wiskobas bulletin

Jaargang 3, nr. 6
augustus 1974

Wiskobas-Bulletin

— Bulletin ter begeleiding van het eksperiment 'Wiskunde op de Basisschool'
— Verschijnt gedurende de derde jaargang 6 keer

JAARGANG 3, Nr. 6 – AUGUSTUS 1974

REDAKTIE:
Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld.

MEDEWERKERS:
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, W.M.F. Bronnenberg, J. van Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Drs. K.B. Koster, C.F. Leenders, F. du Maine, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, L. Streefland.

LAY-OUT:
Ton Voortman.

CARTOON:
Hans de Boer.

REDAKTIEADRES:
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

ABONNEMENTENADMINISTRATIE:
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

ABONNEMENTSPRIJS:
Per jaargang *f* 30,–.
Redaktietarief voor studenten P.A. en wiskobas-kursisten *f* 20,–.
Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

VAST BLOK

VARIABEL BLOK

RESPONS BLOK

Omslag: Hans Gauw
Druk: De Gulden Pers B.V.

wiskobas bulletin

Jaargang 3, nr. 6
augustus 1974

Wiskobas-Bulletin

- Bulletin ter begeleiding van het eksperiment 'Wiskunde op de Basisschool'
- Verschijnt gedurende de derde jaargang 6 keer

JAARGANG 3, Nr. 6 – AUGUSTUS 1974

REDAKTIE:
Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld.

MEDEWERKERS:
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, W.M.F. Bronnenberg, J. van Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Drs. K.B. Koster, C.P. Leenders, F. du Maine, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, L. Streefland.

LAY-OUT:
Ton Voortman.

CARTOON:
Hans de Boer.

REDAKTIEADRES:
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

ABONNEMENTENADMINISTRATIE:
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

ABONNEMENTSPRIJS:
Per jaargang *f* 30,–.
Redaktietarief voor studenten P.A. en wiskobas-kursisten *f* 20,–.
Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

VAST BLOK

VARIABEL BLOK

RESPONS BLOK

Omslag: Hans Gauw
Druk: De Gulden Pers B.V.

INHOUD

vast blok

redaktioneel

Loop zo maar eens een kamer binnen en het interieur vertelt je wanneer het betreffende echtpaar gehuwd is (teak, lacqué, boerenmeubel).
Loop zo maar eens een school binnen en de metoden, de apparatuur vertellen je wanneer de ekstra kredieten beschikbaar zijn gesteld. Open je vervolgens een deur, dan kun je aan iemands onderwijsgedrag merken wanneer hij/zij van de kweek is afgekomen (en soms ook nog van welke kweek).
Onderwijs is net zo mode-afhankelijk als degenen die van het onderwijsgeven hun beroep hebben gemaakt. Wat nù gedaan wordt is morgen niet meer 'in', de ene rage volgt op de andere. Nu verbale ekspressie en spijkerbord, morgen kopje duikelen, binkelen, sagen uit het wilde westen.
Je versiert je lichaam, je taal, je onderwijs. Je kostumeert jezelf en je valt bijna dood van het lachen om de kostumering van de ander. Je smukt je steeds anders op.
Toch wil je altijd aan de verandering ontsnappen en je grijpt terug: ot en sien uit de kast, oude geschiedenisplaten aan de wand, ideeën pikken uit bartjens en je onderwijs programmeren volgens herbart.
Wat is er nu echt?

ROB DE JONG

'Wiskobas doet aan hippe wiskunde.'
De kaarten liggen op tafel. Een vernietigender oordeel is kennelijk niet mogelijk. 't Gesprek is uit, afgelopen.
Wiskobas: een wat modieuze trendgevoelige klub, die goed getimed flower-power in z'n produkt (pardon: kreatie) doet om vervolgens met gladde eigentijdse leuzen de markt te veroveren.
Afgezien van de vraag of de kwalifikatie 'hip' negatief moet worden gewaardeerd, het oordeel is wel als zodanig bedóeld – de uitspraak werd gedaan door een groep nette vestdragende mannen van stavast –.
Bij modes (teakhout of hip) denk je immers aan smaakmakers, aan het epidemisch karakter, aan allerlei irrationele dingen die niet passen bij een projekt dat zich op wetenschappelijke inzichten wenst te baseren. De modebewuste leerplanontwikkelaar – gisteren modern, nu up-to-date, morgen ouderwets – maskeert de innerlijke onbenulligheid van z'n leerplan.
Wat is er nu echt?

* * *

Je bladert wat amerikaanse onderwijsbladen door en je bemerkt hoe uitgebreid de 'new math' in de januari/februari/maart-nummers aandacht krijgt.
De koppen spreken voor zich:
'The strange case of New Mathematics' –
Robert B. Davis (Childhood Education, february 1974)
'Needed: A newer 'New Math' ' –
Charles J. Brainerd (Early Years, march 1974)
'The New Math: a passing aberration' –
Morris Kline (Learning, january 1974)
'New Math: Succes/Failure?' –
Robert B. Davis (Instructor, february 1974).

Kennelijk is er iets aan de hand. Na 16 jaar 'new math' in de schoolprogramma's is onderzoek, inkeer, bezinning gewenst. Hoe hebben de nieuwe programma's in de praktijk gefunktioneerd? Wordt het goede spoor gevolgd?
Groot entoesiasme en felle kritiek. Morris Kline's 'Why Johnny can't add: The failure of the New Math' schijnt een bestseller te worden.
De kritiek richt zich voor een deel op de stofkeuze: overdreven gebruik van verzamelingenleer (Brainerd), te eenzijdige aksentuering van het kardinaalgetal (Kline). Belangrijker zijn echter de opmerkingen over de aanpak: alles deduktief, geen relaties met 'real life'. Vandaar dat zowel Kline als Davis een plei-

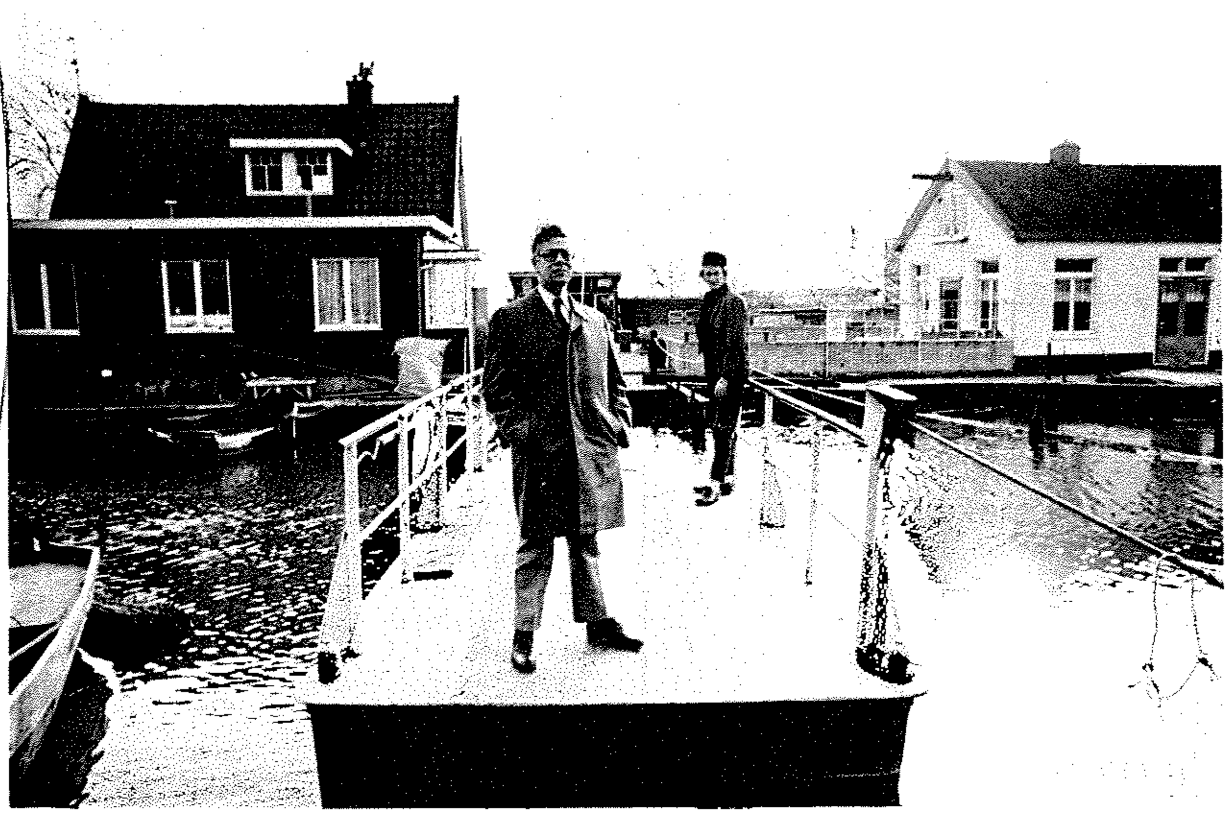
dooi voeren voor een meer empirische aanpak met spijkerborden, unsters, balanzen, etc.
Je vraagt je af of dit weer een 'nieuwe mode' wordt: *de modernste moderne wiskunde* met spijkerborden, met een bescheiden plaats voor de verzamelingen, met grotere aandacht voor het ordinaalgetal.
Of is er sprake van een soort evenwicht? Allerlei modes zijn over het amerikaanse wiskunde-onderwijs gemarcheerd. Er is hard achter de elkaar opvolgende vaandels gehold. Zijn de scherpe kantjes en de voorlopigheden er nu wat af?
Davis analiseert zowel de 'oude' als de 'nieuwe' programma's. Nuchter somt hij op welke van de oude en welke van de nieuwe programma's gefaald hebben/geslaagd zijn. Zijn artikel in 'Instructor' is de leesmoeite meer dan waard. Hij konkludeert dat het wiskunde-onderwijs zich inderdaad wat losser van de heersende mode gaat gedragen; dat het jagen achter het nieuwste nieuwe aan het verdwijnen is.
Wiskobas lijkt mooi in dit evenwicht te passen: professor Freudenthal heeft herhaaldelijk – ook in dit bulletin – gewezen op de dikdoenerij met verzamelingen; het tellen van kleine en grote hoeveelheden zit overduidelijk in de programma's voor de onderbouw en verder staat het integratieplan bol van de 'real life' (vensters in de klas, geen spiegels!).

Natuurlijk, ook wiskobas is een kind des tijds. De stromingen in het wiskunde-onderwijs zijn niet gestopt bij de nederlandse grenzen. Uitgevers hebben buitenlandse leergangen vertaald. Allerlei materialen zijn geimporteerd.
Wiskobas zoekt ernstig naar het èchte. Gezond verstand doet de tijdgeest herkennen en de eigen mode-afhankelijkheid in de peiling houden en kiezen zonder anderen te imiteren.

Je kunt uiteraard niet buiten je eigen tijd gaan staan. De aktualiteit biedt te interessante mogelijkheden voor het onderwijs. Olieboykots en maanreizen en sportevenementen en filerijden, mag je niet links laten liggen. Als je er maar steeds attent op bent dat zelfs aktueel emballagemateriaal een innerlijk onbenullig leerplan nooit goed kan maken.
Kleren maken de man, maar voor een leerplan heb je meer nodig.

* * *

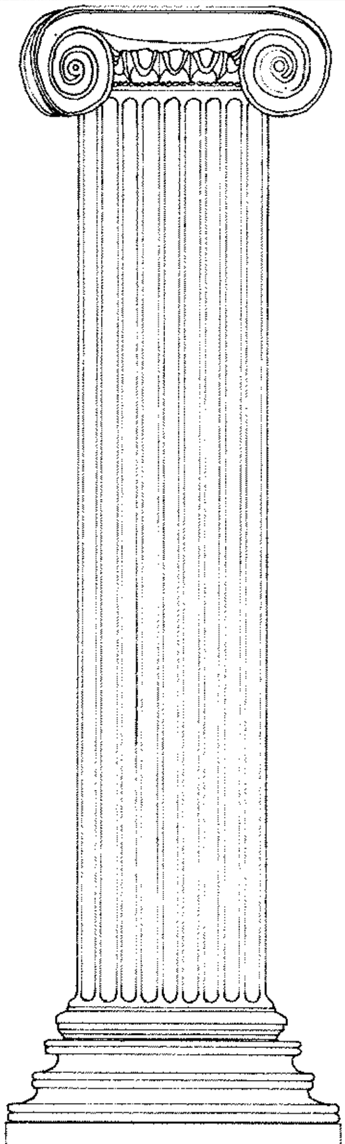
Ter zake!
In het voorliggende vast blok ontbreken enkele rubrieken. De grote omvang en het evenredige belang van het artikel van Fred Goffree ('Doorkijkspiegelingen') maakte een beperking van de rest noodzakelijk.
Na bestudering van het desbetreffende artikel zullen de lezers alle begrip hebben voor deze redaktionele beslissing.



In VIVA lees je bij deze foto: 'Een onberispelijk gekleed heer met een frivool grijs kuifje en het optreden van een leraar wiskunde......'

foto Ab Koers

kolommen



DE GROOTST MOGELIJKE – DE KLEINST MOGELIJKE

H. FREUDENTHAL

Hoe vindt men bij een gegeven omtrek de rechthoek met de grootste oppervlakte?
Denk de rechthoeken van een gegeven omtrek ingepast tussen de op elkaar loodrechte lijnen OX en OY van fig. 1. Een hoekpunt van de rechthoeken zit vast in O, twee andere, A en

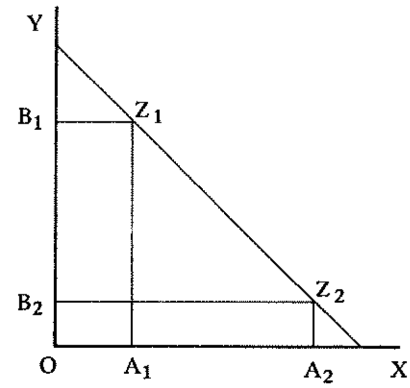


fig. 1

B, liggen op OX en OY respektievelijk; het vierde, Z, doorloopt dan een rechte lijn, die OX en OY onder een hoek van 45° snijdt, en wel in punten die van O een afstand hebben gelijk aan de helft van de voorgeschreven omtrek. Op welke plaats van Z wordt het maksimum aan oppervlakte gerealiseerd?
Het is net in het midden, dus wanneer de rechthoek een vierkant is. Immers, zolang de rechthoek nog langwerpig is, kan ik zijn oppervlakte onder behoud van de omtrek vergroten. Neem bijvoorbeeld de rechthoek met zijden a en b van fig. 2. Als ik Z naar Z_1 verschuif, wordt de langste zijde, a, een stukje

hier is wel wat redeneren voor nodig, maar met Q×Q ter beschikking moet het gaan

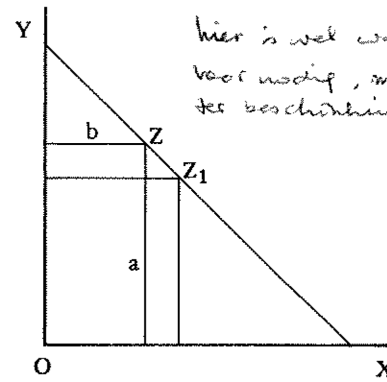


fig. 2

d minder, terwijl de kortste, b, hetzelfde stuk d meer wordt. Het is duidelijk dat de strook, die langs de korte zijde wegvalt, het verliest van die, welke langs de lange erbij komt; de nieuwe rechthoek is dus groter dan de oude. In formules:

$$(a+d)(b-d) = ab + (b-a-d)d.$$

Zolang ik d kleiner neem dan het verschil van b en a, neemt de oppervlakte toe, en die mogelijkheid is me pas ontzegd, als a = b is, dus als ik van een vierkant uitga. Als grootste rechthoek bij gegeven omtrek komt alleen het vierkant in aanmerking.

