

wiskobas

bulletin

Publiek deel



jaargang 5 nr. 1
oktober 1975

(met afzonderlijk leerplandeel)

WISKOBAS-BULLETIN (rubrieken)

- bulletin ter begeleiding van het wiskunde-
onderwijs
- verschijnt gedurende de vijfde jaargang 6 keer.

Jaargang 5 nr. 1 – oktober 1975

Met afzonderlijk leerplandeel

Redactie

Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredak-
teur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J.
Wijdeveld.

Medewerkers

Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, J. van
Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal,
L. Gilissen, J. de Gooijer-Quint, H. Jansen,
H. ter Heege, D. Karman, Dr. K.B. Koster, C.P.
Leenders, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten,
W. Sweers, L. Streefland.

Vormgeving

Ton Voortman.

Cartoon

Hans de Boer.

Redactieadres

INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE
ONDERWIJS

Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

Abonnementenadministratie

STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalin-
gen, enz.

Abonnementsprijs

Per jaargang f 40,—.
Reduktietarief voor studenten P.A. en wisko-
bas-kursisten f 30,—.
Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-giro-
kaarten. Deze worden u toegezonden.

INHOUD

| | |
|---|----|
| Redactioneel: Rob de Jong | 1 |
| Kolommen: H. Freudenthal | 2 |
| Wiskunst: F. van der Blij | 4 |
| Problematika: Huub Jansen | 8 |
| Prikbordproblemen: Hans ter Heege..... | 10 |
| Wiskunde in de brugperiode: Wim Sweers | 12 |
| Ander werk: Edu Wijdeveld | 16 |
| Kleuters en wiskunde: Jeanne de Gooyer-Quint, Jes Melis, Henneke de Lorme-Bakker | 18 |
| Kijk ook eens zo!: Dik Oort | 20 |
| Nieuw op de markt: Ed de Moor | 22 |
| Berichten: Louis Gilissen en Klaas Koster | 23 |

Aan de vraag naar volledige oude jaargangen van
het Wiskobas-Bulletin kunnen we helaas niet
meer voldoen. Verschillende nummers zijn uit-
verkocht.

Van de volgende afleveringen is nog een beperkt
aantal eksemplaren verkrijgbaar:

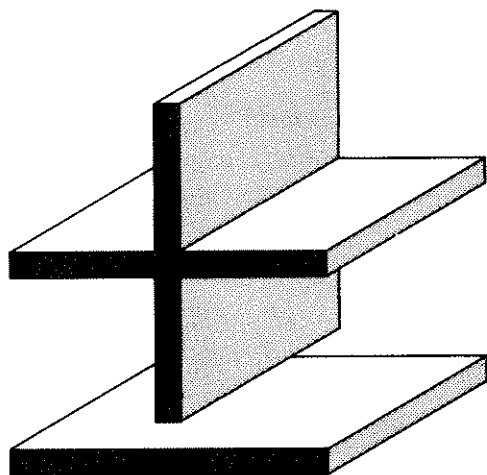
| | |
|---------------------|----------|
| jaargang 2, nr. 6 | – f 7,50 |
| jaargang 3, nr. 2 | – f 7,50 |
| jaargang 3, nr. 3 | – f 7,50 |
| jaargang 3, nr. 4/5 | – f 7,50 |
| jaargang 3, nr. 6 | – f 7,50 |
| jaargang 4, nr. 2 | – f 7,50 |
| jaargang 4, nr. 3/4 | – f 7,50 |
| jaargang 4, nr. 5 | – f 7,50 |

Alleen na ontvangst van uw storting op post-
girorekeningnummer 3105662 t.n.v. R.U.-IOWO
te utrecht, zal u de gewenste aflevering worden
toegezonden.

©1975 Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde
Onderwijs

Niets uit deze uitgave mag worden veelevoudigd en/of open-
baar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of
op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke
toestemming van de houder van het copyright.

redaktio- neel



EEN BIZONDERE JAARGANG

Een scène uit een film van het Nuffield Mathematics Project toont een klas die de tafels van vermenigvuldiging 'zingt'. Een jongetje dat achterin de klas zit, komt in beeld en zegt: 'I know the tune but not the words'.

Heel wat troetelschijfgenieters zullen hetzelfde ervaren: de melodietjes zijn bekend, maar wát er nu precies gezongen wordt.....

Ontlenen franse chansons hun charme niet aan het gegeven dat we de tekst maar half begrijpen.....

September 1975. De vijfde jaargang van het wiskobas-bulletin gaat van start.

Het iowo heeft een 'tune' voor wiskundeonderwijs op de basisschool ontwikkeld en op papier gezet. Niet alleen in wat slordige piano-akkoorden, maar uitgewerkt, georkestreerd.

Waar in vele buitenlandse met de ernst en inzet van 'religious wars'¹) gearbeid wordt over rekenmachines, verzamelingentaal en tafels van vermenigvuldiging, is in Nederland in de afgelopen jaren via konferenties, cursussen, en dergelijke, een grote mate van overeenstemming bereikt in de ideeën over hetgeen fundamenteel is aan wiskundeonderwijs.

ROB DE JONG

Dat de vijfde jaargang van het wiskobas-bulletin een bijzondere jaargang zal gaan worden, zult u reeds bemerkt hebben bij het openen van de envelop. U kreeg twee bulletins in handen: een rood leerplandeel en een groen rubriekdeel.

Beide delen staan los van elkaar.

De *groene bulletins* (de rubriekdelen) vormen een voortzetting van het uit vier jaargangen bekende bulletin. Het zijn 'uitgedunde' vaste blokken, bevattende een aantal regelmatig terugkerende rubrieken: kolommen, wiskunst, problematika, prikbordproblemen, doe-ideeën, opleidingen, wiskunde in de brugperiode, kleuters en wiskunde, kijk ook eens zo!, nieuw op de markt, berichten en ander werk. Ze worden samengesteld omdat we weten dat veel lezers het oude 'vast blok' zeer op prijs stelden. Beschouwt u de groene serie dus als een ekstra, een serviceverlening.

Het aksent zal deze jaargang liggen op de *rode bulletins* (leerplandelen). Aangezien deze een geheel ander karakter zullen hebben (minder tijdschrift, meer boek), worden ze in een afzonderlijk käft gepresenteerd.

In de rode serie zal de tune gepubliceerd worden: de uitgangspunten van en doelstellingen voor wiskundeonderwijs op de basisschool. Daarbij blijft het echter niet. Zonder arrangement en zonder teksten funktioneert de tune als 'hoorbaar behang' en roept 't hoogstens wat geneurie in het bad op. Leerplanontwikkeling pretendeert echter méér en wil bijvoorbeeld uitnodigen tot.....zingen, klappen, fluiten, dijenkletsen, weglopen, irritaties, meer geslaagde tekstvondsten en geraffineerde melodische oplossingen.

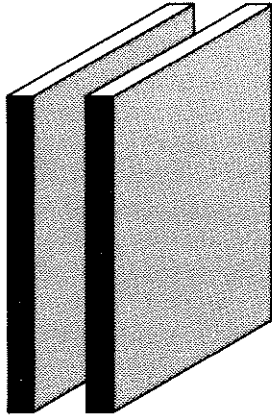
Dat we deze jaargang niet aan dit 'meer' voorbij willen en kunnen gaan, moge blijken uit de geplande inhoudsopgave van de rode käften:

- verantwoording van uitgangspunten en doelstellingen voor het wiskundeonderwijs in de basisschool (aflevering 1);
- overzicht van het wiskobas-integratieplan (aflevering 2/3);
- representatieve, afgeronde stukken wiskundeonderwijs voor alle leerjaren van de basisschool (afleveringen 4 en 5);
- bijdragen uit het onderwijsveld (aflevering 6).

De leerplandelen zullen met elkaar een – naar verwacht mag worden – voor het Nederlandse wiskundeonderwijs belangrijke publikatie vormen. Het wiskobasteam hoopt deze verwachting in het komend jaar te kunnen waarmaken.

¹) Interpretatie van Peter Reynolds, editor van 'Mathematics in School'.

kolommen



DE SNELSTE LANGZAAM RIJDENDE FILE

Ergens op de grote weg hebben ze een bord 'wegomlegging' geplaatst; je moet eraf, over een weg die niet bepaald voor snelverkeer is geschapen. Er staat ook een bord met een snelheidsbeperking. Hoe bepaal je die snelheid om bij alle narigheid toch een zo glad mogelijke doorstroming te bewerkstelligen?

Bij een snelheid van 0 km komt er niets door en bij een snelheid van 100 km moeten de auto's zo grote onderlinge afstanden houden, dat er ook niet veel doorstroomt. Daartussen zal er wel ergens een maximum van doorstroming liggen. Maar waar is dat?

H. FREUDENTHAL

Hoe snel rijden auto's eigenlijk? Wel, 50 km per uur in de stad, 100 km op de grote weg. Maar wat betekent dit nu? Snelheden worden ook nog eens anders aangegeven: in meter per seconde.

Een vallende steen bereikt na 1 seconde een snelheid van ongeveer 5 m/sek, na 2 seconden van 15 m/sek, enzovoorts, met per seconde telkens 10 m meer. Het heeft weinig zin om dit in km per uur uit te drukken.

Windsnelheden worden door het knmi eveneens in m/sek opgegeven, want zo worden ze echt gemeten; 10 m/sek is een aardige wind en 30 m/sek is een flinke storm. Kranten en radio plegen die windsnelheden dan in km/uur om te rekenen, want dit klinkt de automobilist meer vertrouwd.

Hoe doe je dit nu, dit omrekenen van m/sek in km/uur? Een koud kunstje. 10 m in de seconde is 3600 keer zoveel in een uur, want het uur heeft 3600 seconden, dus 10 m/sek is hetzelfde als 36 km/uur, en iets dergelijks is hieruit voor andere snelheden gemakkelijk af te leiden.

In de omgekeerde richting is het een beetje vervelend, want het betekent delen door 3,6. Met een grafiek kan men het zich vergemakkelijken als het op nauwkeurigheid niet aankomt. Kijk maar naar figuur 1.

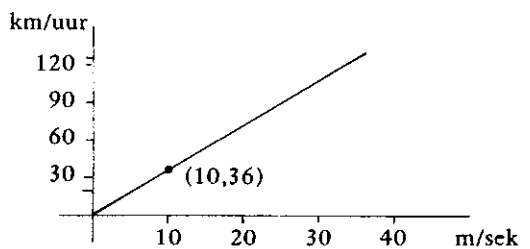


fig. 1

Boven de 10 en links van waar 36 staat heb ik een punt gezet en door dit punt en het snijpunt van de assen een rechte lijn getrokken. Nu kun je gemakkelijk aflezen hoeveel m/sek bijvoorbeeld bij 50 km/uur horen; het blijkt zowat 15 m/sek te zijn.

Een tussenvraag: hoe zit dit nu, als je met een snelheid van 50 km/uur tegen een briesje van 15 m/sek in rijdt; moet je dan eigenlijk niet dubbel zo hard rijden om die snelheid te halen? Iets om over na te denken!

Je kunt de grafiek (figuur 1) ook aardig gebruiken als je over snelheden van satellieten spreekt. De snelheid, waarmee ze de dampkring in gaan, is van de orde van 10 km/sek. En wat is dit in km/uur? 36000 km/uur. Van die orde zijn dan ook de snelheden die kranten en radio omtrent de satellieten vermelden.

Terug naar de file! 50 km per uur zijn ongeveer 15 m per seconde. Het is goed, zich dit af en toe te realiseren. Als je vindt dat je met 50 km per uur niet vlug genoeg opschiet, vertaal het dan eventjes in m per seconde.

Maar enfin, je kunt altijd nog op de rem trappen. Wat dit geeft, hebt u op de rijles geleerd. Er is een formule voor de remweg. Preciezer: er zijn formules — ze lopen nogal uiteen. Ik heb geleerd: neem het aantal km/uur van de snelheid, deel door 10 en kwadrateer; dat is de remweg in meters. Dus als v de snelheid is (in km/uur) is de remweg r in meters $(v/10)^2$, en dus in kilometers:

$$r = (v/10)^2 / 1000 \\ = v^2 / 100\,000.$$

Men zegt dat het verstandig is deze afstand tussen rijdende auto's aan te houden; misschien is het overdreven, want als de auto voor u remt, komt hij niet direkt tot stilstand. Maar aan de andere kant gaat u ook niet direkt op de rem trappen als u de remlampen voor u ziet oplichten.

Laten we het dus bij deze afstand houden, dat wil zeggen: als afstand van uw voorbumper tot de achterbumper voor u. Van voorbumper tot voorbumper komt er nog een autolengte bij; laten we die a noemen (zoiets als 5 m, oftewel 0,005 km).

De file rijdt dus met onderlinge afstanden

$$d = a + r,$$

van voorbumper tot voorbumper gerekend.

Dit is dan ook de afstand waarmee de auto's de wegomlegging kunnen opgaan. De afstand gemeten in de ruimte. Maar wat me interesseert, is de afstand gemeten in de tijd. Ik wil er *zo veel mogelijk* laten doorstromen, dus het tijdsinterval tussen opeenvolgende auto's moet *minimaal* zijn.

Hoe groot is dit tijdsinterval? Het is de tijd benodigd om de weg d af te leggen bij een snelheid v .

