is. Maar de aksenten zullen steeds anders liggen.

verschillende aksenten
De leerplanontwikkelaar bijvoorbeeld, zal een gesprek met kinderen aangaan om een idee te krijgen over de haalbaarheid, de volledigheid van zijn ontwerp en om te zien of de kinderen zich voor het onderwerp interesseren, of ze bereid zijn in het onderwerp te duiken.
De docent aan een pedagogische akademie zal een gesprek met kinderen voeren, om zijn studenten van daaruit te wijzen op belangrijke didaktische keuzen bij de aanbieding van het onderwerp. Wellicht doet hij het tevens om zijn eigen ervaringen in het onderwijzen van kinderen, zijn kennis van mogelijk bij kinderen optredende leerprocessen te vergroten.
Een student aan een pedagogische akademie voert gesprekken met kinderen in het kader van het wiskunde-didaktiekonderwijs, om zodoende de hiervoor benodigde kennis en vaardigheid te veroveren.
Een begeleider kan gesprekken met kinderen aanknopen om moeilijkheden bij het leren van wiskunde te diagnostiseren en daarna te remediëren. Hij kan het echter ook doen om zijn eigen didaktische ervaring en kennis uit te breiden, om aldus de onderwijzer in de praktijk des te beter te kunnen begeleiden.
Een onderwijzer tenslotte, kan een groepje kinderen apart nemen om een nieuw onderwerp, waarin hij zich nog niet zo zeker voelt, uit te proberen, om te kijken wat hij kan verwachten als hij dit onderwerp in de klas gaat behandelen en misschien ook om een passende kontekst te vinden, waarin hij het probleem kan aanbieden.

Omdat de auteurs, twee docenten wiskunde-didaktiek van een pedagogische akademie, regelmatig gesprekken met kinderen zullen voeren in het kader van het didaktiekonderwijs, zal de stof voor deze rubriek vooral geput worden uit de wereld van de opleiding. Kortom, de aangrijpingspunten voor deze rubriek worden gevormd door verslagen van nauwkeurig kijken en luisteren naar kinderen die iets leren, iets ontdekken, een probleem oplossen, met materiaal bezig zijn. En dit alles op het terrein van de wiskunde. De verslagen zullen voorzien worden van persoonlijke indrukken en interpretaties. Wij hopen dat een en ander leerzaam zal zijn. Vooral hopen wij dat deze rubriek als 'smaakmaker' zal gaan fungeren.

kleuters en wiskunde



BOUWWERKEN

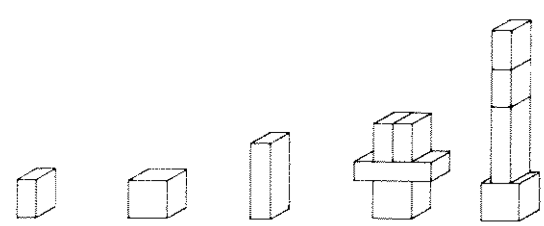
Het bouwen met grote en kleine blokken is een dagelijks voorkomende aktiviteit op de kleuterschool. Er kan 'vrij' gebouwd worden. Ook gerichte opdrachten kunnen gegeven worden.
Bij het bouwen kan de taal van belang zijn, zoals:
- *het benoemen van de blokken: kubus, bouwsteen, tegel, paal;*
- *het aangeven van de plaats waar de blokken staan: een rij van vier blokken ... een blok achter de eerste zetten ... een blok op de middelste plaatsen ...*

JEANNE DE GOOIJER-QUINT

inleiding
Tijdens het bouwen kunnen we de kleuter goed observeren, waarbij we o.m. op de volgende punten letten:
- gaat het kind geordend of ongeordend te werk?
- wordt een bepaald patroon doorgevoerd?
- is een systematische opbouw herkenbaar?
- wordt er symmetrisch gewerkt?
- worden verschillende soorten blokken gebruikt?
- heeft het bouwwerk een 'estetisch bevredigende' vorm?

Hieronder geven we een aantal opdrachten, die o.i. aanleiding kunnen geven tot bizonder zinvolle aktiviteiten – en niet alleen met betrekking tot de wiskunde –!

een toren
Enkele kinderen krijgen de opdracht met grote blokken van verschillende vorm (kuben, bouwstenen, tegels, palen) een toren te bouwen.[1]) Zijn ze klaar, dan gaan we samen de torens bekijken.
Mogelijke vragen en opdrachten:
- ▶ Zijn de torens gelijk?
- ▶ Hoe kun je zien dat ze wel/niet gelijk zijn?
- ▶ Welke torens zijn laag/hoog, breed/smal? en hoe zie je dat?
- ▶ Kun je de toren met dezelfde blokken hoger/lager maken?



een kube bestaat uit twee tegels nàast elkaar
een bouwsteen bestaat uit twee tegels òp elkaar

- ▶ Maak eens een toren van kuben en bouwstenen. Kun je dezelfde toren maken, maar nu alleen met tegels?
- ▶ Bouw een toren zo hoog als ... je knie, die tafel, je middel.

De torens 'zo hoog als de tafel' zullen bij ieder kind ongeveer gelijk zijn, maar bij torens 'zo hoog als je knie of middel' zullen er verschillen optreden. Hoe komt dit nu? Ziet een kind in, dat de hoogte van de tafel vast ligt, in tegenstelling tot de hoogte van iemands knie of middel?

[1]) Fröbelgaven (verkrijgbaar bij diverse firma's voor kleuterschoolmaterialen).

Een andere opdracht kan zijn:

- ▶ Maak een toren die eens zo hoog is als de gegeven toren; dat wil zeggen: plaats hetzelfde aantal blokken nog eens op de toren.
- ▶ Maak er nu een die de helft lager is.

Staat er een toren van zes kuben, dan is de helft drie. Staat er echter een toren van zeven kuben, dan is het moeilijker de helft te bepalen, want drie is niet de helft en vier ook niet. Eén kube moet gehalveerd worden, zodat er een toren ontstaat van drie kuben plus één tegel.

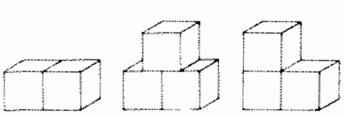
We kunnen ook een opdracht geven waarbij de begrippen 'smal' en 'breed' aan de orde komen:

- ▶ Maak een toren die de helft smaller is dan de gegeven toren.
- ▶ Maak een toren die eens zo breed is als de gegeven toren.

De kleuter heeft vòòr het werken in de ruimte, al ervaring opgedaan met het bouwen in het platte vlak.
Bij het aanleggen van straten kunnen de begrippen 'lang', 'kort', 'breed' en 'smal' uitgewerkt worden. Ook hier kan de opdracht gegeven worden de straten de helft smaller/breder of twee keer langer/korter te maken. Bij het aanleggen van straten kan tevens gelet worden op het patroon:

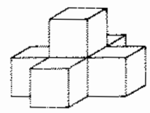
een blokkenhuisje
Met een klein groepje kleuters (drie à vier) gaan we naast elkaar aan de tafel zitten. (Niet tegenòver elkaar in verband met de juiste plaatsbepaling).
Ieder kind krijgt ca tien kuben. We gebruiken maar één soort, omdat de opdracht anders te gekompliceerd wordt. We beginnen met het bouwen van een blokkenhuis op eigen wijze. De blokkenhuizen worden daarna met elkaar vergeleken.

Vòòr we tot de volgende opdracht overgaan, maken we eerst een afspraak over het plaatsen van de kuben:



goed fout goed

We gaan nu een huis bouwen, waarbij de leidster vertelt hoe het huis opgebouwd moet worden. Ze heeft achter een schot een blokkenhuis gemaakt en vertelt:
.... 'Zet één blok neer.
Pak nog een blok en zet dat op het eerste blok.
Nu hebben we een toren.
Zet één blok achter deze toren.
Zet één blok voor de toren.
Zet één blok naast de toren links, dat is aan de kant van het raam.
Zet één blok rechts van de toren, dat is aan de kant van de deur.' ....



Het schot wordt weggehaald en ieder kind kontroleert of zijn/haar gebouw hetzelfde is, en zo niet:
.... 'Wat is er misgegaan.' ....

Bij deze beschrijving is het van belang dat de kinderen naast elkaar zitten en niet tegenover elkaar, in verband met de opmerking 'links van de toren, dat is aan de kant van het raam'. De kleuter redeneert vaak vanuit zijn eigen standpunt. Hij kan zich nog niet verplaatsen in de ander. Het is dus belangrijk dat geen verwarring kan ontstaan.

Als juf al enige malen een huis heeft beschreven, mag een kind een opdracht geven. De kleuters zullen naast de spreektaal gebruik maken van gebarentaal.
Hieronder een tweetal voorbeelden, waarbij de kleuter de opdracht geeft:
.... 'Twee blokjes neerzetten ... naast elkaar ... en twee blokjes daar ... erachter, oh nee, erop ... drie blokjes ... die staan daar ... kijk zò (wijst) ... dat is erachter ... weer drie blokjes ... er bovenop ... (waar?) ... op die andere.' (steven) ....
.... 'Maak een vierkant van één, twee, drie ... negen blokken (een moeilijke opdracht) ... op het blokje daar middenin nog één blokje er bovenop.' (bianca) ....

een gebouw op maat
We maken gebruik van de *vm*-bouwwagen.[1])
Deze bouwwagen bevat kisten in vier verschillende maten. De basiskube is 2,5 x 2,5 x 2,5 cm. De afgeleide kubevormen zijn 5 x 5 x 5 cm en 7,5 x 7,5 x 7,5 cm. De vierde maat is ontstaan door deling van de laatste kube, namelijk 3,75 x 3,75 x 3,75 cm.
Opdracht:

- ▶ Maak een gebouw van de kleine blokken en maak daarna hetzelfde gebouw met de middelgrote en/of grote blokken.

[1]) Verkrijgbaar bij diverse firma's voor kleuterschoolmaterialen.

Het kind moet bij deze opdracht gericht kijken en het gebouw van alle kanten kunnen zien. De leidster kan op de volgende punten letten:
- heeft hij/zij dezelfde soorten blokken gebruikt?
- heeft hij/zij hetzelfde aantal blokken gebruikt?
- zijn beide gebouwen in dezelfde richting gebouwd? is de ingang van het gebouw aan dezelfde kant gemaakt? is het gebouw gedraaid of gespiegeld?

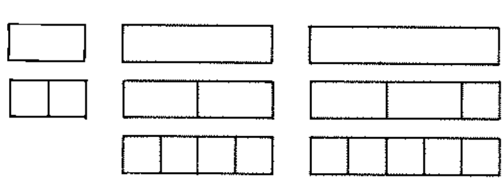
De opdracht kan uiteraard ook omgekeerd gesteld worden: begin met de grote blokken, daarna de middelgrote en/of de kleine blokken.

Heeft het kind geen moeite met het namaken van de bouwwerken, die 'naast' elkaar komen te staan, dan kunnen we de opdracht geven:

▶ Maak hetzelfde gebouw, maar nu een kwart slag of een halve slag gedraaid.

Het kind is nu gedwongen zich in een andere situatie te verplaatsen. Hij moet zich 'in gedachten' afvragen wat de voorkant van het eerste gebouw is en wat de voorkant in de nieuwe situatie zal zijn.
Bij alle opdrachten gaat het steeds om het konkreet manipuleren met blokken: van *stapelen* naar *omgooien* en weer naar *stapelen.*

vloertjes leggen
Bij het bouwen van een huis beginnen we met een vloer. We gebruiken hiervoor de bouwrekenkist.[1])
Deze kist bevat blokken van verschillende lengten en gaat uit van het tientallig stelsel. Elk blok kan samengesteld worden uit kleine blokjes, bijvoorbeeld:

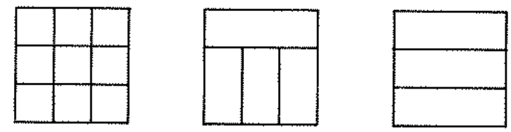


Het is niet de bedoeling hierbij cijfersymbolen te gebruiken. De kinderen gaan 'zien', dat bijvoorbeeld vier kleine blokjes gelijk zijn aan twee grotere blokken of aan één groot blok.
Afmetingen kleine kube: 3 x 3 x 3 cm.

We gaan een vloer voor *de keuken* leggen.
De opdracht luidt nu:

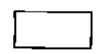
▶ Leg een vloertje op een vel papier. Het papier moet helemaal bedekt worden.

Enkele voorbeelden — het kind heeft de beschikking over alle blokken —:

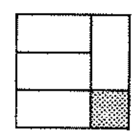


De vloer kan dus op verschillende manieren gelegd worden.
Een opdracht kan zijn:

▶ Leg de vloer eens vol met blokken van deze lengte:

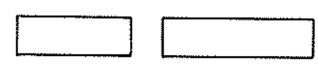


De kinderen ontdekken dat de opdracht onuitvoerbaar is; er blijft steeds één hokje over:



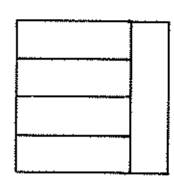
De vloer in *de slaapkamer* heeft een grotere afmeting.

▶ Leg de vloer vol met de volgende blokken:



▶ Hoeveel blokken kun je van iedere maat gebruiken?

Er is maar één mogelijkheid, namelijk: vier korte blokken en één langere:

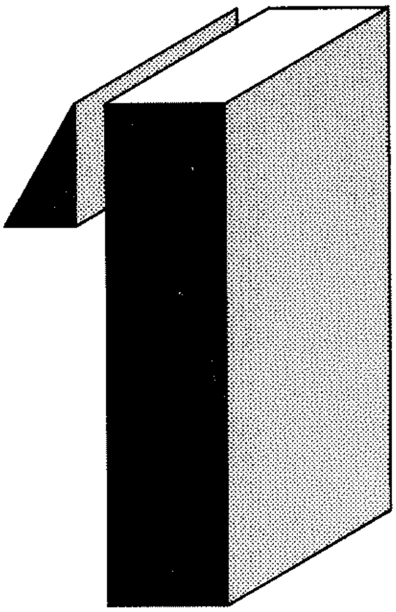


Het gaat er vooral om, dat de kleuters verschillende patronen ontdekken.

tenslotte
In dit artikel zijn enkele bouwaktiviteiten naar voren gekomen. Er zijn echter ook andere mogelijkheden, zoals: bouwen met behulp van wereldspelmateriaal, bouwen met doosjes, meubilair maken voor eigen gebruik, ...
De kleuters kennen zelf allerlei funkties toe aan de blokken en bouwwerken.

1) De bouwrekenkist van Bladergroen is verkrijgbaar bij diverse firma's voor kleuterschoolmaterialen.

spullenkatern



De naam zegt 't al. In deze katerns gaat het om:
- *spullen voor wiskundeonderwijs op de basisschool;*
- *mensen die deze spullen gebruiken;*
- *mensen die deze spullen ontwikkelen.*

In dit eerste katern zullen we het onder meer hebben over:
bedoeling katern (1);
wiskobas en metoden (2);
intermezzo (3);
inventarisatie (4);
ervaring in vijfvoud (5);
vragen (6);
vervolg (7).

BEDOELING KATERN (1)

▶ INLEIDING (1.1)

Iedereen die dagelijks in de praktijk van het basisonderwijs werkzaam is, wordt vrijwel voortdurend met een stroom van vragen gekonfronteerd. Vragen van allerlei aard en uiteenlopend belang. Vragen die een direkt antwoord, een snelle aktie verlangen, maar ook vragen die verwijzen naar teamoverleg, ouderbesprekingen, inspektieadvies.

.... 'Els reageert volstrekt onverwacht. Haar medeleerlingen kunnen haar niet overtuigen dat de oplossingsmetode voor *a* ook bruikbaar is voor *b*. Toch zijn de gebruikte argumenten duidelijk en sprekend genoeg. Moet ik m'n eigen argumenten nu naar voren brengen (zoveel heb ik niet meer toe te voegen) of gun ik haar nog wat 'suddertijd'?' ....

.... 'Opnieuw blijkt het aantal oefenrijtjes voor de staartdelingen in deze metode veel te gering. Toch eens met harry overleggen of we niet ekstra oefenmateriaal kunnen aanschaffen. Misschien kunnen we ons woensdagmiddag eens oriënteren op het pedagogisch centrum.' ....

.... 'Hoe gebruiken we als team de aktiviteitskaarten 'bussen en blokken' en 'inter-lokaal'?' ....

.... 'Wat gaan we de komende jaren op school aan reken/wiskundeonderwijs doen en hoe organiseren we 't?' ....

En omdat in het onderwijs mensen met mensen omgaan en alle mensen en dus alle (onderwijs-)situaties anders zijn, zegt de (letterlijke) buiten-staander, dat 't moeilijk is een antwoord te geven. En haasje-repje wordt de vraag teruggespeeld:

.... 'Kijk, jullie moeten als team zèlf beslissen, samen met de ouders en kinderen.' ....

Natuurlijk is dat juist! De president van honduras hoeft niet te beslisen over de gebruikswijze van aktiviteitskaarten in hazerswoude. Toch zijn er beslissingsterreinen waar schoolteams niet uitsluitend op eigen kennis en inzicht hoeven te steunen. Met name op het gebied van de leermiddelen – zowel in eigen-

lijke zin als in feitelijke zin[1]) – kunnen buitenstaanders best hulp verlenen. Redelijk veel werk is reeds verzet. Te denken valt aan de aktiviteiten van de *werkgroep dokumentatie opvoeding en onderwijs*[2]) en van de *didaktiekkommissies der moderne talen.* Ahoewel van wetenschappelijke zijde[3]) terecht hier en daar vraagtekens zijn gezet bij genoemde werkzaamheden, zijn de uitgangsideeën o.i. vruchtbaar genoeg.
In deze spullenkaterns willen we aandacht besteden aan vragen rond het plannen van wiskundeonderwijs. We willen proberen schoolteams bij inhoudelijke en organisatorische planningen te helpen. Of het ons zal lukken...? U zult kunnen kennismaken met objektieve gegevens (inventarisaties) en subjektieve metodenverhalen. Alle verhalen zullen echter kommercieel-onafhankelijk zijn: geen enkele industrieel sponsort onze balpennen en potloden. Het zullen soms onwetenschappelijke verhalen zijn, ook al kennen we enkele kriteria en vermoeden we relevante onderzoeksopzetten. Het zullen soms onpraktische verhalen zijn, ook al kennen we de vreugden en ellendes van het reken/wiskundeonderwijs in de basisschool van binnenuit.

Om bij voorbaat misverstanden en te hoog gespannen verwachtingen uit te sluiten, geven we eerst zo duidelijk mogelijk aan waarover we het in deze katerns *niet* zullen hebben.

▶SCHOOLWERKPLAN (1.2)

Het gaat ons in deze spullenkaterns niet om 'schoolwerkplanontwikkeling' in de brede zin des woords. In de nota 'Contouren van een toekomstig onderwijsbestel'[4]) wordt o.m. een beschrijving gegeven van wat een schoolwerkplan is (zou moeten zijn):

> 'Het schoolwerkplan geeft per school aanwijzingen met betrekking tot keuze en formulering van de doelstellingen van de school, als een nader, op de school toegesneden, uitwerking van wettelijk vastgestelde algemene onderwijsdoelstellingen. Tevens geeft het aanwijzingen over de wijze waarop en de voorwaarden waaronder die doelstellingen in deze school worden nagestreefd.
> Een goed schoolwerkplan bevat tenminste de volgende bestanddelen:
> a. doelstellingen;
> b. onderwijsleerinhouden;
> c. didactische werkvormen;
> d. leeractiviteiten;
> e. onderwijs- en leermiddelen;
> f. beoordelingsmetoden;
> g. begeleiding;
> h. planning- en organisatievormen;
> i. ruimtelijke voorzieningen;
> j. evaluatie.
>
> De samenhang tussen de eerstgenoemde negen bestanddelen is van groot belang. Zij wordt bevorderd, als de evaluatie steeds alle componenten van het plan betreft. Het plan krijgt zijn volle betekenis, indien het meer omvat dan de optelsom van zijn delen. Het schoolwerkplan heeft zo een ruimere strekking dan wat voorheen onder de term 'leerplan van een school' werd verstaan.'

In deze spullenkaterns beperken we ons tot dat gedeelte van de schoolwerkplanontwikkeling dat in het reken/wiskundeonderwijs zijn uitgangspunt vindt. Voorts zal het niet steeds gaan over een plan voor een hele – zes jaar omvattende – kursus. De opzet is derhalve 'bescheiden'.

▶METODEN (1.3)

Een andere – eveneens essentiële – beperking is, dat uitsluitend gesproken wordt over 'onderwijs- en leermiddelen'. Nog stringenter: in dit eerste katern gaat 't alleen over 'metoden' en niet over additionele materialen. Een korte toelichting!
Grofweg is de volgende indeling van de onderwijs- en leermiddelen op het gebied van het reken/wiskundeonderwijs te maken:
- rekenmetoden (d.i.: leerlingenboekjes met handleiding voor een ca zesjarige kursus; veelal uitsluitend rekenopgaven bevattend);
- wiskundig georiënteerde metoden (d.i.: leerlingenboekjes met handleiding voor een ca zesjarige kursus; veelal ook leerstof buiten het rekengebied bevattend);
- additioneel rekenmateriaal (boekjes met ekstra oefeningen voor de hoofdbewerkingen, rekenmachientjes, scheurbloks voor breuken, enz.); van dit materiaal is erg veel geproduceerd; in een overzicht van het pedagogisch centrum uit enschede troffen we 55 titels aan;
- additioneel wiskundemateriaal (televisieseries, opdrachtkaarten, werkschriften, enz.); in de voorgaande aflevering van dit bulletin is een overzicht gepubliceerd.[5])

[1]) Deze onderscheiding wordt gemaakt door M.J.J. Langermans 'Het team kiest een methode' (kpc, den bosch 1975). De overwegingen in deze publikatie zijn belangrijk.

[2]) Sekretariaat *wdoo*: leermiddelenekspositie pedagogisch centrum – enschede.

[3]) Drs. C. van Bockel 'Eindrapport van het eerste jaar van de voorstudie: beoordeling van leerboeken' (*svo*-projekt 0257).

[4]) Staatsuitgeverij ('s-gravenhage 1975).

[5]) Wiskobas-Bulletin, jaargang 5 nr. 5/6.

Met betrekking tot de term 'additioneel' is nog enige nuancering gewenst. Soms is materiaal écht additioneel, dat wil zeggen: *toevoegend*. Het komt echter ook voor dat materiaal *invoegend* is. Dit betekent dan dat het metodische konsekwenties heeft. Op zich hoeft deze onderscheiding hier geen aanleiding te geven tot verwarring. We moeten ons echter realiseren dat eenzelfde materiaal (bijvoorbeeld een televisieserie met bijbehorend leerlingenwerkblok) als invoegmateriaal kan worden gehanteerd:

> ....'Wel, ik laat die paragraaf uit m'n boekje weg. Ik zorg ervoor dat de kinderen van te voren al enigszins vertrouwd zijn met klokkijken. Werkbladen 17 en 18 stel ik uit, want die sluiten straks mooi aan bij paragraaf 41.' ....

