# wiskobas bulletin

## WISKOBAS-BULLETIN

- Bulletin ter begeleiding van het wiskunde-onderwijs
- Verschijnt gedurende de vierde jaargang 6 keer

**Jaargang 4, nr. 1 – oktober 1974**

**Redaktie**
Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld.

**Medewerkers**
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, J. van Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Drs. K.B. Koster, C.P. Leenders, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, W. Sweers, L. Streefland.

**Lay-out**
Ton Voortman.

**Cartoon**
Hans de Boer.

**Illustraties**
Bob van der Heide.

**Redaktieadres**
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

**Abonnementenadministratie**
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

**Abonnementsprijs**
Per jaargang *f* 30,–.
Reduktietarief voor studenten P.A. en wiskobas-kursisten *f* 20,–.
Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

**INHOUD**

**Vast blok**


**Variabel blok**


**Respons blok**


**Los blok**


Omslag Hans Gauw
Druk: De Gulden Pers B.V.

© 1974 Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs
Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de houders van het copyright.

# vast blok

**INHOUD**

# redaktioneel

ROB DE JONG

In een afgelegen dal in de walliser alpen stel je jezelf andere vragen dan thuis achter het redaktieburo. Bergen nodigen niet alleen uit tot krachteksplosies, klauterpartijen en avonturen, maar ook tot beschouwingen, tot het bezien van alles van-een-afstandje.
In de vakantiebagage stop je dan ook naast stapels detektives wat filosofisch getinte lektuur en voor regenachtige dagen het Handboek van de Nederlandse Pers, een onderzoek van de NOS, een boek over wiskunde-onderwijs en leerplanontwikkeling en het proefschrift van Remmo Hamel.
Een verslag van de tijdens de vakantie doorgewerkte lektuur zou dit regenjaar heel uitgebreid kunnen zijn. Voor een tijdschrift dat met een overmatig kopy-aanbod en een vaststaand aantal tekstkolommen moet werken, zou dat echter onverstandig zijn. Niets is voor een auteur die in een bepaalde aflevering niet aan bod kan komen, meer irritant dan een lang (ijdel) 'redaktioneel'.
Daarom een paar korte impressies!

* * *

Bij het doorbladeren van 'Het Handboek' kom je 88 nederlandse onderwijsbladen tegen — vrijwel allemaal tijdschriften voor docenten —. Naast puur informatieverstrekkende periodieken (nieuws uit de vereniging, boekbesprekingen, advertenties) zijn er toch ook een flink aantal bladen die beogen het onderwijsgedrag van leerkrachten te beïnvloeden.
Je vraagt je af *of* je met een vakblad onderwijsgedrag kunt veranderen en *hoe* je dat zou moeten doen.

* * *

Eén van de belangrijkste konklusies uit een kijk- en luisteronderzoek van de NOS is, dat de werking van de nieuwsmedia het best met die van 'aerosol spray' vergeleken kunnen worden.
'Je hebt wel een groot bereik, maar weinig van de 'spray' is in staat door de oppervlakte heen te dringen. De kans dat gedragsveranderingen door de media gerealiseerd zouden kunnen worden, is uitermate gering.'
Zonder nu direkt de onderwijsbladen op één hoop te willen gooien bij radio en televisie, lijkt het toch juist om ook de veranderingskracht van deze bladen te relativeren. In het algemeen zullen leerkrachten door kennisname van een bepaald geschrift hun onderwijs niet anders gaan inrichten. Voor zoiets is meer nodig.
En dat is maar goed ook!

* * *

Elke onderwijsverandering moet gewild en gerealiseerd worden door de man of vrouw voor de klas. Nieuwe strukturen, ultra-moderne metoden en media kunnen niet op tegen de vakbekwaamheid, het vakplezier en de veranderingswil van de leerkracht.
De auteurs van een engels boek over leerplanontwikkeling en wiskunde-onderwijs citeren met instemming Cecil Beeby en we doen dat in kommissie (zij het vrij vertaald):

> 'Er is één ding dat het onderwijzen onderscheidt van alle andere beroepen, misschien met uitzondering van beroepen binnen de kerk —: geen enkele verandering in de praktijk of in het leerplan heeft enige zin tenzij de onderwijzer het begrijpt en aanvaardt. Dit is een eenvoudige en fundamentele waarheid die geen enkele leerplanontwikkelaar ooit mag vergeten. Als een jonge arts een injektie geeft volgens het boekje of als een architekt als lid van een team een dak ontwerpt, dan hangt de efficiency van de injektie of de sterkte van het dak niet af van zijn geloof in de gebruikte formule. Bij de onderwijzer is dat wèl het geval! Als hij de nieuwe metode niet begrijpt of als hij het alleen maar aan de buitenkant aanvaardt, dan heeft het allemaal geen zin.
> In het gunstigste geval gaat hij verder zoals hij het altijd al heeft gedaan, in het ongunstigste geval zal hij modern onderwijs gaan imiteren.'

Echter: erkenning van de centrale positie van de leerkracht betekent nog niet dat je de andere zaken kunt verwaarlozen.
In dit verband moet niet vergeten worden hetgeen Bijl z'n studenten altijd voorhield:
een vakbekwaam onderwijzer kan met goede spullen vakbekwamer handelen dan met slechte spullen.

* * *

Aan de *vakbekwaamheid* (opleiding, heroriëntering en begeleiding) van de onderwijzers(essen) van de basisscholen wordt door wiskobas veel aandacht besteed; de blokken voor de pedagogische akademie, de heroriënteringskursussen, de konferenties voor docenten, de samenwerkingsverbanden met regionale diensten (zie verder in dit nummer) getuigen hiervan.
Aan de *'spullen'* voor de basisschool wordt met man en macht gewerkt; dit kursusjaar zal het integratieplan een eerste (voorlopige) afronding krijgen.
In de wiskobas-aktiviteiten zijn beide zaken in elkaar gevlochten. De spullen geven immers de vakbekwaamheid mogelijkheden en anderzijds geeft de vakbekwaamheid de spullen mogelijkheden. Eenzijdige aksenten doen — hoe dan ook — vakuums ontstaan.
Het wiskobas-bulletin zal ook deze jaargang met betrekking tot dit kompleks een ondersteunende funktie hebben.

* * *

'Eindelijk eens een hanteerbaar proefschrift', zal menigeen opmerken bij het ter hand nemen van Remmo Hamel's *'Children from 5 to 7'*. Het boekje dat inklusief literatuurlijsten en inhoudsopgaven nog geen 100 pagina's telt, handelt ook over veranderingen.
Remmo Hamel onderzocht allerlei mechanismen die bij de overgang van non-konservatie naar konservatie een rol spelen. Het konservatieverschijnsel is sinds jaar en dag een belangrijk studie-objekt binnen de ontwikkelingspsychologie, maar er is — aldus de auteur — meer geteoretiseerd dan dat er feiten-onderzoek is gedaan.
In dit 'redaktioneel' kunnen we te weinig aandacht aan het onderzoek besteden. We willen er nog een keer op terugkomen. Nu volstaan we met het opnemen van twee stellingen:

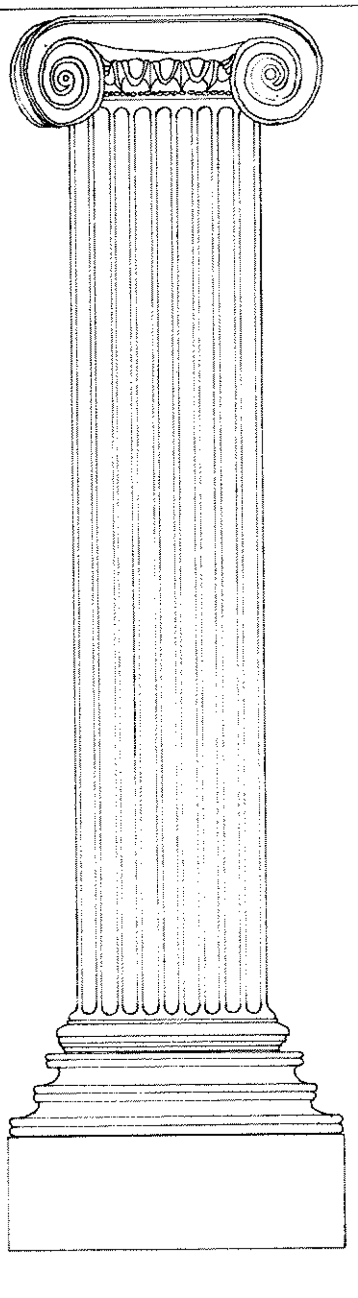
> 'Het introduceren van het natuurlijke getal met behulp van verzamelingen, zoals bijvoorbeeld geschiedt in de metode 'Denken en Rekenen', gaat voorbij aan het feit dat het telgetal in de ontwikkeling van het getalbegrip een primaire rol speelt.'

> 'Het is niet bevorderlijk voor 't onderwijs op de basisschool dat aanstaande onderwijzers(essen) met succes de studie kunnen voltooien, hoewel op de eindexamenlijst een 5 prijkt voor de gekozen specialisatie.'

* * *

Tenslotte nog een opmerking van andere aard. Het leerlingenmateriaal uit het VARIABEL BLOK (de werkbladen) hebben we deze keer aan het eind van het bulletin in een uitscheurbaar blok bijeengevoegd. (LOS BLOK)
Veel kollega's vroegen hier om; het kopiëren met behulp van stencilvervaardigers wordt op deze wijze vereenvoudigd.
Of we hiermee doorgaan hangt af van uw reakties.

# kolommen



## ER ZIT MUZIEK IN

H. FREUDENTHAL

Pythagoras' naam doet u aan meetkunde denken, maar op middeleeuwse schilderijen van de zeven vrije kunsten treedt Pythagoras meestal in 't gevolg van de Arithmetica op en soms ook in dat van de Musica, en dit komt overeen met de plaats die de oudheid voor Pythagoras had bepaald. Wel eens ziet men dan bij Pythagoras nog een smid met aambeeld en voorhamer, en dit illustreert een oud verhaal omtrent Pythagoras: hoe hij een keer langs een smidse gaande in de muziek der op 't aambeeld vallende hamers een vierklank herkende; hij zou toen de smidse binnen zijn gegaan, de hamers hebben gewogen en de gewichtsverhouding

12 : 9 : 8 : 6

hebben gekonstateerd en zodoende zou hij de voor de muziek grondleggende getalverhoudingen hebben ontdekt.

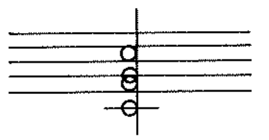
Dit verhaal is onmogelijk; het kan natuurkundig niet, maar wat zeker wel waar is, is, dat Pythagoras (althans zijn school) het verband tussen snaarlengte en toonhoogte bij een gespannen snaar kende. De getallen in

12 : 9 : 8 : 6

zijn dan ook op te vatten als de snaarlengtes voor

grondtoon, kwart, kwint, oktaaf -

de samenklank



Tegenwoordig formuleren we het iets anders; bij de akoestische golfverschijnselen beantwoorden aan de snaren de golflengten, maar wij plegen de toonhoogte liever met de frekwentie of het trillingsgetal, het aantal trillingen per sekonde (bijvoorbeeld 435 voor de konsert-A), in verband te brengen. De trillingsgetallen verhouden zich omgekeerd als de golflengtes, die van

grondtoon, kwart, kwint, oktaaf

dus als

6 : 8 : 9 : 12

(zo schreven de grieken het trouwens ook meestal op).

*Waarom betekenen getalsverhoudingen zo veel voor de musica?*

Wel, trillingsverschijnselen, waarvan het ene dubbel zo frekwent als het andere is – dus net een oktaaf van het ander –, lijken voor het oor sterk op elkaar, men kan ze haast niet onderscheiden. Is de verhouding der frekwenties 2 : 3 – zoals bij een kwint – dan lopen de trillingen ook nog fraai in de maat; ze passen bij elkaar en het oor vindt de samenklank harmonieus.

Aan de intervallen 6 : 8 : 9 : 12 heeft de muziek niet genoeg. Op de piano ziet u binnen een oktaaf zeven witte en vijf zwarte toetsen, beantwoordende aan de 12 intervallen van zogenaamde halve tonen, die men van een toon tot de een oktaaf hogere moet nemen.

*Hoe komt men aan deze 12?*

Is het omdat er twaalf in een dozijn zitten, of omdat het jaar 12 maanden heeft, of omdat een voet 12 duimen lang is? Neen, de oorzaak is veel meer matematisch van aard.

Na de oktaaf is de kwint (of de kwart) het meest harmonieuze interval. Men heeft getracht de toonschaal uit oktaven en kwinten, dus uit de verhoudingen 1 : 2 en 2 : 3 op te bouwen. Als ik vanuit een grondtoon telkens een kwint verder ga en zo nodig, om het niet te laten uitlopen een oktaaf terugspring, krijg ik een rij, die iedereen die met muziek vertrouwd is, als de rij der toonladders kent:

Op de piano sluit deze rij als een kring; de laatste noot is door dezelfde toets als de eerste gerepresenteerd. Laten we nagaan of dit echt klopt. Ik stel het trillingsgetal van de grondtoon 1, voor een kwint moet ik dan telkens met $\frac{3}{2}$ vermenigvuldigen, en bij het terugspringen met een oktaaf door 2 delen. Anders gezegd: een faktor $\frac{3}{2}$ voor een kwint naar boven en een faktor $\frac{3}{4}$ voor een kwart naar beneden.

Dit levert de rij op:

$$1,\ \frac{3}{2},\ \frac{3^2}{2^3},\ \frac{3^3}{2^4},\ \frac{3^4}{2^6},\ \frac{3^5}{2^7},\ \frac{3^6}{2^9},\ \frac{3^7}{2^{11}},\ \frac{3^8}{2^{12}},\ \frac{3^9}{2^{14}},\ \frac{3^{10}}{2^{15}},\ \frac{3^{11}}{2^{17}},\ \frac{3^{12}}{2^{19}}.$$

Volgens de piano is $3^{12} = 2^{19}$.

Maar klopt dit ook? Neen, het kan zeker niet kloppen, want een macht van 3 kan nooit even zijn. Feitelijk staat links 531441 en rechts 525288, twee getallen waarvan het quotient afgerond gelijk is aan

1,0136.

*Hoe kan dat nou?*

Wel, de piano kent geen zuivere kwinten; de pianostemmer stemt het *'wohltemperierte Klavier'* zo dat er op 12 oktaven 19 even grote kwinten komen. Hij moet dus elke kwint iets te laag stemmen met een faktor die voor 12 kwinten 1,0136 bedraagt, voor elke kwint dus de twaalfde-machtswortel hieruit, en dit is ongeveer

1,001.

Het komt op hetzelfde neer alsof je 3 : 2, de verhouding van de kwint door

1,499

benadert.

Hoe is men nu aan dit sisteem van 12 (halve) tonen in de oktaaf, de zogenaamde dodekafonie (naar het griekse woord voor 12) gekomen?

Het is duidelijk dat men met de kwintensprongen nooit precies tot de grondtoon terugkomt; men moet met een benadering genoegen nemen, maar zouden er nog andere dan deze in aanmerking komen?

Een kwintensprong naar boven telt voor een faktor $\frac{3}{2}$, een oktaaf naar beneden voor een faktor $\frac{1}{2}$. Uit m kwinten- en n oktaafsprongen komt een faktor

$$\left(\frac{3}{2}\right)^m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{3^m}{2^{m+n}}.$$

Wil de cirkel ongeveer sluiten dan moet

$$3^m \approx 2^{m+n}$$

gelden, oftewel, omdat men gemakkelijker met logaritmen rekent:

$$m \log 3 \approx (m+n) \log 2.$$

De gehele getallen m en n moeten dus zo gekozen worden, dat

$$\frac{m+n}{m} \approx \frac{\log 3}{\log 2}$$

is, maar natuurlijk moeten m, n liefst klein en handelbaar zijn.

Nu vindt men met de logaritmentafel

$$\frac{\log 3}{\log 2} \approx \frac{0{,}4771}{0{,}3010} = \frac{4771}{3010}.$$

*Hoe benader ik dit nu door een meer fatsoenlijke breuk?*

Niet door het stomweg uit te werken, maar door een metode, die met kettingbreuken verband houdt:

$$\frac{4771}{3010} = 1 + \frac{1761}{3010}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{\cfrac{3010}{1761}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1249}{1761}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{1761}{1249}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{512}{1249}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{1249}{512}}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{225}{512}}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{512}{225}}}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \ldots}}}}}$$

U ziet, dat ik op 't eind met stippen heb volstaan, niet omdat ik het beu was, maar omdat ik met meer nauwkeurige logaritmen had moeten beginnen, als ik hier nog een zinvol resultaat wilde hebben.
Ik kan ook al vroeger met het verwaarlozen beginnen en dan krijg ik suksessievelijk de benaderende breuken:

$$1 = 1$$

$$1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}} = \frac{3}{2}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}} = \frac{8}{5}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}} = \frac{19}{12}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3}}}}} = \frac{65}{41}\,.$$

Wat was toch de betekenis van deze breuken? Het zijn benaderingen

$$\frac{m+n}{m} \text{ voor } \frac{\log 3}{\log 2},$$

waarbij m als het aantal kwintensprongen en n als het aantal oktaven is ingevoerd.
De vijfde benadering levert

$$m = 12,$$

dus juist onze dodekafonie. Het loont de moeite, om ook nog eventjes naar boven en onderen te kijken.
De vierde benadering levert

$$m = 5,$$

dus vijf tonen in een oktaaf, de zogenaamde pentafonie, een sisteem dat naar men zegt, in de chinese muziek gebruikelijk was.
De benadering komt hierop neer, dat in de rij van de kwintensprongen het zesde lid met het eerste wordt vereenzelvigd, dus de noot b met c, in getallen $3^5 = 243$ met $2^8 = 256$, terwijl hun quotiënt

$$0{,}949$$

is.
Aan de andere kant, bij de zesde benadering heeft men

$$m = 41$$

tonen in de oktaaf. Dit wordt dan bereikt door $3^{41}$ aan $2^{65}$ gelijk te stellen terwijl hun quotiënt

$$0{,}9884$$

is.
Het valt op dat

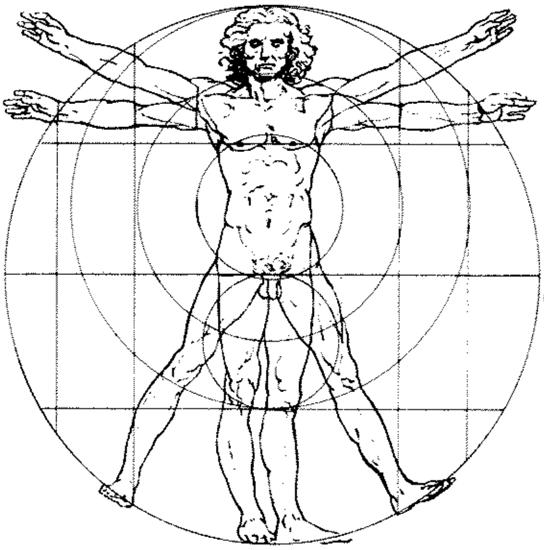
$$41 = 3 \cdot 12 + 5$$

is en tevens drie keer de fout van de dodekafonie ongeveer opweegt tegen één keer die van de pentafonie.
Met 41 tonen in de oktaaf is de fout niet zo erg veel minder dan met 12 en bovendien is het veel te gekompliseerd. Begrijpelijkerwijs heeft men aan de dodekafonie de voorkeur gegeven.

Toch zit er muziek in

$$\frac{\log 3}{\log 2}\,!$$

# wiskunst



## DE BOL EN DE BLOKKENDOOS; VICTOR VASARELY[1])

[1]) De afbeeldingen in dit artikel zijn met toestemming van de Fondation Vasarely opgenomen.

F. VAN DER BLIJ

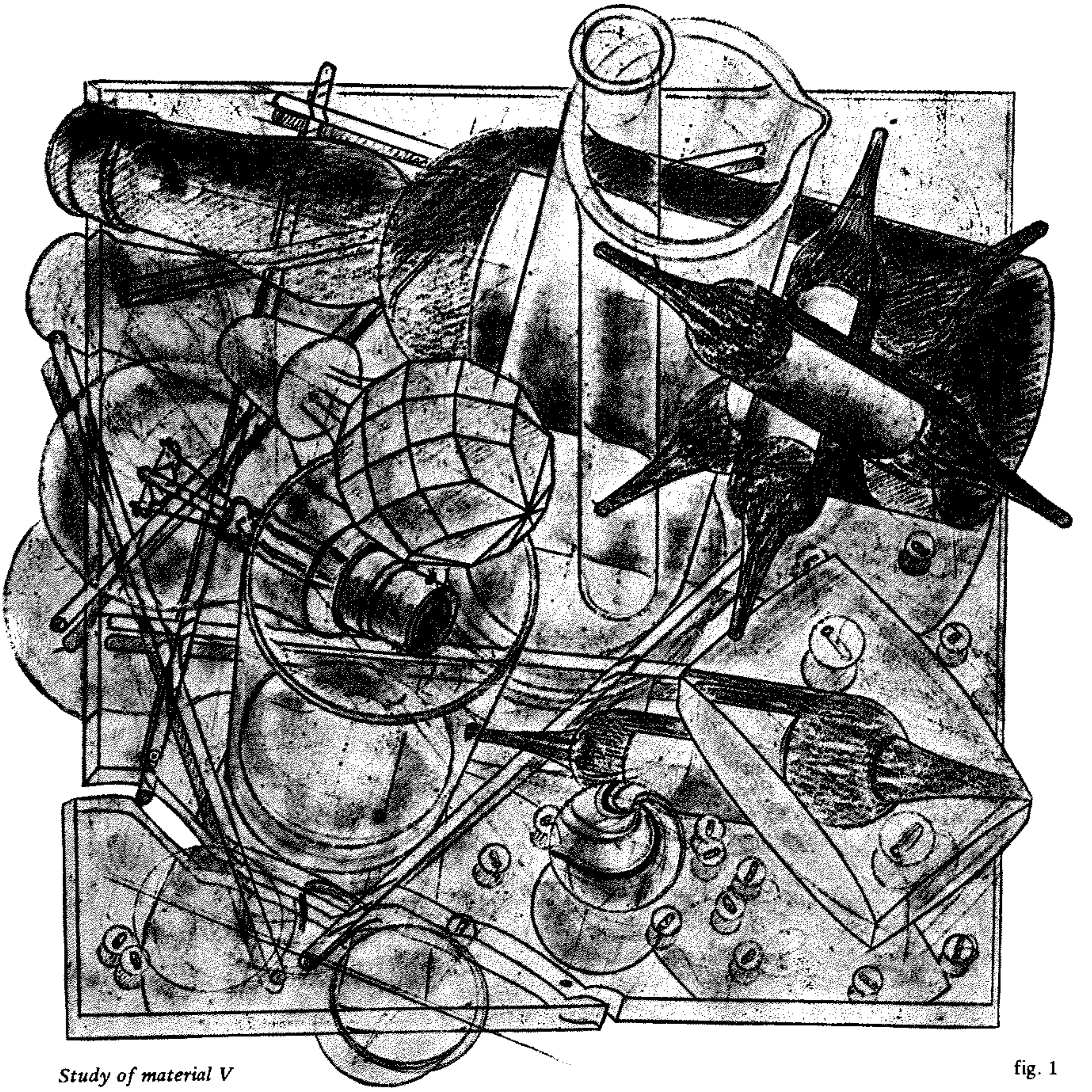
In 1931 verscheen de roman Blokken van F. Bordewijk, opgedragen aan S.M. Eisenstein en A. Einstein, filmkomponist en wijsgeer, meesters der verschrikking. Het is een futurologisch verhaal, schets van een almachtige technokratie, die in het kubisme een vormgevend element gevonden heeft. De stad is vierkant, de huizen in blokvorm samengebracht. Een lezing van een revolutionaire gevangene begint:

> 'Wat hebt gij uw steden opgebouwd tot blokkendozen, uw perken gelegd als vierkanten, uw straten als lijnen! Gij zijt verliefd, met de harde liefde van uw zielen, op de harde lijnen, figuren en vormen. Gij drijft de idee van het blok door in al haar excessen, gij zijt de kubisten van de practijk. Ge zult u ten dode verwonden aan de scherpe kanten van uw levensstaat.'
> 'De techniek gaat ver, raketten fotograferen de achterkant van de maan, maar de opstand dreigt. De Raad inspekteert vanuit de lucht en ziet de kiemen van wanorde, de vierkanten en rechthoeken zijn niet onberispelijk.'
> 'En toen, neerkijkend, zagen zij aan een nieuw bouwblokdak van het Kernplein het begin van een koepel als de eerste borstzwelling van een vrouwelijk kind.'

De bol doorbreekt het 'stadsplan'.

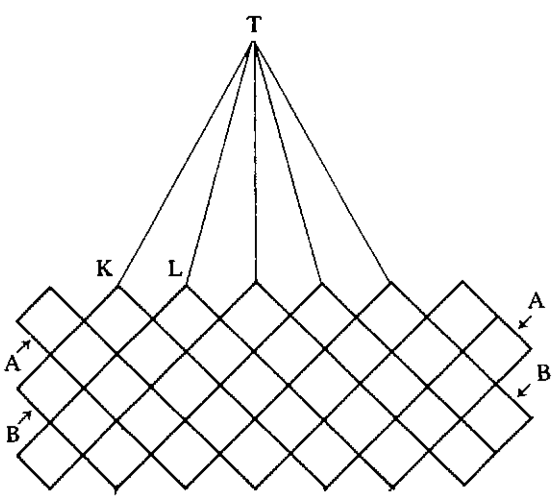
*Victor Vasarely* werd 9 april 1908 in hongarije geboren. Als kind was tekenen zijn liefste bezigheid. De tijden waren hard en om den brode moest hij werk kombineren met avondakademie lessen. In 1927 komt hij in aanraking met Bortnyik, leerling van Klee en Kandinsky, die nu een Bauhaus-akademie opzet, waar Vasarely in kontakt komt met de leer van Mondriaan en Malevich, van Klee en van Van Doesburg. In 1930 vertrekt hij naar parijs en werkt als reklame-tekenaar. In 1944 wordt zijn eerste grote tentoonstelling gehouden bij Denise René.
Ik heb nog niets over zijn werk verteld, maar het is misschien niet eens nodig. Via galerie en kunsthandel is zijn werk, nu in reproduktievorm, doorgedrongen tot kunstwinkel en warenhuis. Het is verleidelijk om aan de hand van veel plaatjes zijn ontwikkeling te schetsen, maar ik moet u hiervoor toch naar boeken over zijn werk verwijzen.

*Een enkel voorbeeld!*
Uit 1936: *'Studie van materialen V'*. (figuur 1) U ziet iets boven het midden een 'bol', met vierkantjes geplaveid. In de meeste hoekpunten komen er vier uit, maar in de pool zijn het er negen. Zou de achterkant echt passen?



*Study of material V*

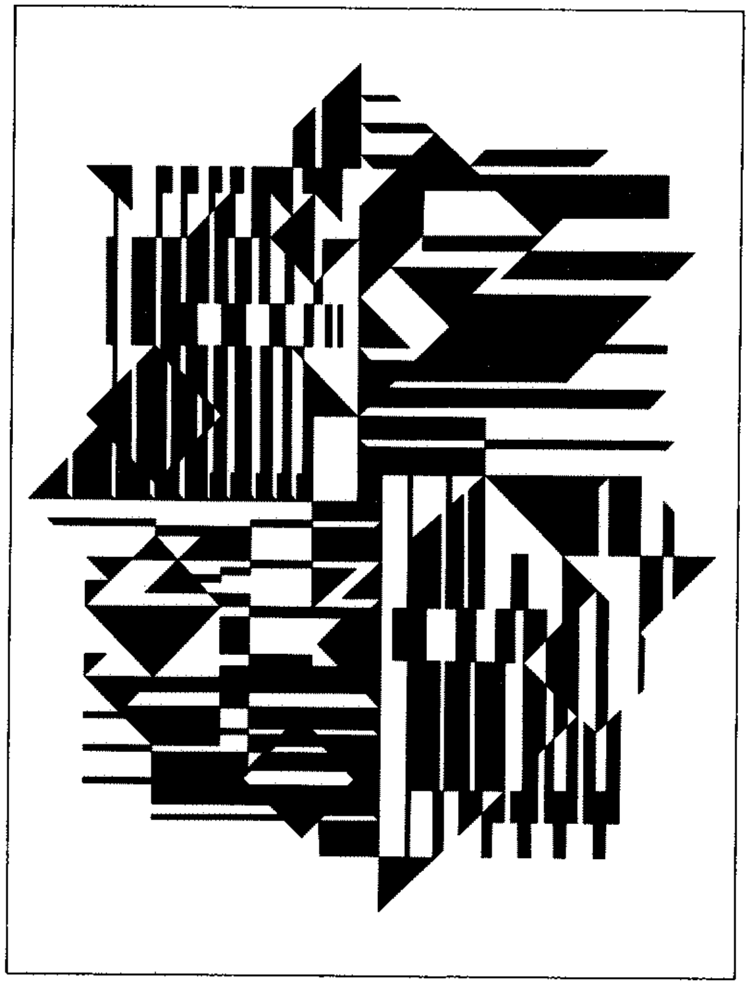
fig. 1




De blokjesstrook wordt omgebogen, A op A, B op B. Dan worden aan de bovenkant vierhoekjes met T als top toegevoegd, analoog aan de onderkant. Stel er zijn rijen van p vierkantjes (in het voorbeeld 7) en wel 2k + 1 in aantal (in het voorbeeld 5). Dan hebben we een bolbedekking met (2k+1)p + 2p vierhoeken.
In twee hoekpunten komen er p samen, in 2p hoekpunten (zoals K, L, enz.) komen er 3 samen en in de overige (2k+1)p hoekpunten komen er 4 samen. Voor het totaal vinden we (2k+1)p + 2p vlakken, 2(2k+1)p + 4p ribben en (2k+1)p + 2p + 2 hoekpunten.
Inderdaad klopt Z + H = R + 2!

fig. 2

*Zebras* fig. 3



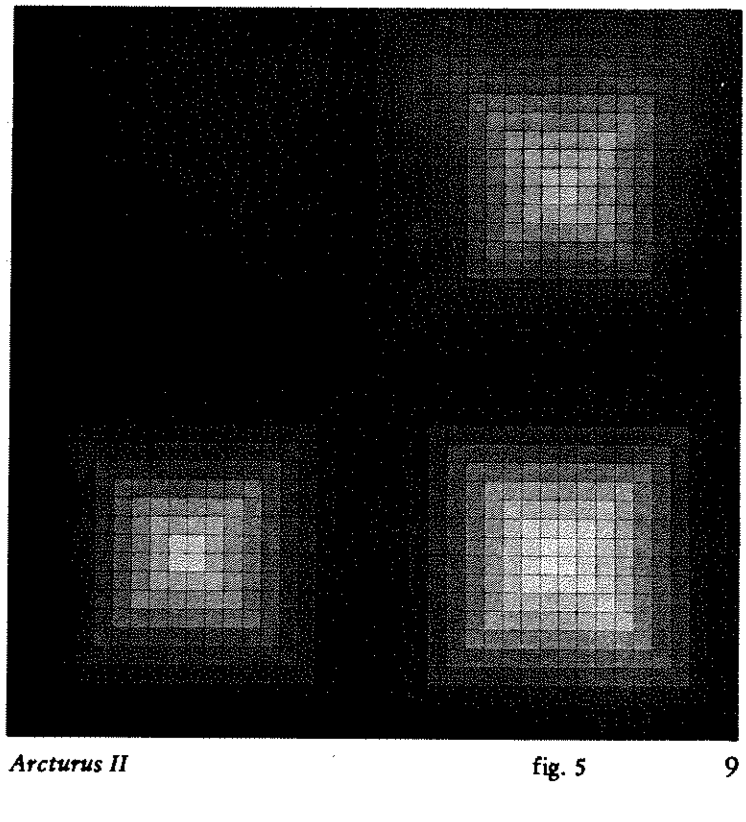
*Taymir* fig. 4

In figuur 2 ziet u een stukje teorie over deze bolbedekking.

In de jaren 1938 en 1943 maakt Vasarely zijn *Zebra's*, prachtige wit-zwart op-art patronen. (figuur 3)
Langzamerhand worden de op-art patronen abstrakter, *Taymir* (1958) uit Boymans is een goed voorbeeld. (figuur 4)
We maken maar grote sprongen en gaan van hier naar bewerkingen van ruitjespapier, meestal rond 20 x 20 ruitjes, soms 4 bij elkaar. (figuur 5)

De werken waar ik nu de meeste aandacht aan wilde besteden, zijn te vinden op Unicefkaarten van enkele jaren geleden. Op de kaarten vinden we *Vega I* (figuur 6) en *Vega II*. (figuur 7)

En vooral als u Vega II goed bekijkt begrijpt u de bedoeling van mijn Bordewijk-citaten aan het begin van dit artikel: de bol vertoont zich vanuit het vierkantenpatroon.



*Arcturus II* fig. 5

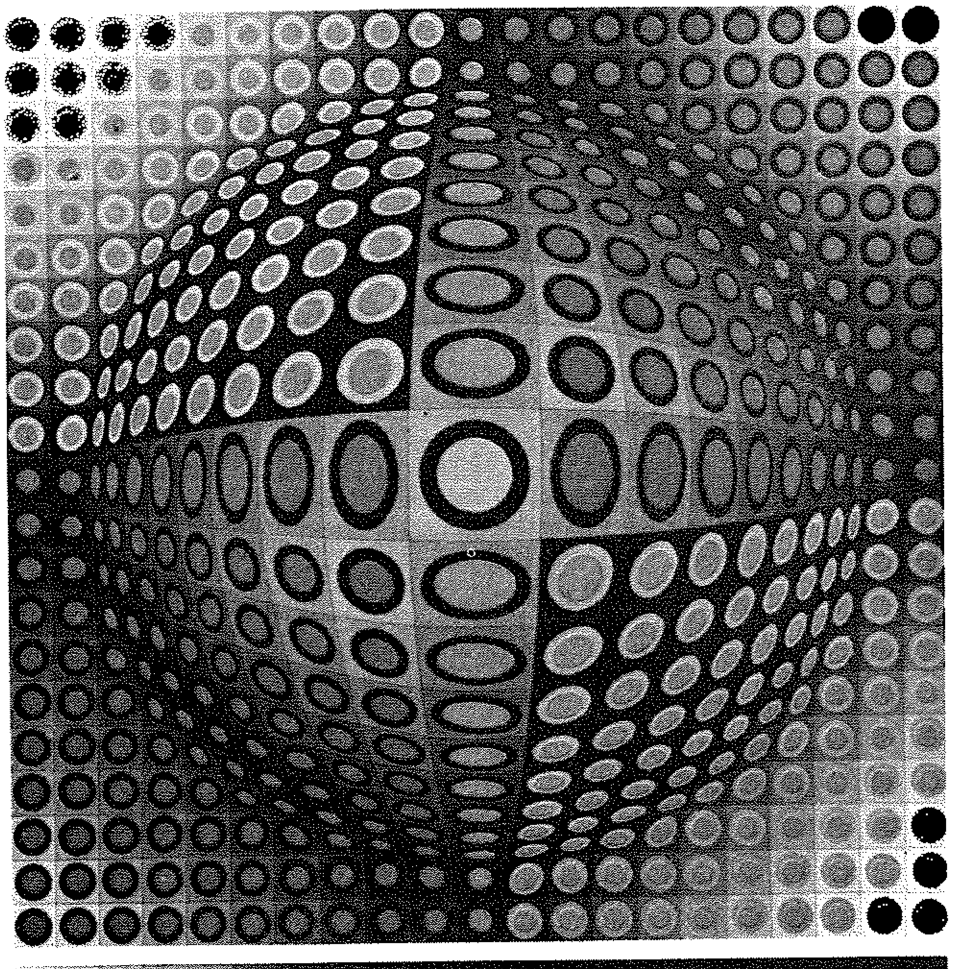


fig. 6 *Vega I*

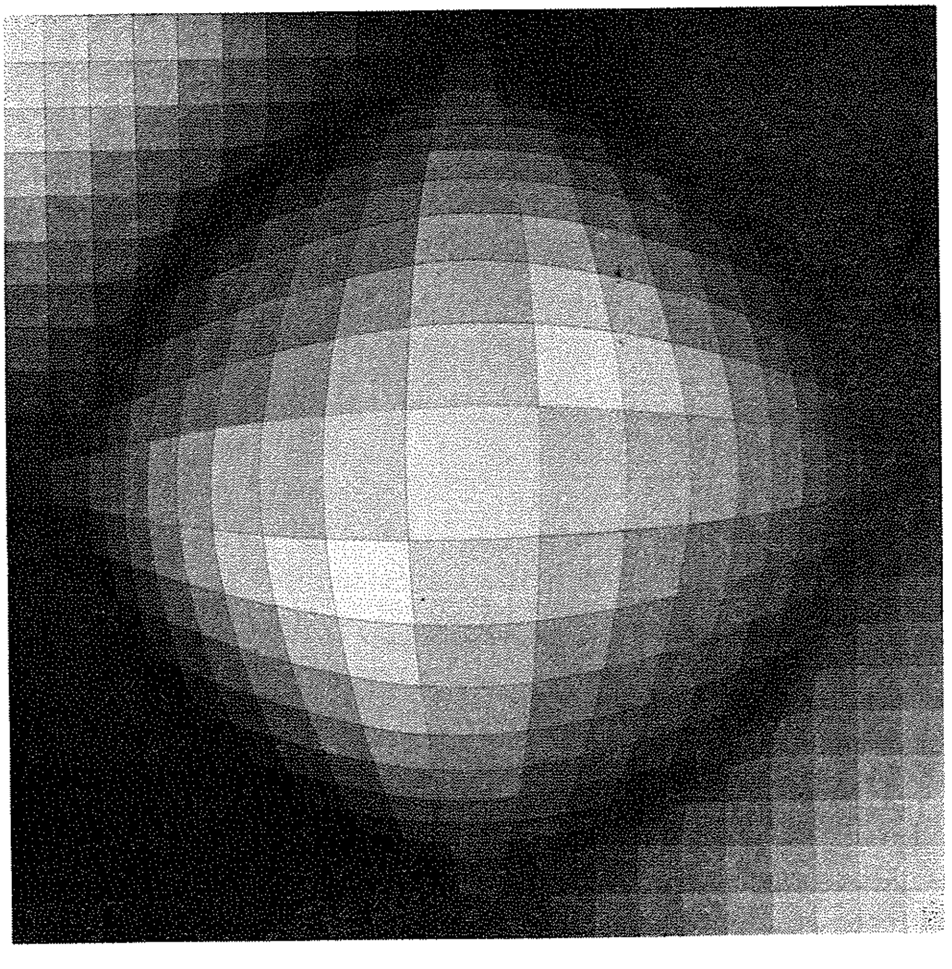
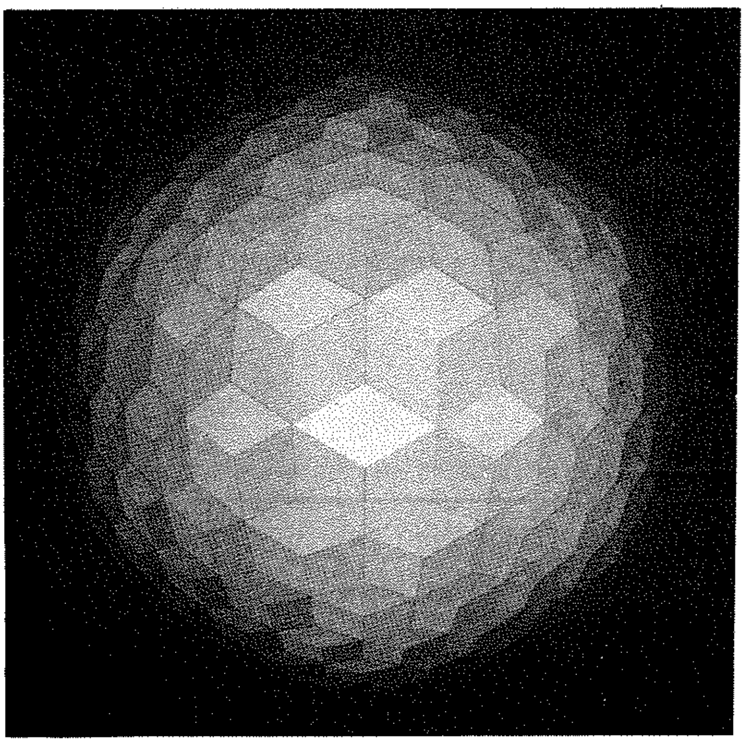


fig. 7 *Vega II*

*Hoe gaat dit nu eigenlijk te werk?*
Het zijn vierkantenpatronen van 21 bij 21, aan de rand onvervormd, naar het midden toe meer opgeblazen, het centrale vierkant is veel groter dan de randvierkantjes.
Je kunt dit natuurlijk op je gevoel doen. *Kan het ook met meetkundige berekeningen?*
Een metode zou zijn om op het vierkantjespapier een halve bol te leggen, met vierkantjes overdekt. Maar een bol kan niet met een vierkante tegelvloer belegd worden.
Mogelijke uitwegen: de kartografische – meridiaancirkels door noord- en zuidpool en parallelcirkels evenwijdig met de evenaar. Maar de figuren van Vasarely hebben een invariantie bij draaiing over 90°.
Dan: meridiaancirkels in twee richtingen? Maar dan krijg je nooit doorlopende vierkanten in rijen in horizontale en vertikale richting.
Of: parallelcirkels in twee onderling loodrechte richtingen? Als we dat proberen geeft het ook niet het gewenste effekt.
Andere metode: We leggen op een elastieken velletje millimeterpapier een metalen ring en blazen het inwendige op tot een halve bol. Dat gaat beter lijken. Alleen de rand klopt nog niet. Bij dit proces komt het gespannen elastiek loodrecht op het originele platte vlak en als u goed aan de rand van Vega II kijkt ziet u een meer geleidelijk uitvloeien.
Laten we eens een middendoorsnede, loodrecht op het vlak maken. We zien bij opblazen binnen de metalen rand een halve cirkel; op de omtrek hiervan moeten we dan bijvoorbeeld gelijke stukjes afzetten en deze voor de konstruktie van de figuur weer op het grondvlak projekteren.



*Saturne, 1970* fig. 8

Nemen we in plaats van $y = \sqrt{1-x^2}$ (de halve cirkel) als kromme $y = (1-x^2)^{\frac{3}{2}}$, dan krijgen we wel een geleidelijke aansluiting (het buigpunt ligt bij ca $\frac{1}{2}\sqrt{2}$). De berekening van de booglengte (om deze in gelijke delen te verdelen) vraagt nogal wat werk (voor de kenners: elliptische integralen), maar met een centimeter langs de kromme gelegd lukt het ook wel.

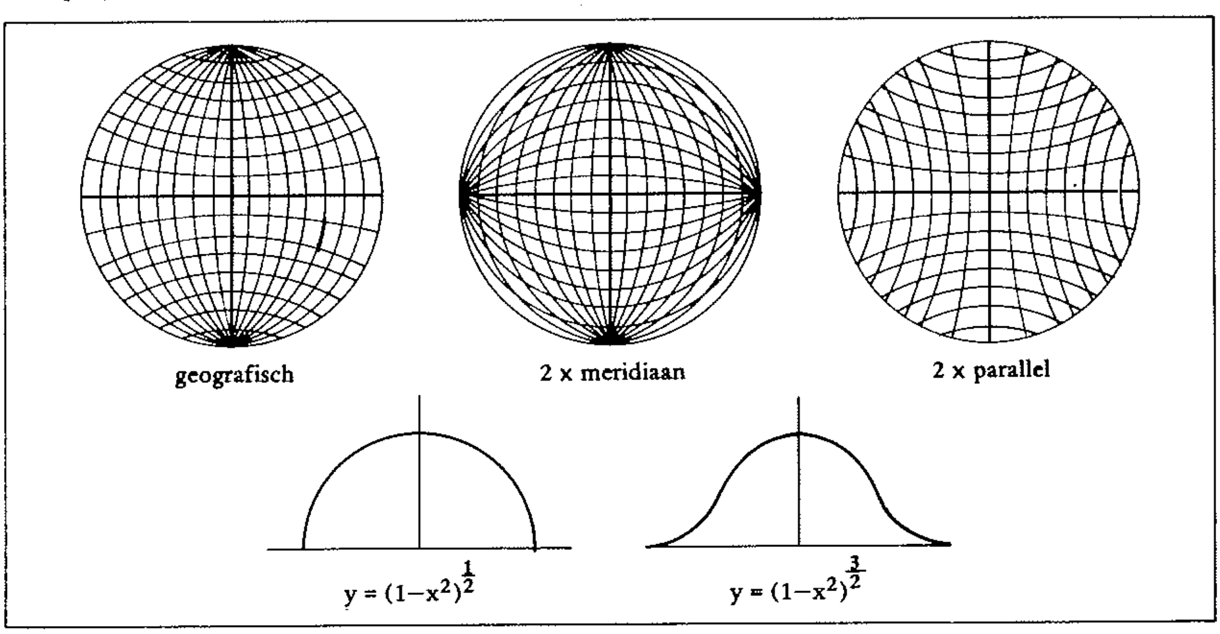
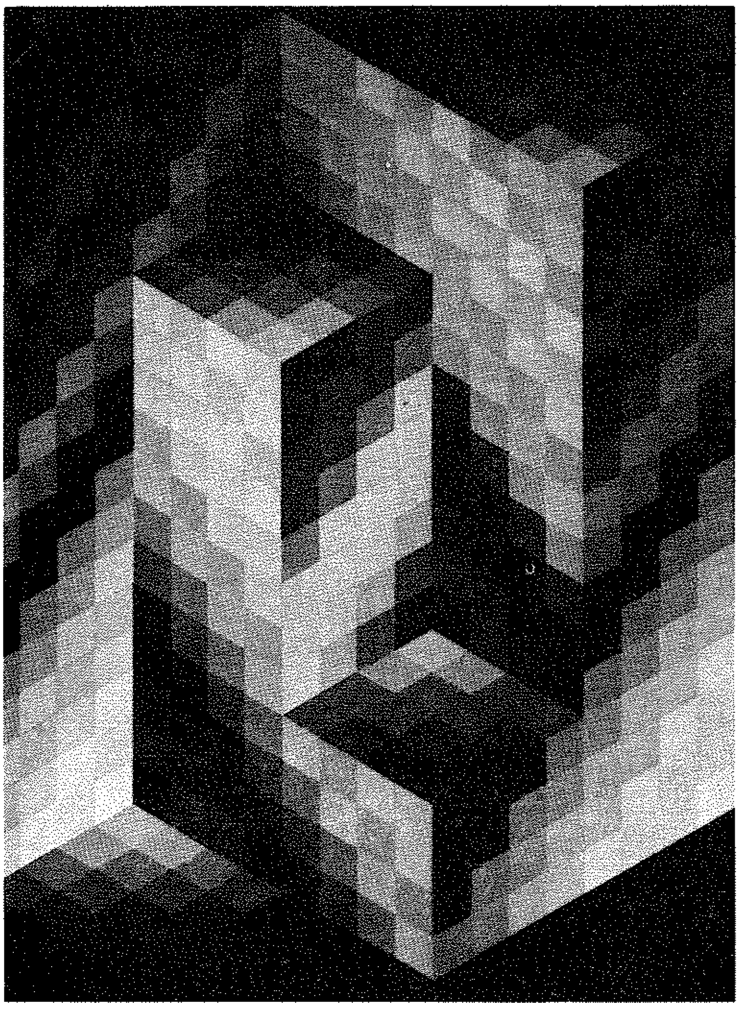


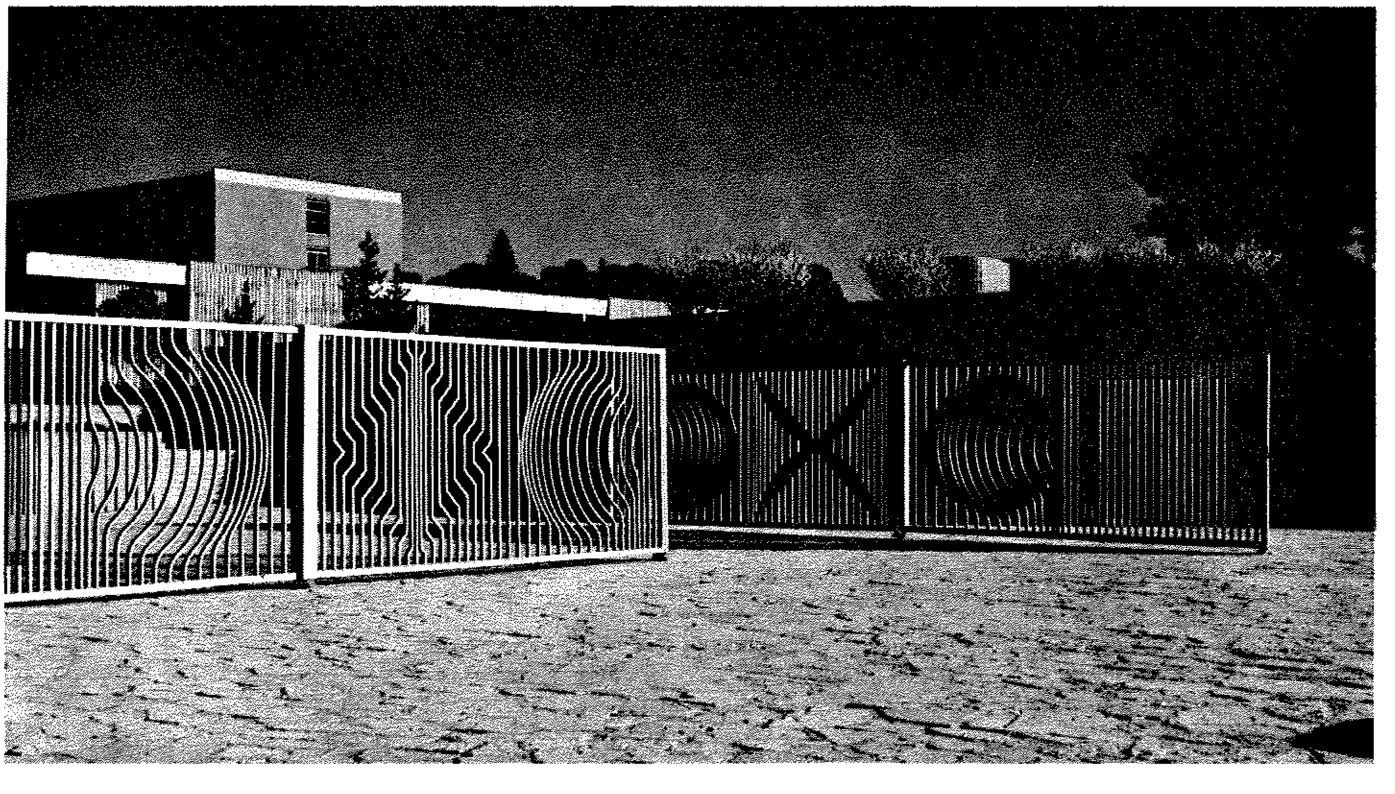

fig. 9



*VAAR, 1970* fig. 10

De figuren *Vega I* en *Vega II* hebben wel de eigenschap dat het middelste vierkant veel groter is geworden dan de andere. Eigenlijk zouden we het opgeblazen velletje niet zo maar ortogonaal moeten projekteren, maar scheve projektie of centrale projektie (of voor de fijnproever: aksonometrie; Vasarely kent in ieder geval deze projektiemetode) moeten toepassen.
Probeert u zelf nu eens zo'n Vega-achtige figuur te maken. Bedenk dan wel dat de kleuren en gradaties in de helderheid geweldig meewerken om de driedimensionale struktuur te suggereren. Perceptieteorie komt om de hoek kijken. Nog veel sterker is dat het geval bij het resente werk van Vasarely, gebaseerd als het is op wat de psychologen een Necker-kubus noemen.
Ik volsta met één voorbeeld, misschien kom ik nog wel eens uitvoerig terug op dit type driedimensionale werk van Victor Vasarely. Er zijn immers ook nog verhalen te vertellen over zijn muurschilderijen, zijn ijzeren hekken, de astronomische namen van vele van zijn schilderijen, etc.