U weet:

$$\text{afgelegde weg} = \text{snelheid} \text{ maal } \text{tijd},$$

oftewel:

$$\text{tijd} = \text{afgelegde weg} / \text{snelheid}.$$

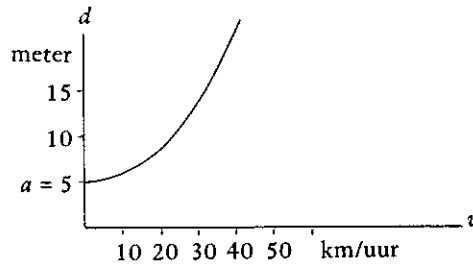
In ons geval wordt dit:

$$\frac{d}{v} = \frac{a + r}{v},$$

en dit moet geminimaliseerd worden, door v geschikt te kiezen. Hoe doe je dat? Je denkt natuurlijk meteen aan differentiëren, maar dit hoeft echt niet.

r , hebben we net gezien, hangt van de snelheid

v af en hiermee wordt ook $a + r$ wat men noemt een functie van v , een kwadratische functie, met als grafiek een parabool:



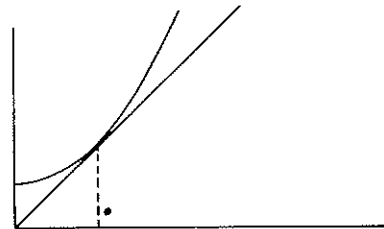
De top ligt op afstand a boven de horizontale as (in de grafiek hebben we $a = 5 \text{ m} = 0,005 \text{ km}$ genomen).

Gemakkelijk zijn er meer punten van de grafiek te konstrueren:

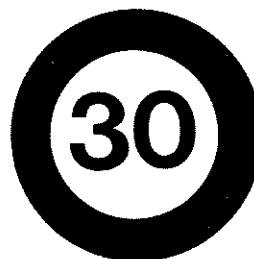
$$\begin{array}{cccccccc} v & = & 0 & 10 & 20 & 30 & 40 & 50 & \dots & \text{km/uur} \\ d & = & 5 & 6 & 9 & 14 & 21 & 30 & \dots & \text{m} \end{array}$$

Hoe vind je nu zonder te rekenen, grafisch, die v waarvoor $\frac{d}{v}$ minimaal is?

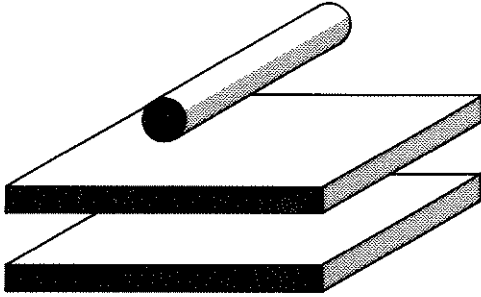
Heel eenvoudig (figuur 3): trek uit de oorsprong de raaklijn aan de parabool:



De v van het raakpunt is de gevraagde snelheid. Inderdaad, boven de raaklijn is de verhouding $\frac{d}{v}$ groter dan op de raaklijn en omdat de parabool boven de raaklijn loopt, is de verhouding $d : v$ op de parabool links en rechts van het raakpunt groter dan in het raakpunt. Volgens de tekening is de v van het raakpunt ongeveer 22,5 km/uur. Wie de tekening niet vertrouwt, mag het ook met differentiaalrekening doen, maar van mij hoeft het echt niet. Vindt u 22,5 km/uur te weinig? Ik voel het ook zo aan. Als ik het voor het zeggen had, zou ik een bord neerzetten:



Wiskunst



MONDRIAAN, MATESES EN MYSTIEK

Vaak ben ik jaloers op de kunsthistorici die wetenschappelijk te werk gaan, uitvoerige bronnenstudies maken, snuffelen in bibliotheken, handschriften en schetsboeken, en zo tot nieuwe nooit vermoede konklusies komen.

Zelf ga ik meestal, in het weekend voor de kritieke inleverdatum van de kopy, door het huis wandelen. Ik blijf dan beneden in de woonkamer voor de kast met 'gewone' boeken staan en ga daarna boven in de studeerkamer in de kast met studieboeken snuffelen. Dan krijg ik een idee, ik neem een stapeltje boeken van boven en een stapeltje van beneden en dat vlecht ik dan tot wiskunst.

Laat ik meteen vertellen wat er 'op stapel' ligt. U kunt dan al enigszins raden wat er komen gaat. Er ligt onder andere: Michel Seuphor: Piet Mondrian, Life and Work¹⁾, M.H.J. Schoenmaekers: Beginselen der Beeldende Wiskunde²⁾, Philip Rawson: Tantra.³⁾

F. VAN DER BLIJ

Nu zult u denken: hebben de hiernaast genoemde boekwerken iets met elkaar te maken?

Laten we bij Mondriaan beginnen. M. Seuphor schrijft in *Abstrakte Malerei*⁴⁾: ongetwijfeld voelde Mondriaan zich versterkt en bevestigd door het boek 'La Valeur de la Science' van Henri Poincaré.

Ik geef hier het citaat van Seuphor letterlijk weer:

'Empfindungen sind unübertragbar, oder besser: alles, was an ihnen reine Eigenschaft ist, ist unübertragbar und für immer undurchdringlich. Aber dasselbe gilt nicht für die Beziehungen zwischen diesen Empfindungen. Unter diesem Gesichtspunkt ist alles Objektive von jeder Eigenschaft entblößt und nur reine Beziehung... Folglich können nur die Beziehungen zwischen den Empfindungen objektiven Wert besitzen... Nur in den Beziehungen allein darf man Objektivität suchen... Nur die Beziehungen allein können als objektiv betrachtet werden.'

Omdat ik geen kunsthistorikus ben, heb ik niet naar bewijsplaatsen gezocht in brieven van Mondriaan, waaruit blijkt dat hij de wiskundige Poincaré heeft gelezen, of waaruit is op te maken wie hem op dit boek en dit citaat heeft gewezen. Wel weet ik dat 'La Valeur de la Science' verscheen in een franse (paperback avant la lettre) uitgave en gericht was op een groter publiek dan alleen wis- en natuurkundigen en natuurfilosofen.

Mondriaan was echter geen boekenverzamelaar. Ik lees nog één zin terug in Seuphors boekje en vind:

'Wezenlijk wordt Mondriaan geïnspireerd door zijn landgenoot Schoenmaekers, een theosoof wiens boeken over mystieke wiskunde geworteld zijn in de leer van het Hinduïsme.'

Met één zin zijn we twee stappen verder, zowel india als de wiskunde is erbij gekomen.

De relatie tussen Mondriaan en Schoenmaekers is onderwerp van echte kunsthistorische polemieken. Niet het feit óf ze elkaar gekend hebben en óf Mondriaan beïnvloed is door de beeldende wiskunde van Schoenmaekers. Nee daar is iedereen het over eens, maar een vraag is, wannéer dit precies gebeurde.

1) Contact, amsterdam, z.j.

2) Van Dishoeck, bussum 1916.

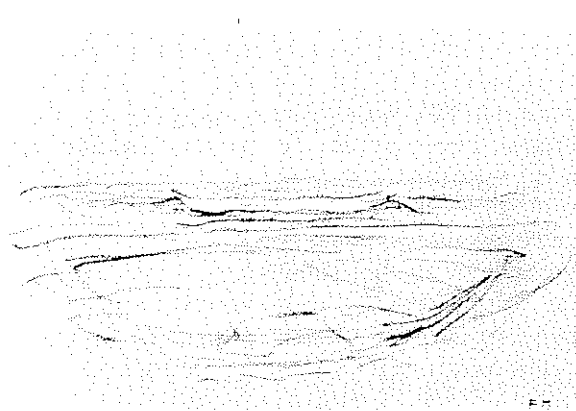
3) De Haan, bussum 1973.

4) Knaur, münchen-zürich 1964.

In het *Museumjournaal* van december 1971¹⁾ vinden we een uitvoerige pennestrijd tussen Joost Baljeu en Robert P. Welsh, naar aanleiding van de publikatie van 'Two Mondrian Sketchbooks 1912-1914'²⁾ door R.P. Welsh en J.M. Joosten. De discussie gaat onder andere over de vraag of 1912-1914 niet vervangen moet worden door 1912-1916.

In augustus 1914 kwam Schoenmaekers in laren wonen. Dat men toen in de suburbs zijn dorpsgenoten nog kende, blijkt uit het feit dat Baljeu er uitvoerig op ingaat dat ook L.E.J. Brouwer invloed op Mondriaan heeft gehad. Brouwer schreef in 1905 het boek *'Leven, Kunst en Mystiek'*. Ik volg Baljeu nog even en zet bij elkaar een citaat uit dit werk van Brouwer en een schets (De zee, 1914) en een schilderij (Ovale Compositie, 1913) van Mondriaan.

'Zoo vordert buiten eigen toedoen de langzame reiniging van zijn omgeving, en de verijling der intellectueele nevelen, mét het onzuiver milieu nederig door hem gedragen; zoo is in zijn intellect zijn levensweg een boschlaan, die duister scheen aan 't eind, maar zich steeds weer, en steeds méér klaart. En gaat hij naar steeds hoger eenzaamheid, armoede en bewegingloosheid; de samenleving zal hem het laatst zien als kluizenaar, heide zoekend boven domme vegetatie, en nacht boven het domme daglicht. Veel zal hij baden in den Oceaan.'



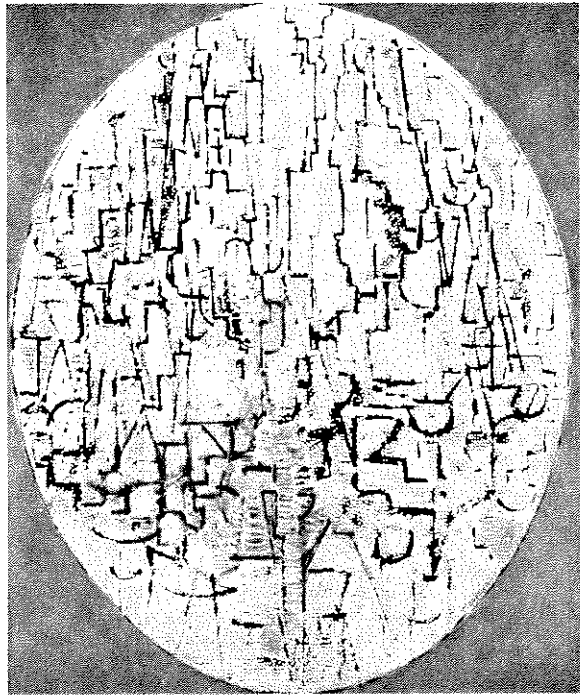
Piet Mondriaan -- De zee

fig. 1

Het wordt tijd dat we naar Schoenmaekers zelf gaan luisteren. We geven een rijtje titels van zijn werken, allen bij Van Dishoeck uitgegeven: 'Ontgin U zelve', 'Het geloof van den nieuwen mensch', 'Het evangelie der Aarde', 'Christosophie', 'Mensch en Natuur', 'Het nieuwe wereldbeeld', 'Beginselen der Beeldende Wiskunde'.

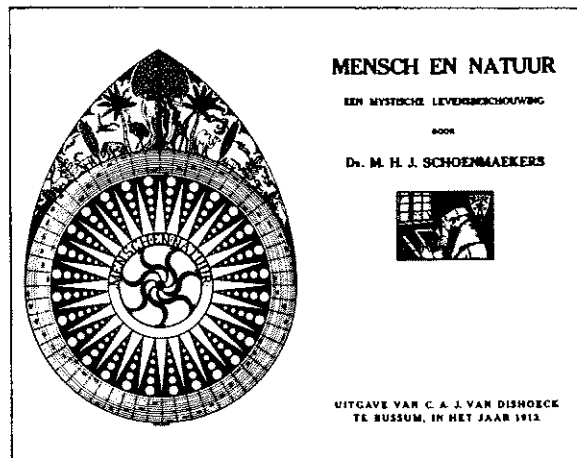
1) Deel 16, p. 315-323.

2) Meulenhoff, amsterdam 1969.



Piet Mondriaan -- Ovale Compositie (bomen)

fig. 2



Titelpagina uit 'Mensch en Natuur'

fig. 3

In het genoemde grote werk van Seuphor over Mondriaan vertelt de schrijver dat hij in 1930 een exemplaar van 'Het nieuwe wereldbeeld' van Mondriaan ten geschenke kreeg. Mondriaan, die vrijwel geen boeken had en ook niet wilde hebben, bleek zelfs twee exemplaren van dit boek van Schoenmaekers te bezitten.

De kunsthistorici hebben steeds de nadruk gelegd op het feit dat calvinisme en teosofie de nederlandse bijdragen tot de moderne kunst hebben beïnvloed. Dat geometrische elementen daarbij een wezenlijke rol speelden, is voor iedereen die 'De Stijl' kent duidelijk. Ik heb er in deze kolommen al meer dan eens op gewezen.

3^o de onderelliptische sfeer; zij is de onbepaalde cirkellijn der eerste beginbeweging; in haar is nog-geen plastiek, zij is „onder” alle plastische beelding, en wordt nu, onderplastisch, „onder grond van beelding”, tot bepaalde richting bepaald, juist door de laatste beginbeweging. Die laatste beginbeweging doet immers het heele ellipsvlak wentelen om het primaire kosmische ruimtemiddelpunt; daardoor gaan de cirkellijnpunten van den P-straal in en buiten het bepaald-omgrenste ellipsvlak, „cirkelen” naar eigen aard om eigen middelpunt, het primaire kosmische middelpunt. Zoo bepaalt (volkomen tegendeelig!) de laatste beginbeweging de eerste.