En tegelijkertijd, in een andere klas, als toevoegmateriaal:

> ....'Vrijdag gaat het rekenboekje dicht. Maandag begint drie weken televisie. Na die drie weken even kort de sommen uit het boek herhalen. En dan weer verder. Flink stampen om weer bij te komen.' ....[1])

WISKOBAS EN METODEN (2)

▶ SITUATIE 1968 (2.1)

In 1968, het ontstaansjaar van wiskobas, leek het erop dat de nederlandse onderwijsmarkt overspoeld zou gaan worden door een grote verscheidenheid aan vertaalde – al dan niet bewerkte – buitenlandse metoden.
Immers, in de diverse buitenlanden bestonden in de zestiger jaren – en nòg – grote verschillen in opvatting omtrent de uitgangspunten voor wiskundeonderwijs op de basisschool. Tevens ontbrak in nederland een eigen visie op de doelstelling van wiskundeonderwijs voor de basisschool.
Iedere buitenlandse variant kon derhalve haar kansen op de nederlandse markt wagen.
Erger nog: onder de slogan 'moderniseer uw onderwijs' werden onderwijzers onder druk gezet. Zij dienden om te schakelen op een nieuwe wiskundemetode, waarvan zij noch de totaliteit noch de uitgangspunten konden overzien. Evenmin waren zij er door heroriëntering en/of begeleiding op voorbereid. Een chaos dreigde!
Wiskobas probeerde iets tegenòver deze dreiging te stellen.
Vanuit de opdracht om:
- een visie te ontwikkelen op de uitgangspunten en doelstellingen voor wiskundeonderwijs op de basisschool (zie **2.3**);
- deze visie – in en mèt het veld – uit te werken tot een konkrete 'bron' voor de ontwikkeling van werkplannen in de school (zie **2.3**);
- onder gelijktijdige vormgeving van heroriëntering en begeleiding;

heeft wiskobas steeds – en principieel – in zo groot mogelijke openheid gewerkt.
Met name gold dit ook auteursgroepen.

▶ SCHRIJVERSGROEPEN (2.2)

Als projekt, dat onder auspiciën van een overheidsinstituut uitgevoerd wordt, heeft wiskobas nooit eksklusieve relaties met schrijversgroepen onderhouden. Wel zijn van meet af aan de deuren opengezet voor schrijversgroepen. Voor àlle schrijversgroepen. Voor iedere uitgever. Geen voorkeursbehandeling. Ieder kon langskomen voor informatie, voor adviezen. Geheimzinnigheid was er niet bij.
We menen dat het nederlandse onderwijs hiermee gediend is. Als ieder zo nu en dan put uit dezelfde visie en 'bron', dan moet dat toch uiteindelijk – zwak gezegd – te uitbundige divergenties in 'spulontwikkeling' voorkomen. Wel, we hebben de indruk dat alle groepen nauwgezet de ontwikkelingen van wiskobas gevolgd hebben en nog volgen, hetzij vanuit het bulletin, hetzij mede vanuit mondeling overleg. Heel merkwaardig – en eigenlijk beneden de stand van de nederlandse uitgevers – was 't om te konstateren, dat een enkele uitgever zijn schrijversgroep geheim hield en zich zodoende ekstra mogelijkheden schiep om aan informatie te komen.
Afgezien van enkele schoonheidsfoutjes[2]) kunnen we niet anders zeggen, dan dat de nederlandse uitgevers in het algemeen korrekt en serieus werken aan de ontwikkeling van onderwijsleerpakketten voor rekenen/wiskunde.

▶ WISKOBAS-IN-ROOD (2.3)

Genoemd (incidenteel) overleg met auteurs van onderwijsleerpakketten voor wiskundeonderwijs, betekent niet dat wiskobas zijn verantwoording naar het veld slechts indirekt vervult. Integendeel, de mogelijkheid en het recht van ieder schoolteam om een komplete nieuwe metode via de uitgever te bestellen erkennend,

---

[1]) Overigens: sommig additioneel materiaal is zo vervlochten dat het uitsluitend als toevoegmateriaal kan funktioneren. Tevens konstateerden we dat op sommige scholen meerdere metoden tegelijk gebruikt werden, waarbij het volstrekt onduidelijk was welke metode nu een additionele funktie had, en welke metode de hoofdlijn aangaf. Iedere leerkracht had hier zo zijn/haar eigen ideeën over.

[2]) Bijvoorbeeld, wanneer een marketingafdeling van een uitgeverij tegen alle afspraken in, de naam 'wiskobas' als aanbeveling voor een metode gebruikt.

wordt door ons toch vooral een *meer geleidelijke overgang* van traditioneel rekenonderwijs naar gemoderniseerd wiskundeonderwijs als wenselijk beschouwd.
Hiertoe is en wordt door wiskobas gewerkt aan een integratieplan voor wiskundeonderwijs aan 4- tot 12-jarigen, vervlochten met leerplanontwikkeling voor de opleidingen (kleuterleidstersopleidingen, pedagogische akademies) en voor de heroriëntering van onderwijzers. Dit integratieplan zal zowel meer teoretisch gerichte onderdelen als een volledig werkpakket wiskundeonderwijs voor de basisschool bevatten. Inmiddels zijn vier (rode) publikaties hiervan verschenen:

- De kiekkas van wiskobas. Beschouwingen over uitgangspunten en doelstellingen van het aanvangs- en vervolgonderwijs in de wiskunde.[1])
- Overzicht van wiskundeonderwijs op de basisschool. Model voor een schoolwerkplan.[2])
- Bussen en blokken. Werkbladen voor wiskundeonderwijs in de basisschool.[3])
- Inter-lokaal. Werkmateriaal voor wiskundeonderwijs in de basisschool.[4])

De twee laatstgenoemde publikaties zijn als het ware 'invullingen' van het eerder gepubliceerde model. Waar ze nu als additioneel materiaal uitstekend bruikbaar zijn naast en met elke metode, zullen ze straks – zodra de serie kompleet is – in samenhang met elkaar het volledige kernmateriaal bevatten van een onderwijsleerpakket voor 4- tot 12-jarigen. Anders en beter geformuleerd: uit de totaalserie zijn meerdere volledige pakketten samen te stellen; pakketten die onderling sterk kunnen verschillen, maar die allemaal gevoed zijn vanuit dezelfde basisvisie op wiskundeonderwijs. Aldus komen we per (rode) publikatie een stapje verder: van toevoeging en invoeging naar vervanging.
Deze zin kan aanleiding geven tot misverstanden. Daarom twee toelichtende opmerkingen. Allereerst: wiskobas is geen leverancier van leerlingenmateriaal. We ontwikkelen wel werkbladen, aktiviteitskaarten, e.d. En we publiceren deze in de rode boeken. Maar u kunt niet veertig of honderd eksemplaren van eenzelfde werkblad bij ons bestellen. Daar zijn we niet voor en daarvoor heeft u ook uw eigen mogelijkheden. U mag, wat ons betreft, alle materialen uit de rode boeken onder het stencilapparaat leggen, u kunt uw begeleidingsdienst proberen te aktiveren om in dit opzicht iets te doen, u kunt op eigen houtje materiaal bewerken, ...
Het gaat ons er niet om dat alle scholen een geraffineerde aanpak over 'dichtheid' uit het telefoontema in hun onderwijs opnemen, het gaat ons wel om de idee àchter deze aanpak. En dat idee kan natuurlijk op vele manieren vorm krijgen. En ùw vormgeving is dan misschien wel de beste.
Vervolgens: een verschil met de gebruikelijke procedure is, dat niet eerst een tweetal boekjes voor het eerste leerjaar verschijnt, dan een tweetal boekjes voor het tweede leerjaar, enz., maar dat iedere publikatie (in principe) materiaal bevat voor àlle leerjaren.

Naast en in het verlengde van de publikatie van konkrete materialen in de zogenaamde *'rode boeken'*, wordt in de *spullenkaternen* ook anderszins geprobeerd hulp te bieden, en wel door aanwijzingen te geven hoe te handelen bij overschakeling op een nieuwe metode.
Wilt u de laatstgenoemde hoofdweg inslaan, dan volgen hieronder onze allereerste adviezen.

▶ENKELE ADVIEZEN (2.4)

- Wanneer u uw reken/wiskundeonderwijs op een andere (meer moderne) leest wilt schoeien, dan kunt u 't beste een goede traditionele metode nemen (of: handhaven), uit de rijke voorraad additioneel materiaal[5]) enkele werkbladenseries, televisielessen, e.d. kiezen, en wel zodanig dat een en ander een samenhangend, werkbaar geheel wordt. De metode hoeft u niet slaafs te volgen, maar u heeft dan toch – ook bij een forse uitdunning van overdadig oefenmateriaal – een centrale lijn, waardoor u niet in chaotische toestanden terechtkomt. Vanuit deze 'vastigheid' kunt u verder gaan. Zinvolle wiskundige aktiviteiten toevoegen en invoegen. De spullenkaternen van het wiskobas-bulletin willen u daarbij steun verlenen. Dat dit advies voorlopig is, spreekt vanzelf. Zodra inhoudelijke heroriëntering op grote schaal gerealiseerd is, zodra de plaatselijke en regionale diensten voldoende toegerust zijn om problemen rond de overgang naar en het werken met 'moderne' metoden op te vangen, zodra er een metode op de markt is die echt iets 'ademt' van de wiskobasideeën, zodra ...
  Naar ons idee kan dit nog wel enige jaren duren.
- Laat u niet overtuigen door de aanbeveling 'is samengesteld in overleg met de wiskobas-

---

[1]) Utrecht 1975.
[2]) Utrecht 1975.
[3]) Utrecht 1976.
[4]) Utrecht 1976.
[5]) Zie: Nieuw op de markt, wiskobas-bulletin (jaargang 5 nr. 5/6). Zie tevens: het werkmateriaal in de rode wiskobas-publikaties.

kommissie'. In de eerste plaats is wiskobas geen kommissie, in de tweede plaats heeft dat overleg nooit eksklusief voor die ene metode plaatsgehad (zie boven).

- Neem nooit een metode die nog niet kompleet is (alle leerlingenmateriaal tot en met het zesde leerjaar geproduceerd). Immers, vele metodische problemen zitten juist in de bovenbouw!
  Het kan best zijn dat op een bizonder elegante manier autobusproblemen, poppenkasten, stroken, enz. in het materiaal voor de eerste leerjaren zijn verwerkt. Belangrijk echter om ook te weten, is: hoe worden de breuken aangepakt? hoe de kommagetallen? En inzicht hierin is niet uit een abstrakt schema af te leiden.
- Laat u niet overdonderen door fraaie matematische termen en imponerende onderwijskundige namen en teorieën in folders en voorwoorden. Deze blijken vrijwel nergens terug te vinden in het leerlingenmateriaal.

INTERMEZZO (3)

Een team is er van overtuigd dat met het aanwezige materiaal niet optimaal gewerkt kan worden. Wat dan?
Enkele algemeen-didaktische publikaties geven aan, dat een werkwijze bij de invoering van onderwijsleerpakketten veronderstelt:

(1) De aanwezigheid van een *overzicht* van het materiaal waaruit gekozen kan worden.

(2) De beschikbaarheid van een model volgens welke metoden *geanalyseerd* kunnen worden.

Veelal zijn deze modellen van algemeen-didaktische aard, zonder vakdidaktische vulling. Het is de vraag of het juist is, zorg te dragen voor zo'n vakdidaktische aan- of invulling. Sommigen proberen 't: temidden van een serie vragen over *doelen* en *differentiatie* wordt dan bijvoorbeeld een reeks vragen over *leerstof* ingevoegd. Naar ons idee is een dergelijke werkwijze onjuist; algemene komponenten kunnen niet goed geïsoleerd worden van vakkomponenten. Alleen een 'comprehensive approach' lijkt verantwoord.

De modellen zijn veelal zeer gedetailleerd (soms: 89 vragen) en de analyse-aktiviteit vergt veel tijd (tussen 15 en 30 klokuren per team per metode) en (o.i.) veel deskundigheid (analytisch vermogen, verbeeldingskracht).

(3) Het eindpunt van de analyse is een *metodenbeschrijving*.

Ervaringen elders leren, dat beschrijvingen van zèlfde metoden vanuit zèlfde vragenlijsten door ervaren leerkrachten, sterk divergeren.

De koncept-teksten per metode zijn in het algemeen zeer omvangrijk en munten – voor zover we ze gezien hebben – niet uit door helderheid en direktheid.

(4) Een *vergelijking* van meerdere metodenbeschrijvingen.

Genoemd ontbreken van helderheid en direktheid maakt het vinden en vergelijken van essentiële punten erg moeilijk.

(5) Een *beoordeling*.

De *afweging* vindt nu plaats tegen de achtergrond van talloze argumenten:
- vanuit konkrete situatie (team, leerlingen, schoolgebouw);
- vanuit een onderwijsvisie;
- vanuit materiële mogelijkheden;
- enz.

(6) Een *beslissing* omtrent de invoering.

Uit de kommentaren kan afgeleid worden, dat de zestraps-aanpak niet probleemloos is.
Op korte termijn kunnen we als leerplaninstituut op een beperkt aantal punten behulpzaam zijn:
- het geven van een inventarisatie (zie **4**);
- steun bij invoeringsbeslissingen, door praktijkmensen (zie **5**) en vakdidaktici (zie volgend spullenkatern) aan het woord te laten;
- de beslissing zèlf is een zaak van het team en dient dat ook te blijven.

Op langere termijn zult u ook op andere punten gegevens tegemoet kunnen zien.

INVENTARISATIE (4)

▶INLEIDING (4.1)

Wil een schoolteam gefundeerd een onderwijsleerpakket kiezen, dan moet het toch minstens en allereerst weten welke metoden er zoal op de markt zijn. Nu zijn volledige overzichten niet overal even gemakkelijk te verkrijgen. De kennis waarmee zo'n team moet starten, vergt veel verzamellust en het uiteindelijk resultaat is vaak inkompleet.
De door begeleidingsdiensten gegeven voorlichting is veelal niet up-to-date en soms zelfs niet eens indikatief. Immers, enkele diensten hebben hun aktiviteitenpakket gekoppeld aan een bepaalde metode en zullen – ook bij puur informatieve vragen – deze metode aanbevelen vanuit argumenten die aan deze 'koppeling' ontleend zijn. Wellicht is deze handelwijze terecht! Meer bezwaren hebben we wanneer bij diensten medewerkers werken die tevens op de loonlijst van uitgeverijen staan.

Hoe integer de betreffende deskundige ook is en met hoeveel procedurele zorg het bestuur van de dienst deze zaken ook omkleedt (en dit laatste is een feitelijk gegeven in nederland), toch wordt de adviesvrager onzeker.
Voeg hier dan nog bij dat de publicitaire kracht van de verschillende uitgevers nogal uiteenloopt en de situatie in nederland is duidelijk: een onjuiste en fragmentarische beeldvorming in het basisonderwijs.
Aangezien we van mening zijn dat iedere beschouwing en moeilijkdoenerij over onderwijsleerpakketten moet vertrekken vanuit een kompleet overzicht, hebben we de edukatieve uitgevers in nederland gevraagd ons opgave te doen van de door hen geproduceerde (of nog te produceren) 'courante' reken- en wiskundemetoden voor het basisonderwijs.

'De toevoeging 'courant' dient om te 'ouderwetse' uitgaven, die nog slechts een incidentele verspreiding hebben, buiten de inventarisatie te houden. Verder bent u uiteraard vrij in de interpretatie van deze term.'

Uit de antwoorden op deze brief en uit de telefoontjes die er op volgden, hebben we het volgende overzicht samengesteld. Alle zinsneden, aantallen, karakteristieken, en dergelijke, zijn van de uitgever zèlf afkomstig en zijn door ons niet afgecheckt op waarheidswaarde. Te uwer informatie: er zijn in nederland ca 8300 basisscholen.

▶'COURANTE' REKENMETODEN (4.2)
(metoden die vrijwel uitsluitend rekenopgaven bevatten)[1])

naam	*auteurs*	*uitgever*	*eerste druk*	*in gebruik op hoeveel scholen?*	*samenstelling leerlingenmateriaal*	*samenstelling onderwijzersmateriaal*
① Nieuw Rekenen voor het basisonderwijs	Hermien van den Heuvel e.a.	Bosch & Keuning	1969	± 3000	12 leerlingenboekjes map werkbladen voorbereidend rekenen map werkbladen eerste leerjaar mappen kontrolebladen voor de leerjaren twee tot en met zes	algemene inleiding per leerlingenboekje een handleiding in multoband
② Op veilig spoor	C. Glimmerveen e.a.	H. ten Brink	1970	± 500	voorbereidend rekenen: hokus pokus (één boekje, werkbladen, leermiddelen) fundamenteel rekenen: blokrekenen (twee boekjes, toetsboekje, leermiddelen) struktuurrekenen: werkbladen instrumenteel rekenen: 100 geplastificeerde kaarten	handleiding bij hokus pokus handleiding bij blokrekenen twee handleidingen bij struktuurrekenen handleiding bij instrumenteel rekenen
③ De Grondslag	Jo Haack e.a.	Dijkstra, zeist	1954	± 3000	12 leerlingenboekjes ekstra opdrachten: drie boekjes	per leerlingenboekje een handleiding per opdrachtenboekje een antwoordenboekje
④ Niveaucursus Rekenen	werkgroep o.l.v. H.M.M. Vossen	Malmberg	1970		nivo 1A tot en met 6B: per nivo een set leerlingenmateriaal rekenkisten, lotto's, tafelblokken, enz.	per nivo een handleiding in multoband 10 nakijkboekjes administratiesysteem
⑤ Rekenen[2])	werkgroep Nijdam	Wolters-Noordhoff			12 leerlingenboekjes 4 kontroleboekjes 1 werkblok 4 deeltjes cijferopgaven onder de titel: van geval tot geval	per leerlingenboekje een handleiding algemene handleiding

[1]) Een enkele van de hier genoemde metoden zou met enig recht in de volgende paragraaf (4.3: 'courante' wiskundig georiënteerde metoden) vermeld kunnen worden.

[2]) Deze metode wordt met ingang van de kursus 1977-1978 uit het fonds genomen.

6 Functioneel Rekenen	J.M. Reynders e.a.	Versluys	1959	500 à 600	12 leerlingenboekjes	per leerlingenboekje een handleiding algemene handleiding
7 Naar zelfstandig rekenen	R.H. Zandvoort e.a.	Wolters-Noordhoff	1970 (10e druk)	± 1200	jong leren met getallen, boekje 1, 2 en 3 12 leerlingenboekjes antwoordenboekjes voor de leerlingen kontroleoefeningen	per leerlingenboekje een handleiding antwoorden kontrole-oefeningen toelichting
8 De uitkomst	werkgroep o.l.v. Cas Klavier	Zwijsen	1964	± 1500	11 leerlingenboekjes 6 rekenbloks rekenkaarten, rekendoos, proeftaken, rekenborden, enz.	per leerlingenboekje een handleiding
9 Operatoir rekenen	W. Birkhoff e.a.	Zwijsen	1972	± 2000	30 leerlingenboekjes 4 werkbloks sets kaarten, rekenspellen, rekenoefenmiddelen, enz.	negen handleidingen in multobanden
10 Naar aanleg en tempo	H.J. Lugtmeyer e.a.	Thieme	1954	± 500	15 leerlingenboekjes	per leerlingenboekje een onderwijzersboekje
11 Reken maar	J. Boonstra e.a.	Duwaer	1960	± 400	12 leerlingenboekjes	

In dit overzicht komt u niet meer tegen:
- Ik reken (A.P. Bosdijk);
- Fundamentaal rekenen (P.A. Diels e.a.);
- Rekenen voor de basisschool (J.C. van Gerwen);
- Boeiend rekenen (W.E. Wanders e.a.);
- Rekenen (J.A. Michels-Scholten e.a.).

Deze metoden zijn door de uitgevers uit het fonds genomen. De rekenbloks, die oorspronkelijk bij 'Boeiend rekenen' hoorden, blijven overigens als zelfstandige uitgave gehandhaafd.

▶'COURANTE' WISKUNDIG GEORIËNTEERDE METODEN (4.3)

(metoden waarin ook leerstof buiten het rekengebied)

In het volgende overzicht maken we een onderscheid tussen:

- *eerste generatie metoden*; dat wil zeggen: metoden die aan het eind van de zestiger jaren zijn aangezet en nu (vrijwel) volledig zijn ontwikkeld;

EERSTE GENERATIE

naam	*oorspr. naam*	*auteurs*	*uitgever*	*eerste druk*	*in gebruik op hoeveel scholen?*	*samenstelling leerlingenmateriaal*	*samenstelling onderwijzersmateriaal*
1 Elementair wiskundig rekenen	Elementary School Mathematics	Robert E. Eicholz e.a.	Van Gorcum	1970	± 200	12 leerlingenboekjes, werkschriften, toetsen, hulpmiddelen	per leerlingenboekje een handleiding een boekje 'wat zit er achter?'
2 Ontdek het zelf	Discovering Mathematics	M. Vere de Vault e.a.	Wolters-Noordhoff	1970	± 80	voorloper (kijk en ontdek) 12 leerlingenboeken, werkboeken, antwoordenboekjes, toetsen, hulpmiddelen	per leerlingenboekje een handleiding
3 Wiskunde voor de basisschool	Mathematik in der Grundschule	B. Nicolai e.a.	Wolters-Noordhoff	1971	± 80	12 leerlingenboeken[1])	per leerlingenboekje een handleiding begeleidingsbulletins

[1]) Deeltje 6*b* zal vanaf 1 januari 1977 geleverd kunnen worden.

– *tweede generatie metoden*; dat wil zeggen: metoden die in het begin van de zeventiger jaren (of eerst onlangs) zijn aangezet en nu nog niet volledig ontwikkeld zijn.

In het overzicht treft u 'Denken en Rekenen' (N. Picard) niet meer aan. Deze metode is door de uitgever uit het fonds genomen.