* * *

Gegeven een hoek AOB en tussen zijn benen een punt P. Een variabele rechte door P snijdt OA in K en OB in L. Hoe moet men de rechte door P kiezen, zo dat de oppervlakte van de driehoek OKL zo klein mogelijk wordt?

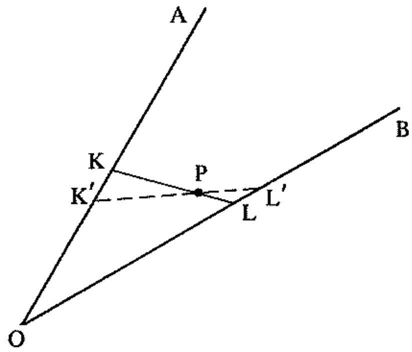


fig. 3

Als in fig. 3 de rechte door P zo draait dat K naar O toeloopt (dus L van O weg), gaat er van de oppervlakte van OKL die van PKK' af, terwijl er die van PLL' bijkomt. Met één oogopslag zie je dat wat er afgaat meer is dan wat er bijkomt, dus dat in saldo de oppervlakte kleiner wordt, althans in de situatie zoals in fig. 3 aangenomen. Maar onder welke omstandigheden is dat zo en op welke gegevens berust het?

Wel, het zit hem in een eenvoudige meetkundige stelling, die we tussen neus en lippen door afleiden: vergelijk met elkaar de driehoeken PAB en PA'B wat hun oppervlakte

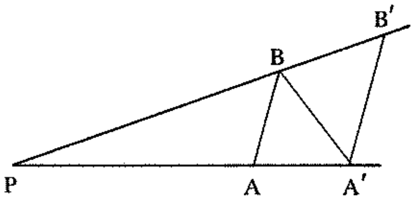


fig. 4

aangaat. Ze hebben dezelfde hoogte, dus staan ze tot elkaar als PA staat tot PA':

opp PAB : opp PA'B = $\overline{PA} : \overline{PA'}$.

Ga nu ook nog B naar B' verschuiven, en wel op PB, terwijl P en A' vast blijven liggen. Dan geldt evenzeer:

opp PA'B' : opp PA'B = $\overline{PB'} : \overline{PB}$.

Uit deze twee volgt:

opp PA'B' : opp PAB = $\overline{PA'} \cdot \overline{PB'} : \overline{PA} \cdot \overline{PB}$.

In woorden: driehoeken met één zelfde hoek staan tot elkaar, wat hun oppervlakte aangaat, als de produkten van de die hoek insluitende zijden.

Kijk nu weer naar fig. 3. De erafgaande driehoek PKK' is groter dan de bijkomende PLL' omdat de de hoek insluitende zijden in 't eerste geval groter zijn dan in 't tweede geval.

Welke voorwaarde moet dus vervuld zijn, wil een minimale oppervlakte van OKL voorliggen? De voorwaarde luidt $\overline{PK} = \overline{PL}$. Oftewel, KL moet zo worden getrokken, dat P het midden ervan is.

De vraag rest, hoe men zo'n lijn feitelijk vindt. In fig. 5 hebben we het geval PK = PL aangenomen en er meteen de rechte OP bijgetekend; in de driehoek OKL staat die als zwaartelijn bekend. Misschien helpt u dat verder. De rechten door P evenwijdig aan OL

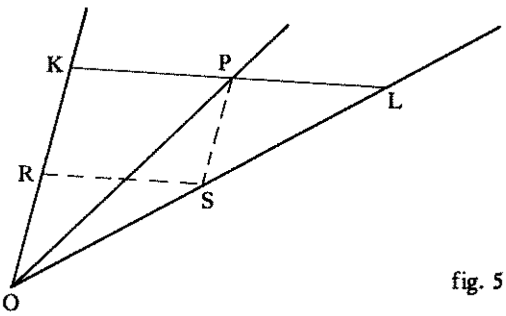


fig. 5

en OK snijden OL en OK respektievelijk in S en R en de verbinding RS is evenwijdig aan KL. Dus hoe vindt men de rechte KL? Men trekt PR en PS evenwijdig aan OL en OK, zodat R op OK en S op OL ligt. De gevraagde rechte door P is evenwijdig aan RS.

* * *

Hoe vindt men onder alle driehoeken met gegeven omtrek die met de grootste oppervlakte?

Laten we eens een driehoek ABC pakken. We houden allereerst de hoekpunten A, B vast en trachten C zo te variëren, dat opp ABC toeneemt, terwijl de omtrek kwa lengte onveranderd blijft.

Wat betekent deze beperking?

Gezien de vaste $\overline{AB}$ moeten we ervoor zorgen, dat $\overline{CA} + \overline{CB}$ hetzelfde blijft. U bent dit zeker al eens tegengekomen: de punten, waarvan de som van de afstanden tot twee gegeven punten een vaste waarde heeft. Het is de definitie van de ellips volgens de bekende touwtje-konstruktie van deze kromme (fig. 6): een touwtje is vastgemaakt in de punten A, B zo dat er speling blijft om het met een potloodpunt strak te spannen; die punt beschrijft dan een ellips met als brandpunten A, B en de lengte van het touwtje als lange as.

Terug tot ons vraagstuk! Bij vaste A, B mag C over een ellips met als brandpunten A, B lopen. Wanneer wordt opp ABC maksimaal?

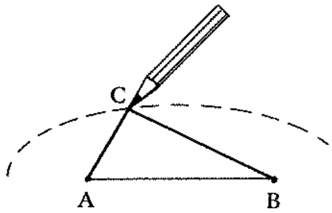


fig. 6

Kennelijk als de hoogte op AB maksimaal wordt en dat geschiedt, als C in een top (eind van de korte as) van de ellips valt. Maar dan is AC = BC, dus de driehoek gelijkbenig.
Maar hetzelfde moet gelden als ik A, C in plaats van A, B vasthoud. De driehoek moet dus ten aanzien van elk zijdenpaar gelijkbenig, dus gelijkzijdig zijn.
Inderdaad is bij gegeven omtrek van een driehoek de oppervlakte het grootste bij de gelijkzijdige driehoek.

* * *

Gegeven drie punten A, B, C in het vlak, niet op één rechte gelegen. Gevraagd een punt P in het vlak, zo dat de som van zijn afstanden tot A, B, C, dus: $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$
zo klein mogelijk wordt.

We beginnen ongeveer als daarstraks. We redeneren: wil de som van alle drie afstanden minimaal zijn, dan moet bij vaste $\overline{PA} + \overline{PB}$, de afstand $\overline{PC}$ minimaal zijn.

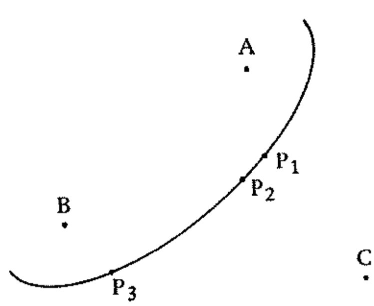


fig. 7

Laten we dus P zo variëren dat $\overline{PA} + \overline{PB}$ een vaste waarde heeft. P loopt dan op een ellips met als brandpunten A, B. (fig. 7) Welke positie moet P op deze ellips innemen, opdat $\overline{PC}$ minimaal wordt? Anders gezegd: welk punt van de ellips is het meest nabij het punt C? Ik teken met als middelpunt C een cirkel (fig. 8), die de ellips in P treft. Wil $\overline{CP}$ minimaal zijn, dan mag die cirkel geen punt van de ellips insluiten; de cirkel moet de ellips dus in P raken. Ellips en cirkel hebben dan in P een gemeenschappelijke raaklijn l en CP moet er loodrecht op staan. Nu is er een stelling – niet te lastig te bewijzen – die zegt (fig. 9):
bij een ellips met brandpunten A, B deelt de

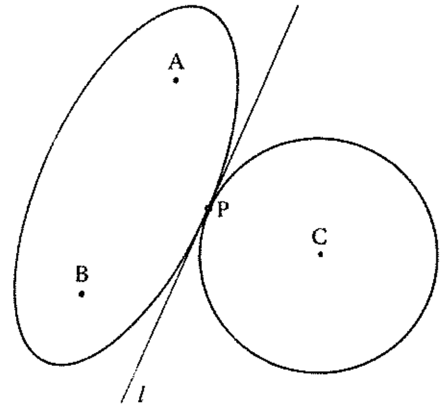


fig. 8

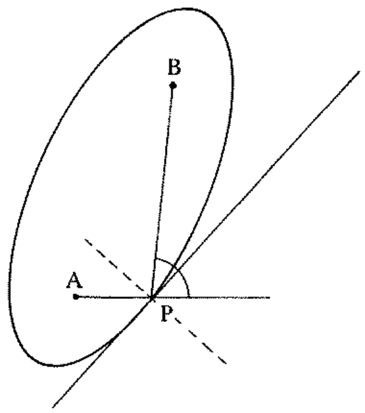


fig. 9

raaklijn in P de buitenhoek van de driehoek ABP bij P middendoor.
Hieruit volgt:
CP deelt de hoek van de rechten PA en PB middendoor.
Maar net zo kunnen we ten aanzien van de andere hoekpunten redeneren.
Dus:
als $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ zo klein mogelijk is, deelt elke van de rechten PA, PB, PC de hoek van de andere twee middendoor.
Maar dan moeten de rechten vanuit P naar A, B, C, onderling dezelfde hoek maken.

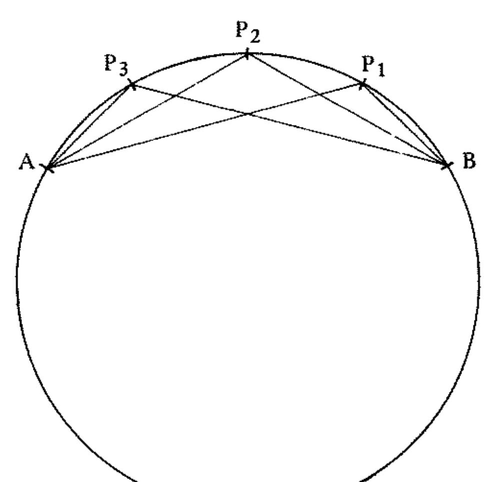


fig. 10

Dus:
als PA + PB + PC minimaal is, vormen de rechten PA, PB, PC in P hoeken van 120°.
Hoe komt men nu, als A, B, C gegeven zijn, aan zo'n punt, van waaruit A, B, C onderling onder hoeken van 120° gezien worden?
Hier worden we door een eigenschap van de cirkel verder geholpen (fig. 10): alle hoeken APB op dezelfde boog $\widehat{AB}$ zijn gelijk en wel half zo groot als die boog.

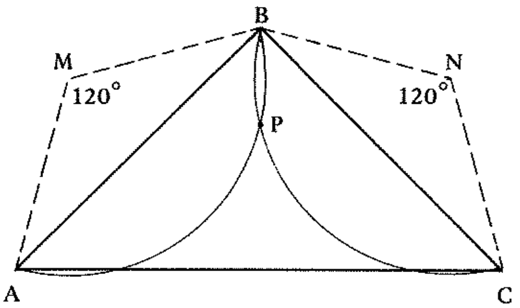


fig. 11

In de puntenfiguur ABC (fig. 11) zet ik op AB (aan de andere kant van C) een gelijkbenige driehoek met de top M zodanig dat de tophoek 120° wordt. Met M als middelpunt en MA als straal trek ik de cirkelboog binnen ABC, en analoog doe ik het aan de kant van BC. Vanuit de eerste cirkelboog wordt AB onder een hoek van 120° gezien en vanaf de tweede cirkelboog is dit met BC het geval. Ik vind P als hun ander snijpunt (behalve B).

* * *

Maar ho! Hoe weet ik dan dat die cirkelbogen elkaar nog eens (behalve in B) snijden — snijpunten van de cirkels waartoe de bogen behoren, moeten echt op de goede boog liggen, willen ze meetellen. Wel, de eerste cirkelboog maakt met AB een hoek van 60° en de tweede evenzo met BC. De cirkelbogen snijden elkaar als de hoek B kleiner dan 120° is en ze snijden elkaar zeker niet, als die hoek 120° overschrijdt.
Het laatste is ook om een andere reden duidelijk. In een driehoek ABC ziet men vanuit elk binnenpunt de zijde AC onder een hoek, die groter is dan hoek B, dus als hoek B groter dan 120° is, eveneens onder een hoek die groter dan 120° is. Het is dus in zo'n geval uitgesloten, vanuit enig punt P binnen ABC de zijde AC onder een hoek van 120° te zien.
Om dit op te helderen, moeten we nog eens van 't begin beginnen. Gegeven drie punten A, B, C, niet op één rechte. Waar kan ik punten P zoeken met $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ minimaal? Zeker niet buiten de driehoek ABC (fig. 12), want als ik me in een der gearceerde sektoren

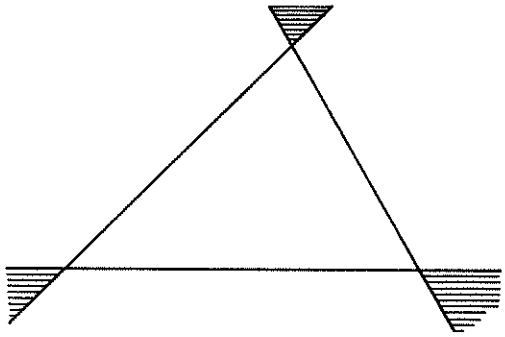


fig. 12

bevind, hoef ik alleen naar het erbijbehorende hoekpunt toe te lopen, om $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ te verkleinen, en als het een der andere sektoren is, doe ik het in de richting op het overstaande hoekpunt. Maar hoe is het op de rand van de driehoek ABC, dus bijvoorbeeld als P op de zijde AC ligt (fig. 13)?