Fig. VI stelt de drie sferen voor. Wij zullen ze aan die figuur verder karakterizeeren, in verhouding tot elkander.

Verhouding van elliptische en bovenelliptische sfeer.

De elliptische sfeer draagt, fundamenteel, plastiek en voortplanting en evolutie.

De bovenelliptische sfeer is de uiterste evolutieverwerkelijking van de elliptische sfeer en fundeert de uiterste evolutieverwerkelijking van alles, wat door de elliptische sfeer gedragen wordt. Van het nieuwe middelpunt B zendt „de” Scheppingskracht weer alle elliptische leven uit en bepaalt het tot hoogste cirkellijn en tot hoogste evolutieverschijning. Die nieuwe bepaalde cirkellijn is verscheiden en

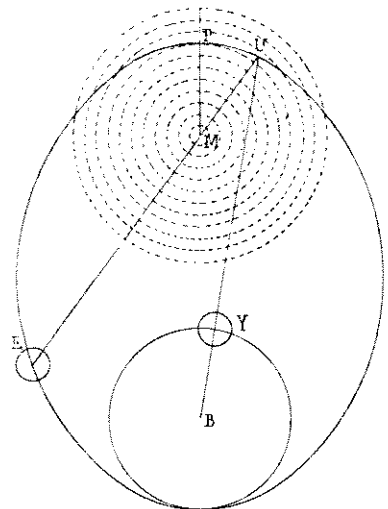
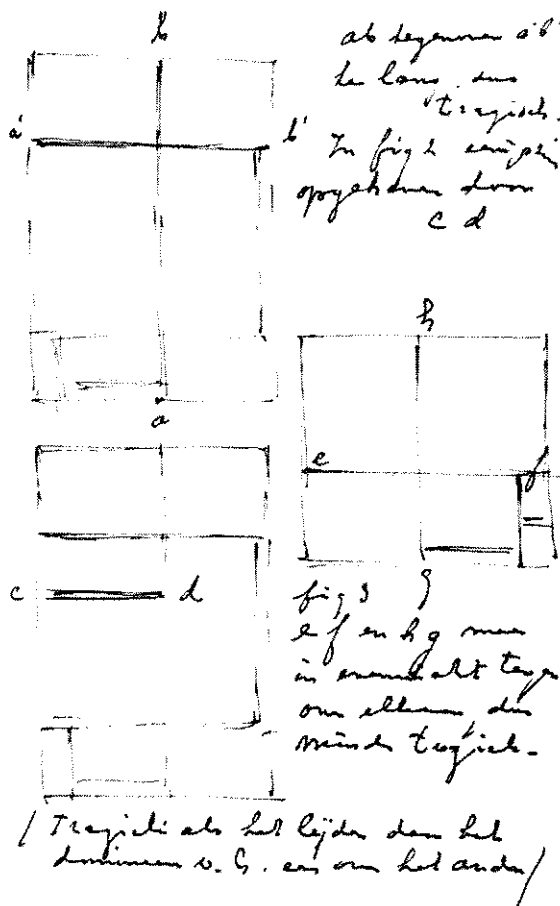


Fig. VI.

De drie sferen: de elliptische (draagster van plastiek, voortplanting, evolutie), de bovenelliptische (draagster van hoogste evolutievoltooiing), en de onderelliptische (draagster van motorische beweging).

Twee pagina's uit Schoenmaekers' 'Beginselen der beeldende wiskunde'

fig. 4



Pagina uit een schetsboek van Mondriaan

fig. 5

Tot een duidelijke samenwerking van kunstenaars en wiskundigen is het zelden gekomen. We moeten ons ook niet te veel illusies in die richting maken. Seuphor vertelt in zijn boek over Mondriaan¹⁾ dat Vantongerloo zichzelf vermaakte met het opstellen van wiskundige analyses van Mondriaans schilderijen. Mondriaan bewonderde de bergen getallen die Vantongerloo opstapelde, maar begreep niets van deze diepzinnige algebra. Er moet op gewezen worden, dat Mondriaan nooit meetkundige of algebraïsche berekeningen gebruikte. Hij was een 'poor mathematician' en benutte alleen de meest primitieve hulpmiddelen: een liniaal en stroken wit papier.

Hij wees er herhaaldelijk op dat de juistheid van zijn verhoudingen en relaties alleen op intuïtie berustte.

Mondriaan voelde zich bij Schoenmaekers niet op zijn gemak. Hij vond de man te intellectueel, een te briljant prater, te veel bezig met formules. Hij heeft het niet in zijn bloed. Hij weet het door zijn intellect, maar hij blijft koud.

Hopelijk is uw belangstelling nu voldoende geprikkeld om iets uit Schoenmaekers werk te willen lezen. Ik geef een citaat uit 'Beginselen der Beeldende Wiskunde':

¹⁾ Seuphor, pag. 207.

De gangbare wiskunde blijft, althans voor zover zij „exact” is, bij getal en maat. Zij kent wel verschillende qualiteiten van getal en maat, maar al haar beschouwingen uit en over „quali-quantiteitsverhoudingen” zijn toch alleen exact in *quantiteit*; haar exactheid gaat niet uit buiten meet- en rekenwerk. Buitendien, haar qualiteitsverhouding is zeker geen beeldende verhouding, geen verhouding van uiterlijkheid en innerlijkheid in strikten zin. Zoo blijft dus de exactheid der oude wiskunde bij getal en maat, zij blijft bij het volledige denken *in aanleg*. Dien aanleg ontwikkelt zij verbazingwekkend, maar komt toch niet wezenlijk verder dan dien aanleg. Zij is als een teekenaar, die zich maar aldoor „oefent” om zijn aanleg te ontwikkelen, maar nooit gegrepen wordt door „élan” naar werkelijke kunst. De oude wiskunde past den aanleg van volledig denken ook wel practisch toe in de mechanica — mechanica is practisch-toegepaste wiskunde — maar die toepassing is geen eigenlijke verwerkelijking, geen beelding, geen veruiterlijking van innerlijkheid. De mechanica staat niet tot de wiskunde als uiterlijkheid tot innerlijkheid, maar als een practische toepassing alléén, waarbij van beelding geen sprake kan zijn. De mechanica is als de toepassing van een verbazingwekkenden teekenaanleg, maar die nooit „kunst” wordt, omdat hij blijft in niet alleen harde maar verharde verstandelijkheid, die tot geen lenige lijnbeelding komen kan. ¹⁾

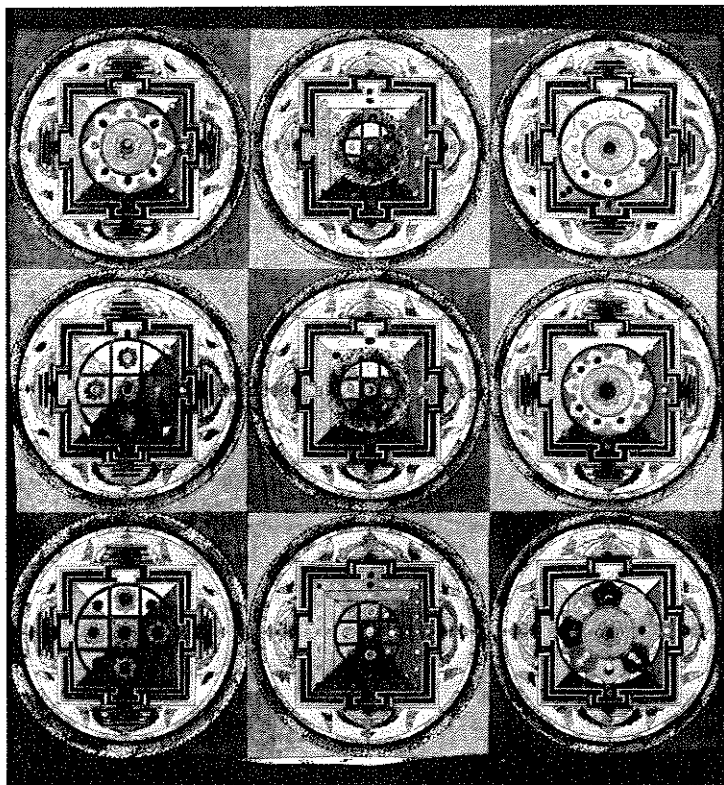
We zijn van Mondriaan via matisis al een eind op weg naar de mystiek. Van de teosofie (Mondriaan was vele jaren lid van de theosofische vereniging) naar de mystiek uit india is niet zo ver. Ik sla daarom het derde boek, in de inleiding genoemd, maar op: *Tantra; de indiase cultus der extase*.

De eerste indruk is moeilijk onder woorden te brengen: een mengeling van erotisch en meetkunde, van meditatie-oefeningen en astronomische hulpmiddelen. Arthur Koestler introduceerde zich bij een hedendaags indiaas wijsgeer: ‘U bent wiskundige, ik ben wiskundige, dus kunnen we wel praten.’ ²⁾ Wiskunde en mystiek. De illustraties, vooral van de mandalas-yantras (zie fig. 6), moeten het duidelijk maken.

Het diagram dat gebruikt wordt voor het berekenen van astronomische perioden en dat tevens dient voor meditatie (fig. 7), intrigeert mij zeer. Ik moet toch maar kunsthistorikus worden en wetenschappelijk te werk gaan.

Hoe werden deze beelden gebruikt voor de berekening van astronomische perioden? Hier is toch niet, zoals bij Mondriaan, de intuïtie de leidraad?

Er is een wiskundig raadsel in verstoppt. U kunt het hier niet zien, maar van dit diagram zijn de kleuren, zeer in tegenstelling tot die van andere mandalas, elementair: rood, geel, zwart. Kleuren als bij Mondriaan, maar er zijn in de tantra-schilderkunst wellicht nog meer wiskundige structuren verborgen.



Tibetaanse schildering van een reeks van negen mandalas-yantras

fig. 6

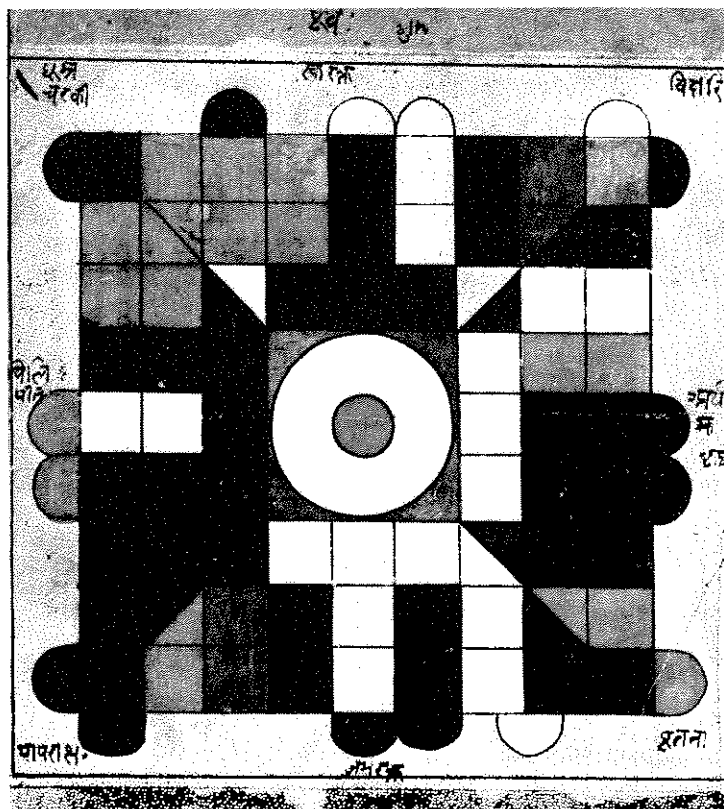


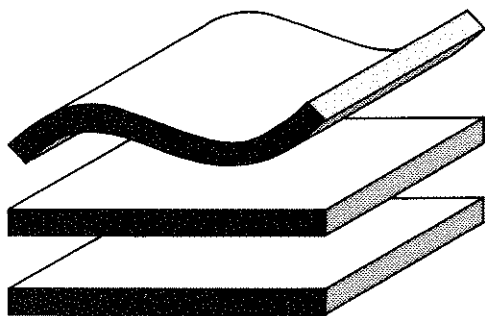
Diagram gebruikt voor het berekenen van astronomische perioden

fig. 7

¹⁾ Pag. 36.

²⁾ Uit: De lotus en de robot.

problema- tika



Belangstellende lezers vragen soms of het lastig is om deze rubriek voor elke aflevering van het wiskobas-bulletin met nieuwe problemen te vullen. Eerlijk kunnen wij dan antwoorden dat dat voor ons geen probleem is. Immers, ook het leven van lieden die zich met de vernieuwing van het wiskundeonderwijs bezighouden, zit zó vol problemen dat daarmee wel tien van deze rubrieken te vullen zouden zijn. Ter illustratie daarvan een paar voorbeelden.

HUUB JANSEN

1

NIEUWSTRAAT,
DISKOFLORE EN



Het hoofd van de openbare lagere school in de *nieuwstraat* no 37, tel 36760 stuurde de administratie een briefkaartje met het verzoek hem een aantal nummers van dit bulletin toe te zenden.