TWEEDE GENERATIE

naam	*oorspr. naam*	*auteurs*	*uitgever*	*eerste druk*	*in gebruik op hoeveel scholen?*	*samenstelling leerlingen-materiaal*	*samenstelling onderwijzers-materiaal*	*gereed*	*verdere planning*
① Hoj! Rekenen!	Hej, Mathematik	M.H. van Beek e.a.	Meulenhoff Educatief	1973	± 120	per leerjaar een basisboek en twee oefenboekjes, overbruggingsboek, taken, hulpmateriaal	per leerjaar een handleiding antwoordenboeken toelichtingsboek	klas 1 t/m 4	voor leerjaar 5 leverbaar: vanaf september '76 voor leerjaar 6 leverbaar: vanaf augustus '77
② Getal in beeld		T. Brinkman e.a.	Malmberg	1974		kaarten en boekjes, onderwerpsgewijs gerangschikt, hulpmiddelen	per leerjaar een uitgebreide handleiding in multoband	klas 1 t/m 3	voor leerjaar 4 leverbaar: voor sept. '77 voor leerjaar 5 leverbaar: voor sept. '78 voor leerjaar 6 leverbaar: voor sept. '79
③ Taltaal		J. Postema e.a.	Dijkstra, zeist	1976	40 à 50	leerlingenboeken en werkboekjes	toelichtingsboekje handleidingen	klas 1	voor de leerjaren 2 en 3: in 1977/78 gereed voor de leerjaren 4 en 5: in 1978/79 gereed voor leerjaar 6: in 1980 gereed
④ Rekenwijzer		Sj.S.Elzinga	Spruyt, van Mantgem & De Does	1976	± 25	leerlingenboekjes met werkbladen	handleiding	klas 1	voor elk volgend schooljaar zal steeds het betreffende materiaal verschijnen
⑤ Aktief rekenen			Dijkstra, groningen			leerlingenboeken, werkboeken, rekenkaarten	handleidingen		

ERVARING IN VIJFVOUD (5)

We pakken een draad op:
woensdagmiddag 8 september 1976;
kamer 208 op de tweede etage van het gebouw aan de tiberdreef te utrecht;
een tafel vol spullen;
vijf schoolleiders uit diverse streken;
de redaktie van dit katern.

Het was niet eenvoudig om vijf schoolleiders bijeen te brengen, die elk met een andere (niet al te) traditionele rekenmetode ervaring hadden opgedaan. Het probleem bleek: de diversiteit aan (metoden-)ervaring vertegenwoordigd te krijgen. De bereidwilligheid om een vrije middag op te offeren was alom aanwezig. Uiteindelijk zaten rond de tafel:

Jan Goesten (**jg**) uit zaltbommel; ervaring met 'Niveaucursus rekenen';
Ben Jeene (**bj**) uit schiedam; ervaring met 'Op veilig spoor';
Klaas van Netten (**kvn**) uit vlaardingen; ervaring met 'Nieuw rekenen';
Bert Piters (**bp**) uit tilburg; ervaring met 'Nieuw rekenen' en 'De uitkomst';
Jan Tillema (**jt**) uit hilversum; ervaring met 'Operatoir rekenen';
Ed de Moor, Sylvia Pieters en Rob de Jong van wiskobas.

Van te voren was afgesproken, dat het gesprek niet al te gestruktureerd hoefde te verlopen. Wel was vastgelegd dat de gesprekslijn globaal de volgende zou zijn: karakteristiek der op school gebruikte metoden – kriteria metodenkeuze – schoolwerkplanontwikkeling – *iowo*-keur.

▶ KARAKTERISTIEKEN VAN DE OP SCHOOL GEBRUIKTE METODEN (5.1)

jg: De metode, die wij nu op school zo'n zes jaar gebruiken, is *'Niveaucursus'* van Vossen. We zijn daar op school mee gestart op hetzelfde moment dat de metode voor het eerste leerjaar – nog in koncept – verscheen. Het is moeilijk een metode te kiezen, wanneer je het zesde leerjaar ook pas na zes jaar te zien krijgt. Het is een gok; je moet met zo'n metode meevaren.

De metode zelf is opgebouwd uit twee delen voor ieder leerjaar. Deze twee delen zijn weer onderverdeeld in blokken. Het woord 'Niveaucursus' verraadt dat er geheimen achter zitten: de kinderen krijgen gelegenheid om op hun nivo in een bepaald tempo in een groep, door te schuiven door de hele school, los van de klasse-indeling.

Als je hier dieper op ingaat, is het al een probleem op zich om dit op school te organiseren. Je komt in de knoop!

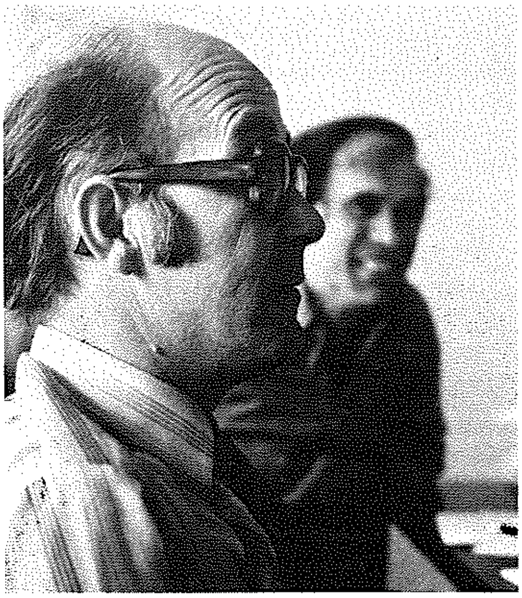
Het rekenen is ook echt 'koopmansrekenen'. Er worden erg veel opgaven gegeven, die wel gevarieerd zijn, maar zo ontzettend uitgebreid dat het soms een wanhoop is voor de onderwijzer om er doorheen te komen.

Het tweede probleem vind ik de aansluiting tussen de verschillende leerjaren. 'Niveaucursus' is kennelijk een metode die op school ontwikkeld is. Men heeft per leerjaar met een groep onderwijzers aan een deel gewerkt en meneer Vossen heeft die delen verzameld.

Echter, als je op die manier te werk gaat, blijken de aansluitingen tussen de leerjaren niet goed te kloppen. Wij hebben vooral problemen met de overgang van klas drie naar klas vier en van klas vier naar klas vijf. Daarover is, dacht ik, niet genoeg overleg geweest.

De karakteristiek is dus: bloksgewijs door de leerstof heen, los van de klasse-indeling. Erg goed vind ik wel de handleiding voor de onderwijzer; hierin wordt gekeken àchter de

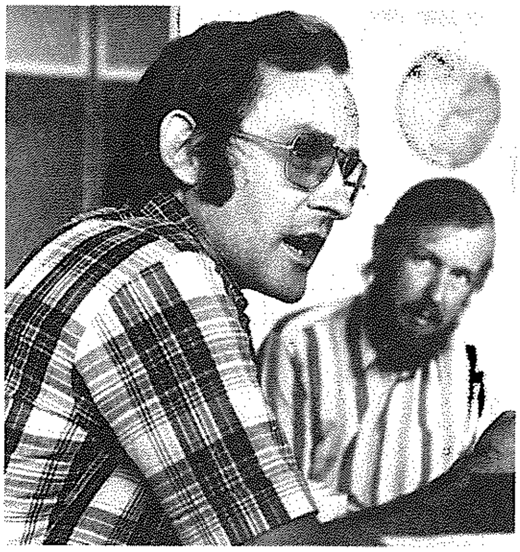
BLOKSGEWIJS DOOR DE LEERSTOF



Jan Goesten (41 jaar) is hoofd van de zevenklassige rooms-katholieke Franciscusschool te zaltbommel. Heeft indertijd rekenkursussen van het *kpc* gevolgd en vervolgens de tweejarige wiskobaskursus.
Is gedeeltelijk ambulant (twee schooltijden).
De schoolbevolking (200 leerlingen) is te kenschetsen als 'gemiddeld', 'doorsnee van een kleinere plaats waarvan $\frac{1}{6}$ deel katholiek is'.

oefeningen die gegeven worden. Het is dus een metode die niet alleen maar opgaven geeft, maar die ook probeert de onderwijzer aan te sporen eens àchter de problemen te kijken, die geoefend moeten worden.

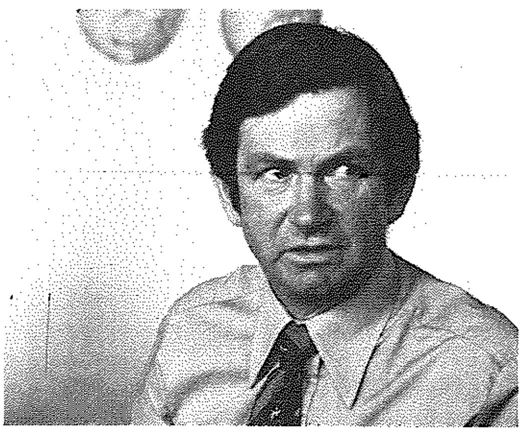
GEEN DIFFERENTATIE MOGELIJK



Bert Piters (35 jaar) is hoofd van de twaalfklassige rooms-katholieke basisschool 'De kievit' te tilburg.
Is ambulant. Op school wordt 'gezocht naar mogelijke vormen van differentiatie'.
De schoolbevolking (362 leerlingen) is met betrekking tot het milieu te kenschetsen als 'gedeeltelijk elite, beter gesitueerden, maar ook leerlingen uit minder welgestelde milieus'.

bp: De metode 'Nieuw rekenen' ken ik het best, omdat ik er zeven jaar mee gewerkt heb. De metode 'De uitkomst' ken ik minder goed van voor 1970. Met ingang van 1 augustus ben ik er opnieuw mee gekonfronteerd, toen ik aangesteld werd aan 'De kievit'.
'Nieuw rekenen' hebben wij indertijd gekozen omdat wij een fusie met een school zijn aangegaan. In 1969 was dit ons inziens de metode die het beste tegemoet kwam aan de nivo's die er binnen de beide scholen waren. We hebben de metode helemaal verknipt, we hebben er blokken van gemaakt en dachten toen dat we met de verknipping en de taakindeling in *a*-, *b*- en *c*-taken voor onze situatie voldoende differentiatiemogelijkheden hadden. Die zeven jaar werken met deze metode beviel niet slecht; er was goed mee te werken in de verschillende klassen.
Toch zitten er wel wat knelpunten in de metode. Ik vind de derde klas namelijk wat zwaar belast. Dat euvel hebben, dacht ik, wel meer metodes. Je moet de metode dan eigenlijk anders indelen, om de kinderen de gelegenheid te geven de hoofdbewerkingen goed door te krijgen.
'De uitkomst' is een metode die bij mij – zeker in de huidige schoolsituatie – niet zo pretting overkomt. Een differentiatie via deze metode is vrijwel onmogelijk. In een zuiver klassikale school kun je met deze metode misschien redelijk werken.
De metode geeft als differentiatievoorbeeld in de handleiding: paragraaf 1 is voor de leerlingen die links zitten en paragraaf 2 voor de leerlingen die rechts zitten. Nu, als dat differentiatie is – ja, iedereen heeft ander werk – maar onder differentiatie versta ik toch wel iets anders. Je kunt wel uitwijken met leerlingen die wat sneller zijn, maar alles gaat toch over eenzelfde lijn.
Ik vind de vraagstukjes ook erg ingewikkeld opgebouwd.
De onderwijzersboeken geven totaal geen richtlijnen voor de leerkrachten. In de inleiding wordt slechts opgesomd wat er per leerjaar gedaan wordt en per hoofdstuk staan alleen de uitkomsten van de sommen vermeld. Een goede handleiding bij een metode is absoluut noodzakelijk.

ONDERSTEUNING VAARDIGHEDEN



Ben Jeene (49 jaar) is hoofd van de zesklassige openbare Jan Ligthartschool te schiedam.
Is gedeeltelijk ambulant. Heeft indertijd de wiskobas-herori̇̈nteringskursus gevolgd.
Op school wordt klassikaal gewerkt 'voor wat betreft zaakvakken; taal en lezen in nivogroepen en schrijven en rekenen individueel'.
Het is een 'stimuleringsschool op grond van sociale indikatie en buitenlandse leerlingen (15%)'.
De schoolbevolking (128 leerlingen) is voornamelijk afkomstig uit het zogenaamde 'volksmilieu'.

bj: Wij gebruiken de rekenmetode *'Op veilig spoor'*, maar dat is niet onze echte metode. Het is een metode die wij erbij gebruiken. In feite gebruiken wij de metode 'Rekenen' van Nijdam.
'Op veilig spoor' is vooral een ondersteuning van de technische vaardigheden, zoals: optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen. Deze vaardigheden komen uitstekend aan de orde. Het is ook een vrij snelle metode om te konstateren waar de kinderen moeilijkheden in vaardigheden ondervinden, en waar je aan voorbij kunt gaan, zowel per klas als per kind. We gebruiken de metode voor klas twee tot en met zes.
Dit jaar zijn we in de eerste klas begonnen met 'Operatoir rekenen'. We hebben plannen om dit uit te bouwen, zodat deze metode de *szzb*-metode[1]) van Nijdam kan gaan vervangen.
De ontwikkeling van de vaardigheden in de deeltjes is systematisch opgezet. De kinderen kunnen uitstekend klassikaal werken. De overzichtelijkheid is goed en alles wordt bizonder goed uitgelegd.

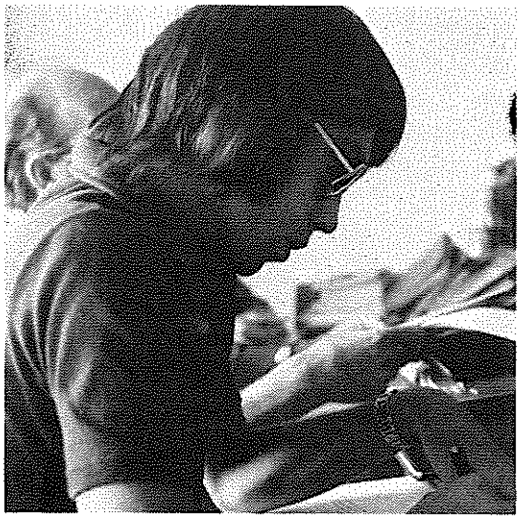
SPIRAALSGEWIJS OPGEBOUWD

Klaas van Netten (39 jaar) is hoofd van de elfklassige protestantse basisschool 'Open Vensters' te vlaardingen.
Is ambulant. Heeft indertijd de wiskobas-heroriënteringskursus gevolgd.
Bij enkele vakken wordt geprobeerd 'de klassegrenzen te doorbreken'.
De schoolbevolking (320 leerlingen) is voornamelijk afkomstig uit de zogenaamde 'middenstands- en hogere milieus'.

[1]) *Szzb*: school zonder zittenblijven.

knv: Wij hebben de metode *'Nieuw rekenen'* zeven jaar op school. Hij was er toen ik vijf jaar geleden op deze school kwam. Ten aanzien van de aanschaf heb ik dus geen zeggenschap gehad.
'Nieuw rekenen' is een klassikale metode die uitgaat van een gezamenlijke start, met daarbij wat mogelijkheden voor differentiatie in de diepte. Het is op zich een geschikte metode voor onze school, omdat wij klassikaal rekenen. Ook is er een mogelijkheid ingebouwd tot kontroleren door middel van bladen, waarmee je – soms goed, soms minder goed – kunt nagaan of de kinderen het een en ander begrepen hebben. Er zijn antwoordenboekjes voor de kinderen, waarmee zij kunnen onderzoeken of zij het oefenwerk goed gedaan hebben.
De metode is spiraalsgewijze opgebouwd, dat wil zeggen: er wordt een bepaald onderwerp geïntroduceerd, ze stoppen ermee, gaan drie tot vier weken met een ander onderwerp verder en dan komt het eerste onderwerp weer terug. Zo krijg je een opbouw volgens de spiraal en hebben de kinderen alles begrepen. Hopen we ...
Het grote probleem vinden wij het gebrek aan oefenstof.
De metode werkt bewust naar inzicht, de handleiding ervaar ik als wat summier.

EIGEN OPZET VOOR ONDERBOUW



Jan Tillema (29 jaar) is hoofd van de zesklassige openbare Thorbeckeschool te hilversum.
Is niet ambulant. Heeft indertijd de wiskobas-heroriënteringskursus gevolgd.
Op school wordt geprobeerd enkele Jenaplan-ideeën te realiseren.
De schoolbevolking (195 leerlingen) is voornamelijk afkomstig uit het zogenaamde 'volksmilieu'.

jt: Wij gebruiken op school de metode *'Operatoir rekenen'*. De inhoud is ten dele vrij traditioneel, er is echter wel een vrij afwisselende metodiek. De metode is overzichtelijk, de doelen worden duidelijk afgebakend en steeds weer getoetst.
Vanaf klas vier werken wij in projektvorm, op nivo's. De didaktische aanpak in de handleiding is zeer duidelijk. Klas een tot en met drie zijn, wat de uitgever betreft, klassikaal. Dat wordt door ons niet gevolgd. Wij hebben met de schoolbegeleidingsdienst een eigen opzet gegeven aan de onderbouw, met differentiatie in de verwerkingsstof.
Wat wij van groot belang vinden, is dat de metode gemakkelijk te vervangen is en gemakkelijk aan te passen is aan andere vormen; er wordt gewerkt rond een bepaald tema en daar worden alle rekenvormen aan opgehangen.
De handleiding is zeer uitvoerig en erg duidelijk.

▶TEMA'S (5.2)

bp: In 'De uitkomst' zitten wel tema's, verhaaltjes om de sommen heen, maar die verhaaltjes zitten zo gekunsteld in elkaar, het is geen spontaan verhaal. De verhalen zijn geschreven met de sommen al in het achterhoofd van de auteur. Als je het verhaal leest, dan weet je van te voren: daar een sommetje, daar een sommetje, daar weer een sommetje. Nu, dat vind ik overdreven, om dat zo in een verhaaltje samen te pakken.

jg: Ik geloof dat het tematische rekenen door iedereen wel eens verafschuwd wordt, als de kerstengeltjes worden opgeteld, de denneappeltjes afgetrokken en de spekulaaspoppen vermenigvuldigd. Dat kan wel eens te vergaand zijn, het staat dan te veel buiten de realiteit.

kvn: Voor de instruktie en voor de oefening moet je het maar sec houden, vind ik. Je moet gewoon bij het geval blijven. Bij het toepassen in reële situaties kan het wel goed zijn.

jt: Dat weet ik niet. Mijn ervaring is juist: begin je rond een bepaald tema en laat je àlle kinderen er mee werken, dan zie je bepaalde oplossingsnivo's ontstaan, die zich pas later bij het werkelijke rekenen verder ontwikkelen. Het kind wordt niet direkt in een droog rekenhokje gestopt.

kvn: Dat ben ik wel met je eens. Je kunt een nieuw geval presenteren in een bepaalde kontekst, maar dan ben je met een bepaald geval bezig en daar zoek je iets bij. Maar als je aan een tema denkt, dan zie je dat daarin allerlei moeilijkheden aan de orde komen; het is een geheel waarin je van alles kunt doen. Dàt beschouw ik als een tema.

bj: Maar gaat zo'n tema dan gelden als motivatie? Is dat dan de bedoeling?

jt: Het geheel is eigenlijk een soort motivatie, maar ook het kunnen werken binnen een bepaalde kern, zodat het kind reëel bezig is iets uit te werken en op te lossen. Er worden ook geen oplossingen en geen technieken aangeboden. Je zegt tegen het kind: hier is een probleem, probeer er maar eens uit te komen. Zo krijg je verschillende stromingen en daar probeer je je instruktie op aan te passen.

▶OEFENSTOF (5.3)

bp: De kinderen krijgen één uur per dag rekenen. Dat vind ik maksimaal voor een basisschool. Waarom moeten de kinderen zoveel oefenstof verwerken, voordat ze de zaak begrepen hebben? Is er te weinig oefenstof, of wordt de oefenstof verkeerd aangeboden? Is de opbouw van de metode verkeerd, zodat de kinderen bepaalde hiaten krijgen in de stof? Als de opbouw door de metode heen goed is, heb je misschien minder oefenstof nodig. Als er veel oefenstof nodig is, betwijfel ik of het inzicht van de kinderen wel in voldoende mate aanwezig is.

bj: Bovendien kun je je afvragen of de kinderen steeds kritisch blijven ten opzichte van de vraagstukjes, als er zoveel oefenstof gemaakt moet worden.

bp: Je zit ook nog met de moeilijkheid: hoe is de oefenstof per taak opgebouwd? Pak je een pagina helemaal van boven naar beneden of doe je een taak met een heleboel verschillende typen sommetjes? Ik weet niet wat het beste is om naast het inzicht tot goed automatiseren te komen. Ik kan me voorstellen dat de kinderen door de afwisseling in sommetjes beter gemotiveerd zijn. Ik heb een voorkeur voor afwisseling binnen de rekenstof, omdat vooral zwakkere kinderen toch al vaak moeilijk te motiveren zijn tot rekenen. Een kind dat de hoofdbewerkingen goed kent, heeft er geen moeite mee. Maar er zijn toch nog heel wat kinderen die iedere dag tegen het rekenen aankijken.
Een moeilijkheid met deze dingen vind ik ook dat veel kinderen moeilijk op gang komen. Wanneer de onderwijzer maar eenmaal verteld heeft wat ze moeten doen, dan hebben ze de start weer en maken vervolgens een hele bladzijde feilloos.

jg: Maar is dat niet het gevolg van het feit dat je je leerstof indeelt in blokken?

bp: Ja, ik wil maar zeggen: de zwakke rekenaars begrijpen onvoldoende wat ze doen. Ze zijn weer over de drempel getild en kunnen een hele bladzijde afwerken, maar als ze zo'n sommetje tussen andere sommen terugvinden, dan zijn ze de draad weer kwijt.

▶ORGANISATIE (5.4)

jg: Het grote probleem bij de metode van Vossen is de organisatie: het zodanig spreiden van al de blokken door de school, dat je daarbij ook nog instruktie kunt geven. Daarop loop je helemaal vast. We zijn daarmee in zes jaar tijd al drie keer opnieuw begonnen.

bp: Ik vraag me af: hoe krijg je het voor elkaar om in de nieuwe basisschool – dus los van de klassikale situatie, waardoor een aantal metodes mijns inziens afvallen – iets te regelen met de meeste metodes die op het ogenblik op de markt zijn? Ik zie dat moeilijk zitten. Ik ken geen enkele metode – maar dat kan ook aan mijn gebrek aan kennis liggen – die het mogelijk maakt om aan een groep kinderen uitleg te geven en daarna de kinderen op eigen nivo de materie te laten verwerken. 'Operatoir rekenen' heeft dat beloofd. Ik weet niet in hoeverre ze daaraan tegemoet komen. Groepsinstruktie rond een bepaald tema en daarna de verwerking door de kinderen via een losbladig kaartsysteem, zodat de kinderen op hun eigen nivo kunnen werken.

jt: Zij doen dat inderdaad, maar voor de onderbouw (de eerste drie leerjaren) doen zij het niet. Tot nu toe hebben zij het niet gedaan! Daarom hebben wij het zelf gedaan door hun werkbloks te verdelen in drie nivo's per onderdeel. We geven daarbij een algemene instruktie en een voortoets. Die voortoets bepaalt op welk nivo het kind een bepaald techniekje of een bepaald onderwerp van rekenen gaat benaderen. Na afloop volgt voor alle groepen weer een natoets en dan komen alle kinderen weer bij elkaar voor een algemene instruktie. Dat doen wij dus zelf. Bij deze metode wordt dus een onderwerp aangepakt, ieder gaat op zijn eigen nivo werken en daarna komen de kinderen weer bij elkaar.

bp: Er wordt dus duidelijk rekening gehouden met het psychische en sociale aspekt binnen de klas: het benadrukken van domme kinderen in nivo twee en anderen bijvoorbeeld in nivo zes, wordt minder. In veel metodes betekent de nivosituatie alleen maar, dat de kinderen de materie op een ander tijdstip behandelen. In wezen is dat natuurlijk kolder, want dan gaat het alleen maar om het tempo.

jg: Ik vind het al knap als je de leerstof kunt analyseren. Als ik ook nog en detail aan moet geven dat een kind bij een bepaald onderdeel van het rekenen op een bepaald nivo zit, dan wordt het wel erg ingewikkeld.