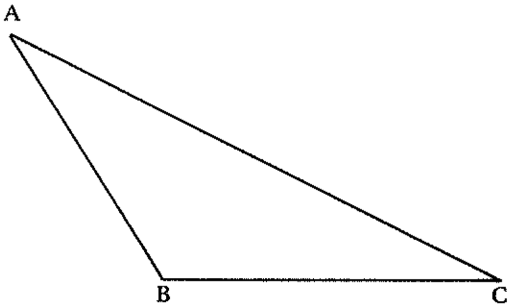


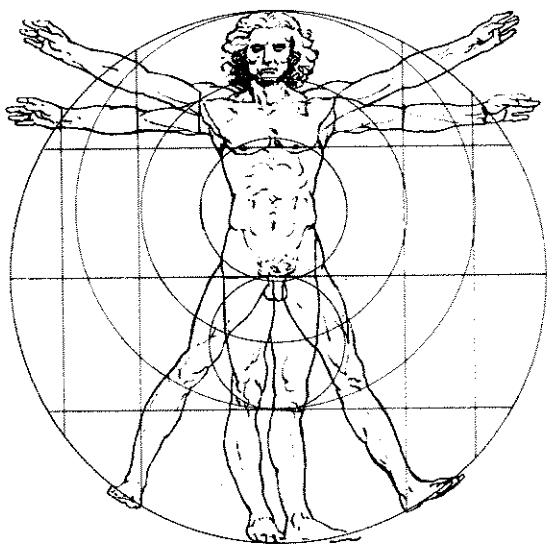
fig. 13

Wel, dat $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ minimaal wordt, komt dan hierop neer, dat PB minimaal wordt, dus P voetpunt is van de loodlijn vanuit B op AC. Maar dan ga je gemakkelijk na, dat $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ nog kleiner wordt, als ik P een stukje naar B toe laat lopen. Dus dat kan ook niet. Stel nu P, waarvan $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ minimaal wordt, ligt op BC. De loodlijn vanuit A op deze zijde valt er buiten en het uiterste dat er kan gebeuren, is dat P in B valt. Analoog is het met P op AB gesteld.
Dus als P met minimale $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ niet binnen ABC ligt, dan valt het in een der hoekpunten. Men kan inderdaad bewijzen, maar dit zou een beetje lastig worden, dat zulks zich dan en slechts dan voordoet als het een hoekpunt met een hoek van groter dan 120° is.

* * *

'Maksima of minima' of 'ekstrema' heet het gebied, waaruit we dit keer onze problemen hebben gekozen. Het is officieel een onderdeel van de differentiaalrekening, maar zoals in 't voorafgaande is gebleken, draagt minder zwaar geschut soms even ver.

wiskunst



HET STADSPLAN IN DE KUNST

F. VAN DER BLIJ

Allereerst een woord van dank en lof aan mijn vervanger, de heer Ed de Moor en aan de schrijver van het ingezonden stuk, de heer Ton Voortman, voor hun boeiende bijdragen. Ik knoop nog even aan bij het laatste deel van de wiskunst uit het maartnummer, de bespreking van enkele fasetten van *The Language of Pattern* van Keith Albarn c.s. Ergens stelt Ed de Moor de vraag: 'is het wiskunde?' Zijn antwoord is: 'nee!'

Maar ik wil laten zien dat er wiskunde bij te maken is, al is het duidelijk dat de islamitische ontwerpers deze wiskunde niet gebruikten.

De tentoonstelling *Islamathematica* in het rotterdamse museum van land- en volkenkunde heeft in verschillende bladen nogal wat aandacht gekregen, ook de erbij behorende rekenkundige konstrukties, dus ga ik er nog wat verder op in.

De rij van Fibonacci is een voorbeeld van een meer algemeen procédé:

$$t_{n+2} = at_{n+1} + bt_n.$$

Als nu t_0 en t_1 gegeven zijn, is de rij vastgelegd. De Fibonacci-rij krijgen we voor $a = b = 1$ en $t_0 = 0$, $t_1 = 1$.

In het *Pattern*boek worden de termen dan nog modulo 9 gereduseerd, door – eventueel herhaald – het getal te vervangen door de som van de cijfers. In plaats van modulo 9 kunnen we natuurlijk ook modulo N rekenen?

Een eerste vraag is: komt er periodisiteit en welke is de periode? Bij de Fibonacci-reeks[1]) blijkt de periode 24 te zijn. Variëren we t_0 en t_1, bijvoorbeeld $t_0 = 0$ en $t_1 = 3$, dan vinden we (met Keith Albarn) de rij 0336966393369.... (bedenk dat 9 en 0 hetzelfde zijn). De periode is nu 8.

Is er een teorie uit af te leiden?

Laten we proberen of $t_n = x^n$ een oplossing kan zijn van

$$t_{n+2} = at_{n+1} + bt_n.$$

Dan moet gelden:

$$x^{n+2} = ax^{n+1} + bx^n, \text{dus } x^2 - ax - b = 0.$$

Maar we moeten modulo N rekenen.

Hoe los je een vierkantsvergelijking modulo N op? Gewoon kwadraat afsplitsen! Maar ik ga het niet in het algemene geval uitwerken, anders gaat deze rubriek meer wis*kunde* dan wis*kunst* bevatten. Als N even en a oneven is, moet u oppassen! In ons geval ging het om:

$$x^2 - x - 1 \equiv 0 \quad (\text{modulo } 9)$$
$$x^2 + 8x - 1 \equiv 0 \quad (\text{modulo } 9)$$
$$(x+4)^2 \equiv -1 \quad (\text{modulo } 9).$$

En dus niet oplosbaar (er is geen kwadraat dat een 9-voud min 1 is!).

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 3, pag. 213.

Beeldtaal

Wie in aanraking komt met een andere kultuur zal in eerste instantie getroffen worden door de verschillen met de eigen kultuurvoortbrengselen. Wij, ontwerpers aan het einde van een verzwakte renaissance-traditie, reageerden met verbazing op de zo op het oog zeer overdadige dekoratieve kunst van de Islam. Vanuit onze puriteinse ethiek van vorm en funktie en vanuit een kultuur waar ornamentiek zeldzaam is en als kunstmatig wordt beschouwd kwamen we te staan tegenover een schijnbaar theatrale architektuur, die zich minder met struktuur dan wel met illusies bezighoudt en versierd is met een dynamisch netwerk van ornamenten en arabesken. Het was onvermijdelijk dat wij geïntrigeerd werden door deze ornamentiek en de indruk kregen (achteraf beschouwd niet ten onrechte) dat de essentie van de Islam te vinden was achter deze vibrerende oppervlakten, die zo tegen elk esthetisch dogma van onze opleiding indruisten.
Duidelijk was dat deze rijkdom van vindingrijkheid gebaseerd was op een ordening en op een heldere visie van een universum dat door deze ordening werd beschreven. De organische vormen en de meetkundige struktuur onthulden een vermenging van zowel objektieve als subjektieve interpretaties van de natuur en een diepere kennis van het onbekende.
Om de patronen te begrijpen achtten wij het noodzakelijk ze te rekonstrueren, dat wil zeggen zo dicht mogelijk de processen (zowel de vormgevende als de technische) te benaderen waardoor ze tot stand zijn gekomen. Als ontwerpers zouden wij daar nut van hebben; bovendien zouden wij langs die weg iets van ons enthousiasme op onze tijdgenoten kunnen overbrengen.
De patronen onthulden laag op laag onderling samenhangende netwerken waarvan de fundamenteelste betrekkelijk eenvoudig was. De groei vanuit dit eenvoudige geometrische patroon impliceerde echter een vloeiende integratie van intuïtie en intellekt die zelden of nooit wordt bereikt in het westen waar het materiële en het mystieke elkaars uitersten zijn.
Als ontwerpers waren wij ons zeer bewust van de aktuele vraag om een visuele taal en van de problemen waarmee onze kollega's worstelen om zo'n beeldtaal te ontwikkelen. Pas in een later stadium van onze onderzoekingen realiseerden wij ons dat onze eerdere indruk de juiste was; dat wil zeggen: tot begrip komen van de islamitische filosofie langs de weg van het rekonstrueren van de patronen bleek verbazingwekkend juist te zijn. Dat was niet het gevolg van goddelijke macht onzerzijds maar van het introduceren van een beeldtaal die tijd, ruimte en kulturele vooroordelen overspant.
Overbodig te zeggen dat proces en begrip zich gelijkelijk ontwikkelden, maar terugblikkend is het komisch ons onze eerste pogingen te herinneren de patronen te tekenen met gradenboog en evenwijdige lijnkonstrukties, tevergeefs trachtend de betekenis te vinden van hoeken en merkwaardige mozaïeken terwijl we niet meer nodig hadden dan passer en liniaal.

"Vertex"
(Keith Albarn, Hazel Albarn, Jenny Miall Smith, Stanford Steele, Rachel Fraser Steele, Dinah Walker).

uit de affiche van 'islamathematica' afb. 1

Dezelfde noodsprong als bij de reële getallen helpt hier. We voeren een soort 'komplekse' getallen in:

$u + iv$,

en rekenen er gewoon mee, met $i^2 = -1$.
Dan blijken $-4+i$ en $-4-i$ oplossingen te zijn en u kunt direkt kontroleren (als we het wat duur zeggen: het is een stukje lineaire algebra) dat een oplossing van

$t_{n+2} = t_{n+1} + t_n$

gegeven wordt door:

$t_n = p(-4+i)^n + q(-4-i)^n$.

Kiezen we:

$t_n = 4i\,[(-4+i)^n - (-4-1)^n]$

dan geldt

$t_0 = 0,\ t_1 = 1$

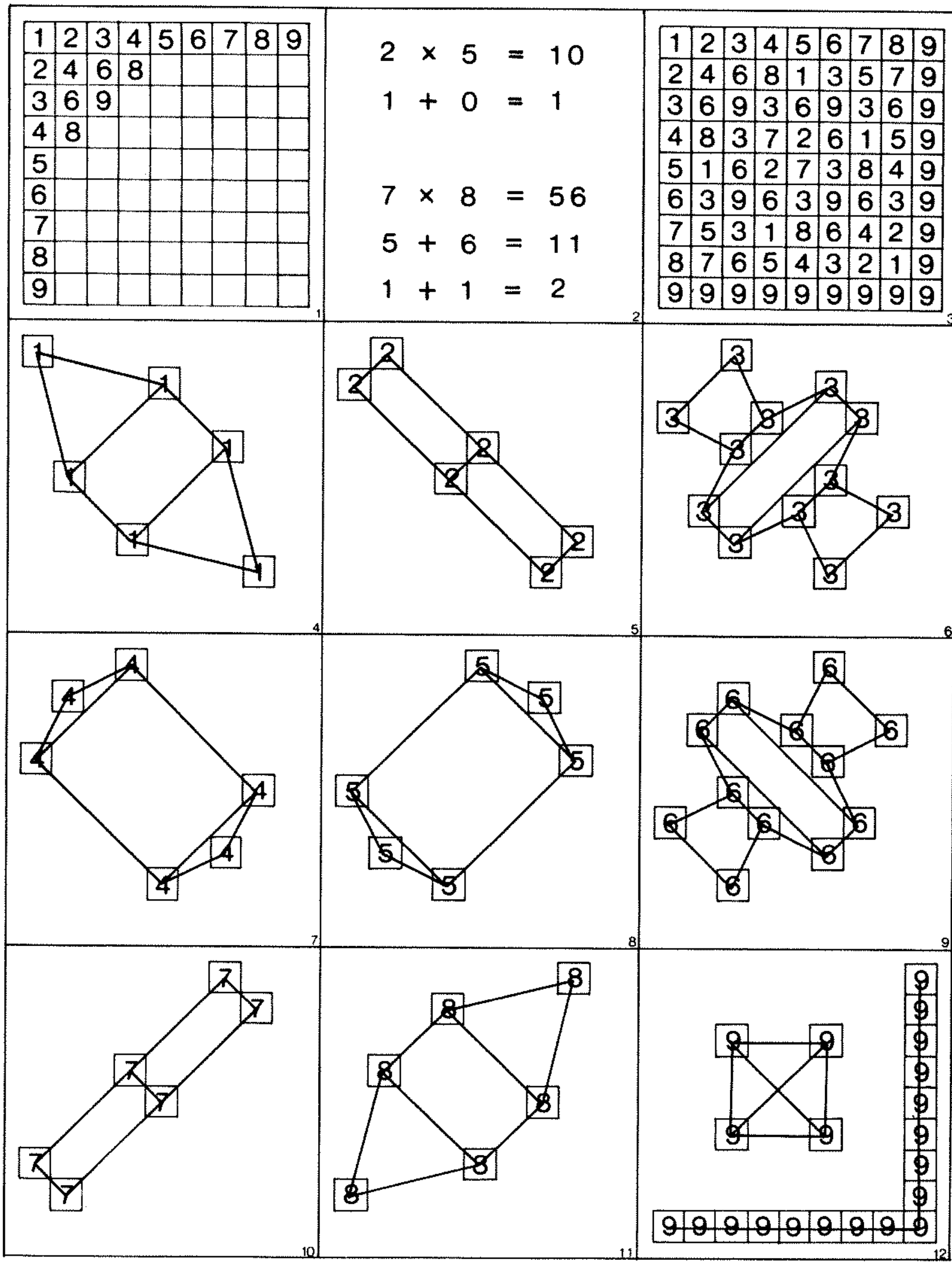
en we krijgen de Fibonacci-rij.
Omdat

$(-4+i)^{24} \equiv (-4-i)^{24} \equiv 1$ (modulo 9)

hebben alle rijen met a = b = 1 een periode die een deler van 24 is.
In ieder geval is duidelijk dat hier een hele teorie voor te maken is, maar dat deze de islamitische ontwerpers wel niet bekend geweest zal zijn.