Bent u ongeduldig dan kunt u al meer vinden in:
*La Galerie des Arts n⁰ 95* (Paris, juli 1970),
*Werner Spies: Victor Vasarely* (Stuttgart, 1969; London, 1971),
*Gaston Diehl: Vasarely* (Lugano, 1972),
en vele andere publikaties.



# problematika

HUUB JANSEN

## 1

### JONGE BRUIDJES UIT DE OUDE DOOS

Wellicht denkt u, bij het lezen van deze rubriek, dat het leven van een wiskobas-medewerker bestaat uit het bedenken van problemen, waarmee anderen zich moe mogen maken. We kunnen u hier meedelen dat een dergelijke gedachte gedeeltelijk in overeenstemming is met de feiten. Gedeeltelijk, omdat het schrijven van deze rubriek in werkelijkheid nog simpeler is.
De meeste problemen zijn immers al lang geleden door anderen bedacht en het enige werk bestaat eigenlijk uit overschrijven en de spelling wat aanpassen aan de eisen van de hoofdredakteur. Wiskundige problemen zijn namelijk zo oud als de wiskunde zelf en zoals u weet is dat *erg* oud, want wiskunde-bedrijven is een van de eerste aktiviteiten waar de mens mee begon, toen hij niet meer voor aap gezet wilde worden.
Het aardige is dat er nog steeds problemen in omloop zijn waarvan de geschiedenis tot ver in het verleden te achterhalen is en die in de loop der tijden alleen een nieuw jasje gekregen hebben. Bijvoorbeeld het probleem van de reiziger die met zijn drie bezittingen: een wolf, een geit en een kool een riviertje moet oversteken, maar de beschikking heeft over een bootje waarin hij steeds één van zijn bezittingen tegelijk kan meevoeren. De moeilijkheid is dat hij de wolf en de geit niet zonder toezicht bij elkaar kan laten, want dan wordt de geit opgevreten. Ook de geit en de kool kunnen niet alleen bij elkaar, want dan is de kool het haasje.
De vraag is:

▸ *op welke wijze kan onze reiziger met zijn bezittingen heelhuids aan de overkant komen?*

Dit probleem werd al vermeld door Alcuinus, die de leiding had over de hofschool van Karel de Grote en belast was met de zorg van het gehele onderwijs in diens rijk. Een soort minister van onderwijs dus, die ook kon rekenen, want in 798 schreef hij zelfs een bekend rekenkundeboek.
In de 16e eeuw duikt dit probleem in een andere versie op. Een zekere Tartaglia voert drie wonderschone bruiden ten tonele, die met hun jaloerse echtgenoten ook een rivier moeten oversteken. In de boot is slechts

plaats voor twee personen, maar geen bruid durft met een vreemde man alleen gelaten te worden.

Het probleem van Alcuinus hebben wij op twee manieren kunnen oplossen. Voor elk van deze oplossingen zijn acht overtochten nodig. Misschien lukt het u met minder. Het probleem van de bruidjes kunt u vereenvoudigen door met twee paartjes te beginnen, u mag het ook uitbreiden tot vier paren, maar dan wordt het een lastige zaak.
Mocht u het probleem te 'oud' vinden, dan vragen wij u het in een nieuw habijt te steken, want het verhaal van de schuchtere bruidjes, die niet met een vreemde man in een bootje durven zitten is in onze tijd een onwaarschijnlijk sprookje geworden.

## 2

## HET JOZEF-PROBLEEM

In de goede, oude, romeinse tijd bestonden er nog geen langharige soldaten, maar wel dienstweigeraars en daar hadden de generaals toen al een hekel aan. Alleen, het middel om dit euvel te bestrijden was wat ongekompliseerder. Wanneer een troep soldaten geweigerd had om te vechten, uit gebrek aan moed, slaap, of wat dan ook, dan was decimeren een geliefkoosde straf. Elke tiende soldaat uit de rij werd een kopje kleiner gemaakt en de rest trok gesterkt verder ten strijde. De geschiedenis verhaalt het niet, maar we mogen aannemen dat soldaten die geleerd hadden tot tien te tellen, tevoren uitrekenden op welke plaats in de rij je beter niet kon gaan staan.

In meer christelijke tijden ontstond hieruit een aardig probleem. Stel dat er schipbreuk dreigt voor een schip met aan boord 15 turken en 15 christenen. Het gevaar kan bezworen worden als de helft van de passagiers over boord gegooid wordt.

▸ *Hoe moeten nu de 30 lieden in een cirkel gaan staan als elke negende persoon een duik moet nemen en de christenen allemaal gespaard willen worden?*

Hieronder een opstelling. U mag zelf bedenken bij wie het tellen moet beginnen.

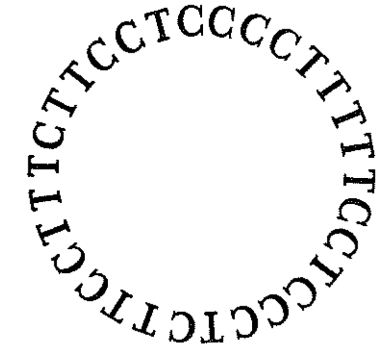


fig. 1

Een variant hiervan is te vinden in de 16e eeuw, waarin de volgende opstelling gemaakt werd:

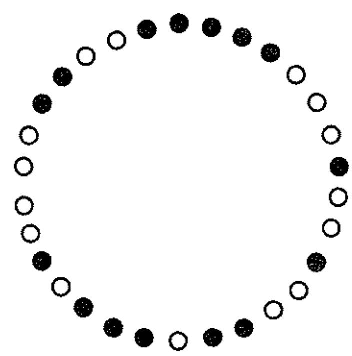


fig. 2

Er werd weer afgeteld en u mag uitzoeken tot hoever, opdat, wanneer de laatstgetelde steeds verdwijnt, uiteindelijk de open cirkels – de witten! – overblijven.
Dit probleem staat bekend als het *Jozef-probleem.* Jozef was een jood, die samen met veertig andere joden in de handen van de romeinen was gevallen. Alle 41 werden in een cirkel geplaatst, iedere derde persoon werd geslachtofferd, alleen de laatste twee bleven gespaard. Jozef berekende welke plaatsen hijzelf en zijn vriend moesten innenten opdat zij getweeën overbleven.
Dit probleem vond zijn weg naar japan, alwaar het meteen een vriendelijker versie kreeg.
Een huisvader is voor de tweede maal getrouwd. Uit zijn eerste huwelijk bezat hij 15 kinderen en ook zijn tweede vrouw had hem 15 nakomelingen geschonken. De erfenis was echter te klein om met zijn dertigen te verdelen. De tweede echtgenote, die tussen

het baren door nog tijd had gevonden om wat wiskunde te leren, stelde voor dat alle kinderen in een cirkel moesten gaan staan en dat door aftellen de pechvogels aangewezen zouden worden. Zij arrangeerde het kroost op een dusdanige wijze, dat op een goed moment 14 kinderen uit het eerste huwelijk waren uitgeteld. Het enige overgebleven kind uit dat huwelijk stelde toen voor om in de tegengestelde richting verder te tellen. De tweede echtgenote, inmiddels zeker van de overwinning, stemde toe en bemerkte toen tot haar schrik dat al haar 15 eigen kinderen uitgeteld werden en de slimmerik uit papa's eerste huwelijk met de erfenis ging strijken.
Er hoort een fraai plaatje bij, waarop u vader de japanse abakus ziet hanteren en met behulp van dit plaatje kunt u de gang van zaken rekonstrueren.

uit: Miyake Kenryū's *Shojutsu Sangaku Zuye* (1795) fig. 3

Helemaal nieuw is dit alles voor de aandachtige lezer niet, want in ons wiskobas-bulletin (jaargang 2, no. 1) is een meer moderne versie van dit Jozef-probleem te vinden.

---

## 3

## VAN LABORA TOT ORA

---

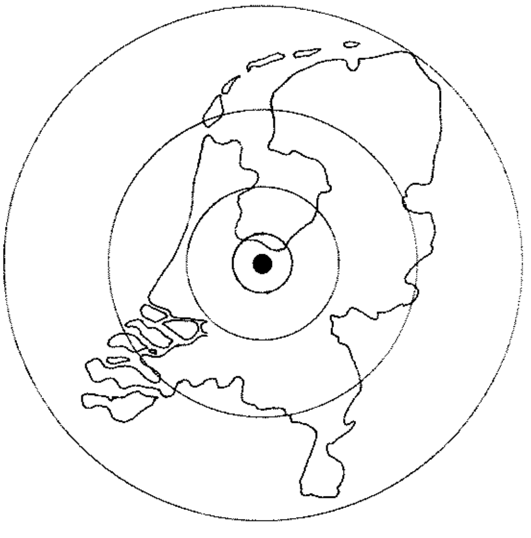
U behoort al tot de oudere garde als u zich uit de rekenles van de bovenmeester nog het vraagstuk van de heren A en B herinnert. A kon een karwei verrichten in 3 dagen en B deed over dezelfde klus 5 dagen.
*Hoe lang doen ze er over als ze het gezamenlijk aanpakken?*, luidde dan de vraag.
Tegenwoordig komen we dit type problemen niet meer tegen. En dat is jammer, want het heeft een achtenswaardige geschiedenis.

De datum van de eerste versie is natuurlijk niet meer te achterhalen, maar op het eind van de 15e eeuw noteert een bekend rekenmeester uit die tijd, Johann Widmann, het probleem als volgt:
*een leeuw kan een schaap in één uur opvreten, een wolf doet er vier uur over en een hond kluift er zes uur aan; hoe lang vreten ze er gezamenlijk aan?*
In feite is het probleem nog veel ouder, want bij romeinse schrijvers uit het begin van onze jaartelling komt het bekende kranen-vraagstuk voor:
*een kraan vult een bak in vier uur; onder de bak spuit het water er uit via een opening, die zó groot is, dat de bak in elf uur leeg loopt; hoe lang duurt het voordat de bak geheel met water gevuld is?*
Waterleidingen en fonteinen waren in de romeinse tijd belangrijke attributen en dit verklaart wellicht de vorm waarin het vraagstuk gegoten werd.
Kennelijk bepalen de levensgewoonten het verhaal rond een dergelijk probleem, want uit wijndrinkende landen komt *het vraagstuk van de man die in 20 dagen een vat wijn kan leeg drinken, terwijl deze man, samen drinkend met zijn vrouw, er 14 dagen over doet; hoe lang moet zijn vrouw drinken om het vat in haar eentje leeg te krijgen?*
In zeevarende landen heeft het probleem bestaan van een *schip met drie zeilen: alleen varend met het grootste zeil duurt een reis 2 weken, met het middelste zeil 3 weken, en, varend met alleen het kleinste zeil, is de reisduur 4 weken; hoe lang duurt de boottocht wanneer alle zeilen gehesen zijn?*
Echte zeilers bemerken wel dat inmiddels het verband met de realiteit geheel achter de horizon verdwenen is, maar het kan nog wonderlijker.
In de 19e eeuw schijnen problemen te hebben bestaan van twee priesters, waarvan de eerste een ziel in drie uren van het vagevuur naar de hemel kon bidden, terwijl zijn kollega daar vijf bidstonden voor nodig had. Wanneer u het werkprobleem, waar we mee begonnen zijn, al hebt opgelost, dan hoeft u aan dit bid-probleem geen tijd meer te besteden.

U kunt ons ook nu weer een plezier doen door dit type problemen in een moderner jasje te steken, want het zou toch jammer zijn als met dit meer historisch dan wiskundig verhaal het vraagstuk van de werkende mannen, lopende kranen, paalkruipende slakken, drinkende vrouwen en biddende priesters afgesloten zou zijn.

---

# berichten uit het binnenland



## EEN KONKREET VOORBEELD VAN SAMENWERKING

*In de taakstelling van het IOWO zoals deze bij de oprichting in 1971 is geformuleerd, komt de volgende zinsnede voor:*

> *Leerplanontwikkeling voor het wiskunde-onderwijs aan 5-18 jarigen,*
> *gevoed door kadervorming en in samenwerking met alle betrokkenen.*

*Over het aspekt SAMENWERKING willen we het in deze 'berichten' hebben, en een konkreet, buitengewoon belangrijk voorbeeld voor het voetlicht brengen.*

LOUIS GILISSEN

Op het belang van samenwerking met alle instanties en personen, die in de leerplanontwikkeling bijdragen kunnen leveren, hoeft nauwelijks te worden ingegaan. In diverse afleveringen van dit bulletin zijn voorbeelden genoemd en samenwerkingsprojekten beschreven.
Te noemen zijn in dit verband: de inbreng van onderwijzers vanuit de heroriënteringskursussen; de inbreng van docenten wiskunde-didaktiek en pedagogiek van pedagogische akademies, van docenten metodiek en pedagogiek van de opleiding tot kleuterleidster – in werkgroepen en tijdens konferenties; overleg met en inbreng van de verschillende inspekties; samenwerking met de schoolpedagogische en -psychologische dienst te hilversum in verband met een nieuw éénjarig model van heroriëntering van onderwijzers in samenhang met begeleiding; overleg en samenwerking met diverse andere schoolbegeleidingsdiensten omtrent heroriëntering (eerste model) en begeleiding; overleg met de werkgroep didaktische analise; overleg met vertegenwoordigers van de landelijke pedagogische centra en kommissies modernisering leerplan; overleg met uitgevers en schrijversgroepen.
Deze opsomming is nog een heel eind voort te zetten, maar we laten het hierbij.
Met betrekking tot de meeste van deze samenwerkingspunten moet nog opgemerkt worden dat ze een ad-hoc-karakter hebben omdat de strukturen waarbinnen samenwerkingspatronen geregeld moeten worden, nog niet bestaan.
We zullen in dit artikel nader ingaan op de partisipatie van IOWO-medewerkers binnen aktiviteiten van het *CIO*. Dit *Contactorgaan voor de Innovatie van het Onderwijs* moet gezien worden als een institutionalisering van een bestuurlijke samenwerking van de landelijke pedagogische centra en het werkverband van plaatselijke en regionale onderwijsadviescentra *(WPRO)*.
In de diskussienota 'Naar een structuur voor de ontwikkeling en vernieuwing van het primair en secundair onderwijs' wordt het CIO genoemd als een van de pijlers van de verzorgingsstruktuur. We citeren:

> '... het Contactorgaan voor de Innovatie van het Onderwijs zal een belangrijke rol kunnen spelen bij het doordenken van de grondslagen van het ontwikkelings- en vernieuwingsbeleid op landelijk niveau en bij de uitvoering en begeleiding daarvan. De plaats van het CIO in de totale verzorgingsstruktuur zal in nader overleg moeten worden vastgesteld.'

In genoemd diskussiestuk wordt een nota over

de plaats in de verzorgingsstruktuur van de landelijke en regionale begeleidingsinstanties en dus ook van het CIO in het vooruitzicht gesteld.
Vooruitlopend op deze ontwikkelingen heeft het CIO met name vanuit de behoeften die bij de plaatselijke en regionale schoolbegeleidingsdiensten bestonden, een aantal werkgroepen in het leven geroepen.
De algemene doelstelling van deze zogenaamde *'centrale werkgroepen'* is kort samengevat: aspekten van het schooladvieswerk uit te werken, uitgaande van de praktische behoeften van de diensten, en de resultaten ter beschikking te stellen van de diensten.
De werkgroepen zijn als volgt samengesteld: een aantal medewerkers van schoolbegeleidingsdiensten, een medewerker van de landelijke pedagogische centra en eventueel een of meer deskundigen op het desbetreffende gebied. Naast centrale werkgroepen als die voor moedertaalonderwijs, toetsproblemen, onderzoek en begeleiding van individuele leerlingen, is ook een *centrale werkgroep rekenonderwijs* ingesteld.
Het IOWO is door het CIO uitgenodigd om met een of twee medewerkers in deze werkgroep zitting te nemen. Het IOWO heeft aan deze uitnodiging gaarne gevolg gegeven; twee wiskobas-medewerkers maken op dit ogenblik deel uit van de centrale werkgroep rekenonderwijs.
Op *het belang van deze samenwerking* willen we hier kort even ingaan.
De inbreng van het IOWO kan onzes inziens niet beperkt zijn tot de presentatie van een leerplan voor het wiskunde-onderwijs. Wiskobas kan uiteraard ook meewerken aan bepaalde aspekten, die verband houden met de overdracht van het nieuwe leerplan via de innovatie-instanties; zij is daartoe bereid en onzes inziens ook kompetent.
We noemen hier:

* *De heroriëntering van onderwijzers.*
  Er worden twee modellen voor de heroriëntering van onderwijzers ontwikkeld. Verder willen wij betrokken zijn bij de kadervorming en de inhoudelijke coaching van de uiteindelijke landelijke heroriëntering.

* *De begeleiding van onderwijzers.*
  Dit is feitelijk niet het terrein van een leerplanontwikkelingsinstituut, maar de begeleiding van het wiskunde-onderwijs heeft dergelijke spesifieke aspekten dat hiervoor deskundigheid op matematisch-didaktisch gebied bij de begeleider noodzakelijk is. Wij willen dan ook bij de opzet van een dergelijke begeleiding en bij de kadervorming van de begeleiders aktief partisiperen.

* *Informatie-verstrekking* omtrent de ontwikkelingen op het terrein van het wiskunde-onderwijs ten behoeve van de schoolbegeleidingsdiensten.

De werkzaamheden van de centrale werkgroep rekenonderwijs zullen zich onder andere richten op de twee laatstgenoemde aspekten. Na een jaar van diskussiëren vanuit een peiling van de behoeften van de diensten is onlangs een taakstelling en een planning van de werkzaamheden tijdens het kursusjaar 1974/1975 tot stand gekomen.
De taakstelling luidt – kort samengevat – als volgt:

▸ Het verstrekken van informatie aan de onderwijsbegeleidingsdiensten met betrekking tot het wiskunde-onderwijs aan 4-12 jarigen.
  Dit houdt in: het verzamelen van gegevens over aktiviteiten van de diensten op dit terrein, het doorgeven van deze informatie aan andere diensten, het verstrekken van informatie over de aktiviteiten van wiskobas, over remediale programma's, over nieuwe metoden en metodenbeoordelingen.

▸ Het samenstellen van wiskundeprogramma's ten dienste van de begeleiding. Hiermee wordt bedoeld dat onderwijsleerpakketten die elders zijn ontwikkeld, aangepast worden aan de konkrete situatie van een dienst.
  Bij het verstrekken van dergelijke bewerkte leerstofeenheden aan de diensten wordt dan een dubbel doel gediend:
  - enerzijds komt er materiaal ter beschikking van de scholen en diensten;
  - anderzijds ontstaat aldus de mogelijkheid voor de medewerkers van de diensten zichzelf voor te bereiden op de nieuwe ontwikkelingen.

  Als regel zal de centrale werkgroep voor deze aktiviteiten subgroepen in het leven roepen. Een dergelijke subgroep is al aktief.

▸ Een gedachtenontwikkeling omtrent begeleidingsmodellen voor het wiskunde-onderwijs aan 4-12 jarigen.
  Dit wordt als het meest wezenlijke onderdeel van de taakstelling gezien. Naast de ontwikkeling van begeleidingsmodellen, die bruikbaar kunnen zijn bij de invoering van op het nieuwe leerplan gestoelde schoolwerkplannen in het primaire onderwijs valt

hier ook onder een meewerken aan het tot stand komen van een studieplan voor begeleiders op het terrein van het wiskunde-onderwijs.

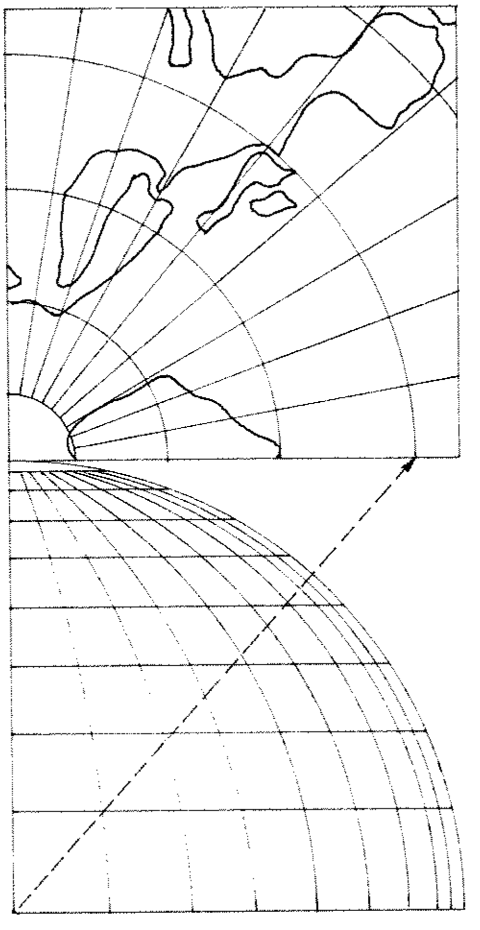
Tot zover de taakstelling.

De *aktiviteiten voor het komend kursusjaar* zijn als volgt gepland:

- augustus '74 - januari '75: een inventarisatie van alle aktiviteiten van de bestaande diensten op het terrein van het wiskunde-onderwijs aan 4-12 jarigen en publikatie van de hieruit verkregen gegevens;
- vanaf januari '75: de leden van de werkgroep zullen ieder zelf een bepaald daarvoor uitgekozen leerstofpakket in een basisschool brengen, samen met de betreffende onderwijzer uitproberen om van daaruit zelf te ervaren wat begeleiding bij een dergelijk pakket inhoudt; vanuit deze ervaringen en een voortgezette studie kunnen dan meer algemene ideeën omtrent de begeleiding van het wiskunde-onderwijs ontwikkeld worden, wat zou kunnen resulteren in een of meer modellen van begeleiding; het ligt voor de hand dat hierbij ook gebruik gemaakt kan worden van de ervaringen, die opgedaan zijn bij het eerder genoemde samenwerkingsprojekt met de schoolpedagogische en -psychologische dienst te hilversum.

*Tenslotte* kan nog opgemerkt worden dat de samenwerking, zoals hier beschreven, een eerste stap zou kunnen zijn in de richting van een geïnstitutionaliseerde samenwerking tussen een leerplanontwikkelingsinstituut en de innovatie-instanties, een samenwerking die zijn beslag zal krijgen in de op stapel staande struktuur voor leerplanontwikkeling, innovatie en begeleiding in nederland.

# berichten uit het buitenland

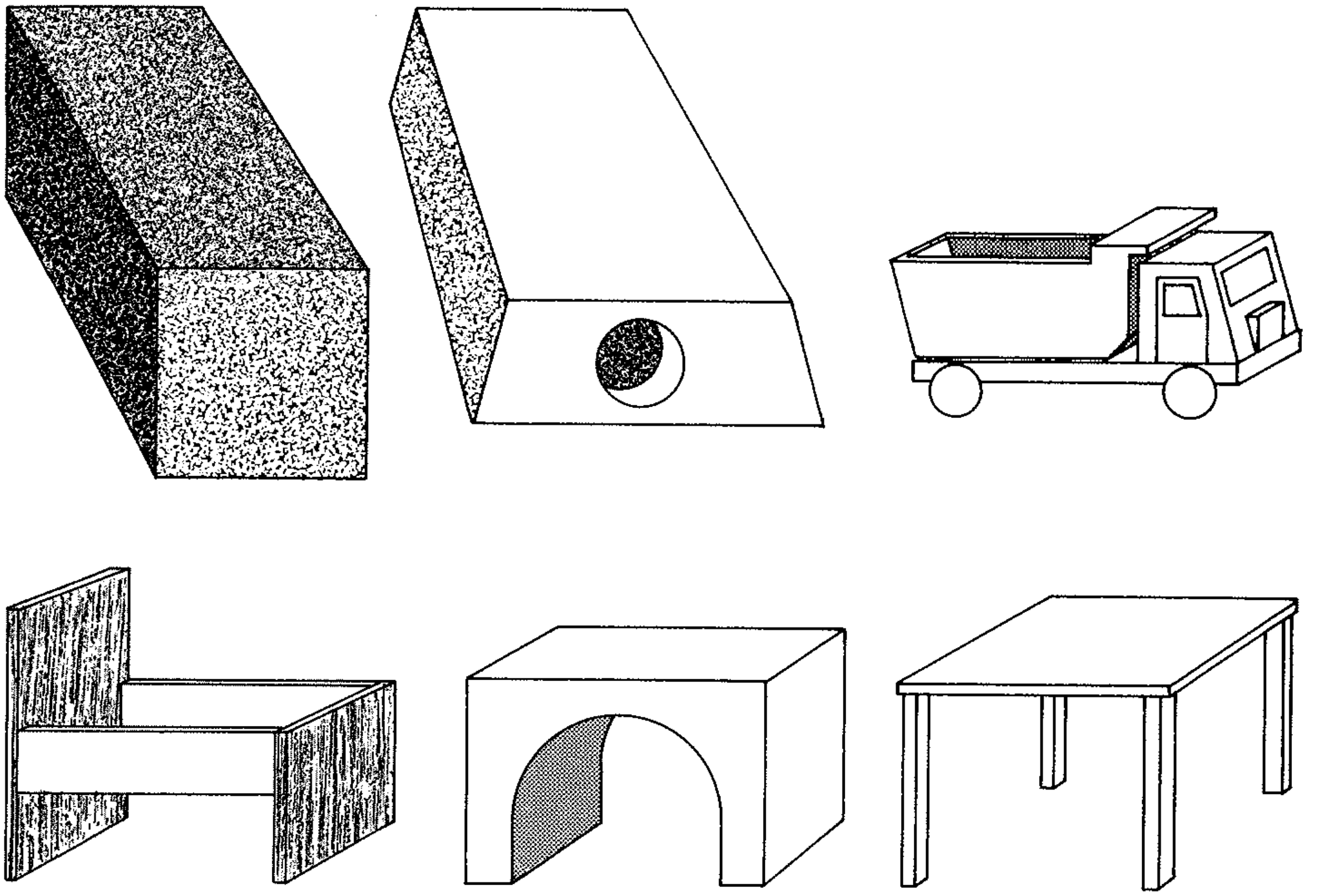


## ER OP OF ER ONDER?

*In een onderzoek van Clark over het hanteren van de termen OP, ONDER en IN bleek dat kinderen van anderhalf tot drie jaar soms geen duidelijk onderscheid maken tussen deze begrippen. Omdat de verklaring voor het ontstaan van deze verwarring tussen OP en ONDER ook geldt voor de soms bij kleuters optredende verwisseling van de betekenis van MEER en MINDER, leek een berichtje over dit onderzoek relevant.*

KLAAS KOSTER

Tijdens het onderzoek van Clark (zie literatuur) werd gebruik gemaakt van zes speelgoedvoorwerpen en een speelgoeddier. De kinderen moesten een speelgoeddier op, onder of in een bepaald voorwerp zetten. Bijvoorbeeld: 'Zet het dier onder de tafel'.



De gebruikte voorwerpen lieten de volgende opdrachten toe:
het doosje en de tunnel : in en op;
de vrachtauto en het bed : in en onder;
de brug en de tafel : op en onder.

Het bleek dat de kinderen van 1 jaar en 6 maanden (1;6) tot en met 1;11 (groep 1), van 2;0 tot en met 2;5 (groep 2) en van 2;6 tot en met 2;11 (groep 3), de volgende percentages goede skores behaalden op de verschillende proefjes: (zie tabel 1)

| | in | | | op | | | onder | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| leeftijdsgroep | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| voorwerp | | | | | | | | | |
| doos | 80 | 100 | 85 | 50 | 50 | 75 | | | |
| tunnel | 95 | 90 | 100 | 15 | 50 | 75 | | | |
| vrachtauto | 100 | 100 | 100 | | | | 0 | 55 | 100 |
| bed | 100 | 100 | 100 | | | | 0 | 45 | 100 |
| brug | | | | 80 | 95 | 90 | 10 | 70 | 90 |
| tafel | | | | 100 | 95 | 95 | 5 | 60 | 100 |
| | | | | | | | n = 10 per groep | | |

tabel 1

De fouten van de kinderen bleken een konsistent patroon te vertonen. Als het voorwerp er een was, waar men wat in kon stoppen (auto, bed, doos en tunnel) plaatsten de kinderen over het algemeen ook bij de opdracht 'op' en 'onder' het dier *in* het voorwerp. Als het voorwerp een horizontaal bovenvlak had – en er niets in gelegd kon worden – wordt de opdracht 'onder' uitgevoerd als de opdracht 'op'. De fouten van de kinderen in de drie groepen konden voor respektievelijk 92, 91 en 71 procent worden toegeschreven aan het hanteren van de volgende twee regels:

1. Als het voorwerp een 'container' is, wordt het dier er *in* geplaatst.
2. Als het voorwerp een horizontaal bovenvlak heeft wordt het dier er *op* geplaatst.

Met behulp van deze regels kunnen de kinderen dus bepaalde proefjes oplossen, zonder dat er sprake van hoeft te zijn dat zij de betekenis van de woorden 'in' en 'op' begrijpen.

Clark ging in een tweede proefneming, met alleen de kinderen uit de groepen 1 en 2, na of dezelfde soort fouten ook worden gemaakt als de proefleider met een tweede (voorbeeld) voorwerp laat zien wat de bedoeling is. De kinderen moesten daarna bij het eerste onderwerp precies hetzelfde doen wat de proefleider had gedaan. Zelfs bij deze kopieertaken bleek dat de gemaakte fouten grotendeels kunnen worden verklaard als een toepassing van de regels 1 en 2. Wanneer bijvoorbeeld de proefleider het dier *naast* een leeg glas neerzette, plaatsten 14 van de 20 kinderen het dier *in* het glas.

In een derde proefneming gebruikte Clark telkens twee voorwerpen, waarvan de een met de opening naar boven en de ander met de opening naar beneden op tafel stond.
De kinderen kregen nu de opdracht een stukje speelgoed *op*, *in*, of *onder* een voorwerp te plaatsen. Het percentage goede antwoorden, bij soortgelijke groepen kinderen als hiervoor, was nu:

| | opdracht | | | |
|---|---|---|---|---|
| | in | op | onder | gem. |
| groep 1 | 87 | 43 | 23 | 51 |
| groep 2 | 100 | 77 | 63 | 80 |

tabel 2

Zoals jonge kinderen in het begin geen goed onderscheid weten te maken tussen de opdrachten 'in' en 'op', 'in' en 'onder' en 'op' en 'onder', blijkt voor kleuters soms niet duidelijk wat de betekenis is van 'meer' en 'minder'. Clark veronderstelt dat dit laatste komt omdat de kleuters de betekenis van deze woorden onjuist interpreteren; ze baseren zich op onvolledige deelaspekten van de begrippen (bijvoorbeeld *meer* en *minder* hebben met hoeveelheid te maken) en op bepaalde niet taalkundige handelingsregels ('kies altijd de grootste hoeveelheid'). Het feit dat kleuters opdrachten met de term 'meer' gemakkelijker goed doen dan opdrachten met de term 'minder', zou daarmee kunnen worden verklaard.

Literatuur:
Clark, E.V.: Non-linguistic strategies and the acquisition of word meanings, Cognition 2, 161-182 (1973).
Klatzky, R.L., Clark, E.V., Macken, M.: Asymmetries in the acquisition of polar adjectives: linguistic or conceptual, Journal exp. child Psychol. 16, 32-46 (1973).



# nieuw op de markt

DAS FORMENSPIEL

ED DE MOOR

Hoewel de uitgave, waarover ik het deze keer wil hebben, niet splinternieuw is (1972), wil ik toch graag aandacht besteden aan *'das Formenspiel'* van Bauersfeld e.a.[1])

Het 'spel' kwam mij in handen toen het IOWO onlangs bezoek ontving van het *'Institut für Didaktik der Mathematik'* (IDM) uit bielefeld (west-duitsland), dat je het duitse IOWO zou kunnen noemen.

Bauersfeld, van huis uit wiskundige, doch geïnteresseerd in en bekend met de leerpsychologische kanten van de wiskunde, is als hoogleraar aan het IDM verbonden. Zo kwam 'das Formenspiel' als gastgeschenk in huis.

Het spel bestaat uit meetkundige legstukjes, waarvan voor- en achterkant rood respektievelijk geel gekleurd zijn. Er zijn 12 soorten, te weten vierkanten (groot, middel en klein), gelijkzijdige driehoeken (g, m, k), gelijkbenige rechthoekige driehoeken (g, m, k), 'korte' en 'lange' rechthoeken en regelmatige zeshoeken. De afmetingen zijn zo gekozen dat er eenvoudige lengte-betrekkingen tussen de verschillende stukjes bestaan, zodat allerlei kombinaties gelegd kunnen worden.

Nu moet je goede 'software' bij zulke spullen hebben.

Wel, het spel gaat vergezeld van maar liefst 128 werkkaarten (*'Arbeitsblätter zum Formenspiel'*), waarvan ik nu nog niet durf beweren dat ze allemaal even goed zijn. Daarvoor hebben we er nog te weinig ervaring mee in de onderwijspraktijk. Er zijn opgaven van allerlei soort, geschikt voor leerlingen van kleuterschool tot en met brugklas.

Bij het spel en de werkkaarten behoort een uitstekende begeleiding (*'Einführung in das Formenspiel'*), bestemd voor de onderwijzer en/of ouders. Deze bevat een verantwoording van het spel en de opgaven, een bespreking van alle werkkaarten – die meestal in reeksen om één onderwerp bijeengebracht zijn –, de matematische achtergronden en eventuele verdiepingen van alle opgaven èn alle oplossingen.

*Waarom nu een dergelijk spel?*

Bauersfeld en de zijnen menen dat er in het meetkunde-onderwijs tekortkomingen zijn, die door een juiste en tijdige aanbieding van geschikte opgaven kunnen worden opgevangen en dat juist de meetkunde een geschikt onderwerp is om aan moderne opvattingen over wiskunde-leren gestalte te geven. Zo kan het vertrouwd raken met, herkennen en benoemen van eenvoudige meetkundige grondvormen, door het leggen van allerlei figuren reeds op jonge leeftijd bevorderd worden. Het praten hierover in groepjes, het natekenen en kleuren van de oplossingen behoort tot het taalaspekt van de wiskunde respektievelijk het konstruktie-aspekt van de meetkunde.

Het verwonderde mij in eerste instantie, dat een jongetje van zes jaar, met wie ik enige werkbladen heb doorgewerkt, moeite had met werkblad **002** (figuur 1), hoewel ik er bij moet zeggen dat ik hem de figuren niet in de omtrekken liet leggen, maar naast het werkblad op de tafel.

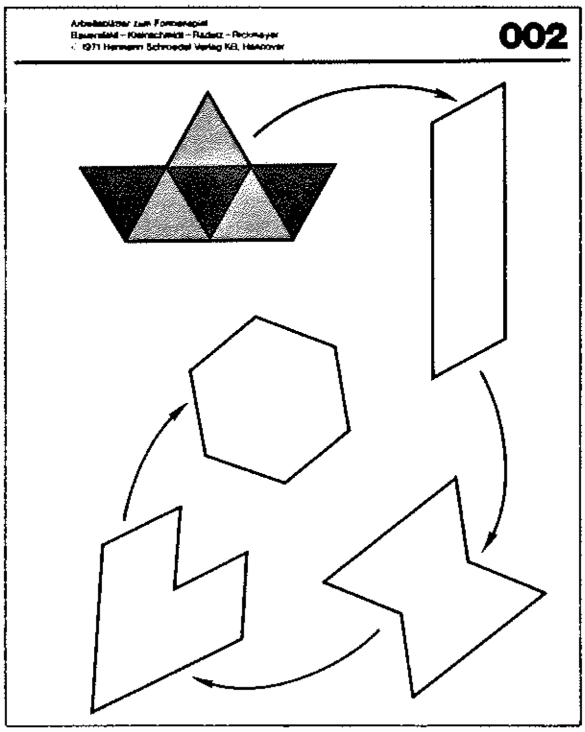



fig. 1

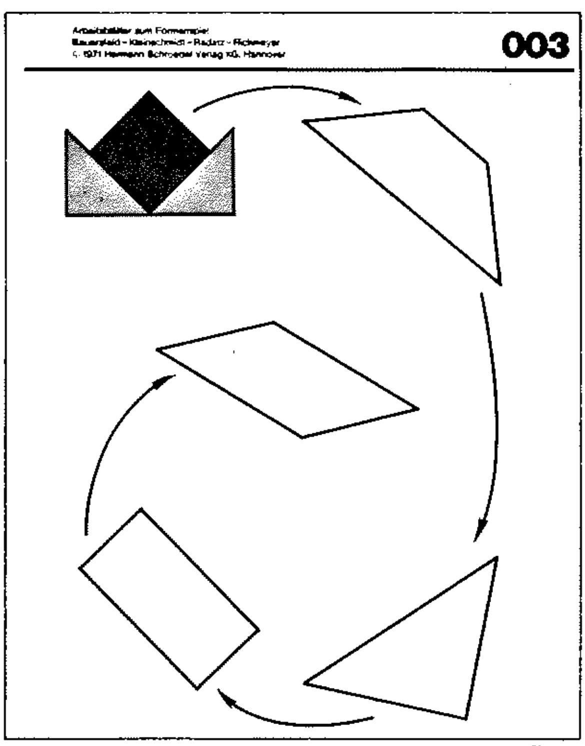
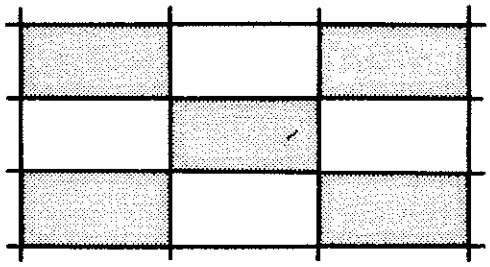



fig. 2

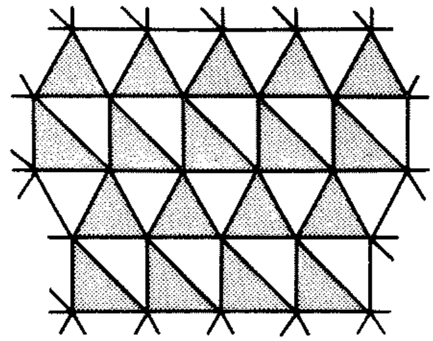
Overigens had dit kind op de kleuterschool reeds begrippen als 'rechthoek', 'vierkant' en 'driehoek' geleerd. Het verwonderde mij nog meer, dat werkblad **003** (figuur 2) moeilijkheden gaf. Toen bleek, dat hij de rechthoekige gelijkbenige driehoek en de gelijkzijdige driehoek (die op tafel was blijven liggen) voor dezelfde figuren aanzag.

Weer werd ik mij eens bewust, hoe gemakkelijk je als volwassene over moeilijkheden, die je bij kinderen niet vermoedt, zou kunnen heenstappen en hoe belangrijk het is dat men werkelijk ook handelend te werk gaat bij dit soort opgaven. Overigens vond hij het, ondanks het feit dat hij de 'sommen' als moeilijk ervaarde, heerlijk om dit werk te doen.
Zo meent Bauersfeld, dat met dit spel allerlei grondbegrippen uit de meetkunde al handelend gefundeerd kunnen worden en zich als 'beelden' gaan vastzetten. Hij bedoelt dan niet alleen begrippen zonder meer (als 'driehoek' etcetera), maar ook relaties tussen deze begrippen. Zo worden het oppervlaktebegrip, gelijkvormigheid, maateenheid, symmetrie, spiegeling, etc. voorbereid. Hij noemt dit leren de fase van de 'präfiguration'. De door Bruner onderscheiden fasen bij het leren van een begrip: 'enactive' (handelend), 'oconic' (beeldend), 'symbolic' (abstraktie), hebben hierbij model gestaan. We nemen als voorbeeld hierbij de werkbladen, die over het twee-kleurenprobleem gaan. (figuur 3)
*Welke tegelvloeren zijn met precies twee kleuren te leggen?*
Laat de kinderen eerst zelf maar enkele van zulke tegelvloeren verzinnen en bied ze daarna andere aan, waarvan sommige wel en andere niet met twee kleuren ingekleurd kunnen worden.

$A_1$

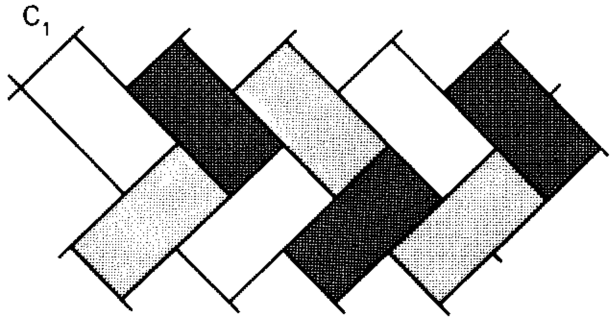


$B_1$

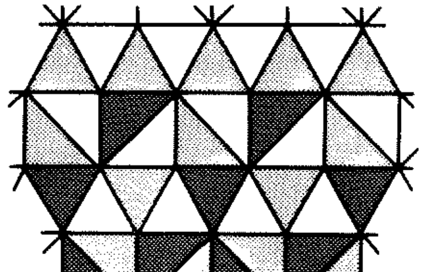


Man kommt mit 2 Farben aus

$C_1$



$D_1$



2 Farben reichen nicht aus

fig. 3

Hier nu lijkt het materiaal echter blokkerend te werken omdat slechts twee kleuren en een beperkt aantal vormen voorhanden zijn. Het is dan mijns inziens beter om enige lijnen op een blad papier te tekenen (figuur 4) en de kinderen eerst zelf te laten kleuren.

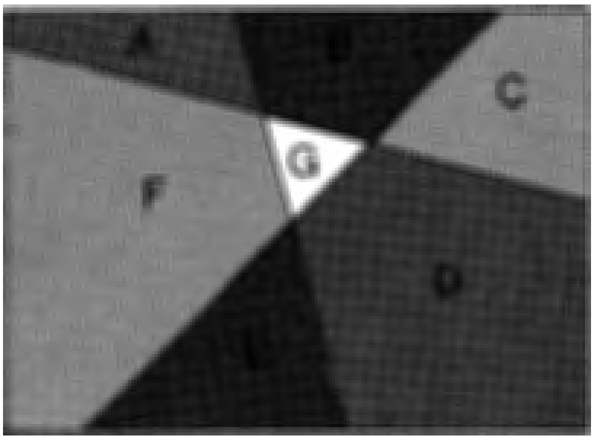



fig. 4

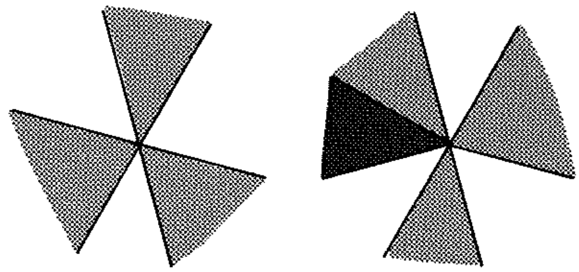


fig. 6

Het eerder genoemde kind kleurde eerst de gebieden A en D rood, daarna B en E blauw en toen C en F paars en merkte op, dat G geen kleur meer nodig had. Hij vond toch wel dat er vier kleuren gebruikt waren.
We zijn toen samen nog eens opnieuw begonnen. Eerst werd weer A rood gekleurd. Ik vroeg hem welke gebieden hij nu beslist niet rood mocht kleuren. De gebieden B en F werden prompt aangewezen. Waarna natuurlijk de vraag volgde: en welke dus wel rood?
We hielden onze vingers op de gebieden B en F en hij zag zo dat G nu in aanmerking kwam. Zo verder vragend, wijzend en kleurend kwam hij tot de oplossing van figuur 5. Dat er werkelijk ook een bewijs geleverd is, dat twee kleuren voldoende zijn, durf ik niet te beweren, maar een zeker abstraktienivo was bereikt.