▶KRITERIA METODENKEUZE (5.5)

kvn: Het allerbelangrijkste wat je in een metode moet hebben, dat is houvast. Je wilt weten: als ik dàt gebruik dan zit ik op een veilig spoor – ik bedoel nu niet de metode –, ik doe de kinderen niet tekort. Als je bovendien rekening houdt met het gegeven, dat er binnen je school nogal eens gewisseld wordt, dan mòet je gewoon een brok vastigheid hebben. Nu kun je daar natuurlijk nog een heleboel dingen bijhalen, maar dàt is voor mij het belangrijkste.

bp: Een metode moet mijns inziens ook betaalbaar zijn. Ik doel nu op metoden, die te veel onbetaalbaar verwerkingsmateriaal gebruiken. Dat schiet soms de pan uit! De uitvoering van de metode is al duur en daarnaast maken ze de verwerking ook nog ontzettend duur.
Na een schoolgeneratie – na zes jaar – zou je moeten kunnen vernieuwen. Je moet mogelijkheden hebben om te switchen. De kinderen moeten zes jaar met een metode werken, maar dat moet dan ook genoeg zijn. Je moet je opnieuw aan kunnen passen aan de situaties die er dan zijn.
De metode moet een zeer goede handleiding hebben die duidelijke suggesties geeft aan de leerkracht omtrent het gebruik. Deze handleiding moet niet alleen bestaan uit de uitkomsten van sommetjes. Dat mis ik bij 'De uitkomst' heel sterk. De rekenhulpmiddelen moeten gelijk mee-ontwikkeld worden en beter aangepast aan de metode. Er is wel veel rekenmateriaal op de markt, maar het is vaak onnoemelijk duur en het vloeit bovendien niet voort uit de metode.

jt: Ik wil nog even terugkomen op de vastigheid die net genoemd werd. Daar vind ik wel het gevaar inzitten dat je teveel aan een metode blijft vastzitten. Dat is iets wat ik nu net niet wil. Ik geloof wel dat er in een school overeenstemming moet zijn over hetgeen je met rekenen wilt bereiken. Je moet dan niet uitgaan van een metode, maar van een schoolwerkplan. Daar moet je een metode bijzoeken en dan moet je niet teveel zeggen: een metode die mij vastigheid geeft. Een metode met een goede handleiding hoeft voor mij kwa inhoud geen goede metode te zijn.

jg: Ik vind een goede geleidelijke opbouw belangrijk. De hiaten die tussen de boekjes zit-

ten, komen naar mijn idee voort uit het feit dat niet altijd één man het overzicht heeft, maar dat een aantal mensen een metode samenstellen en onder druk van de uitgever in een te hoog tempo gaan werken. Dat maakt dat er geen geleidelijke opbouw door de hele school heenloopt. Je krijgt dan van de onderwijzers de klacht: het sluit niet aan op het vorige leerjaar.
Zelf analyseren wààr dan de problemen zitten, vind ik erg moeilijk. Je kunt alleen maar zeggen: ze zìjn er. Sommige uitgevers zijn dan ook nog zo handig om er bijvoorbeeld een 3*b*-boekje tussen te frommelen.
Er moet een goede kontinuïteit in de metode van klas één tot zes zijn.
Je zou een metode heel lang moeten beproeven voor je hem te koop aanbood en dat is vaak niet het geval.

bj: Ik vraag mij af of niet een belangrijk deel van de leerstof op een te vroege leefijd wordt aangeboden aan de kinderen; de overstelpende hoeveelheden oefeningen die gemaakt moeten worden voor het kind een bepaalde vaardigheid leert. Zou het niet sneller kunnen gebeuren als het kind een jaar later, voor mijn part twee jaar later, in een wat verder gevorderd stadium, dezelfde oefenstof moet gaan aanleren?
Er zijn ook dingen die eerder aangeboden kunnen worden, breuken bijvoorbeeld. Een kind uit de eerste klas weet heus wel wat een helft is, wat een halve appel is. Maar het gebeurt maar zo zelden dat daar over gepraat wordt. Een verschuiving van leerstofeenheden, zou je dus kunnen zeggen.

jg: Het belangrijkste kriterium vind ik: wat vindt degene die na ons komt ervan? Als je een kriterium gaat aanleggen voor de lagere school, dan vraag je aan de leraren van de brugklassen: wat vinden jullie nu dat ze moeten kennen? Je hoort dan de meest verbluffende antwoorden. Er is bijvoorbeeld een leraar, die heeft twee bladzijden volgetypt met allerlei punten. Een ander zegt weer: ze hoeven van ons niets anders te kennen dan optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, met twee getallen. Als ik dat kriterium ga invoeren, dan zeg ik: we gooien alles van deze metode na deeltje 2*a* weg.
Waarom zouden wij ons niet afvragen, als wij kriteria aanleggen, hoe degene die na ons komt met de kinderen gaat werken? In het voortgezet onderwijs zitten ze allemaal met wiskundig rekenen. Wat moeten wij dan met ons koopmansrekenen op de basisschool? Moeten we dat blijven uitpoetsen terwijl ze in het vervolgonderwijs weer met eenvoudige wiskundige sommen beginnen? Of moet je dan toch wiskunde gebruiken? Dat vind ik een belangrijk kriterium.

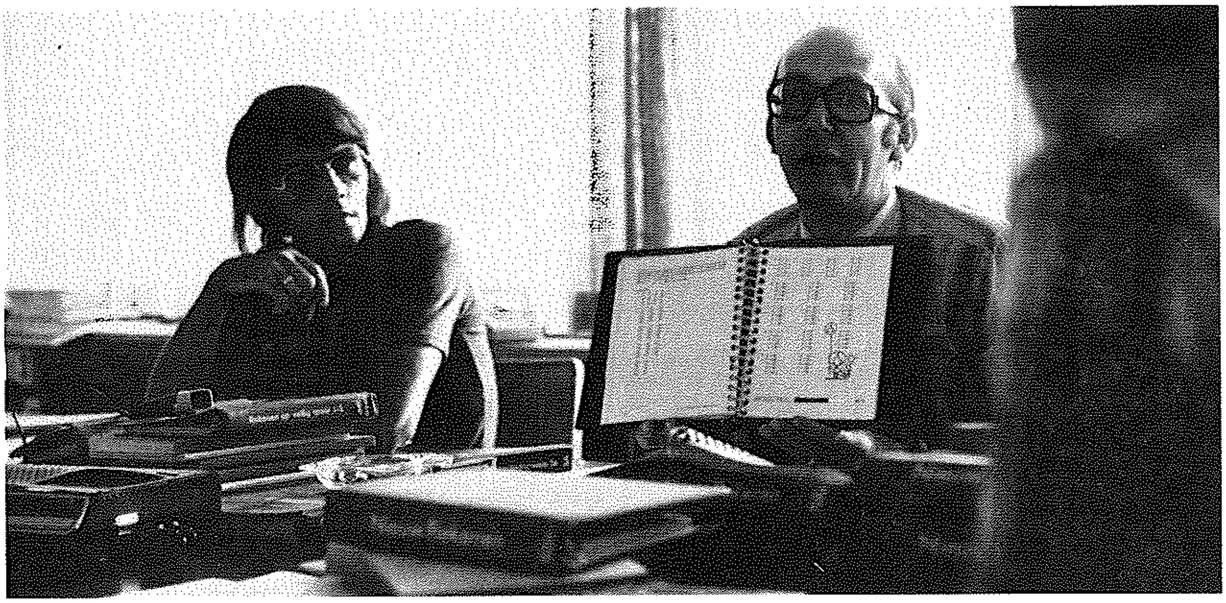
bj: Maar ze gaan er daarbij natuurlijk vanuit dat de eenvoudige rekenkundige vaardigheden goed beheerst worden.

bp: Ik dacht dat het de bedoeling was een longitudinale leerstofplanning te maken voor 4- tot 18-jarigen. Het basisonderwijs moet toch wel heel duidelijk in het geheel gepland worden. Als men in het vervolgonderwijs de wiskunde op een heel andere manier aanbiedt en wij zitten nog altijd met ons traditionele rekengedoe, dan begint het bij mij te kriebelen.

jg: Je zou naar mijn mening met meerdere handleidingen moeten werken en met meer losse hulpmiddelen, die je ofwel aanschaft dan wel zelf produceert. Wat jullie in die wiskobasbulletins doen, daar zitten heel goede onderwijsprojekten in. Maar op het moment dat je als onderwijzer in de klas met zo'n projekt gaat werken, dan moet je veel organiseren om er voldoende materiaal omheen te verzamelen. Je kunt wel om kwart voor negen zeggen: jongens we zijn klaar, de eerste bladzijde van wiskobas is uit, nu heb ik niets meer. Dan kun je wel een karretje binnenrijden met alle leermiddelen erop, maar dan ben je er ook nog niet, hoor. Want dan gaan de kinderen wel al die bakken uitpakken en op de kast leggen, maar dan moet je ook nog wat dòen. En de hele dag staan te praten is ook niet alles, je moet toch werkbladen en opdrachtkaarten hebben, waarmee je ze aan de gang houdt.
Mijn konstatering is, dat er in alles wat hier op tafel ligt[1]), veel en veel te veel nutteloos oefenmateriaal zit. Je zag bij ons deze week een mooie advertentie in de krant, waarin ze van die mooie rekenmachientjes aanboden. Vanaf de vierde klas moet je dat al als leermiddel in je klas hebben liggen, want ze hebben het zò uitgerekend op die machientjes. Maar in de zesde klas zitten de kinderen zich kapot te rekenen over het vierde getal achter de komma. Uren, ùren zijn ze ermee bezig.

bj: Maar anderzijds kun je natuurlijk een groot aantal dingen laten vervallen. Je hoeft die kinderen niet alles te laten maken en om een beetje leidraad te hebben, heb je hier wel een steun aan. Som één tot en met zes zijn verplicht en in een blok zitten tien onderdelen. Vind je het nu nodig om al die tien onderdelen te laten maken? Dat is een belangrijk

[1]) Tijdens het gesprek lagen diverse metoden op tafel.



diskussiepunt: vind je het nodig om van iedere taak al die sommen te laten maken?

jg : Vind je dat het weg kan, dan kan het weg. Ja, 'vind je'! Dat 'vind je' moet voor mij ergens op steunen. Is dat de willekeur van de onderwijzer, van het schoolbestuur, of de willekeur van de metodemaker, of de willekeur van de goed of slecht willende leerlingen? Welk kriterium is dat? Nu gooi ik er zoveel rijtjes uit, nu stop ik er zoveel in. Waarom vind ik dat dit weg kan en dat moet blijven? Het is toch maar willekeurig.

bj: Ja, het is in zoverre willekeurig dat een onderwijzer toch ook nog wel vakman is. Laten we dat even niet vergeten.

jg: Voor mij is het onlogisch, om bij het kiezen van een metode absoluut alleen als lagere school te werk te gaan. Ik weet dat de basisschool een eigen leven moet hebben, maar ik vind het autoritair als ik met niemand rekening houd. Ik konstateer duidelijk uit gesprekken met mensen uit het vervolgonderwijs, dat zij wat wij in onze boeken hebben zitten, weggegooide tijd vinden, dat zeggen ze dan ook tegen de leerlingen, dat zeggen ze ook tegen jezelf. Dan vraag ik: wat willen jullie dan? En dan komen ze moeilijk uit hun woorden. Bovendien willen ze niet graag dat wij aan 'verzamelingen doen', want dat hebben zij al zitten in het eerste hoofdstuk voor de brugklas.

bj: Je moet ook nog met iets anders rekening houden. Je hebt immers de respons van de ouders, die toch ook nog met hun kommentaar kunnen komen. Bovendien al de kollega's die in het team samenspraak hebben en kritiek kunnen uitoefenen, waardoor je toch ook al weer bijstelt.

▶REKENEN EN REKENMACHINES (5.6)

kvn: Ik heb een paar opmerkingen die staan misschien een beetje naast wat er 't laatst gezegd is. Ik wilde graag inhaken op enkele dingen die ter sprake zijn gekomen. De rekenmachine kwam even naar voren. Ik geloof wel dat er voor een rekenmachine plaats is binnen de school, maar ik denk dat je hem niet eerder moet laten gebruiken, dan wanneer een kind weet hòe een bepaalde som gaat. Als je een vermenigvuldiging van twee getallen met vijf cijfers op een machientje laat uitrekenen, dan is dat prima. Maar het kind moet wèl kunnen vermenigvuldigen. Het kind moet het eventueel uit het hoofd kunnen. Niet als kontrolemiddel. Het kind moet gewoon in principe kunnen vermenigvuldigen. Ze moeten wèten wat ze aan het doen zijn.

bj: Maar dat weet een kind vrij gauw. Een kind weet gauw wat 2 x 4 is. Dat kost echt niet zoveel moeite.

bp: Ik geloof niet eens dat een kind zo gauw weet wat 2 x 4 is. Als je nagaat wat er voor een moeite is binnen de basisschool om in de derde klas de tafeltjes te laten automatiseren, dan blijkt dat toch niet zo'n eenvoudige zaak te zijn.

bj: Nee, omdat het dikwijls erg abstrakt is. 2 x 4 is abstrakt. Maar als je 2 x 4 snoepjes geeft, dan weet het kind donders goed dat er 8 snoepjes liggen.

bp: Ja, 2 x 4, dat is een stapeltje van vier en nog een stapeltje van vier, dat is samen acht. Maar nu moet een kind 8 x 9 uitrekenen. Dan ziet het die hoeveelheden niet meer zo duidelijk voor zich. Ik heb het eigenlijk pas goed in de gaten gekregen, toen ik het zelf moest uitleggen aan de leerlingen. Ik had de tafels wel geleerd, maar ik heb later pas begrepen hoe ik kinderen moest vertellen wat tafels eigenlijk waren. Dat het een herhaalde optelling is. Het gaat er niet zozeer om wat de uitkomst is van een bepaalde som, het gaat er steeds om — en dat is het mankement in veel metodes — hoe is men precies stap voor stap zover gekomen dat het kind in de gaten heeft: dàt ben ik nu aan het doen.

bj: Ik geloof dat je wel kunt aannemen, dat dit zich pas vrij laat ontwikkelt. Dan krijg je weer het punt: wordt de leerstof niet te vroeg aangeboden? Een ander punt: moet je daarvoor zo'n rekenmachientje vermijden? Als een kind bijvoorbeeld — en dat is dan misschien heel wat anders — vrij veel moeite heeft met het schrijven van wat moeilijker woorden, moet je het eens aan de typemachine zetten: het kind gaat veel scherper kijken en typt de woorden zeer nauwkeurig over. Zeg je nu: het kind mag pas de typemachine gebruiken, als het zijn nederlands behoorlijk beheerst, of zeg je: ik geloof dat het doelmatiger is als het kind hier eerder gebruik van maakt? Die parallel wil ik ook leggen bij de rekenmachine.

kvn: We hebben het ook over duur materiaal gehad. Enerzijds ben ik het er mee eens dat het niet te duur moet gaan worden. Er kan echter tegenover staan, dat je door wat meer kosten te maken, enorm veel tijd kunt besparen en veel overbodig werk. Dan denk ik bijvoorbeeld aan werkbladen waar de kinderen alleen maar een antwoord hoeven in te vullen. Dan vind ik een uitgave voor zo'n werkblad wel verantwoord.

▶SCHOOLWERKPLAN ONTWIKKELEN (5.7)

jt: Ik vind het ideaal indien je als team een plan trekt. En dan een metode zoekt die daar het meest op aansluit. Dan blijft natuurlijk ook bij mij de vraag bij het opstellen van mijn schoolwerkplan: moet je overleg plegen met die en die en die? En dan wil ik nog niet eens praten over een metode. Want dàt beslis ik toch echt wel zèlf. Dàt beslist het vervolgonderwijs of de schooladviesdienst niet, dat beslissen wij toch echt wel zelf.
De metode mag niet de rode draad zijn, maar het plàn dat je als team met de kinderen hebt opgesteld en hetgeen je daarmee wilt bereiken. Daar zoek je dan maar een metode bij of werkspullen en dat hoeft voor mij niet één metode te zijn, want een ideale metode zie ik inderdaad niet zitten.

jg: Maar hoe kom je nu tot dat schoolwerkplan? Dat wil ik wel eens weten!

jt: Ja, dat moet in overleg gebeuren met degene die na je komt, maar ook in overleg met degene die vòòr je komt. Het hangt ook van de situering van de school af, van je kindbeeld, de achtergronden van de kinderen. Wat willen deze kinderen bereiken? Wat wil je mèt deze kinderen bereiken? Het is ontzettend moeilijk. Ik wil niet zeggen: voortgezet onderwijs kom nu maar met iets en dan zal ìk dat wel even allemaal voor jullie doen. Tenslotte zijn wij basisonderwijs en moeten we de kinderen leren, dat zij kunnen 'omgaan met', dat ze kunnen 'handelen in'.

jg: Tien jaar terug probeerde je de globale introduktie van een metode in je leerplan te verwoorden. Je nam het boek, dat schreef je over in je leerplan als een soort richtlijn: van die metode gaan wij nu rekenen op de lagere school doen.
En zo kom ik weer met mijn vraag: waar haal ik het nù vandaan? Ik haal het niet meer uit het boekje van de uitgever. Een metode is wel een hulpmiddel om iets te leren, maar nu moet ik — en dat wordt veel moeilijker voor mij — op eigen gezag kiezen.
Drie jaar geleden zijn wij gestart met een schoolwerkplan. Er waren vijf overleggroepen uit het basisonderwijs en uit het vervolgonderwijs. Die overleggroepen hebben geresulteerd in het opschrijven van leerstof in eindsituaties, dat was dan het raamwerk: 60, 70 pagina's. Dat raamwerk moest door iedere school worden opgevuld, door te noteren hoe zij de eindleerstof wilden bereiken via de metode, volgens welke sociale aanpak binnen de school, enzovoort. De eindbeschrijving hebben we uniform op elkaar afgestemd, met die invulling is iedereen bezig. Dat noem ik nu een schoolwerkplan: je omschrijft einddoelen en je bent met elkaar bezig over de vraag hoe je de einddoelen wilt bereiken.

bp: Een schoolwerkplan is in veel gevallen nog een te statisch gegeven. Je bent konstant dingen aan het veranderen binnen de schoolsituatie. Je maakt je schoolwerkplan losbladig en daardoor hoop je aan te geven dat er steeds bladzijden uit en in moeten.
Als ik doelstellingen heb geformuleerd, ga ik uitzoeken op welke wijze deze bereikt kunnen worden. Kan ik dat met een bepaalde metode, dan neem ik die bestaande metode. Als ik geen enkele metode kan vinden die tegemoet komt aan de wensen van mijn specifieke schoolsituatie, dan zal ik zelf moeten gaan zoeken. Je krijgt dan een ontzettende hoeveel-

heid werk en het avond aan avond werken krijg je niet altijd klaar binnen een team van een basisschool.
Metodes zullen daarom wel altijd blijven bestaan. Het zoeken naar materiaal en het aan elkaar koppelen kost te veel tijd. Bovendien vraag ik me toch af of wij, de meeste onderwijzers, voldoende kennis hebben, zelfs met de specialisatie 'rekenen' van de pedagogische akademie, om de stof zo aan te bieden dat de hiaten, waar we het straks over hadden, weggewerkt worden en de evenwichtige opbouw gewaarborgd is. Kunnen wij dat zonder bestaande metodieken? Of moeten wij, al zoekend met onze mensen, tot een eindresultaat komen?
We kunnen wel lang en breed praten over metodes, maar we zitten met een grote hoeveelheid werk. De meeste metodes zijn toch wel behoorlijk uitgetest en maken veel gebruik van de know-how die ze in het verleden hebben opgedaan. Waar moeten wij dat vandaan halen, in de normale praktische situatie binnen de basisschool? Ik sla een onderwijzer echt niet te laag aan, ook niet zijn werklust en het aantal uren dat hij besteedt, maar er zijn grenzen en die hebben zich in het verleden al duidelijk afgebakend.

▶EEN IOWO-KEUR (5.8)

bp: Ik vind het een gevaarlijke zaak. Het *kpc* in den bosch geeft ook een aantal analyses, niet van rekenmetodes, maar wel op ander gebied. Men zegt niet: dat is goed of dat is slecht. Ze helpen je wel bij de beoordeling van metodes. Ze analyseren de metode op uitgangspunten die de metode zelf in de handleiding geeft. Als dat onder 'keur' verstaan wordt, akkoord. Maar als er net als in de konsumentengids achteraan een konklusie wordt gegeven: metode x is de beste, kost zoveel, is kwa aanschaf de goedkoopste, heeft zoveel hulpmiddelen .... dan niet.
Als jullie binnen het instituut ontdekken, terwijl je de metodes bestudeert, dat er duidelijke hiaten binnen metodes zitten, dan moeten jullie je richten tot uitgeverijen en proberen intern die zaak op poten te krijgen. Dat heeft wel degelijk invloed op de nauwkeurigheid waarmee uitgeverijen hun pakketten gaan bekijken.