Geen probleem, zult u zeggen.

Toch wel, wanneer u weet dat deze kollega verzuimde zijn woonplaats te vermelden. Het poststempel liet slechts zien dat in de naam van deze plaats de lettergreep 'sen' voorkomt. Dé oplossing is natuurlijk: vragen om nadere informatie bij de ptt. Deze instelling – bekend om zijn service – deelde echter mee voor dit soort zaken geen tijd beschikbaar te hebben.

Wat nu?

Ons land bezit ongeveer 1000 gemeenten en zo'n lijst nazoeken kost veel tijd. Bovendien, wat heeft dat alles met wiskunde te maken? Bedenk hierbij dat er plaatsen zijn waarvan de telefoonnummers bestaan uit drie cijfers, andere plaatsen met nummers van vier, vijf of zes cijfers.

► *Hoeveel inwoners ongeveer heeft een plaats met telefoonnummers van vijf cijfers?*

Niet zo moeilijk te beredeneren en het vinden van de gezochte gemeente blijkt dan met de overige gegevens erbij een eenvoudige zaak te zijn.

Wiskunde heeft te maken met het ordenen en systematisch opbergen van gegevens en dat brengt ons bij een radiobericht over een handige, muzikale engelsman, die een *muziekflora* samenstelde voor grammofoonplatenverkopers. Deze winkeliers krijgen vaak klanten die wel een melodie kunnen zingen of neuriën, maar niet de titel kennen. Nu bestaat elke melodie uit tonen die gelijk zijn aan de beginnoot (*b*), lager (*l*), of hoger (*b*).

Hierin schuilt de oplossing voor dit muzikale probleem. De klant zingt en de winkelier noteert *bblbllllllb*. Opzoeken in de nieuwe 'diskoflora' en er blijkt gevraagd te worden naar een menuet van Georg Philip Telemann.

► *Als we eens aannemen dat er een miljoen melodieën bestaan, hoeveel lettersymbolen zijn er op deze wijze voor iedere melodie nodig om het systeem goed te laten werken?*

Een ander probleem had de eigenaar van een wegrestaurant langs de duitse autobaan.

Tijdens de drukte van het vakantie seizoen moesten klanten soms wat lang op hun bestelling wachten. Een geniale oplossing werd gevonden: op de 'Speisekarte' behalve 'Hühne mit Sauerkraut' ook wiskundige raadsels vermelden. We geven er één.

► *Hoeveel weegt één brood als een brood even zwaar weegt als één kilo plus een half brood?*

Op de kaart staat dat de bedienende dames de antwoorden na afloop mogen meedelen. Weten ze echter ook hoe je zoiets oplost? Een dienstertje met wiskunde in haar havo-pakket zal het wel met een algebraïsche vergelijking doen. Haar kollega, niet verder gekomen dan klas 2 van een lagere school, waar ze 'aan wiskobas deden', gebruikt vast stroken en een slimmerdje zonder wiskundeopleiding komt er wellicht het snelst uit!

Wiskunde bedrijven betekent problemen oplossen met de middelen waarover je de beschikking hebt. Eén van die middelen kan ruimtelijk inzicht zijn. Dit is dan ook nodig voor het beantwoorden van de vraag:

► *Hoe ziet een voorwerp er uit als boven-aanzicht, vóór- en zijaanzicht bekend zijn:*



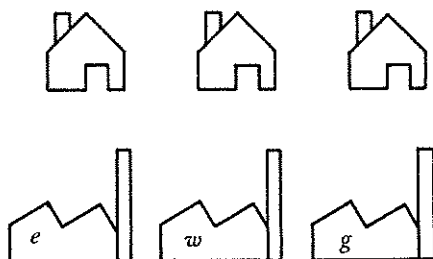
Meetekundig én wellicht psychologisch inzicht hebt u nodig om tevens de vraag te beantwoorden met welk bekend gebruiksvoorwerp de kollega, die ons dit probleem bezorgde, zat te spelen toen hij dit alles bedacht.

2



DAN MAAR BUTAGAS

Problemen ontstaan vaak in de realiteit. Het wordt wiskunde als een mens méér wil weten. Dat bleek weer toen wij een tienjarig neefje het volgende bekende probleem opgaven:



Drie nieuwbouwhuizen waarvan de leidingen aangesloten moeten worden op de fabrieken *e*, *w* en *g* voor elektriciteit, water en gas. De voorwaarde is dat de leidingen elkaar niet mogen snijden ('kruisen' zeggen kinderen). Het neefje bleek praktisch ingesteld. Alles lukte behalve de aansluiting van het laatste huis op het gasbedrijf. 'Die nemen dan maar butagas!', luidde zijn commentaar, waarna hij wegliep om verder te spelen.

Twoe dagen later kwam hij erop terug.

'Waarom kan het niet?', wat vertaald in grotemensentaal zoiets betekent als:

► *Bewijs nu eens dat het niet kan.*

Hiermee wordt het puzzeltje echte wiskunde en dat laten wij graag aan u over.

3

BREINBREKER



Echte wiskunde schuilt ook in een breinbreker, die enige tijd geleden in de nrc stond:

'Een ronde taart wordt in stukken gesneden door met een mes vijf rechte sneden daarin te geven. Als men de stukken, waarin de taart door ieder van deze vijf sneden wordt verdeeld, laat staan tot de laatste snijbeweging is voltooid, in hoeveel stukken kan de taart dan maximaal worden verdeeld?'

De oplossing werd eveneens vermeld:

'De taart kan in maximaal 16 stukken worden verdeeld. Met één snede krijgt men 2 stukken, met twee sneden maximaal 4, met drie maximaal 7, met vier maximaal 11 en met vijf maximaal 16 stukken. De toename bij iedere volgende snede is gelijk aan het rangnummer van de snede.'

| aantal sneden | aantal stukken | toename |
|---------------|----------------|---------|
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 |
| 3 | 7 | 3 |
| 4 | 11 | 4 |
| 5 | 16 | 5 |

Stilzwijgend is hierbij aangenomen dat de regelmaat in de toename van het aantal stukken bij iedere volgende snede altijd gehandhaafd blijft. Regelmaat ontdekken is het begin van de wiskunde, maar de algemene geldigheid ervan aantonen is pas heuse wiskunde. Probeer u maar!

Overigens zult u het eens zijn met de ingezonden stukkenschrijver die de daarop volgende week beweerde dat de oplossing niet korrekt gesteld was, omdat een taart niet alleen een cirkelvormig oppervlak heeft, maar – uiteraard – ook dikte. Met drie sneden kun je acht stukken krijgen:



Dus levert dit weer een nieuw probleem.
 ► *Hoe is het nu met de 'regelmaat' gesteld?*

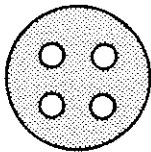
4

GLAASJE OP



Een systematische aanpak is nodig voor het oplossen van het volgende probleem, dat ons van verschillende kanten bereikte en dat veel mensen blijkt te boeien, ofschoon de realiteit ver te zoeken is.

In het deksel van een ton zitten vier gaten die in een vierkant zijn geplaatst:



In de ton, onder de gaten, bevinden zich vier glazen die rechtop of omgekeerd staan. U weet niet hoe ze staan. U mag één of twee handen door de gaten steken. Doet u dat, dan wisselt het glas onder zo'n gat van positie; rechtop wordt omgekeerd, omgekeerd wordt rechtop. Na deze handeling blijft het deksel in dezelfde stand, maar de ton met glazen draait, onzichtbaar voor u, rond. De glazen komen dan onder dezelfde of onder andere gaten te staan. De handeling herhaalt zich.

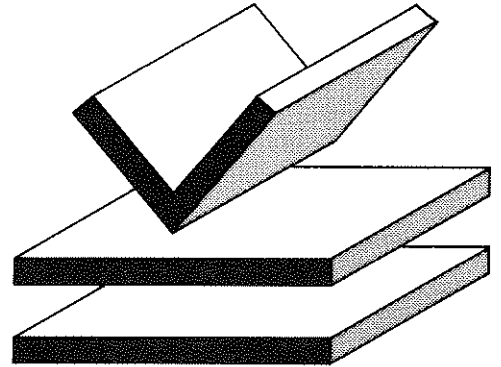
Als de glazen allemaal in dezelfde stand staan – rechtop of omgekeerd – rinkelt een bel en het spel is uit.

► *Hoeveel én welke handelingen moet u verrichten om deze eindstand zeker te bereiken?*

Voor degenen die zo iets snel kunnen oplossen, hebben wij nog een ekstraatje bedacht.

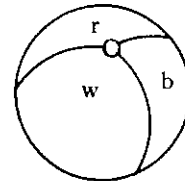
► *Hoe gaat dit glazen spel als de ton drie glazen en drie gaten bevat? Of vijf glazen en vijf gaten, enz.?*

prikbord problemen



STRANDBALLEN

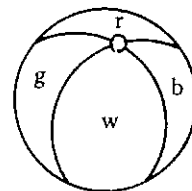
Met een bekende truuk (vereenvoudig het probleem!) is nevenstaand strandballenprobleem te klaren. Hoe zit 't met de driekleuren strandbal?



Juist! Met drie kleuren kun je slechts één strandbal maken.

En de vierkleuren strandbal?

Wel, knip een 'grens' van de driekleuren strandbal los en flans de nieuwe kleur ertussen. Kies je de grens tussen de witte en de rode baan, dan krijg je de volgende strandbal:



Maar je kunt drie grenzen kiezen. Daarom zijn er drie verschillende vierkleuren strandballen mogelijk.

HANS TER HEEGE

Als we deze procedure herhalen, zien we al gauw dat er twaalf essentieel verschillende vijfkleuren strandballen zijn.

Van elk der drie verschillende vierkleuren strandballen kunnen we immers vier grenzen losknippen en er een nieuwe baan tussen plakken.

De volgende tabel legt de wetmatigheid vast:

| aantal kleuren | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | n |
|--|---|---|----|---|---|---|
| aantal essentieel verschillende strandballen | 1 | 3 | 12 | | | |

Het is duidelijk dat er $5 \times 12 = 60$ verschillende zeskleuren strandballen zijn en $6 \times 60 = 360$ zevenkleuren strandballen. Hoeveel n -kleurige strandballen?

Wel: $S_n = 1.3.4.5.6 \dots (n-1)$

$$= \frac{1.2.3.4.5.6 \dots (n-1)}{2}$$

2

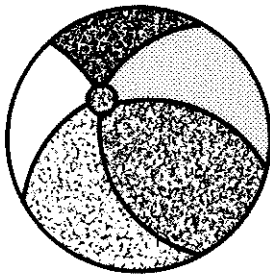
$$= \frac{(n-1)!}{2}$$

Zo is dat met strandballen!


STRANDBALLEN

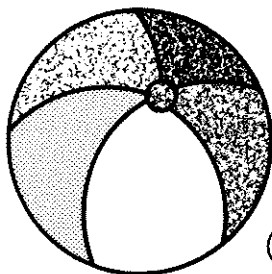
pp 6

Marieke kocht een strandbal met vijf mooie kleuren: rood, geel, blauw, groen en wit.

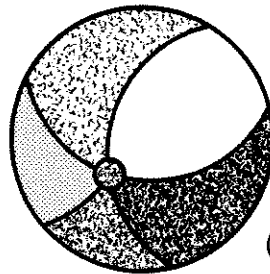


Kleur eerst de strandballen op dit blad:

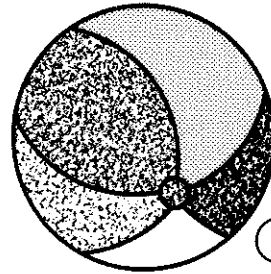
-  = rood
-  = geel
-  = blauw
-  = groen
-  = wit



1



2



3

Er waren ook andere strandballen, met de kleuren in een andere volgorde, zoals hierboven.

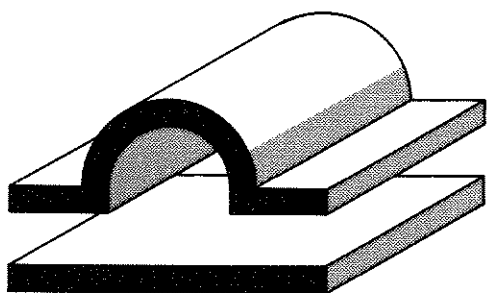
► Eén van deze drie strandballen is precies hetzelfde als de bovenste. Dat is

In de winkel zijn strandballen in alle kleurencombinaties van rood, geel, groen, blauw en wit, die je je maar kunt bedenken.