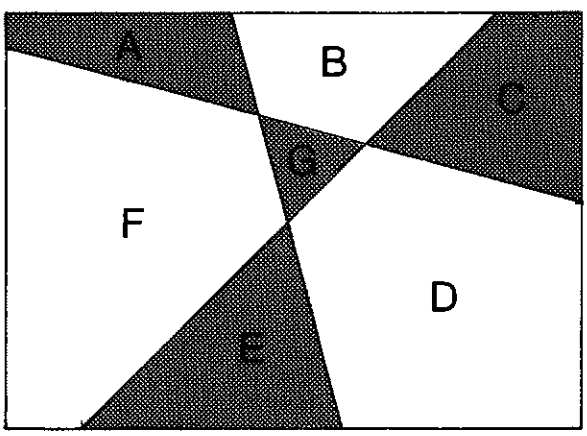



fig. 5

Het materiaal is in het vormenspel te veel voorgestruktureerd om de kern van het tweekleurenprobleem, dat op bovengeschetste wijze induktief bewezen kan worden, te ontdekken. Je moet dan echt zien dat bij een 'even' knooppunt twee kleuren voldoende zijn, terwijl een oneven knooppunt drie kleuren vereist. (figuur 6)

Ook zijn de auteurs van mening dat spesifieke denkwijzen uit de wiskunde met dit spel geleerd en geoefend kunnen worden. Ik denk hierbij bijvoorbeeld aan de strategie die je nodig hebt bij het opzoeken van alle 2-, 3-, 4-, 5-, 6-lingen ('polyomino's') op werkkaart **038**. (figuur 7)

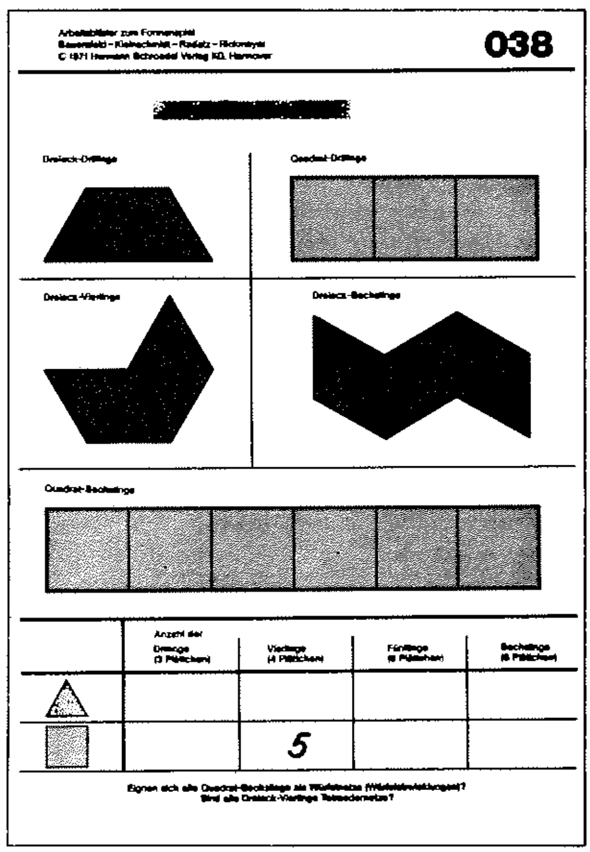



fig. 7

Het sistematisch werken vanuit 2-, 3-, 4-lingen, etcetera, draagt bij tot een spesifieke denkwijze, die niet alleen binnen de wiskunde nuttig is.
Tegelijkertijd komt dan ook het kongruentiebegrip aan de orde, omdat bij het uitvoeren van een dergelijke werkwijze zich vanzelf eerder ontstane soorten voordoen. Zie hiertoe het boomdiagram in figuur 8, dat uit het begeleidingsboek is overgenomen.

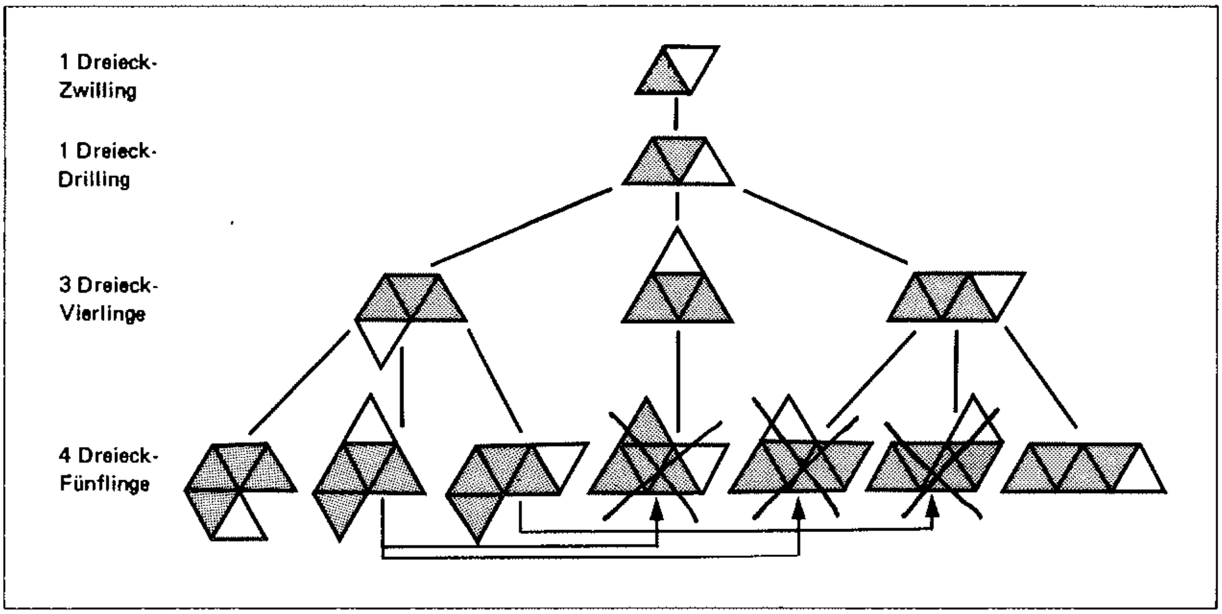



fig. 8

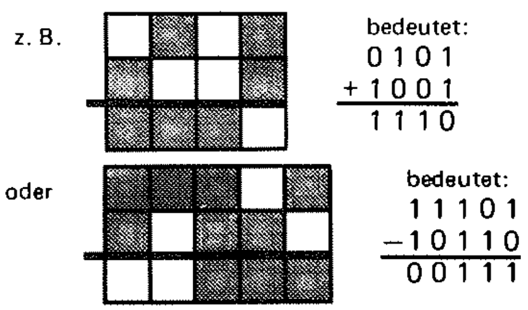



fig. 9

Het materiaal is optimaal uitgebuit en behalve genoemde voorbeelden komen het oppervlaktebegrip, maateenheden, relaties, talstelsels, telproblemen, transformaties, het groepsbegrip, puzzels en spelletjes aan de orde. We hebben nog te weinig met het materiaal geëksperimenteerd om over alle onderwerpen verslag te kunnen doen, maar de opgaven doorkijkend komen sommige dingen mij toch iets te gekunsteld voor, zoals bijvoorbeeld de werkkaarten, die over de netwerken van enige regelmatige veelvlakken gaan. (**114-118**) Dit onderwerp kan mijns inziens veel beter met behulp van dun karton gedaan worden. Ik vind trouwens het werken met de gladde plastic stukjes op een houten tafel ook geen genoegen.
En van de opgaven over het tweetallig stelsel met de rode en gele stukjes (zie figuur 9) zie ik echt de zin niet in.
Dit zal mij er echter niet van weerhouden sommige werkkaarten nog eens met kinderen door te nemen.

Het is jammer dat er, voor zover ik weet, geen nederlandse pendant van dit spel bestaat. Het spel is echter in deze uitvoering zeer geschikt

voor de PA, waar docent en student het eens zouden kunnen analiseren. Misschien iets voor een skriptie? Gaarne wil ik het ook ondernemende schoolteams aanbevelen, vooral ook omdat het begeleidingsboek zo 'gründlich' is uitgevoerd.
Hoedt u zich echter voor een te starre werkwijze en ga bij de keuze van de werkbladen selektief te werk!

---

[1]) Matema-'Formenspiel' (67 Legeplätchen in Metall-etui)
Best. nr. 63003 – prijs DM 16,40
Matema-'Formenspiel' (134 Legeplätchen in Beutel)
Best. nr. 63006 – prijs DM 22,40
'Arbeitsblätter zum Formenspiel' (128 Blätter)
Best. nr. 63008 – prijs DM 11,60
'Sortierblatt für 134 Plätchen' (stapelbar, in Kunststoff)
Best. nr. 63009 – prijs DM 4,80
'Einführung in das Formenspiel'
Best. nr. 63005 – prijs DM 10,80.
Uitgeverij: Schroedel Verlag K.G., hannover.

# beeld-strips

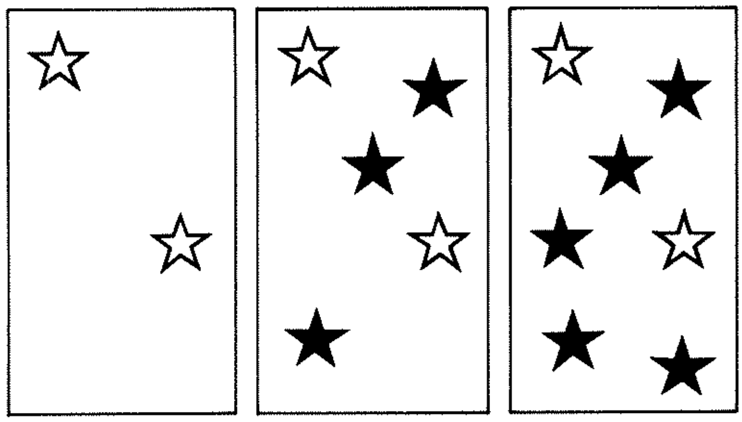
*Binnen de autobus-problemen[1]), zoals ze in de eerste klas aan de orde zijn gekomen, ligt één — duidelijk afgebakend — onderwerp dat enige onverwachte reakties van kinderen opleverde.*
*We willen u de beschrijving van dit probleemgebied niet onthouden en u uitnodigen uw gedachten hierover te laten gaan.*

JAN VAN DEN BRINK

Een taalkundig aspekt binnen de autobusproblemen kan gekarakteriseerd worden met de opsomming 'praatje-plaatje-pijlentaaltje'.

* *Het 'praatje'*
  We bedoelen hiermee alle verhalen en spelletjes waarin een 'stand' (het aantal passagiers in een bus, de stand tijdens een partijtje kegelen) met behulp van plaatjes of pijlen wordt gesimboliseerd.
* *Het 'plaatje'*
  Hieronder verstaan we de tekeningen en beeldstrips die de 'praatjes' simboliseren.
* Met *'pijlentaaltje'* bedoelen we de gebruikte plus- en mintekens, pijlen en getallen.

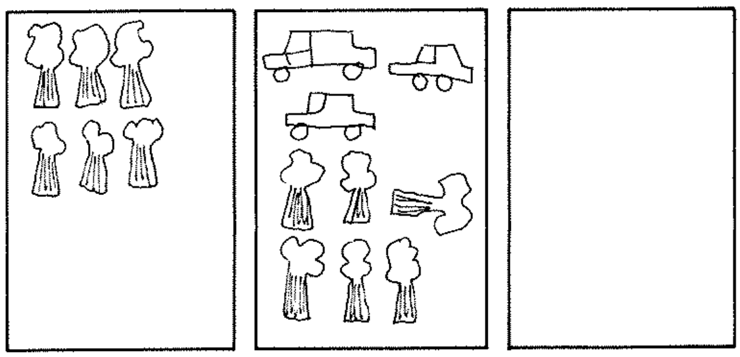
Wij zijn vooral geïnteresseerd in de relaties die er tussen dit drietal bestaan.
Duidelijke moeilijkheden ondervonden de kinderen bij de *beeldstrips*.



$$2 \xrightarrow{\boxed{+3}} 5 \xrightarrow{\boxed{+2}} 7$$

fig. 1

Nadat de juf deze beeldstrip had besproken vroeg ze de kinderen om zelf dergelijke opgaven te bedenken.
Een leerling tekende het volgende:



$$6 \xrightarrow{-1} 5 \quad 3 \xrightarrow{-1}$$

fig. 2

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 3 (pag. 250 e.v.)

*Binnen één verhaal ging de leerling van de ene kollektie (bomen) over op de andere (auto's) en tekende wat hij bedacht had.*
*Het middelste plaatje is blijkbaar te beschouwen als begin- of eindpunt van een pijl, als start- of eindpunt van een 'verhaal'.*

Dit vormde één van de ideeën achter de *beeldstrip.*
Een rij van bijvoorbeeld 4 plaatjes heeft de kinderen iets te vertellen en elk plaatje legt een moment in het verhaal vast:

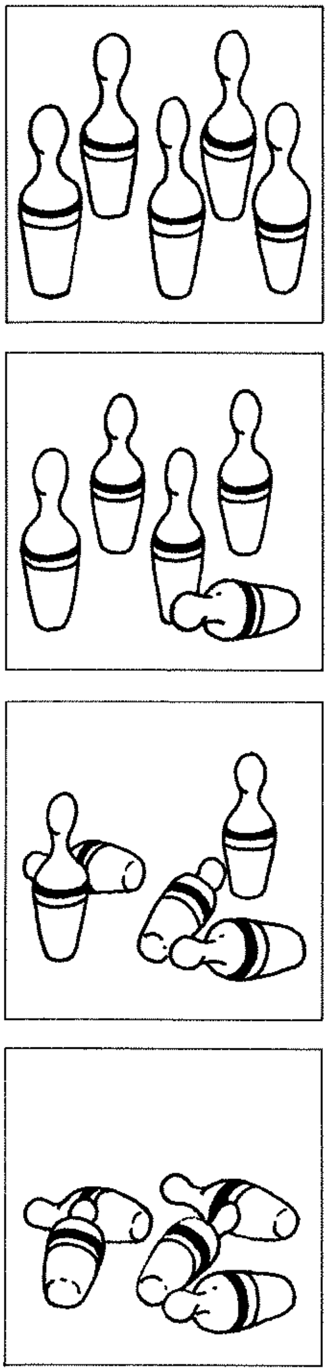


fig. 3

*Sommige plaatjes kunnen dan zowel begin- als eindpunt zijn van een gedeelte van de strip. Zo'n plaatje geeft dus aanleiding tot minstens twee verschillende interpretaties.*

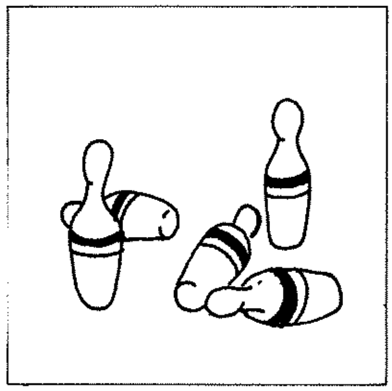


fig. 4

*Dit plaatje uit de rij van figuur 3 kan betekenen:*

$$4 \xrightarrow{\boxed{-2}} 2$$

*(van de 4 staande kegels werden er 2 omgegooid)*

of

$$2 \xrightarrow{\boxed{-2}} 0$$

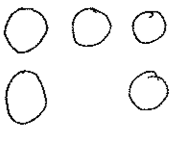
*(de twee staande kegels worden omgegooid).*

Het blijkt echter dat de beeldstrip door de kinderen niet op deze manier wordt gebruikt. Allereerst beschouwen de kinderen *elk plaatje afzonderlijk en niet binnen de beeldstrip.* Dit blijkt reeds uit het voorbeeld waarmee we begonnen. (figuur 2)
Bij het plaatje van figuur 4 noteren de meeste kinderen:

$$5 \xrightarrow{\boxed{-3}} 2$$

en treden daarmee duidelijk buiten de kontekst van de serie.
Als de kinderen anderzijds plotseling wèl ontdekken dat een plaatje binnen verschillende konteksten past, is het hek van de dam.
Ze vertellen je de mooiste verhalen en het

gemak waarmee de kinderen opgaven en bijbehorende praatjes over één (bijvoorbeeld abstrakte) figuur verzinnen, is verbluffend.



$3 \xrightarrow{+2} 5 \quad 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+2} 5$

$2 \xrightarrow{+3} 5 \quad 1 \xrightarrow{+3} 4 \xrightarrow{+1} 5$

$4 \xrightarrow{+1} 5 \quad 5 \xrightarrow{-3} 2 \xrightarrow{-2} 0$

fig. 5

Toch ontstaat er op deze wijze iets onbevredigends. Met de beeldstrips beogen we immers operaties te 'insinueren'. De kinderen blijven echter tegen de plaatjes zelf aankijken zonder de noodzaak te voelen zich de bedoelde operatie in konkreto voor te stellen. Het blijft een puur formele zaak die zich binnen de cijfersfeer afspeelt.
We hebben ons vervolgens twee leerpsychologische vragen gesteld om de observaties te richten:

① Neemt de leerling *één* plaatje en stelt hij zich daarna de situatie zo konkreet mogelijk voor, zodat hij binnen die voorstelling verandering (hoedjes op of af) kan aanbrengen en het bijbehorende plaatje kan uitzoeken?

② Of werkt hij met *'losse' plaatjes*, die hij koppelt omdat hij een (toevallige) relatie tussen de plaatjes ziet? (een 'buitenkant-benadering'!)

In de autobus-problemen hebben we met beide manieren van benadering rekening gehouden – ze komen hierin allebei voor. Door een bepaalde didaktische stoffering aksentueren en eisen we echter van de leerling een *inhoudelijke aanpak* (①) (naast de meer formele – ②).

*ad* ①
In allerlei spelsituaties (een rij klowns voor het bord, kegelen, e.d.) kunnen plaaatjes (en pijlen) een spelmoment vastleggen, waardoor het spelverloop gemakkelijk wordt herinnerd. De plaatjes krijgen *inhoud!*

*ad* ②
De 'buitenkant-benadering' wordt interessant als de *volgorde* van de operaties er in betrokken wordt. In de lessen is dus gezorgd voor dergelijke werkbladen: [1])

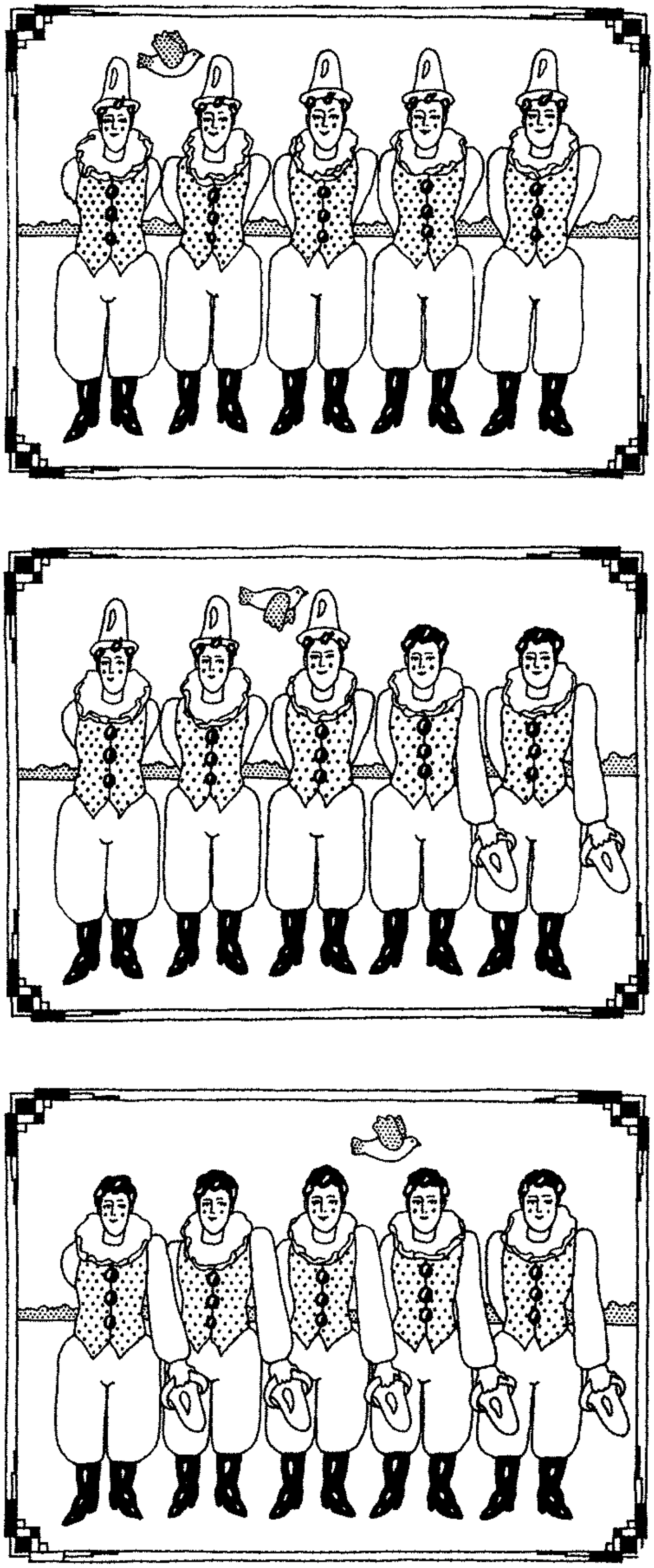
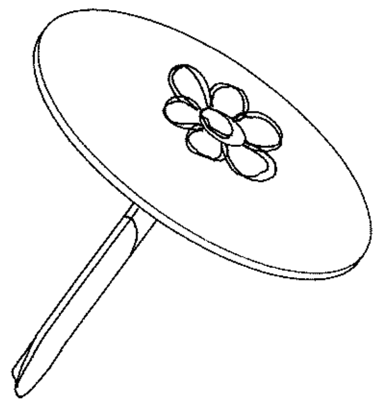


fig. 6

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 3.

# prikbord problemen

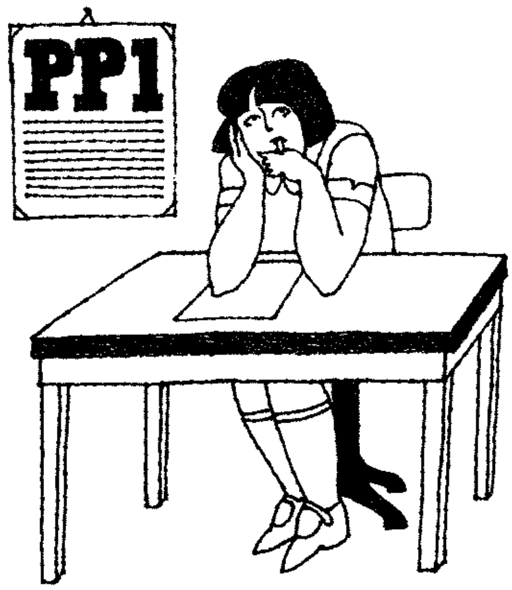


*Voor de middenklassen een nieuwe rubriek: prikbordproblemen.*
*Probleempjes die 's maandags aan het prikbord worden gehecht, kort onder de aandacht van de leerlingen worden gebracht, waar een week lang aan kan worden gesleuteld om er vrijdags nog eens een kwartiertje met elkaar over te praten.*

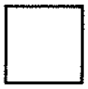
HANS TER HEEGE

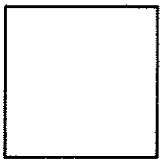
* Tanja zit over haar taalschrift gebogen. Haar invuloefening is bijna af. Het vordert slecht, want zij moet steeds naar het bord kijken. Op dit bord is een blaadje geprikt. 'PP1' staat er op. Dat is één van de nieuwe dingen, waarmee tanja in de derde klas te maken krijgt.
'Niet zo makkelijk', denkt ze.
'Zou de juf dat zelf bedacht hebben?'
Tanja kijkt opnieuw naar het prikbord. Weet ze het antwoord? Dat is voor zo'n kersverse derdeklasser nog een hele klus.
Ze heeft al een keer geprobeerd het te vinden, maar cobie zei dat het antwoord niet goed was. Cobie had er zelf zestien vierkanten uit.
Nou, nog maar 'es over denken. De juf heeft gezegd dat ze de hele week over het probleem kunnen nadenken en dat ze hun antwoorden pas vrijdag mogen inleveren.
Zou vader het antwoord weten?
Tanja besluit het probleem mee naar huis te nemen om het daar eens te vragen.

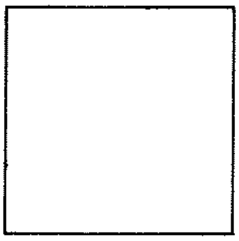
* Juffrouw herder loopt door de klas en helpt hier en daar een leerling met de invuloefening. Nu staat zij achter tanja. Waarom werkt tanja niet door? Ze ziet tanja naar het prikbord kijken en ze glimlacht.
'Zoek jij dat maar eens uit, tanja', denkt ze.
Een lastig probleem voor de derdeklassertjes, dat wel.
Laat ze maar eens piekeren. Aanstaande vrijdag zullen ze er met elkaar over praten. Als ze het zelf niet kunnen vinden, kunnen ze het er altijd thuis nog over hebben. Eigenlijk is dat ook één van de bedoelingen.



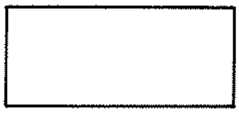
**PP 1**

Weten jullie wat een vierkant is? Hier zie je er een: 

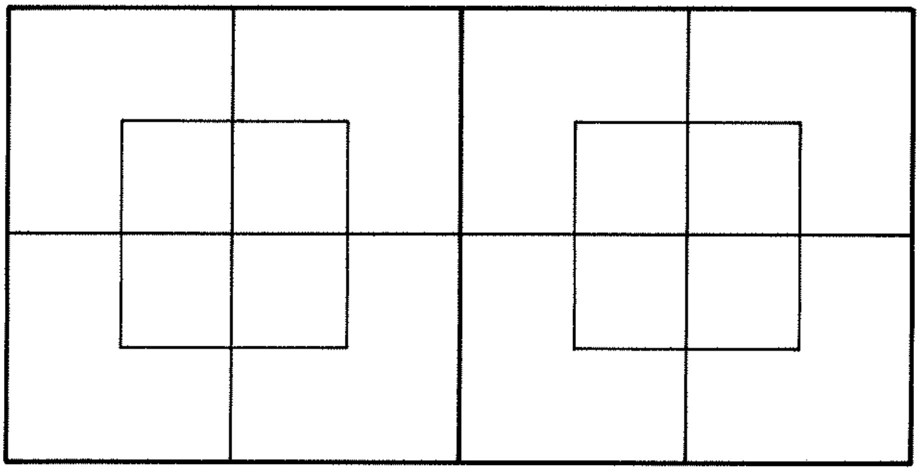
en een wat grotere: 

en nog groter: 

Dit is geen vierkant maar een rechthoek: 

En dit is een grotere rechthoek: 

En nu het prikbord-probleem van deze week:



▶ *Hoeveel vierkanten tel je in deze figuur?*

▶ *Hoeveel rechthoeken tel je in deze figuur?*

# Opleiding

*Met deze nieuwe rubriek 'OPLEIDING' willen we proberen aan de oude rubriek 'SKRIPTOTEEK' een ruimere opzet en inhoud te geven. Voortaan wordt een plaats ingeruimd voor alle aktiviteiten en problemen, die boven de noemer wiskunde-didaktiek geplaatst kunnen worden en voor de opleiding van onderwijzers(-essen) en kleuterleidsters van belang zijn.*
*De bedoeling is dat deze rubriek praktische informatie geeft voor docenten en studenten, maar ook een bijdrage gaat leveren aan de teoretische achtergronden van het vakdidaktisch handelen.*

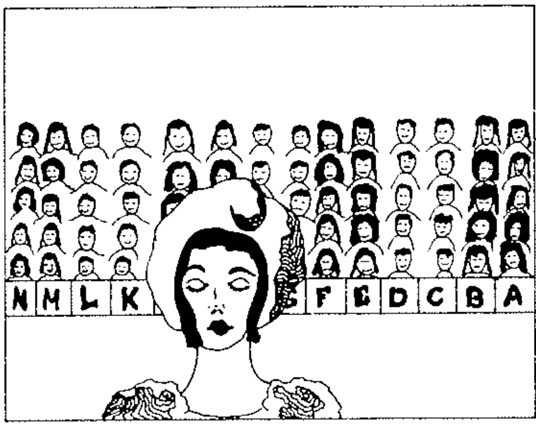
*In deze eerste aflevering vindt u een beknopte beschrijving van oefenschoolaktiviteiten van een student naar aanleiding van een paar bekende werkkaarten en het daaraan voorafgaande onderwijs op een – niet geheel denkbeeldige – pedagogische akademie.*

HUUB JANSEN

**TELLEN**
Uit het verslag van een PA-student:

'Ik heb twee rekenlessen gegeven binnen het projekt 'SPORT', dat in mijn oefenschoolklas door de onderwijzer aan de orde is gesteld.
Doel van mijn lessen was te ontdekken op welke wijze kinderen bij opgegeven telproblemen tot een oplossing komen en na te gaan of ze tot een andere aanpak komen als in een leergesprek de verschillende mogelijkheden besproken zijn.

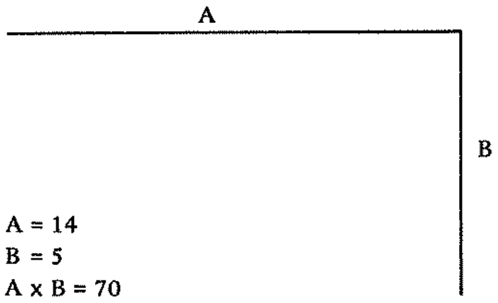
*LES 1*
Korte inleiding over sport. Verhaal over een voetbalwedstrijd, waarbij de aftrap verricht wordt door een belangrijke dame. Stencil uitdelen met tekening van deze dame vóór de tribune.




*Problemen*
① hoeveel mensen zitten er op één rij?
② hoeveel mensen zitten op de tribune?
③ hoeveel mensen zitten achter het hoofd van de dame?
④ welke letters ontbreken?

ad ①
Bijna alle kinderen gaan gewoon tellen. Tellen is voor deze kinderen aftellen zonder meer.
Enkele kinderen tellen in paren: twee, vier, zes, ...
Eén meisje telt op de volgende manier: 'Ik tel de onderste rij tot de vrouw, dan ga ik naar boven en volg de rij boven haar hoofd en dan ga ik weer verder op de onderste rij.'
Alle kinderen op één na tellen van links naar rechts.
Eén kind telt van rechts naar links: 'omdat de letters ook van rechts naar links lopen'.

ad ②
Een viertal kinderen tekent poppetjes op het gezicht en de hoed van de dame en telt daarna alle mensen. De meeste kinderen vinden de uitkomst door het aantal mensen op een rij (14) te vermenigvuldigen met het aantal rijen (5).
Een meisje abstraheert verder en maakt, al uitleggend, de volgende tekening:




Een jongen verklaart dat er slechts 60 mensen op de tribune zitten, want: 'wie zegt dat er achter dat mens ook nog mensen zitten!'

ad ③
Sommige kinderen vergelijken elke rij afzonderlijk met de vijfde rij. De verschillen die ze vinden tellen ze op en komen zo tot het antwoord.
Ook zijn er kinderen die de mensen tellen, die ze zien en dit getal aftrekken van het antwoord op vraag ②.

ad ④
Bij het beantwoorden van deze vraag gebruiken alle kinderen 'hulpmiddelen': vingers, hardop tellen, alfabet opzeggen, letters tekenen op de tekening.
Er zijn leerlingen die alle vragen door simpelweg aftellen beantwoorden. Ook zijn er kinderen die konsekwent bij elke vraag naar een of andere handige metode gaan zoeken.

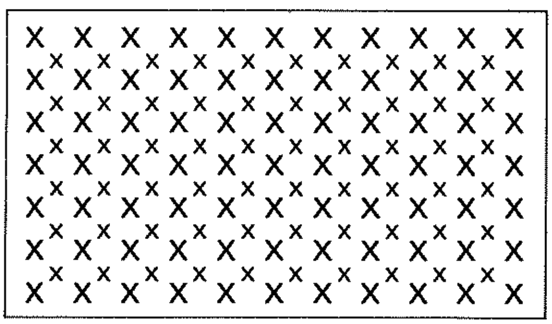
*LES 2*

Korte herhaling van de vorige les. Verschillende oplossingsmetoden even signaleren. Problemen stellen met een korte toelichting.

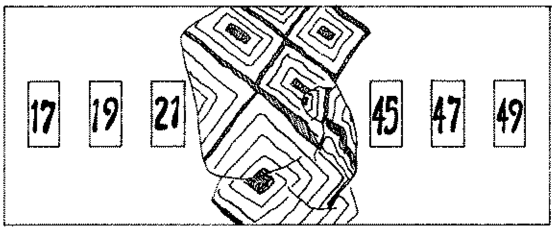
*Probleem①*
ajax : 11 spelers
fc amsterdam : 11 spelers
1 scheidsrechter
2 grensrechters.

Vóór de wedstrijd staan al deze mensen op de middellijn te luisteren naar het amsterdamse volkslied. Hoeveel openingen zijn er tussen?

*Probleem②*
Hoeveel kruisjes staan er?



*Probleem③*
Hoeveel kaartjes liggen onder de zakdoek?




*ad①*
Veel kinderen gaan poppetjes tekenen en tellen daarna de openingen tussen de poppetjes.
Enkele kinderen zeggen dat er bij drie poppetjes twee openingen zijn en dus zijn er bij vijfentwintig poppetjes vierentwintig openingen.

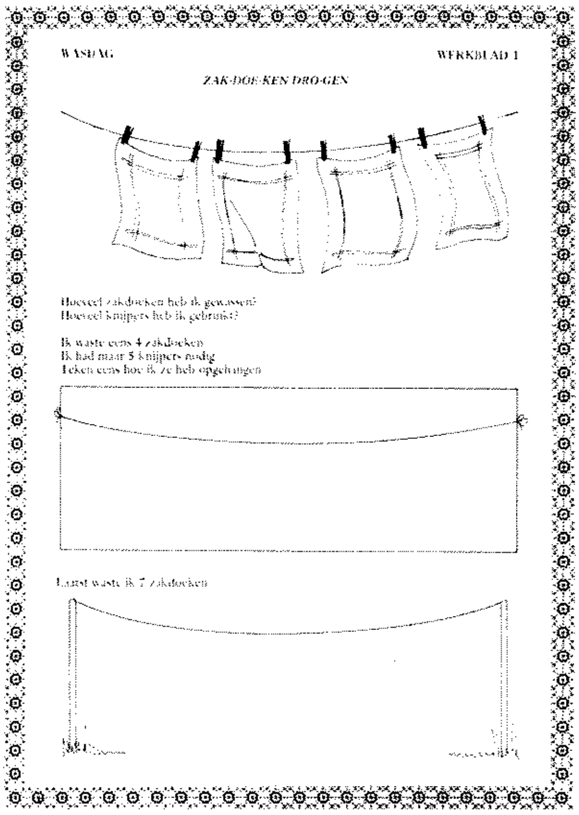
*ad②*
Twee leerlingen redeneren als volgt:
'Er zijn zeven rijen grote kruisen. Op een rij zijn er elf grote kruisen. Iedere rij kleine kruisen is tien kruisjes lang. Zeven maal elf is zevenenzeventig. Zeven maal tien is zeventig. Er zijn dus in totaal honderdzevenenveertig kruisen.'
Ze nemen daarbij aan dat, omdat er zeven rijen grote kruisen zijn, er ook zeven rijen kleine kruisen zijn.
Drie leerlingen zeggen: 'De lengte is elf kruisen, de breedte is zeven kruisen, en dan elf maal zeven is zevenenzeventig.'
Twee kinderen vertellen dat ze eerst de eerste twee rijen tellen (eenentwintig kruisjes) en dat ze daarna de uitkomst met zes vermenigvuldigen omdat er zes van zulke kombinaties te vormen zijn. Omdat er nu één rij overblijft twijfelen ze even. Ze denken dat ze deze rij vergeten zijn. Al snel echter tellen ze deze rij bij de rest op.
Andere kinderen verklaren eerst 'de grote rij' te vermenigvuldigen met zeven (omdat er zoveel grote rijen zijn) en daarna 'de kleine rij' met zes te vermenigvuldigen. De uitkomsten van deze vermenigvuldigingen worden opgeteld.

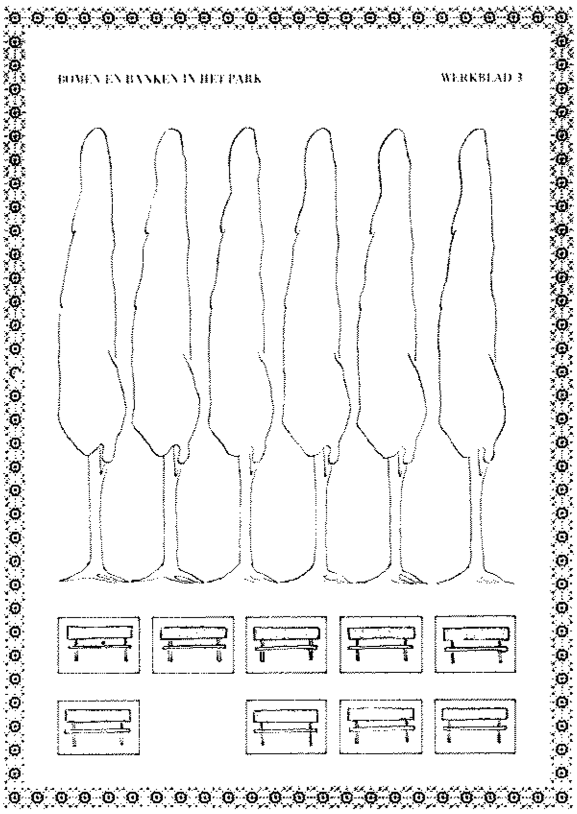
*ad③*
Veel leerlingen tekenen de ontbrekende kaartjes.
Enkelen tellen ook de even nummers mee.
Een aantal leerlingen zegt: 'Tot aan kaartje vijfenveertig liggen er kaartjes onder de zakdoek. Ze ontbreken vanaf kaartje nummer eenentwintig. Alleen oneven kaartjes liggen eronder. Vijfenveertig min eenentwintig is vierentwintig. Vierentwintig gedeeld door twee is twaalf. Er liggen dus twaalf kaartjes onder.'

*OPMERKING TOT SLOT*

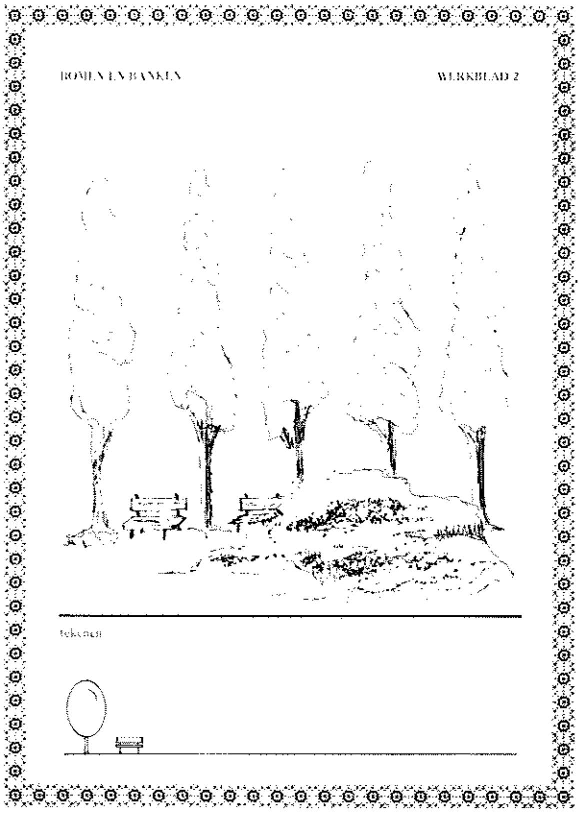
Opvallend is dat de meeste kinderen bij de problemen steeds dezelfde 'tel'metode blijven han-

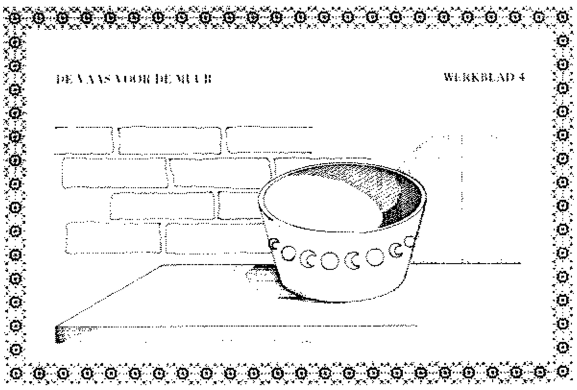
teren. Na bespreking van andere oplossingsmetoden proberen ze wel wat anders te doen, maar gebruiken al snel weer de vertrouwde metode.
De meeste leerlingen doen er ook weinig moeite voor. Slechts een viertal kinderen probeert steeds tot eigen oplossingen te komen.'

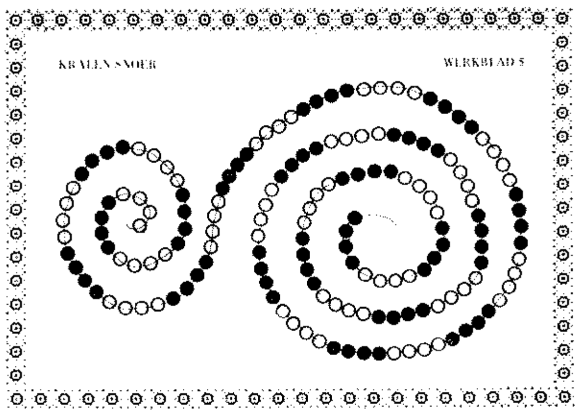



Het onderwijs, hierboven summier beschreven, is gemaakt door een student, die achter zijn buro heeft zitten zwoegen aan de opdracht van zijn wiskunde-didaktiek-docent: *'Ontwerp onderwijs voor je oefenschool met*



*als uitgangspunt de werkkaarten, die staan afgebeeld in het wiskobas-bulletin.'*

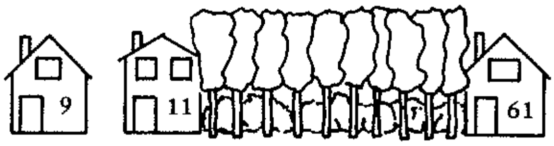
De opdracht kreeg nog een aanvulling, toen een student opmerkte dat deze werkkaarten bedoeld zijn voor klas 1 en dat veel studenten op dit moment in een andere klas hun praktijk uitoefenen:
*'Verwerk eigen ideeën, al naar gelang de situatie op de oefenschool.'*
De opdracht kwam niet geheel uit de lucht vallen. Na introduktie van de werkkaarten waren in de kollege-uren een drietal aktiviteiten gestart:

▶ *In groepjes van twee analiseren welke wiskundige leeraktiviteiten door deze werkkaarten aangezet kunnen worden.*
De klassikale nabespreking leverde op:
- tellen op verschillende manieren:
tellen met sprongen van 4 bij het snoer witte en zwarte kralen;
- ontdekken en toepassen van wetmatigheden:
moeder gebruikt steeds twee knijpers voor iedere zakdoek; 5 zakdoeken → 2 x 5 knijpers;
en ook: voor het ophangen van zakdoeken is steeds één knijper meer nodig dan er zakdoeken zijn: 8 zakdoeken → (8 + 1) knijpers;
- vanuit een konkrete situatie komen tot generaliseringen op abstrakter nivo;
van 'bomen in een rij en de openingen daartussen' naar 'bij een aantal voorwerpen in een rij heb je steeds één open plaats minder';
- relaties ontdekken tussen de elementen van twee verzamelingen;
bij ieder maantje op de vaas behoort één zonnetje;
bij elk viertal witte kralen behoort een viertal zwarte kralen;
- redeneren op grond van symmetrie-overwegingen;
op de voorkant van de vaas staan evenveel figuurtjes als op de achterkant;
- zoeken naar verschillende oplossingen in een kompleks probleem;
bepalen van het mogelijk aantal stenen in de muur.

▶ *Werken aan een serie problemen op eigen nivo.*
De aandacht daarbij vooral richten op:
- verschillende oplossingsmogelijkheden
- waar treden moeilijkheden op?

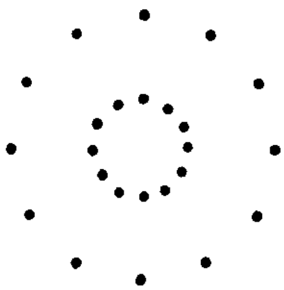
*De problemen*

* Een bomen-probleem:

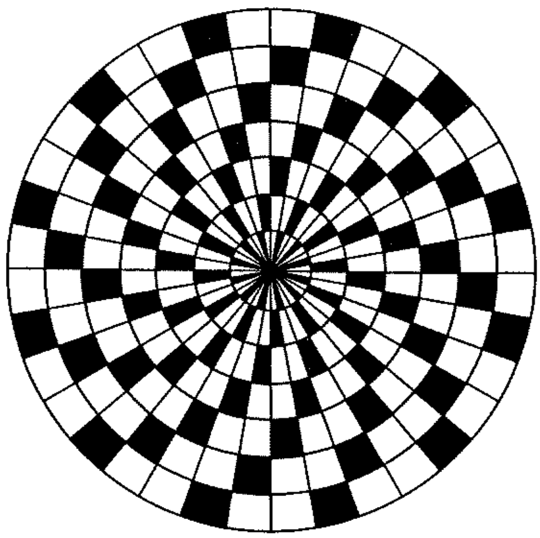



Hoeveel huizen in deze rij?

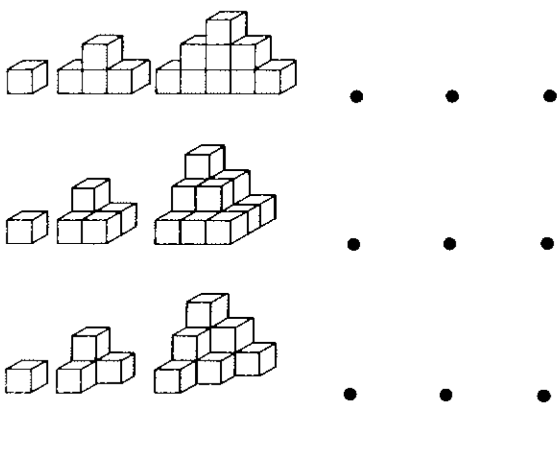
* Is het aantal stippen op de kleine cirkel groter dan het aantal stippen op de grote cirkel?



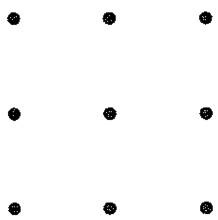
* Hoeveel witte hokjes in deze figuur?



* Uit hoeveel blokjes bestaan de drie volgende stapels in iedere rij?