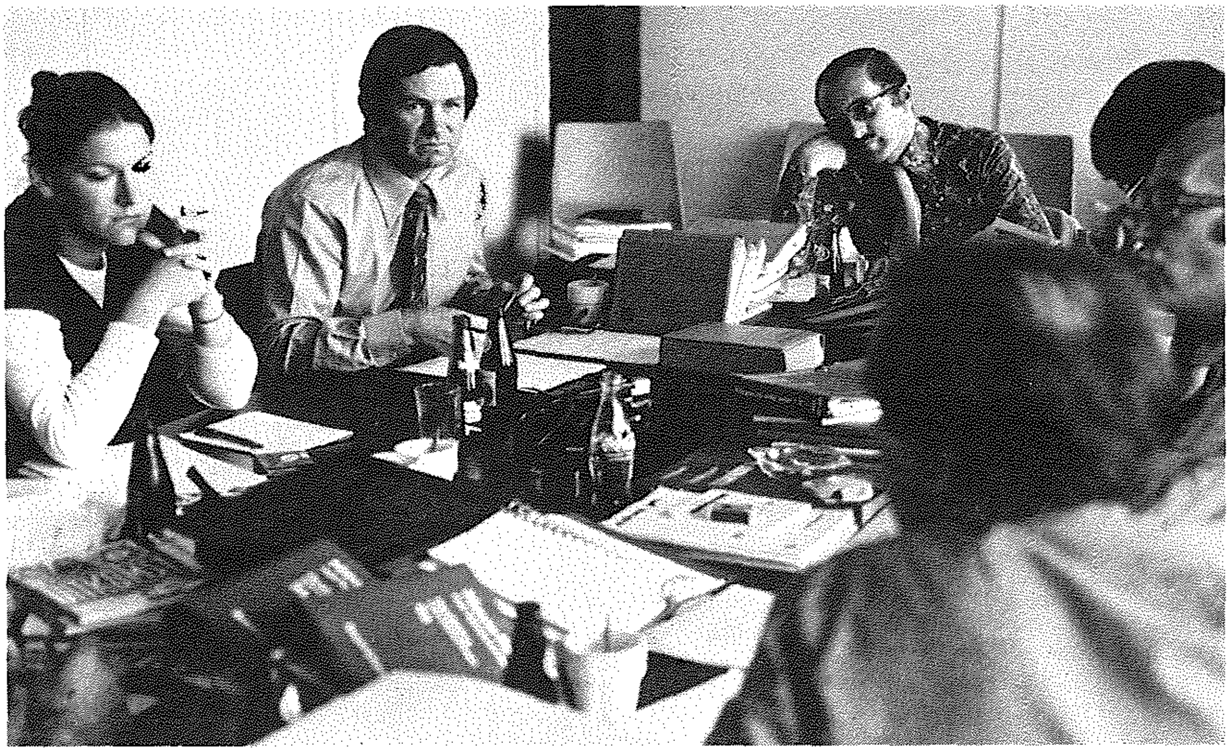
jg: Een soort keur moet er wel zijn, vind ik. Een keur, die duidelijk aangeeft aan welke kriteria een metode moet voldoen. Als je nu zelf als onderwijzer, of als hoofd van een school, of als team zo'n metode bekijkt, en je weet: kijk naar die en die kriteria, dan kun je voor mijn part duidelijk aangeven dat er vijf zijn, maar liever nog drie, die goed zijn. Jullie noemden metodes die door de uitgevers uit het fonds zijn genomen. Maar ze zijn er nog niet uit. De uitgevers ruimen ze net zo lang op als ze kunnen. Zelfs met ekstra korting kun je bepaalde dingen nog kopen. Je moet er gewoon vier of vijf noemen en de rest moet dan maar een stempel 'oud papier' krijgen.

bp: Ja, maar dat is niet zo simpel, want je moet bijvoorbeeld drie traditionele hebben, drie op wiskundige basis en dan nog drie die uitgaan van een doorbreking van het klassikaal systeem. Als je je gaat beperken tot drie en je pakt er één die traditioneel is, één die wiskundig is en één die tegemoet komt aan een sterke differentiatie, dan heb je geen keus meer. Dan ligt het aan de inrichting van je school, welke metode je kiest. Je wordt gedwongen tot één bepaalde metode.

jg: Hier op tafel liggen er gewoon te veel. Uit vijf een keus maken, is al een tijdrovend karwei van een jaar.
Toch maar een keus! Maar kunnen jullie het ook rekenkundig kontroleren? Want ik heb altijd zo de indruk dat er veel te veel oefeningen in zitten. Daarop moet gelet worden en dan mag er nog een stempeltje in – maar dat is erg gevaarlijk om hier te zeggen – van het vervolgonderwijs en een stempeltje van de grafische bond.
Maar vooral zal er een stempeltje in moeten van iemand die het bekijkt op zijn didaktische komponenten. Want ik zei in het begin al: het geheim is dat met de door ons gebruikte metode ieder kind op z'n eigen nivo kan werken. Wordt dat nu inderdaad bereikt? Dat is nu een vrij moeilijke zaak om te kontroleren. Hoe kom je daarachter?

jt: Nu, ik vind dat je niet zozeer een voorkeur moet geven, maar meer een analyse. Je moet niet zeggen: dit is goed en dat is slecht. Alleen een analyse van de metodes, dàt vind ik belangrijk.

jg: Er wordt wel om gevraagd op het moment. Ik heb het gevraagd aan de inspekteur. Die zei: ik weet het op het moment niet, wacht nog maar een paar jaar tot die kerels van wiskobas een keer met advies komen. Maar jullie komen ook nog niet met een advies. Ik geloof dat er op dit moment in nederland – wat aanschaf van rekenmetodes betreft – een grote afwachtende houding is. Niemand weet wat.
Jullie zeggen zelf: wacht maar, er is nog niks. Er is wel een hele hoop, maar dat is allemaal puin. Dat heb ik verstaan uit de wiskobaskursus die ik gekregen heb.



Als jullie telefonisch adviseren, dan zeggen jullie: handhaaf voorlopig je traditionele metode.

bp: Dus de mensen die nu nog met traditionele rekenmetodes zitten, die kunnen de eerste zes, zeven jaar nog beter wachten, voordat ze eventueel overschakelen naar wiskundig rekenen. Tegen die tijd weten we pas meer.

VRAGEN (6)

Vanuit voorgaand gesprek koppelen we nog even terug naar paragraaf **3**. We stelden daar vast, dat het gebruikelijk is de analyse als een belangrijke stap bij de invoering van metoden te zien. Zo'n analyse vindt dan plaats aan een heel nauwkeurig gestruktureerde vragenlijst.
Wel, uit het gesprek is vrij eenvoudig een lijst samen te stellen met vragen, die bij het kiezen van metoden een rol kunnen spelen:

- is de metode overzichtelijk?
- biedt de metode houvast?
- is er sprake van een geleidelijke opbouw?
- zijn er geen hiaten in de opbouw van de oefenstof?
- zijn de vraagstukjes begrijpelijk geformuleerd?
- zijn de leerjaren evenwichtig belast?
- sluiten de leerjaren goed op elkaar aan?
- biedt de metode differentiatiemogelijkheden?
- is verwerking door de leerlingen op eigen nivo mogelijk?
- leveren deze differentiatiemogelijkheden geen organisatiemoeilijkheden?
- sluit de metode aan bij het voortgezet onderwijs?
- is de metode inpasbaar in een door een team ontwikkeld schoolwerkplan?
- zijn de toepassingen reëel of gekunsteld?
- zijn er einddoelen geformuleerd?
- worden er kontrolemogelijkheden aangegeven?
- zijn er aangevertjes voor een tematische aanpak?
- is de metode betaalbaar?
- verwijst de metode niet te veel naar additioneel materiaal?
- geeft de handleiding meer dan alleen maar antwoorden?
- enz.

Het zal u duidelijk zijn, dat geen der vijf genoemde metoden — naar het oordeel van de gespreksdeelnemers — volledig aan deze vragenlijst voldoet. De schrijvers der metoden zullen overigens de eersten zijn om dit toe te geven; zij kennen hun eigen werk immers tè goed.

Ook de wiskobasgroep heeft (empirisch) zo'n lijst ontwikkeld. Een lijst, die nog maar net van de grond is en voorlopig zeker niet publikabel gemaakt kan worden.
Het zal u — uit de vier tot nu toe verschenen

(rode) leerplanpublikaties — duidelijk zijn, dat we in het algemeen meer tijd investeren in het ontwikkelen van onderwijs, dan in het opstellen van vragenlijsten om andermans werk te 'meten'.
Toch geven we, om u een indruk te geven, enkele voorlopige vragen, in willekeurige volgorde:

'is de leerstoforganisatie logisch en sterk leergangmatig?
kunnen de initiatieven van kinderen gevolgd worden of moeten deze worden afgesneden om 'de draad' niet kwijt te raken?'

. . . .

'worden aanwijzingen gegeven hoe 'meer te doen' met het gepresenteerde materiaal? hoe plaatjes te bewerken? hoe alternatieven te bedenken?'

. . . .

'worden begrippen op een juiste wijze van elkaar onderscheiden?
(voorbeelden van begripsverwarring:
- 'oppervlak' en 'oppervlak*te*', door elkaar gebruikt;
- 'inhoud' en de grootheid waarin de inhoud wordt uitgedrukt, door elkaar gebruikt;
- 'Menge', vertaald als 'verzameling' en als 'hoeveelheid')'

. . . .

'krijgt een bepaald begrip (bijvoorbeeld: breuken) of een bepaalde vaardigheid (bijvoorbeeld: delen) vooraf betekenis voor de kinderen in allerlei situaties? met andere woorden: wordt een oriënteringsbasis gegeven?
of:
- wordt een vaardigheid aangeleerd via een *regel*: delen door een getal is vermenigvuldigen met het omgekeerde;
- wordt dirèkt *gerekend* met breuken?
- wordt een begrip (bijvoorbeeld 'percentage') geïntroduceerd op grond van twee aksioma's, zonder aandacht voor de relativiteit van het begrip?
- gaat het niet zozeer om het 'verdelen', alswel om het aanleren van een abstrakte notatie?'

. . . .

'wordt de reële wereld breed gepresenteerd of wordt er slechts één aspekt uit gelicht, teneinde snel over te kunnen gaan naar het oefenen (bijvoorbeeld: kamperen, moederdag → geldrekenen)'

. . . .

'is toetstraining een belangrijk bestanddeel van de boekjes voor de hoogste leerjaren?
geschiedt deze training adekwaat? of komen nog vormsommen voor van het type:

$$3\tfrac{1}{2} \times \tfrac{8}{21} : \tfrac{5}{14} \times 3\tfrac{11}{15} + (3\tfrac{1}{2} : \tfrac{8}{21} \times \tfrac{5}{14}) : 3\tfrac{11}{15} + 3\tfrac{1}{2} : 32 = ?$$'

. . . .

Allemaal vragen! En de belangrijkste vraag voegen we hier graag aan toe: leidt zo'n vragenlijst wel tot zinvolle gegevens? is een dergelijke lijst ooit operationeel te maken? Anders gezegd: zal het ooit een hanteerbaar instrument worden, waarmee praktijkmensen in een redelijk tijdsbestek uit de voeten kunnen?
Vooralsnog hebben we onze twijfels, maar ... we gaan er mee door en zullen er zeker een keer op terugkomen.
Ten behoeve van de eerstvolgende spullenkaternen zullen we een andere weg inslaan.

VERVOLG (7)

In de volgende spullenkaternen hopen we opnieuw aandacht te schenken aan de zogenaamd 'traditionele' metoden. Onlangs zijn wiskobasmedewerkers gestart met een nadere bestudering van een vijftal metoden — hetzelfde vijftal als in een eerdere paragraaf aan bod kwam —. Deze studies dienen te resulteren in 'subjektieve metodenverhalen'.
Naar ons idee zult u dan — na kennisname van de eerste katernen — behoorlijk wat gegevens in handen hebben ten behoeve van een keuzebepaling.
Graag horen we eens wat!

Tevens lijkt het ons bizonder belangrijk om binnenkort eens met elkaar na te gaan wat schoolteams met de wiskobasmaterialen (aktiviteitsbladen, tema's) kunnen doen. Heel praktisch en konkreet: als we dit doen, dan betekent 't bij metode x dat we toe kunnen met de helft van de oefeningen uit die en die paragrafen; bij metode y kunnen we zelfs enige taken overslaan; bij metode z valt er op dit gebied niets te 'bezuinigen'. We stellen ons voor om een en ander in een van de volgende katernen te benaderen vanuit praktische ervaringen van schoolteams.
Graag horen we eens wat!

Sommige schoolteams zijn uitnemende leerplan-doe-het-zelvers. Op eigen houtje maken ze van wat losse wiskobasspullen, een oude metode en een televisieserie, een uitnemend draaiboek voor het wiskundeonderwijs. Ook aan deze voorhoede willen we in één van de volgende katernen aandacht besteden. Een katern bevat echter slechts een beperkt aantal pagina's. We zullen derhalve een keuze moeten doen.
Graag horen we eens wat!

Wiskunde voor de basisschool

Rekenwijzer

Op veilig spoor

De leerstof bepaalt namelijk de vormen van differentiatie, die toegepast kunnen of moeten worden. De aard en het verloop van het leerproces zijn immers in de eerste plaats afhankelijk van de soort leerstof en het beoogde leerresultaat.
Het heeft daarom zin de totale leerstof te ordenen met het oog op de individualisering.

...lijk klassikaal. Het ... leerlingen, zo mo... ...ig zijn met rekenen. ...aan de hand van de werkbloks en eventueel met *rekenoefenmiddelen*. In leerjaar 2 wordt met behulp van *rekenspellen* een meer expliciete differentiatie verwezenlijkt.
In leerjaar 3 wordt regelmatig in groepjes gewerkt. Aanvankelijk in groepjes van twee leerlingen, later in groepjes van vier.
Vanaf leerjaar 4 is de aanpak meer pluriform. De klassikale les blijft gehandhaafd. Daarnaast neemt het groepswerk een ruimere plaats in om differentiatie mogelijk te maken.

Operatoir rekenen

Bij hoofdrekenen en cijferen gebeurt dit door middel van toetsen en een keuzesysteem. In de z.g. operatielessen (bijv. les 8 pag. 50 handleiding 4a) zijn veel momenten tot differentiatie ingebouwd.
Het pakket *rekenkaarten* is bij uitstek het middel tot goede differentiatie. Het geeft mogelijkheden om stof te herhalen en om meer gecompliceerde opdrachten uit te voeren.

De methode biedt mogelijkheid tot differentiatie. Gekozen is voor differentiatie in de diepte, waardoor het organiseren van differentiatie in de breedte voorkomen kan worden.

Differe...
Met het vermelden van deze twee, v... tische eisen, wordt ongetwijfeld niet de ... basisonderwijs gekarakteriseerd, maar toch wel enige zeer wezenlijke aspecten daarvan. Wat de differentiatie in 'Wiskunde voor het basisonderwijs' betreft, moet natuurlijk in de eerste plaats en met alle nadruk worden gewezen op de mogelijkheden die in het Cuisenaire-materiaal liggen opgesloten. Dit leermiddel is uit zijn aard differentiërend (zie de vrije opdrachten).
Met behulp daarvan kunnen reken- en wiskundesituaties worden geconcretiseerd

Uitkomst

Differentiëring

zo groot zijn, zal aan deze mogelijkheden slechts ten dele tegemoet gekomen kunnen worden. Door de opbouw van deze methode is een bescheiden, maar praktisch uitvoerbare, differentiatie mogelijk. In alle klassen wordt de *kernleerstof* door een ... introductie aangeboden ... Het tempoverschil ... van het behandelde.

Er zijn in de methode twee mogelijkheden om te differentiëren, nl. die van het *niveau* waarop en die van het *tempo* waarin wordt gewerkt. Bij klassikaal gebruik kan men uiteraard niet ten volle van de tweede mogelijkheid profiteren.

3. Extra werk. Hierin wordt aan de meer begaafde leerlingen (zowel naar intelligentie als naar tempo) de mogelijkheid geboden om de behandelde problemen op hoger niveau uit te werken.

Rekenen

rekenmethode voor de basis...
bestaande uit leerlingenboeken, werk...
rekenkaarten en bijbehorende leermiddelen en hanteringsmateriaal.

Aktief rekenen

Deze methode zal thuis horen onder de categorie: kombinatie van traditioneel en modern.

Verwachtende U met dit schrijven van dienst te zijn geweest,

...ee hoogste klassen: ... Hoofdrekenen. ... als de pientere le... nun vermogens. Elk

Differentiatie in de breedte

Om tegemoet te komen aan de individuele kwaliteiten van de leerling en de behoefte van de leerkracht om regelmatig een centraal leergesprek te kunnen houden, wordt momenteel gewerkt aan uitbreiding van de methode in de richting van de breedte-differentiatie. Het didactisch model, dat tot nu toe met de methode kon worden uitgevoerd nl. *klassikaal* onderwijs en *individueel* onderwijs wordt uitgebreid met de mogelijkheid van niveauonderwijs.

Reken maar

Naar zelfstandig rekenen

is de foutenanalyse. ...
...n een eenvoudige vorm.

Naar Aanleg en Tempo houdt welbewust rekening met de differentiatie. Naar Aanleg en Tempo in de naam zijn de hoofdprincipes van deze methode vastgelegd. De deeltjes zijn uiteraard niet gebonden aan een bepaalde klas, omdat de aard onzer scholen en de opvatting t.o.v. de leerstof nogal uiteenloopt.
Vanaf het tweede deeltje is een B-taak toegevoegd, die ...

Naar aanleg & tempo

Taltaal

7 hoe wordt in deze methode het differentiatie-probleem opgelost?

Inderdaad kunnen we spreken van een probleem.
Zal het ooit worden opgelost?
Laten we duidelijk zijn: we hebben de oplossing niet gezocht in een vorm van niveau-rekenen.

Elementair wiskundig rekenen

kunde, gesch... worden ... de lee... houde... Bij het ... snel tot ... kozen ... Zeer geleidelijk ... ingen geïntroduceerd in de wereld van het getal.
Ze krijgen volop gelegenheid zelf de structuren te ontdekken en met de verkregen inzichten komen ze dan tot bewust handelen.

12. Door een spontane differentiatie wordt zoveel mogelijk rekening gehouden met de individuele verschillen der leerlingen in aanleg, rijpheid, gevormdheid, belangstelling en tempo.

Functioneel rekenen

...waarschijnlijkheid en statistiek, oefen... de a... in het schatten van de uitkomst, meetkunde

Hoj! Rekenen!

Niveaucursus

... ieder niveau de leerstof van ... jaar omvat. Met niveau bedoelen wij dus een leerstofpakket aan te geven. Wanneer een leerling de leerstof van een bepaald niveau beheerst, gaat hij naar het volgende. Op deze wijze kan ieder kind naar eigen aanleg en tempo de verschillende begrippen en vaardigheden op het gebied van rekenen tot zijn geestelijk eigendom maken.

- mogelijkheden tot differentiatie in alle leerjaren

Ontdek het zelf

- De methode biedt mogelijkheden voor differentiatie binnen klasseverband.
- De methode biedt mogelijkheden voor groepswerk en individuele verwerking.
- De methode is in inh...

Nieuw rekenen

Veel mogelijkheden en suggesties worden gegeven in Handleiding 1
- Zowel de goede als de zwakke rekenaar kan werken op eigen niveau, met de mogelijkheid zijn optimale prestatie te leveren
- Voldoende waarborgen worden gegeven voor het afstemmen van de leersituaties op ...

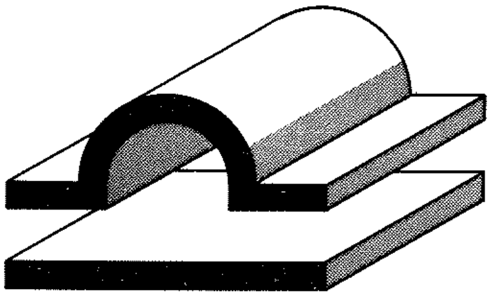
...een hoeveelheid kennis doorgeven op een wijze waarbij het kind ... De ervaring in tal van scholen heeft zeer duidelijk aangetoond dat kinderen actief aan wiskunde kunnen doen; zij zijn daarbij vindingrijk en hebben plezier in hun eigen exploraties.

Getal in beeld

Wij hebben rekening gehouden met het verschil in aanleg door het geven van „zwaar werk", dat door de intelligente leerlingen in eigen tempo kan worden doorgewerkt.

De grondslag

wiskunde in de brugperiode



WAARDELOOS MATERIAAL, START VAN MEETKUNDE-ONDERWIJS

In deze jaargang willen wij u een indruk geven van het onderdeel meetkunde, zoals dat in ons voorlopige werkplan[1]) voor de brugperiode voorkomt.
Meetkunde, grafische verwerking en kansrekening, zijn de voornaamste pijlers waarop dit schoolwerkplan rust.
Na u aan de hand van twee eksemplarische voorbeelden — waarvan het hier beschreven tema 'verpakkingen' er een is — een idee te hebben gegeven in welke sfeer wij ons het wiskundeonderwijs in de brugperiode voorstellen, zullen wij u in het derde groene deel van het wiskobas-bulletin een globaal beeld schetsen van de meetkundelijn in het schoolwerkplan van de brugperiode; een schoolwerkplan, dat dit jaar op een klein aantal scholen voor voortgezet onderwijs aan de praktijk getoetst zal worden.

WIM SWEERS

Veel waardeloos materiaal kan in een 'recycling proces' goede diensten bewijzen voor het wiskundeonderwijs. Zo kunnen veel soorten verpakkingsmateriaal benut worden in het aanvankelijk meetkundeonderwijs.
Dat is natuurlijk niets nieuws. In veel scholen worden al lang dozen, potjes, flessen, en dergelijke, gebruikt om aan de hand daarvan meetkundige verkenningen te doen. Misschien is het nieuwe aspekt in deze lessencyklus, dat een aantal aktiviteiten rond dit verpakkingsmateriaal longitudinaal gepland is.

Als introduktie tot de meetkunde beginnen we met ruimtelijke vormen, beschouwen van daaruit het platte vlak en keren tenslotte weer terug naar de ruimtelijke vorm.

sorteren
Als eerste opdracht vragen wij de leerlingen de meegebrachte verpakkingen op de een of andere manier te sorteren.
Aanvankelijk worden verschillende kriteria gehanteerd.
.... 'Wat er in gezeten heeft, de grootte, het materiaal en de vorm.' ....
Het vormkenmerk wordt voor de komende lessen uitgangspunt voor het meetkundeonderwijs. De leerlingen trachten de ruimtelijke vormen te beschrijven en het blijkt noodzakelijk een taaltje te ontwikkelen om dit eenduidig te kunnen doen.

In groepsgesprekken blijkt, dat sommige leerlingen woorden, zoals vlak, ribbe, hoekpunt, balk, kubus, rechthoek, vierkant al kennen, alleen gebruiken ze die vaak verkeerd en halen bijvoorbeeld 'vierkant' en 'kubus' door elkaar. Een leergesprek is dan nodig om dit te korrigeren en nog onbekende woorden met gebruikmaking van het konkrete materiaal aan te leren.

In het algemeen verloopt het sorteren naar vorm tamelijk vlot: alleen het herkennen van verschillende prisma's levert meestal problemen op. Maar omdat er in groepen gewerkt wordt, en er ruim gelegenheid is voor hulp en overleg, worden deze moeilijkheden toch vrij snel overwonnen. Dit is ook het geval als er beslist moet worden, waar een fles bij hoort, die uit een paar cilinders en een kegel is samengesteld. In deze 'sorteerfase' ontdekken de leerlingen ook de relatie tussen de platte of gebogen vorm van de vlakken en het kunnen rollen of schuiven van het lichaam.

[1]) Een door de afdeling 'wiskivon' (wiskunde in het voortgezet onderwijs) van het *iowo* ontwikkeld plan.

	Plattevlakken	gebogen vlakken	Rollen	Schuiven
balk	X			X
cilinder	X	X	X	X
kubus	X			X
piramide	X			X
bol		X	X	
Kegel	X	X	X	X
prisma	X			X

een door de leerlingen zelf ontwikkeld schema

In het lager beroepsonderwijs bleek deze benadering zinvol. In de havo-vwo-brugklas daarentegen, trapten we hiermee een open deur in. Zelfs stichtte dit enige verwarring:
.... 'Een dobbelsteen rolt toch ook!' ....