* * *

In the Language of Pattern, en ook op de rotterdamse tentoonstelling, werd tevens aandacht voor *The Vedic Square* – het magische vierkant – gevraagd. Dit is gewoon het antwoordentablo van de tafels van vermenigvuldiging, maar de antwoorden zijn weer modulo 9 gereduseerd. De auteurs van The Language of Pattern onderzoeken nu de patronen van de vakjes waarin het antwoord 1 of het antwoord 4 staat. (zie afb. 2)
Is het toeval (ekskuses aan 'Kijk op kans') dat er zulke mooie symmetrische patronen uitkomen?
Laten we uitgaan van het in dit blad reeds klassiek te noemen stadsplan. We rollen het nu op in de X-richting zodat de 9 op de 0, de 10 op de 1 komt, enzovoort.
Daarna doen we hetzelfde in de Y-richting. (Voor knutselaars: op deze manier is een torus – fietsband – ontstaan.)
We beschouwen dus een vierkant 9 x 9 en alle verschuivingen benaderen we modulo 9. We kunnen nu het vermenigvuldigtablo als zo'n dubbel opgerold stadsplan beschouwen. Bedrijven we gewoon koördinatenmeetkunde, dan komen de antwoorden 1 te voorschijn als



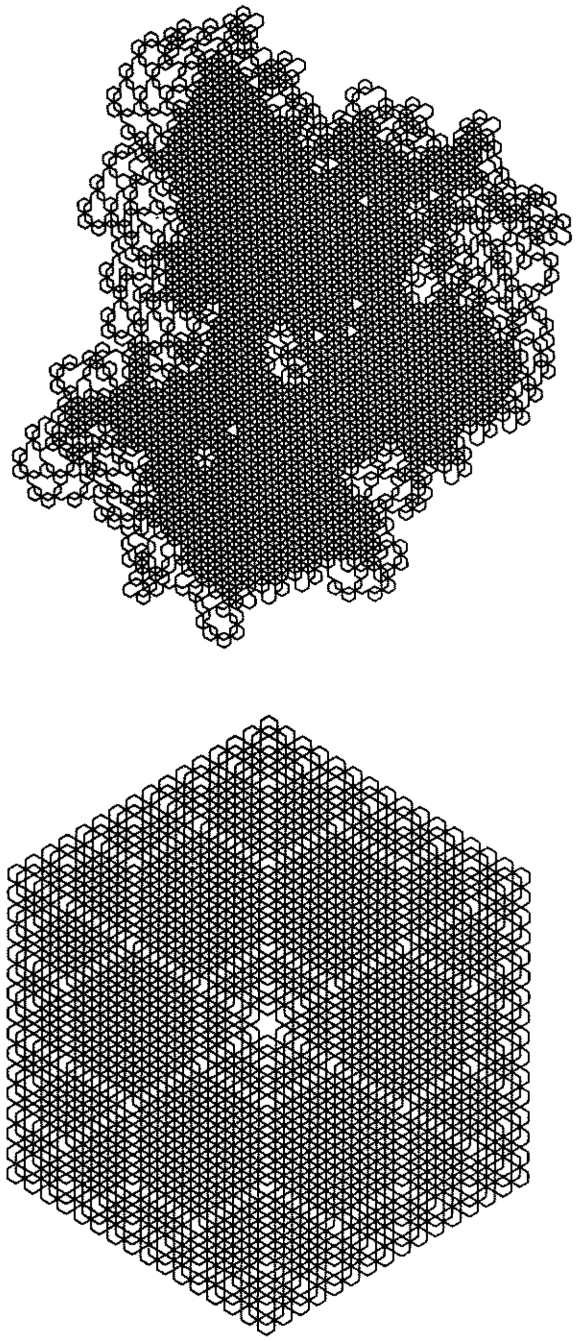
uit 'The language of pattern'

afb. 2

$x \cdot y \equiv 1$ (modulo 9).
In het oorspronkelijke stadsplan liggen deze punten op een ortogonale hyperbool, bij het oprollen zijn de punten verspreid geraakt over het 9 x 9 vierkant. Maar als $x \cdot y \equiv 1$ (modulo 9) dan ook $(-x) \cdot (-y) \equiv 1$ (modulo 9), dus heeft de figuur een midddelpunt. Maar ook $y \cdot x \equiv 1$ (modulo 9). Er is dus een symmetrie-

"Hell — you know Harry's Bar. Look, we're here, and here's West 58th Street . . ."

afb. 3



afb. 4

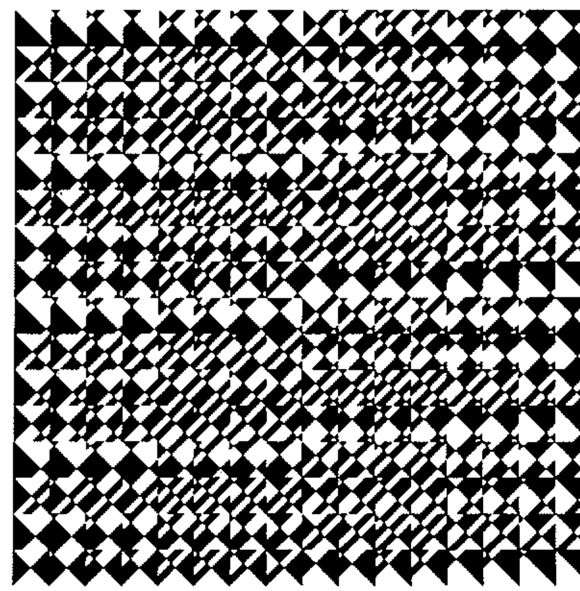
as (hoofddiagonaal). De kombinatie geeft de nevendiagonaal als tweede symmetrie-as. Hiermee is al heel wat 'regelmaat' verklaard. Bekijken we $xy \equiv a$ (modulo 9) en $xy \equiv -a$ (modulo 9), dan zijn de bijbehorende patronen door spiegeling in X- of Y-as uit elkaar te krijgen.
Het is wel erg wiskundig geworden.
Liefhebbers van patroontekenen in het stadsplan geef ik nog een ekstra. Hebben we een getalrij

$$t_0, t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}$$

en gaan we in het stadsplan t_0 naar rechts, t_1 naar boven, t_2 naar links, t_3 naar beneden, enzovoort, enzovoort, dan sluit de figuur zich (dat wil zeggen: begin- en eindpunt vallen samen) als $f(i) = 0$, waarbij

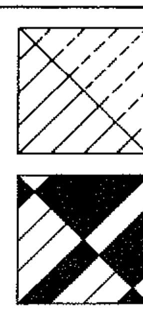
$$f(x) = t_0 + t_1 x + t_2 x^2 + \ldots t_{n-1} x^{n-1}.$$

Op isometrisch papier (met gelijkzijdige zeshoeken) moet u zelf maar iets analoogs bedenken. De zeer fraaie wormenwegen in het artikel van *Martin Gardner* in Scientific American – november 1973 – vormen een schat van materiaal voor kunstspelers op dit gebied. (afb. 4)
Nog een andere kunstzinnige bewerking van het stadsplan. We beschouwen een vierkant 16 x 16 en schrijven in de 256 vakjes de cijfers 0, 1, 2 tot en met 255 in horizontale rijen van links naar rechts.



T71-11 afb. 5

Alleen gebruikt de kunstenaar *Roskam* noch romeinse, noch arabische cijfers, maar een eigen type. Kunt u met deze gegevens en afbeelding 6 nu het werkstuk *T 71-11* (afb. 5) interpreteren? [1])



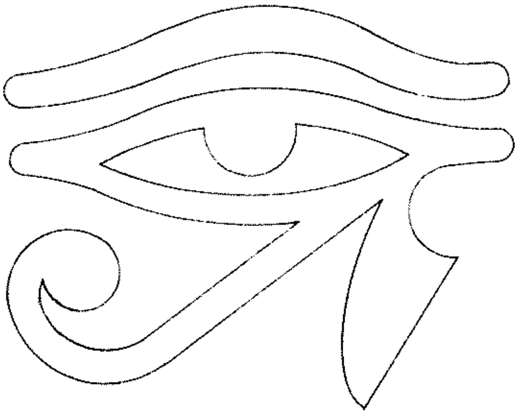
Vakjes van rechtsonder naar linksboven: eenheden, tweetallen, viertallen, enz., tot 128-tallen. Linksonder zwart betekent 0, rechtsboven zwart 1.

Voorbeeld:
$0.1 + 1.2 + 1.2^2 + 0.2^3 + 1.2^4 + 1.2^5 + 1.2^6 + 0.2^7 = 118.$

afb. 6

[1]) Nadere gegevens in de katalogus 'Struktuur, een thema, een methode', de lakenhal leiden, 8 december 1972 tot en met 28 januari 1973.

problematika



Gebruind en opgefrist bent u inmiddels, hopen we, van vakantie teruggekeerd.
Als u, zoals wij, de spesifieke, psychisch-matematische tik te pakken hebt gekregen, die de makers van dit tijdschrift u al jaren proberen aan te praten, dan bent u ook, net als wij, in buitenlandse winkels naar wiskundige zaken gaan snuffelen.
Direkt over de grens kunt u daar al sukses mee hebben. Wij zagen bijvoorbeeld twee jaar geleden op de markt in brussel tussen een kraam met spiltrappen en een andere met heerlijke kaassoorten een fraaie kraam met logiblokken en cuisenairestaafjes. Kom daar bij ons eens om!
In frankrijk ontdekten wij dit jaar in een supermarkt een serie boekjes, waarin onder de kreet 'Exercez votre intelligence en vous amusant' steeds honderd problemen worden aangeboden, geordend naar: Numériques – Logique – Géométriques – Alphabétiques.[1])
Erg diep graven deze problemen niet. Het nivo is te vergelijken met de problemen, die u kunt tegenkomen als u bij de kapper in een geïllustreerd tijdschrift zit te bladeren en dan niet alleen naar de mopjes kijkt.
Toch hebben we de aardigste problemen eruit gevist en wat opgepoetst.

HUUB JANSEN

1

PAARDENRACE MET HANDIKAP

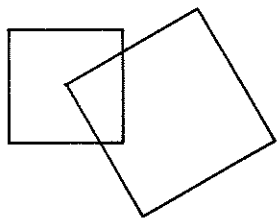
Wanneer de merrie *berta II* een wedstrijd over 2500 meter gaat lopen tegen de hengst *hannibal VII* dan krijgt zij 500 meter voorsprong. Niet uit liefde, maar omdat op deze wijze de kans maksimaal is, dat zij gelijk eindigen. Loopt *hannibal* echter tegen de pijlsnelle goudvos *joris d'adjosan* dan start *hannibal* met een voorsprong van 625 meter. Zò gaat dat in de paardensport!

De vraag kunt u nu zelf bedenken:
* *boeveel meter voorsprong krijgt berta van joris als zij een wedstrijd over 2500 meter tegen elkaar lopen?*

2

EEN BEETJE MEETKUNDE GAAT ER ALTIJD IN

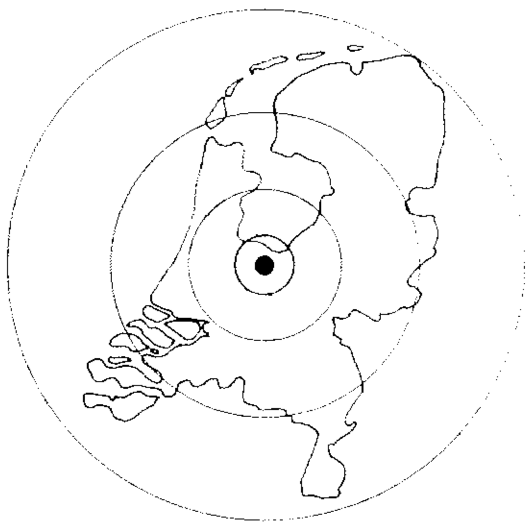
Je moet er gevoel voor hebben, maar dan zijn meetkundige problemen vaak fascinerend.
Als gehipnotiseerd blijf je rommelen met potlood, papier, punt, lijn, driehoeken, vierkanten, ..., om de oplossing te zoeken van een probleem waarmee geen droog brood te verdienen valt.



Hierboven ziet u twee vierkanten. Het hoekpunt van het grootste valt samen met het middelpunt van het kleinste vierkant.
En de vraag:
* *welk deel van dit kleine vierkant wordt bedekt door het grote vierkant?*
* *welke rol speelt hierbij de 'scheefheid' van het grote vierkant?*

[1]) Le livre de poche, Pierre Berloquin.

berichten uit het binnenland

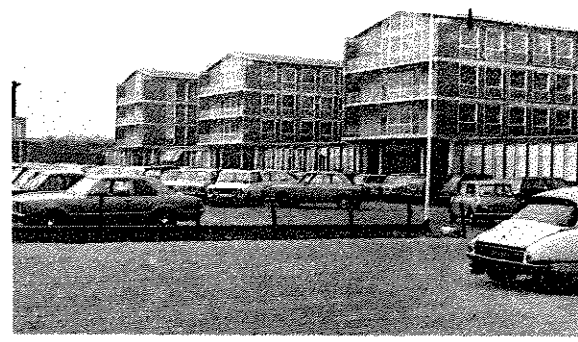


DE MAMMOET-KONFERENTIE

In het eerste artikel van deze rubriek bespraken wij heel in het kort de konferenties die in het studiejaar 1972/1973 hebben plaatsgevonden en kondigden de mammoet-konferentie (25 tot en met 28 maart 1974) te noordwijkerhout aan.
Deze konferentie vinden we zo belangrijk dat we deze 'berichten' er helemaal aan zullen wijden.
Het belang van de konferentie lag niet alleen in de aard ervan maar ook in de gevolgen die er uit voort zullen komen. Het is niet de bedoeling in dit bestek een volledig verslag te geven – zo'n verslag is op dit moment in de maak –. Het gaat er nu om voor hen die de konferentie hebben meegemaakt een en ander in de herinnering terug te roepen en om degenen die niet aanwezig zijn geweest een idee te geven over verloop en inhoud van de konferentie.

LOUIS GILISSEN

Op maandag 25 maart om ongeveer 11 uur zaten zo'n 200 konferentiedeelnemers – wiskunde- en pedagogiekdocenten van pedagogische akademies, docenten metodiek en pedagogiek van opleidingsscholen voor kleuterleidsters, medewerkers van schoolbegeleidingsdiensten en genodigden – in de aula van het congrescenter 'leeuwenhorst' te noordwijkerhout (zie afb. 1) en luisterden naar de openingswoorden van Edu Wijdeveld en daarop



afb. 1

aansluitend naar de inleiding op de konferentie door Henk Meijer, waarin aan de orde kwam:

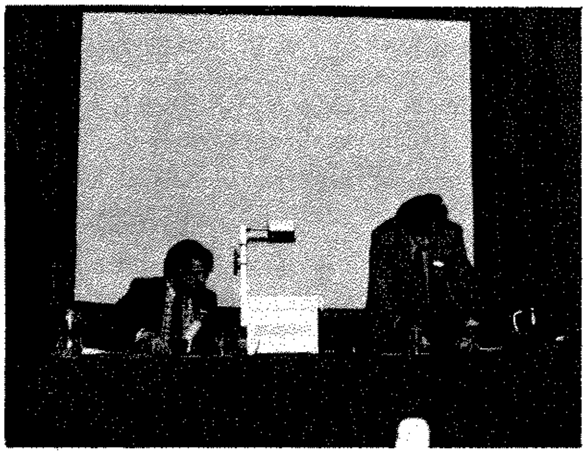
- de bedoeling van de konferentie (zie afbeelding 2);
- de plaats van deze konferentie in de lijn van de vorige;
- een schets van het programma.

De rest van de maandag stond in het teken van een matematisch-didaktische analise van een stuk wiskunde-onderwijs (het pakket *sproeteldam* voor de derde klas) zoals dat in de ontwerpschool gestalte heeft gekregen, met de bedoeling om van daar uit te komen tot een bespreking van de vraag: 'wat is goed wiskunde-onderwijs?'
's Middags werd door de konferentiegangers in gemengde groepen een praktikum doorgewerkt.