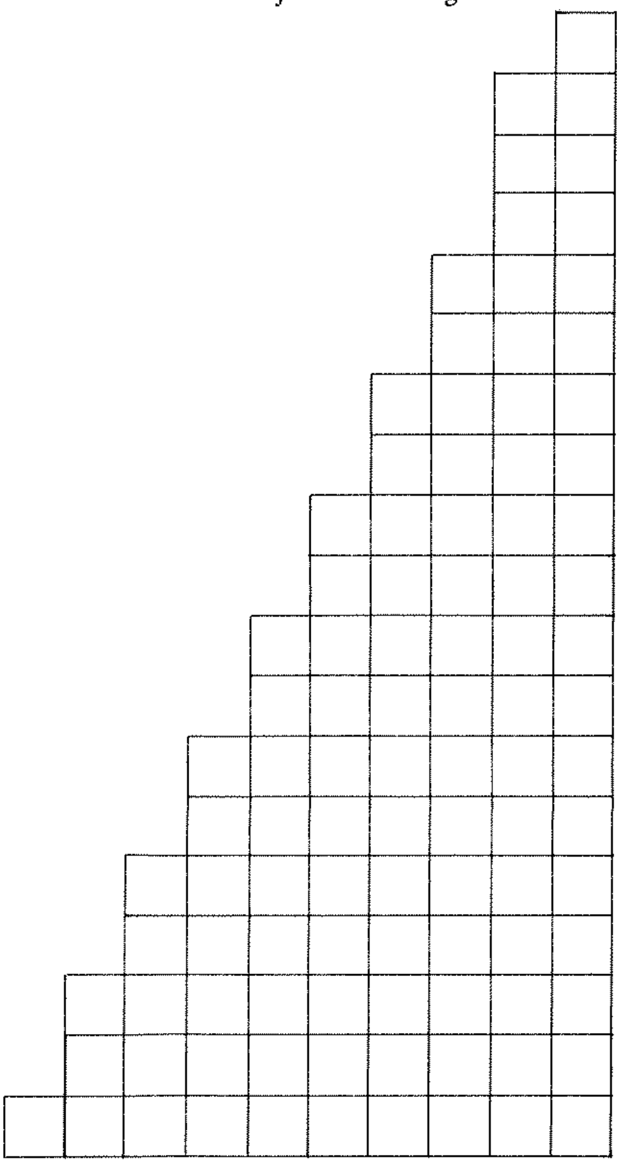


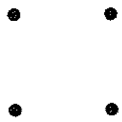
* Vier tennissers spelen een afvalkompetitie. Hoeveel wedstrijden zijn nodig om tot een winnaar te komen?
  En bij vijf spelers? Bij zes? Bij 20, 45, 123, .....?

* 

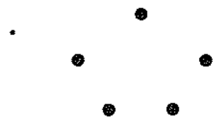
  Hoeveel vierkanten kun je in dit rooster tekenen?
  De vierkanten moeten recht staan en behoeven niet even groot te zijn.
  Hoeveel vierkanten in een 4 x 4 rooster? In een 5 x 5 rooster?
  En in een n x n rooster?

* Hoeveel vierkantjes staan hier getekend?



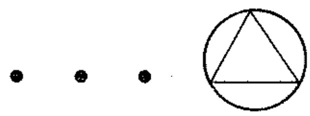
* 

  Hoeveel driehoeken zijn met deze punten als hoekpunten te tekenen?
  En met deze punten-formatie (regelmatige 5-hoek)?



  Is de redenering uit te breiden voor de punten van een regelmatige n-hoek?

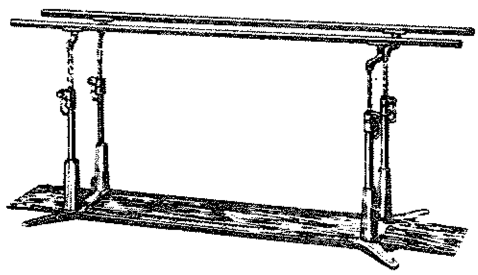
* Je mag een trap oplopen met één of twee treden tegelijk. Op hoeveel verschillende manieren kun je nu een trap van 2 treden nemen, en van 3, 4, 5, ... treden?
  Wetmatigheid?

* 

  Drie punten op een cirkel. De punten zijn door koorden verbonden. De cirkel is hierdoor in vier stukken verdeeld.
  In hoeveel stukken bij 4, bij 5, bij 6 punten?

▶ *Gezamenlijk vaststellen van aspekten van het wiskunde-onderwijzen die bij het voorbereiden en uitvoeren van lessen rond deze werkkaarten de aandacht moeten krijgen.*
- De kinderen stimuleren naar oplossingen te gaan zoeken door het aanbieden van geschikte probleemsituaties.
- Door het stellen van de juiste vragen en het geven van voldoende informatie een kind dat vastgelopen is, verder helpen.
- Problemen aanbieden die de kinderen gelegenheid geven om te werken op eigen nivo.
- Goede momenten vinden om geschikte — niet alleen de beste! — oplossingen te bespreken. Belangrijk is dat kinderen van elkaars oplossingen leren.
- Analiseer de problemen en oplossingsmetoden van de kinderen, zodat tijdens de les en ook in volgende lessen een goede voortgang van het onderwijs kan plaatsvinden.

# wiskunde in de brugperiode



SPIONNEN IN DE STAD

*De redaktie is bizonder verheugd dat deze jaargang het pakket 'Spionnen in de stad' integraal gepubliseerd kan worden in de rubriek 'Wiskunde in de brugperiode'.*
*Dit pakket zal, alhoewel oorspronkelijk geschreven voor het lager beroepsonderwijs, ook elders z'n weg wel vinden (hogere klassen basisonderwijs, brugperiode avo).*
*Wim Sweers en Crit Leenders schetsen in dit nummer achtergronden en bedoelingen.*

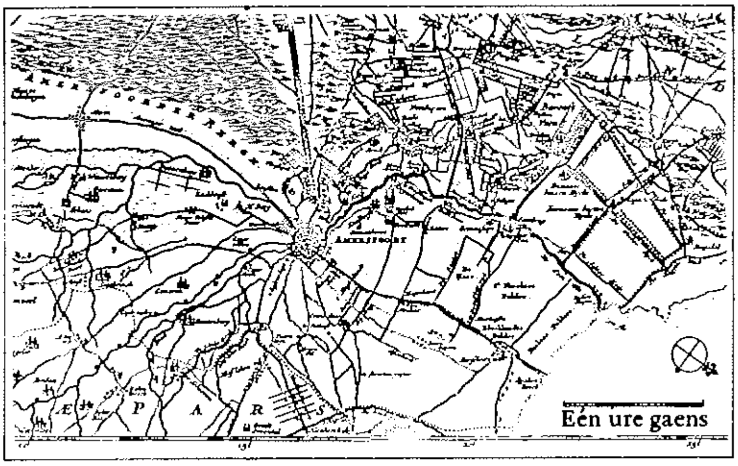
WIM SWEERS
CRIT LEENDERS

*Spionnen in de stad,* een intrigerende titel voor een leerstofpakket, bestemd voor het begin van de brugperiode.
Wat doen spionnen?
Ze verzamelen inlichtingen.
In dit geval meetgegevens voor het franse leger, dat in 1672 van plan is amersfoort te veroveren.

Op een warme ochtend in juni liepen drie spionnen die voor de fransen werkten, Dirck Pipta, Willem Gudde en Louis Lebas, ergens in het bisdom utrecht. Ze hadden de opdracht om voor het franse leger zoveel mogelijk inlichtingen te verzamelen over amersfoort.


Al enige tijd dwaalden ze door de utrechtse bossen, zonder precies te weten hoever ze nog van amersfoort af waren. Gelukkig zagen ze even later aan de kant van de weg een richtingaanwijzer. Louis pakte de kaart en ging opzoeken waar ze zich nu bevonden.

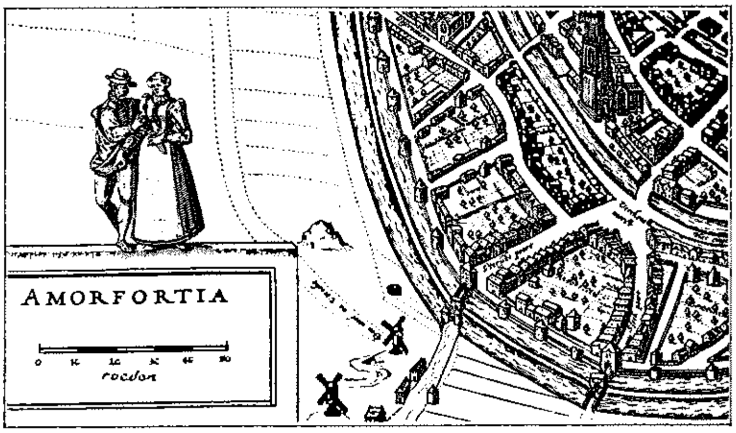
afb. 1




afb. 2

Ze schatten en meten lengte en hoogte, soms met behulp van kaarten uit die tijd.

De leerlingen volgen de spionnen op hun weg naar amersfoort en in de stad zelf.



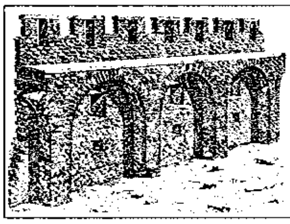

afb. 3

Ze kruipen nu eens in de huid van een van de spionnen, keren dan weer terug naar de 20e eeuwse realiteit om soortgelijke opdrachten te verrichten.

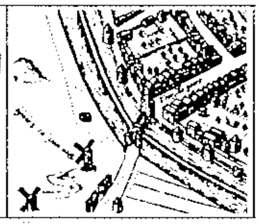
**opdracht 5** (voor 2 leerlingen) AFSTANDEN SCHATTEN

Na een poos gelopen te hebben, stonden ze op deze splitsing van wegen.
In de verte zagen ze amersfoort liggen.

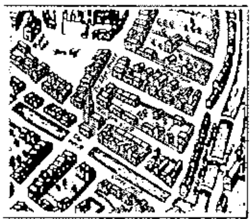
- 5-1 Waar zou deze splitsing van wegen op de kaart liggen? Geef alle mogelijkheden op de kaart aan.
- 5-2 Bepaal de afstand van die punten tot amersfoort en noteer deze hieronder.



Amersfoort was geheel door een muur omgeven.



Via de utersche (utrechtse) poort kwamen de drie spionnen de stad binnen.



Ze besloten hun intrek te nemen in een herberg op de vismarkt.

Nadat ze hun dorst gelest hadden gingen ze naar hun kamer.
Daar probeerden ze met behulp van de kaart van amersfoort een spionageplan op te stellen.

afb. 5

het meten van hoogte met een zelfgemaakte hoogtemeter

afb. 6a

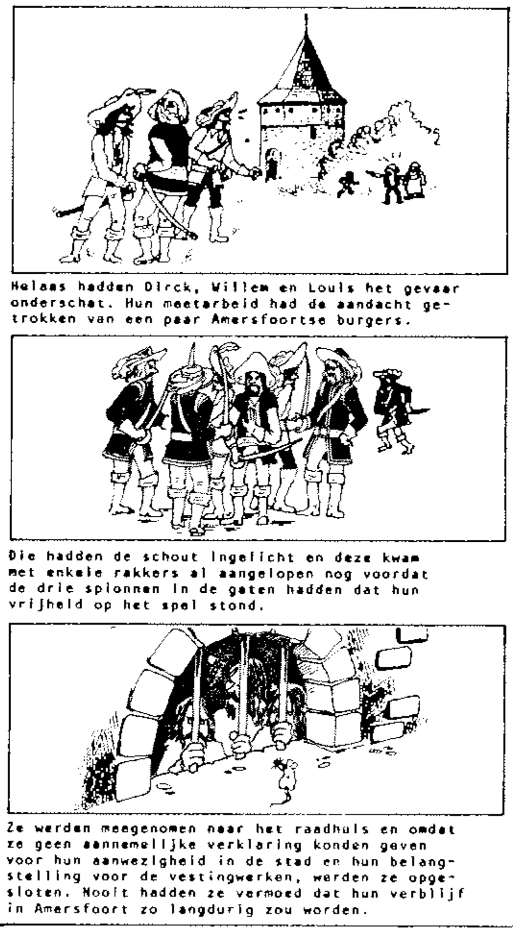


afb. 4

en met de bordliniaal

afb. 6b

Alleen levert dit voor onze leerlingen minder gevaar op dan voor de hoofdpersonen uit ons verhaal.




afb. 7

De *historische kontekst* hebben wij niet slechts gekozen omdat we de leerlingen wilden motiveren door een verhaal dat hun fantasie zou aanspreken, we hebben de situering van de opdrachten in de zeventiende eeuw eveneens nodig om het gebruik van oude maten zinvol te laten geschieden.

**opdracht 7** (voor 4 leerlingen) HOE LANG LOOP JE VAN DE POORTEN NAAR HET CENTRUM ?

16 man vormen een roede. Een zestiende-eeuws boek beschrijft hoe je de lengte van een roede verkrijgt: 'Vraag op straat 16 mensen, grote zowel als kleine, om achter elkaar te gaan staan. Laat ieder zijn linkervoet achter die van zijn voorganger zetten, dan zal de aldus verkregen lengte een goede en wettige maat zijn en roede genoemd worden en het zestiende deel zal een een juiste maat voor de voet zijn.'

▶ 7-1 Bepaal hoe lang het lopen is van de Utrechtse Poort tot de Hof.
Gebruik hierbij: - de kaart met de [illegible]
- de beschrijving van wat een roede is
- de eerder berekende afstand die je in 1 uur gaans kunt afleggen.

Vanaf de Utrechtse Poort is de Hof in ______ minuten lopend, te bereiken.

afb. 8

16 leerlingen of 4 x 4 leerlingen vormen een roede

afb. 9

Dat wij als uitgangspunt gekozen hebben de leerlingen met deze maten te laten werken, vindt zijn oorzaak in het feit dat wij ze opnieuw willen konfronteren met lengtemeting.

*Welke meetervaringen hebben de 12-13-jarige leerlingen reeds gedurende de voorafgaande schoolperiode opgedaan?*
Gedurende de kleuter- en basisschoolperiode zijn de leerlingen regelmatig gekonfronteerd met meten:

– ze hebben twee voorwerpen onderling vergeleken en beslist of het ene groter was dan het andere (*vergelijking* van lengten);
– ze hebben een aantal voorwerpen naar dit kriterium gerangschikt (*ordening* naar lengte);
– ze hebben verschillende lengten *samengesteld;* bijvoorbeeld: 'mijn leesboekje is even lang als een potlood en een vlakje samen';
– ze hebben gemeten met een *natuurlijke maat:* 'mijn tafel is even lang als 3 leesboekjes';
– en tenslotte zijn de *standaardmaten* ingevoerd.

Daarna zijn herleidingssommen gemaakt in de trant van:

| | |
|---|---|
| 80 m : 2 = . . m = . . dam | 2 dm : 5 cm = |
| 400 cm : 10 = . . cm = . . mm | 1 m : 4 cm = |
| 50 hm : 5 = . . hm = . . m | 2 m : 5 dm = |
| 1600 dm : 8 = . . dm = . . m | 4 dm : 8 cm = |

afb. 10

en redaktievraagstukjes, zoals:

6. Een postduif vliegt met een snelheid van 25 m per seconde. Hoeveel m legt die duif per uur af? Hoeveel km is dat?

afb. 11

In deze vraagstukken krijgt het rekenaspekt de volle aandacht en is de relatie met de werkelijkheid nauwelijks of niet relevant. Met andere woorden: al lijkt het probleempje 'uit het leven gegrepen', de handeling die verricht moet worden, is volkomen abstrakt.

Uit ervaringen van docenten bij het lager beroepsonderwijs blijkt, dat bij veel leerlingen het *begrip* van maateenheden wel *aanwezig* is. Vraag je 'geef eens aan, hoe lang een meter is', dan benaderen ze deze lengte vrij nauwkeurig. Zo gauw echter een probleem moet worden opgelost, waarin die maateenheden *funktioneren,* is de relatie met de werkelijkheid zoek. Antwoorden, zoals 'de snelheid van die postduif is 900 km/u', zonder dat de leerling de onmogelijkheid van die snelheid voor een vogel signaleert, wijzen in die richting.

Zoals onder andere in de *lbo-brochure*[1]) is beschreven, willen we wiskunde-onderwijs geven, waarbij de leerling aktief bezig is. Daartoe wordt hij met problemen gekonfronteerd die buiten zijn wiskundig bereik liggen. Gezien zijn geaardheid zal hij meestal op een nivo van konkreet handelen tot een oplossing van het probleem komen. Dit konkreet handelen zal vaak bestaan uit het verzamelen en verwerken van meetresultaten.
Een goed begrip van meeteenheden en het bewust werken daarmee is daarom van essentieel belang voor de geschetste aanpak, doch dit blijkt – gezien het voorgaande – niet in voldoende mate aanwezig.
Er zijn twee mogelijkheden om hier iets aan te doen.
– we bieden leerstof aan waarin de leerling de diverse fasen in de opbouw van het maatbegrip nogmaals doorloopt;
– we bieden leerstof aan, die het maatbegrip 'reviseert' op die punten, waar dit bij de leerlingen niet funktioneert.

De eerste mogelijkheid lijkt niet geschikt, omdat de lbo-leerling reeds meetervaringen heeft. Het heeft dan ook geen zin om eerst te doen, alsof er geen meter, kilogram en dergelijke bestaan, om vervolgens deze maten te introduseren, alsof ze volkomen nieuw zouden zijn.
Onder andere om deze reden is de keuze gevallen op de tweede mogelijkheid.

*Lengtemeting* neemt in meetaktiviteiten een centrale plaats in. Alle fasen tot de introduktie van de standaardmaat zijn reeds op 7- à 8-jarige leeftijd doorlopen. Hierdoor is het werken met lengtematen het meest 'geautomatiseerd'. De revisie richten we daarom voornamelijk op de lengtemeting.

*Op weg naar de standaardlengte*
Aanvankelijk waren veel maten gestandaardiseerd door een gemiddelde aan te nemen; zoals bijvoorbeeld bij de roede.
Ook gebeurde het wel dat een gezaghebbend persoon zichzelf tot maat verhief. (afb. 12)

Naarmate echter de handel zich buiten enge gebiedsgrenzen uitbreidde en wetenschap en techniek vorderden, werden steeds meer standaardmaten geintroduseerd, welke onafhankelijk van de mens tot stand kwamen: bijvoorbeeld *de meter* als het tienmiljoenste deel van de afstand tussen noordpool en evenaar.
In 1899 vastgelegd als de afstand tussen twee gegraveerde lijnen op een staaf van een

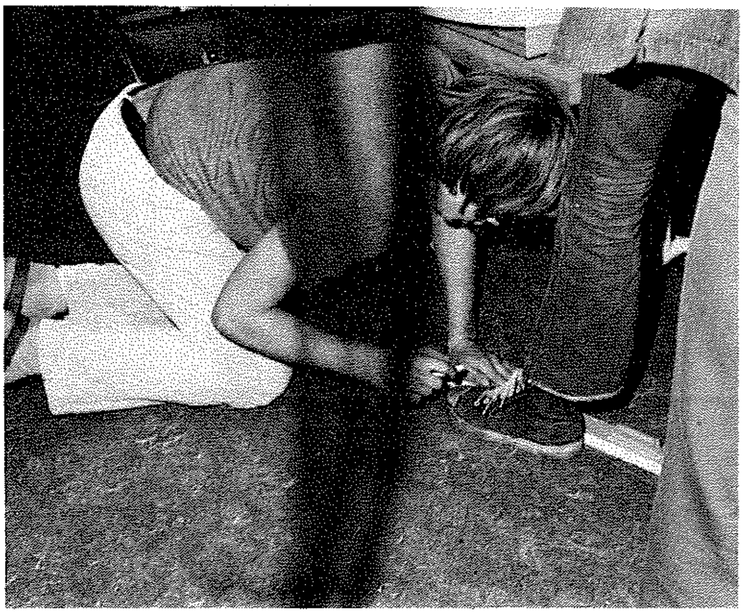
[1]) Hoofdstuk 2, pag. 28 e.v.

De engelse yard werd vastgelegd door koning Hendrik I in 1101: de afstand van het puntje van zijn neus tot aan de top van zijn middelvinger.

afb. 12

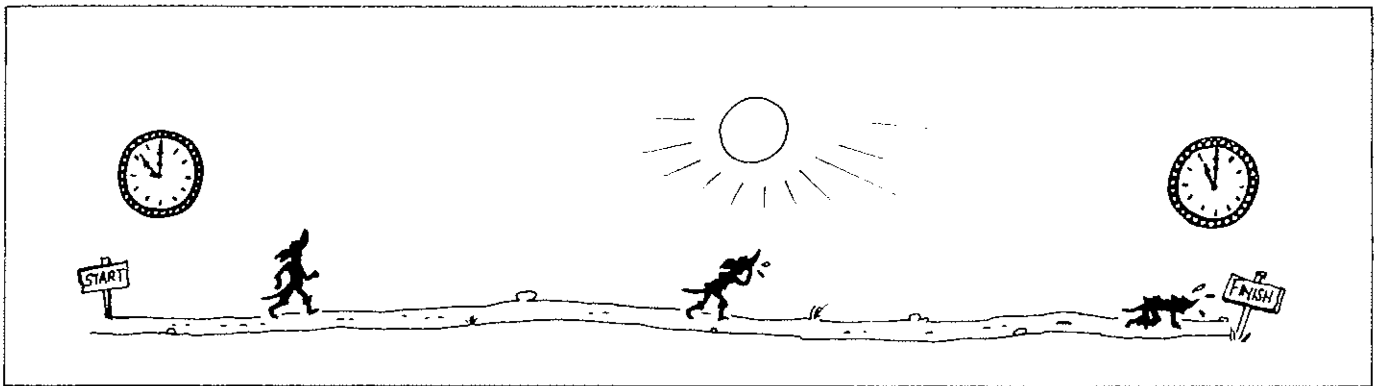
platina-irridiumlegering bij 0°C en in 1960 eksakter gedefinieerd als:
een meter is 1.650.763,73 maal de golflengte in vakuum van het oranje licht, afkomstig van een lamp gevuld met het gas Krypton 86.

*Hoe laten wij de leerlingen die ontwikkeling naar de standaardmaat opnieuw beleven?*
We laten ze in 'Spionnen in de stad' opnieuw werken met de natuurlijke maten van onze voorouders (uren gaans, roede, voet).
Bij het vergelijken van deze natuurlijke maten met onze huidige maateenheden treden er individuele en/of groepsverschillen op. Daardoor wordt, evenals bij onze voorouders, de kommunikatie bemoeilijkt, waardoor de behoefte aan een standaardmaat duidelijk gevoeld en het nut ervan ingezien wordt.
Door nu met deze oude maten een aantal opdrachten uit te voeren en de resultaten hiervan te 'vertalen' in onze huidige meeteenheden, worden de meet- en rekenaktiviteiten weer duidelijk gekoppeld aan de realiteit.
Hierdoor wordt ook een aanzet gegeven tot het tweede aspekt van de revisie.



afb. 13

In de volgende afleveringen van het wiskobasbulletin zullen we het leerstofpakket 'Spionnen in de stad' integraal publiseren.
In de zesde klas van de basisschool en in de brugklas van het lbo is met dit pakket reeds ervaring opgedaan. Bij de verschillende opdrachten zullen we kanttekeningen plaatsen, waar dit voor de juiste interpretatie nodig is.
Gaat u er ook eens mee aan de slag: wellicht kost het u minder energie dan Dirck op diens wandeltocht naar amersfoort.




1 uur gaans

afb. 14

# kleuters en wiskunde

SUGGESTIES VOOR HET SCHATTEN

JES MELIS
HENNEKE DE LORME-BAKKER



Op de hoek van een tafel midden in de klas ligt één vouwblad. Elk kind heeft bovendien een stapeltje vouwblaadjes voor zich.
*'Hoeveel vouwblaadjes denk je dat er op jouw tafel kunnen liggen? Je mag ze niet op elkaar leggen.'*
De kinderen beginnen te roepen: 100, 20, 200, 50.
Nadat op de demonstratietafel twee blaadjes, precies aan elkaar grenzend, zijn neergelegd, wordt de vraag herhaald.
Ze hebben nu begrepen wat de bedoeling is. Twee kinderen knijpen hun ogen een beetje dicht en maken gebaren met een vinger, alsof ze hun vouwblaadje steeds, in gedachte, op de tafel afmeten.
De antwoorden variëren van 1 tot 20.
Alle kinderen mogen vervolgens de blaadjes op hun tafel leggen om na te gaan hoeveel het er nu ècht zijn.
Een meisje: 'Er kunnen 12 blaadjes op: 9 hele en 6 halve. Je hebt niet gezegd dat ze niet doorgeknipt mogen worden.'

De kinderen hebben één vouwblaadje en een doos met blokken. Eén blokje mag op het vouwblad gelegd worden.
*'Hoeveel blokjes kunnen op het vouwblad liggen?'*
Bij een eerste poging worden tè kleine blokjes genomen (er passen precies 36 blokjes op). De schattingen vallen allemaal veel te laag uit (3, 4, 7).
Grotere blokjes en kleinere blaadjes vereenvoudigen de opdracht vervolgens aanzienlijk.

Een vouwblad en een blokje worden getoond.
*'Teken op een vouwblad, uit je hoofd, een vierkant dat net zo groot is als het blokje.'*
De kinderen gaan aan 't werk. Als ze klaar zijn knippen ze het vierkant uit en komen ze het passen op het blok, dat midden in de klas op een tafeltje ligt.

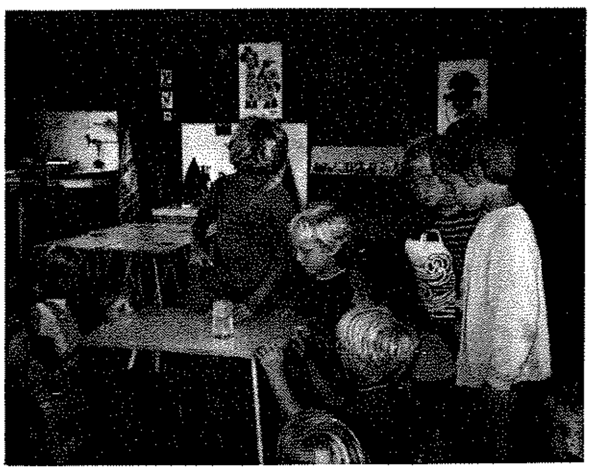
Er staan twee potten en een kan water op een tafeltje.
*'Waarin kan ik meer water doen en laat zien dat 't zo is?'*
De grootste pot wordt onmiddellijk herkend.
'Je kunt 't ook ècht doen met water, juf. Je doet 't kleinste potje vol met water en dat giet je dan in de grote pot.'
'Doe het maar eens.'
'Nou, zie je wel, d'r kan hier (in de grote pot) nog veel meer bij.'

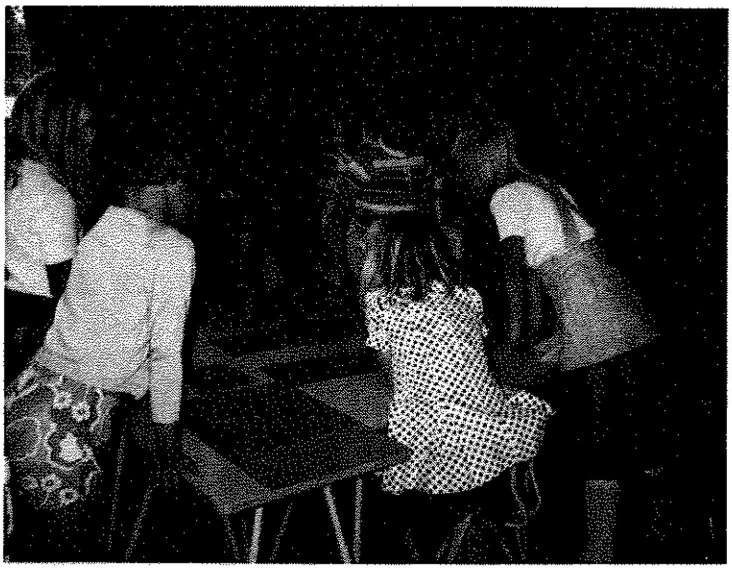
Een grote stoel staat verder weg dan een kleine stoel.
*'Hoeveel stappen kun je doen tussen de twee stoelen?'*

Ze zijn het niet met elkaar eens. Een grote forse jongen met lange benen verklaart dat het er twee zullen zijn en een pittig klein meisje is er beslist zeker van dat het drie stappen en nog een heel klein stapje zijn – niet een halve, dat is te veel, maar een 'halve halve stap' –.
Na uitvoering blijken beide kinderen gelijk te hebben. De groep vindt 't ook logisch.
'Als je lange benen hebt, kun je grotere stappen doen.'

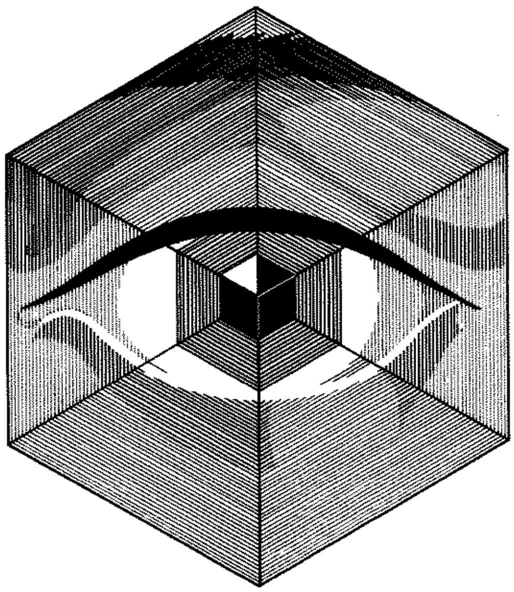
Een potlood ligt bij een stoelpoot.
*'Hoeveel keer kun je het potlood neerleggen tussen deze stoelpoten?'*
Het potlood wordt goed bekeken. Bijna alle kinderen gaan nu (in gedachte) potloden afpassen, wat je duidelijk aan de gebaren kunt zien. De antwoorden liggen niet ver uit elkaar: 4, 5, 6.

Op tafel: een groot blok, een liga-doos, een klein blok.
*'We gaan deze voorwerpen op volgorde leggen: van zwaar naar licht. Je mag ze niet aanraken, alleen maar aanwijzen.'*
'Tjé, wat kippig zeg. Die liga-doos is van karton en de blokken van hout. Die doos is natuurlijk het lichtste. Nou, en dat ene blok is de helft van de andere. Dat grootste blok is 't zwaarst.'
Kontrole volgt.
Vervolgens krijgen ze dezelfde voorwerpen te zien met toegevoegd een liga-doos, waarin een middengewicht-blokje verborgen.
*'Pak twee dingen die even zwaar zijn.'*
'Da's ook een stomme vraag, dat zijn die twee ligadozen.'
Het jongetje met de grootste mond grijpt de twee dozen. Woest opent hij de gevulde doos. Veel hilariteit!





# kijk ook eens zo!



EEN BABY HEEFT ZÒ
'N ZONNESTEEK

DIK OORT

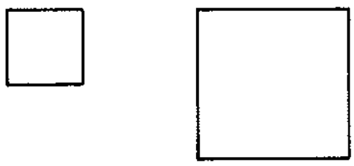
Op een kaart, schaal 1 : 200, is een rechthoekig terrein getekend als een rechthoek; lang 15 cm en breed 10 cm.
Hoe groot is de oppervlakte van dat veld?
*De werkelijke breedte is 20 m, de lengte 30 m.*
*De oppervlakte is 20 m x 30 m = 600 m².*[1])

Het komt nog wel eens voor dat een leerling een andere manier van 'oplossen' hanteert:
*de oppervlakte van de rechthoek op de kaart is 10 cm x 15 cm = 150 cm²;*
*de oppervlakte van het rechthoekig terrein is 200 x 150 cm² = 30.000 cm² = 3 m².*

't Is duidelijk dat laatstgenoemde leerling nog niet in de gaten heeft dat de aanduiding *'schaal 1 : 200'* iets zegt over de verhouding van lengten van overeenkomstige lijnstukken (op de kaart en in werkelijkheid) en dat deze verhouding niet geldt voor oppervlakten van overeenkomstige oppervlakken.

De tegenwoordige atlassen zijn vaak veel duidelijker; in plaats van *'schaal 1 : 200'* lezen we *'1 cm op de kaart is in werkelijkheid 2 m'*. Als de leerling nu maar niet foutief verder fantaseert en zegt: 'en 1 cm² op de kaart is in werkelijkheid 200 cm²'.

We gaan eens de volgende vierkanten vergelijken:



zijde 1 cm     zijde 2 cm

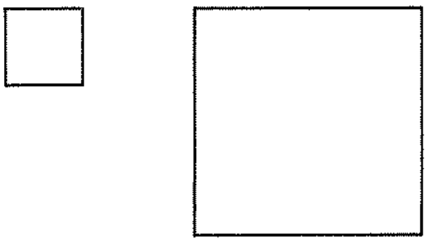
De omtrek van het kleine vierkant is 4 cm, de omtrek van het grote vierkant is 8 cm.
Als we twee overeenkomstige lijnstukken bekijken, bijvoorbeeld de halve omtrek links en de halve omtrek rechts, of een diagonaal links en de overeenkomstige diagonaal rechts, vinden we dat de rechtse 2 keer zo lang is als de linkse.
Als we het linkse vierkant als afbeelding van het rechtse beschouwen kunnen we zeggen dat de schaal 1 : 2 is. En die verhouding geldt voor alle overeenkomstige lijnstukken.
*De lineaire (lengte-)schaal* is 1 : 2.

---

[1]) Velen zullen in verband met de didaktische aanpak bovenstaande juiste schrijfwijze (immers oppervlakte = lengte x breedte) vervangen door
20 x 30 m² = 600 m².

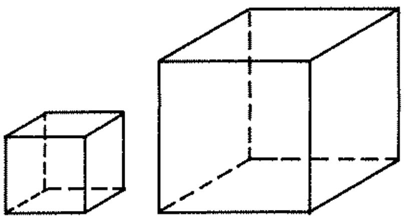
De oppervlakte van het rechtse vierkant is 4 $cm^2$.
De verhouding van de oppervlakten is 1 : 4.
*De oppervlakteschaal* is 1 : 4.

Als we twee vierkanten tekenen met lengteverhouding 1 : 3



verhouden hun oppervlakten zich als 1 : 9.
Dit geldt voor alle gelijkvormige figuren. Als van twee cirkels de middellijn van de grote 5 keer zo lang is als die van de kleine dan is de oppervlakte van de grote cirkel 25 keer zo groot als die van de kleine.

We gaan datzelfde nog eens bekijken in de ruimte.



zijde 1 cm   zijde 2 cm

twee kubussen: lineaire schaal 1 : 2

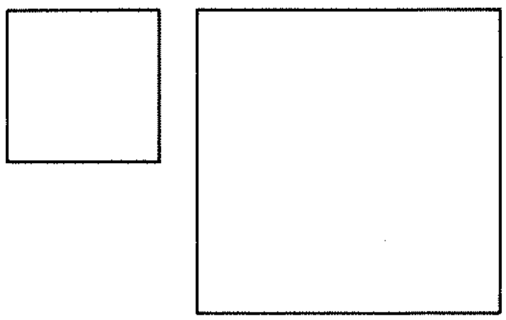
De oppervlakte van de linker kubus:
$6 \times 1\ cm^2 = 6\ cm^2$.
De oppervlakte van de rechter kubus:
$6 \times 4\ cm^2 = 24\ cm^2$.
De overeenkomstige oppervlakten verhouden zich dus als 1 : 4, een uitkomst die we al verwacht hadden.

Het volume van de grote kubus is 8 $cm^3$. Dus de verhouding van de volumina *(volumenschaal)* is 1 : 8. Ook dit geldt voor alle gelijkvormige figuren.

Als van twee *bollen* de grootste een middellijn heeft die 3 keer zo lang is als de middellijn van de kleinste dan is de oppervlakte van de grote bol 9 keer die van de kleine bol en het volume van de grote bol 27 keer het volume van de kleine bol.
Vaak passen we deze eigenschap van de verhouding van oppervlakten en inhouden van overeenkomstige figuren maar zeer beperkt op de basisschool toe. Bijvoorbeeld:
we vergelijken een vierkant met zijde 1 cm met een vierkant met zijde 1 dm;
de lineaire verhouding is 1 : 10;
de oppervlakteverhouding is dus 1 : 100 (1 $dm^2$ = 100 $cm^2$);
of we vergelijken een kubus met ribbe 1 dm met een kubus met ribbe 1 m;
lineaire verhouding 1 : 10;
dus volumeverhouding 1 : 1000 (1 $m^3$ = 1000 $dm^3$).

* * *

Het feit dat bij gelijkvormige figuren overeenkomstige lijnstukken een andere verhouding hebben dan overeenkomstige oppervlakken (evenzo voor overeenkomstige inhouden) speelt een grote rol in de ekonomie, biologie en fysika. We willen daar een paar voorbeelden van geven in de hoop dat u er zelf nog enige bij vindt.



De linker figuur stelt een *vierkant eiland* in de oceaan voor met rondom een zware dijk van totaal 4 km lengte. Op dit eiland wonen 100 mensen die allemaal evenveel belasting betalen.
Het rechter eiland heeft een twee keer zo lange dijk, die overigens even zwaar is als die van het linker eiland.
Verder moet u nog weten dat beide eilanden even dicht bevolkt zijn en dat alle bewoners van het rechter eiland onderling ook evenveel belasting betalen.
Wie betaalt nu meer belasting, een bewoner van het linker of een van het rechter eiland?
Jammer genoeg kunnen we u hierop geen antwoord met zekerheid geven, maar het ziet er wel naar uit dat de bewoners van het rechter eiland het minst betalen.
Wat is namelijk het geval?

Het rechter eiland is vier keer zo groot: daar wonen vier keer zoveel mensen, die echter slechts een twee keer zo lange dijk moeten onderhouden.

Elke inwoner van het grote eiland betaalt derhalve aan het onderhoud van de dijk maar de helft van wat een bewoner van het kleine eiland aan zijn dijk moet bijdragen.

* * *

Laten we eens aannemen dat een volwassen persoon van 180 cm lengte precies dezelfde vorm heeft als een baby van 60 cm lengte (u weet dat dit niet klopt, omdat bij een baby 't hoofd in verhouding met de rest nogal groot is).
De lineaire verhouding van baby en volwassene is dus 1 : 3.
Dit betekent dat de huid van de volwassene een 9 keer zo grote oppervlakte heeft als die van de baby en tevens dat de inhoud van de volwassene (vlees, botten, bloed, enz.) 27 keer zo groot is als het volume van de baby.
We leggen ze nu allebei in hun blootje op hun rug in een hete zon. Het aan het zonlicht blootgestelde huidgedeelte van de volwassene is 9 keer zo groot als dat van de baby. De volwassene krijgt dus 9 keer zo veel warmte (kalorieën) naar binnen als de baby, maar met die 9 keer zo veel warmte gaat hij 27 keer zo veel vlees, bloed, enz. verwarmen. De baby zal dus de eerste zijn die z'n temperatuur ziet oplopen. Anders gezegd: de baby heeft veel eerder last van warmtestuwing of zonnesteek dan de volwassene.
Konklusie: *geen baby bloot in de zon!*
Verklaart u nu eens waarom, als we ze beiden in felle kou leggen, de baby het eerst doodvriest.

En probeert u het dan tevens met de volgende problemen:

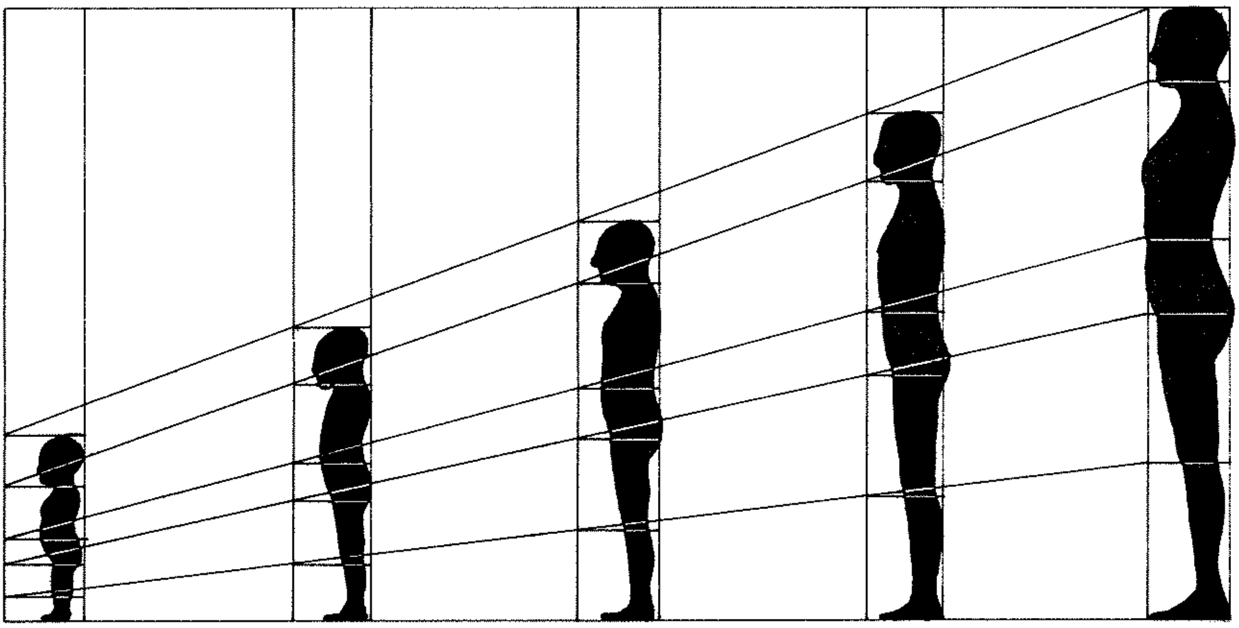
* Acht bijenvolken hangen elk als een klont aan een boom. De kou is verschrikkelijk, ze voegen zich samen tot één zwerm en nu wordt het dragelijker.

* In een grote bus en in een kleine bus (zelfde vorm, zelfde materiaal) gieten we kokend water. In welke bus is de temperatuur het eerst gelijk aan de temperatuur van de omgeving?

* We nemen aan dat de kracht van een dier evenredig is met de oppervlakte van de doorsnede van een spierbundel.
  Waarom komt er op aarde geen olifant voor (of is dat vroeger eens gebeurd) die 3 keer zo hoog, lang en breed is als de nu bestaande grootste?

* * *

Tenslotte nog even de tweede oplossing van ons probleem aan het begin van dit stukje:
*de oppervlakte van de rechthoek op de kaart is* $10\ cm \times 15 cm = 150\ cm^2$*;*
*de lineaire schaal is 1 : 200, dus de oppervlakteschaal is 1 : 40.000;*
*de oppervlakte van het rechthoekig terrein is* $40.000 \times 150\ cm^2 = 6.000.000\ cm^2 = 600\ m^2$.



# variabel blok

## INHOUD

# 1.1 inleiding

OVER MEETKUNDE

Meetkunde behoorde tot voor kort tot het domein van het voortgezet onderwijs. 't Werd vooral geassocieerd met Euclides en gezien als hèt voorbeeld van een deduktief sisteem. Op basisschoolnivo lagen er hier en daar enkele restjes van de vormleer, zoals die ruim een eeuw geleden gepraktiseerd werd en nog wat leerstofblokjes, die we nu op het vlak *meten* zouden stellen, zoals het berekenen van de omtrek, oppervlakte en inhoud van meetkundige objekten.
Maar vanaf de vijftiger jaren steeg de belangstelling voor meetkunde op de basisschool bijna even snel als het entoesiasme voor de euclidische meetkunde bij het voortgezet onderwijs daalde. Zo bevatte 'The Arithmetic Teacher' in de periode van 1954 tot 1959 geen enkel meetkunde-artikel, in de vijf volgende jaren vijf verhandelingen per jaargang, vervolgens tien en in de periode 1968-1973 zelfs vijftien stukjes per jaar.
Er bestaat echter, internationaal gezien, opvallend weinig overeenstemming over een meetkundeprogramma voor het basisonderwijs. Wellicht is dit toe te schrijven aan de rijkdom van het gebied: de meetkunde bevat tal van aspekten, die moeilijk in een vertikaal gepland leerstofprogramma gevat kunnen worden.

We noemen:
* *het vormaspekt,* waarbij het gaat om het benoemen, herkennen en klassifiseren van meetkundige objekten, het ontwerpen van patronen, het maken van vlakvullingen, doorsneden en projekties;
* *het konstruktie-aspekt:* het maken van netwerken, het werken met konstruktierietjes, het tekenen van patronen en plattegronden, en het konstrueren met behulp van passer en liniaal;
* *het relatie-aspekt:* kongruentie, gelijkvormigheid, evenwijdigheid, overeenkomsten en verschillen;
* *het topologisch aspekt:* ruimtelijke oriëntatie, doolhofproblemen, doorloopbaarheid, vervorming van figuren;
* *het rekenaspekt:* telproblemen, rekenen met trekken en vektoren, rekenen met afbeeldingen, verbindingen met meten;
* *het transformatie-aspekt:* symmetrische figuren, randversieringen, stempels, papier vouwen en knippen, eigenschappen van verschuivingen, draaiingen en spiegelingen, het samenstellen van afbeeldingen;
* *het taalaspekt:* meetkundige begrippen, beschrijven en benoemen van figuren;
* *het logisch aspekt:* redeneren op basis van aanschouwelijke evidenties binnen een lokaal geordend sisteem.

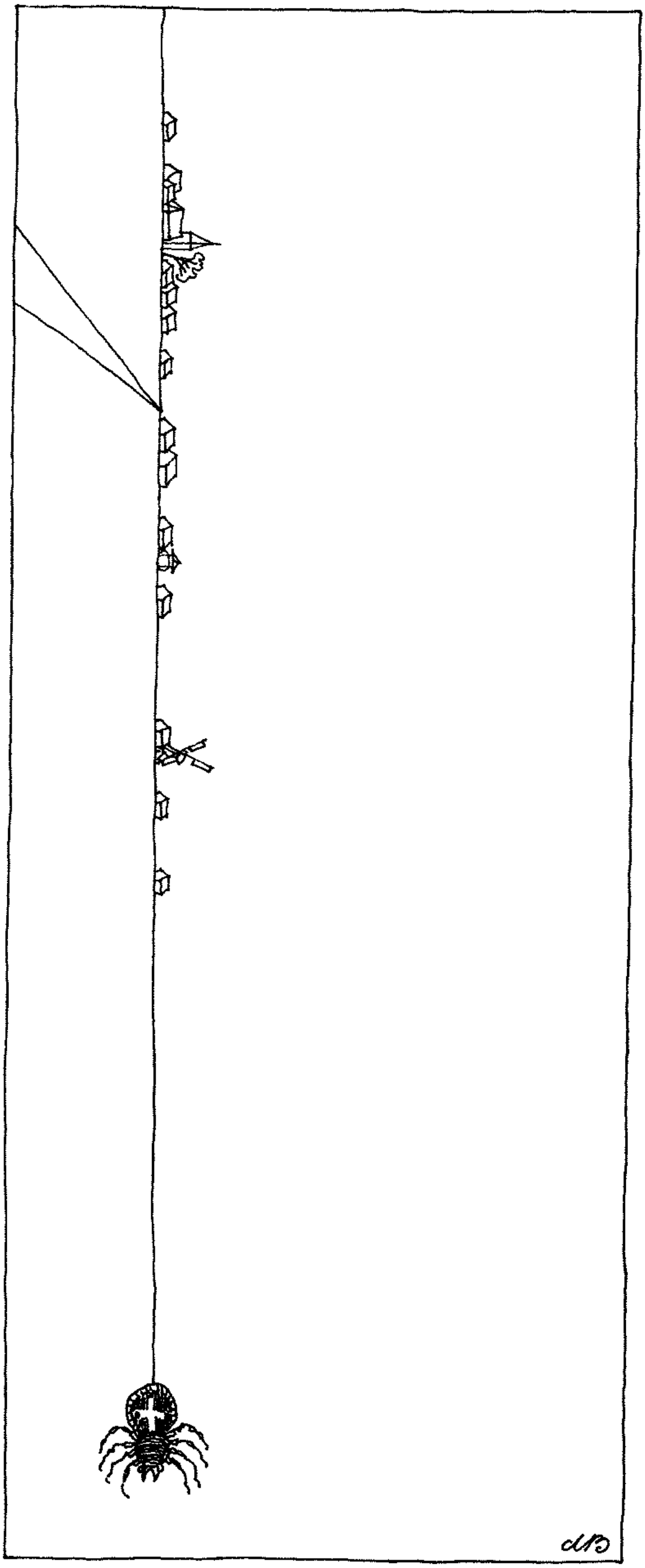
Meetkundige aktiviteiten worden vooral aangeprezen vanwege hun uitnodigend karakter, de aanschouwelijke basis die ze verschaffen voor de matematische aktiviteiten en de mogelijkheden die ze hebben voor een steeds verdergaande wiskundige organisatie van het gebied.