Voor de meeste leerlingen, havo-ers of lbo-ers, bleek deze oriëntering in ruimtelijke vormen zoveel nieuwe aspekten te bevatten, dat er slechts kleine verschillen in prestatie en tempo optraden. Dit versterkte bij ons de indruk dat deze introduktie in de meetkunde geschikt zou zijn om daarmee in heterogene groepen te werken.

Het meest opvallende verschil was, dat de lbo-groepen gedurende de lessencyklus, bij het beschrijven en tekenen van de vormen, langer het konkrete materiaal nodig hadden dan de havo-vwo-ers.
Een opmerkelijke overeenkomst bleek, toen zowel in een lbo- als in een havo-vwo-brugklas, leerlingen spontaan ontdekten dat een balk en een kubus ook prisma's zijn. Zelfs noemde een lbo-er de cilinder een 'rond prisma'.

Als afsluiting van het sorteren wordt nog gesproken over de funktie van de vorm van een verpakking in het dagelijks gebruik (de hanteerbaarheid en de stapelbaarheid). Ook komt het verband tussen oppervlakte en inhoud heel even aan de orde als gepraat wordt over de hoeveelheid papier, die je nodig hebt om een doosje te vouwen, en hoeveel daar dan in gaat. Een aangrijpingspunt om later in de leergang op terug te komen.
Om te zien of ieder nu de juiste termen funktioneel gebruikt, zou de volgende opdracht kunnen dienen:

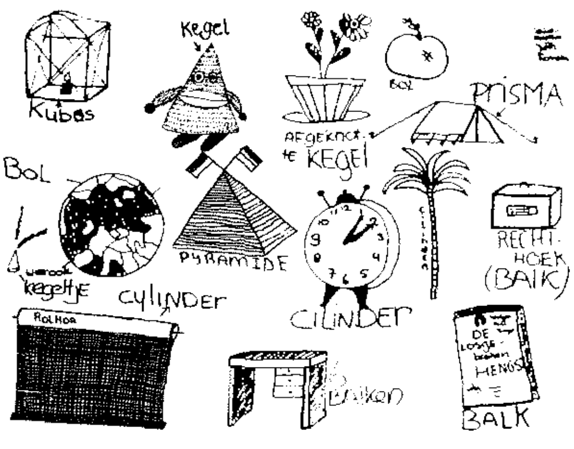
▶ Neem een bepaalde ruimtelijke vorm in je hand. Beschrijf deze aan je klasgenoten. Laat hem niet zien.

De andere moeten na deze verbale omschrijving een vorm van dezelfde soort kiezen.

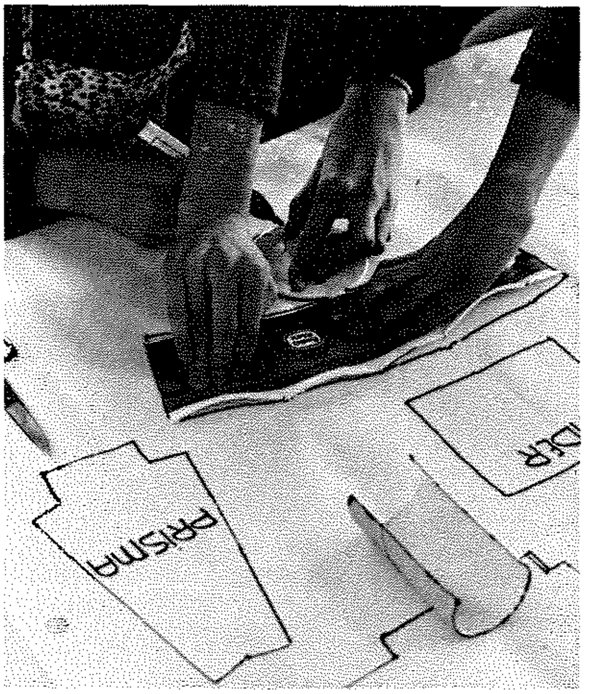
plakken en tekenen
Als huiswerk krijgen de leerlingen deze opdracht mee:

▶ Knip uit kranten en tijdschriften plaatjes, waarop je de nu geleerde ruimtelijke vormen kunt herkennen en neem ze mee naar school.

De les daarop worden er in groepen kollages van gemaakt, waarbij de 'overzichtelijkheid' een kriterium is.
In een andere klas worden op grote rollen papier tekeningen gemaakt, waarin aangegeven wordt, uit welke ruimtelijke vormen iedere getekende figuur is opgebouwd.



bouwplaten
Daarna worden de verpakkingen, indien mogelijk, opengeknipt en wordt van elk lichaam een bouwplaat (de uitslag) getekend. Zo ont-

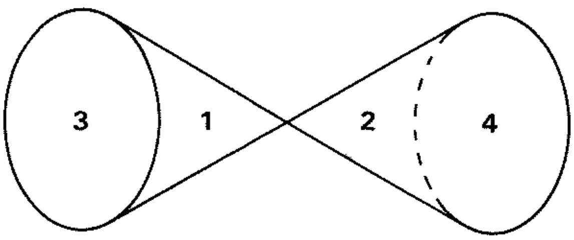


dekken de leerlingen o.a. dat een doosje in de vorm van een balk of kubus verschillende uitslagen kan hebben.

Nadat verschillende groepen hun werk klaar hebben, worden de verschillende flappen klassikaal besproken en worden vooral de essentieel verschillende uitslagen van één lichaam bekeken.

kegels, prisma's en piramides
Als afsluiting van deze lessencyklus kunnen we opdrachten geven zoals deze:

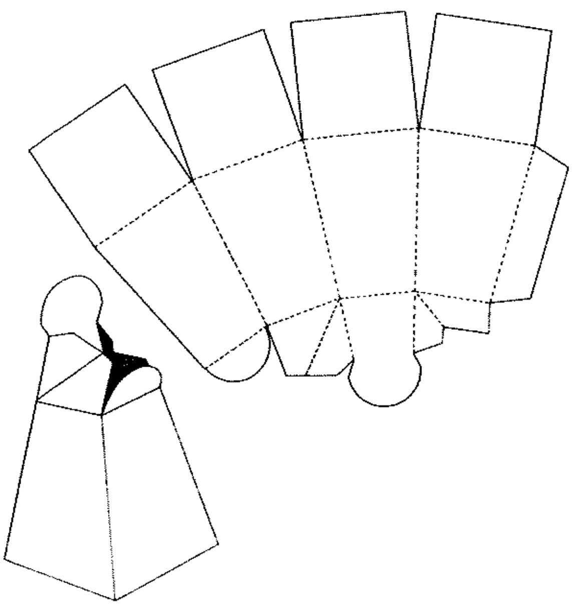
- Een speelgoedfabrikant wil diabolo's gaan maken uit rechthoekige plaatjes plastic van 21 cm bij 13 cm, verdeeld in een vierkant van 13 cm x 13 cm. Hieruit moeten de delen 1 en 2 komen. De delen 3 en 4 komen uit het resterende stuk.

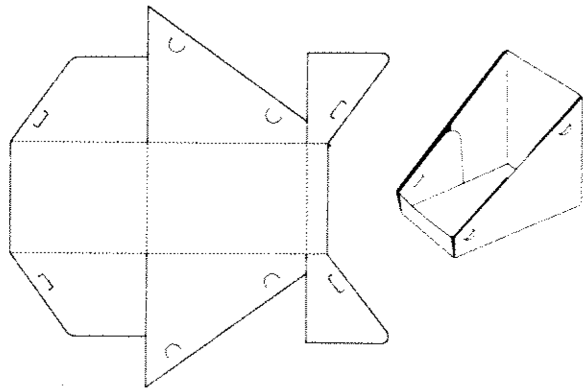


Met behulp van plakband en een lucifer moeten de leerlingen (uit papier) een diabolo konstrueren, zodanig dat er zo min mogelijk materiaal verloren gaat.

Of problemen zoals:

- Welke vormen herken je in de uitslagen van deze doosjes?





- Geef met een kruisje de delen aan, die voor de vorm niet belangrijk zijn, maar wel noodzakelijk voor het doosje. Een van de doosjes is open. Welke vorm heeft het ontbrekende vlak? Teken dit in de bouwplaat er bij.
- Knip bouwplaatjes uit en vouw ze in elkaar tot een doosje.
  Kontroleer je antwoorden.
- Groepswerk: leg een aantal doosjes van dezelfde vorm en grootte zo tegen elkaar op een vel papier, dat je zo zuinig mogelijk bent met het papier.
- Teken de manier waarop jullie ze leggen, en vergelijk daarna hoeveel er bij jullie en bij andere groepen op het vel gaan.

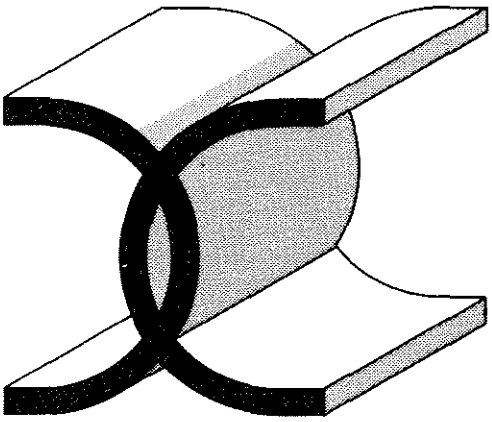
NB: De leerlingen krijgen alleen de bouwplaat. Voor wie veel moeite heeft met de herkenning van de vorm, kan een tekening van het doosje steun betekenen.

waarom deze aanpak?
Van onderwijskundig standpunt gezien, is het belangrijkste aspekt in deze lessen dat de leerling aktief bij het onderwijs betrokken is: *hij leert wiskunde door het te doen.*

Deze aktiviteit bestaat niet alleen uit het werken met materialen of het individueel of in groepjes zoeken naar oplossingen, maar ook uit een mentale betrokkenheid bij het onderwerp.

De leerlingen stappen allen op een nivo van konkreet handelen in en werken naderhand vaak 'redenerend' naar een oplossing toe, zonder dat ze het konkrete materiaal nog nodig hebben.
Ditzelfde zien we ook optreden als de leerlingen de kubus nader beschouwen: ze bouwen een kubus, verschillende bouwplaten worden geknipt en getekend en op basis van symmetrieredeneringen ontdekken ze alle mogelijke verschillende kubusuitslagen. In de aanpak van dit probleem zijn al duidelijk verschillende nivo's te onderscheiden.
Via het bouwen met kubussen wordt daarna een (papieren) bungalow gebouwd: *'belvia'*, een volgend meetkundetema voor de brugperiode.

opleiding

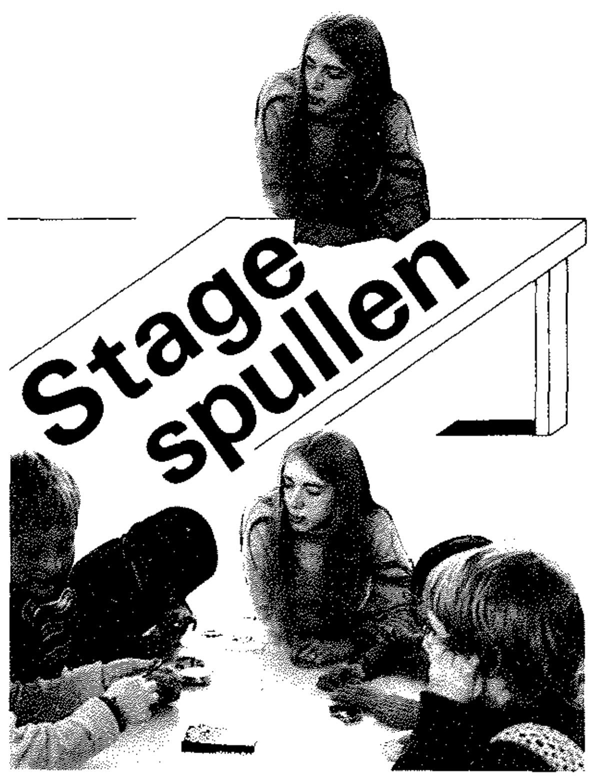


AANDACHT VOOR DE PRAKTISCHE VORMING

In augustus 1975 begonnen onze werkzaamheden op de pedagogische akademie Juliana van Stolberg in gorinchem. In de zin van het 'referentiekader'[1]) *werden vijf eerstejaarsblokken ontwikkeld, in nauwe samenwerking met pedagogische akademie-studenten en basisschoolleerlingen.*
Daar van meet af aan de gedachte aan een integratie van praktijk en teorie aanwezig was, lag het voor de hand dat de aandacht voor vorm en inhoud van de stage zou toenemen. Zodoende kwam ook de inbreng van de mentor in beeld.
Een intensieve begeleiding van achttien studenten in de praktijk en een goede samenwerking met hun mentoren, leverden zeer bruikbare logboeknotities en vele vragen op.

FRED GOFFREE
HUUB JANSEN

In dit kursusjaar (1976-1977) zijn we uitgegaan van de geanalyseerde ervaringen en trachten we antwoord te vinden op enige vragen. Met het oog hierop en ten behoeve van het praktische werk van de eerstejaarsstudenten, maakten we een verzameling opdrachten met bijbehorend materiaal, aanwijzingen, suggesties en beschrijvingen van vroegere ervaringen, in de vorm van logboeknotities van mentoren of docenten. Deze verzameling, het *'Stage Spullen Boek'*, werd beschikbaar gesteld aan studenten en mentoren, zodat beiden vanuit eigen standpunt een geschikte keuze kunnen maken.
De inhoud van de opdrachten is zoveel mogelijk betrokken op de inhoud van de bijbehorende les op de pedagogische akademie in wiskunde en didaktiek. Vanzelfsprekend is een aanvulling vanuit de basisschoolsituatie altijd mogelijk.
Hieronder laten we de inleiding uit het 'Stage Spullen Boek' volgen. In de loop van dit jaar hopen we nog terug te komen op de rest van dit boek en de ervaringen ermee.
Voor hen, die iets willen weten over de ervaringen die we gedurende het vorige kursusjaar opdeden, kunnen we verwijzen naar *'De onderwijzersopleiding: een (leerplan)ontwikkelingsgebied'.*[2])



Wiskunde & didaktiek eerste jaar P.A.

1) Zie: Voorbeeld van een interim schoolwerkplan (putten 1974).

2) Pedagogische Studieën (juli/augustus 1976).

vooraf

In het kursusjaar 1975/1976 begonnen we op drie oefenscholen van de gorkumse pedagogische akademie met het uitdenken en uitproberen van een stageplan. De stage-opdrachten betroffen het vak *wiskunde en didaktiek*. De voorbereiding, uitvoering en nabespreking werden intensief begeleid door de docenten aan de pedagogische akademie. Pas na verloop van een half jaar kregen ook de mentoren het gevoel, dat ze bij de begeleiding betrokken waren. Van toen af aan ontstond er een goede samenwerking tussen mentor, docent en student. De vraag 'wat is een goede mentor?', die door de mentoren van de drie oefenscholen gesteld werd, is de aanleiding geweest tot deze inleiding.

De lezer zij evenwel gewaarschuwd!

Ons antwoord op de gestelde vraag wordt gegeven vanuit één vakgebied: het wiskundeonderwijs op de basisschool. Bovendien is het nog slechts geïllustreerd met voorbeelden uit een eenjarige praktijk (zie de logboeknotities). Aan beide beperkingen hopen we dit kursusjaar iets te doen, met hulp van leerlingen, studenten, mentoren en kollega's.

het werk van de mentor

Een goede mentor zegt niet tegen zijn studenten hoe het onderwijs *moet*. Wel laat hij zien hoe hij 'het' doet. Hoe hij erover nadenkt, met de bedoeling de kinderen verder te helpen. Hoe hij nadenkt over zijn onderwijs om dat naderhand nog beter te doen. Dit (zelf-)bewuste werken, *dit kunnen nadenken over het eigen gedrag in de klas*, zowel tijdens de voorbereiding alsook achteraf naar aanleiding van de reakties van de leerlingen, onderscheidt naar onze mening de goede mentor van de gewone onderwijzer.

logboeknotitie

'Na een week werken met werkbladen en opdrachten voor de leerlingen (wiskobas) kan ik enkele notities maken ... Je ontdekt de grenzen van de mogelijkheden van jezelf en van de leerling. De kollega's brengen elkaar op ideeën. Samen praten over je werk werkt verhelderend en kweekt entoesiasme. 'Het jut op.' Het logboek nodigt uit tot het vastleggen van je gedachten en zelfkritiek. De opdrachten aan de studenten betekenen voor mij: samen denken, samen doen, samen napraten.' (mentor klas 6)

Het lijkt voor de hand te liggen om de beginnende student in kontakt te brengen met de meest intensieve, dagelijks optredende bezigheden van de mentor. Het gaat dan steeds om het werken met de klas, het organiseren van leerlingenaktiviteiten, het bewaren van het overzicht, het opruimen en uitdelen, het vertellen, uitleggen, behandelen, overhoren, en nog veel meer.

Het is in deze zin dat de student vaak opdrachten krijgt. Hieruit moet dan, bij uitvoering, blijken of hij het wel of niet kan. Er wordt in zo'n geval bijvoorbeeld gekonstateerd:

.... 'Je hebt geen overzicht over de klas.'....

Voor de student betekent dit dan:

.... 'Zorg dat je volgende keer beter overzicht hebt.'....

Hoe hij dat moet doen, dat er bijvoorbeeld veel meer persoonlijk kontakt met de kinderen voor nodig is, kan moeilijk gezegd worden. Het gevolg is meestal, dat de goedwillende student volgende keer probeert in elk geval ook de kinderen op de achterste rijen rustig te houden ...

Ook andere belangrijke zaken blijven bij dit totale klassewerk *verborgen* voor de student. Door zijn zorg voor de klas als geheel, ontgaat hem bijvoorbeeld hoe enkele kinderen door iets bizonders geboeid kunnen zijn, of hoe enkele zwakke leerlingen aan de gang gaan, of hoe een goed gekozen voorbeeld enkele leerlingen over een drempel kan heenhelpen, of hoe een fantastisch idee een bepaald kind inspireert tot onverwachte prestaties, of ...

Maar het zijn nu juist dit soort gebeurtenissen in de klas, die de leerkracht *inspireren tot grotere inzet en die hem motiveren voor zijn vak*. En het is vanzelfsprekend de taak van docent en mentor om ze in de praktische oefening voor de student ook naar voren te laten komen.

logboeknotitie

'Bij het bepalen van de verschillende omtrekken en middellijnen van cirkelvormige voorwerpen komt al gauw naar voren, dat er meetfouten moeten zijn gemaakt → alle omtrekken zijn ruim 3x de middellijn, maar enkele voldoen hier niet aan. We komen tot de afspraak, dat de omtrek ca $3\frac{1}{3}$ x de middellijn is. (Enkele leerlingen vinden dit teveel). Paul komt 's middags met 3,17 (vader is wiskundedocent).

Is er veel verschil tussen $3\frac{1}{3}$ en 3,17? Hoe schrijf je $\frac{1}{3}$ als tiendelige breuk? Simon zegt: 0,3333 ...? Dat blijft doorgaan! Diana stelt voor af te ronden: 0,3 (de tweede drie is minder dan 5, dus ...).

Dan stelt iemand voor 3,17 af te ronden op 3,2. Nu vindt men het verschil bijna te verwaarlozen. Toch nog protesten; ze wijzen op de tijdmetingen bij de schaatswedstrijden!' (mentor klas 5)

de ontwikkeling van de student

In feite zou de student op *drie verschillende nivo's van leren* moeten werken.

Op het eerste nivo neemt hij de kennis op, die hem op de pedagogische akademie wordt aangeboden.

Op het tweede nivo maakt hij hiervan zinvolle kennis, die hem ondersteunt bij de uitoefening van zijn beroep en bij het beleven van zijn liefhebberij. Het geleerde op dit nivo is geen oppervlakkige kennis, die er in enkele weken 'in kan worden gestampt'. Nee, dit weten raakt hem dieper, dit leren heeft zijn totale persoon ingeschakeld en heeft diepe indrukken gemaakt, die hem lang bij zullen blijven.

Tenslotte leert de student op het derde nivo nadenken over zichzelf: hoe hij leert, onderwijst, zich gedraagt, waarom hij iets zinvol vindt, waar z'n kracht ligt en welke zijn zwakke punten zijn. In dit leren maakt hij zich de kennis en het opdoen ervan bewust. Hierdoor wordt ook de mate van zijn zelfbewustzijn vergroot. Een voortgaand proces, ook na de opleiding.

logboeknotitie

'Ik heb nogal eens de neiging gehad (en soms komt het wéér op) om bij een lesje of gesprekje de stof te verzinnen en op de bouwen vanuit een verhaaltje. De problemen kwamen dan vanzelf! Maar op een gegeven moment wordt door het verhaaltje het probleem onduidelijk gemaakt.

Ook ben ik wel eens uitgegaan van alleen wat bij kinderen leeft en daaruit problemen gezocht. Maar het beste (waar ik nooit zelf opkwam, gek eigenlijk!) is het, om gewoon eerst van het probleem uit te gaan.

Ziedaar: probleemgeoriënteerd.' (student klas 4)

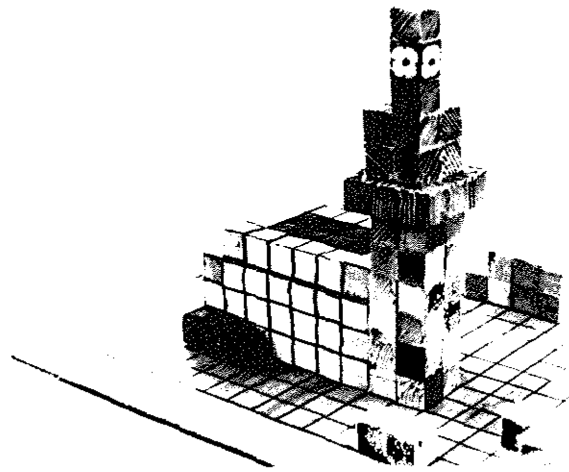
Bij dat leren op het tweede nivo staan vooral de stage-aktiviteiten centraal. Door het werken met kinderen kan kennis tot *zinvolle kennis* worden. De hierboven aangeduide motiverende kracht, die van het praktische werk uit kan gaan, zal elke student tot grote inzet kunnen aansporen, ook al omdat hij hierin zijn keuze voor dit beroep nog meer bewust kan maken. Het is dus van het grootste belang, dat de stage zo ingericht wordt, dat de student de gelegenheid krijgt om 'rijke ervaring' op te doen.

Van twee kanten wordt hierop invloed uitgeoefend.