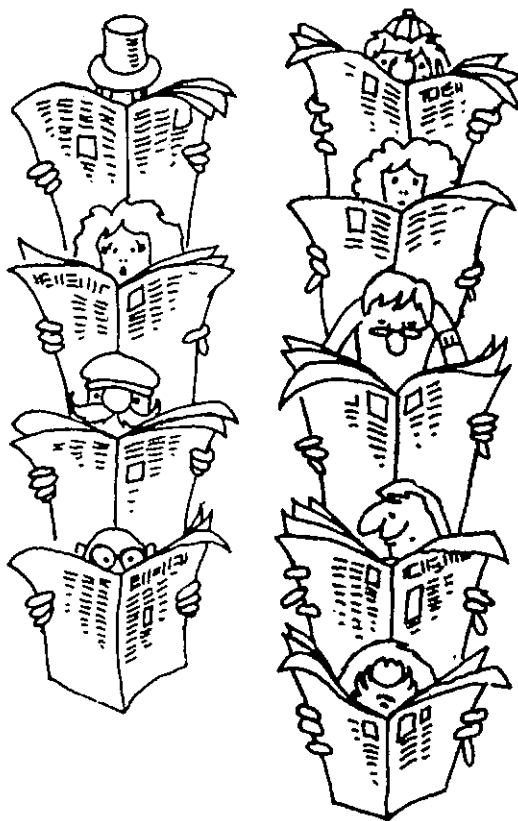
► Hoeveel verschillende strandballen zijn er te koop?

Marieke heeft ze geteld. Het zijn er

wiskunde in de brug- periode



DOE SAMEN EENS WAT MET DE
KRANT



WIM SWEERS

inleiding

Met de krant kun je heel wat doen; je kunt hem lezen, je kunt er vis in verpakken of hem gewoon met de vuilnisman meegeven. Dit laatste lot is veel kranten al snel beschoren, want wat heb je aan oud nieuws..... Tenzij je die oude kranten nog als leermiddel op school kunt gebruiken: als flexibel te gebruiken leermiddel zelfs.

'De krant' kozen wij als onderwerp voor een projekt in de brugklas van een lbo-school.

Een aantal leraren die in de brugklassen tezamen de algemeen vormende en expressievakken geven, zetten er de schouders onder om de krant van vele zijden te belichten; een vorm van teamteaching dus: het gezamenlijk voorbereiden, realiseren en evalueren van het projekt. In de eerste fase was hierin vooral het aspekt van de taakverdeling belangrijk.

Allereerst gingen de leraren na, welke aan-grijpingspunten voor onderwijs een krant biedt:

- de geschiedenis van de krant; koopmansbrieven; de invloed van de boekdrukkunst en de ontwikkeling van het postwezen op de periodiek verschijnende couranten; pamfletten, enz.;
- de funktie van de krant: het openbaar maken van nieuws, heet van de naald, uit de hele wereld, met een zekere regelmaat;
- de indeling van de krant;
- verschillen tussen kranten (kranten vergelijken);
- hoe komt de krant aan het nieuws? (persburos, journalisten, enz.).

Het bleek dat de vakken nederlandse taal, geschiedenis en maatschappijleer al meteen in het projekt konden funktioneren. De leraar tekenen en handenarbeid zag ook wel mogelijkheden, maar dan met de krant als materiaal voor een kollage of als grondstof voor papier-maché. De wiskundeleraar zag aanvankelijk nog niet veel mogelijkheden, maar zou er later op onverwachte wijze ingehaald worden.

Voorlopig werd afgesproken dat iedere leraar zijn specifieke vakaandeel nader zou uitwerken, maar dat niemand er bang voor hoefde te zijn om zich eens op andermans terrein te begeven.

Eén van de projektonderdelen was het vergelijken van de voorpagina van twee verschillende kranten: het 'gezicht' van de krant.

voorpagina

Het eerste dat je van een krant ziet, is de voorpagina. Het is de etalage van de krant en bevat het belangrijkste nieuws en de belangrijkste foto's van die dag. Als je twee verschillende kranten van dezelfde dag naast elkaar legt, zie je vaak dat ze niet hetzelfde nieuws op de voorpagina hebben.

Toen in een leergesprek onder andere aan de orde was geweest: wat staat er op de voorpagina? hoe is die ingedeeld?, ontdekten de leerlingen dat de ene krant meer 'plaatjes' en meer reclame op de voorpagina had dan de andere. Was dat elke dag zo? Kun je zeggen dat in het algemeen de ene krant populairder is dan de andere en dat dit aanwijsbaar is in de verhouding beeld-tekst op de voorpagina? Een leerling suggereerde: je moet gewoon meten hoe groot de foto's zijn; een ander stelde voor de oppervlakte uit te rekenen.

Zo was er een instap gekreëerd voor de wiskundeleraar en gingen de leraren nederlands, maatschappijleer en wiskunde met elkaar over een vervolg praten.

Op dat moment ging een ander belangrijk facet van teamteaching functioneren: behalve over organisatorische zaken werd nu ook over leerstofinhoud en didaktiek overleg gepleegd. Dat was voor de meeste leraren nieuw: op veel lbo-scholen is de gewone gang van zaken meestal dat elke leraar alleen de problemen in zijn eigen klas moet zien op te lossen. Wat betreft het didactisch handelen is elke leraar vrijwel autonoom. Overleg over lesgeven is er meestal alleen informeel. Veel leraren werken in een didactisch isolement en voor de avo-leraren bijvoorbeeld is het een grote opgave om alleen in verscheidene vakken verantwoord les te geven.

Binnen dit project werd nu ook iets zichtbaar van samenwerking op didactisch gebied:

allereerst de verticale teamteaching waarbij op basis van onderlinge afspraken die leraar binnen het project een vakgebied toebedeeld kreeg, waarvoor hij bijzondere interesse en de nodige kennis en vaardigheden bezit; later de horizontale, toen enkele leraren gezamenlijk de strategie van lesgeven gingen bespreken en besloten elkaar aan te vullen en bij te springen waar dat nodig was.

De globale opzet werd: de leraar wiskunde zou trachten in een leergesprek te komen tot een inventarisering van de inhoud van de voorpagina, bijvoorbeeld: nieuws, foto's, reclame.

Wat te doen met weerbericht, inhoudsopgave van de krant?

Eventueel onbekende termen, zoals: artikel, kop, lay-out, pagina, tekst, zouden later in de nederlandse taalles 'opgepikt' worden.

Daarna zou hij samen met de klas een maat proberen te vinden om de verhouding van tekst, foto's, enz. te weten te komen.



De klas werd verdeeld in groepjes van vier leerlingen en elk groepje kreeg een exemplaar van de Amersfoortsche Courant en de Volkskrant.

Je moet ze wel van verschillende dagen hebben: het beeld van de 'maandagkrant' kan namelijk anders zijn dan dat van de 'zaterdagkrant'.

Na discussie besloten de leerlingen om nieuws, plaatjes en reclame als hoofdkategorieën te onderscheiden en om dit aantal beperkt te houden door kleinere rubriekjes steeds in te passen in één van die drie. Zo werd het weerbericht bij het nieuws gevoegd.

De eerder genoemde suggesties, meten en oppervlakte bepalen, werden opgepakt:

ll : Je rekt van elke krant uit, hoeveel cm^2 foto er op staat.

le : Is dat een eerlijke manier van vergelijken?

ll : Ja, want die kranten zijn even groot.

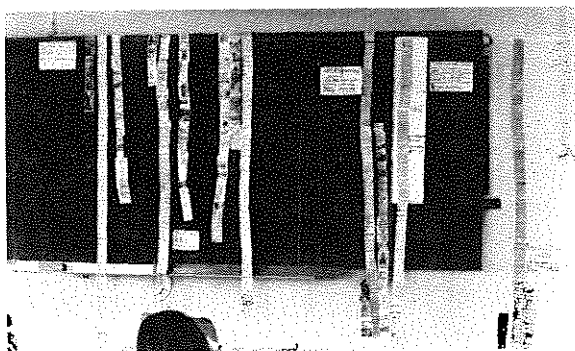


- II: Je hoeft het helemaal niet uit te rekenen; je kunt ook alles uitknippen en plaatjes, nieuws en reclame bij elkaar leggen.
- Ie: Kun je zo knippen dat je meteen ziet, hoe de verhouding is?
- II: Langs de lijntjes (bedoeld wordt: kolomafschijding).
- II: Maar met de foto's kan het niet.
- Ie: Wie kan er zeggen, hoe breed de foto's zijn?
- II: (na hulp) één, twee of drie kolommen.

Het ontmoette nog wat weerstand om foto's kolomsgewijs te verknippen¹⁾, evenals het 'gek' was om dit met brede koppen te doen en deze daarna als staaf weer aaneen te plakken. Toen iedereen het echter door had, was een lesuur van entoesiaste activiteit aangeboden, waarin deze opdracht uitgevoerd werd.

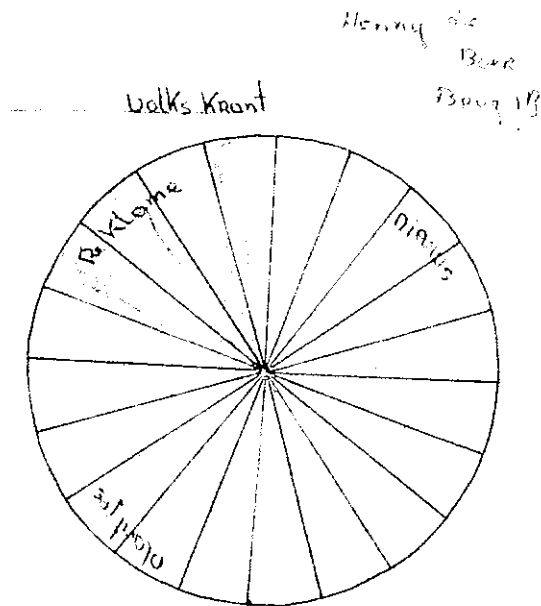


Toen alle grafieken opgehangen waren, kon je wel een voorlopige globale indruk krijgen,

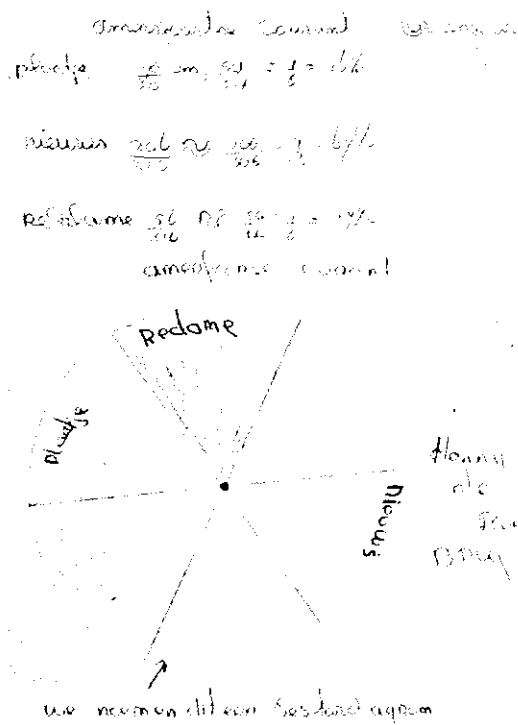


¹⁾ Als leraar moet je wel kranten kiezen die allemaal evenveel kolommen hebben. Onze ervaring was dat leerlingen dit aspect over het hoofd zien. En nog iets belangrijks: laat alle verknipte kolommen van een merkteken voorzien aan de voorpaginazijde, anders halen de leerlingen voor- en achterkant gauw door elkaar.

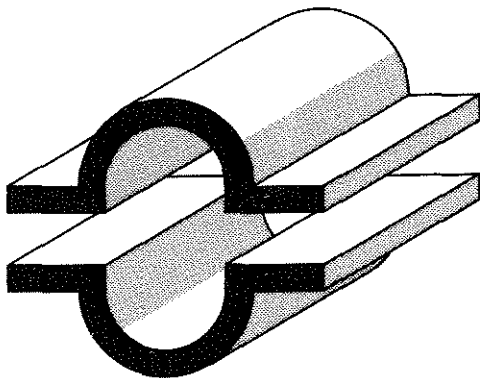
maar het geheel was nog wat onoverzichtelijk om een algemene konklusie te trekken. Daarom werd er een overzicht in een tabel gemaakt. Per krant werd het gemiddeld aantal cm plaatjes, etc. berekend en hoewel de steekproef eigenlijk veel te klein was, werden er tot slot twee sektordiagrammen getekend:



één waarin de procentuele verhouding nieuws, plaatjes, reclame voor de Volkskrant gevisualiseerd werd en één waarin hetzelfde gedaan werd voor de Amersfoortsche Courant.



ander werk



VERWONDERING IN MONTROUGE (PARIJS)¹⁾

Mme R. Douady van het irem²⁾ te Parijs arriveert met een gast bij de experimentele 3^e klas basisschool van mme Latour. De kinderen hebben net pauze, stormen naar mme Douady en ombelzen haar allerbartelijkst.

Na het opstellen van video-opnameapparatuur keren de kinderen terug. Er heerst grote bedrijvigheid.....: een grote familie? De kinderen werken aan nevenstaand probleem.

EDU WIJDEVELD

verwondering -1

In een eetzaal van 12 bij 15 m met twee tegenover elkaar liggende deuren van 2 m, staan tafels van 0,7 m bij 0,7 m en/of (regelmatig) achthoekige tafels met een zijde van 0,7 m en/of rechthoekige tafels van 1 bij 2 m. Hoeveel leerlingen kunnen maximaal in de eetzaal?