* * *

De lezer zal een groot deel van deze aspekten geïntegreerd aantreffen in *de tematische aanpak* van de volgende drie artikelen. Maar juist ook deze werkwijze maakt het moeilijk om het beschreven onderwijs 'zonder meer' om te zetten in een leerstofpakket, dat bruikbaar is voor de eigen klas.
Niettemin hopen we, dat de rijkdom aan ideeën omtrent foto's, kaarten, bouwplaten en dergelijke – die in de volgende beschrijvingen neergelegd zijn – inspirerend zullen werken op de medestanders van een *wereldgeoriënteerd wiskunde-onderwijs.*

Er is echter ook een andere aanpak van het meetkunde-onderwijs mogelijk, die z'n waarde heeft en wel een werkwijze vanuit 'zuivere' *topics*, waarin kleine problemen vanuit een geïsoleerd meetkundig standpunt onderzocht worden en waarbij het gebruik van 'n enkel werkblad of opdrachtkaart reeds tot een voorlopige afronding van het aangestipte onderwerp voert.
In de volgende afleveringen van het bulletin zullen we in deze jaargang voorbeelden van deze meer geïsoleerde aanpak beschrijven, die weliswaar minder rijk, maar ook minder arbeidsintensief is.

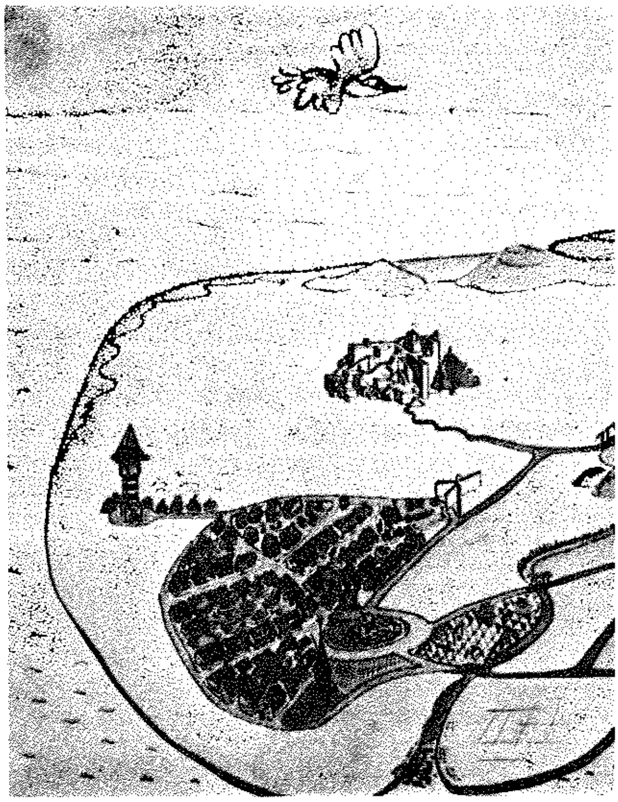
Overigens wijzen we er op, dat het zeer wel mogelijk is, om zelf enkele 'topics' uit de volgende artikelen te lichten, zoals foto's, kaartlezen, de bol, hoekmeting en meting van hoge objekten met behulp van schaduwlengte, en deze als op zichzelf staande onderwerpen uit te diepen.



# 1.2 kieken

FOTO'S IN DE EERSTE KLAS

JAN VAN DEN BRINK

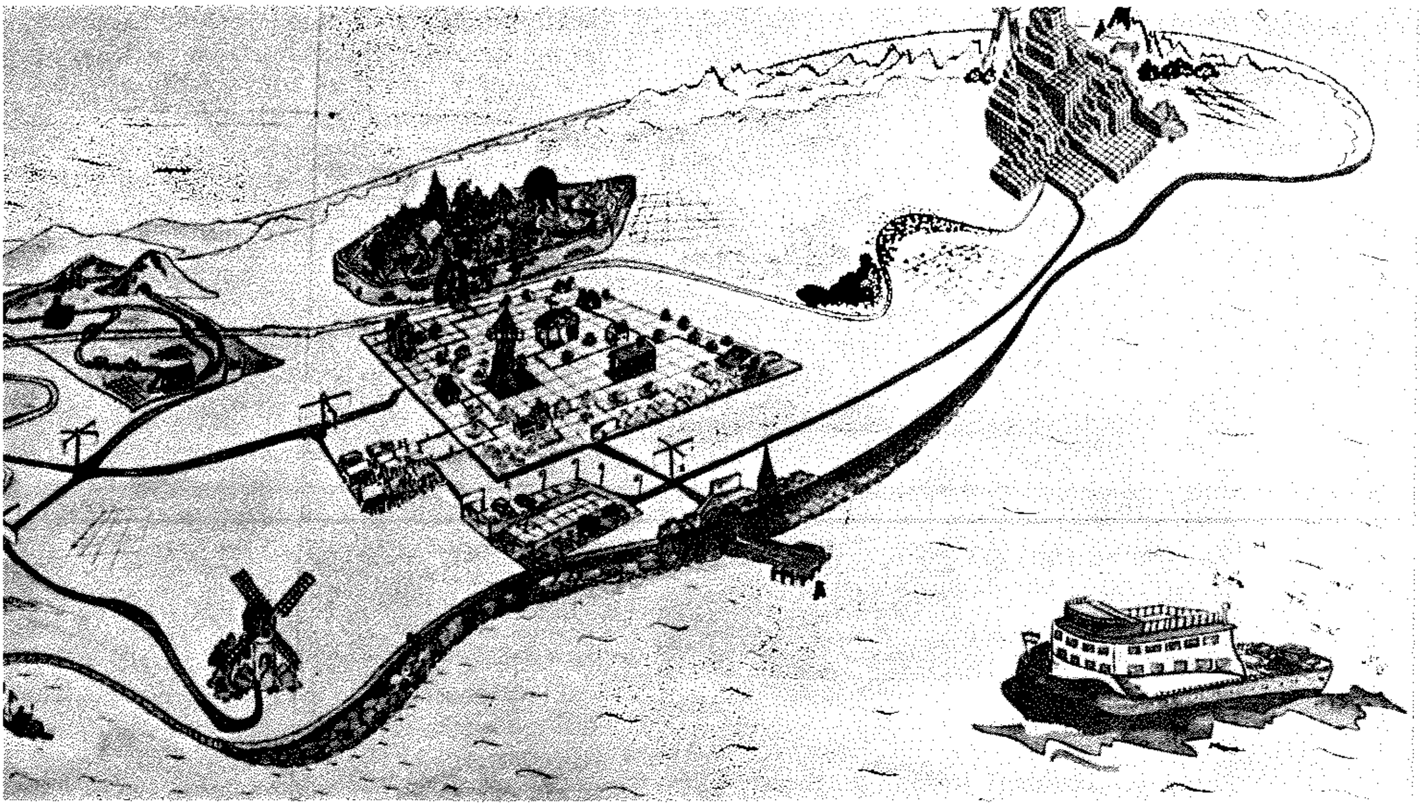


*waterland*

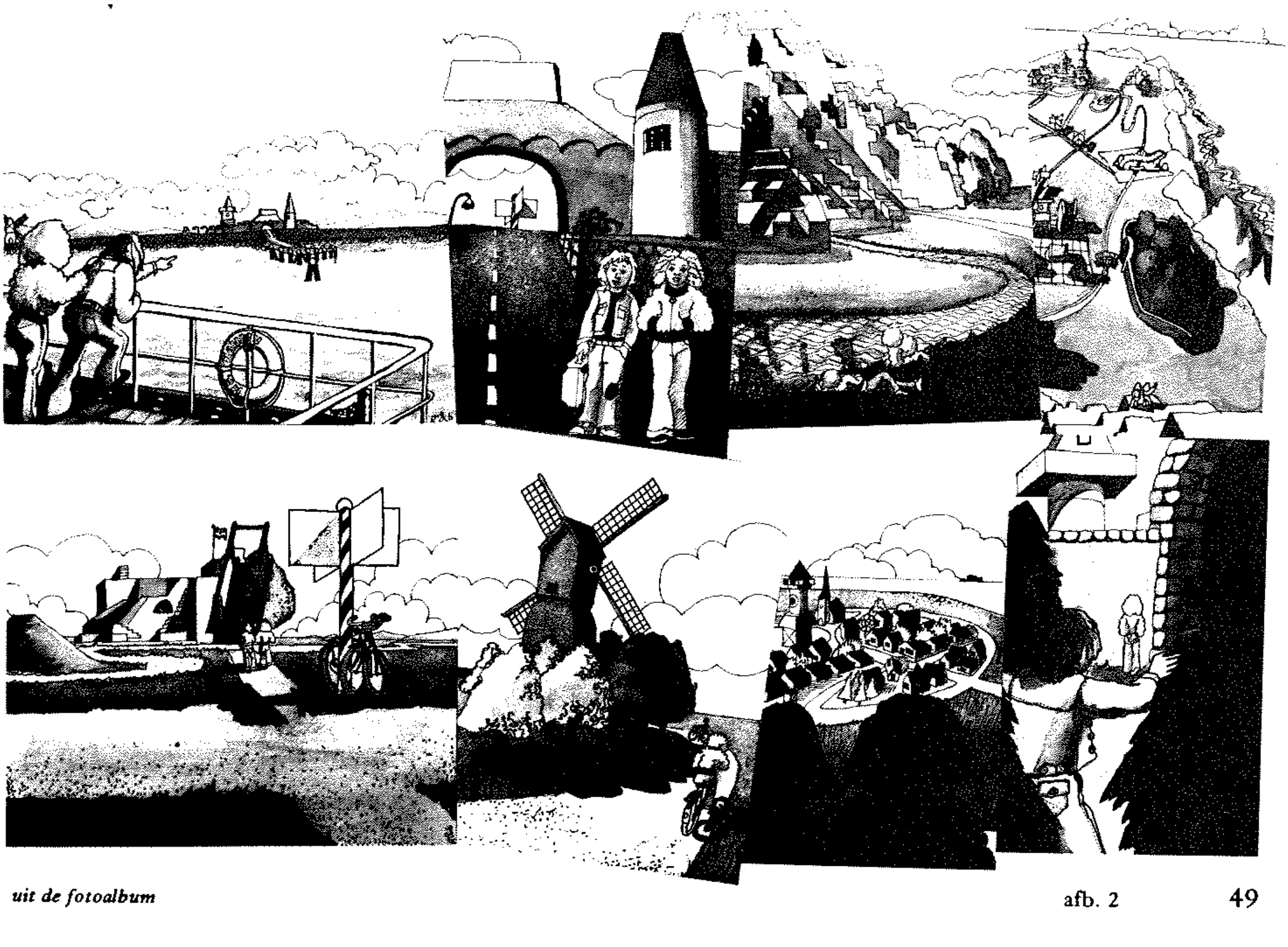
*Waterland — een gefingeerd eiland — is een groot projekt voor het eerste leerjaar, waarin allerlei wiskundige aktiviteiten aan bod komen:*
*oriënteren, bouwen, rangeren, parkeren, optimaliseren, meten, autobusproblemen, enz., enz.*
*Bij één van de vormen van oriënteren wordt gebruik gemaakt van foto's.*
*Er is een grote verscheidenheid te ontdekken in het gebruik van foto's door eersteklassers. Van vrijwel alle aspekten die de kinderen ons toonden hebben we voortzettingen ontwikkeld. We zullen trachten dit stukje ontwikkeling te schetsen.*

**Een foto-album**
Het idee om foto's *òp* (en niet *vàn*) waterland te maken ontstond voor het eerst tijdens een instituutsbespreking over ruimtelijk oriënteren.

Een foto-album van een vakantietocht op waterland zou wat meer inzicht kunnen geven in: hoè stellen kinderen zich ruimtelijke situaties voor?



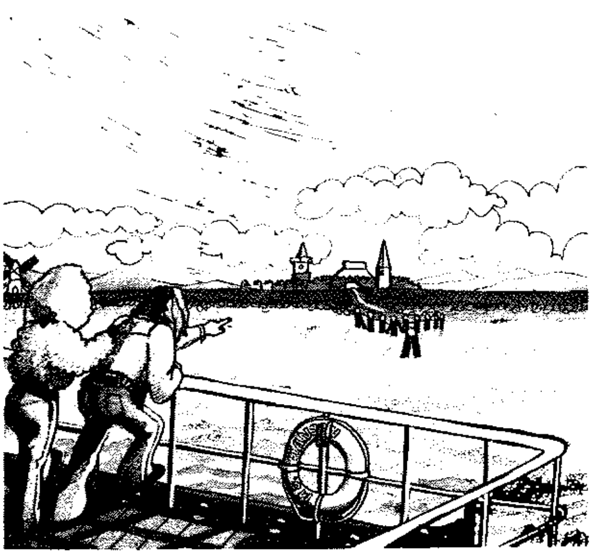
afb. 1





afb. 2

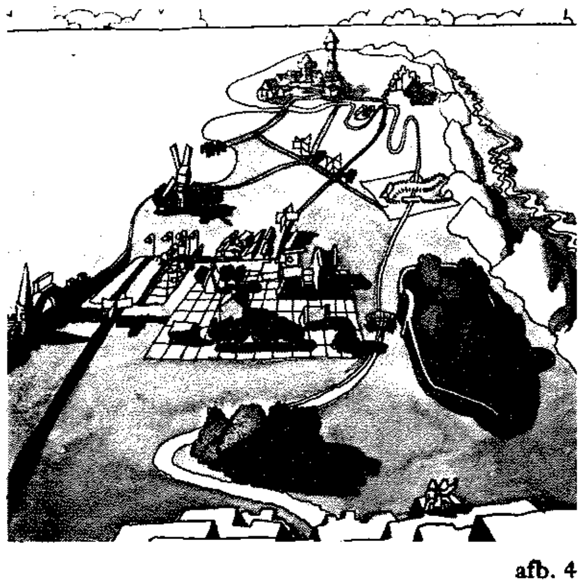
Kernvraag was steeds:
*'Waar is deze foto genomen?'*
Bijvoorbeeld:



afb. 3

Sommige kinderen kozen de meest linkse steiger op de grote waterland-plaat.
Een belangrijke hint bleek: 'als het die steiger (de meest linkse) is, waar moet dan de molen staan?'

Via relaties tussen objekten onderling, via het veraf of dichtbij staan van dingen (klein of groot) kunnen bij elke foto oplossingen gevonden worden.
Alleen als *de hoogte* in 't geding komt, wordt het plotseling moeilijker.



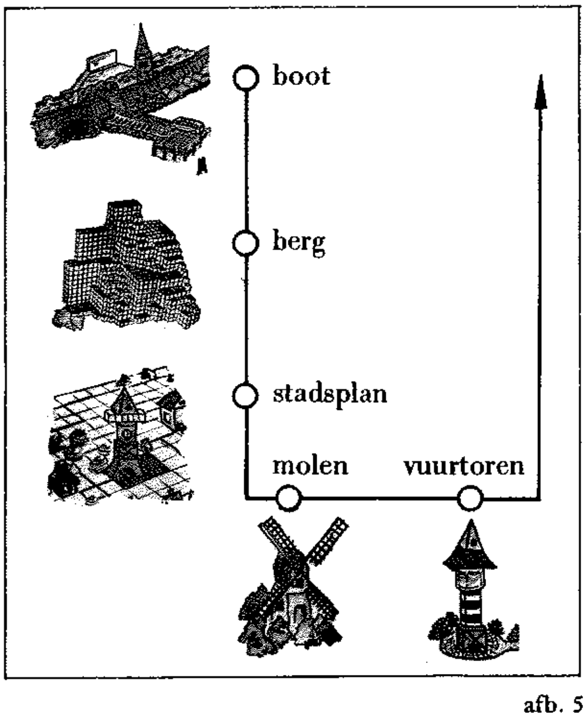
afb. 4

Het is erg moeilijk voor de kinderen om te vinden waar hier de fotograaf heeft gestaan. Dit plaatje is aanleiding geweest om een serie 'echte' foto's van de ontwerpschool te maken, en wel vanaf verschillende etages van een flat.
Het gesprek over deze foto's verloopt overigens volgens eenzelfde schema:
- 'Waar is deze foto gemaakt?'
- De leerling wijst een plaats aan op waterland.
- Hij verplaatst zich in gedachten naar de plek door te *vertellen* wat hij vanaf die plaats zou moeten zien.
- Hij vergelijkt dit verhaal met de foto en korrigeert zo nodig de door hem gekozen plaats.

*Welke wiskundige aspekten liggen nu in dit ruimtelijk oriënteren besloten en welke vervolg-aktiviteiten zijn er vanuit die foto's te ontwikkelen?*

**Wiskundige aspekten**
(1) *Een taalaspekt*
De leerling moet *vertellen* wat hij zich voorstelt op waterland te zien. De leerkracht kan zich op waterland verstoppen en de kinderen vragenderwijs laten vinden waar hij zit. Meestal gaan de leerlingen uitsluitend raden. Via de hint dat ze bij de *vorige* vraag moeten aansluiten, wordt dit wat opgevangen.

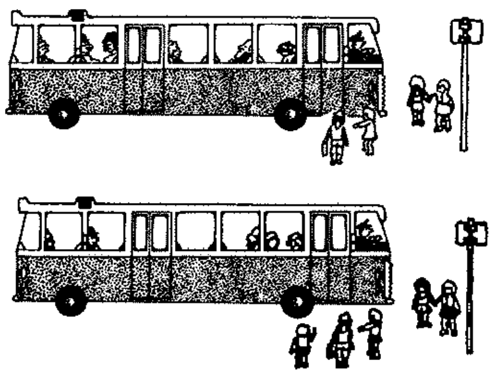
(2) Als de volgorde van de foto's in het reisalbum een fietstocht markeren, hoe is die fietstocht dan verlopen?
Dit is een tweede aspekt: *ordenen*, roetes beschrijven met foto's.
Denk hierbij ook aan de roetekaart in elke gemeentebus, waarop haltes staan aangegeven. Zo is het eveneens op waterland:




afb. 5

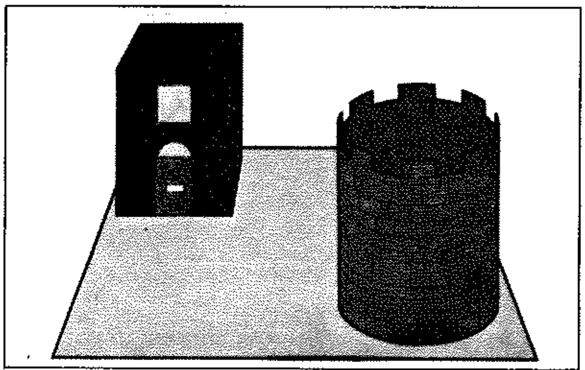
Bij elke halte kunnen mensen in- of uitstappen. Hier ligt derhalve een startpunt voor de zogenaamde autobusproblemen: rijen optel- en aftrekopgaven.[1])

③ We kunnen hierin een derde moment herkennen: een *rekenaspekt.*

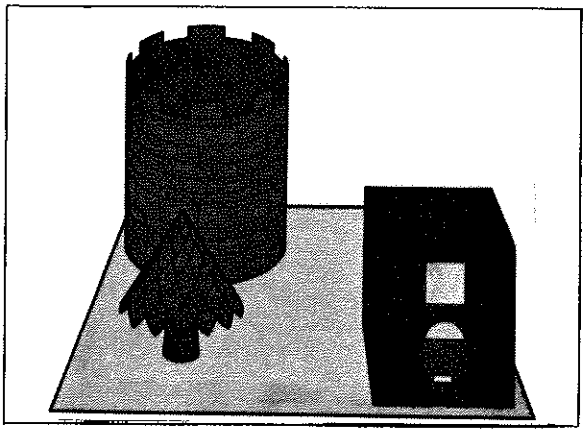

Wat is hier gebeurd?

afb. 6

④ Sommige foto's die op waterland zijn gemaakt, zijn moeilijk omdat ze in een andere richting zijn genomen dan de grote overzichtsfoto. (zie afb. 3 en 4)
Dit *richtingaspekt* vindt men ook bij afbeeldingen van één en dezelfde makette. (zie afb. 7 en 8)[2])



afb. 7

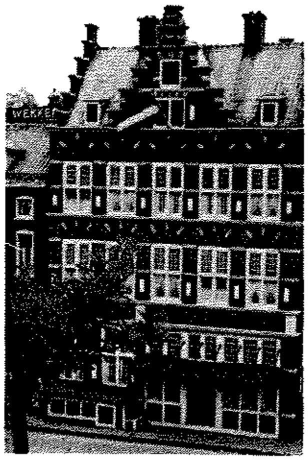


afb. 8

Dit brengt ons direkt op een belangrijk vraagstuk betreffende het ruimtelijk oriënteren, en wel of de gekozen volgorde veranderd moet worden.
Het gebruik van foto's verliep in de eerste klas vanaf het *fiktieve* eiland waterland via de *makette* naar foto's *in* en *rondom de school.* Opvallend is wel dat bijvoorbeeld de foto's van waterland aanleiding waren tot geheel andere voortzettingen dan de foto's van de school.

**Voortzettingen**

* Waterlandfoto's gaven — we wezen er al op — de aanzet tot autobus-problemen. Daarnaast vormden ze het startpunt tot het *'vergelijken van grootheden op één foto'.*
  Twee voorbeelden:
  — 'Hoe lang is deze weg op waterland, denk je?'
  'Vier kilometer' zegt een leerling.
  'Hoe lang is dèze weg dan?'
  Afhankelijk van de eerste weg wordt nu aan de tweede weg een aantal kilometers toegekend.
  'Zie je ook een weg van 1 km?'
  Het begrip eenheid komt hier ter sprake.
  — Op de overheadprojektor legt de juf een kwartje neer en vraagt de kinderen — wijzend op het scherm — welk geldstuk het is.
  Door andere muntstukken te noemen en op de overheadprojektor te leggen kunnen de kinderen aan de grootte ontdekken dat het een kwartje is.
  Vergelijken van grootheden op één plaatje.
* Bij foto's van makettes komen ook de *relaties tussen echt en namaak* in het vizier.
  Voorbeeld:



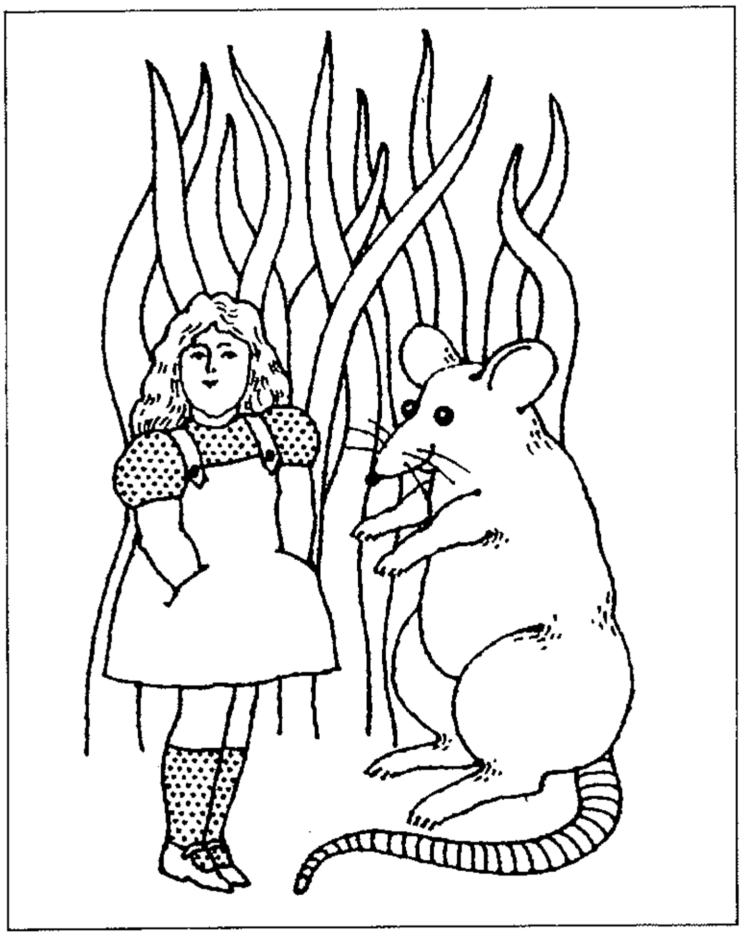
afb. 9

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 3.
[2]) Naar een idee uit het Nuffield-projekt.

'Hoe groot ben jij op deze foto?', is een vraag aan de leerlingen.
Achteraf blijkt, door de foto uit te breiden, dat het een huis in madurodam is:

afb. 10

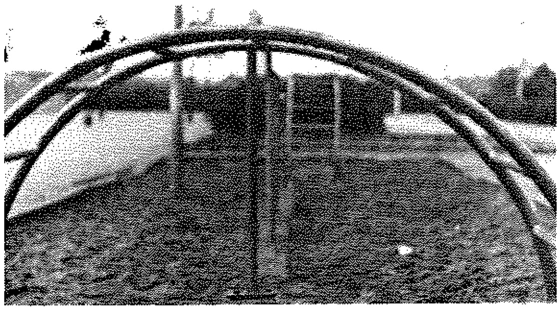
Duimeliesje, een meisje zo groot als je duim, getekend op een werkblad:



afb. 11

'Teken je schoen erbij', is de opdracht.
Een leerling tekent een véél te klein schoentje.
Even schokkend als inzichtgevend is vervolgens de hint:
'Kun je de muis met je schoen doodtrappen?'
Een overduidelijke relatie tussen werkelijkheid en namaak.

* Belangrijk zijn tevens de verschillende wiskundige aspekten die bij *foto's rondom de school* door de kinderen worden gedemonstreerd:
  - Herkennen en scherp waarnemen is nodig bij foto's, die bijvoorbeeld in tegengestelde richting zijn opgenomen:



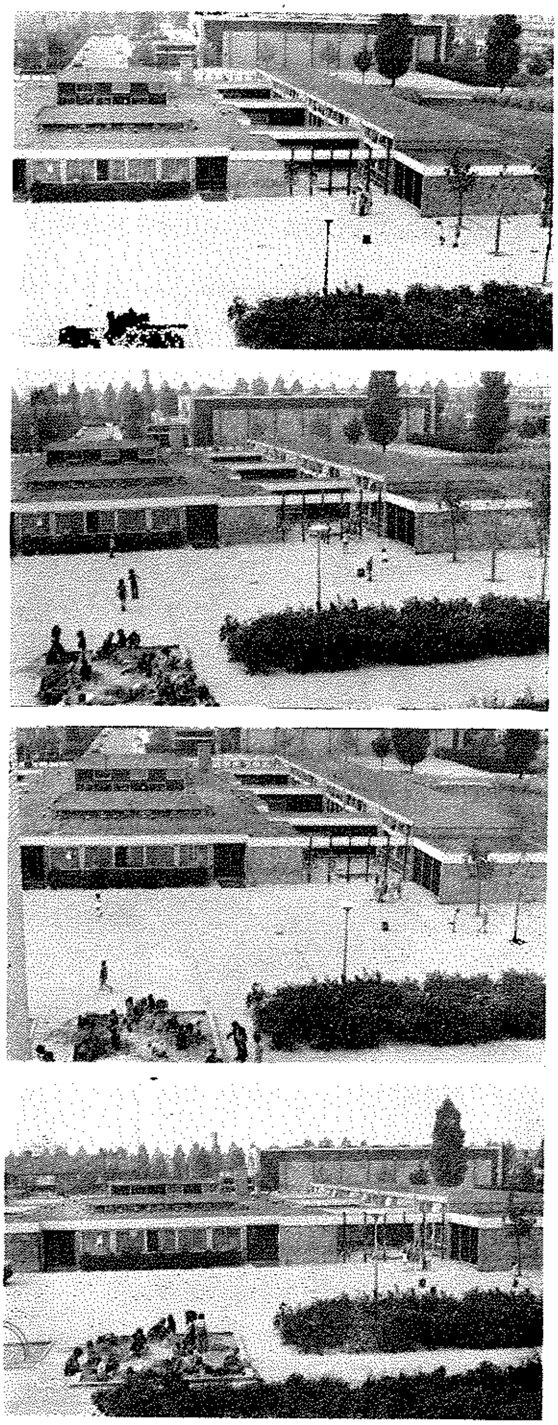
afb. 12

afb. 13

  - *Hoogte-metingen* zijn typisch voorbeelden die persé met foto's uitgevoerd moeten worden – je kunt er als kind immers niet bij!

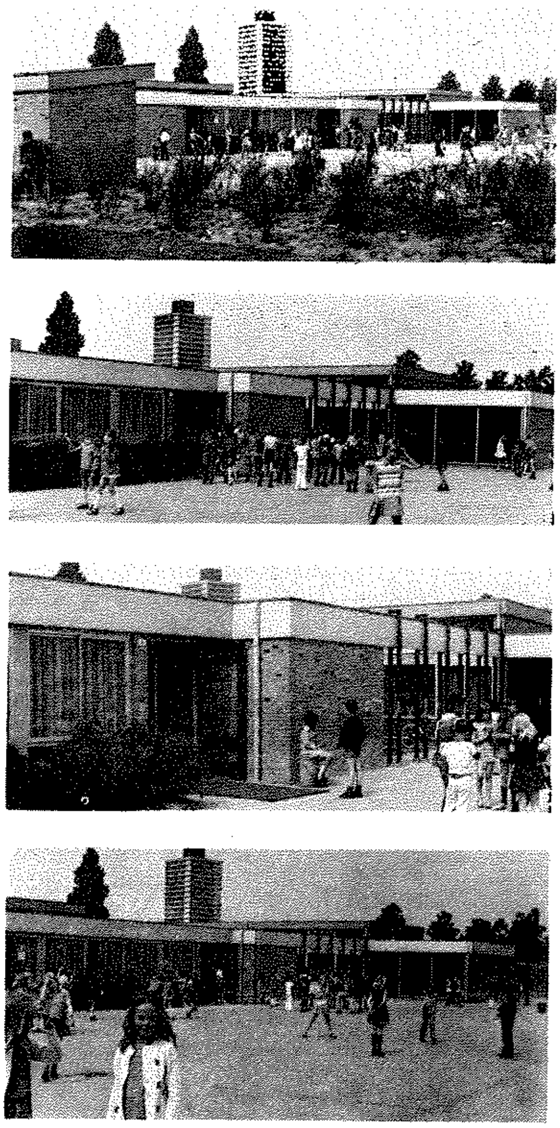
afb. 14

Er ligt een bal op het dak van de school. Hoeveel kinderen zijn er nodig om een 'torentje' te maken zodat je de bal van het dak kunt halen? Om de kinderen snel de te gebruiken verhouding te laten doorzien, is het nodig dat er op de foto een leerling staat.
Een ander soort hoogte-meting is deze: aan de hand van foto's van de school, genomen vanuit verschillende etages van de flat, moeten de kinderen proberen te vinden om welke verdieping het gaat.



**afb. 15**

* Tenslotte nòg een aspekt: *afstanden.*

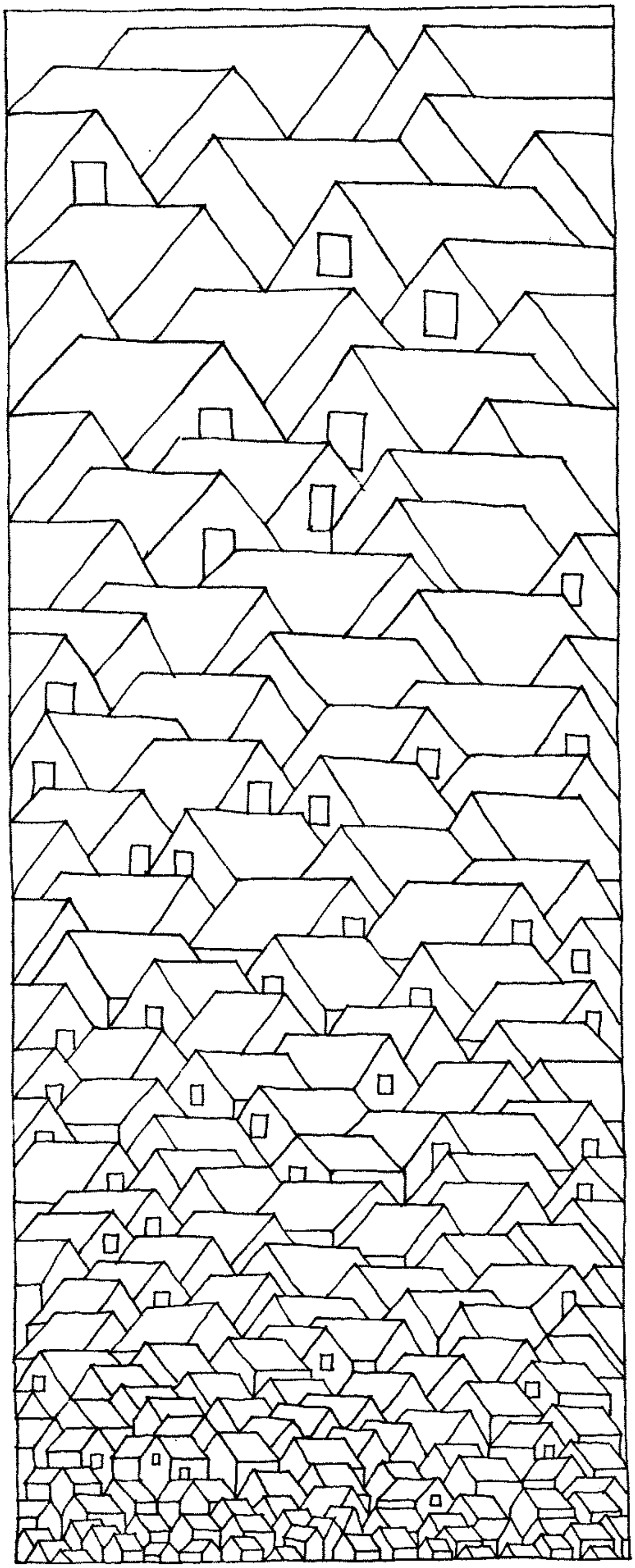


**afb. 16**

De opdracht luidt:
*Welke foto is dichtbij de deur genomen?*
Een leerling wijst op de flat die boven het dak van de school uitsteekt en zegt:
'De flat wordt kleiner als je dichterbij de school komt, want de school wordt groter.'
Hij telt de balkonnetjes om zeker te zijn:
'Daar zie je meer balkonnetjes, dus je staat verder weg van de school.'

De wiskundige aspekten bij het gebruik van foto's in de eerste klas zijn afhankelijk van de kontekst waarin de foto's funktioneren: waterland-foto's, foto's van makettes, foto's in en rondom de school. Elk soort bezit spesifieke mogelijkheden tot voortzettingen.

Het is duidelijk dat er een aantal didaktische problemen zijn in dit nieuwe terrein.
Even duidelijk is dat kinderen door foto's tot aktiviteiten komen, die wij matematisch noemen.



# 1.3 je raakt er wegwijs

EEN TEMA VOOR DE MIDDENBOUW

*Bijgaand tema inspireert om zelf ook eens met de leerlingen de omringende werkelijkheid te gaan bekijken en beschrijven.*
*Onder de ouders is vast wel een amateurfotograaf te vinden die assistentie wil verlenen.*

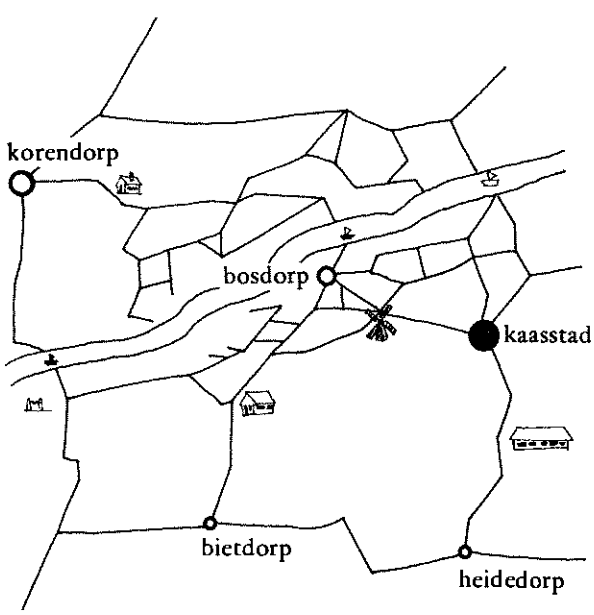
HANS TER HEEGE

**HET NIEUWE SCHOOLJAAR**

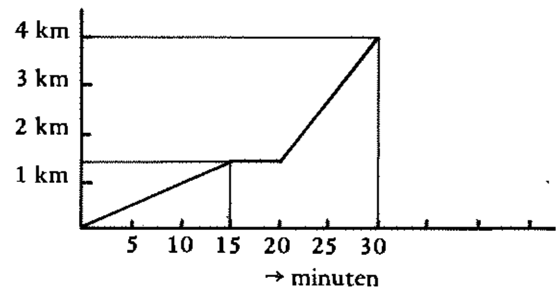
Als dit nummer van het wiskobas-bulletin in uw brievenbus glijdt, is het schooljaar 1974-1975 al enkele weken oud.
We zijn dan ook in de even leerjaren gestart met de ontwikkeling van een schoolwerkplan voor de ontwerpschool.
In de vierde klas beginnen we met een grondige herhaling van hetgeen in de derde klas aan de orde is geweest.
In de programma's voor beide klassen is de zogenaamde *'funktielijn'* erg belangrijk. Het groeitijd-pakket (klas 3) illustreert wat met deze term bedoeld wordt.

**HET GROEITIJDPAKKET**

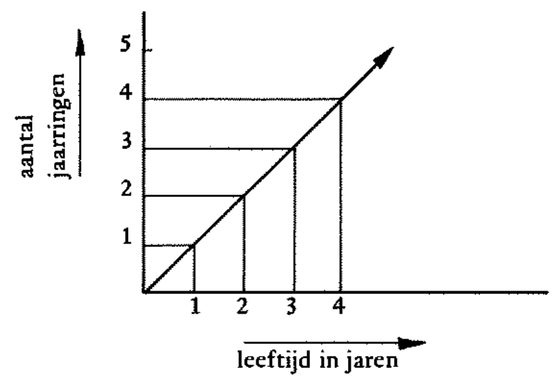
In een dorpje (korendorp) uit de 17e of 18e eeuw wordt een meisje geboren. De jonge vader gaat op weg om zijn schoonouders (woonachtig in heidedorp) van de geboorte op de hoogte te brengen. Hij doet dat op een voor die tijd geëigende manier: te voet. Na enige tijd gelopen te hebben leent hij bij een vriend een paard.
Onderweg komt hij voor een aantal beslissingen te staan omtrent de te volgen roete. Met het voetveer steeekt hij de rivier over, waarna hij zijn weg vervolgt.




Dit verhaal leidt tot de *afstand-tijdgrafiek* van de roete die de jonge vader aflegt. De afstand-tijdgrafiek, de afgelegde afstand als funktie[1]) van de tijd, wordt tijdens het verhaal opgebouwd[2]):




Belangrijk is dat de roete op de kaart en het verhaal van de afstand-tijdgrafiek steeds in relatie tot elkaar worden gepresenteerd. In de verwerkingen van het begrip *funktie* binnen het groeitijd-pakket wordt op een bepaald moment bijvoorbeeld een grafiek gemaakt van de dikte van een boom, de dikte als funktie van de tijd:




**OVER HET LANGE WATER**

In klas vier komen onderwerpen waarmee in de derde klas een aanvang is gemaakt, opnieuw aan de orde. Daarnaast wordt met nieuwe onderwerpen gestart. De leerlingen van de ontwerpschool in arnhem komen als zij naar de vierde klas gaan in een dependance, dat in een ander deel van de stadswijk ligt. Ze maken kennis met een heel andere omgeving, een totaal andere situatie.
Daarom is na de eerste drie herhalingsweken in het programma voor dit leerjaar een tema genaamd *'over het lange water'* geplanned.
In dit tema worden leerstofonderdelen uit de derde klas herhaald en wordt met nieuwe leerstof gestart.
Zo wordt de funktielijn voortgezet met opnieuw afstand-tijdgrafieken. Als nieuwe elementen worden de plattegrond, de schaal en het 'oriënteren op de kaart en in de realiteit' toegevoegd.

Het *lange water* is een belangrijke verkeersader voor het doorgaande verkeer dat vanuit arnhem naar duitsland gaat of omgekeerd. Gezien vanuit de binnenstad en vanuit de oudere wijken ligt 'achter' deze drukke ver-

---

1) Zie: maTEMAtika, pag. 119 tot en met 124 of het HO-blok 'In Orde'.

2) Zie ook Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 3, pag. 261 e.v.

keersweg een van arnhems nieuwbouwwijken, aan het eind van de jaren zestig gebouwd: *over het lange water.*
De wijk bevat afwisselend laagbouw en flatbouw. In een van de flatwoningen in de wijk komt een gezin uit de oude arnhemse wijk *klarendal* wonen.
Zo begint het verhaal, dat als een rode draad door alle aktiviteiten binnen het tema loopt. Jochem, de zoon uit het gezin, besluit om zijn nieuwe woonomgeving eens te verkennen, daarbij door zijn opa geholpen.

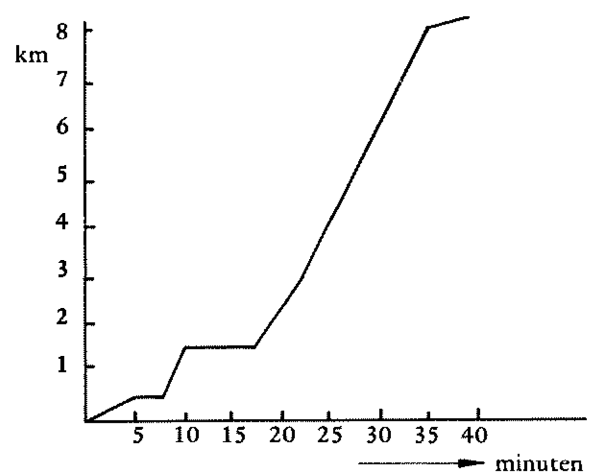
Allereerst is het noodzakelijk dat jochem op de kaart van de stad arnhem zoekt waar de *lage waard*, de straat waaraan de nieuwe flatwoning ligt, te vinden is. Hierbij komt het register van pas.
We gaan ervan uit dat de leerlingen het alfabet kennen, de alfabetische volgorde van straatnamen kunnen begrijpen en een aantal woorden (namen, plaatsnamen, straatnamen) alfabetisch kunnen rangschikken. Desgewenst kan het hier nogmaals beoefend worden. Ook komt het koderingssisteem van een stadsplattegrond aan de orde: H 11 betekent kolom H, rij 11. We gebruiken voor deze les gewone Falk-kaarten van arnhem, waarop deze vrij gebruikelijke kodering voorkomt.

Op een zaterdag zoeken jochem en zijn opa uit hoe ze *van klarendal naar over het lange water* kunnen komen, want ze willen een bezoek aan de wijk brengen. De leerlingen komen met allerlei roetes door de stad, roetes die zij opnieuw op de Falk-kaart uitzoeken. Belangrijk is of zij besluiten dat opa en jochem maar moeten lopen of dat ze van een vervoermiddel gebruik zullen maken.
Deze en andere overwegingen – de kortste weg of de snelste weg of de meest interessante weg?; is opa niet te oud om te lopen? – bepalen grotendeels de keuze van roete en vervoermiddel. Het is van grote waarde dat de klas over deze overwegingen uitvoerig kan diskussiëren.
Dan wordt de vraag gesteld: 'hoe lang zal deze tocht duren?'
Het antwoord op deze vraag moet gevonden worden zonder dat de leerlingen de beschikking hebben over het schaalbegrip.
Dit dwingt de leerlingen een maat te ontwikkelen. Zo is het mogelijk dat een leerling zich herinnert dat hij de afstand van zijn huis naar het winkelcentrum presikhaaf heeft afgelegd in 15 minuten. Na konsultatie van de kaart blijkt dat de afstand van klarendal tot de lage waard ongeveer drie keer zo lang is. De tocht van opa en jochem zal dus circa 45 minuten duren.

De lengte van de tocht is hier in tijdsduur aangegeven. Het kan uiteraard ook in kilometers. Essentieel is echter dat de leerlingen via een grove berekening – gebaseerd op verhoudingen van lengten of tijden – een akseptabele schatting kunnen maken van de lengte van een roete of de tijd die nodig is om die roete te lopen, te fietsen. Hiermee wordt het schaalidee ontwikkeld.

Opa en jochem besluiten met het openbaar vervoer te gaan. Er staan *drie alternatieve roetes* op het bord. In twee alternatieven moeten opa en jochem overstappen, in de derde roete moeten zij vrij lange stukken lopen. In de eerste twee is van belang het onderscheid tussen een buslijn door het industrieterrein, een snelle maar langere roete, en een buslijn door de binnenstad, die korter is, maar meer oponthoud kent.
De vraag is welke roete het snelste zal zijn.
Bij de beantwoording van deze vraag spelen weer een groot aantal argumenten en overwegingen een rol. Deze dienen weer ruimschoots besproken te worden. Bij de diskussies zal duidelijk worden dat vele onzekerheden een eenduidige beantwoording van de vraag onmogelijk maken:
- wat is de frekwentie van de twee buslijnen op zaterdagmorgen?
- hoe lang duurt het overstappen?
- wat is de invloed van stoplichten, files, en dergelijke?