Enerzijds is er het pedagogische akademieprogramma voor de vakdidaktiek. Dit is leren op het eerste nivo. Wil dit tot zinvolle kennis leiden, dan moet het naar onze mening in nauwe relatie staan met de stage-aktiviteiten. Welnu, in de lessen wiskunde en didaktiek verwerken de studenten wiskundige en didaktische problemen, die in de stage-opdrachten terugkomen.

logboeknotitie

'We hadden een gesprekje over blokkenbouwsels, die de kinderen voor elkaar moesten beschrijven.



Ze deden het veel spontaner dan wij op de *pa*. Voordat daar het blokken-kerkgebouw was beschreven, was er wel een uur om. Misschien komt het ook wel, omdat wij van de docent helemaal geen aanwijzingen kregen. Toch geloof ik, dat kinderen veel eerder iets durven zeggen dan wij. Je bent bang om voor de hele klas goed af te gaan.' (studente klas 4)

Anderzijds is er de mentor. Hij (zij) *organiseert het rijke ervaringsveld* van het basisonderwijs voor de student. Daar kan het leren op het tweede nivo plaatsvinden. Maar de mentor kan verder gaan. Door na te denken over zijn werk en door zichzelf hierin te betrekken, kan hij de student tot een bewustmaking van het eigen handelen brengen. Dit leren achten wij van essentieel belang voor de ontwikkeling van de student tot onderwijzer. Het vereist een enorme inspanning, vooral van de student zelf, en dit leren houdt eigenlijk nooit meer op. Het maakt, dat hij zichzelf als onderwijzer verder kan ontwikkelen, binnen — en ook buiten — zijn beroep.

Uit bovenstaande overwegingen volgt, dat er, zeker in het werkvlak, tussen mentor, docent en student, een bizonder goede, persoonlijke relatie zal moeten worden opgebouwd.

logboeknotitie

'Ik geloof wel, dat we blij en dankbaar mogen en kunnen zijn, dat wij het voorrecht genieten om stage te lopen op de A.D. van den Heuvelschool. Je kan er echt fijn werken. Het kontakt tussen student en mentor(en) is buitengewoon goed. Ook tussen leerling en onderwijzer, maar wat mij bovenal treft, is het goede en fijne kontakt tussen de onderwijzers.' (student)

de mentor en de student ... samen op pad ...

Zoals gezegd: je laat als mentor zien hoe je zelf onderwijst, hoe je dit onderwijzen voorbereidt, hoe je daarbij tobt, hoe je de zaák vóórdenkt en hoe je achteraf over een en ander nàdenkt.

Dit laatste met betrekking tot de leerlingen, maar ook met betrekking tot jezelf. Ook dit nàdenken stel je dan ter beschikking van de student. Het maken van een *logboek* – dat heeft het vorig jaar bewezen – is hierbij een uitnemende steun.

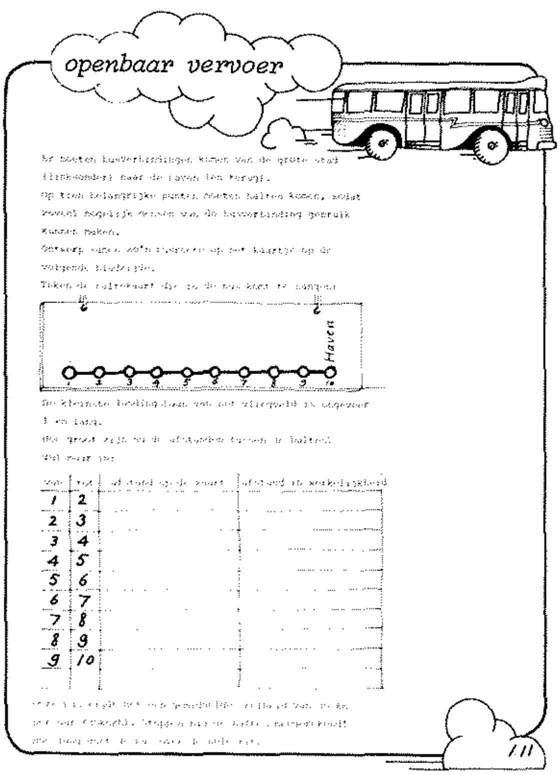
logboeknotitie

'Heeft het logboek mij iets geleerd? Ja, het nadenken over de les, die je gegeven hebt. Maar de dingen, die mij opvallen, die zijn vaak niet goed of diepgaand. En dit laatste is, dacht ik, niet verbeterd als je dat gaat vergelijken met het begin van het jaar. Ik heb er wel over nagedacht hoe ik dit zou kunnen verbeteren, maar ik ben zelf over het resultaat niet tevreden.' (studente)

Een konstruktief-kritische instelling ten opzichte van je eigen werk zal door de (goede) student als zeer positief worden ervaren.
Voorts is er dan de *samenwerking*, die nodig is bij de voorbereiding van het praktisch werk van de student. Voor de uitvoering ervan bestaat eerst een *gedeelde verantwoordelijkheid*, die een reflektie achteraf op het gebeuren gemakkelijker maakt. Het bewustmaken van bijvoorbeeld de eigen inbreng – de gestelde vragen, het persoonlijk kontakt met de leerlingen, je eigen rol in het geheel, en dergelijke – wordt betrokken op jezelf en op de student.

logboeknotitie

'Werkbladen over openbaar vervoer samen gedaan met student:
- eerst zelf laten denken en voorbereiden;
- zelf – mentor – ook de opdrachten gemaakt;
- dialoog over de opdracht;



- opdracht samen vastgelegd; dit is nodig voor de eindbeslissing, die in de les genomen moet worden; de klas mag tenslotte diskussiëren ...' (mentor)

. . . .

'Gesprek met de heer Van Doorn over de volgende week, onderwerp 'openbaar vervoer' (werkblad). We hebben samen besproken hoe we het ongeveer gaan doen in de klas. Ik ga in het weekeinde de opdrachten voor mezelf maken en dan verder doorpraten met de mentor op maandag. De heer Van Doorn helpt me ontzettend goed. Ik krijg veel ideetjes van hem en opmerkingen, die kritisch en toch opbouwend zijn.' (studente)

. . . .

'Ik heb in het weekeinde de problemen over de bussen (openbaar vervoer) grondig bekeken en uitgewerkt. Met het bepalen van de busroete liep ik nog eens vast, omdat op de kaart de wegverbindingen erg vreemd waren aangegeven. Maar ik ben er toch uitgekomen.
Vandaag met de heer Van Doorn besproken hoe ik het moet doen. Zijn roete vergeleken met die van mij: bijna hetzelfde, op een paar andere wegen na. De tien haltes waren bij beiden ongeveer gelijk. De heer Van Doorn heeft mij zijn werkwijze uit de doeken gedaan en daar ben ik mee verder gaan werken.
Het probleem van het meten van de weg hebben we opgelost door het trajekt te meten met draadjes, deze afstand af te passen op de liniaal en de afstand in cm af te lezen. Dan is het verder rekenen naar km (werkelijke afstand) niet moeilijk meer.
Als gegeven is dat $1\frac{1}{2}$ cm = 1 km, dan is 7 cm $\approx$ 4,6 km, 5 cm $\approx$ 3,3 km, enz.
Zo hebben we de problemen samen doorgewerkt. (Ik vind dit persoonlijk erg fijn. De onderwijzer weet dan ook beter wat je woensdags van plan bent te gaan doen).' (maandag 26 april – studente)

Tenslotte ben je als mentor natuurlijk bereid tijd te besteden om zomaar eens te filosoferen over je klas, over bepaalde kinderen, over stukjes onderwijs, over een goed artikel, over het milieu van je leerlingen, over de ouderavond, over de personeelsvergadering, en dergelijke. Daarvoor is af en toe wat meer tijd nodig dan dat ogenblikje na de stage-ochtend.
In het bizonder voor het vak wiskunde en didaktiek komt er nog iets bij, dat organisatorisch hogere eisen stelt dan je gewend bent. Gedurende het eerste half jaar werkt de student voornamelijk met *kleine groepjes kinderen*. Juist dit werk moet je met de student samen voorbereiden en nabespreken.
De 'spullen' in dit pakket geven o.i. 'stof' ge-

noeg. Om hierbij van meet af aan echt betrokken te zijn, zou je dit kleine groepswerk ook in dienst van het onderwijs aan de klas moeten stellen. Diverse mentoren van de drie oefenscholen van 1975/1976 hebben daar oplossingen voor gevonden.
Bijvoorbeeld:
- student werkt met zes leerlingen in ander lokaal en geeft informatie aan mentor, die de les daarna klassikaal geeft;
- student heeft groepje van vier kinderen in de klas, werkt daarmee, terwijl de andere leerlingen een andere opdracht uitwerken;
- student geeft 'les' aan groep, terwijl de rest van de klas (onder leiding van mentor) toehoort;
- student werkt samen met groepje en mentor laat later door groep in de klas verslag uitbrengen;

  logboeknotitie

  'Er stond een kubus. De vraag, die gesteld werd (hoeveel hoekpunten, hoeveel vlakken), was niet moeilijk (8 en 6). Ieder vlak heeft vier hoekpunten, dan moeten er toch 6 x 4 = 24 hoekpunten zijn — gaat niet op. Hier konden we niet voldoende onder woorden brengen wat we bedoelden. Eén hoekpunt is gevormd door drie vlakken, zeiden we, maar dan kom je nog aan zes vlakken van vier hoekpunten. Maar nu begrijp ik wel, dat er 2 x 3 vlakken zijn, dus ook 2 x 4 hoekpunten. Er werd gezegd, dat we hier later nog op terug zouden komen, maar dat is niet gebeurd. Met ons zesjes hebben we er na schooltijd nog even over gesproken en zo kwamen we tot de oplossing ...' (verslag door groep van zes zesdeklassers)

- student neemt groep in andere ruimte en mentor komt af en toe luisteren;
- mentor geeft les — klas in groepen — en student begeleidt één van de groepjes.

Van essentieel belang is, dat student, mentor en leerlingen allen nauw betrokken zijn bij de stage-aktiviteiten. Dan pas is er gelegenheid voor de student (en mentor) om op het hoogste nivo te *leren*.

wat we dit eerste jaar doen

Het eerste jaar staat in het teken van de *oriëntatie*.
Globaal is de indeling als volgt:
- kennismaking met de leerlingen;
- oriëntatie op de kinderen;
- oriëntatie op de eigen inbreng;
- verwerking in de klassesituatie;
- bewustmaking en evaluatie.

De bijbehorende pedagogische akademie-blokken zijn:
- het land van acht (introduktie);
- kijken, doen, denken en zien (meetkunde);
- tellen;
- meten;
- de laatste 8 weken.

De spullen in dit pakket behoren bij de eerste vier blokken. Voor het laatste blok willen we wat meer vrijheid voor mentor en student scheppen.

Binnen de pedagogische akademie-blokken signaleerden we hiervoor reeds de *twee fundamentele ontwikkelingslijnen* voor de student:
- een toenemende mate van (zelf-) bewustzijn (hulpmiddel: logboek);
- een toenemende mate van verantwoordelijkheid voor de hele klas.

de spullen

Met de hierna volgende suggesties voor stageopdrachten, trachten we langs bovengenoemde lijnen de studenten belangrijke indrukken en ervaringen te laten opdoen. Dit soort *piekervaringen* — die iedere goede mentor af en toe in zijn eigen situatie zal signaleren — zijn de moeite van het overdenken waard, ze leveren de motivatie tot volledige inzet en geven het bewustmakingsproces meer kans.
Uit onderwijsbeschrijvingen, logboeken van mentoren en studenten, en uit eigen ervaring, kunnen we enkele 'piekervaringen' noemen:

- een leerling lost een probleem op, dat je zelf als moeilijk ervaren hebt;

  logboeknotitie

  'We willen het aantal inwoners van dit dorp schatten. Op de luchtfoto van het dorp kunnen we de huizen tellen. Op de vraag hoeveel mensen we per huis moeten rekenen, wordt de gemiddelde gezinsgrootte in de klas uitgerekend. Dan zegt minke: 'eigenlijk is het niet eerlijk, want we bekijken nu alleen maar gezinnen mèt kinderen ...' Een goede opmerking!' (mentor klas 4/5)

- een leerling vertoont plotseling optredend inzicht;

  logboeknotitie

  Op het werkblad staan drie verschillende (blokken) torens, gebouwd uit dezelfde vijf blokken (in verschillende volgorde). De kinderen bedenken zelf voor elk blok een nummer. Op de vraag hoeveel verschillende torens je kunt bouwen, beginnen we met blok 5 onderop:

5 4 3 2 1	5 4 2 3 1	toen met 4	4 5 3 2 1
5 3 2 4 1	5 3 4 2 1	onderop:	4 3 2 5 1
5 2 4 3 1	5 2 3 4 1		4 2 5 3 1

  Toen zei een meisje: 'ik heb een slim plannetje: als we nu in plaats van de 5 in rij 1 een 4 schrijven en voor de 4 een 5, dan kunnen we het zo overschrijven. Dit kan ook bij de 3 en de 2. Bij de 1 niet, want die moet altijd bovenop (Δ). Er zijn dan 4 x 6 torens!' (mentor klas 3)

- je ziet een kind een zichtbare verandering ondergaan;
  logboeknotitie
  'Gegeven zijn vier afstand-tijdgrafiekjes en de kinderen wordt gevraagd te vertellen wat erop te zien valt. Dit was een openbaring. Ze vinden zelf door af te lezen: snelheid, rusttijd, langzaam/snel, aantal kilometer in x minuten ...' (mentor klas 6)

- kinderen gaan op een manier te werk, die tegengesteld is aan je verwachting;
  logboeknotitie
  'In redeneren zijn mijn kinderen erg goed. We hadden nu een werkblad met vijf mensen erop, die elk een uitspraak deden over pakjes, die ook getekend zijn. 'Van wie is dit pakje?', is dan de vraag. Ik had gedacht dat deze bladzijde erg moeilijk voor ze zou zijn. Ze hadden er totaal geen moeite mee!' (mentor klas 1)

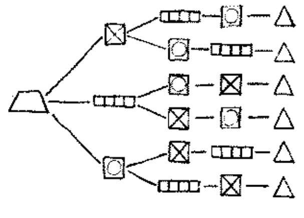
- een leerling toont zich slimmer dan je denkt zelf te zijn op dat moment;
  logboeknotitie
  'Bij het werken met de werkbladen uit het wiskundeprogramma van wiskobas, is het gesprek met de kollega's van enorme steun. Deze keer kwam hierin naar voren:
  De onderwijzer is geen antwoordenboek, geen woordenboek en geen encyklopedie meer. Hij geeft adviezen, hij werkt mee, hij denkt mee. Hij konstateert, dat zijn IQ soms lager is dan van zijn leerlingen en hij geeft dit toe!' (mentor klas 6)

- je ziet kinderen het geleerde korrekt toepassen in een nieuwe situatie;
  logboeknotitie
  'Het gaat over busritjes. Een stukje – op het kaartje aangegeven – kost 5 cent. Het stuk van *d* naar *e* blijkt 22 stukjes te bevatten. Heleen zei direkt: 'hé, dat gaat boven de 100, dat is 22 x 5. Hoe ga je dat uitrekenen?' Na lang heen en weer gepraat komt er een slim antwoord: 'eerst 10 stukjes, dat is 50 cent. Dan nog eens 10, dat is weer 50. Dan nog 2, dat is 10 cent. Samen 110 cent ... (mentor klas 2)

- kinderen zijn geboeid door jouw werk;
  logboeknotitie
  'Wim sprak dit keer met een groepje van vier derdeklassers. Het ging over een meetkundige oriëntatie met behulp van zelf gekozen foto's. Ik had nogal wat aanmerkingen in petto over de wiskunde, die niet aangeroerd was, maar wim was meer entoesiast over zijn werk. De kinderen hadden zeer geboeid geluisterd en geïnteresseerd met hem meegedacht ... Een belangrijke ervaring voor deze student!' (docent akademie)

- je ziet kinderen entoesiast worden;
  logboeknotitie
  'We moeten zoveel mogelijk dozen ontwerpen met een gegeven inhoud en zijden (ribben) met gehele lengten. De restriktie, dat het ook nog een hanteerbare doos moet zijn, dient vele malen herhaald te worden. Met elkaar komen we tot tien mogelijkheden ...' (mentor klas 5)

- je konstateert, dat je eigen didaktische vondst ook 'werkt';
  logboeknotitie
  'Hoeveel verschillende torens kun je bouwen met vijf van die blokken? Niemand kwam op het idee van het boomdiagram. Toen we daar eenmaal mee bezig waren, ging het best. We hadden (ieder voor zich) getekend:

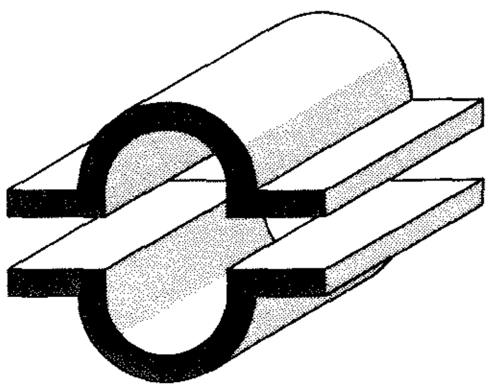
  Toen ik zei: 'o, dus we kunnen zes torens maken', kwam de reaktie: 'maar je kunt ook iets anders op de grond zetten!'
  Zo kwamen we bij 24.' (mentor klas 3)

- enz.

tenslotte

We willen klein beginnen, hierbij 'spullen' gebruiken om piekervaringen mogelijk te maken. We willen – docenten, mentoren en studenten gezamenlijk – het karwei aanpakken. We proberen zelf tot grotere bewustmaking te komen en daardoor de student ook op dit spoor te zetten en dit alles in *de rijke kontekst van het basisonderwijs.*

ander werk



WISKUNDE, EEN BIJDRAGE

We hadden nieuwe vloerbedekking nodig. In een bonte mengeling van kleuren en patronen, lag een chaos van staaltjes op de vloer. De juiste keuze leek een onmogelijke zaak.

.... 'Ik kom er niet meer uit', verzuchtte marja. ....

Uit nood geboren kreeg ik een ingeving: ik hield haar twee willekeurige stalen voor en vroeg 'de mooiste aan te wijzen'. De andere werd terzijde gelegd en vervangen door een derde. Weer de mooiste aanwijzen, enzovoorts.

EDU WIJDEVELD

vloerbedekking

In hoog tempo werkte ik de stapel af en in de kortste keren hield ik de laatste twee omhoog.

.... 'Alsjeblieft, één van deze twee is het', zei ik, 'kies maar.' ....

Peinzend keek marja naar de verwòrpen staaltjes vloerbedekking.

.... 'Wie zegt niet dat.'

'Nee hoor, dat kan niet, de metode is puntgaaf, één van deze twee is echt de mooiste van allemaal!' ....

Toch ging die vlieger niet op.

.... 'Misschien heb je wel gelijk', zei ze, 'maar bij die andere kan er best een zitten die misschien toch iets beter bij de gordijnen past.' ....

Tegen dat argument kon ik niet op en moedeloos zweeg ik.

(Inderdaad bleek later, dat geen van beide 'mooisten' *de* vloerbedekking zou worden).

Het was duidelijk: de wiskunde had gefaald. Hoewel, het falen zat hem niet zozeer in de wiskundige metode — ruw gezegd: als $a \succ b$ én $b \succ c$, dan $a \succ c$ —, maar veeleer in de wijze waarop deze gebruikt werd.

Voor het gemak bijvoorbeeld had ik in m'n 'wiskundige' benadering tenminste twee dubieuze veronderstellingen ingebakken:

- de relatie 'is mooier dan' werd absoluut genomen, onafhankelijk van andere faktoren uit de kontekst, zoals 'past beter bij de gordijnen', enz.;
- er werd van uitgegaan dat elk tweetal staaltjes onder mijn (absolute) relatie, vergelijkbaar was.

Kortom: niet de wiskunde faalde, maar wel de *bijdrage* die hij leverde in het totaal van de emotionele kontekst! Die bijdrage immers, bleek nul komma nul te zijn.

Onderwijskundig zit er een moraal in dit huishoudelijk praatje. Met als uitgangspunt 'wiskunde als menselijke aktiviteit', proberen we leerstof te ontwikkelen waarin de *bijdrage* die de wiskunde kan leveren aan het beschrijven, begrijpen en beheersen van de werkelijkheid, zo goed mogelijk gestalte krijgt. En waar mogelijk trachten we dit uitgangspunt te belichamen, zowel in de wijze van probleemstelling als in de verwerking ervan. Desondanks verliezen we wel eens uit het oog, dat het niet alleen om de wiskunde-op-zich gaat, maar ook om de *bijdrage* van die wiskunde tot de probleemoplossing. Bovenstaand 'tapijt'-voorbeeld illustreert dit ondubbelzinnig. Maar ook in het onderwijs ...

prestige

In het kader van het televisieprojekt *'Tel voor* *twee*' werden vier kinderen, waaronder bart, gemeten en gewogen. De ordening kwam op het bord:

gewicht	*lengte*
jannie	jannie
hans	monica
monica	hans
bart	bart

Barts gezicht betrok aanmerkelijk, toen bleek dat hij twee keer als laatste was geëindigd. Maar gelukking, na inventarisatie van de leeftijd, stond hij op de bovenste plaats!
De diepere zin van de bijdrage van de wiskunde tot het beschrijven van de werkelijkheid — 'hoe kun je overzichtelijk ...?' — was bart volledig ontgaan. In zìjn kontekst gold het een prestigeslag, waarvoor strikt on-logische argumenten werden aangedragen.

glazen
Jeske (6 jaar) mocht kiezen tussen twee glazen limonade: een smalle hoge of een brede lage.

Ze koos het hoge glas. In de veronderstelling dat zij hoogte identificeerde met inhoud, liet ik haar zien dat het hoge glas precies evenveel bevatte als het lagere. Na de limonade teruggegoten te hebben, vroeg ik weer naar haar voorkeur:
.... 'Die hoge!' ....
M'n teleurstelling verbergend, vroeg ik naar het waarom.
.... 'Die vind ik lekkerder.' ....
En inderdaad, ik drink m'n bier ook liever uit een groot glas dan uit een kopje!

Deze voorbeeldjes zijn even veelzeggend als onschuldig. Allemaal kennen we uit eigen ervaring het moment, waarop pietje of marietje ons door een 'gekke' opmerking even terugroept van het enge, onderwijsdoelgerichte pad, dat we — onvermijdelijk? — vaak bewandelen.