Op het eerste gezicht geen probleem om over naar huis te schrijven.....!

verwondering -2

(Verkorte en bewerkte weergave van de essentie van een leergesprek met een groepje van vier leerlingen.)

g(ast): Jullie hebben nu gezien dat er een relatie bestaat tussen de achthoek en het vierkant; kun je de maten van de rechthoek nu zo aanpassen dat er ook een relatie vierkant-rechthoek ontstaat?

ll : Als we de rechthoek ook een omtrek van 560 cm geven.

g : Hoe lang neem je de zijden dan?

ll₁ : Noem de zijden a en b; dan krijg je $2a + 2b = 560$.

| | | |
|-------------------|---|-----|
| ll ₂ : | a | b |
| | 1 | 279 |
| | 2 | 278 |
| | 3 | 277 |
| | ⋮ | ⋮ |
| | ⋮ | ⋮ |
| | ⋮ | ⋮ |

g : Gaat het steeds verder?

ll₁ : Ja, maar je hoeft maar tot de helft te gaan: $a = 140$, $b = 140$.

ll₂ : Laten we een grafiek maken.

Na enige — door de leerlingen overwonnen — problemen met de schaal op a- en b-as, komt er zoiets als fig. 1:

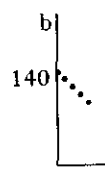


fig. 1

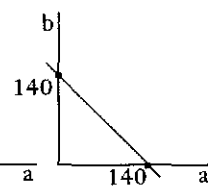


fig. 2

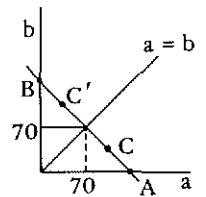


fig. 3

¹⁾ Een door H. Freudenthal gelegd contact resulteerde in een bezoek van enkele iowo-medewerkers aan een school in Montrouge (voorstad van Parijs), die — voor wat het wiskundeonderwijs betreft — begeleid wordt door mme Douady.

²⁾ Irem: Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques.

g : Hoe weet je dat die punten op een rechte lijn liggen?

ll₁: Kijk maar naar de tabel; het is net als een balans. ('... comme une balance').

ll₂: Je kunt net zo goed die lijn trekken (fig.2), want alle punten ertussen (fig.1) horen er ook bij.

g : Wat stellen die punten dan voor?

ll : Rechthoeken, waarvan de zijden breuken zijn.

g : Hoeveel punten zitten ertussen?

ll : Oneindig veel.

g : Wat stellen die punten voor? (zie fig.2 voor $a < 0$).

ll : (lacht) Oh, die doen niet mee; dan krijg je imaginaire rechthoeken.

g : En die punten? (zie A, B in fig.3).

De leerlingen discussiëren onderling of ze de rechthoeken met zijde 0 ook mee zullen laten doen. De een vindt van wel: 'het is een lijnstuk met lengte 560', de ander vindt van niet: 'het is geen rechthoek'.

g : Stel nu eens dat er een film draaide die snel alle rechthoeken liet zien (van A naar B). Wat zag je dan?

De leerlingen beschrijven, lachend en zwaaiend met de handen, hoe de rechthoek van vorm verandert: van lang horizontaal naar hoog vertikaal.

g : Als de film hier even stopte (fig.3, punt C), zou je dan diezelfde rechthoek straks nog eens zien?

ll₁: Ja, daar, evenver aan de andere kant (fig.3, punt C').

ll₂: Maar een halve slag gedraaid!

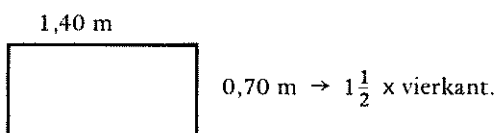
ll₁: (lachend) Natuurlijk.....

Naar aanleiding van de vraag of er ook een vierkant in de film voorkomt, ontstaan er drie 'bewijzen': rekenkundig ($a = b = 70$); met behulp van het snijpunt met de lijn $a = b$; en, aldus een leerling: 'als je de lijn omvouwt'.

verwondering -3

Het is verbazingwekkend dat de leerlingen het probleem op deze manier generaliserend aanpakken, vooral omdat het de leerlingen ook nu nog redelijke moeite kost, eenvoudige maten voor de rechthoekige tafel te vinden.

De intentie van de oorspronkelijke vraag was niet anders geweest dan zoiets als:



verwondering -4

Van 9.30 tot 12.30 u — één dag voor de vakantie — biedt de klas het aanzien van een bruisende manifestatie. Entoesiast (welhaast fanatiek), spontaan, onvermoeibaar, onuitputtelijk in het vinden van (nieuwe) strategieën, met een vanzelfsprekende opbouwende kritische zin voor elkaars bijdragen, werken de kinderen volgens eigen inzicht en tempo aan het gestelde probleem.

Plotseling rent een leerling, opgewonden pratend, naar het bord. Een aantal anderen volgt, een paar ook niet. In de groep voor het bord ontstaat een gesprek over een gevonden resultaat. De onderwijzeres nodigt alle kinderen uit te komen.

De discussie wordt voortgezet (waarbij nogmaals het verbale uitdrukkingsvermogen van de leerlingen opvalt!). Alle kinderen gedragen zich emotioneel, maar gedisciplineerd. Ze luisteren, denken mee, dragen bij.

Ze keren terug naar hun tafel, proberen het nieuw gevundene in hun eigen aanpak te integreren. Geen kind lijkt gefrustreerd als Patrice.....

bewondering

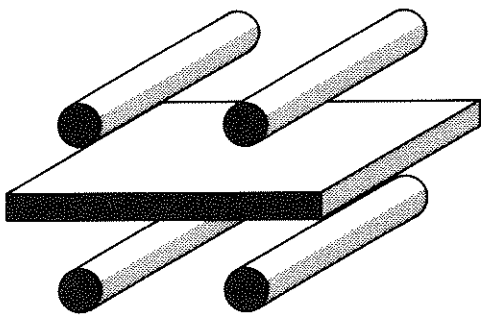
Als we naderhand mme Douady onze verbazing over deze haast ideale pedagogisch-didactische situatie uiten, zoekt ze de verklaring o.m. in de relatie leerling-onderwijzeres. Als je écht van de kinderen houdt en ze ervaren dat ook zo, dan willen ze graag iets voor je doen; ze willen met je communiceren op alle denkbare manieren. Dit gezamenlijk oplossen van problemen is één van die manieren, en wel een heel rijke.

Hoewel daarmee niet alles verklaard kan zijn, krijgt dit vormingsideaal van de sociale interactie in handen van mme Douady wel een ekstra dimensie, waaraan de specifieke doelstelling van het wiskundeonderwijs in feite ondergeschikt wordt gemaakt. In deze opvatting ligt ook een belangrijk criterium voor leerstofkeuze besloten: biedt het aangeboden probleem voldoende gelegenheid tot communicatie? Communicatie van de leerling met zichzelf, met z'n medeleerlingen, met de onderwijzer(es), met de samenleving.

Binnen dit criterium passen o.i. zowel de fantasiewereld van 'waterland', van 'sproeteldam', als de reële wereld van 'zonderdag' en 'hé, jij daar!' En ook het probleem van tafels in een eetzaal kan binnen dit criterium uitgroeien tot een fascinerende happening, maar dan wel weer in de didactisch rijk begaafde handen van mme Douady.....

Ongelooflijk!

kleuters en wiskunde



NAAR WISKUNDETAAL

Het oriënteren van de kleuter richt zich voornamelijk op zijn direkte omgeving, die bestaat uit zijn ouderlijk huis waarbij de familie, de straat waarbij zijn vriendjes, en de school waarbij medeleerlingen en leerkrachten een rol spelen. De kleuter zal wat hij beleeft en ervaart in zijn verkenning van en eksperimenteren met de werkelijkheid, tot uitdrukking willen brengen in woord en/of beeld. Tussen dit beleven en weergeven hoort een voortdurende wisselwerking te bestaan. De omgang met de ander, het sociale contact, vraagt dwingend om verwoording; verwoording van de beleving doet de greep op de werkelijkheid toenemen. Dit betekent: overeenkomsten, verschillen, details opmerken en op grond daarvan kunnen ordenen, groeperen, klassificeren op tal van manieren, en tevens naam kunnen geven aan allerlei zaken. Dat de taalontwikkeling hierbij een rol speelt, is evident. In nevenstaand artikel worden enkele suggesties gedaan om via het leren waarnemen te komen tot een aanzet van 'wiskundetaal'.

JEANNE DE GOOIJER-QUINT
JES MELIS
HENNEKE DE LORME-BAKKER

'ik zie, ik zie wat jij óók ziet'

De leidster neemt een objekt in haar gedachten, dat voor ieder kind duidelijk zichtbaar is vanaf zijn/haar plaats. De kinderen zullen eerst allerlei voorwerpen opnoemen, maar na verloop van tijd zullen ze om kenmerken gaan vragen, zodat een aantal objekten zal afvallen.

Een voorbeeld: de leidster heeft de rode, ronde plastic lamp in haar gedachten. Door vragen te stellen over kleur, vorm en materiaal, kunnen de kleuters tot een oplossing komen.

Het doel van dit spel is de waarneming uit te breiden door middel van de taal, zoals reeds genoemd: kleur, vorm en materiaal. Tevens kunnen eigenschappen aan de orde komen als groot, klein, dik, dun, en plaatsbepalingen als hoog, laag, boven en onder.

Een variatie op bovengenoemd spelletje is:

'ik zie, ik zie wat jij niet ziet'

Het kind moet gaan zoeken en zich dus verplaatsen. We kunnen hierbij afspreken dat we aanwijzingen geven als: 'koud' (veraf), 'warm' (dichterbij), 'heet' (vlakbij). Bij de oudere kleuters kunnen we aanwijzingen geven als: vooruit, achteruit, links, rechts, omhoog, omlaag, twee stappen vooruit, drie stappen naar rechts.

Het kind komt op een hoger nivo, wanneer het zich *mentaal* moet *verplaatsen*. De indeling van de ruimte dient dan gesymboliseerd te worden, bijvoorbeeld:

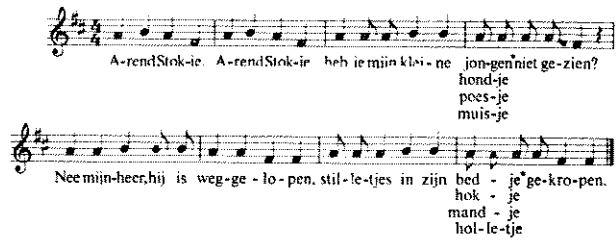
- j(uf): Als je naar de andere klas gaat, dan moet je een aantal deuren door. Hoeveel deuren zijn dat? Je mag niet écht gaan. Je moet goed nadenken.
- ll₁ : Eén deur van onze klas en één deur van de andere klas.
- ll₂ : Dat zijn twee deuren.
- j : Nu loop ik van de speelplaats naar de klas, hoeveel deuren kom ik dan tegen?
- ll₃ : Ook twee, één buitendeur en één klasdeur.
- j : Zegt Paul het goed?

Alle kinderen knikken. Ze vergeten de tochtdeur. Die deur staat altijd open, zodat hij niet meer opgemerkt wordt.

Op deze wijze kunnen we de kinderen vele opdrachten geven, die ze in gedachten moeten uitvoeren. Kan de opdracht niet opgelost worden of is het antwoord foutief, dan is het belangrijk dat de kleuter de opdracht concreet kan uitvoeren. Na bovenvermeld gesprekje is het dan ook nuttig dat de kleuters de tochtdeuren bewust gaan bekijken.

Een andere opdracht tot mentaal handelen is het maken van een *plattegrond* van de klas.

- j : We gaan onze klas namaken met een groot vel papier en blokken. Waar denken jullie dat het papier voor is?
- ll₁: Om de muren van te maken.
- ll₂: Nee, voor de vloer en de blokken voor de tafels.
- j : Jack heeft gelijk. Ieder vierkant blokje stelt een tafel voor, en de rechthoeken zijn kasten. Dit zwarte blokje is de deur. Nu ga ik eens kijken wie zijn tafel op de goede plaats kan zetten. (De kinderen hebben een vaste plaats in de klas.)



* Tekst improvisatie

Terwijl de kinderen met gesloten ogen dit liedje zingen, kruipt een kind weg. Is het liedje uit, dan houdt de klas de ogen gesloten. Het kind, dat zich verstopt heeft, imiteert het geluid van het dier. De klas wijst in de richting waar het geluid vandaan komt. We wijzen er op, dat de jongste kinderen van de kleuterschool nog niet aan deze spelvorm toe zijn. Wel aan de tekst improvisatie. Een andere mogelijkheid is: één kind wordt geblinddoekt en mag dan op het geluid van de verstopte afgaan. 1)

Wat opvalt is, dat de kleuters vergeten dat het papier klein is. De afstanden tussen de tafels maken ze veel te groot, waardoor de laatste tafels er niet meer op kunnen. Het plaatsen van de kasten levert geen moeilijkheden op. Het kind leert op deze manier met symbolen, in dit geval vierkantjes en rechthoeken, te werken.

zoekspelletje

Een zoekspelletje kan de activiteit van de leerlingen aan begrippen als vorm, kleur en materiaal, verhogen.