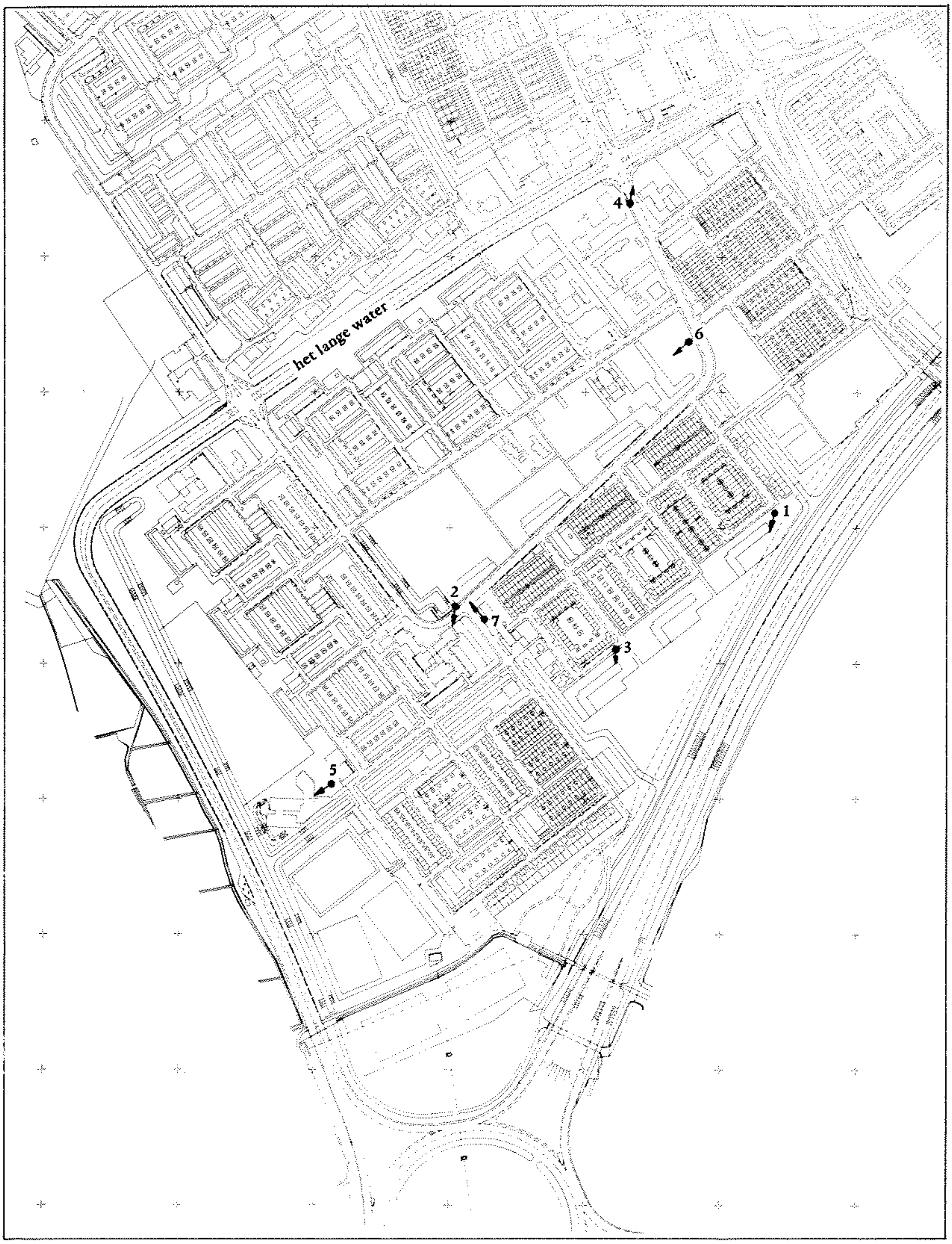
We bieden nu een afstand-tijdgrafiek aan. Hieruit is af te lezen hoe opa en jochem gereisd zijn.




De volgende vragen komen aan de orde:
- hoe lang duurde de reis?
- hoe lang wachtten ze op lijn 3?
- hoe lang moesten zij wachten op lijn 13 om over te stappen?
- kun je op de afstandas aanwijzen waar het station is?

- hoe ver is het station van jochem's huis in klarendal?
- hoeveel kilometer hadden opa en jochem afgelegd toen zij in de lage waard aankwamen?
- welke bus reed harder, lijn 3 of lijn 13?
- waar reed lijn 13 het hardst? kun je dat verklaren? (met de kaart!)
- kun je uit de grafiek lezen waar de bus voor stoplichten heeft moeten wachten?

*Spesifieke oriëntatie op de kaart*
De leerlingen hebben de beschikking over een plattegrond van de wijk *over het lange water.*



We presenteren een zevental foto's van diverse punten uit de wijk en praten er met de leerlingen over.
*Herken je de situatie? Waar?*
Misschien weten niet alle leerlingen alle situaties te lokaliseren, maar met z'n allen zullen ze de foto's weten te plaatsen.
Met de fotoserie en de plattegrond kunnen we de foto's op de kaart plotten. Dat wil zeggen dat we de plaats van de fotograaf op de kaart en de richting waarin de foto's werden genomen met een pijl kunnen aangeven.
Op deze wijze:

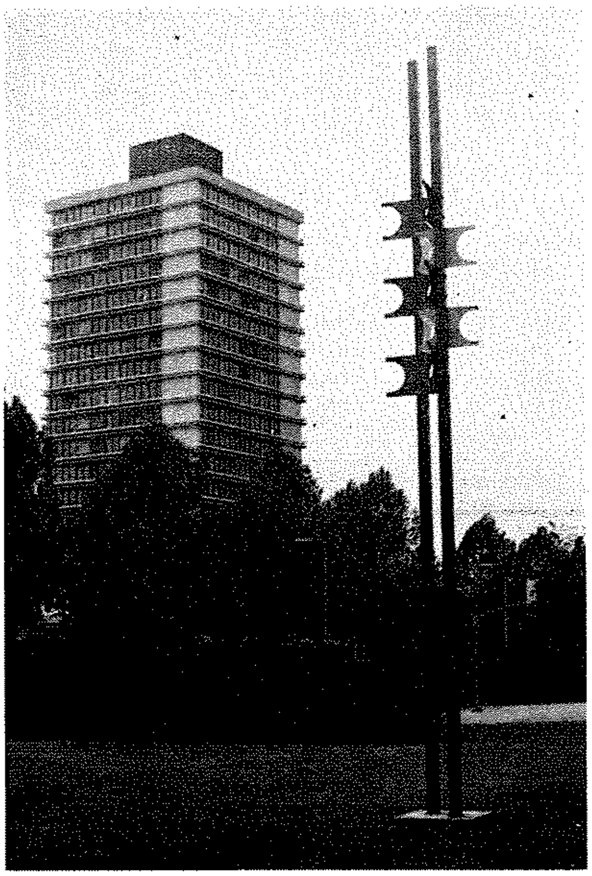
4

Als alle foto's op de beschreven wijze op de kaart zijn aangegeven volgt de opdracht om *een roete* langs de markante fotopunten te *bedenken.* In het verhaal is dit de verkenningstocht van opa en jochem.
De roetes die de leerlingen bedenken moeten ook op een akseptabele wijze genoteerd kunnen worden. Dat kan bijvoorbeeld door de roete met de nummers van de foto's aan te geven: 7-3-1-..., enz. Een andere mogelijkheid is uiteraard met straatnamen: kinderlaan, middachtensingel, .. hakfortlaan, enzovoort.

2

1

3



4

7

5

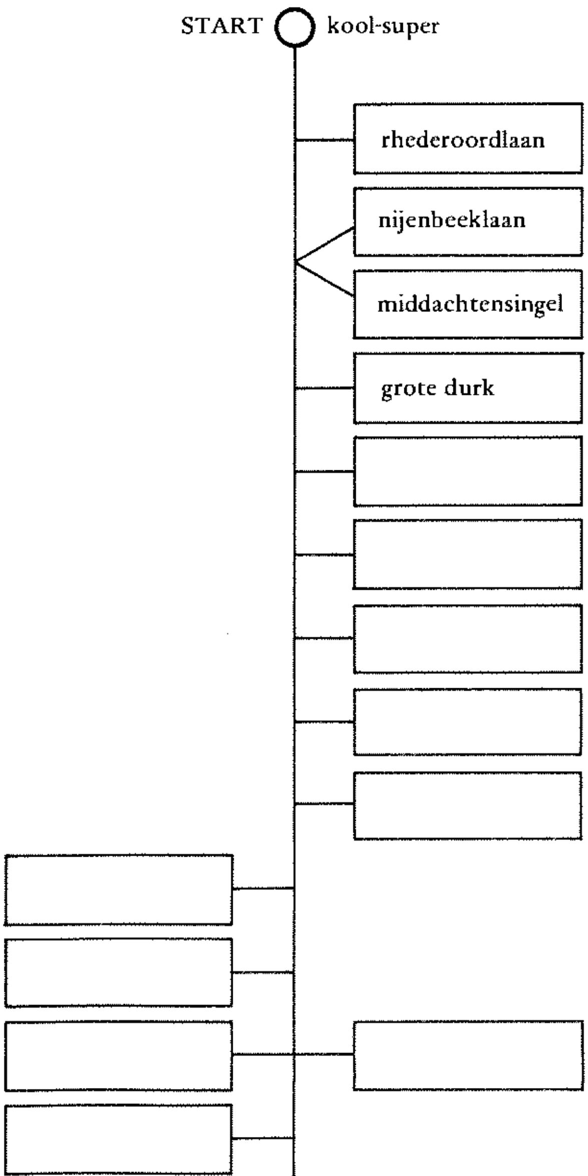
6

Ook met links en rechts is de roete te beschrijven.

Tot slot komt er weer een klassegesprek over de argumenten die tot bepaalde roetes hebben geleid, met de bedoeling de voorstellen van de leerlingen te splitsen in roetes die waarschijnlijk zijn en onwaarschijnlijke zo niet onmogelijke roetes.
Zo blijven er, met enig sturen van de kant van de onderwijzer, een drie- of viertal over.
Ten aanzien van deze overgebleven roetes vragen we welke de kortste is.
Ook bij het beantwoorden van deze vraag is de schaal van de kaart niet belangrijk. We kunnen een natuurlijke maateenheid, bijvoorbeeld een luciferhoutje, gebruiken.
Belangrijk is dat de leerlingen op eigen initiatief verkortingen aanbrengen in de oplossing: gemeenschappelijke stukken in de roetes kunnen weggelaten worden. Het gaat immers om *het vergelijken* van de roetes.

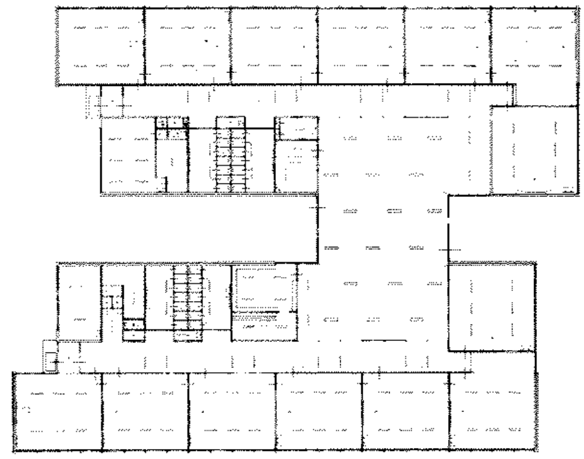
*De stripkaart*
Naast de roetebeschrijving in wiskundetaal, in de vorm van de afstand-tijdgrafiek, zijn er natuurlijk andere mogelijkheden. Eén ervan is de zogenaamde stripkaart.

Dit is bijvoorbeeld de roete die opa en jochem aflegden van de winkel naar de bushalte:




De winkel (kool-super) is te zien op foto 2. (zie ook bet kaartje op bladzijde 57)
De vraag is:
*waar stappen opa en jochem in de bus?*
Zo, zonder begeleiding, komen de leerlingen niet tot het goede antwoord. Daarom vullen we het eerste deel van de stripkaart samen met de klas in. De rhederoordlaan laten we links liggen, dan laten we de nijenbeeklaan en de middachtensingel links liggen, dat wil in dit geval zeggen dat we rechtsaf slaan, we laten de grote durk links liggen, enzovoorts.

*Het schaalbegrip*
De leerlingen hebben de bescbikking over een plattegrond van de school:



De leerlingen herkennen de plattegrond van de school als zodanig, omdat we met panoramische foto's – de school van bovenaf uit een flat genomen – duidelijk hebben gemaakt dat de school er van boven gezien anders uitziet dan vanaf het scboolplein.
De vraag is nu:
*hoe lang en hoe breed is de school?*
Daar wordt even over gepraat, maar het is de leerlingen al spoedig duidelijk dat het antwoord boogstens geschat kan worden. Zeker weten ze het niet en dat is onbevredigend. Daarom gaan de leerlingen de school opmeten. Ze worden in kleine groepjes verdeeld. Ieder groepje krijgt een nauwkeurige opdracht. Bijvoorbeeld:
*jullie meten de patio aan de achterkant van de school.*
Dit wordt op de plattegrond aangewezen.
De meetapparatuur is zeer gevarieerd: de ene groep krijgt een bordlineaal, een andere groep een klikwiel, een derde groep moet zijn metingen verrichten met een touwtje van 137 cm, enzovoorts.
Terug in de klas worden de meetresultaten geïnventariseerd en met elkaar vergeleken.
Nu worden de meetresultaten in de plattegrond geschreven en dan vergeleken met de maten in de plattegrond zelf. Is bijvoorbeeld de schoolgang in werkelijkheid 60 meter en op de plattegrond 10 centimeter, dan volgt daaruit dat voor elke centimeter op de plattegrond 6 meter in de werkelijkheid mag worden gerekend.

Notatie:

1 cm voor 6 meter

of

6 m

Het geleerde wordt spoedig daarna in een andere situatie toegepast. De leerlingen krijgen een afdruk van een luchtfoto, waarop de schaal is aangegeven:

Nadat de leerlingen een aantal gebouwen hebben herkend — de school, de supermarkt — krijgen zij opdrachten om de afstand van een aantal roetes in kilometers (meters) te bepalen.

*Afsluiting van het tema*

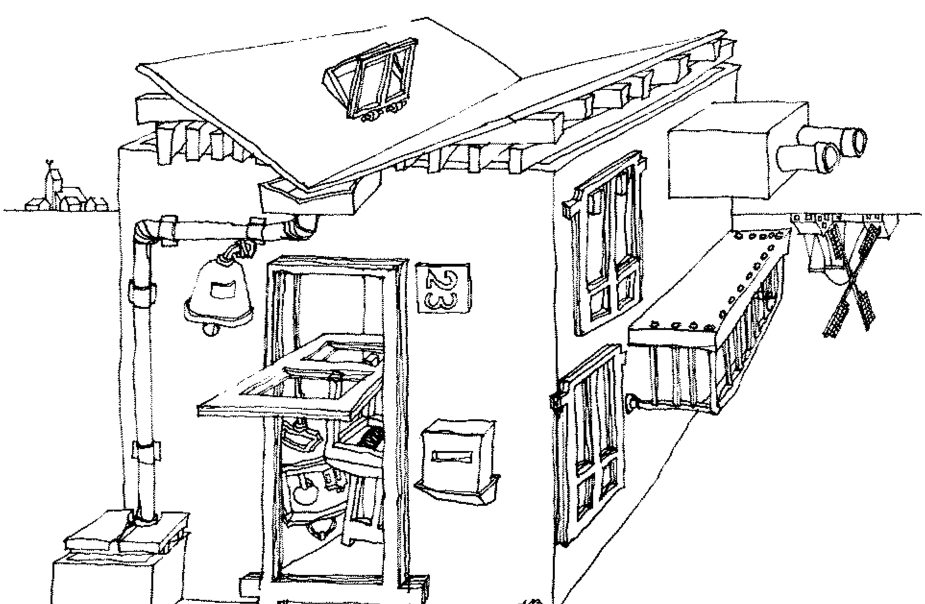
Het tema wordt afgesloten met een statistisch onderzoek. We gaan er binnen het kader van dit artikel niet dieper op in. We vermelden alleen dat het om verkeerstellingen gaat.
Tot slot organiseren we een speurtocht in de wijk die het karakter heeft van een toets. In zekere zin moet tijdens de tocht het geleerde toegepast worden.

*Tot slot*

* In het tema *over het lange water* komen weliswaar wiskundige onderwerpen aan de orde (afstand-tijdgrafiek, schaal, oriëntatie in de ruimte, statistisch onderzoek), desondanks bevat het vele raakpunten met het aardrijkskunde-onderwijs. Het tema tendeert naar een projekt waarin naast de wiskunde de aardrijkskunde (onder andere de kartografie) een rol krijgt toebedeeld. We hebben de integratie van deze twee vakken van het begin af aan voorgestaan.
  In de ontwerpschool zal het aardrijkskunde-onderwijs tijdens het eerste trimester in klas vier op 'over het lange water' worden afgestemd. De nadruk komt daar in eerste instantie te liggen op de tematische kaart en het gebruik van de legenda.
* Het tema zoals het uitgewerkt is bevat slechts een schijntje uit het fonds van de ontwikkelde ideeën.
  Bij hetgeen is blijven liggen zijn vele zeer interessante onderwerpen en aktiviteiten, die een nadere uitwerking waard zijn. Dat we uit zo'n grote hoeveelheid mogelijkheden een keuze konden maken toont eigenlijk eens te meer aan hoe 'rijk' *onze wijk* wel is. Onuitputtelijk eigenlijk!

Een voorbeeld van een niet-opgenomen 'problemen-rits' geef ik hier, met aan de lezer de suggestie het eens uit te werken:

- We inventariseren allerlei spesifiek-arnhemse zaken als
  — dierentuin
  — openluchtmuseum
  — rijnbrug
  — AKU-fabriek
  — gemeentehuis
  — provinciehuis
  — trolleybus
  — enzovoorts.
  Hoe langer en hoe gevarieerder de lijst is, hoe geschikter voor ons doel. De namen betreffen fabrieken, instanties, rekreatie-objekten, kultuurobjekten, onderwijsinstellingen, ...
- We maken een klassifikatie van het genoemde. Onder het hoofd fabrieken: AKU, rijnstaal, scheepswerf, ... enzovoort.
- We zoeken op de kaart naar konsentraties: fabrieken op de industrieterreinen, rekreatie-objekten aan de noordzijde, ...
- We maken een tematische kaart: we kleuren het industriegebied rood, het rekreatiegebied groen, ...; het witte gedeelte zal vooral een woonfunktie hebben.
- We bieden een tematische kaart aan. De kaart heeft een legenda. De leerlingen 'lezen' de kaart naar aanleiding van vragen.



# 1.4 meetkundige verkenning van de bol

SUGGESTIES VOOR DE BOVENBOUW

*In nevenstaande bijdrage betreffende ruimtelijke oriëntatie c.q. meetkundige verkenning, doen we enige suggesties voor aktiviteiten in verband met de bol. Wellicht treffen vooral de leerkrachten uit de hoogste leerjaren ideeën aan, die in verband met de verkenning van de globe en passant bij de aardrijkskundelessen 'meegenomen' zouden kunnen worden. Ten overvloede zij nog opgemerkt, dat de suggesties niet verdeeld zijn in afgeronde lessen. De volgorde is overigens wel in overeenstemming met die, welke bij de try-out op de ontwerpschool werd aangehouden.*
*Het artikel is een deel uit een omvangrijk pakket, getiteld 'Tijd, afstand, snelheid op onze aarde'.*

**De bij dit artikel behorende werkbladen zijn afzonderlijk achter in het bulletin (LOS BLOK) opgenomen.**

LEEN STREEFLAND

▸ **BOLLEN**

We beginnen met een 'insident' in de klas: *bellen blazen.*
De vorm komt ter sprake: bollen.
In dit geval zoekt de natuur die vorm, waarbij voor de gegeven inhoud de oppervlakte zo klein mogelijk is.
Wie kent nog andere bekende bollen?
aarde, maan, zon, planeten, sterren, waterdruppels, oliebollen, ballon, voetbal, ....

*WERKBLAD 1*
Hoe kun je weten dat je op een bol woont?
Vroeger (van een schip zie je eerst ...) en nu (foto's uit ruimtevaartuig)?
Zijn de afgebeelde figuren eigenlijk wel bollen?
Kunnen het geen cirkels zijn?
Waarom wel/niet?
Hoe zit dat met een vierkant en een kubus?
(Eventueel) tellen aan figuur 4 (de voetbal): hoeveel vijfhoekjes, hoeveel zeshoekjes?
Een bol maken is niet bepaald eenvoudig; hoe kom je aan een bouwplaatje?

*WERKBLAD 2*
Is dit wel een bouwplaat van een bol?
Waarom wel/niet?
We knippen de bouwplaat uit.
Hoe zit het met de plakranden?
Na de konstatering dat de bouwplaat geen bol levert gaan we naar werkblad 3.

*WERKBLAD 3*
De figuur op het werkblad is een bouwplaat van een regelmatig 20-vlak.
We beginnen eens met iets heel anders.
Wie kan voorspellen wat dit wordt, als je 't in elkaar zet?
Uitknippen en in elkaar zetten, maar ... nog niet plakken.

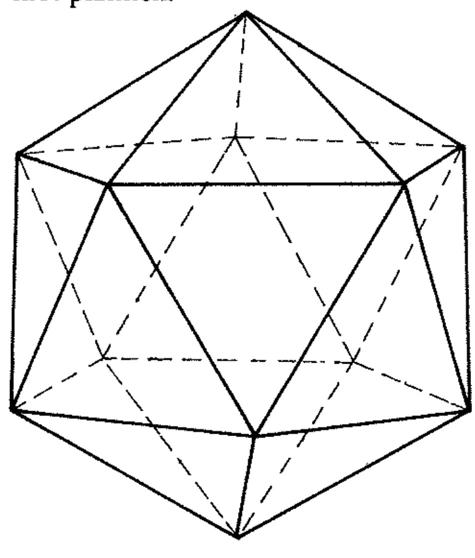


fig. 1

Eventueel eerst (aan de hand van klassikaal model) enige telproblemen:

– hoeveel zijvlakken, hoekpunten, ribben?
– hoeveel lichaamsdiagonalen?
– symmetrieën?

Vervolgens:
Hoe zouden we hieruit een vorm kunnen krijgen die op een bol begint te lijken?

punten er af snijden.

Hoe kunnen we daarvoor van tevoren zorgen?

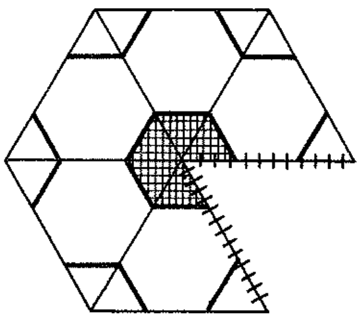


fig. 2

We snijden bij elk hoekpunt in de bouwplaat van het regelmatig 20-vlak een 'vijfhoek' uit. (figuur 2) Elke ribbe delen we daartoe in drieën. Van elk zijvlak blijft dan een regelmatige zeshoek over.
Wat er nu met het regelmatig 20-vlak is gebeurd blijkt uit figuur 3.

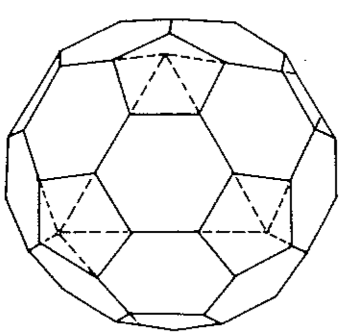


fig. 3

Als we tenslotte de 'verminkte' bouwplaat monteren, ontstaat figuur 4.

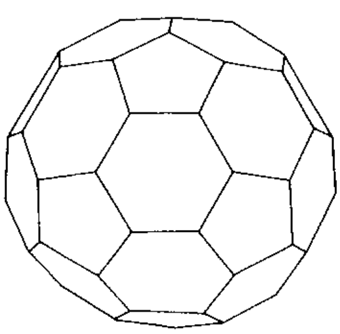


fig. 4

Een mooie gelegenheid om even terug te gaan naar figuur 4 van werkblad 1. De telproblematiek in verband met de voetbal laat zich nu vrij gemakkelijk oplossen.
Voor een betere benadering van de bol zouden we nog verder moeten gaan met het afsnijden van 'puntjes'.

**LIJNEN OP DE AARDBOL**

Bij de volgende aktiviteiten staat de globe steeds centraal. De werkbladen moeten hier meer beschouwd worden als begeleidingsmateriaal.

*WERKBLAD 4*

Wie herkent een lijn op de aardbol?
Waarom is het een cirkel?
Snijd eens een sinaasappel door!
Kleine en grote cirkels; de grootste cirkel?

Hoeveel van die grote cirkels zijn er eigenlijk?
Wat weet je van het middelpunt?
Heeft een bol eigenlijk wel een middelpunt?
En de evenaar, wat kun je daarvan zeggen?
En de polen?
Is dit anders dan bij een kubus?

We kijken naar punten op de bol.
Hoe zit het met de symmetrie?
Kun je ook een tegenvoeter aanwijzen?
We onderscheiden meridianen en breedtecirkels.

*WERKBLAD 5*

Hoe vind je de tegenvoeter van een punt op de globe?

– twee grote cirkels door dat gegeven punt; het tweede snijpunt is de tegenvoeter of
– meridiaan door dat punt, de afstand langs die meridiaan meten tot één van de polen, op het andere halfrond (op dezelfde meridiaan) die afstand afzetten vanaf de andere pool – touwtje.

Krijg je zo wel dezelfde tegenvoeter?
Hoe is de ligging van een punt, z'n tegenvoeter en het middelpunt van de aarde?

liggen op één lijn.

Hoe weet je dat?
Hoe reis je naar je tegenvoeter?
Hoe lang is zo'n reisje?

omtrek van de cirkel in verband met de straal (touwtje om blikje) – omtrek van de aarde (40.000 km).

Kun je nu de straal van de aarde vinden?

*WERKBLAD 6*

Reizen langs een stuk van de parallelcirkel.
Hoe lang is die op 60° NB?
Wat betekent dat eigenlijk?

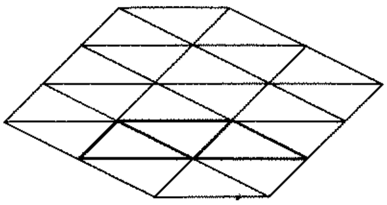
de cirkelomtrek in 6 gelijke stukken – hé, dat past: .... $6 \times 60° = 360°$.

Kunnen we ook een andere parallelcirkel uitrekenen?
Enige toelichting is hier wel gewenst.
We stellen figuur 1 aan de orde (met de globe er naast).
Wat kun je op die schaal aflezen?
Helemaal rond, hoeveel graden is dat?
Wat heb je aan die verdeling in graden?

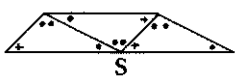
plaatsbepaling op aarde.

We zullen eens wat nader naar *hoeken* gaan kijken.

* *Aktiviteit 1*
We knippen een aantal kongruente driehoeken uit (papier aantal malen vouwen, dan één keer knippen).
Kun je met die papieren driehoekjes een vlakvulling maken?
Proberen:

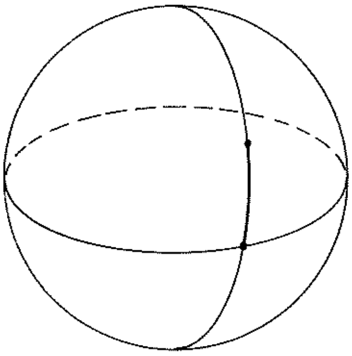


We nemen eens drie van die driehoekjes en passen ze tegen elkaar:



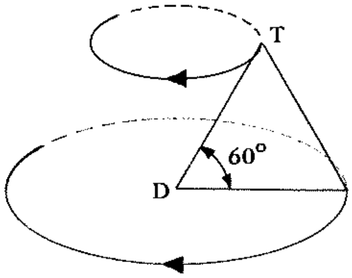

Konklusie?
bij S komen drie hoeken met verschillend merkteken bij elkaar, dus de som van de hoeken van een driehoek is 180°.
Geldt dit nu voor elke driehoek?

* *Aktiviteit 2*
We introduseren de 'bollenkruiper'.



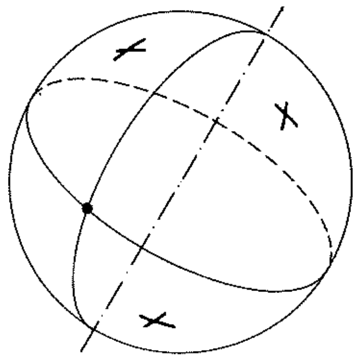
Hoe hoog is de 'bollenkruiper' geklommen, uitgedrukt in
- graden
- afstand?

We nemen een gelijkzijdige driehoek (van karton bijvoorbeeld) en draaien deze als volgt:




we letten op de figuur, die de top beschrijft (cirkel). (D vast)
Konklusie: *vanuit het middelpunt* van de aarde zie je *ieder punt* van die breedtecirkel onder een hoek van 60°.

Spelletje

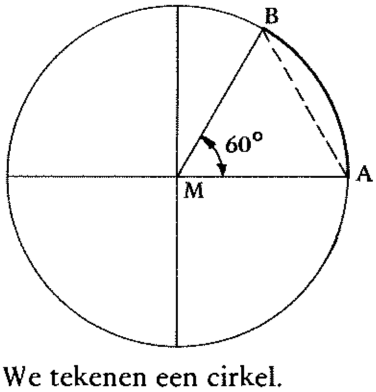


We prikken een willekeurig punt op de globe.
Schat de breedte.
we draaien met de vinger op de bol naar de gradenboog ter kontrole.

Hoe scheef staat de aarde eigenlijk?
schatten en aflezen op schaal.

We kijken naar oosterlengte en westerlengte.
We kunnen de noodzaak hiertoe motiveren door na de voorgaande aktiviteiten de ligging van een plaats zo precies mogelijk te laten beschrijven. De kinderen komen tot de konklusie, zoals de ervaring leerde, dat je er met noorder- en/of zuiderbreedte alleen niet komt.
Vanaf de 0° meridiaan (waar ligt die?) 180° naar het oosten of westen. Klopt dat?

* *Aktiviteit 3*
Terug naar werkblad 6.




We tekenen een cirkel.
Hoe vaak zou de straal afgezet kunnen worden op de cirkel?
We voeren dit uit.
– Hé, dat past.
– Middelpuntshoeken? (60°)

– Wat weet je nu van de omtrek van de cirkel?

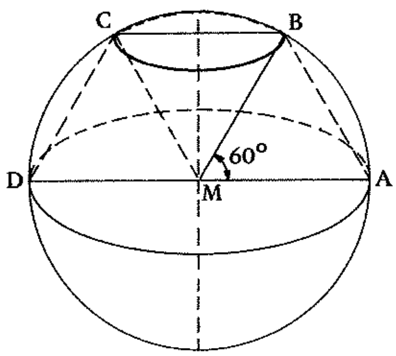
ruim zes maal de straal.

We kijken naar driehoek MAB.

Wat weet je hiervan?

gelijkzijdig; refereren aan de som van de hoeken van een driehoek.

Deze wetenschap gebruiken we voor de lengtebepaling van de parallelcirkel op 60° (NB).




- via meten en het schaalbegrip met behulp van de globe;
- meetkundig bewijs ∠AMB = 60° (de parallelcirkel was op 60° NB), dus ∠DMC = 60° en ook ∠BMC;

dat wil zeggen: de driehoeken MAB, MBC en MCD zijn gelijkzijdig en elke zijde is gelijk aan de straal van de bol.

De middellijn van de parallelcirkel op 60° NB (BC) is dus gelijk aan de straal van de evenaar (MA).

Wat gebeurt er met de omtrek van een cirkel als de straal gehalveerd wordt?

wordt ook gehalveerd.

Dus: de parallelcirkel op 60° NB is in lengte de helft van de evenaar ($\frac{1}{2}$ x 40.000 = 20.000 km).

*WERKBLADEN 7 en 8*

Hoe vind ik mijn tegenvoeter op die platte kaart?

gebruikmaken van koördinaten.

Welke wetmatigheid kun je hierbij gebruiken?

Valt die wetmatigheid ook meetkundig te verklaren?

*Kies een bepaalde plaats.*

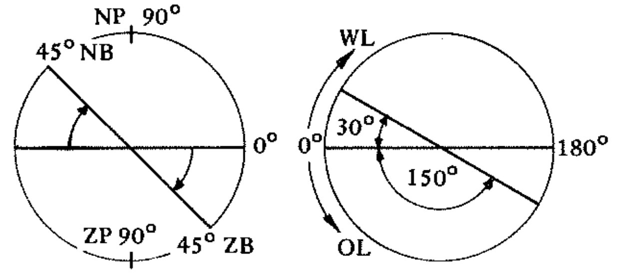
Wat is de breedte van die plaats?

bijvoorbeeld: 45° NB, dan ligt de tegenvoeter op 45° ZB.

Op welke lengte ligt die plaats?

bijvoorbeeld: 30° WL;

op de breedtecirkel van deze plaats moet ik nu een halve cirkel om (180° verder), om weer op dezelfde meridiaan te komen waarop de tegenvoeter ligt, dus 180° – 30° = 150° OL.




'een meridiaan' 'een breedtecirkel'

Laat de kinderen werken met de werkbladen 7 en 8.

Suggereer dat ze op werkblad 7 de meridianen doorgetrokken denken: waar kom je dan op werkblad 8 terecht?

Als je de beide aardhelften (op werkblad 7 en 8) tegen elkaar geplakt 'denkt': hoe loopt een meridiaan dan door?

Een voor de hand liggende fout is, dat de kinderen bij oosterlengte/westerlengte net zo redeneren als bij noorder- en zuiderbreedte, bijvoorbeeld: plaats 40° NB, 20° WL → tegenvoeter 40° ZB, 20°OL.

Laat (eventueel) als opdrachtje vooraf de koördinaten bepalen van een plek op een kaart van australië.

rechts van de 180°-meridiaan is westerlengte en links is oosterlengte, we tellen immers vanuit de 0-meridiaan.

Prik een paar punten op land, bepaal tegenvoeters en kijk of die ook op land zitten. Heb je veel kans om een tegenvoetpunt op land aan te treffen? Hoe zit dat voor een amerikaan, een engelsman, een arnhemmer?

*WERKBLAD 9*

Wat kun je hier mee doen?

Denk nog eens aan de kans om bij een punt op land de tegenvoeter ook op land aan te treffen.

*WERKBLAD 10*

We passen de bij werkblad 7 en 8 gevonden regel toe om van gegeven punten de koördinaten van hun tegenvoeters te bepalen.

Hoe komt men eigenlijk aan zo'n kaart?

Mercator-projektie op cilinder.

Wat gaat er allemaal stuk?

vooral de poolgebieden.

Hoe zou dat met de oppervlakte water/land zijn?

blijft bij deze projektie konstant.

▸ **TOT SLOT**

Voorgaande suggesties zijn vrij gekomprimeerd weergegeven. De vraag is of dit niet te sterk is gedaan. Daarop kunt ù alleen een antwoord geven door met de suggesties aan het werk te gaan. We zouden reakties van uw kant bizonder op prijs stellen.

# respons blok

**INHOUD**



MEDEWERKERS AAN DIT BLOK:
Leerlingen openbare basisschool 'De Valkhof' te roden, Alex Bolt, Jan Dijkshoorn, Peter Ham, Baukje Huitema, Gerry Kregel, G. Kuiper, Willem de Meer, Wim Meijer, H. Raap, Daan Karman, Ineke Meijer, Rob de Jong.

# 1.1 inleiding

*In de afgelopen 3 jaargangen heeft u voor 310 pagina's respons gezorgd. Dat is nogal wat! Bij elkaar een flink boekwerk, samengesteld door mensen uit alle geledingen van het onderwijs: van kleuterschool tot universiteit. Natuurlijk, het is nog veel te weinig. In die drie jaar zijn er op de 6000 nederlandse kleuter- en basisscholen veel en veel meer vermeldenswaardige wiskundige aktiviteiten gebeurd. Maar een begin is er, een eerste stap uit het isolement is gezet.*
*De variatie in de onderwerpen was ook opmerkelijk groot. De meeste bijdragen gingen over breuken (14x), stadsplan (10x), ordenend tellen (8x), spijkerbord (6x), grafieken (4x), statistiek en waarschijnlijkheid (4x).*

Ook de komende jaargang zijn uw praktijkervaringen en ideeën weer bizonder welkom. Zowel reakties op de bijdragen uit het variabel blok – en het voorliggende blok over meetkunde is, dachten we, toch wel erg uitnodigend – als suggesties die geïnspireerd zijn door onderwijs op pedagogische akademie en heroriënteringskursus.
De redaktie stelt dit jaar opnieuw prijs op 'n hoop lawaai, veel post, felle diskussies.

* * *

We spraken met Willem de Meer, schoolbegeleider in de rijnmond. In **1.2** wordt hiervan verslag gedaan. Het is de vierde aflevering uit de serie: gesprekken met veldmedewerkers.

Baukje Huitema brengt in **1.3** de kleuterschool weer in 't vizier. Ze beschrijft haar ervaringen met enkele spijkerbord-opdrachten. Met name voor de aktiviteiten die op het schoolplein zijn uitgevoerd vragen we aandacht.

Drie leerlingen van een basisschool hebben 't aangedurfd een rekenmachine te maken. Zoiets vereist nogal wat technisch vernuft. Bij de konstruktie moesten heel wat problemen worden opgelost. Dit zwoegen aan problemen geeft leerresultaten die boven de uiteindelijke 'machine' uitgaan. (**1.4**)

Het pakket 'Sport en wiskunde', in de vorige jaargang gepubliseerd, heeft veel pennen in beweging gezet. Eén van deze pennevruchten, namelijk van Wim Meijer, nemen we op – niet alleen omdat 't eens een keer over wat anders dan voetballen gaat, maar ook omdat het mogelijkheden voor een zinvol stuk wiskunde-onderwijs bevat. (**1.5**)

De vraag 'op hoeveel verschillende manieren kunnen 4 poppetjes op 4 stoelen zitten?' doet wat denken aan een alombekend muzikaal gezelschapsspel. Leerlingen van een vierde klas in almelo hebben enkele lessen met permutaties gewerkt. In **1.6** staat het bij één van de lessen gebruikte leerlingenmateriaal.

Het blok wordt afgesloten met enkele grafieken, samengesteld door basisschoolleerlingen uit roden. De grafieken spreken voor zich en behoeven geen nadere toelichting. (**1.7**)

# 1.2 schoolbegeleiden 'n vak apart!

GESPREK MET EEN ROTTERDAMSE 'DIENSTVERLENER'

*De reeks gesprekken met veldmedewerkers van wiskobas willen we in deze jaargang voortzetten. Mede gezien de grote belangstelling die onderwijsgevenden op 't ogenblik voor het werk van de schoolbegeleidingsdiensten hebben en de vele vragen die dit werk bij hen oproept, hebben we dit keer een onderwijskundig medewerker van zo'n dienst voor een gesprek uitgenodigd.*
*Een dertigtal medewerkers van schoolbegeleidingsdiensten is sinds enkele jaren aktief betrokken bij de wiskobas-werkzaamheden, hetzij via de wiskobas-werkgroepen, hetzij anderszins.*
*Eén van hen is Willem de Meer, projektleider afdeling 'standaardproefwerken' van de rotterdamse schooladviesdienst.*
*Een intrigerende opmerking tijdens een toevallige ontmoeting op de nationale onderwijstentoonstelling was aanleiding om juist met hem te gaan praten.*

**▸ INLEIDING**

De Meer – onderwijskundige, 43 jaar, verweerde Carmiggelt-kop – kent het onderwijs van binnen uit. Begon als onderwijzer in spangen – een wijk in rotterdam-west –, was daarna jarenlang leraar wiskunde en avo bij het technisch onderwijs in slikkerveer, gaf vervolgens les in de eksakte vakken aan een school voor detailhandel, werkte 5 jaar aan de gemeentelijke pedagogische akademie in rotterdam en is nu werkzaam aan de 'rotste afdeling' van de rotterdamse schooladviesdienst.

> 'Nou ja, dat woord 'rotste' moet je goed plaatsen. Dat hangt af van je onderwijsfilosofie. Standaardproefwerken hebben te maken met selektie. Als je nu vindt dat selektie één van de laatste dingen is die je in 't onderwijs moet gaan doen, dan mag je dat toch wel zo zeggen.
> Standaardproefwerken zijn op 't ogenblik in diskussie. De gemeenteraad wil ze wel afschaffen als er maar iets anders voor in de plaats komt. En dat is de moeilijkheid, want niemand weet wàt er dan voor in de plaats moet komen.
> Er zijn wel denkbeelden over. De realisering is echter een ander punt. Zo'n denkbeeld is bijvoorbeeld dat er toetsen moeten komen, waarmee de onderwijzer zelf aan de gang kan, zodat hij wat onafhankelijker wordt van een schooladviesdienst.
> En hier kom ik op een belangrijke stelling: *schooladviesdiensten moeten zichzelf overbodig maken.* Vaak is echter het omgekeerde het geval.'

Studeerde intussen pedagogiek aan de nutsakademie in rotterdam en aan de utrechtse universiteit (doktoraal in 1973).

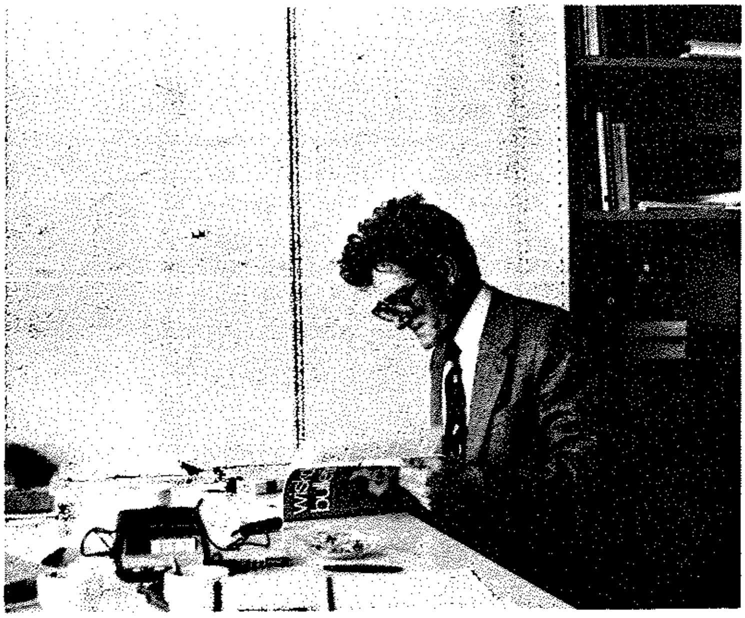
> 'Van zo'n opleiding krijg je wel een tik mee: je leert je relativerender uitdrukken dan je denkt.'

Hobbies (fotograferen van vogelleven, reizen, konstrueren van toetsen) krijgen te weinig kansen omdat een belangrijk deel van z'n vrije tijd wordt opgeslorpt door werk in de waddinxveense gemeenteraad en het geven van kolleges pedagogiek aan de nutsakademie.

Nu eens beschouwend-afstandelijk, dan weer fel en strijdlustig formulerend, meestal met een wat ironische oogopslag de uitspraken die aan duidelijkheid en originaliteit niets te wensen overlaten relativerend, is hij intens betrokken bij het gesprek dat op een donderdagmorgen eind augustus in een smoorhete kamer plaatsvond.

**▸ HET GESPREK**

*Wat in het onderwijs houd je het meeste bezig? Waar stoot je steeds weer op?*
Als ik zo de vraag op me af laat komen, dan



vind ik toch wel het grootste probleem: hoe geef je ieder kind dat wat hij nodig heeft, hoe kun je er voor zorgen dat de minst bedeelde niet onderuit gaat?
In 't onderwijs zijn er nog veel te veel mooie woorden. De onderwijzer is gauw geneigd om zich te richten tot de 'betere klantjes'.
Misschien kom ik hierop omdat ik in een grote stad werk en daar al die wijken steeds zie. Als je nu crooswijk ziet met z'n enorme afbraak – want 't meeste gaat daar tegen de grond – dan vind je daar tóch scholen die draaien moeten. Kom je in die scholen dan is het vaak een enorme rotzooi, weinig organisatie. Het zijn meestal niet meer dan pakhuizen waarin de kinderen opgeborgen worden. Veel scholen zijn 'haveloos', zowel aan de buitenals aan de binnenkant. Je kunt dan wel mooi praten over een stuk onderwijsverandering, onderwijsverbetering, onderwijsvernieuwing, maar je zult 't daar maar moeten doen. Daarvoor hebben de mensen geen opleiding gehad. Het is de vraag of ze daar met veel entoesiasme wel uit komen.

*Kun je onderwijzers voor deze situaties bekwaam maken of moet de oplossing van het probleem ergens anders gezocht worden: betere materiële voorzieningen, meer begeleiding?*
Het gaat natuurlijk om allebei. 't Meest grijpbaar voor mij is de man of vrouw voor de klas. In hun opleiding vinden ze niets waarop ze later terug kunnen vallen. In de opleiding hebben ze een x aantal aspekten meegemaakt, wat achtergronddenken meegekregen, maar gereedschap om een stuk onderwijs, misschien ook een stuk opvoeding te plegen ontbreekt. Als je eksamens ziet afnemen dan vraag je je steeds af: wat doet nu zo'n onderwijzer in crooswijk met historische pedagogiek? Hij is niet dirékt met de problemen in aanraking geweest.
't Lijkt op het verhaal van de timmerman. We hebben hem verteld over allerlei houtsoorten, hoe de bomen groeien en bloeien, maar die man kan geen hamer in z'n vingers houden.
In de pedagogische akademie heeft altijd een typisch zinnetje de ronde gedaan: wij kunnen geen mensen klaar maken voor de praktijk. Ik heb me altijd afgevraagd: is dat nou beroepsbedrog of willen we het niet of zijn we er niet toe in staat?
Ik vermoed het laatste.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Een groot aantal leraren op de p.a. zijn vakdocenten geworden en die onderscheiden zich niet van vakdocenten bij het voortgezet onderwijs. 't Vak is zo enorm belangrijk. Goede uitzonderingen daargelaten. Daarbij komt dat de afstand tot het onderwijs, de basisschool, toch wel bizonder groot is. Verder zijn veel zaken die we in de p.a. doen wat élitair, afgestemd op de betere leerlingen.
De studenten zouden eigenlijk wat meer en wat langer met de kinderen moeten optrekken. Je kunt er wel mooie praatjes over houden, maar ervaringen tikken harder aan. In engeland krijgen studenten bijvoorbeeld een bepaald kind een half jaar toegewezen. Hij moet met dat kind optrekken, er op z'n vrije middag spelletjes mee doen. De ervaring is toch wel dat je er een ander soort leerkracht door krijgt.
't Gevaar bij ons is dat studenten al met allerlei vooroordelen 't onderwijs in gaan. Ze willen niet zus of zo, en gaan de stad uit of naar het voortgezet onderwijs, zonder dat ze de kinderen van de rotterdamse basisscholen echt goed hebben leren kennen.

*Je hebt in een dienst met veel onderwijsvernieuwingen te maken. Elke vernieuwing beoogt een onderwijsverbetering. Wat voor indrukken heb je en welke ervaringen heb je hiermee?*
Da's erg moeilijk! Je hebt met zoveel verschillende ervaringen te maken. Laat ik maar wat hardop denken.
In het basisonderwijs doèt iedereen maar. En met iedereen bedoel ik hier de leerkrachten. Iedereen vindt 't nodig om z'n onderwijs te veranderen. Vaak heb ik 't idee dat men denkt: omdat de buurman 't doet moet ik het ook doen. Dit betekent dat er geen onderwijs-filosofie achter zit. Vanuit de inspektie wordt weinig richting gegeven. Dat hoef je de inspektie niet te verwijten, want dat is nu

eenmaal een monster met twee poten: een administratieve poot en een didaktische poot die er maar een beetje bij zwabbert.
Al dat ongeorganiseerde gedoe, uitgevoerd door in het algemeen welwillende mensen, zie je vaak doodbloeden. Het duurt vaak maar een jaar of twee. De vele wisselingen in het personeel spelen een rol.
Men wil ook vaak te veel tegelijk.
Daarbij komt de grote onzekerheid bij de mensen in het onderwijs: wat is goed, wat is slecht? Er ontstaan hierdoor verschillen van mening met kollega's. Men betrekt dan de dingen op zichzelf en denkt: ik ben zeker een slecht onderwijzer, omdat ik niet zo in dat straatje meeloop. En da's natuurlijk niet waar.

*Ligt hier dan niet een taak voor een schooladviesdienst?*
Er zullen bij de schooladviesdiensten zeker mensen zijn die denken via die weg het onderwijs te kunnen veranderen. Doet zich hier echter niet hetzelfde probleem voor? Je kunt op een dienst wel onderwijskundigen hebben, maar deze zijn zelf ook uit het onderwijs afkomstig. Waarom zijn die mensen uit het onderwijs gestapt en binnen zo'n schooladviesdienst gaan zitten? Ik vermoed dat er mensen bij zijn die dezelfde onzekerheden hebben als ik net schetste, die toch wel wat willen en dan in zo'n dienst zichzelf proberen te kanaliseren. Er zijn zeker ook mensen bij die de dienst zien als een prachtige gelegenheid om te studeren.