DOELEN VAN DE KONFERENTIE

- ▸ Verstrekken van informatie over:
  - de inhoud van het integratieplan
  - de werkwijze bij de leerplanontwikkeling
  - matematisch-didaktische achtergronden van het ontwikkelde materiaal.
- ▸ 'n Gedachtenontwikkeling omtrent de relatie vakdidaktiek-opleiding en de relatie vakdidaktiek-begeleiding.
- ▸ Konsultatie van de verschillende groepen ten aanzien van het gebodene (integratieplangedeelten) en ten aanzien van de gedachten over leerplanontwikkeling en onderwijsvernieuwing op het terrein van het wiskundeonderwijs zoals die bij het IOWO leven.

uit de konferentiegids afb. 2

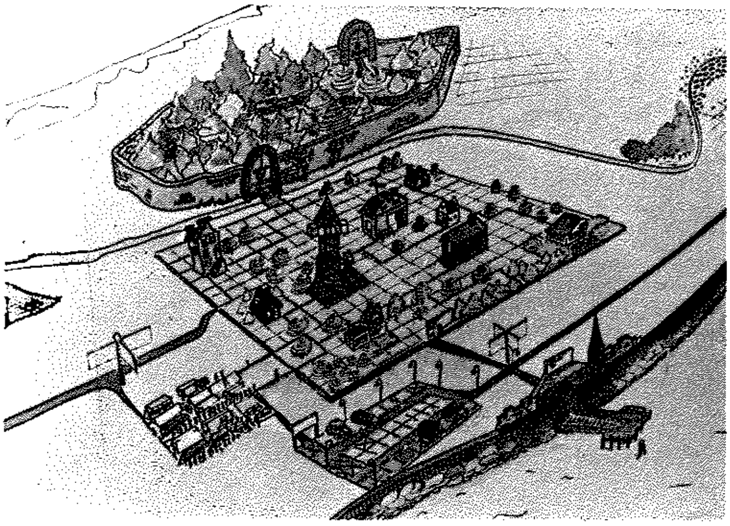


afb. 3

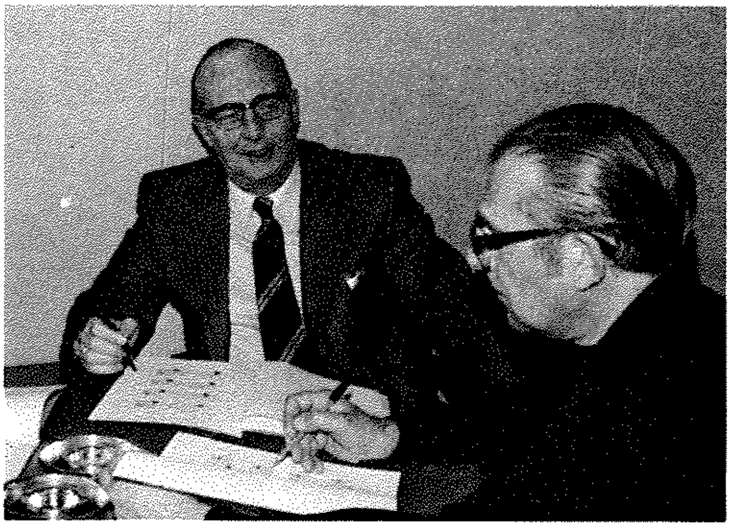
Tijdens de avonduren gaven Ed de Moor en Huub Jansen in een tweespraak een matematisch-didaktische analise van sproeteldam. (afb. 3) Met name gingen zij in op de vraag: zijn de 8 uitgangspunten voor wiskunde-onderwijs (reeds eerder in het bulletin gepubliseerd) in dit pakket te onderkennen?

* * * (nazoeken)

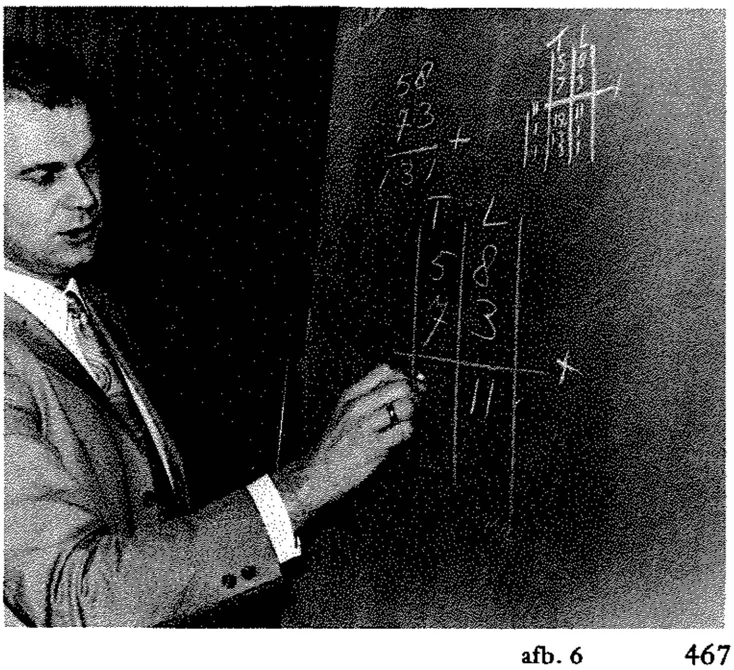
Dinsdag was de dag waarop de informatie over het werk met het integratieplan op de dreesschool te arnhem centraal stond. In feite kon deze dag als de belangrijkste dag van de konferentie worden beschouwd.
Johan van Bruggen startte met een verhaal over de werkwijze bij het ontwerpen op de ontwerpschool: achter het buro en in de brainstorm-bijeenkomsten op het instituut.
Daarna werd door Jan van den Brink het projekt *waterland* voor de eerste klas ten tonele gevoerd. (zie afbeelding 4)
Na een korte inleiding werd in gemengde groepen een klein praktikum doorgenomen. Hierin stonden enige signifikante werkbladen, opdrachten tot matematisch-didaktische analise en een aantal wiskunde-opdrachten op het nivo van de konferentiegangers. (zie afbeelding 5)
Deze studie in groepen werd gevolgd door een verhaal van Jan van den Brink over zijn ervaringen in de eerste klas. Tevens werd er een film vertoond over het werk op de ontwerpschool.
In de middag konden de deelnemers een keuze maken uit de presentaties van verschillende gedeelten van het integratieplan en wel
- het pakket 'brievenbussen' door Hans ter Heege,
- het 'algoritmeprogramma' van Johan van Bruggen (zie afb. 6)
- het pakket 'ralph de zeerover' van Leen Streefland,



afb. 4

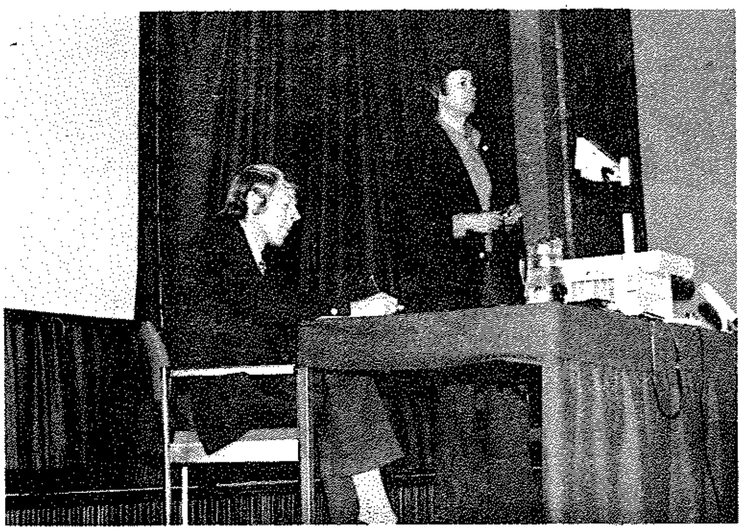


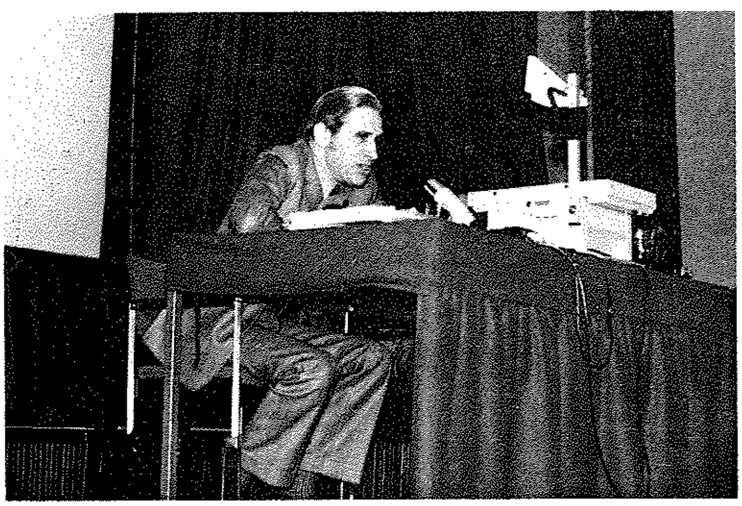
afb. 5



afb. 6

aanvragen!


afb. 7


afb. 8


afb. 9

– het pakket 'waterland' van Jan van den Brink (met de bedoeling aktiviteiten op gang te brengen ten behoeve van het onderwijs voor 5-7 jarigen).

Verder vond er deze middag een voortzetting plaats van werkzaamheden van een responsgroep van docenten aan pedagogische akademies met het pakket 'sproeteldam'.
De rest van de middag werd gevuld met een lezing van Johan van Bruggen over de begrippen leerplan, integratieplan, schoolwerkplan en in de avond gaf professor Freudenthal zijn lezing van het begrip differentiatie binnen het leren van wiskunde. Voor beide voordrachten zou ik willen verwijzen naar het konferentieverslag.

De reakties van de konferentiedeelnemers tot nu toe waren voor een groot gedeelte positief. Men was met name blij met de informatie uit de ontwerpschool.
Toch was er een groep mensen van de opleidingsscholen voor kleuterleidsters (klos) bij wie het gevoel was ontstaan dat de problematiek van kleuterschool en klos niet dringend genoeg naar voren was gebracht. Gelukkig deelde deze groep zijn bezwaren bijtijds mee aan de wiskobas-medewerkers, zodat nog kon worden bijgestuurd. Een niet ingrijpende programmawijziging maakte het mogelijk dat deze groep zich op twee momenten in het woensdagprogramma met de problemen ten aanzien van kleuterschool en kleuterleidsteropleiding en met de produktie van materiaal voor de kleuterschool kon bezighouden.

* * *

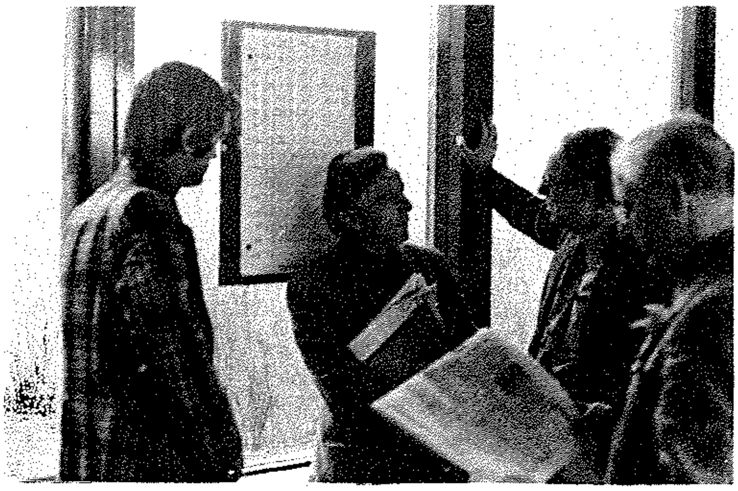
De *woensdag* was de dag waarin de toekomst centraal stond.
Adri Treffers (afb. 7) schetste na een inleiding van Edu Wijdeveld een voorstel-prosedure voor de leerplanafwikkeling: het bespreekbaar maken, ter diskussie stellen en publiseren van het leerplan.
Een blik in de toekomst op het terrein van de organisatie van de leerplanontwikkeling en -vernieuwing op landelijk nivo werd in een buitengewoon heldere uiteenzetting gegeven door de plaatsvervangend inspekteur-generaal van het onderwijs de heer Th.D. Jansen. (afbeelding 8) Hij ging hierbij uit van de diskussienota 'naar een structuur voor de ontwikkeling en vernieuwing van het primair en secundair onderwijs'.
Samen met de heer B. Wildeboer, medewerker van de inspekteur-generaal, beantwoordde de heer Jansen op deskundige en diplomatieke wijze de vragen die de toehoorders na de uiteenzetting stelden. Hierbij werd duidelijk dat het invullen van de regionale strukturen en de verbanden met de centrale struktuur voor een groot gedeelte van de mensen uit het onderwijs zelf zal moeten uitgaan. Wel werden door de heer Jansen nota's over de begelei-

dingsproblematiek en de plaats van de opleidingen in de struktuur van de leerplanontwikkeling in het vooruitzicht gesteld.

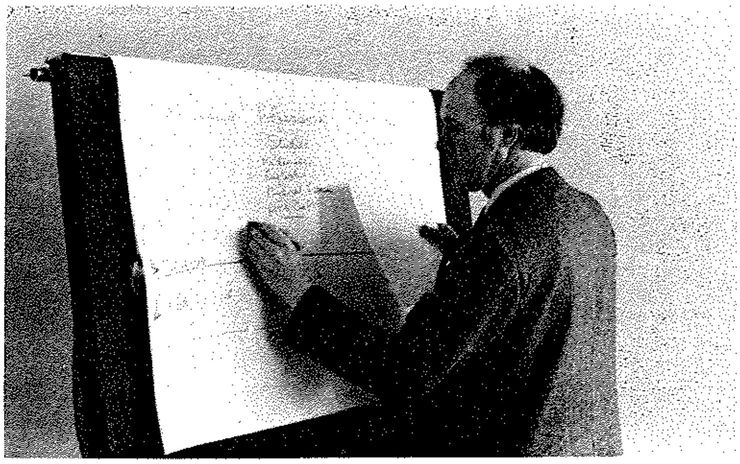
Na afloop van dit programma-onderdeel werd een traditie, die in egmond-konferenties was ontstaan, voortgezet. De konferentiedeelnemers werden in de gelegenheid gesteld enige uren rekreatief bezig te zijn in de vorm van een hokkie-golf, puzzel- en behendigheidswandeltocht. (afb. 9)
De bedoeling was dat men zich golfspelend met hokkiestik en dito bal van hool naar hool begaf waar opdrachten moesten worden vervuld.