'Matematiseren is het organiseren van een probleemveld, met specifiek wiskundige middelen.'
Laten we daarbij echter steeds in het oog houden, dat er wellicht ook andere 'middelen' zijn om hetzelfde probleemveld te organiseren; middelen, die misschien een veel betere bijdrage tot de probleemoplossing bieden dan de wiskundige. Alleen al in de presentatie van sommige zogenaamd 'reële' problemen, gaan we vaak aan dit aspekt voorbij. We stellen dan een wiskundig organisatiemiddel voor, dat soms aanwijsbaar irreëel is in de gegeven kontekst.

shirts
In een klas van het lager beroepsonderwijs werd een statistisch probleem gepresenteerd: de schoolleiding besluit om alle leerlingen in het vervolg eenzelfde gymnastiekshirt te laten aanschaffen. Via een steekproefprocedure onder de leerlingen, wil men onderzoeken hoeveel 'small', 'medium' en 'large' moeten worden besteld.
Afgezien van het feit, dat de leerlingen totaal geen interesse voor dit schoolleidingsprobleem betoonden, was hun kommentaar:
.... 'Het is heel wat eenvoudiger om iedere leerling even z'n maat te laten opgeven.' ....
Een even terechte als dodelijke opmerking, en het probleem werd afgevoerd. (Wat de zaak nog erger maakte was, dat de leerlingen op de betrokken school zich volgens een probleemloze metode een stofjas aanschaften voor het technisch praktikum).

Het is duidelijk: in het onderwijs moeten we vermijden om wiskundige problemen van een zogenaamd reële kontekst te voorzien, die dat evident niet is. Immers, ook dan geven we een vertekend beeld — in negatieve zin — van de bijdrage die de wiskunde kan leveren voor het beschrijven van de werkelijkheid.
Trouwens, in dubbel opzicht was het shirtjesprobleem irreëel voor de leerling; het was niet alleen on-werkelijk uit toepasbaarheidsoverwegingen, maar het had (voor hem) ook geen eksistentiële betekenis: het probleem 'raakte' de leerling niet; het appelleerde niet aan z'n belangstelling, z'n aanleg, gevoel of karakter. Nu bestaat er natuurlijk een relatie tussen beide (realiteits-)waarden, maar dat de laatstgenoemde verder gaat dan de eerste, moge blijken uit het feit dat het werken in fiktieve wereldjes als 'waterland', 'sproeteldam', 'gulliver', voor de leerlingen minstens evenveel betekenis kan hebben, als het werken met 'echte', reële problemen!
Nu liggen die werkelijk reële problemen, zeker op basisschoolnivo, niet voor het oprapen. Maar àls ze zich voordoen, moeten we ons wel realiseren dat het gaat om de *bijdrage* die de wiskunde kan leveren aan de probleemoplossing in het totaal van de (emotioneel-sociale) kontekst. Dit geldt zowel de presentatie van het pas gestelde probleem, als de terugvertaling van de wiskundige oplossing in die kontekst. Hoe men zich daarin kan vergalopperen, toont het laatste voorbeeld.

zonderdag

In mei 1974 werkte ik met een vijfde klas aan het projekt *'Kijk op kans'*. Het was een paar maanden na de oliekrisis en er was een aktie gaande om één zondag in de maand autoloos te maken: 'zonder'-dag. Uit school komend vond ik een propagandakrantje met de uitspraak: 'twee van de drie nederlanders zijn voor zonderdag!' Een uur later was ik met de kinderen uit de vijfde klas alweer bezig een enquête voor te bereiden om deze uitspraak in het dorp te verifiëren.

Een unieke kans om realiteit, aktualiteit en een stukje fundamentele statistiek met elkaar in verbinding te brengen. De kinderen gingen entoesiast op pad en enquêteerden bijna duizend mensen.

.... 'Bent u vóór of tegen de zonderdag?' ....

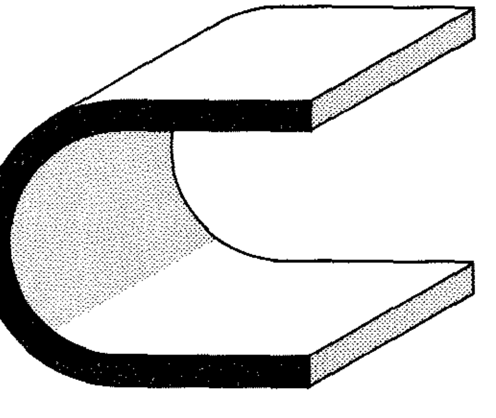
Prachtig demonstreerden de cijfers de bekende wet van de grote aantallen en met mooie verhalen van hun bevindingen, nader toegelicht met tabellen en sektordiagrammen, hebben de kinderen een verslag gemaakt. Voldaan keek ik op het projekt terug. Dat was pas 'levend' onderwijs!

Toch had ik een paar unieke kansen gemist. Om eens wat te noemen:

- vrijwel zonder nadere toelichting heb ik de probleemstelling, 'twee van de drie mensen zijn voor zonderdag', als statistisch te toetsen uitspraak gepresenteerd. Een voorbespreking om deze hypotese in het licht van de kontekst van de oliekrisis te plaatsen, sloeg ik vrijwel over;
- rationele/emotionele uitspraken van kinderen en geënquêteerden over het 'voor' of 'tegen', spontaan door de kinderen naar voren gebracht, kregen slechts terzijde aandacht; primair doel bleef de hypotesetoetsing;
- de uiteindelijke uitslag, '59% vóór', werd slechts geplaatst tegen de achtergrond van 'twee op de drie mensen zijn voor zonderdag', in de zin van 'is de hypotese nu bevestigd of verworpen'; de kardinale vraag 'welke betekenis of konsekwentie kan deze bevinding nu hebben voor het al dan niet invoeren van een zonderdag?', bleef buiten beschouwing.

Inderdaad, een unieke kans om een betekenisvol stukje staatsinrichting aan de orde te stellen. Maar helaas, ik was te zeer gericht op de wiskunde om de wiskunde zelf, en lette daarbij te weinig op de *wiskunde als bijdrage* ...!

dagboek internationaal



James Riley is werkzaam als 'associate professor of mathematics' aan de western michigan university in kalamazoo (michigan, usa).
Behaalde indertijd zijn BA en MA aan deze universiteit en vervolgens zijn Phd. aan de michigan state university.
Is getrouwd met een nederlandse vrouw. Heeft twee kinderen: Lisa, 'a commercial art student', en Jennifer, een negenjarige paardenliefhebster.

Hij schrijft ter inleiding:
'My 'Dagboek' is not an accurate one. I shall not tell all that I do to fill my days. It is not all that interesting. But each day it seems that something occurs to excite me and makes that day special. I will record those experiences that highlight my days.'

JAMES E. RILEY

monday, june 2

Today I am meeting with a class of 36 beginning university students. They wish to become elementary teachers. I believe that teachers teach as they were taught. Therefore, the university classrooms for prospective elementary teachers should be teaching models for future elementary classrooms. Also, since children learn better by doing than they do by listening, our model classroom is an active one. Today we are envolved with a measurement exercise.

The classroom contains six tables. Six students sit at each table. I give each student two strips of paper, about 30 cm long. On another strip of paper I make two marks between 2 and 3 centimeters apart. I tell the class that this is a unit of measure called the *'riley'*. I go to each table and have a student at that table copy the riley on one of the strips of paper. He then uses this copy of the riley to make a ruler of rileys. A second student copies the riley from the first student and a third copies from the second and so on until all students have copies of the riley. The students are cautioned to be as accurate as possible. They then measure the lengths and widths of the tables with their newly constructed rulers. They are then asked to multiply these measures to find the area of the table tops in square rileys. As each student completes his or her calculation, the result is recorded on the chalk-board. The measures vary from 14 000 to 26 000. How is this possible?

The students are embarrassed.

.... 'Which answer is correct?', they ask, 'how can the answers vary by so much?' ....

The class enters into a discussion of the causes of error in measurement.

1 How accurately were the rulers copied from the original? The first copied rulers are compared with the last copied rulers. Some of them vary by as much as $\frac{1}{2}$ a riley.
2 How accurately were the rulers used? Each student is asked to trade his or her ruler with another student. The measurements are repeated and then compared with the first measurements made by the same rulers. They vary by as much as 20%.
3 How correctly were the areas computed? The students are asked to check their computations. Errors are found.
4 How correct are the mathematical assumptions? It was assumed that all the tables were the same. It was assumed that the table tops were rectangles in an euclidean plane. How valid are these assumptions?

The class time is over. The students leave and the members of the next class begin to move into the room. I go for a cup of coffee.

tuesday, june 3

Tonight I drive to a small community about 90 km from kalamazoo, where I will meet with a group of 27 elementary teachers. The teachers wish to improve their knowledge of mathematics. This is the tenth of twelve meetings. We are working with base numeration this evening.

I begin by giving a brief lecture on non-ten base numeration of natural numbers. The rules for changing the representation of a natural number from one base to another base are listed and a worksheet is handed out with problems on base changes. I am confronted with a storm of protest.

.... 'I do not understand this.'
'Will you explain this again.'
'Why must we learn this? Why is it important?' ....

.... I reply, waving a flag of surrender: 'Of course you don't understand, but why don't you understand? You do not understand because I presented the subject in an abstract and verbal way and this is a very difficult way to learn. Many teachers try to teach young children in the same way I have tried to work with you and with the same results. Furthermore, representation in non-ten basis is not stranger to you than base ten representation is to a six year old child who is seeing it for the first time. Your learning problems are much the same as those of children. Let us try another way.' ....

We go through the work again. But this time base representation is demonstrated with the aid of trading sticks, bean sticks, an abacus, and base blocks. The teachers are given these materials and use them to find the representation of numbers in different bases. I then show them ways to change the representation of a number in one base to another base with the aid of base blocks and trading chips. The teachers solve a few problems in this way. I then return to the abstract rules for changing a numeral from one base to another, relating each step with it's equivalent operation with the manipulative materials. The teachers respond with comments as 'now I understand' and 'this is easy'.

The teachers have learned some mathematics this evening. They have also seen a demonstration showing that mathematics is more easily learned when the ideas can be related to a physical model. If this is true for adults, it is even more so for children. Rote memoriza-

tion of mathematical algorithms may produce correct solutions to computational problems, but it does little to develop the understanding or appreciation of the underlying mathematical concepts.

wednesday, june 4

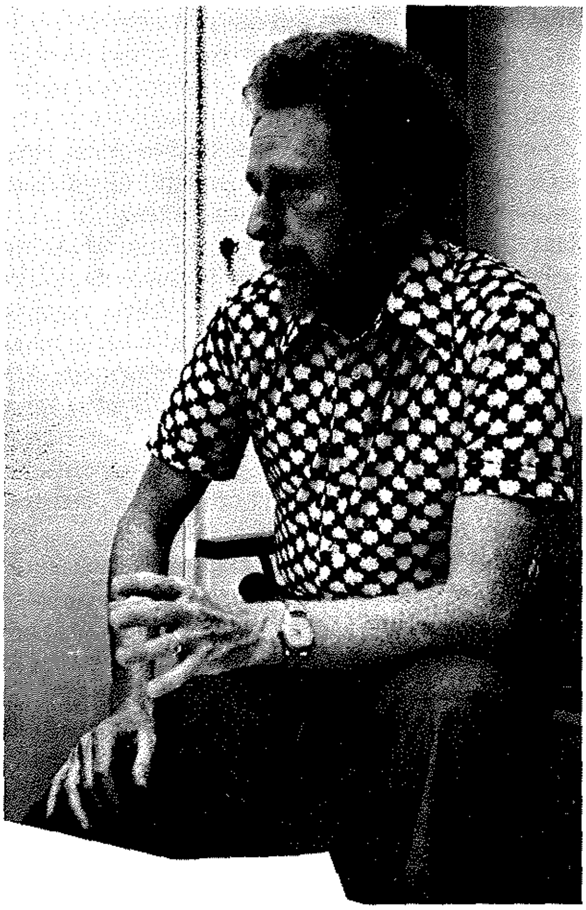
Today is my day to visit elementary schools. Students from our university who wish to become elementary teachers specializing in mathematics, must spend three hours a week during one year, helping young children with their mathematics. I have modeled this part of program after similar ones I have observed working so well in the netherlands. I am visiting an elementary school near the university campus. A number of my students are in the school working with the children. Today they are playing games that will help the children learn their basic multiplication facts. The games were made by the university students as class assignments.

Most of the games are variations of *bingo*. The players have cards with an array of products on them. A leader reads off a series of multiplication problems and the players place markers over the products corresponding to the called problems. The first player to completely cover his card is the winner.

Some children are playing a game they call *cover-up*. The game is played with a 30 by 30 inch ruled square playing board, a set of rectangular shapes, and a set of playing cards of products. The children trade the product cards for rectangular shapes equal in area to the product printed on the card. The rectangular shape is then placed on the playing board *covering up* a portion of the board. Soon the playing board begins to fill up and the children find it more difficult to find regions on which to place their rectangles. The last child capable of making plays is the winner. The game requires a knowledge of multiplication facts, it relates multiplication to the area-array conceptual model, and it encourages children to develop a winning strategy. I join three children to play cover-up. I do not win.

thursday, june 5

Today I am driving to a small village in our part of michigan to meet with the administration of the local schools. The school system did not do well in the state assessment test in mathematics. We are going to review their elementary mathematics program and hopefully find areas where improvements can be made.



The state of michigan has established minimal performance objectives for elementary school children in mathematics. The assessment tests are based upon these performance objectives. Our first task is to compare the performance objectives of the school system with those of the state. We find that the local objectives are not adequate. They are too general and vague. There are no specific instructions as to what skills are to be taught at what age level. It is decided that a committee will immediately begin writing performance based upon the state requirements.
Next we make a survey of the mathematics text books used in the school system. We find that although there is an offical basal text, it is used with varying degrees of fidelity. Some teachers rely very heavily upon it, while others rely more on supplementary material. The superintendent decides to tell the teachers to use the basal text extensively and to use the supplemental material for enrichment only. I caution him against this. It is my belief that the school system has many excellent and qualified teachers and the supplementary material is generally very good. Also, many very excellent teaching materials, like cuisenaire rods, do not lend themselves well to the text series.

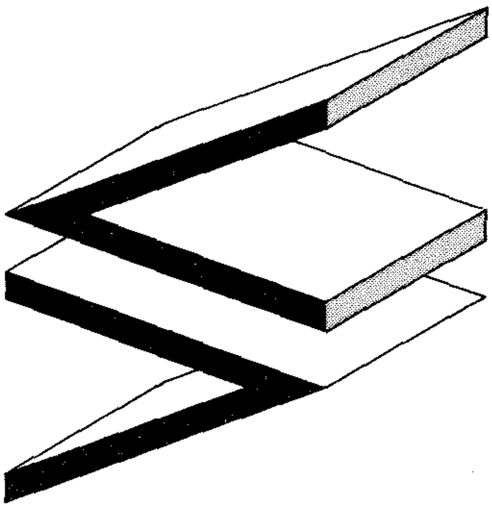
The main problem is one of coordination. The teachers are competent and are trying to do the best possible job. But they work independently of one and another. They should work as a team. It is decided that after the committee on performance objectives completes it's work, a workshop will be held to coordinate the work of the teachers. One of the objectives of the workshop will be to develop a student evaluation and report system on performance objective progress, so that future teachers will have a record of a childs progress.

friday, june 6
I like to ride trains. They are the only civilized form of land travel. Today I am riding a train to chicago which is about 240 km from kalamazoo. I like chicago also. It is truly one of the magnificent cities of the world.
I am going to chicago to address a session of a mathematics education society that is meeting in a large downtown hotel. I am going to give a presentation on transformation geometry in the middle school. The members of the society are sitting in the meeting room with pen and paper waiting to take notes on my lecture. This is not my style. Instead of lecturing I distribute a mirror device that is gaining wide acceptance in the united states. I show them how to use the mirror to reflect, translate, and rotate geometric figures. The mirror is then used to bisect figures and check for congruence. Later the mirror is used to solve some minimal distance problems and some problems associated with the game of billiards. The session is very well received.
The train from chicago arrives in kalamazoo in the early evening and my family meets me at the station. My youngest daughter asks:
.... 'Daddy, did you bring me a present from chicago?' ....

As I wrote earlier, I am not reporting of all the duties that occupy my time. This week I also worked with the undergraduate committee of the mathematics department, advised undergraduate students, supervised a graduate student, taught classes, and worked on curriculum development.

the weekend, june 7 and 8
The weekend is always for my family and our friends. We take the children horseback riding. We sit in our garden and grill steaks and drink beer with our friends. We visit an art show. Sunday night we watch the walt disney show on t.v.

berichten



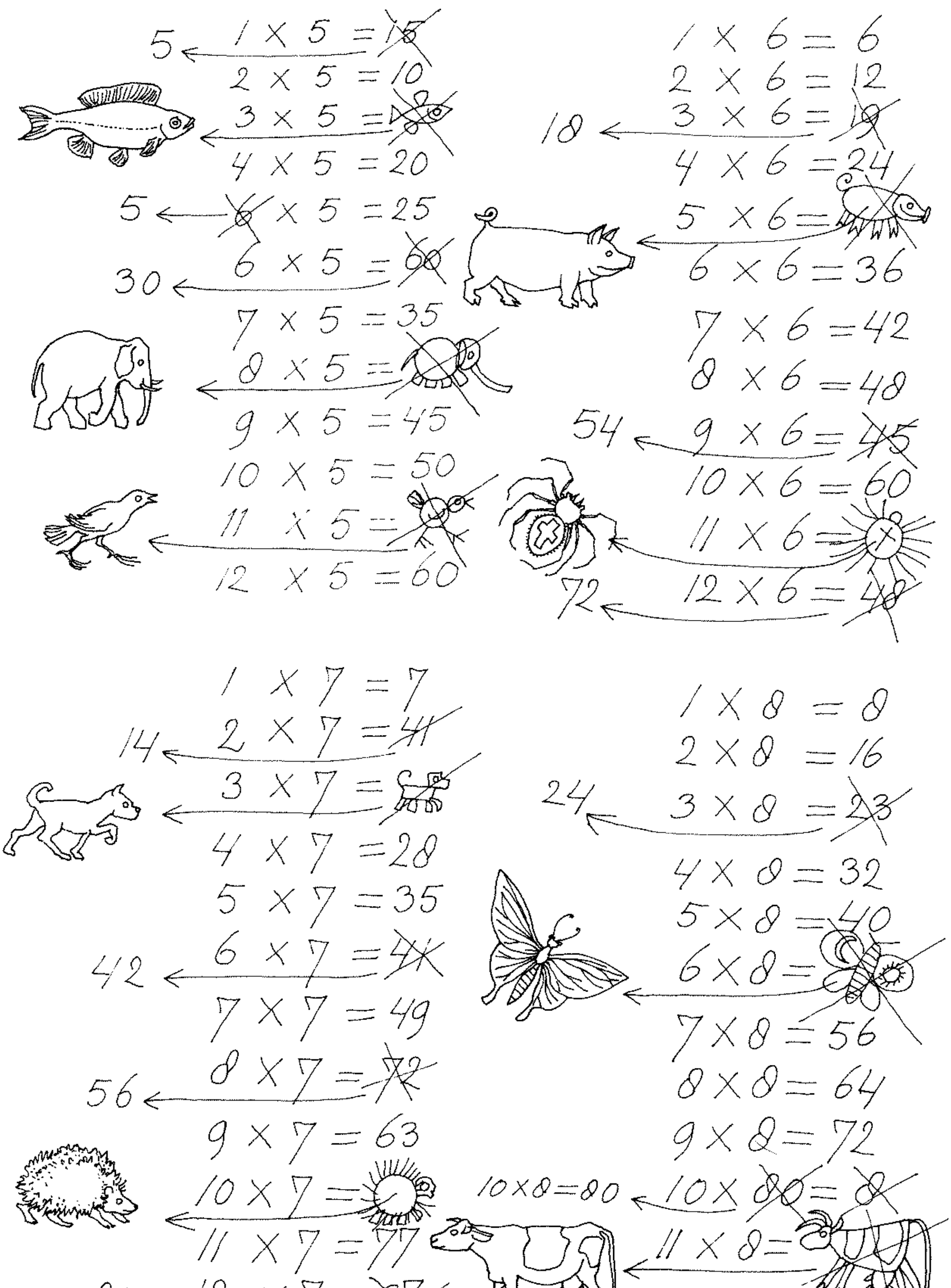
In oktober is het al weer zeven jaar geleden dat de eerste grote wiskobaskonferentie in egmond aan zee werd gehouden. De kinderen die toen op de kleuterschool zaten, bezoeken nu de eerste klassen van het voortgezet onderwijs.
Hoe sterk de invloed van wiskobas is geweest op het feitelijke rekenonderwijs in de basisschool is moeilijk te achterhalen. Een indikatie voor die invloed zou men mogelijk kunnen vinden in de eksperimenten en werkplannen van de scholen die meedoen aan de samenwerkingseksperimenten van de innovatiecommissie basisschool (icb).

KLAAS KOSTER
ROB DE JONG

Wat bij het bekijken van die plannen opvalt, is de enorme breedte van het vernieuwingswerk. Het draait niet alleen om een rekenleerplan, maar ook om zaken als wereldoriëntatie, moedertaalonderwijs, organisatievormen, relaties met begeleiders, dramatische ekspressie, muzikale vorming, ouderparticipatie, ...
Het ligt dan ook voor de hand dat door de schoolteams aksenten in de vernieuwingsaktiviteiten worden aangebracht. Alles tegelijk vernieuwen, is immers onmogelijk. Dit betekent, dat in de praktijk van alledag bepaalde zaken (bijvoorbeeld het *rekenonderwijs*) eerst alleen *marginaal verbeterd* worden. Veel hangt hierbij af van de belangstelling en specifieke deskundigheid in het school- en/of begeleidingssysteem.
Onze indruk is, dat het rekenonderwijs in de feitelijke vernieuwingen geen belangrijke plaats inneemt — althans voor wat betreft de hogere leerjaren. Voor de jongere leeftijdsgroepen lijkt de situatie gunstiger.
In de loop van het schooljaar '76-'77 willen we eens de samenwerkingseksperimenten gaan bekijken. Hoe verloopt de schoolwerkplanontwikkeling in de praktijk, als je tegelijkertijd het hele onderwijsprogramma van de basisschool moet meenemen? Zoals bekend lopen er samenwerkingseksperimenten van het *icb* in o.a. enschede, eindhoven, oost-souburg, workum, wehl en arnhem.

wiskrant
In de lopende jaargang (vier nummers) zal de wiskrant vooral aandacht schenken aan de ontwikkeling van het schoolwerkplan voor leerlingen van 12 tot 16 jaar en aan de wiskunde *a* en *b* problematiek in de bovenbouw havo/vwo.
U kunt zich abonneren of een gratis eksemplaar ter kennismaking aanvragen bij iowo, abonnementenadministratie wiskrant, antwoordnummer 1566, utrecht.

heroriëntering
In september j.l. zijn weer negen wiskobasintroduktiekursussen gestart. Deze kursussen zijn in principe toegankelijk voor gehele schoolteams en worden begeleid door docenten aan pedagogische akademies en medewerkers van schooladviesdiensten.
Op zeven kursusplaatsen zijn schoolteams, als vervolg op genoemde introduktie, bezig een eigen werkplan voor wiskundeonderwijs te ontwikkelen (nadere inlichtingen: iowo, t.a.v. Ed de Moor).



Het rekenonderwijs marginaal verbeteren!