Een zeer aantrekkelijk liedje voor de allerkleinsten om de kleuren te leren onderscheiden. Eén kind zoekt een aantal voorwerpen in de gezongen kleur en brengt deze op een bepaalde plaats. Vooral ook kinderen er uit laten halen met kledingstukken in de bedoelde kleur. Na afloop kunnen we dan alles laten benoemen (taahorming). 1)

Tekst improvisatie: in plaats van 'rood' het woordje 'rond' (vormbegrip) of 'hout', 'glas', 'stof' (materiaalbegrip) laten zingen.

opzegversje

Om het verschil duidelijk te laten zien tussen wat je ziet en wat je niet ziet, kunnen we de kleuters het volgende opzegversje leren:

daar komen twee soldaatjes aan, (beide duimen
de één heet Piet, de ander Jan, omhoog)
weg Piet, weg Jan, (duimen verdwij-
dag Piet, dag Jan, nen in de vuist)
daar komen ze allebei weer aan. (duimen weer
omhoog)

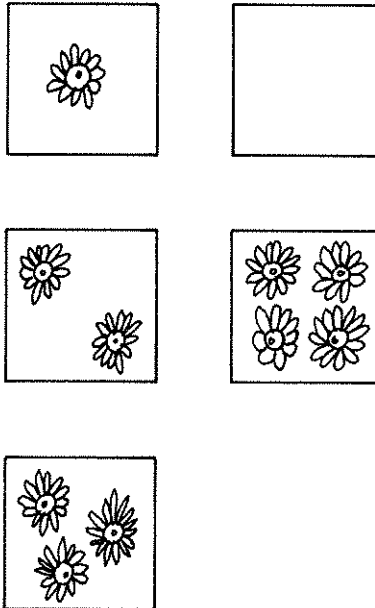
speelliedje

In de speelhal kunnen we het volgende speelliedje doen, waarbij de kinderen één van de kleuters niet kunnen zien, maar wel kunnen horen.

raden maar²⁾

Elke kleuter krijgt een aantal kaartjes en een potlood. Juf heeft een kaartje achter haar rug.

- j: Op dit kaartje staan bloemen, het aantal is minder dan vijf. Raad maar, hoeveel het er zijn. Pak een kaartje en teken ze erop. Weet je nog een kaartje te maken dat ook goed kan zijn?



Uiteindelijk maken ze vijf kaartjes. Tenslotte laat de juf haar kaartje zien.

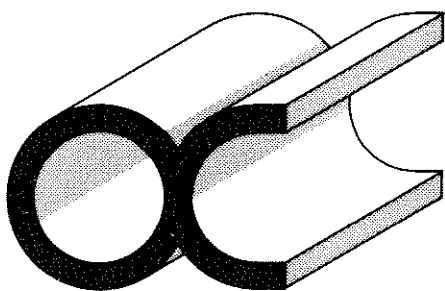
- j: Hebben jullie deze er ook bij?
De kleuters laten het betreffende kaartje zien. Iedereen heeft het!

1) Uit: 50 kleuterliedjes – Annie Langelaar.
2) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 2 nr. 6, pag. 1018.

kijk

ook eens

zo!



SPELEN MET KWADRATEN

DIK OORT

eindcijfers

Het is altijd weer interessant om op te merken welke, vaak onverwachte, wetmatigheden bij getalrijen te zien zijn. We schrijven de eerste elf kwadraten op:

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

U ziet: de eindcijfers vormen een rij die symmetrisch om de 5 is opgebouwd:

0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0,

en deze rij komt steeds weer terug als we doorgaan. Dit laatste is duidelijk: 12×12 heeft hetzelfde eindcijfer als 2×2 , ook als 22×22 en 32×32 . Dus elk eindcijfer komt tien plaatsen verder weer terug.

Dat 1×1 en 9×9 hetzelfde eindcijfer hebben, evenals 2×2 en 8×8 is gemakkelijk in te zien:

$$2 \times 2 = 4; 8 \times 8 = (10-2) \times (10-2),$$

en dit is een tienvoud + 4.

De eindcijfers 2, 3, 7 en 8 komen bij kwadraten niet voor. Dit betekent dus dat we aan het eindcijfer kunnen zien dat 83472159832 geen kwadraat is.

Om aan te tonen, dat een kwadraat niet eindigt op een 2, 3, 7 en 8, delen we alle natuurlijke getallen in vijf groepen in, namelijk de getallen die deelbaar zijn door 5 (de vijfvouden); de getallen die bij deling door 5 rest 1 opleveren (de vijfvouden + 1), de vijfvouden + 2, de vijfvouden + 3 en de vijfvouden + 4.

We gaan nu elk van deze getallen kwadrateren en krijgen het volgende resultaat:

| | | |
|------------|---------------|---------------------------|
| vijfvoud | | vijfvoud |
| vijfvoud+1 | kwadrateren → | vijfvoud+1 |
| vijfvoud+2 | | vijfvoud+4 |
| vijfvoud+3 | | vijfvoud+9 = vijfvoud+4 |
| vijfvoud+4 | | vijfvoud+16 = vijfvoud+1. |

We zien dus dat bij het kwadrateren *niet* ontstaan de vijfvouden + 2 en de vijfvouden + 3.

Omdat een vijfvoud eindigt op 0 of 5, zijn de vijfvouden + 2 en de vijfvouden + 3 alle getallen die eindigen op 2, 3, 7 of 8.

* * *

verschilrijen

Een andere regelmatigheid ontdekken we als we van elke rij de verschilrij eronder schrijven. Met verschilrij bedoelen we de rij, die ontstaat als we van elk twee op elkaar volgende getallen van een rij het verschil nemen:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| | | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |

U ziet, dat bij de rij van de kwadraten de

tweede verschilrij uit allemaal dezelfde getallen bestaat: allemaal tweeën.

Nu nemen we eens een rij van 1^e machten:

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Bij de rij van 1^e machten bestaat de eerste verschilrij al uit allemaal dezelfde getallen, namelijk allemaal enen.

Deze resultaten doen ons verwachten dat bij de rij van de 3^e machten de derde verschilrij uit allemaal drieën bestaat:

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 8 & 27 & 64 & 125 & 216 & 343 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ 1 & 7 & 19 & 37 & 61 & 91 & 127 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{array}$$

U ziet: de derde verschilrij bestaat inderdaad uit dezelfde getallen, maar het zijn zessen in plaats van drieën.

Misschien moeten we zo redeneren: bij de rij van de 1^e machten worden het enen, bij de rij van de 2^e machten worden het tweeën, omdat $1 \times 2 = 2$, bij de rij van de 3^e machten worden het zessen, omdat $1 \times 2 \times 3 = 6$.

U kunt natuurlijk zelf nagaan of deze redenering ook voor hogere machtsrijen goed blijkt. Probeer u het eens voor de rij van de 4^e machten.

Omdat de eerste verschilrij van de kwadraten de rij van de oneven getallen is, kunnen we dus elk kwadraat (groter dan 0) zien als de som van opeenvolgende oneven getallen (bij 1 beginnend):

$$\begin{array}{l} 1 = 1^2 \\ 1 + 3 = 2^2 \\ 1 + 3 + 5 = 3^2 \\ 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2 \\ \dots \\ \dots \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 8^2. \end{array}$$

Het blijkt dus dat n^2 gelijk is aan de som van de eerste n oneven getallen.

splitsen

Nu nog iets over kwadraten dat u zelf eens moet verifiëren, uitwerken en proberen te verklaren.

Neem eens aan, dat u alleen maar kent de kwadraten tot en met 25, dus

$$\begin{array}{l} 0^2 = 0 \\ 1^2 = 1 \\ 2^2 = 4 \\ 3^2 = 9 \\ 4^2 = 16 \\ 5^2 = 25. \end{array}$$

U kent dan dus ook de wortels uit 0, 1, 4, 9, 16 en 25:

$$\begin{array}{l} \sqrt{0} = 0; \sqrt{1} = 1; \sqrt{4} = 2; \sqrt{9} = 3; \sqrt{16} = 4; \\ \sqrt{25} = 5. \end{array}$$

We vragen de wortel van een wat groter kwadraat, bijvoorbeeld $\sqrt{49}$.

U splitst nu 49 in een tienvoud en een bekend kwadraat, dus $40 + 9$. Van het tienvoud laat u de 0 weg. Het antwoord is dan:

$$\sqrt{49} = 4 + \sqrt{9} = 7.$$

Bij 36 gaat het ook:

$$\sqrt{36} (36 = 20 + 16) = 2 + \sqrt{16} = 6.$$

Hoe is dat nu met $\sqrt{64}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{100}$?

Bij 121 gaat het zo niet. Wél als we optellen veranderen in aftrekken:

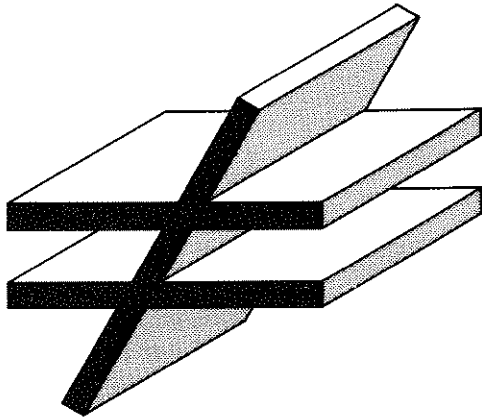
$$\sqrt{121} = 12 - \sqrt{1} = 11.$$

Bij $\sqrt{144}$ lukt het ook met aftrekken:

$$\sqrt{144} = 14 - \sqrt{4} = 12.$$

Gaat u eens na hoe lang dit goed gaat en probeert u er ook een verklaring voor te vinden. Veel succes!

nieuw op de markt



Reeds eerder hebben we bericht over de ideeën van Ger Janssen. Hij stelde het voortreffelijke 'Rekenactiveringsprogramma' voor klas 1 samen.¹⁾ Thans is van zijn hand verschenen een serie van drie werkschriften voor de hoogste klas van het basisonderwijs, onder de titel 'Zodoende'.

Door deze werkschriften wordt getracht het 'rijtjes' sommen maken te doorbreken en het rekenen binnen een thema te laten functioneren. De 'drill' wordt daarbij meer naar het 'toepassen' getrokken, zoals Fred Goffree dat in zijn 'Doorkijkspiegelingen' heeft geschreven.²⁾

Een voorbeeld uit werkschrift 1:

Via een gesprekje over reclame en afbetalingssystemen krijgen de kinderen naar aanleiding van een advertentie, die ze in een informatieboekje (een goed idee) kunnen opzoeken, een aantal vraagstukken, waaraan flink gerekend kan worden. Bedragen 'ineens' en 'op afbetaling' worden vergeleken, zowel 'absoluut' als 'percentueel'. De advertentie wordt daarna nog eens kritisch bekeken en vragen als: waarom zou je wel of niet op afbetaling kopen? waarop moet je letten als je iets koopt?, enz., zijn zinvolle opdrachten.

ED DE MOOR

Als je de werkschriften van 'Zodoende' doorneemt, kun je niet zeggen dat er binnen het basisonderwijs niet meer gerekend zou worden. De cito-toets vraagt iets als in het hiernaast genoemde voorbeeld niet af, noch in moeilijkheidsgraad, noch wat de totale kontekst biedt.

En dat laatste is juist wat mij in de boekjes zo aantrekt. De auteur heeft onderwerpen gekozen, die meer bieden dan het maken van een paar rekensommetjes. Hier liggen mogelijkheden voor de onderwijzer om met de kinderen over allerlei problemen van onze ingewikkelde en soms belachelijke samenleving te praten.

Vooraf in **werkschrift 1** (*kopen en verkopen*) komen de liefhebbers van het rekenen aan hun trekken. Persoonlijk trekt mij het onderwerp 'boodschappen doen' niet zo aan. Ik kan me ook nauwelijks voorstellen dat kinderen het rekenen aan een auto zal interesseren. Zal het een kind een zorg zijn, wat de 'afschrijving' van een auto per jaar is? Voor hem is de realiteit of hij in een 2cv of in een ds-maserati gaat zitten. Op zichzelf kan het hele vraagstuk 'auto versus trein' echter een interessant en opvoedend stuk onderwijs opleveren, als de onderwijzer het op een goede manier organiseert.

Vooraf het thema 'de krant' biedt fantastische mogelijkheden.

Als je er op let, bevat de krant elke dag wel een paar berichten, tekeningen, advertenties of foto's, die tot de meest uiteenlopende activiteiten aanleiding kunnen geven.

Is dat realiteit? Ik weet het niet!

Wel weet ik dat de onderwijzer(es), die met deze werkschriften aan de gang gaat op de manier zoals de auteur zich dat voorstelt, namelijk door ze flexibel te gebruiken, het leren voor de kinderen en ook voor hemzelf tot een intens fijne bezigheid kan maken. De werkschriften bieden niet alleen kant-en-klare opdrachten, maar ze kunnen je ook op onnoemelijk veel nieuwe ideeën brengen. Daarbij moet je je echter niet op het standpunt stellen: 'het boekje moet uit!'

Over sommige onderwerpen kun je natuurlijk twisten. Zou het kinderen echt iets zeggen, dat de gulden van 1964 in 1975 70 cent waard is? De 'verhoudingstruuk' wordt trouwens min of meer voorgezegd. Misschien heeft zo iets wel weer zin als in een krantartikelje het begrip 'inflatie' voorkomt. Overigens wijst Janssen daar ook op in de handleiding.

¹⁾ Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 2 nr. 2.

²⁾ Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 3 nr. 6.

Werkschrift 2 (*we onderzoeken de school*) had direkt mijn hart gestolen. Veel meten en meetkunde, afstand-tijdgrafieken en zelfstandige onderzoekjes, zoals bijvoorbeeld over de 'leesbaarheid' van boeken.

Zie ook het hierbij afgedrukte fragment, waarin 'stadsplan' liefhebbers zeker het een en ander zullen herkennen.