Deze woensdag (27 maart) was tevens de dag van de verkiezingen voor de provinciale staten. Dat aan dit feit niet voorbijgegaan kon worden was duidelijk.
Er is daarom een informele verkiezing georganiseerd, waarbij iedere konferentiedeelnemer zijn stem kon uitbrengen. De resultaten van deze verkiezingen, die vergaard werden door onder meer kollega Karman, kwamen beter met de landelijke einduitslag overeen dan welke nipo-enquête ook. (afb. 10)

De woensdagavond ging men weer serieus aan de slag. De klos-groep werkte aan de produktie van materiaal voor de kleuterschool. De resultaten die hieruit voortkwamen mogen de moeite waard genoemd worden. Eén deelgroep had zich beziggehouden met de vraag: hoe kunnen we – ondanks het ontbreken van een medewerker kleuteronderwijs bij het iowo – toch vanuit de opleiding een aantal aktiviteiten op gang brengen, waardoor dit tekort enigszins wordt opgeheven?
Het plan dat al in de ochtendzitting van de klos-groep naar voren was gebracht, namelijk om een werkgroep van docenten aan de kleuterleidsteropleiding te vormen, werd in dit groepje besproken en goedgekeurd.
De overige konferentiegangers waren op woensdagavond in de aula bijeen voor een plenaire diskussie naar aanleiding van in de ochtend geformuleerde stellingen. Enkele konferentiedeelnemers en wiskobas-medewerkers hadden deze stellingen samengevat in gesprekspunten.
Eén van de hoogtepunten van de avond vormde de diskussie over de vraag 'waarom wiskunde-onderwijs in de basisschool?', waarbij door diverse mensen fundamentele gedachten werden geformuleerd.
Een ander hoogtepunt was de diskussie over de verhouding opleiding-begeleiding en het lied dat kollega Boekkooi dichtte – en door ieder met volle borst werd meegezongen –



afb. 10



afb. 11

waarvan hier het refrein:

de sad-man, de sad-man
gaat samen met de klos
en pa-man er op los;
de sad-man, de sad-man
begeleidt met een iowo-blos!

* * *

De *donderdagochtend* begon in 2 aparte groepen.
De *docenten van de opleidingen* waren bijeen in de aula om de problematiek van de opleiding te bespreken.
Er waren twee inleiders: Arthur Morley – head of the mathematics department van het College of Education te nottingham in engeland (zie afbeelding 11), die als gast op de konferentie aanwezig was – en Fred Goffree.
Van beide inleidingen geven we een korte karakteristiek. Vanuit de situatie zoals die in engeland is met betrekking tot (de vernieuwing van) het wiskunde-onderwijs aksentueerde Arthur Morley dat het grote probleem in deze niet is het gebrek aan wiskundige kennis van de onderwijzers en leraren, maar

het gebrek aan gevoel voor en begrip van het karakter van wiskundig denken en redeneren. De wiskunde moet door de onderwijsgevende niet alleen worden gezien als een produkt, maar wat misschien wel belangrijker is: hij moet begrip hebben van de 'process activities' zoals klassifiseren, generaliseren, simboliseren en bewijzen, die aanwezig moeten zijn in de formulering en oplossing van problemen. De onderwijzer/leraar moet zijn vragen zo kunnen stellen dat deze aktiviteiten bij de leerlingen worden opgeroepen. Een dergelijk begrip, een dergelijke houding is nodig om de wiskundige kennis die hij bezit effektief te kunnen gebruiken. Om dit te bereiken zal het nodig zijn om de a.s. onderwijzer wiskundeproblemen, waarin de nadruk op de wiskundige 'process activities' ligt, op zijn nivo aan te bieden.

Fred Goffree bracht naar voren dat je bij de opleiding van onderwijzers en bij de heroriëntering vanaf nu (1974) moet uitgaan van het integratieplan. Met studenten en onderwijzers zullen de aangeboden leerstofpakketten matematisch-didaktisch geanaliseerd moeten worden om aldus te komen tot antwoorden op de vraag 'wat is goed wiskunde-onderwijs?'

Bij de andere groep – *de medewerkers van schoolbegeleidingsdiensten* – kwam de zaak van de begeleiding van het (nieuwe) wiskunde-onderwijs aan de orde.

In een inleiding werd gepoogd vanuit een paar voorbeelden het belang van begeleiding bij de invoering van een nieuw leerplan voor het wiskunde-onderwijs aan te tonen. Er werden punten genoemd waar die begeleiding op zou kunnen aangrijpen, te weten algemeen-didaktische, matematisch-inhoudelijke en bovenal matematisch-didaktische aspekten. De groep werd verzocht om hiervan uitgaande te diskussiëren over de volgende vragen:

- is het noodzakelijk dat medewerkers van schoolbegeleidingsdiensten, die zich belasten met de begeleiding van het wiskunde-onderwijs, gaan studeren op pakketten uit het integratieplan, deze matematisch-didaktisch analiseren en uitproberen – in eerste instantie met kleine groepjes kinderen –?
- zo ja, welke steun verwacht u hierbij van de kant van het IOWO?
- wilt u vanuit de zo verkregen deskundigheid meedenken, meewerken in de leerplanafwikkelingsprosedure?
- als u de onderwijzer gaat begeleiden en u biedt hem 'n leerstofpakket aan, waarmee u samen een stuk wiskunde-onderwijs tot stand wilt brengen, wat moet dan van uw kant aan zo'n pakket worden toegevoegd?

Als belangrijkste punt kwam in de diskussie in de verschillende groepen de behoefte naar voren aan een studieplan voor de medewerkers van de schoolbegeleidingsdiensten. In verband hiermee werd een partisiperen van deze medewerkers in de regionale werkgroepen van groot belang geacht. In het *plenaire forum* dat hierop volgde werd van de ochtend-aktiviteiten verslag uitgebracht. Verder werd een korte evaluatie van de konferentie gehouden. Er werden afspraken gemaakt voor de nabije toekomst:

* Er komt een studieplan voor de begeleiders.
* SBD-medewerkers en klos-docenten zullen zich zoveel mogelijk aansluiten bij de wiskobas-werkgroepen.
* In afwachting van de aanstelling van een medewerker-specialist(e) voor het kleuteronderwijs (waar met alle macht naar zal worden gestreefd) zullen een aantal klos-docenten worden uitgenodigd zitting te nemen in een kerngroep om het kontakt tussen iowo en klos te bestendigen en vanuit te formuleren gedachten over het 'wiskunde-onderwijs' (deze term staat tussen aanhalingstekens) te gaan werken aan leergangen voor de aanstaande kleuterleidsters.

En hiermee komen we dan terecht bij een brief die we reeds in de vorige aflevering afdrukten en waarop we beloofden terug te zullen komen.

Een fragment:

> 'Wat wiskobas wil, doen zij al lang. Zo zie ik het tenminste.
> *Zij* doen .... wat *wij* willen.
> Alléén ... wij *weten* niet (of nauwelijks) wat zij doen,
> en zij *weten* niet (of nauwelijks) wat wij willen.
> En toch ligt hier nu precies het ontmoetingspunt. Bovendien is daarmee mijns inziens onze strategie gegeven. En de volgorde!
> In de heroriënteringsblokken is voortdurend sprake van 'aktiviteiten als doelstellingen'.
> Wel, in de kleuterschool liggen die aktiviteiten voor het oprapen.
> Daarom moeten *wij* – geloof ik – niet beginnen met te praten, laat staan met de doceren of instrueren, maar met te *luisteren!*
> Laat ze maar eens alles vertellen wat ze zoal doen.
> En wij maar *kijken* ... met beproefde wiskoblik!!'

Wij weten dat de aktiviteiten op het terrein van ruimtelijke en kwantitatieve aspekten, ordenen en taal, in de kleuterschool voor het oprapen zijn. Dat weten we vanuit onze kontakten met de kleuterschool 'de kinder-

tuin' in amstelveen, vanuit heroriënteringskursussen, waaraan kleuterleidsters meedoen, vanuit de eerste konferentie voor docenten van de kleuterleidsteropleidingen in maart 1973. Er is een schat van materiaal dat in de kleuterschool gebruikt wordt en dat aanleiding geeft tot dit soort aktiviteiten. En het is inderdaad zo dat wij die aktiviteiten zelf te weinig kennen, te weinig weten van de manier waarop deze in het kleuteronderwijs worden gestimuleerd. *Daarom* deze werkgroep!
Wij willen inderdaad luisteren en vanuit hetgeen we daarvan leren proberen mee te werken aan het tot stand brengen van een stuk onderwijs voor de opleiding tot kleuterleidsters. De aanstaande kleuterleidster leert aldus alert te zijn voor de aktiviteiten van wiskundige aard die voor de kleuter van belang zijn, om hier vervolgens op de juiste wijze op te kunnen inspelen.

Besluiten we met een tweetal foto's die — elkaar aanvullend — illustratief zijn voor noordwijkerhout '74: *studie in een kameraadschappelijke sfeer.* (afb. 12 en 13)

afb. 12

afb. 13

3

GELD MAAKT SOMS GELUKKIG

M M M M M K K K K K

Tien stuivers op een rij. Vijf met munt naar boven en vijf met kop naar boven.
Het probleem is:

* *leg deze stuivers met zo min mogelijk verplaatsingen zo neer, dat afwisselend kop en munt boven ligt.*

Een verplaatsing bestaat uit het opnemen van twee, naast elkaar gelegen munten en deze, zonder gedraai of geschuif, op een vrije plek neerleggen.
We illustreren de bedoeling met een voorbeeld:

M M M M M K K K K K

1e verplaatsing

. . M M M K K K K K M M

2e verplaatsing

K K M M M K . . K K M M

4

WANDELEN IN DE WOESTIJN

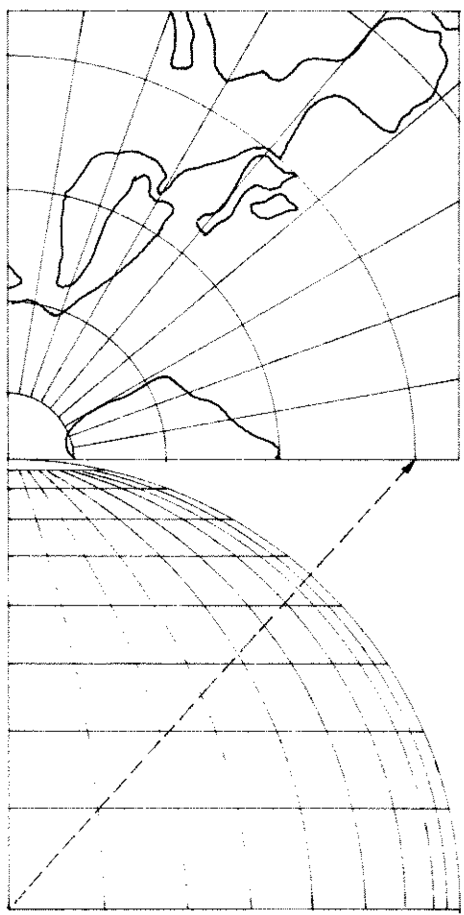
U herinnert zich wellicht de woestijnreiziger die met een auto een woestijntocht gaat maken en op slimme wijze met de benzine moet goochelen.[1])
Het was een lastig probleem van vóór de energiekrisis.

Inmiddels is de benzine een lukse-artikel geworden en onze reiziger staat voor de volgende moeilijkheid.
Hij moet *te voet* een tocht maken door de woestijn, een wandeltocht van zes dagen.
Alleen: hij kan slechts voor vier dagen voedsel meesjouwen. Gelukkig kan hij nog sjouwers vinden. Maar in deze tijden van demokratisering en gelijke kansen is vastgesteld dat elke sjouwer niet meer mag dragen dan de baas zelf. Ook een sjouwer kan dus voor vier dagen eten meetorsen.

* *Hoeveel sjouwers huurt onze man?*

[1]) Jaargang 2, nr. 3, pag. 748.-

berichten uit het buitenland



KLAAS KOSTER

Hoe logisch denken kinderen in de basisschool?

Over deze vraag is in de psychologie al jarenlang een diskussie gaande tussen twee groepen onderzoekers.

De ene groep centreert zich rond de opvattingen van Piaget, die claimt dat 'hypotetisch deduktief' denken pas in het elfde of twaalfde jaar mogelijk wordt; de andere groep bestaat uit onderzoekers die op basis van de resultaten van proefnemingen met kleuters en basisschoolleerlingen konkluderen dat ook jonge kinderen best in staat zijn logische konklusies te trekken uit een aantal aangeboden premissen.

Onder de titel *'Logical abilities of young children – two styles of approach'* heeft *J.D. Knifong* in het tijdschrift *Child Development* van maart 1974 een artikel gepubliseerd dat belangrijk lijkt voor de tot dusver gevoerde diskussie. Knifong analiseert in zijn eerste artikel de resultaten van eerdere onderzoeken van O'Brien, Ennis en Peel en suggereert dat de juiste logische konklusies van de proefpersonen in deze onderzoeken, gebaseerd kunnen zijn op een onjuiste en/of onvolledige interpretatie van het voorgelegde probleem.

De uitspraak

als dit lokaal 9 is, dan is het de vierde klas

zou volgens Knifong door de proefpersonen worden begrepen als

lokaal 9 en de vierde klas horen bij elkaar.

In een aantal gevallen leidt deze interpretatie niet tot onjuiste oplossingen van een probleem. Bijvoorbeeld:

Dit is lokaal 9.

Is dit de vierde klas?

a) ja b) nee

In een aantal andere gevallen leidt de gegeven interpretatie van de uitspraak wel tot onjuiste oplossingen. Bijvoorbeeld:

Dit is niet lokaal 9.

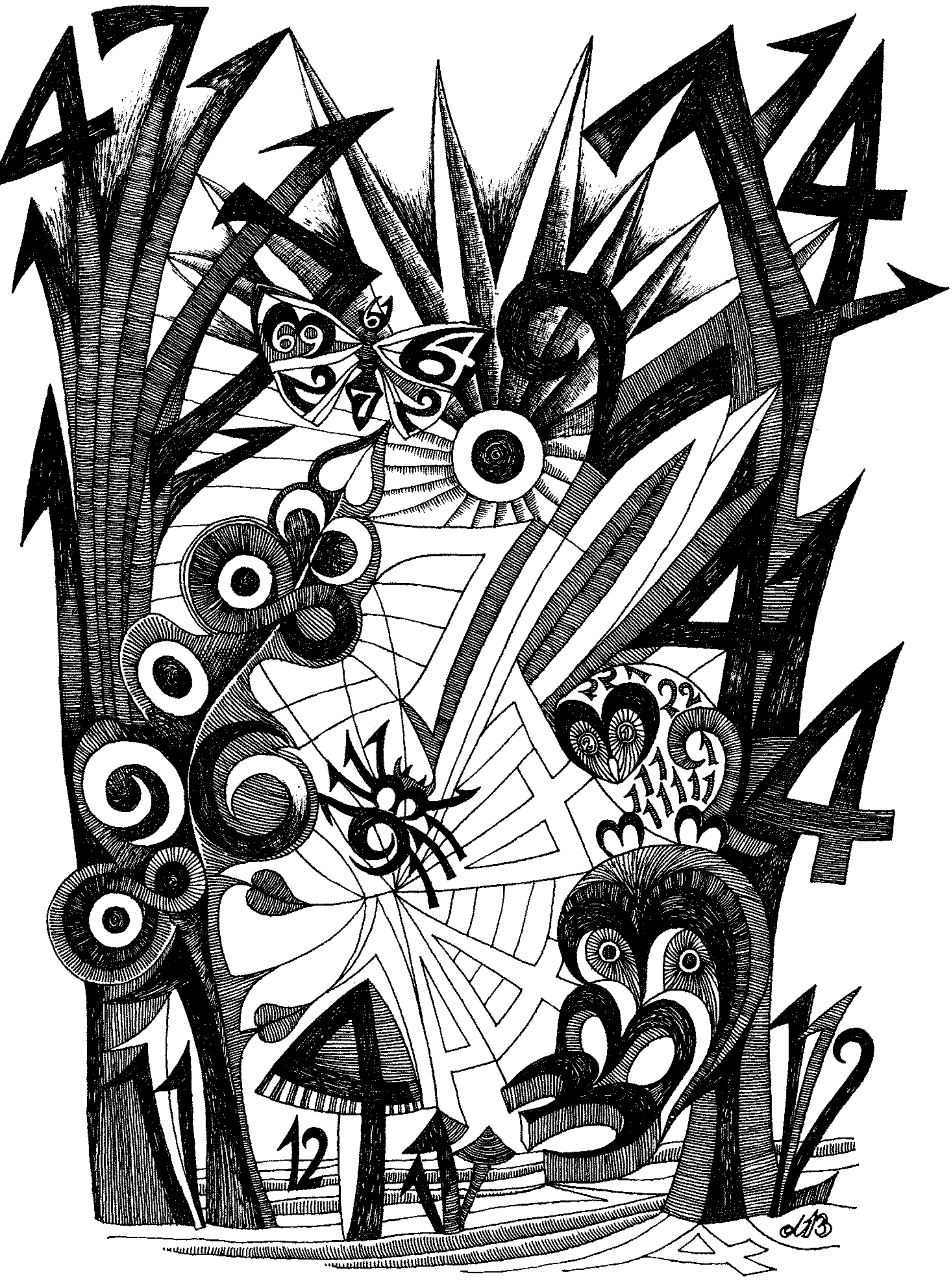
Is dit de vierde klas?

a) ja b) nee c) niet te bepalen

Volgens Knifong geven de proefpersonen in dit geval overwegend het antwoord *nee*, omdat ze redeneren:

'het is niet lokaal 9 dus ook niet klas 4'.