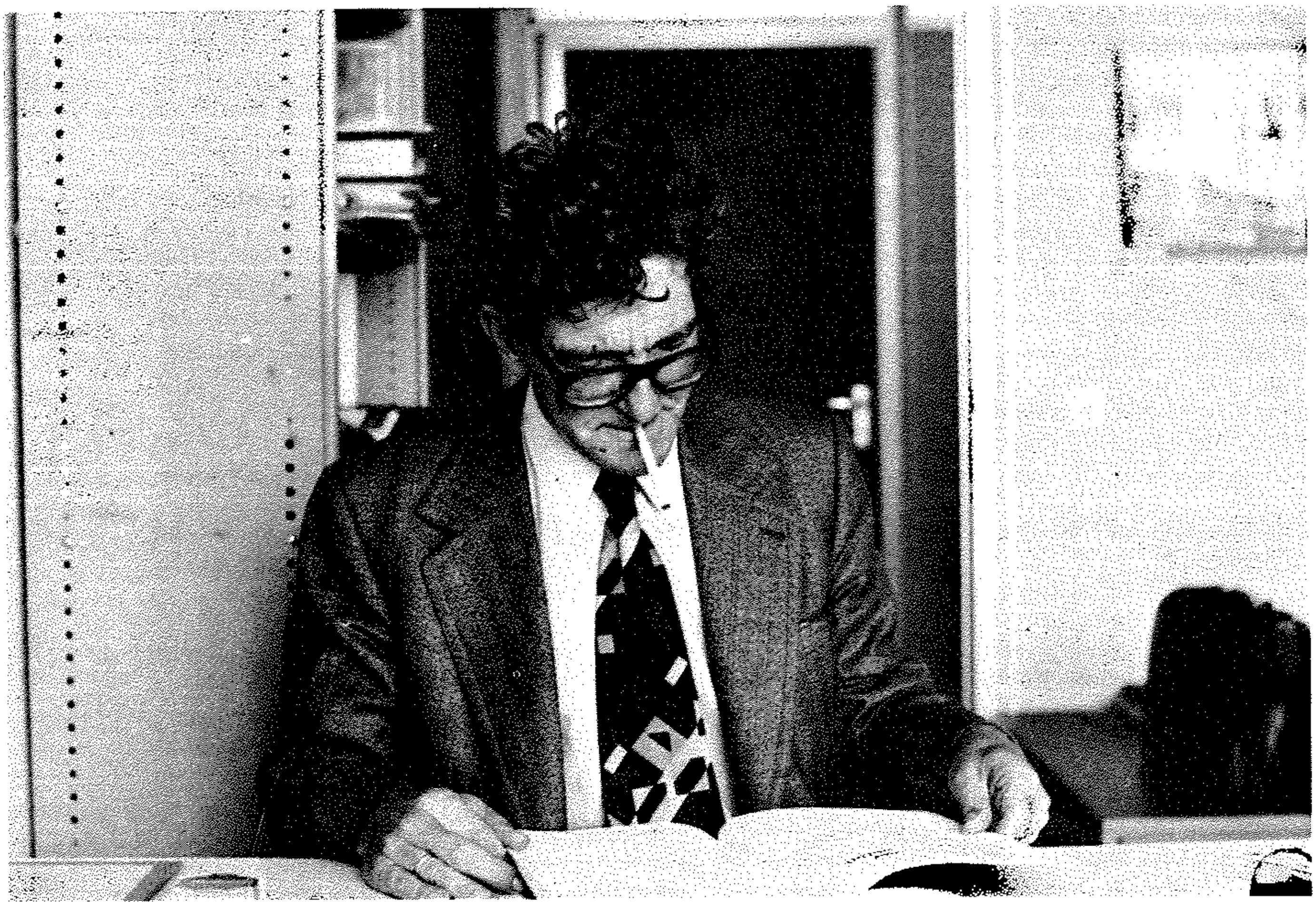
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Je kunt je vervolgens afvragen welke bekwaamheden mensen binnen zo'n schooladviesdienst nodig hebben. Volgens mij moeten 't vakspesialisten zijn, waarmee ik bedoel dat ze een vak didaktisch moeten beheersen. Ze moeten zich echter niet blindstaren op dat vak. Ook op ander terrein moeten ze bezig kunnen zijn. Ze moeten fleksibel zijn, anders dreigt het gevaar dat ze zich afsluiten voor problematieken die niet spesifiek op hun vakterrein liggen. Het moet dus wel een vakbekwaam iemand zijn, maar er moet meer bij zitten. En ik neig er toe om dat laatste iets zwaarder te laten meetellen.
Verder vind ik dat als je bij een dienst gaat werken en je dus iets wilt veranderen, je ook iets van die veranderingen moet weten: hoè komen ze tot stand? Op dit terrein wordt veel geleuterd, maar weinig gestudeerd. Toch is er literatuur genoeg, vooral amerikaanse.
Voorts: kan hij een gesprek aangaan met onderwijzers? Kent hij hun achtergronden? Weet hij van waaruit ze opereren? Je komt weer terug op het probleem van zoëven. 't Zijn vaak mensen die problemen moeten oplossen waar ze vroeger zelf mee hebben gezeten, ze toen niet aankonden en naar een dienst zijn gegaan. Kunnen ze nu vanuit een dienst de problemen ineens wèl oplossen?

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Wanneer een begeleider op school komt, dan moet hij vanuit niets starten. Hij heeft geen enkele achtergrond. We zijn in nederland heel goed in het 'opleiden', dus zal er straks best een opleiding komen voor begeleiders, die dan verzorgd gaat worden door superbegeleiders, die weer opgeleid zijn door ...? Zo blijf je natuurlijk doorgaan.
Kijk naar de pedagogische akademie! Daar worden mensen opgeleid voor 't onderwijs. Maar wie leidt de opleiders op?
In de schoolbegeleiding rotzooit men maar wat, men denkt vaak niet vanuit een duidelijke veranderingsteorie.

*Maar een dienst werkt toch planmatig?*
Ja en nee! De dienst gaat vaak in op wat de scholen vragen. Een voorbeeld uit onze dienst. We hebben iemand die bizonder entoesiast is voor wereldoriëntatie, die zich er grondig in verdiept heeft. Hij heeft werkpakketjes samengesteld en die op een gegeven moment — gewoon om te proberen — een paar scholen aangeboden. De scholen waren hier entoesiast over. Je krijgt dan het sneeuwbal-effekt. Steeds meer scholen gaan meedoen tot 't er te veel worden. Op dat moment moet je de zaak dan vaak afstoten.
Aan de andere kant wordt gevraagd: zeg hebben jullie niet iets op 't gebied van bijvoorbeeld dokumentatiecentra? Een medewerker gaat hier dan wat dieper op in, organiseert kursussen, enz.
Ieder voor zich werkt zeker planmatig.
De dienst als geheel doet dit zeker niet. Er ligt geen plan van: dit jaar doen we dit, volgend jaar dat,.... Men werkt, zeker in de rotterdamse dienst, meer volgend dan vooroplopend. En ik vind dat niet juist!
Een schooladviesdienst moet een filosofie hebben over 't onderwijs en deze verdedigen. Dan kom je in een interne problematiek. Een dienst bestaat uit zoveel celletjes als er mensen zijn. Ieder pakt de begeleiding aan op zijn manier. Koördinatie hiertussen is een zeer moeilijke zaak. Door veel praten kom je natuurlijk wel dichter bij elkaar, maar uitgangspunt is nooit geweest dat je eerst over het onderwijs moet gaan denken voordat je iets gaat doen.
Het is allemaal erg individualistisch in zo'n dienst. Ze noemen dit wel eens kinderziekten, maar ik vraag me af of het niet ingebouwd zit.



't Gros van de mensen uit de diensten is afkomstig uit het onderwijs en het onderwijs kweekt individualisten.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Misschien zou je bij de diensten meer mensen uit de universiteiten moeten hebben. Die zijn niet zo belast. Aan de andere kant praten zij natuurlijk op een andere golflengte dan degenen die uit het onderwijs de dienst ingestapt zijn.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Denken over de evaluatie is – en op de scholen en op de dienst – beperkt aanwezig. Daarom ben ik geneigd om te zeggen dat je mensen nodig hebt die dat denken wèl hebben, mensen die nagaan: heb ik bereikt wat ik wilde bereiken?

*Temidden van alle vernieuwingsprojekten, en dat zijn er nogal wat, kom je ook wiskobas tegen. Onderscheidt dit projekt zich van de andere of is het voor jou allemaal één pot nat?*
Ik vind dat wiskobas één van de weinige projekten voor de basisschool is, waarin een stuk planmatig denken zit.
Op dit moment moeten de leerkrachten nog wat in de kou blijven staan. Ik moet de mensen uit het onderwijs die met vragen over wiskobas komen eigenlijk steeds zeggen: wacht nog even! Natuurlijk, ook nu kunnen ze al veel doen met 't tijdschrift, met 't kursusmateriaal. Toch heb ik zelf steeds wat moeite om beloften te doen in de zin van: straks, als het 1975/1976 is, dan ....
Ik dacht wel eens, vooral een paar jaar geleden: tjonge, jonge, als wiskobas nu straks niks heeft dan zit ik wel goed in 't schip met m'n adviezen. Nu gaan de zaken zich steeds duidelijker aftekenen en ben ik er wel gerust op.
De drang van buiten het onderwijs, van uitgeverszijde, is natuurlijk groot. In het rotterdamse gebied is dit aardig opgevangen, niet georganiseerd maar individueel. 't Is ook wel eens 'uit de klauwen' gelopen. Tenminste dat vond ik toen een groep scholen met nivorekenen begon, waarmee ze een ingewikkelde organisatie in hun onderwijs haalden en verder niks. Door de ingewikkelde organisatie is de kans groot dat die scholen aan 't handje van de begeleider uit de schooladviesdienst

gaan lopen. En dat is niet goed. Er mag best iemand op de achtergrond beschikbaar zijn, maar scholen mogen nooit afhankelijk worden van een dienst.
Wiskobas moet daar ook voor oppassen. Ze moeten zorgen voor zodanige spullen dat de scholen niet tè dienstafhankelijk worden. Geen kontinue begeleiding. Daar heb je niet de bezetting voor en die zul je ook nooit krijgen.
Natuurlijk zal een zekere mate van begeleiding in de beginjaren nodig zijn. Hoe meer de studenten op de pedagogische akademies echter met de blokken werken en als het ware leren spelen met de inhoud ervan, hoe beter bewerktuigd ze later in de scholen komen, hoe minder noodzakelijk en kontinu de begeleiding zal zijn.

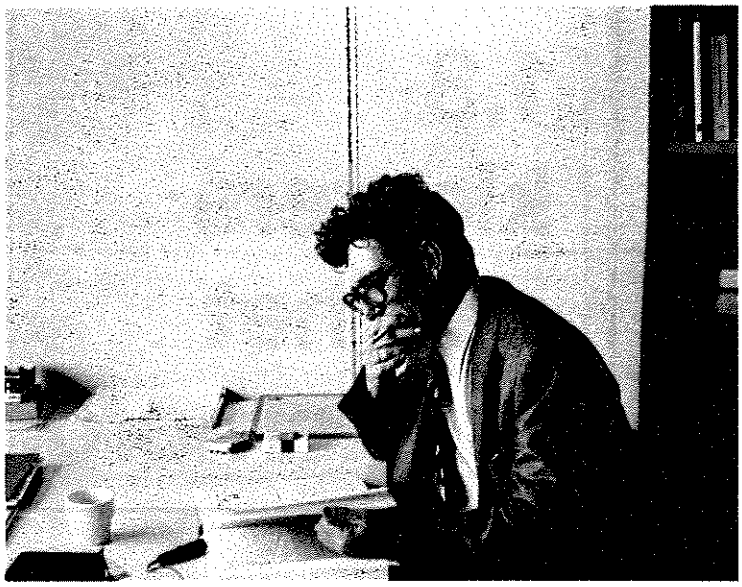
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Met de publikaties van het integratieplan die vanaf 1975 plaatsvinden, zal een onderwijzer in z'n eentje niets kunnen doen. Een schoolteam zal er, begeleid, mee aan de slag kunnen. Maar wat betekent in dit verband 'begeleid'? De begeleiders zullen eerst zelf als het ware door het programma heen moeten gaan. Van daaruit kunnen ze verder denken over overdrachtsvragen.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Wiskobas heeft zich in 't begin steeds bemoeid met de pedagogische akademies en terecht, maar de begeleiding is misschien daardoor wat laat in 't vizier gekomen.
Zo zijn er momenteel binnen de diensten veel te weinig wiskunde-mensen. De equipment op de diensten is straks niet aanwezig. En dat is een grote zorg. Kadervorming van de medewerkers is broodnodig!
De schuld ligt ook binnen de diensten. Men heeft veel te weinig gekeken naar wat er te wachten stond.
Gelukkig is er wel een stuk vakdidaktische know-how op de akademies. In een goede samenwerking tussen akademie en dienst is er natuurlijk heel wat te bereiken.

*Wat zijn je indrukken omtrent het rekenonderwijs op de rotterdamse basisscholen?*
Volgens mij is 't er treurig mee gesteld. Er is geen enkele diskussie over de didaktiek van het rekenen. 't Gaat allemaal wel goed, vindt men. Je hoeft immers alleen maar het boekje te volgen. En na paragraaf 3 komt paragraaf 4. Je vindt deze werkwijze bij het rekenonderwijs sterker dan bij andere vakken. Je krijgt ook weinig vragen, behalve dan om advies over een nieuw in te voeren metode. Deze stilte is veelzeggend: hoe stiller, hoe slechter. Dit, in tegenstelling tot taal. Taal staat in 't



middelpunt van de belangstelling. 't Heeft iets met modeverschijnselen te maken. Misschien komt daar ook bij dat de verschillen tussen de taalmetoden veel duidelijker waarneembaar zijn dan de verschillen tussen de traditionele rekenmetoden. Dit verschijnsel op zich geeft al aanleiding tot heftige diskussies over taaldidaktiek.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Een teken aan de wand is ook dat wanneer je mensen adviseert om voorlopig nog geen wiskunde-metode aan te schaffen men dit, zonder naar verdere argumenten te vragen, aksepteert. Kennelijk voelt men zich op dit gebied onbekwaam!

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Wat wiskobas betreft: er is een groep mensen die de televisielessen gevolgd heeft. Ze vonden deze lessen moeilijk, maar toch heel erg zinvol.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

't Zou wenselijk zijn als iedere school zich op het bulletin abonneerde. Ze kunnen er veel mee doen. Ik denk nu spesiaal aan de artikelen over het sistematisch rekenen, het algoritme-programma. Maar ook andere bijdragen. Vooral jonge mensen die net van de pedagogische akademie komen kunnen er zaken in terugvinden die ze herkennen, die hen weer verder aan 't denken zet.

*De onafhankelijke opstelling van Willem de Meer, de 100% inzet voor de onderwijspraktijk, was op deze lange hete zomermorgen bizonder verfrissend. Z'n verrassende en soms wat provoserende manier van formuleren zal ongetwijfeld reakties oproepen. Niemand is gebaat met stilte rond de aangestipte problemen. Wie klimt in de pen?*

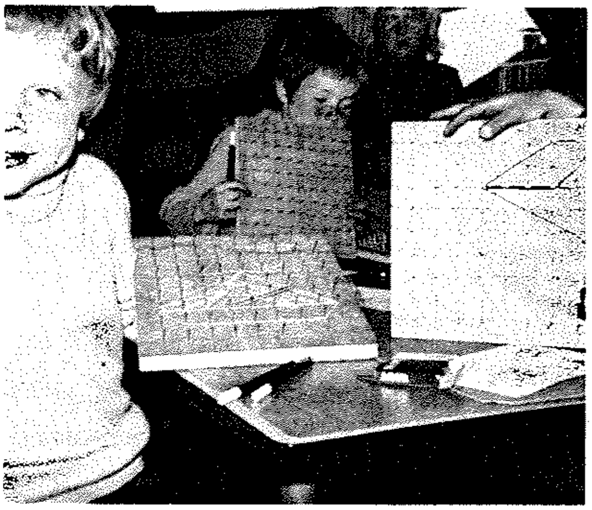
# 1.3 kleuters aan het spijkerbord

*Baukje Huitema, studente aan de pedagogische akademie 'De Him' te sneek, zond ons twee series spijkerbord-opdrachten die ze verleden jaar met een groep 'oudste' kleuters van de kleuterschool in scharnegoutum heeft uitgevoerd.*

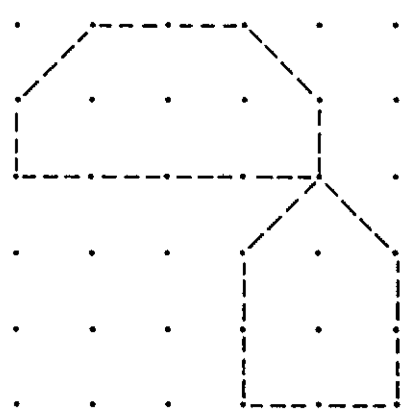
BAUKJE HUITEMA

**Serie 1: het oude spijkerbord**
Een gesprek over een land met paaltjes.
Waarom paaltjes?
De boer is bang dat er mensen komen om eieren te zoeken.

- De kievitseieren – vierkante stukjes gekleurd papier – liggen op tafel.
'Pak één kievitsei en leg die ergens op het spijkerbord. Span er een draadje omheen, zodat de mensen er niet bij kunnen.'
Hierbij komen vragen aan de orde als:
– hoeveel eieren kunnen er nog bij?
– wat is groter/kleiner?
- Vrije vormen op het spijkerbord laten maken.

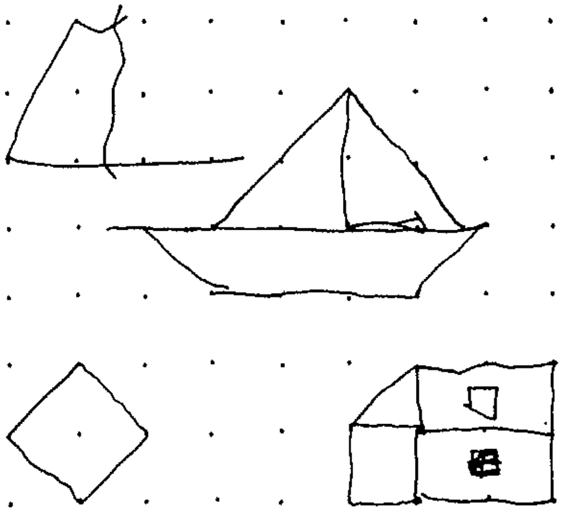


- Nu aan de hand van opdrachten vormen laten maken. Dit in verhaalvorm presenteren, bijvoorbeeld over een man die in een land loopt: hij woont in een *huis*, verliest z'n *schoen*, ziet een *rok* aan de waslijn hangen, hij komt dichtbij de *boerderij* en hij vindt daar een *kievitsei*.
Bij het 'kievitsei' kwamen de kinderen tot de konklusie dat je op het spijkerbord geen echte rondjes kon maken.
- Figuren vanaf een getekend stippenveld op het spijkerbord namaken.



De kinderen kontroleerden al tellend of ze het goed hadden gedaan.

- De kinderen moeten nu zelf een opdracht bedenken, deze op een stippenveld tekenen en daarna overnemen op het spijkerbord.



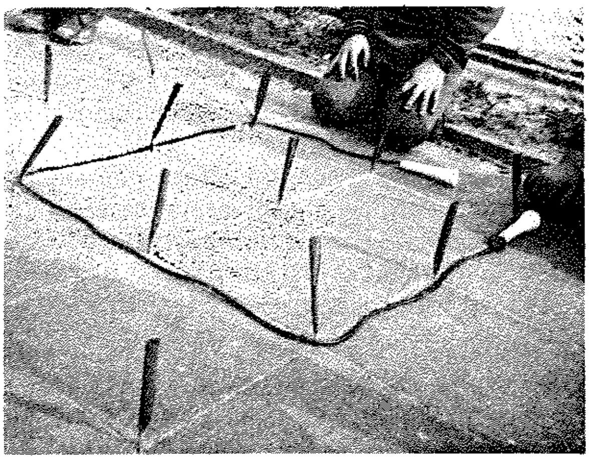
De kinderen wisten met de vele, door hen zelf getekende, lijnen bij het overnemen geen raad meer. Er kwam uiteindelijk wel bijvoorbeeld een zeilboot op het spijkerbord, maar deze leek niet meer op het getekende voorbeeld.

- Om de begrippen 'randspijkers' en 'binnenspijkers' te introduseren, maken de kinderen vormen met 1, 2, 3, 4 binnenspijkers.

**Serie 2: het nieuwe spijkerbord**

- Introduseren van de begrippen 'vierkant' en 'rechthoek'.
  Met spijkers en crèpepapier gaan de kinderen op het schoolplein met elkaar een eigen spijkerbord maken.

Daarna gaan ze met z'n allen rechthoeken en vierkanten maken.
Met veel entoesiasme worden met stroken crèpepapier verschillende vierkanten en rechthoeken gemaakt.



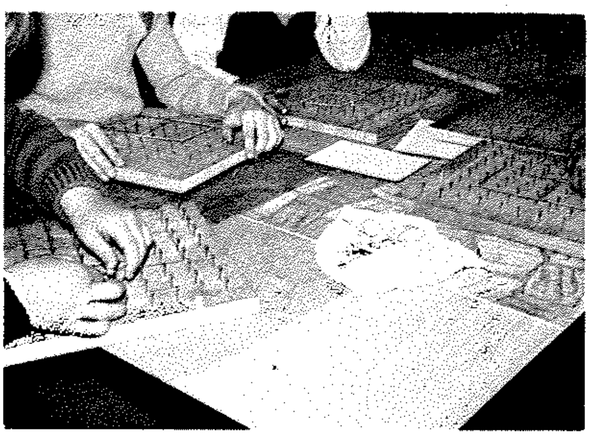
De voordelen van dit nieuwe spijkerbord zijn:
- het is groter/duidelijker,
- het biedt mogelijkheden tot samenwerking,
- 'spijkers' kunnen verwisseld worden.

Om van dit laatste een voorbeeld te geven: de groene binnenspijkers werden vervangen door rode spijkers om ze meer te doen opvallen; ze kwamen zo tot de oplossing: groene spijkers zijn randspijkers, rode spijkers zijn binnenspijkers.

- Rechthoeken en vierkanten op een strook papier plakken.

▸ Vooraf worden op het schoolplein verschillende rechthoeken en vierkanten gemaakt. Ze krijgen nu de opdracht om de rechthoeken die op een stippenveld zijn ingetekend anders te kleuren dan de vierkanten.
De kinderen zagen meestal het verschil direkt. Bij enkele vormen gingen ze even de randspijkers tellen. Doordat sommigen in de rage van de vierkantjes en rechthoekjes zaten, gingen ze zelf nog wat ekstra figuren maken.

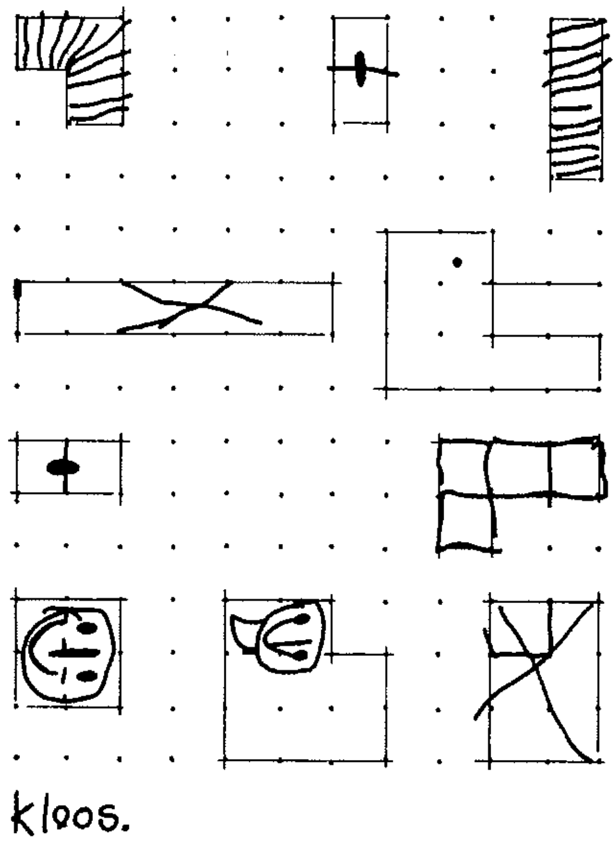
▸ De kinderen moeten op het schoolplein rechthoeken en vierkanten maken, deze overnemen op het spijkerbord en in het lokaal opnieuw overnemen op papier.



De tweede 'overname' leidde bij de meeste kinderen tot moeilijkheden.

▸ Maak een groter of kleiner vierkant.
Maak een grotere of kleinere rechthoek.
Daarna krijgen de kinderen verschillend gekleurde elastiekjes en moeten ze het spijkerbord helemaal met vierkanten opvullen.

▸ Geef de figuurtjes die even groot zijn (net zoveel hokjes hebben) eenzelfde tekentje.




Deze opdracht was voor enkele leerlingen te moeilijk. Er waren echter ook 'wiskundigen' die het in één keer zagen en er als het ware mee 'speelden'.

**Slotopmerkingen**

* Het verdient voorkeur om met gekleurde elastiekjes te werken. Deze zijn beter te onderscheiden.
* Het spijkerbord op het schoolplein funktioneert vooral bij inleiding en instruktie.

# 1.4 een rekenmachine

*Via kollega G. Kuiper van de rijkspedagogische akademie te appingedam ontvingen we nevenstaande 'uitvinding', gedaan door leerlingen van de zesde klas van de openbare basisschool Klaas de Vries en opgetekend door het hoofd der school.*

H. RAAP

Vol trots komen Gerry Kregel, Peter Ham en Alex Bolt na de paasvakantie op school met de korte mededeling: 'meester wij hebben een rekenmachine gemaakt, wanneer moeten wij die mee naar school nemen?'

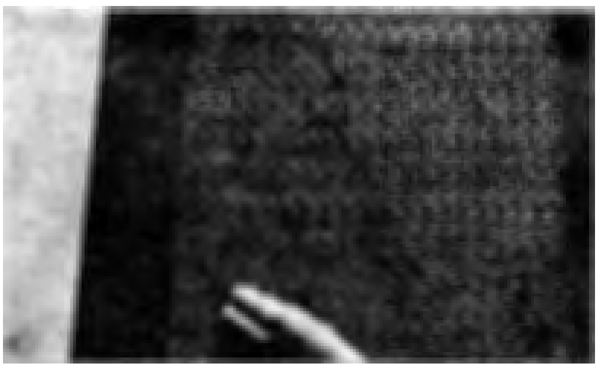
Donderdagmorgen is het zover.... de *uitvinding* wordt getoond....

Groot (en misschien ook wel een beetje jaloers) was de verbazing van de meester over deze zelfstandige prestatie, terwijl de medeleerlingen zeer beslist niet alleen jaloerse blikken op de uitvinding wierpen. Ze staken hun verbazing over deze prestatie niet onder stoelen of banken.
Gelukkig gaat bij kinderen verbazing en jaloersheid vaak snel over in pure belangstelling, verwondering... en in aktiviteit: 'dat kan ik ook!'
Naar aanleiding van vragen uit de klas gaven de uitvinders *hun uitleg:*

De rekenmachine

Hoe ben je op het idee gekomen?
Wij zijn op het idee gekomen een rekenmachine
te maken, omdat meester het eens met ons over
een computer heeft gehad.
De computer waar meester het over had kon
alleen de antwoorden ja en nee geven.
Iemand van ons genaamd Alex zei dat hij
ook eens iets had gelezen over een rekenmachine
Daarna hebben we plannen voorbereid om
een rekenmachine te maken.
Wat heb je toen gedaan?
We hebben eerst hout en hardboard verzameld.
Toen hebben we een onderstel gemaakt, waar-
van de lengte van de pootjes 30 cm. was.
Toen het onderstel klaar was hebben we vierhon-
derd aparte hokjes van 2 cm op het hardboard getekend
En er toen de cijfers op geschreven.
Toen hebben we overlegd hoe het stroom moest
werken. We hebben 200 verbindingen aangebracht
aan kopspijkertjes en schroefjes
Daarna hebben we een lampje met een rood dopje
erop bevestigd, dat verbonden was met een batterij.
We hebben er voor gezorgd dat we 2 draden kregen.
En toen hebben we er stekkertjes aan bevestigd.
Hoe werkt het?
De draden zijn met het lampje en de battrij verbonden.
Als je het ene stekkertje tegen het andere houdt gaat
het branden. Als je nu wilt weten hoevell 18×18
is zet je het ene stekkertje op de vraag 18 van de
tafel van 18 Onder de vragen staan dan de antwoorden.
Daar gatel je dan bij langs met het stekkertje
Je vind dan vanzelf het goede antwoord 324
Wat kan hij zoal doen, je kunt vanaf de tafel van 11 tot
en met 20 uitrekenen. Je kunt delen en vermenigvul-
digen met de antwoorden die erop staan.
En je kunt alles vermenigvuldigen met 20.

*Ter verduidelijking het volgende:*
Voor de paasvakantie kwam de vraagstelling naar voren: 'hoe werkt een komputer?' Aan de hand van voorbeelden (de wiskobassers wel bekend) werd duidelijk gemaakt dat een komputer antwoord geeft na een vraagstelling, die of met 'ja' of met 'nee' beantwoord moet kunnen worden.
Een tweede gesprek over het onderwerp werd gehouden waarbij de nodige aandacht besteed werd aan het inventariseren van gegevens, de leerlingen betreffende. De gegevens werden geponst (lees: geknipt) op multoblaadjes met perforatie.
Een derde verduidelijking volgde door de logibloks naar eigenschap te inventariseren en op ponskaarten aan te brengen. Groot is dan de verbazing van de leerlingen als ze door het stellen van vragen en het werken met breipennen de antwoorden op de gestelde vragen via een kaartje krijgen. Na deze les werd gekonstateerd, dat een komputer elektrisch werkt. Een eenvoudige vergelijking met het elektrospel gaf het *aha-erlebnis*, dat resulteerde in de uitvinding van de rekenmachine.

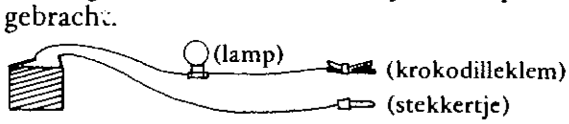


*de uitvinding*

*Hoe de uitvinding funktioneert*

| | | |
|---|---|---|
| tafel van 11 | . . . . . . . . | = spijkers of schroeven |
| | 1 2 3 4 5 6 | = aantallen keer |
| | . . . . . . . . | = spijkers of schroeven |
| | 33 11 66 55 22 44 | = antwoorden[1]) |

Er wordt een draad gesoldeerd van 3 (aantallen keer) naar 33 (antwoord).
Vervolgens worden de batterij en lamp aangebracht.




[1]) Bij de antwoorden geen ordening van klein naar groot. De uitvinders: 'zo is het moeilijker om het goede antwoord te vinden.'

*Vermenigvuldigen*
Wil men nu uitrekenen '3 x 11 = ...' dan wordt de krokodilleklem aan het spijkertje van de 3 bevestigd, terwijl het stekkertje de spijkers aanraakt, die de antwoorden geven. Raakt het stekkertje het spijkertje van de 33, dan gaat het lampje branden.

*Delen*
'66 : 11 = ...'
De krokodilleklem bevestigen aan het spijkertje dat de 66 aangeeft. Raakt het stekkertje de 6 dan gaat het lampje branden.

Gedeeltelijk bovenaanzicht van de uitvinding:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | enzovoort (tot en met 20x) |
| antwoorden | 11 | 22 | 33 | 165 | 198 | 143 | enzovoort |
| 12 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | enzovoort (tot en met 20x) |
| antwoorden | 120 | 240 | 228 | 108 | 24 | 132 | enzovoort |
| 13 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | enzovoort (tot en met 20x) |
| antwoorden | 13 | 156 | 130 | 143 | 26 | 130 | enzovoort |
| tot en met de tafel van 20 | | | | | | | |

Wel opgelost dus de problemen:
hoe gaat de stroom rond,
hoe gaat het lampje branden,
hoe solderen (welke draden verbinden).
Kortom: hoe maak ik de uitvinding?

Niet de antwoorden geordend.
Iedere keer de 'aantallen keer' apart genoteerd (het probleem 'hoe gaat de stroom rond?', wordt anders te ingewikkeld; tevens komt de mogelijkheid naar voren dat het lampje gaat branden bij foute antwoorden).

*Wie zijn de uitvinders?*
Vriendjes, met een zeer uiteenlopende aanleg, namelijk havo – mavo – lts c.q. ito.
Het resultaat: een prachtig voorbeeld van samenwerking tussen teoretici en een praktikus. En wie is de intelligentste?

*de uitvinders*

# 1.5 vijfkamp en omnium

*Wim Meijer, onlangs afgestudeerd aan de gemeentelijke pedagogische akademie te rotterdam en nu als onderwijzer in vlaardingen werkzaam, zond ons een aantal opdrachten rond 'sport en wiskunde'.[1])*

WIM MEIJER

①
Op de basisschool 'sportdag' in *vijfkampstad* wordt een vijfkamp voor de leerlingen gehouden.
Het gaat om de volgende onderdelen:

- 50 meter steltlopen
- 50 meter zaklopen
- blokjesrapen (3 blokjes over 25 meter overbrengen)
- 250 meter steppen
- 50 meter hinken.

De uitslagen zijn:

| | stelt-lopen | zak-lopen | blokjes-rapen | steppen | hinken |
|---|---|---|---|---|---|
| wim de stepper | 57,5 | 33,4 | 45,3 | 21,2 | 19,8 |
| jan hinkgraag | 58,0 | 34,3 | 44,8 | 24,3 | 17,4 |
| karel blokmis | 56,0 | 35,0 | 51,2 | 24,1 | 19,6 |

*Opdrachten*

- ▶ Wie wordt eerste bij het blokjesrapen?
- ▶ Wie is de beste man bij de onderdelen zonder hulpmiddelen?
- ▶ Wie is de beste man bij de onderdelen met hulpmiddelen?
- ▶ Wie is de beste vijfkamper? Wie is nummer 2?

②
In het sportpaleis 'ahoy' te rotterdam wordt een omnium voor wielrenners gehouden.
Het gaat hier om een aantal onderdelen:

- sprint, waarbij het om de tijd over de laatste 200 meter gaat;
- een afvalrace, waarbij na een aantal ronden steeds een wielrenner afvalt; de winnaar krijgt de meeste punten;
- een race achter dernies, waarbij de tijd over de gehele afstand in minuten wordt gemeten;
- een punten-race, waarbij om een aantal ronden premiesprints worden gehouden waarvoor punten worden gegeven; bij deze wedstrijd worden 4 premiesprints gehouden.

De uitslagen:

| | sprint | afval-race | dernies | premie-sprints |
|---|---|---|---|---|
| eddy mermelk | 12,7 | 4 | 50,3 | 15 |
| joop zoetedor | 12,9 | 3 | 49,4 | 14 |
| louis pouliana | 12,8 | 5 | 51,3 | 12 |
| raymond odor | 13,3 | 2 | 48,9 | 9 |
| rené pijndam | 12,3 | 1 | 50,4 | 0 |

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 3 nr. 3, pag. 280 e.v.

*Opdrachten*

- Wie wordt winnaar van dit omnium?
- Er worden nog twee omniums gehouden; maak daar zelf een programma voor en verzin uitslagen.
- Je kunt ook nog andere onderdelen toevoegen zoals: achtervolging en tijdrijden over 1 km; wie wordt winnaar van deze 3 omniums?

③

Een bizonder vermoeiend onderdeel bij de olympische spelen is de moderne vijfkamp. Deze bestaat uit:

- paardrijden : 1000 m lang springkonkoers met 20 hindernissen;
- schermen : iedere deelnemer schermt tegen alle deelnemers; het aantal gewonnen partijen wordt geteld;
- schieten : er worden 20 schoten gelost; het aantal 'in de roos' wordt geteld;
- zwemmen : 300 meter vrije slag;
- hardlopen : een veldloop over 4000 m.

De uitslagen van de olympische spelen in 1980:

| | paard | schermen | schieten | zwemmen | hardlopen |
|---|---|---|---|---|---|
| (zweden) john horsick | 2 min 30 sek | 3 | 13 | 3 min 33 sek | 14 min 15 sek |
| (o.duitsl) paul schermert | 2 min 35 sek | 2 | 14 | 3 min 44 sek | 15 min 22 sek |
| (hong) boris schietovic | 2 min 31 sek | 1 | 19 | 3 min 41 sek | 16 min 03 sek |
| (s.u) vamir steltimov | 2 min 18 sek | 1 | 15 | 3 min 58 sek | 13 min 38 sek |
| (finland) imor paardinnen | 2 min 42 sek | 3 | 16 | 4 min 03 sek | 15 min 56 sek |

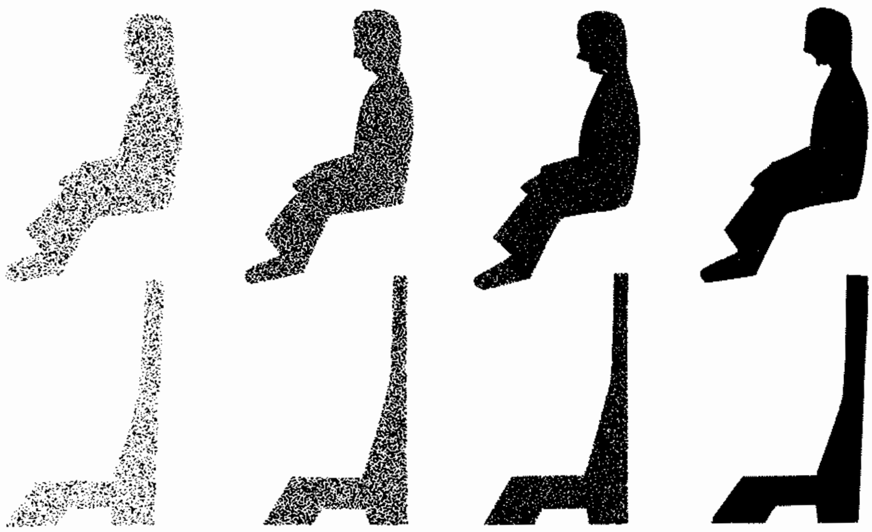
*Opdrachten*

- Wie is de beste op de technische nummers (paard, schermen, schieten)?
- Wie is de beste op de snelheidsnummers (zwemmen, hardlopen)?
- Wie is de beste vijfkamper in 1980?
- Wie haalt de troostprijs voor de slechtste?

# 1.6 stoeltje wisselen

PERMUTATIES IN EEN VIERDE KLAS

*Een onderwijzer van een vierde klas, deelnemer aan de heroriënteringskursus te almelo, heeft naar aanleiding van het blok TEL-OP-TAL een drietal lessen over permutaties gegeven.*
*Na een inleidende les die naar de mening van de onderwijzer faalde, maar waarvan de kursusleider – Jan Dijkshoorn – schrijft 'de onderwijzer dacht dat zijn les mislukt was, omdat een bevredigend eindantwoord ontbrak, terwijl ze juist zeer geboeid bezig waren geweest', werd een tweede les 'stoeltje wisselen' opgezet.*
*Hiervan wordt geschreven: 'De omslachtigheid van het materiaal – in eerste instantie werd met losse stoeltjes gewerkt – verstoorde het proces van matematisering. Hij heeft het toen nog een derde keer geprobeerd, waarbij de stoelen op rechte rijtjes werden geplakt. Het hinderlijke van het materiaal was nu verdwenen.'*
*Van deze derde les nemen we het leerlingenmateriaal op.*

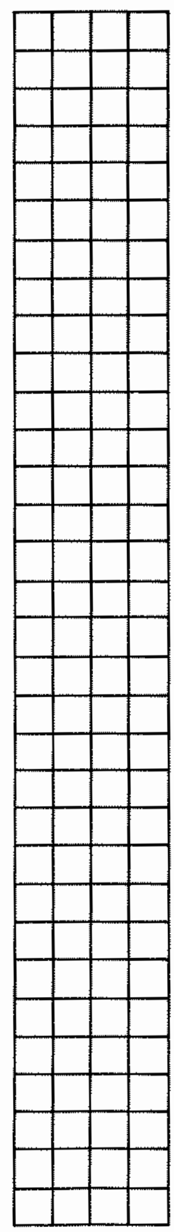


**Leerlingentekst**

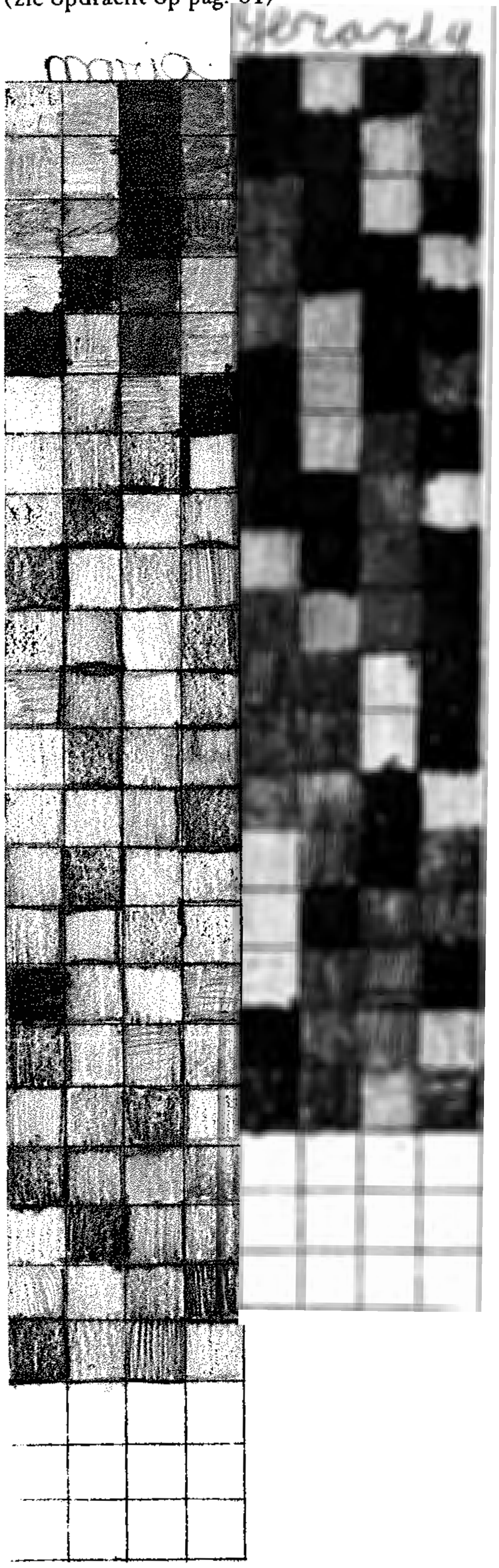
- ▶ In de keuken staan vier stoelen.
  Jullie leider zet op iedere stoel een jongen (poppetje).
  Kijk nu goed welke kleur het eerste poppetje heeft, de tweede, de derde en de vierde.
- ▶ Geef nu de bovenste 4 hokjes op het blaadje dezelfde kleur. Ieder op zijn eigen blaadje. Doe het netjes!
- ▶ De volgende uit de groep mag 2 poppetjes met elkaar verwisselen. Kijk weer goed hoe ze zitten. Zet de kleuren in de volgende rij hokjes.
- ▶ De volgende uit de groep mag weer 2 poppetjes met elkaar verwisselen. Weer kijken en kleuren.
- ▶ Zo kun je doorgaan tot ........?
  Ja, tot hoever eigenlijk?

> Welke groep kan de meest *verschillende* manieren vinden om de poppetjes te laten zitten?
> Als je twee keer dezelfde manier hebt, krijg je een strafpunt.

- ▶ Maak de lijst opnieuw. Doe het nu zónder poppetjes.
  Probeer het niet kris-kras te doen, maar overleg eerst met elkaar. Misschien kun je er een bepaalde *volgorde* in krijgen.