1.2.

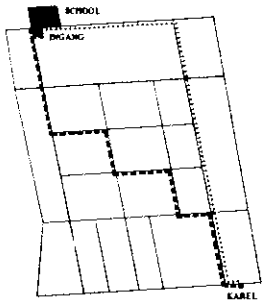
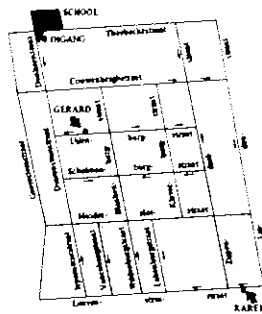
Fin van de kinderen, Karel, woont in de Lievevrouwenstraat. Het is op de hoek van de Zependakstraat. Bekijk voor deze keuring het volgende:

| | |
|--|---------|
| de afstand van huis naar school hommelbreed | m |
| de afstand van huis naar school kierend | m |
| de afstand van kerk naar school fietsend | m |

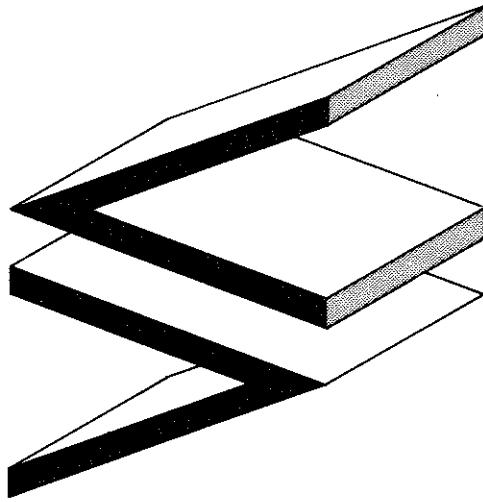
Ket op: 20 m = eenrichtingsverkeer 10 m

• Als je ervan uitgeat, dat Karel loopt met een gemiddelde snelheid van 4 km per uur, hoe lang doet hij er dan over van huis naar school?

• Op hoeveel manieren kan Karel zijn weg van huis naar school kiezen, waarbij hij wel steeds de kortst mogelijke afstand aflegt? (Hiernaast zie je twee wegen die Karel kan nemen. Voor het gemak is hetzelfde gedeelte van de kaart op de volgende bladzijde nogmaals afgedrukt.)
Ziek maar wel hoeveel van dergelijke kortste wegen er zijn.



berichten



In deze jaargang zult u de rubrieken 'Berichten uit het Binnenland' en 'Berichten uit het Buitenland' in een gefuseerde rubriek terugvinden, zij het met een enigszins gewijzigd karakter. In deze rubriek vindt u, in tegenstelling tot vorige afleveringen, geen lange uiteenzettingen meer, maar: korte mededelingen, aankondigingen of verslagen van feiten, activiteiten en gebeurtenissen in verleden, heden of toekomst, uit binnen- en buitenland (hoeveel mogelijkheden?).

Toch vind ik **werkschrift 3** (*feest op school*) het allerleukst. Behalve het rekenen, dat als een rode draad door alle werkschriften loopt, komen hier ook blokschema's, kansrekening, redeneren, coördinaten en strategiespeltjes voor.

Met spelletjes ben je natuurlijk helemaal weggeraakt van de realiteit.

Voor kind en onderwijzer gaat het erom dat zij in de vele uren die zij samen in en om de school doorbrengen, activiteiten bedrijven die optimale mogelijkheden bieden tot zelfontplooiing. Hiertoe de mogelijkheden scheppen is een niet geringe en uiterst verantwoordelijke taak. Wij moeten hier steeds over nadenken en daartoe ook durven eksperimenteren. Niets gaat immers vanzelf! Daarom zijn verfrissende ideeën welkom. Ger Janssen draagt er verschillende voor ons aan. Het is echter aan de onderwijzer zelf om daarop door te gaan.

Inderdaad, het is zoals Adri Treffers het eens 'treffend' zei: *'meesterschap is vakmanschap'*.

'Zodoende'

- 3 werkschriften f 2,40 p.st.
- 1 handleiding f 9,90
- 1 informatieboekje f 3,00

in opdracht van het centrum onderwijs service te nijmegen uitgegeven door Malmberg.

LOUIS GILISSEN
KLAAS KOSTER

afscheid Kees Frenay

Aan het eind van het cursusjaar 1974-1975, het slot van de integratieperiode in de wiskobas-leerplanontwikkeling, heeft Kees Frenay afscheid genomen als hoofd van de ontwerp-school, de Dr. Willem Dreesschool te arnhem. Met zijn team is Kees Frenay in 1971 aan het wiskobasavontuur begonnen. Vanaf het begin heeft hij zich voortdurend op de hoogte gehouden van de ontwikkelingen. Door het geheel op deskundige wijze te overzien, kon hij een wezenlijk aandeel leveren in het leerplanontwikkelingswerk. Hij heeft zijn team begeleid en het optimaal meewerken van ieder teamlid mogelijk gemaakt.

Kees Frenay neemt echter geen afscheid van het onderwijs. Met ingang van 1 augustus 1975 heeft hij de functie van onderwijskundig medewerker van de gemeente arnhem aanvaard en vanuit deze werkring zal hij zijn bijdrage blijven leveren aan de ontwikkeling en vernieuwing van het onderwijs. Wij hopen hem in zijn nieuwe functie nog vaak te mogen ontmoeten. Zijn plaats wordt ingenomen door Nico Schimmel, die geen onbekende is voor wiskobas. Als lid van het schoolteam heeft hij actief meegedaan aan de experimentele heroriëntering en het ontwerpen van de basboeken. Het is te verwachten dat hij met hetzelfde entoesiasme het ontwerp-schoolteam in de fase van de leerplanafwikkeling zal leiden.

konferenties

Van 15 tot en met 18 oktober 1975 wordt te egmond aan zee een conferentie gehouden voor docenten wiskunde-didaktiek van pedagogische akademies. De bedoeling van deze conferentie is kadervorming van de betreffende docenten aan de hand van het concept van een voorbeeld-schoolwerkplan wiskunde-didaktiek, zoals dat op het ogenblik op de pedagogische academie te gorkum wordt ontwikkeld.

Van 29 maart tot en met 1 april 1976 vindt in noordwijkerhout weer een conferentie plaats voor docenten methodiek en pedagogiek van de opleidingsscholen voor kleuterleidsters, docenten wiskunde-didaktiek en pedagogiek van pedagogische akademies en medewerkers van schooladviesdiensten. Voor deze conferentie zal tevens een aantal onderwijzers en onderwijzeressen die op enigerlei wijze in de wiskobas-activiteiten participeren, worden uitgenodigd. Met deze gemêleerde groep deelnemers zal de 'overzichtspublikatie' van het

leerplan wiskunde voor klas 1 tot en met 6 van de basisschool, geanalyseerd en besproken worden.

heroriënteringskursussen nieuwe stijl

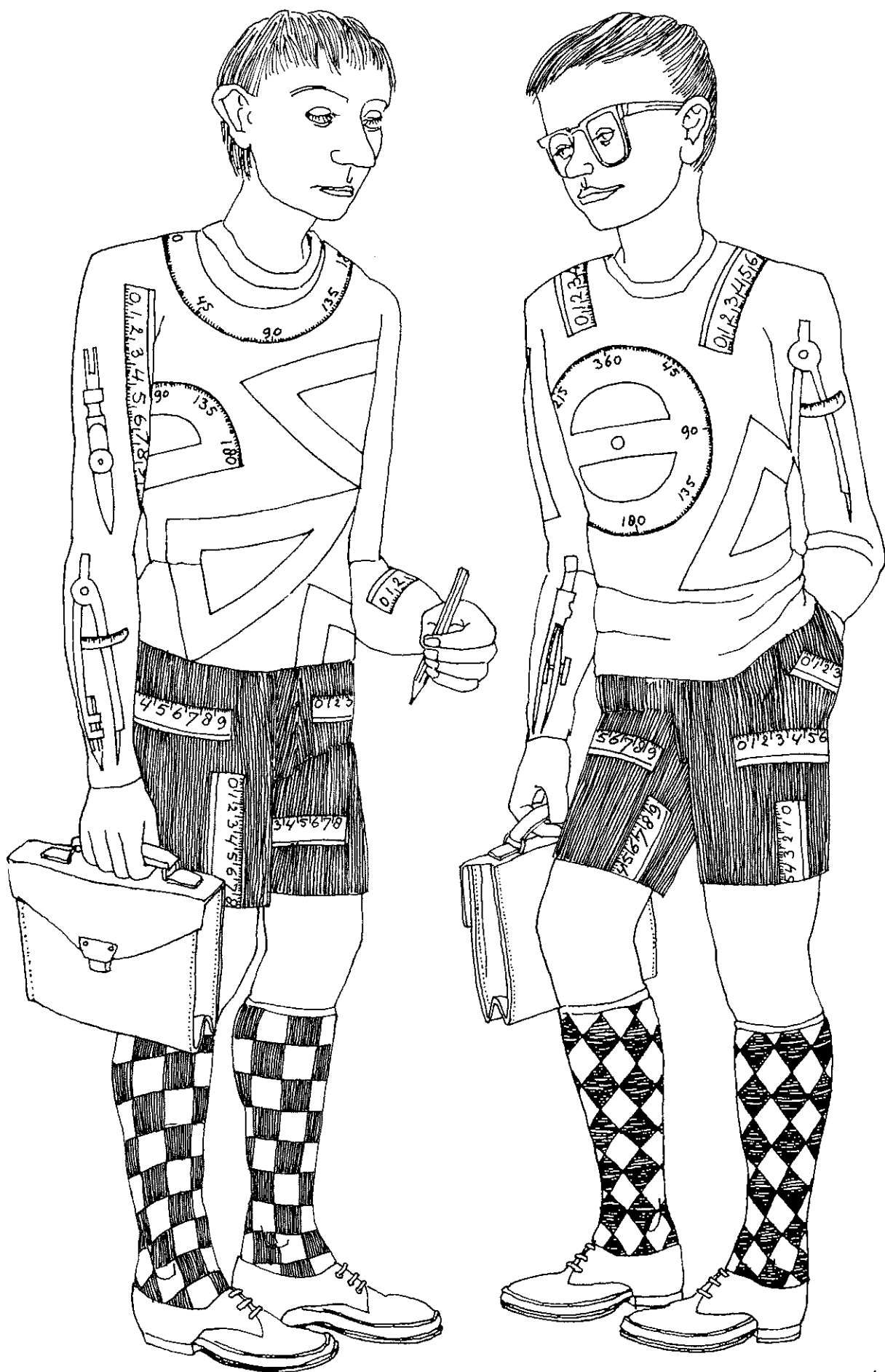
Dit cursusjaar wordt aan een twintigtal pedagogische akademies een heroriënteringskursus nieuwe stijl gegeven. Zoals u wellicht al weet, bestaat deze cursus uit een introductiekursus van één jaar die — als er behoefte aan is en indien voldaan is aan de voorwaarde van samenwerking met een schoolbegeleidingsdienst — gevolgd wordt door een tweede, eventueel derde en vierde jaar, tijdens welke de bespreekversies worden bestudeerd en besproken, terwijl leerstofpakketten (in meerdere of mindere mate) in de klaspraktijk worden ingevoerd.

wiskundig begaafde kinderen

In het 'Journal of special education'¹⁾ verscheen een serie van vijf artikelen over wiskundig begaafde leerlingen. Samen met nog vier te verschijnen artikelen vormt dit een overzicht van het eerste gedeelte van een vijfjarig onderzoek naar de ontwikkeling van wiskundig begaafde leerlingen in amerika. Dit onderzoek wordt uitgevoerd aan de John Hopkins universiteit van baltimore onder leiding van Stanley.

In de artikelen signaleert Stanley dat onderzoek naar intellectueel begaafde kinderen relatief weinig plaatsvindt, in verhouding tot het grote aantal onderzoeken met geretardeerde kinderen. In de artikelen worden beschrijvingen gegeven van de resultaten van deze 'study of mathematically and scientifically precocious youth' (smspy-project), dat zich richt op leerlingen in de beginklassen van de junior highschool (vanaf ongeveer 11 jaar). Er wordt aandacht besteed aan sekseverschillen, aan de kenmerken en beroepsverwachtingen van begaafde leerlingen en aan de onderwijskondities die de ontwikkeling van wiskundige begaafdheid kunnen bevorderen. De projektmedewerkers bepleiten ekstra aandacht voor begaafde leerlingen. Eén van de voorstellen is om speciale scholen voor begaafde leerlingen op te richten, maar Stanley is skeptisch over de realiseringkansen. Hij schrijft: 'high I.Q.'s are not in fashion'. Opmerkelijk is overigens dat men in de oosteuropese schoolsystemen dergelijke 'Sonderklassen' voor begaafde leerlingen wel kent in de vorm van 'Spezialschulen', naast de algemene 'Einheitsschule'. Oosteuropa en amerika lijken dus inderdaad naar elkaar toe te groeien, wat de economisch-sociale kondities (w.o. het schoolsysteem) betreft.

¹⁾ Vol. 9,1 — voorjaar 1975 (uitgegeven door Grune & Stratton — o.a. gevestigd in london).



'wiskundig begaafde leerlingen'

ll'o.