De uitkomsten van een eerder onderzoek van Ennis ondersteunen deze opvatting. Het artikel van Knifong maakt opnieuw duidelijk hoe belangrijk het is dat naast de goede antwoorden ook de onjuiste antwoorden van proefpersonen sistematisch worden geanaliseerd. En ook het belang van foutenanalise in het onderwijs wordt er nog eens door onderstreept.



hoeveel cijfers en welke zijn verborgen in het ondoordringbaar cijferwoud.

doorkijk-spiegelingen

VIJFTIEN BESPIEGELINGEN BIJ ONDERWIJS-PAKKETTEN

FRED GOFFREE

1 INLEIDING

Sinds het eind van de zestiger jaren hebben nieuwe ideeën over het wiskunde- en rekenonderwijs in nederland hun intrede gedaan.
De uitwerking ervan op het rekenen in de basisschool is – gelukkig – tot nog toe weinig ingrijpend te noemen. Het feit dat vanuit het onderwijsveld zelf met wantrouwen naar klakkeloos vertaalwerk werd gekeken, is daaraan niet vreemd.
Toch kwamen er nieuwe teksten en materialen voor dit vakgebied op de markt. Ze werden ontwikkeld vanuit de gedachte, dat een eventuele vernieuwing zou kunnen starten in het bestaande rekenonderwijs; zodoende zouden ze te gebruiken zijn naast de vigerende metode.
Met een knipoog naar het moderne wiskunde-onderwijs verschenen zodoende diverse pakketjes onder het motto:

DE VERLEVENDIGING VAN HET HUIDIGE REKENONDERWIJS.

Nu, na ruim twee jaar, blijkt dat men dit 'verlevendigen' op velerlei wijze heeft kunnen interpreteren.
Sommigen denken slechts aan het toepassen van nieuwe didaktische werkvormen onder handhaving van de bestaande leerstof. Anderen menen dat bepaalde verschuivingen in de leerstofvolgorde, en eventueel de introduktie van een nieuw gebied, tot grotere rekenvaardigheid kan voeren. Nog anderen menen de vrijdagmiddag ludiek te moeten vullen met wiskundige topics.
Ondanks het feit dat diverse van de nieuwe materialen aanleiding kunnen zijn tot beter wiskunde-(reken-)onderwijs, moeten wij – van wiskobas – bekennen dat we van die uitdrukking 'verlevendiging van het rekenonderwijs' af willen.
Dit betekent nìet, laten we duidelijk zijn, dat onze ideeën over de strategie van het leerplan-ontwikkelen veranderd zouden zijn.
We blijven van mening dat de ontwikkeling naar modern wiskunde-onderwijs voor de basisschool in het huidige rekenonderwijs begint. Het betekent wèl dat we ons, kijkend naar het huidige rekenonderwijs en het nieuw beschikbaar komende materiaal, voortdurend willen bezinnen op onze uitgangspunten voor modern wiskunde-onderwijs.
Dit geldt ook het door ons zelf ontwikkelde materiaal, waarmee we ons de mogelijkheid geschapen hebben om uitgangspunten en doelstellingen, steeds weer op het konkrete nivo van het onderwijs, te verscherpen.

Met dit artikel bieden we diegenen, die eveneens gegeven materialen in matema-

tisch-didaktische zin willen verkennen, de gelegenheid om van onze ervaringen te profiteren. Het zijn ervaringen die te maken hebben met de manier waarop de ontwerpen in de wiskobas-vergadering besproken worden. Algemene doelstellingen worden zelden eksplisiet naar voren gebracht, maar in de benadering van de stukken spelen ze, implisiet, voortdurend mee.
De terminologie, waarin wèl gediskussieerd wordt, staat dichterbij het onderwijs zelf en maakt daardoor stukken wiskunde-onderwijs beter bespreekbaar.

De kollega van het basisonderwijs, die een keus mag maken uit aangeboden materialen, zou eveneens de beschikking moeten hebben over een dergelijke terminologie. Het biedt hem een aantal punten, waarop hij de verschillende zaken tegen elkaar kan afwegen.
Voor leerstofpakketten is dat trouwens iets anders dan voor wasmachines of koffiezetapparaten. In onderwijsleerpakketten is *de inbreng van de gebruiker* namelijk veel groter. Een echte schoolmeester legt een stuk van zichzelf in zijn onderwijs, en daarbij gebruikt hij wat boekjes, werkkaarten, apparaten, geluidsbandjes en zo meer.
In het beste geval moet het gekozen materiaal 'hem op 't lijf geschreven' zijn.
Hiermee is o.a. het subjektieve karakter van een matematisch-didaktische verkenning aangegeven. Men kijkt daarbij als het ware door een half-doorzichtige spiegel en ziet dan iets van het materiaal en tegelijkertijd een stukje van zichzelf.

Vandaar: *'doorkijkspiegelingen'*.

De doorkijkspiegel kun je op diverse manieren ten opzichte van het te analiseren pakket plaatsen. Wij kozen er vijftien en geven u in het volgende daarvan verslag. Verwar dit vooral niet met een check-list, waarop de nodige en voldoende voorwaarden vermeld staan om tot een volledige evaluatie te kunnen komen. Een dergelijke lijst is ook niet te verwachten, daar kunt u gerust op zijn.
Tenslotte nog een waarschuwing, vóórdat u ook door de spiegel gaat kijken.
We richtten hem alleen op leerstofpakketjes van kleine omvang, die bedoeld zijn u hulp te bieden bij het geven van modern wiskunde-onderwijs. Zaken als vertikale planning, de samenhang tussen stukken of problemen in verband met de leerstofkeuze, komen dan ook niet in de volgende beschouwingen voor.

2 VIJFTIEN BESPIEGELINGEN

Ter verduidelijking van de in deze paragraaf genoemde punten hebben we ze beschreven tegen de achtergrond van gegeven materialen. In de poging om hiermee te komen tot optimaal wiskunde-onderwijs, konden de essenties van het materiaal beter naar voren komen, zowel in positieve als in negatieve zin.
Het is niet te vermijden dat een dergelijke aanpak, die we karakteriseren met de term konstruktieve analise, een subjektief karakter draagt.
We hopen dat uw konstruktieve analises, hierop geïnspireerd, eveneens een subjektief karakter zullen kunnen dragen.

1

INSTAP-PROBLEEM

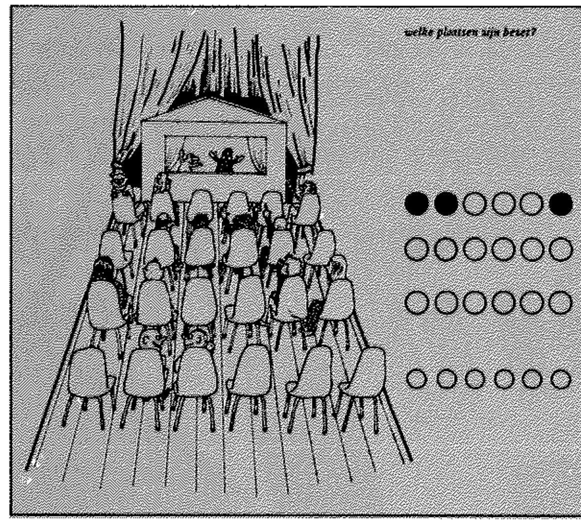


fig. 1

In klas 1

Gisteren was het feest op school, dat wil zeggen: het was feest in de eerste klas, want juf vierde haar verjaardag. Alle kinderen zijn het er over eens dat de poppenkastvoorstelling het allermooiste is geweest. Vandaag hebben ze er nog even over gepraat. Poppenkast lijkt een beetje op televisie, vindt een van de kinderen. Ik vind het veel leuker, voegt 'n ander er aan toe.

'Vroeger', zegt juf, 'waren er wel poppenkastvoorstellingen gewoon op straat. De poppenkastspelers zochten het liefst een plekje op een markt. In amsterdam zie je er nu nog wel eens een, die staat dan op de dam, en daar komen altijd heel veel mensen. Waarom zou de poppenspeler juist dààr gaan staan?'

'... en dan gaat er iemand met 'de pet' rond. Hoe meer geld daarin komt des te meer de poppenkastspeler verdiend heeft. Je kunt vast wel bedenken waarom zo'n poppenkastspeler geld moet verdienen ...'

'Kijk', zegt juf, 'op dit plaatje (fig. 1) staat de poppenkast in een lokaal. De voorstelling is al begonnen.

Zouden er nog kinderen bij kunnen?

Wie ziet er nog een plaatsje dat vrij is?'

'Vooraan, in het midden, dáár, dié, opzij, die ene dáár', zijn antwoordkreten die juf – met groot talent – moeilijk schijnt te begrijpen.

Toch lijkt de noodzaak van een meer volwassen taal, waarin 'voorste rij, derde van links' voorkomt, nog ver weg.

Juf gaat verder.

'Deze poppenspeler speelt altijd in een zaal. En Hanneke, zijn dochtertje van 6 jaar, mag de kinderen hun plaatsen aanwijzen. Maar het is vaak al donker als er nog kinderen binnen komen en dan kan ze moeilijk zien waar nog een vrij plaatsje is. Toch heeft Hanneke er iets op gevonden. Kijk maar!' (fig. 2)

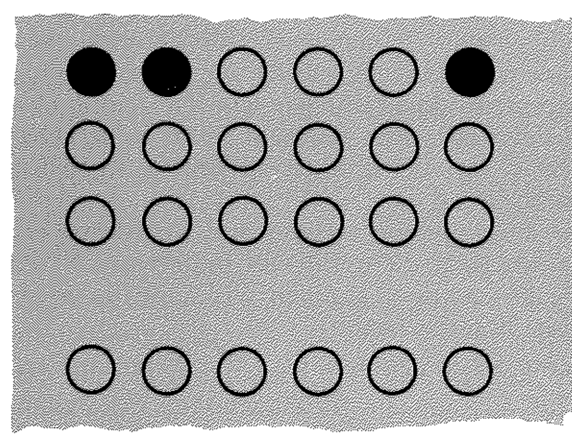


fig. 2

We verlaten juf en haar klas midden in de diskussie over het gebruik van dit schema. Terugkijkend naar dit stukje onderwijs kunnen we opmerken dat het uitgangspunt voor de wiskundige aktiviteiten gevonden werd in een situatie, waarin de kinderen zich konden inleven. Daar werd het 'schouwburgzaal-probleem' aangeboden op een zodanige wijze, dat het kind het tot een probleem van zichzelf kon maken.

Dit soort 'instapproblemen', problemen dus die enerzijds toegang tot de wiskundige aktiviteiten verschaffen en anderzijds het kind motiveren om naar binnen te gaan, liggen niet voor het grijpen. Als ze er dan toevallig wel liggen, is het niet vanzelfsprekend dat ze als zodanig herkend worden. De tweezijdigheid er van, zoals hierboven geschetst, zal daaraan niet vreemd zijn.

Voor de lezer een *'didaktische som'*:
Jan van den Brink gebruikte onderstaand werkblad (fig. 3) in verband met 'méér dan tellen'.[1])

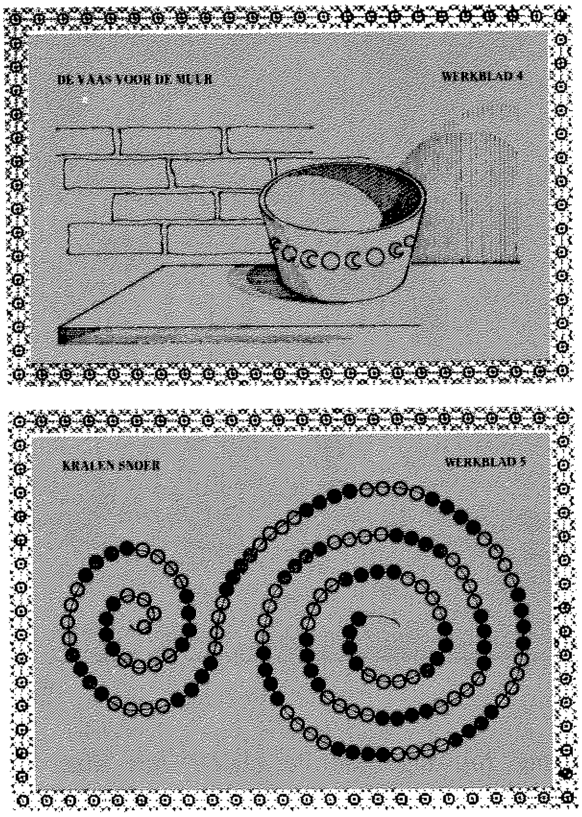


fig. 3

De kinderen kunnen kleine hoeveelheden tellen en vinden het prettig om dit in diverse situaties te demonstreren. De vraag naar 'waarvan zijn er meer?' kan in eenvoudige gevallen tellend worden opgelost.

- Wordt de situatie komplekser, dan komt er meer wiskunde bij kijken.
- Kunt u deze problemen gebruiken voor het kreëren van een instap naar dat 'meer'?