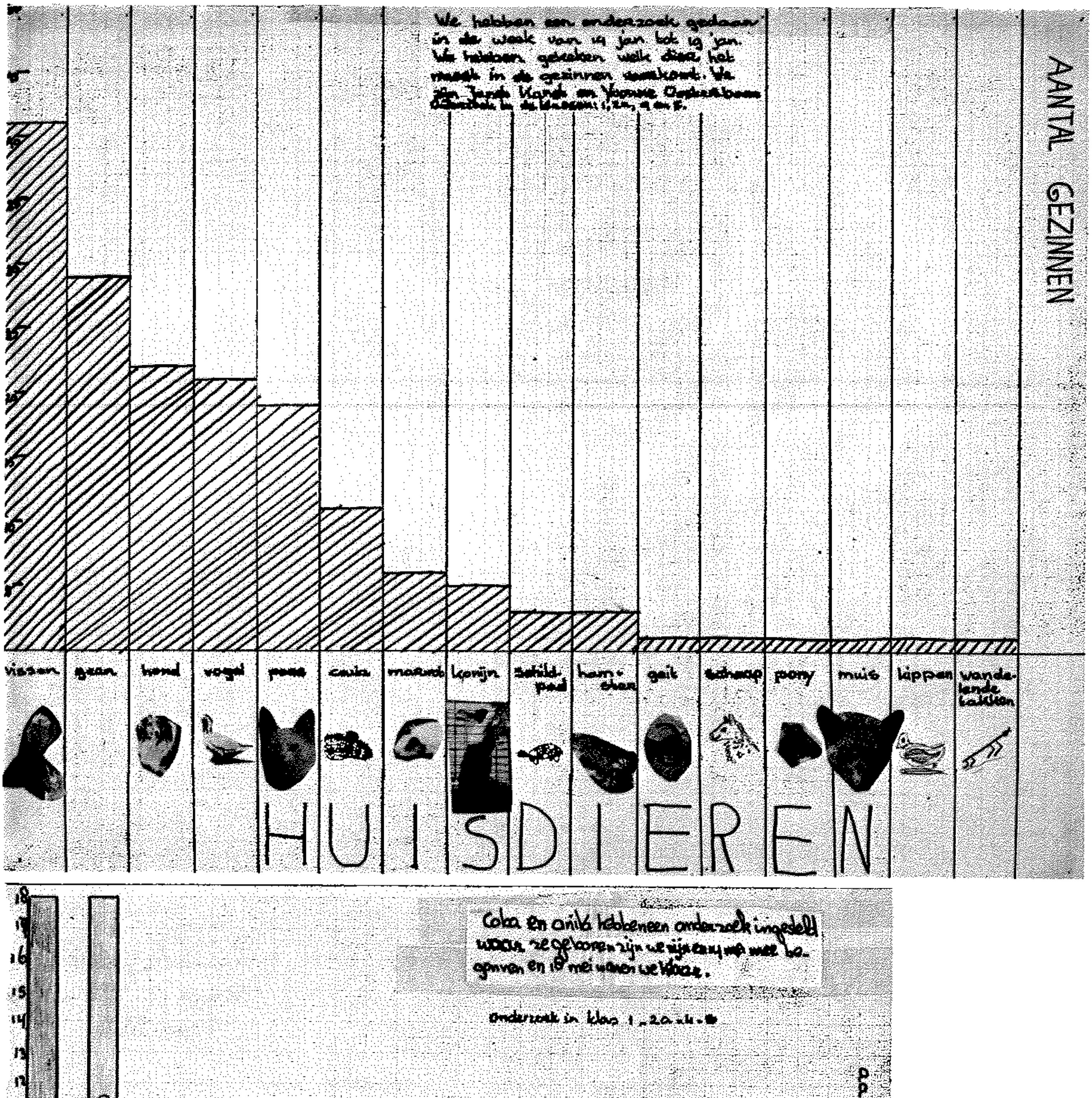
**Lijstjes van twee leerlingen**
(zie opdracht op pag. 81)

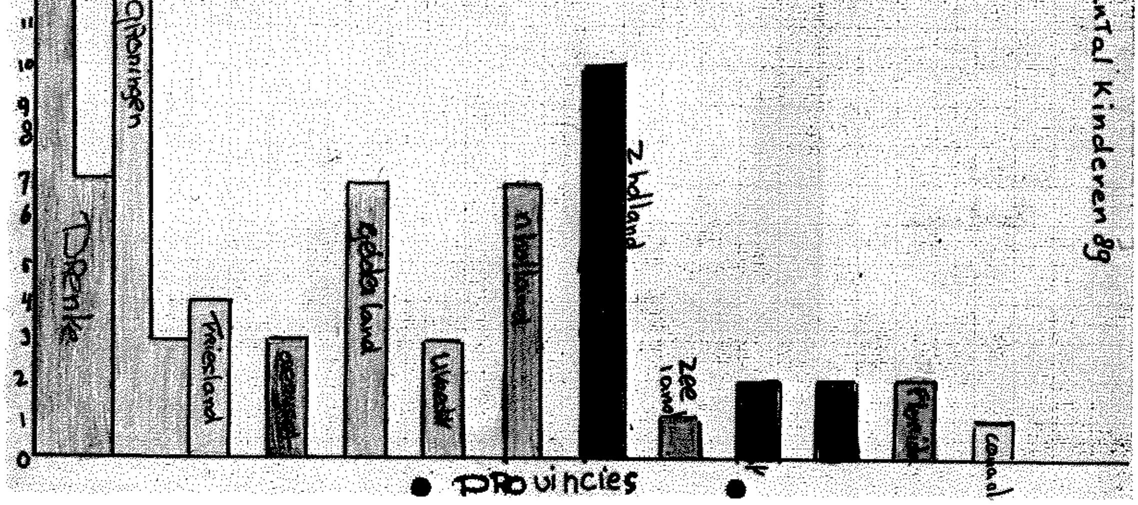


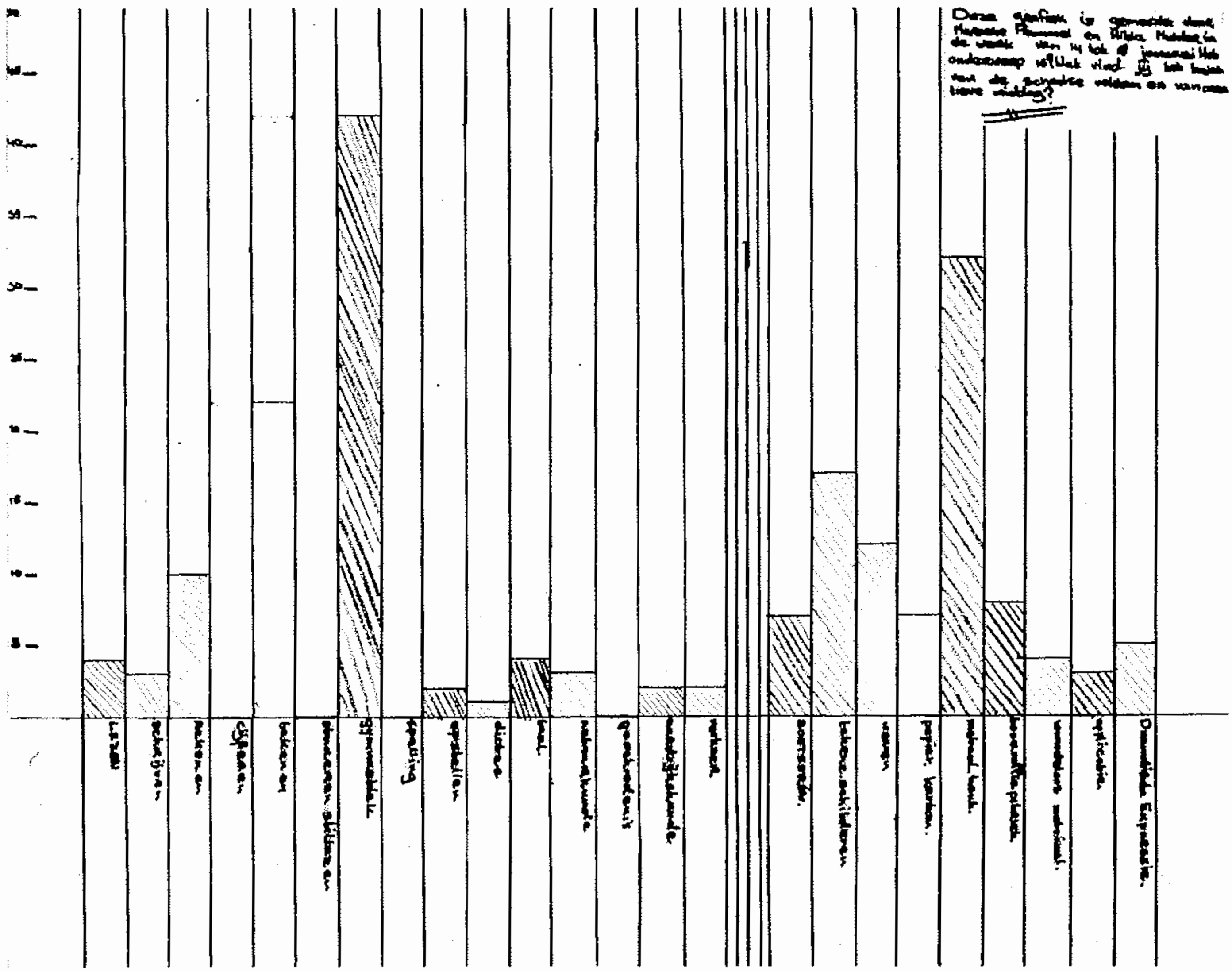
# 1.7 grafieken in roden

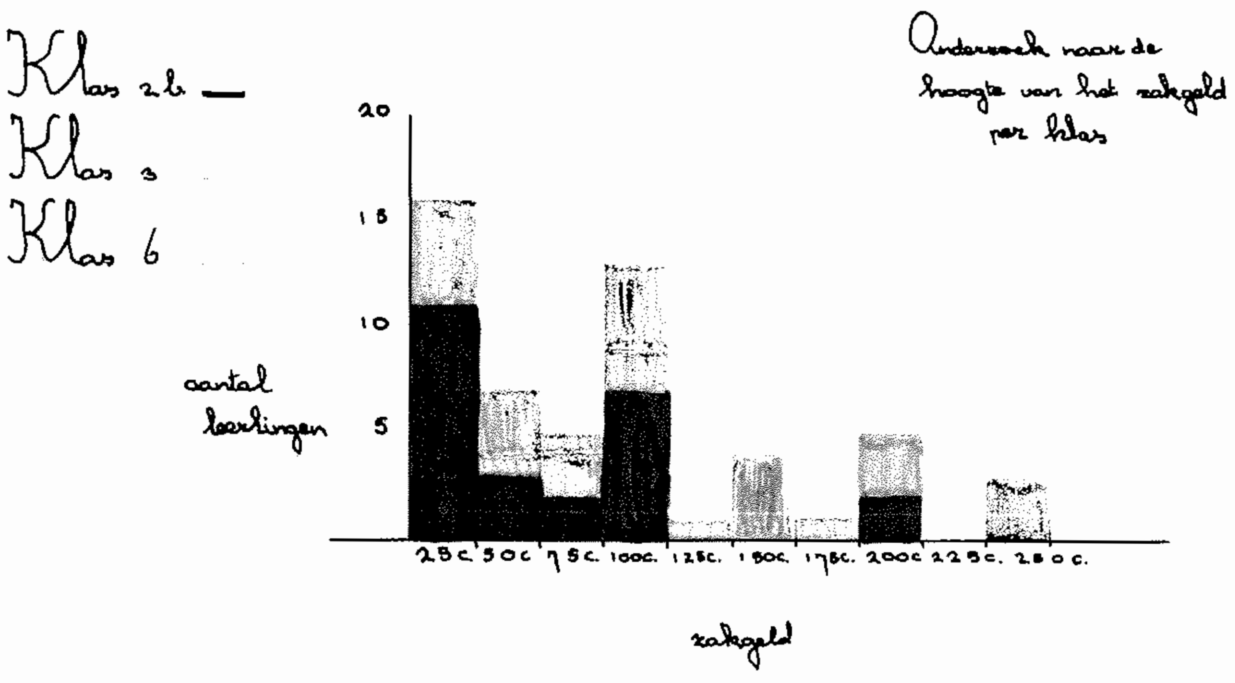
*Leerlingen van de openbare basisschool 'De Valkhof' te roden hebben op grote vellen papier grafieken gemaakt van gegevens die ze eerst zelf verzameld hebben, over: zakgeld, dagbladen, huisdieren, verkeersintensiteit, gewichten, bedtijden, voorkeurvakken, favoriete sporten, geboorteplaatsen, enz. enz.*
*In één van de voorgaande afleveringen[1]) drukten we reeds 2 grafieken af.*

[1]) Jaargang 3, nr. 4/5.


AANTAL GEZINNEN
vissen
geen
hond
vogel
poes
cavia
konijn
schild-pad
ham-ster
geit
schaap
pony
muis
kippen
wande-lende takken
HUISDIEREN


aantal kinderen 89
Drenthe
Groningen
Friesland
Gelderland
Utrecht
n holland
z holland
zee land
PROVINCIES

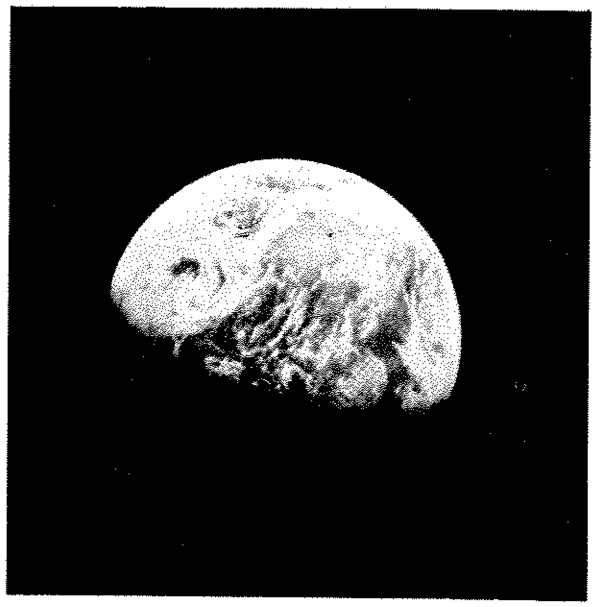



Klas 2b
Klas 3
Klas 6
Onderzoek naar de hoogte van het zakgeld per klas
20
15
10
5
aantal leerlingen
25c 50c 75c 100c 125c 150c 175c 200c 225c 250c
zakgeld

**INHOUD**

**Bij: meetkundige verkenning van de bol (pag. 63-66).**





# los blok

**WERKBLAD 1**

BOLLEN (1)

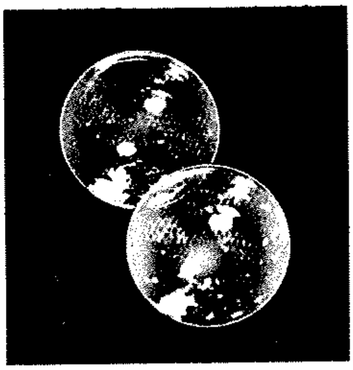


fig. 1 zeepbellen

fig. 2 een voetbal

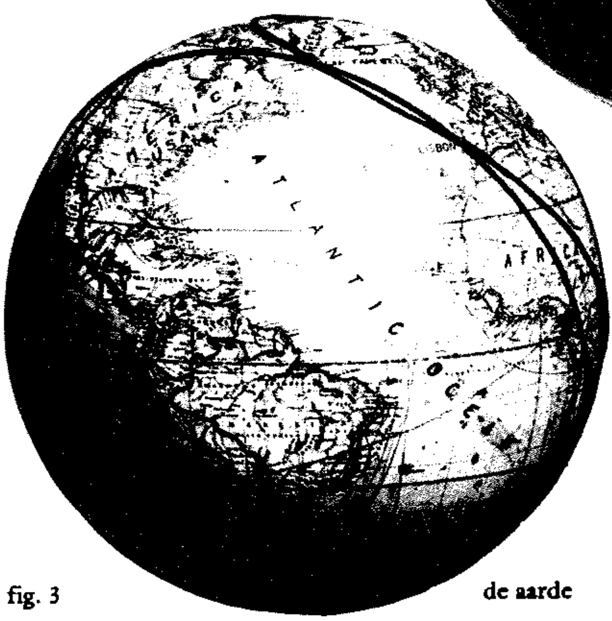



fig. 3 de aarde

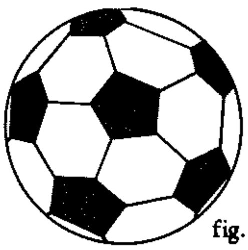


fig. 4

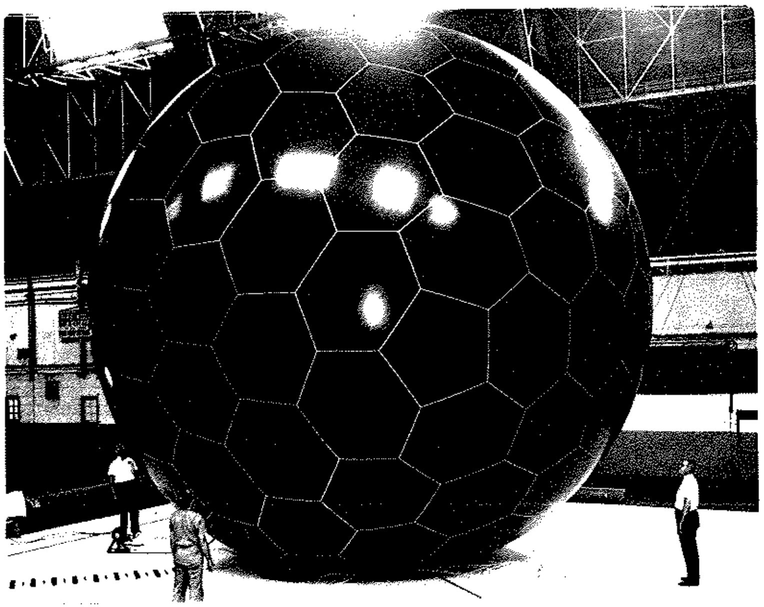
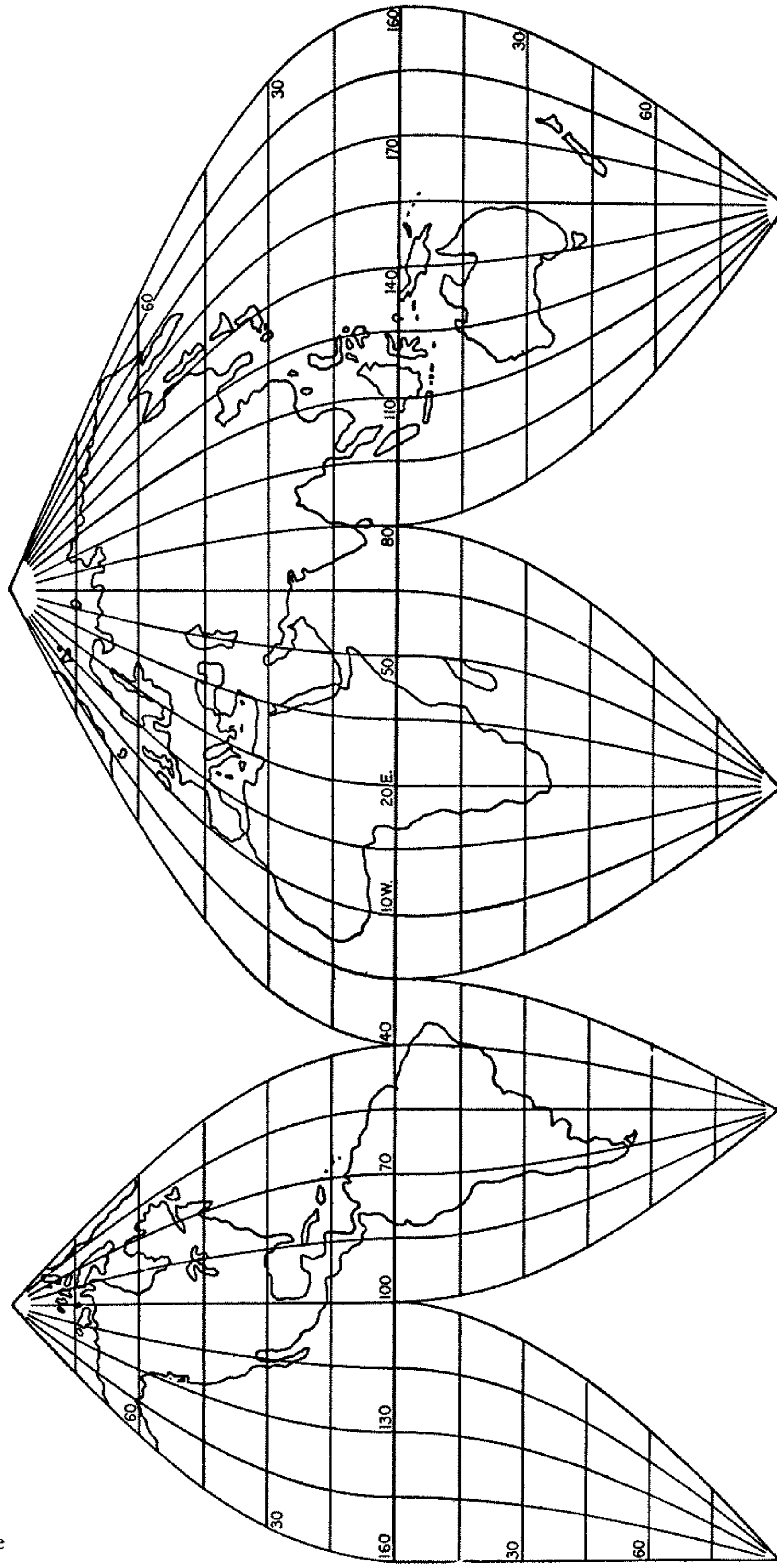


fig. 5 een kunstmaan

**WERKBLAD 2**

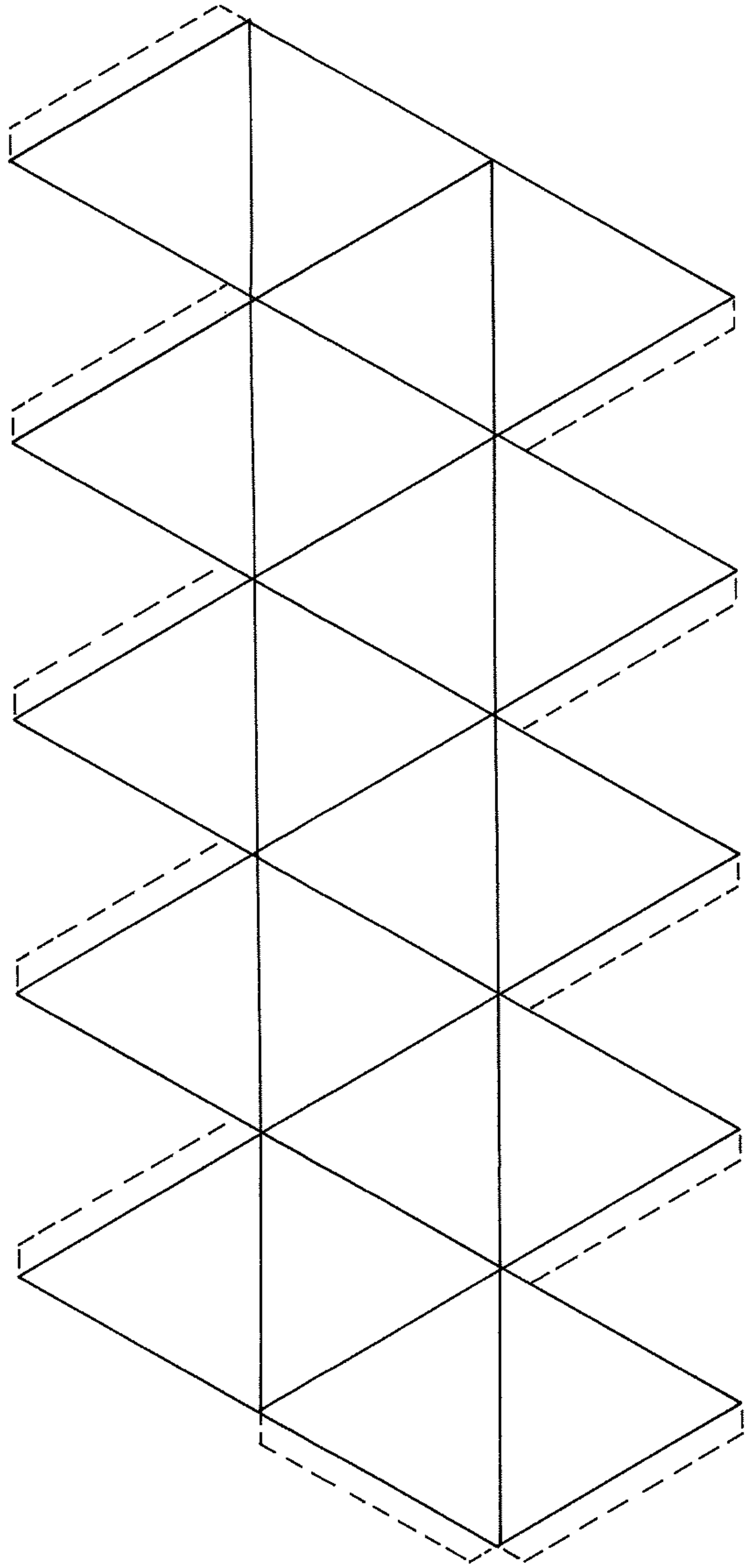
BOLLEN (2)




een bouwplaatje

**WERKBLAD 3**

BOLLEN (3)



**WERKBLAD 4**

LIJNEN OP DE AARDBOL (1)

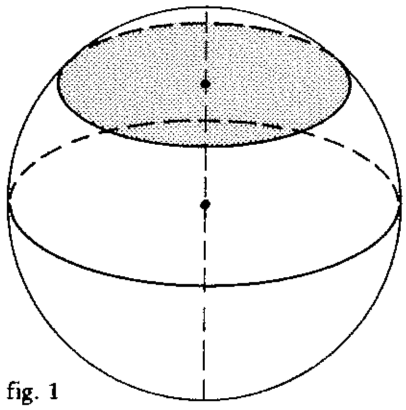


fig. 1

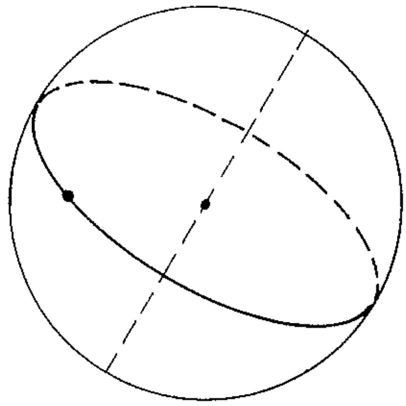


fig. 2

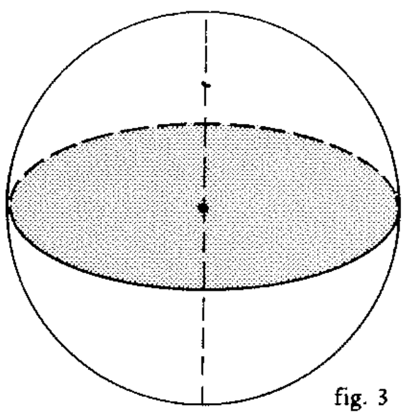


fig. 3

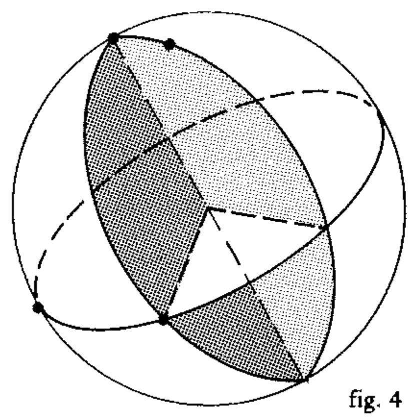


fig. 4

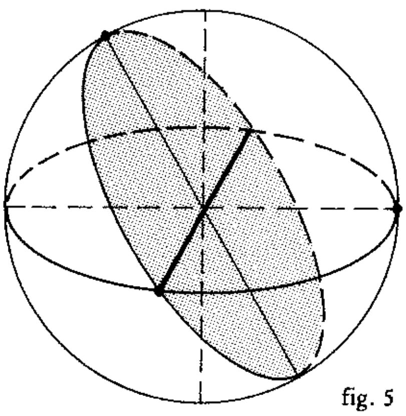


fig. 5

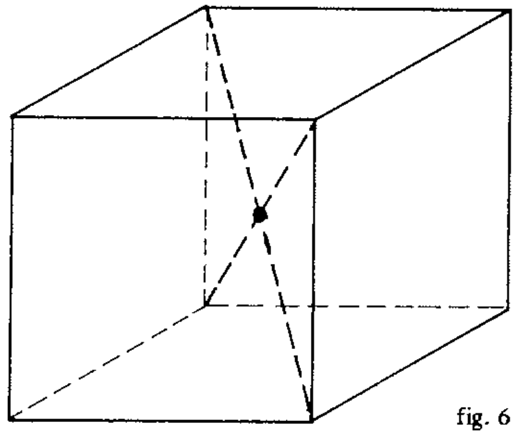


fig. 6

## WERKBLAD 5

### LIJNEN OP DE AARDBOL (2)

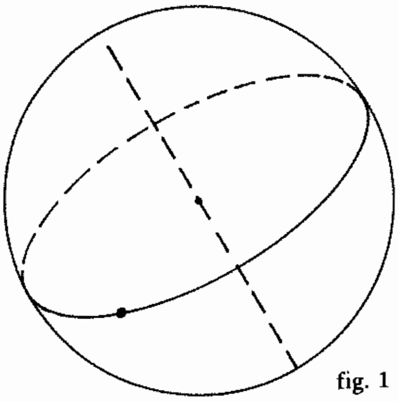


fig. 1

tegenvoeter van punt op evenaar

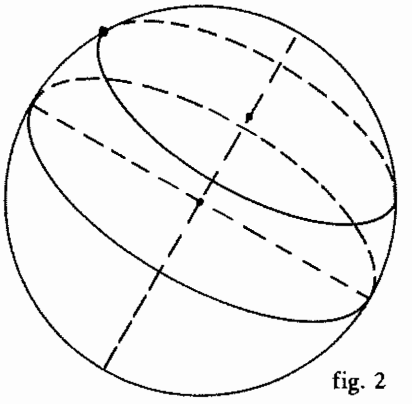


fig. 2

tegenvoeter van plaats op parallelcirkel

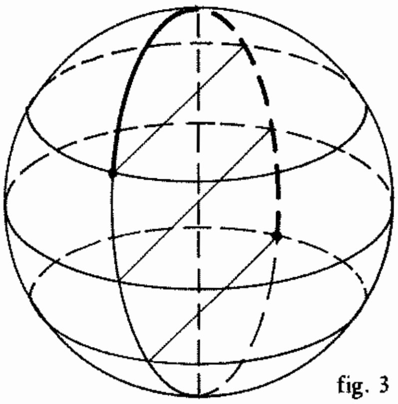


fig. 3

op reis naar je tegenvoeter

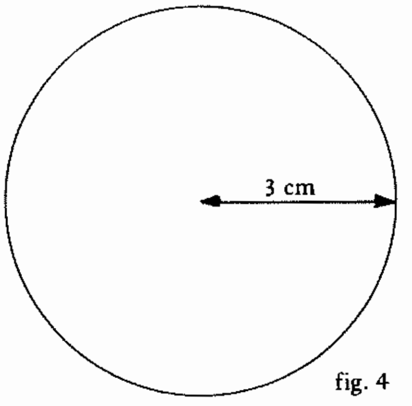



fig. 4

hoe lang is deze cirkel (omtrek)?

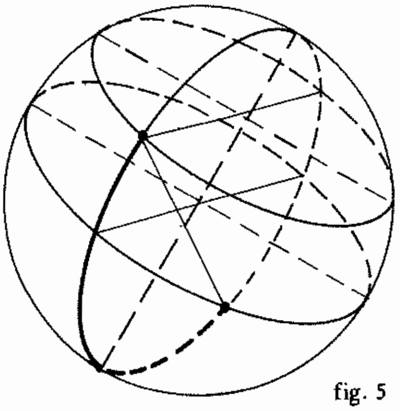


fig. 5

de kortste reis naar je tegenvoeter

## WERKBLAD 6

### LIJNEN OP DE AARDBOL (3)

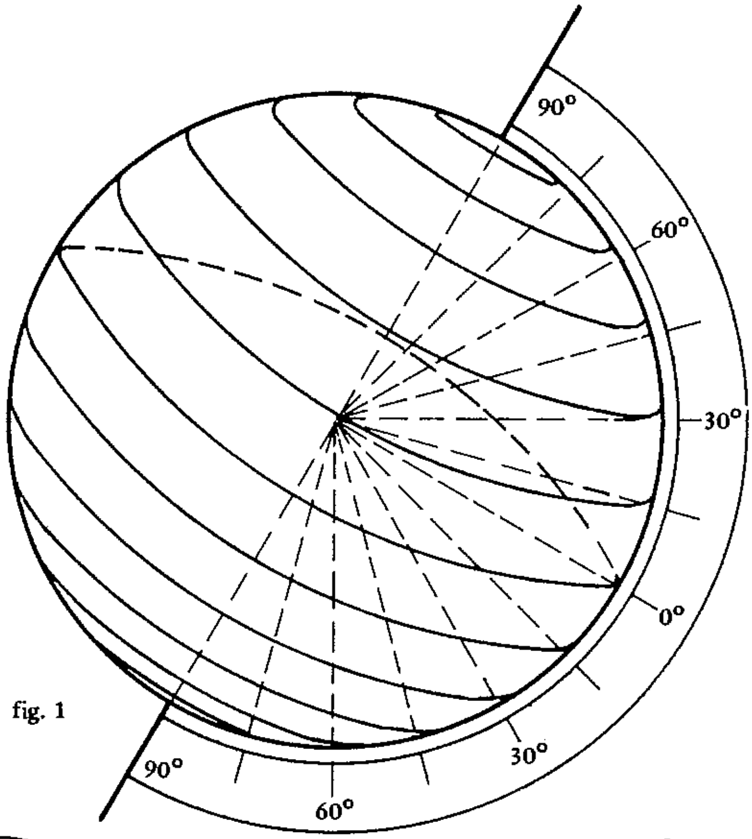



fig. 1

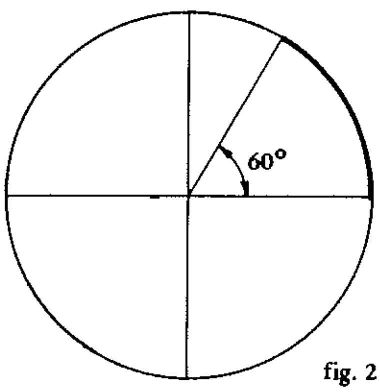



fig. 2

hoe lang is dat stuk op de meridiaan?

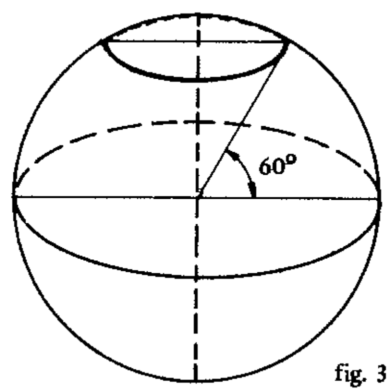



fig. 3

hoe lang is die parallelcirkel?

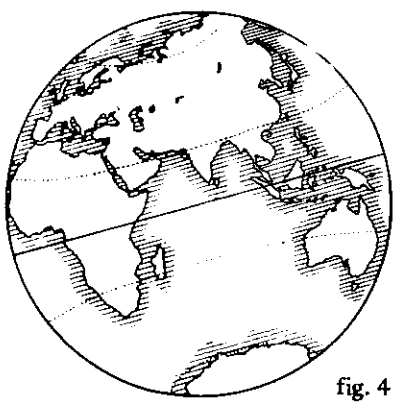


fig. 4

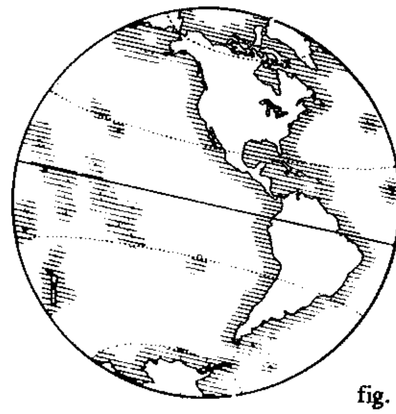
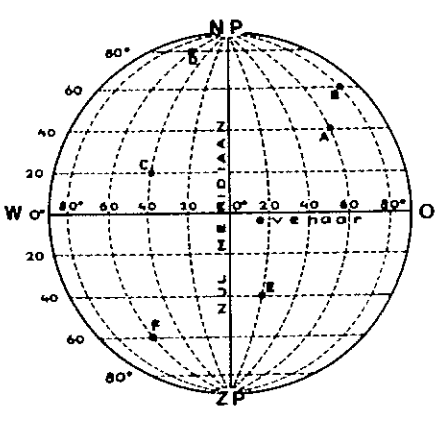


fig. 5

**WERKBLAD 7**

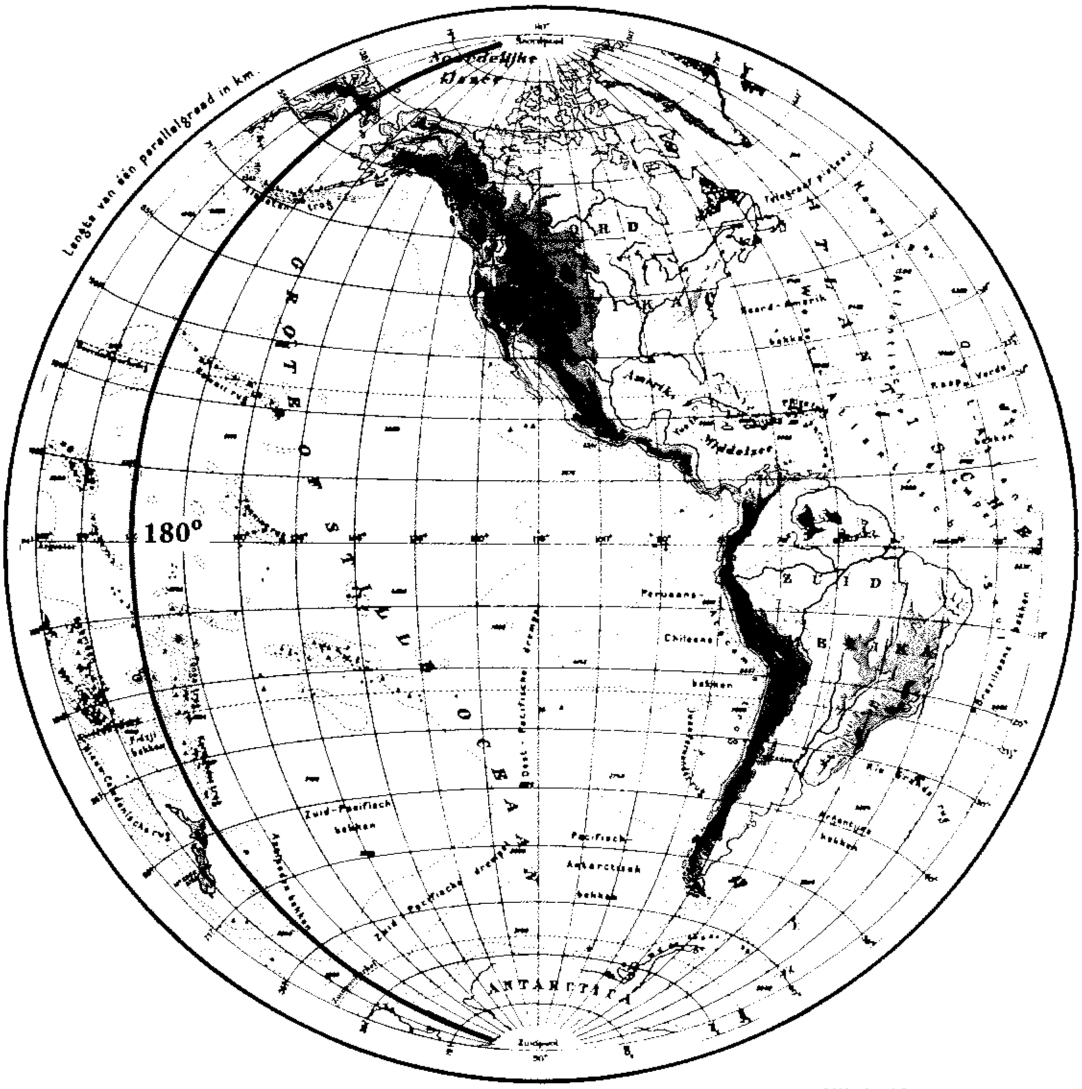
## LIJNEN OP DE AARDBOL (4)


oostelijk halfrond



**WERKBLAD 8**

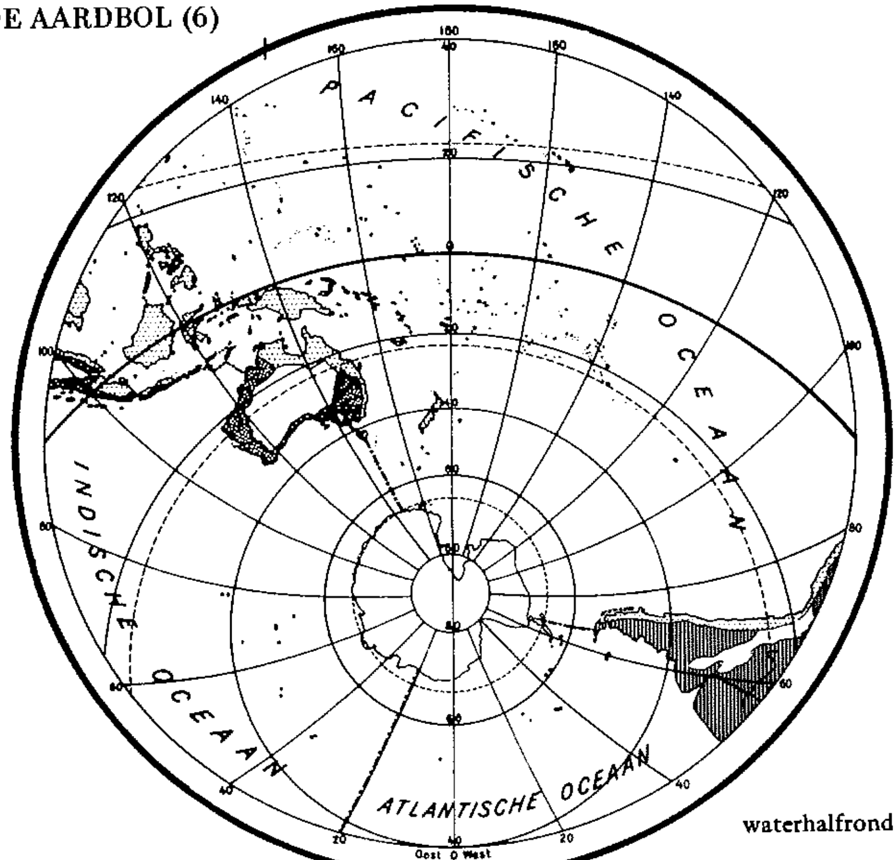
LIJNEN OP DE AARDBOL (5)




westelijk halfrond

WERKBLAD 9

LIJNEN OP DE AARDBOL (6)

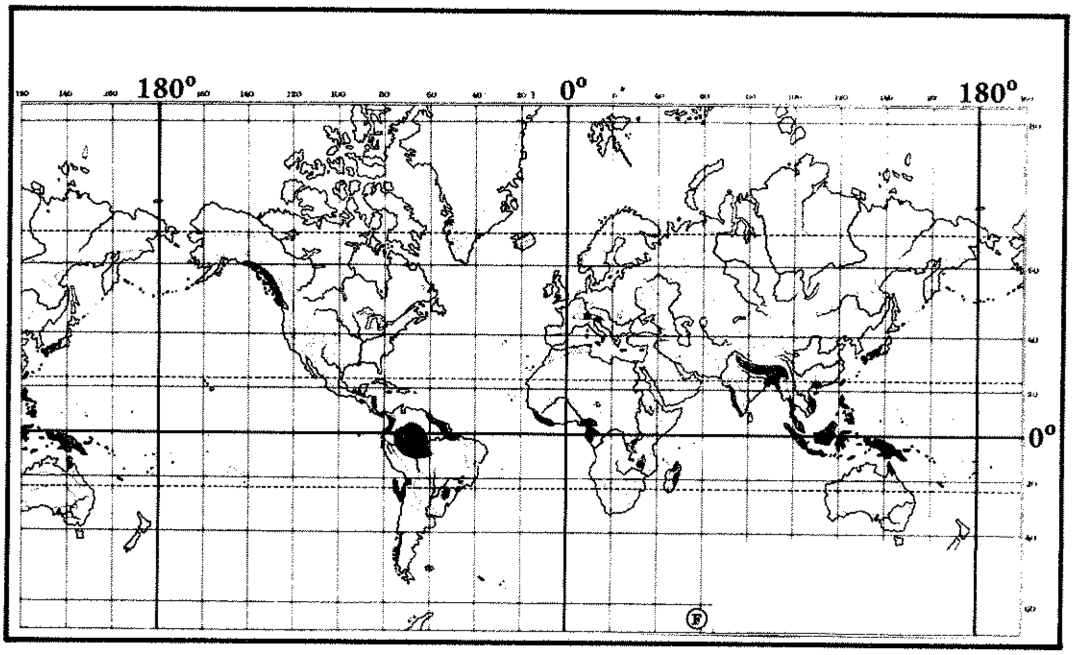



waterhalfrond


landhalfrond

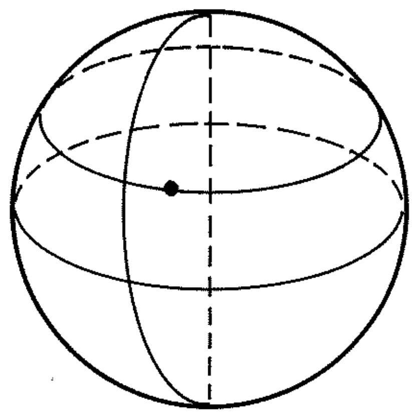
**WERKBLAD 10**

## LIJNEN OP DE AARDBOL (7)

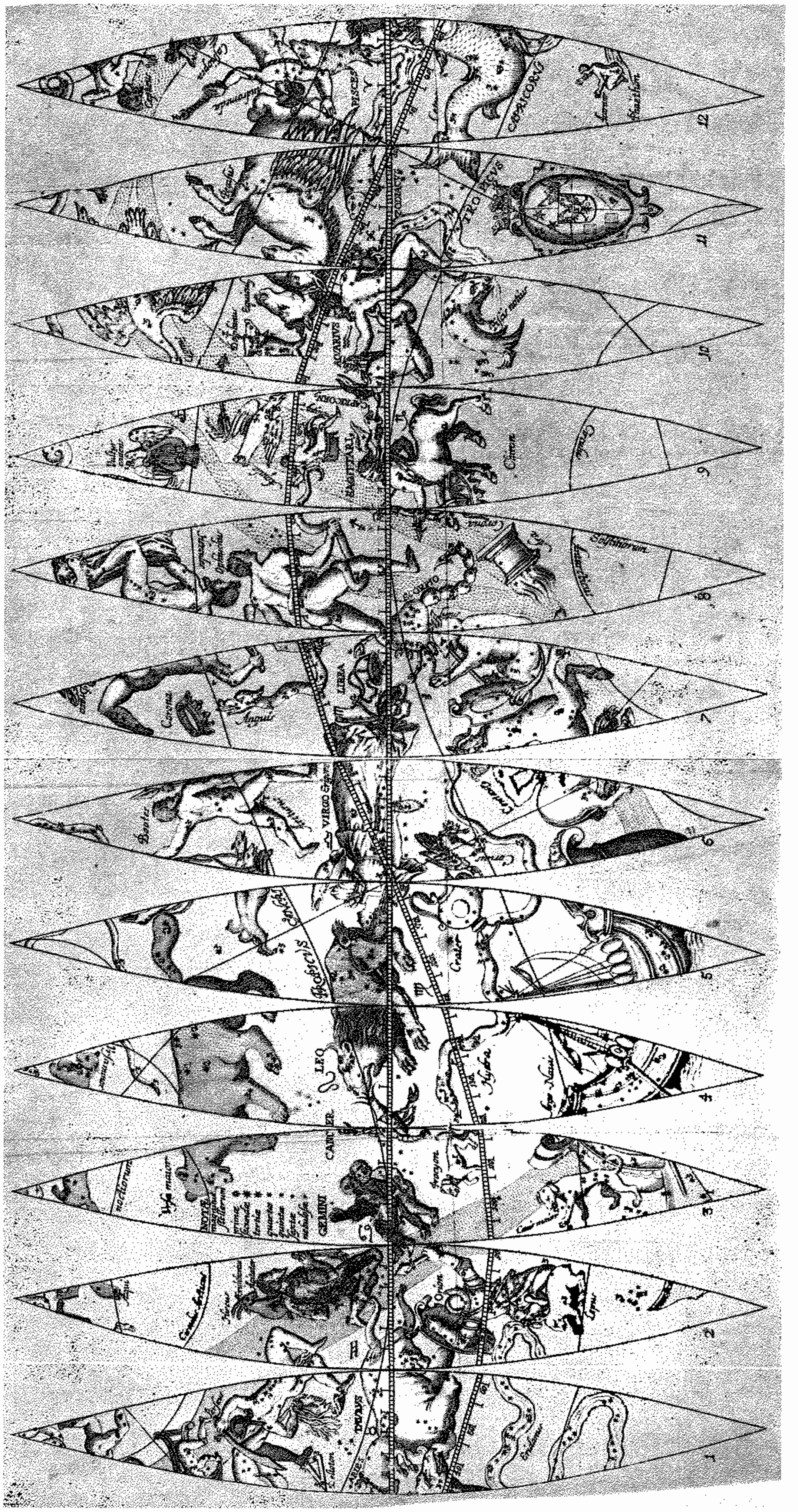



Bepaal tegenvoetpunten van:

| | | |
|---|---|---|
| arnhem<br>OL<br>NB | → t | |
| new york | → t | |
| moskou | → t | |
| peking | → t | |
| sydney | t | |



- Teken kortste roetes.
- Kun je op deze kaart meten? Verschil met bouwplaat en kubus?
- Verhouding water-land.



Aan de vraag naar volledige oude jaargangen van het Wiskobas-Bulletin kunnen we helaas niet meer voldoen. Verschillende nummers zijn uitverkocht.
Van de volgende afleveringen is nog een beperkt aantal eksemplaren verkrijgbaar:

| | |
|---|---|
| jaargang 1, nr. 4 | – $f$ 7,50 |
| jaargang 1, nr. 5 | – $f$ 7,50 |
| jaargang 2, nr. 3 | – $f$ 7,50 |
| jaargang 2, nr. 6 | – $f$ 7,50 |
| jaargang 3, nr. 2 | – $f$ 7,50 |
| jaargang 3, nr. 4/5 | – $f$ 7,50 |

Alleen na ontvangst van uw storting op postgirorekeningnummer 3105662 t.n.v. R.U.-IOWO te utrecht, zal u de gewenste aflevering worden toegezonden.