In zeer ouderwets rekenonderwijs kan het voorkomen dat het tellen door kinderen beperkt bleef tot het opzeggen van een rijtje tel*woorden*.
Later zag men in dat dit 'tellen' niet funktioneerde bij het optellen en aftrekken. Als gevolg hiervan werden vele verschillende situaties gekreëerd, waarin de kinderen het toepassingsbereik van hun tellen konden vergroten.[2])
In uw 'didaktische som' ligt de doelstelling van de aktiviteiten nog verder en nog duidelijker in de wiskunde.

[1]) Zie Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 2.
[2]) Zie P.A.-blok: 'Verzamelingentaal, tellen en getal'.

Het leren tellen is een stap op de weg naar het leren ordenen en struktureren van je eigen wereld. Het herkennen van struktuur en wetmatigheid is daarbij van essentieel belang.
Een didaktisch voordeel van dit inzicht ligt voor de hand. In plaats van het eindeloos oefenen van een vaardigheid – hetgeen kan leiden tot fiksering van het kunnen enerzijds en een blokkering van de kreativiteit anderzijds – wordt de vaardigheid toegepast in een volgende fase van het leerproces.
Hiermee zijn twee nieuwe kriteria binnen ons bereik gekomen.
We beginnen met de laatste.

* * *

2

PROBLEEM-GEORIËNTEERD

In klas 3
Deze week bevindt de klas zich in een wel heel vreemdsoortig wereldje; het heet *sproeteldam*.

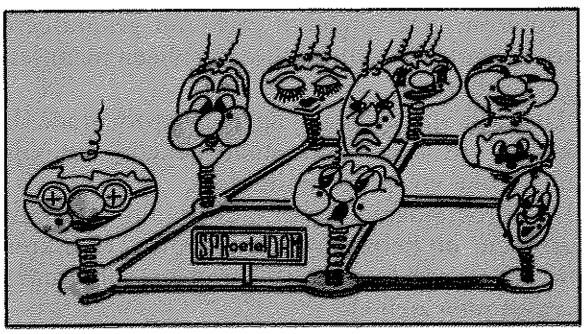
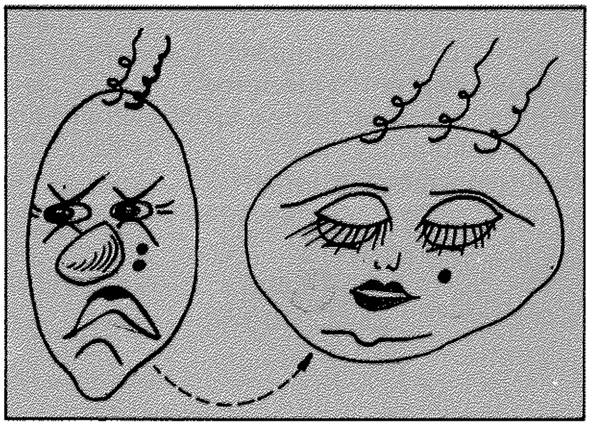


fig. 4

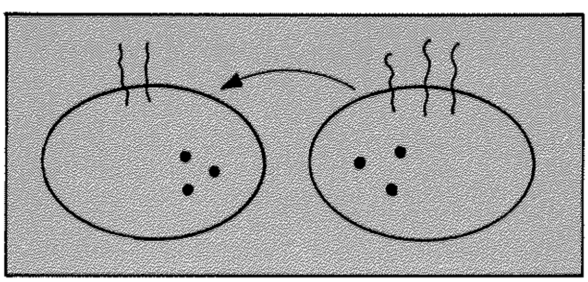
De mensen daar hebben 1, 2 of 3 sproeten; bovendien bezitten ze 1, 2 of 3 haren; ze zijn allemaal verschillend.

Eerst hebben we uitgezocht hoeveel er van deze sproeteldammers zijn, daarna hebben we ze op verzoek van de postbode geordend laten wonen (fig. 4) en toen is verteld hoe men elkaar pleegt te groeten:
'Ik heb meer haren dan jij' en/of 'ik heb meer sproeten dan jij'.



'ik heb meer sproeten dan jij' fig. 5

Dit 'hebberige' groeten kun je ook gemakkelijk beschrijven. Men heeft daarvoor een pijlentaaltje bedacht. (fig. 5)
Bij de eigen pijlentaalvertalingen worden de sproeteldamse koppen al spoedig vervangen door simbolen, die aan duidelijkheid niets te wensen overlaten. (fig. 6)



'ik heb meer haren dan jij' fig. 6

En dan komt de onderwijzer met 'n nieuw probleem. De kinderen luisteren geamuseerd toe. Tenslotte kan in dit dorp alleen maar iets geks gebeuren!
'Dichtbij sproeteldam ligt een grote stad. De kapper in deze stad staat bekend om zijn haargroei- en sproetspulmiddel.
In sproeteldam wordt, door dit vreemde groeten, de hebzucht steeds groter. Hoe kom ik aan meer (mooiere) haren en sproeten?, vraagt men zich af.
Drie dorpelingen kunnen zich niet langer beheersen. Diep in de nacht breken ze in bij de kapper in de stad. Maar ... een wakkere politieagent heeft ze op hun weg naar huis gezien. Nu was het te donker om ze te herkennen,

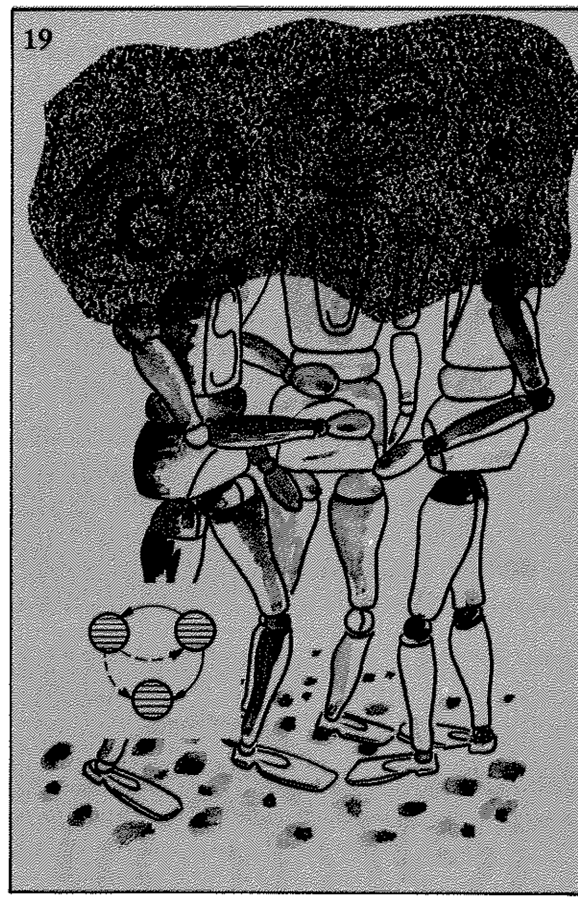
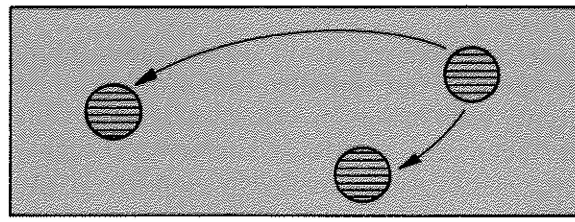
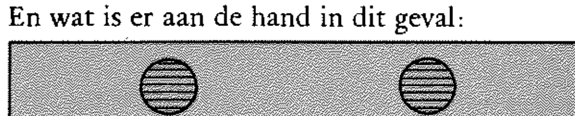


fig. 7

maar hij zag hoe ze elkaar ten afscheid groetten. En dat noteerde hij op zijn papiertje.' (fig. 7)
De kinderen in de klas krijgen elk een werkblad 19 en mogen de zaak eerst even rustig bekijken.
Dan komen de tongen los. Het blijkt al gauw dat allerlei irrelevante zaken naar voren komen.
Het probleem is te kompleks; dat betekent in dit geval dat er voor het redeneren nog te weinig aangrijpingspunten en feitenmateriaal beschikbaar zijn.
Wat konkludeer je bijvoorbeeld uit een groetpatroon als dit:



En wat is er aan de hand in dit geval:



Kan dat eigenlijk wel?

Dit soort overwegingen leiden er toe dat de onderwijzer een aantal problematieken nader analiseert en in een opklimmende rij tracht te zetten ....[1])

Men ervaart het in de klas zelf. Een teveel òf een tekort aan informatie met betrekking tot het oplossen van problemen levert een stagnatie in het leerproces. Het vuurtje, dat met de instapproblematiek is ontstoken, dooft. Het kind stapt — nu zeker gemotiveerd — uit!
Zowel uw didaktische som als de didaktische konsekwenties van de sproeteldamse diefstal illustreren de wenselijkheid van een didaktisch doordachte rij van problemen, waarlangs het leerproces, met optimale inzet van de leerling, kan verlopen.

Een didaktische doordenking in bovenstaande zin richt zich in de eerste plaats op leerprocessen. Tot nu toe is hierover nog niet veel bekend in de onderwijswereld.
Sproeteldam heeft ons evenwel toch iets geleerd in dit verband. Zo bleek het herinneren van het rooster bij het zoeken naar het *aantal* 'sproetharigen' voor de kinderen een enorme sprong in de richting van volledig inzicht.
Hoe men de kinderen op dit idee kan brengen, zonder direkt vóór te zeggen, is niet in een algemene regel vast te leggen.
In het onderhavige geval werd het rooster operationeel als denkmodel. De wijze, waarop in het voorgaande onderwijs het rooster aan de orde is geweest, is vanzelfsprekend van invloed op de mate van operationaliseerbaarheid ervan.
Daarnaast hangt het af van bepaalde faktoren in het materiaal, of men ook op 'het idee zal komen'.
Ook in de volgende situatie zullen we zien dat zogenoemde materiaalfaktoren op dit nivo van wiskunde leren een essentiële betekenis kunnen hebben.

* * *

[1]) Zie voor de realisatie hiervan: 'Sproeteldam, onderwijsleerpakket voor de derde klas basisschool.' (interne publikatie IOWO)

3 MATERIAAL-FAKTOREN

4 NIVO'S

In klas 6
We hebben ingeschreven op de onderwijstelevisieserie 'Kijk op Kans'.[2])
Woensdagmorgen om kwart voor elf is er steeds een uitzending van 20 minuten. Daarna beginnen de werkzaamheden in het werkboek.
Nu zitten we met z'n allen in week 3. In de voorgaande weken is veel tijd besteed aan de begrippen kans en toeval, die nauw verwant zijn. Je kunt niet over 'kans' spreken als er geen 'toeval' in het spel is.
Dat verband is goed te zien bij het gebruiken van een 'kanstol'. Deze bestaat uit een sektordiagram, waarop de verdeling van de *kansen* in een oogopslag te zien is en een wijzer, die je daaroverheen kunt laten draaien. Als je een flinke draai daaraan hebt gegeven weet je niet waar hij stil zal blijven staan. Dat is *toeval.*

Er zijn individueel, in groepen en in klassegesprekken tollen gemaakt èn funktioneel gebruikt bij het oplossen van eenvoudige kansproblemen.
Op dit ogenblik zitten we met een nieuw probleem. (fig. 8)
De klas is opgedeeld in groepjes van vier leerlingen. In deze groepjes blijken reakties van zeer verschillende aard (en nivo!) naar voren te komen.
De meeste kinderen proberen, heel begrijpelijk vanuit het eksperimenteren in voorgaande lessen, de zaak empirisch aan te pakken. Ze gaan het gewoon spelen. Bij een groot deel van de kinderen rijst tijdens het spel reeds de

[2]) Zie Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, nr. 4/5.

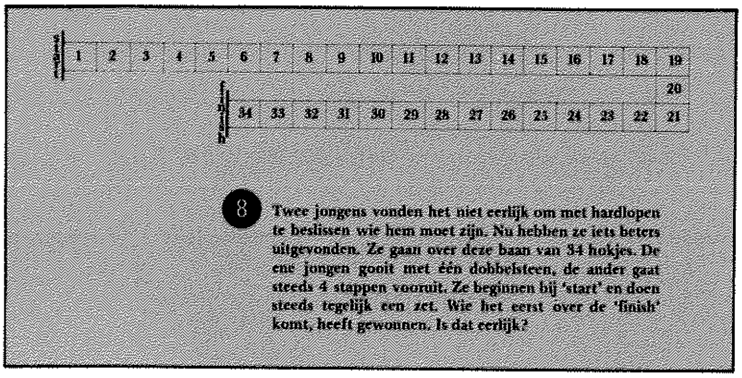


fig. 8

twijfel aan de waarde van deze aanpak. Hoe vaak zullen we 't wel moeten spelen?

Anderen gaan gewoon door met het spel. Het lijkt er op dat de uitslag niet eens genoteerd wordt ...

Daar zit een groepje dat op een hoger nivo instapt.

De gedachte aan de tol levert het denkschema voor een keurige oplossing. De dobbelsteen wordt vervangen door een gelijkwaardige kanstol: zes kongruente sektoren, genummerd van 1 tot en met 6.

De andere speler speelt zonder toeval, het staat steeds vast dat hij 4 stappen verder gaat. 'Hij gooit steeds 4', zegt er een.

Dan komt het grandioze idee, de sprong waarvan niemand de werkelijke aanzet kan achterhalen. (fig. 9)

Op de dobbelsteentol wordt de sektor 4 zwart gemaakt.

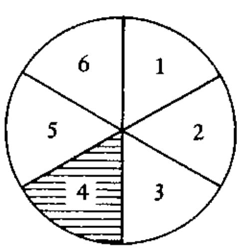


fig. 9

'Zo, dat is voor die ene speler.'

De ander heeft 3 mogelijkheden ('kansen' zeggen ze) om er onder te blijven en maar 2 om hoger te komen. Dus ...

De tol heeft als *denkschema* zijn werk gedaan, net zoals het rooster dat deed in het vorige onderwijs.

De stukjes onderwijs in de klassen 3 en 5 maken ons attent op de waarde van materiaalfaktoren. Dat deze faktoren ook verduisterend kunnen werken bleek bij de introduktie van de sproeteldammers met behulp van mooie plaatjes. (zie fig. 4)

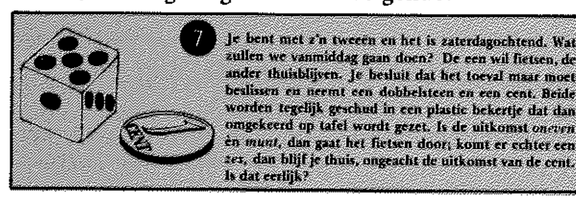
Irrelevante zaken als dik/dun, jongen/meisje, clown, snor, en dergelijke, stoorden de voortgang in het bedoelde leerproces. Bij het ontwikkelen van onderwijsleerpakketten en tevens bij het beoordelen ervan, dient men attent te zijn op materiaalfaktoren. *Een dergelijk onderzoek is trouwens, zonder leerlingen in te schakelen, bijna onmogelijk.*

In nauw verband met dit punt staat het vierde, dat we in één adem erbij willen noemen:

de leerlingen moeten zoveel mogelijk in de gelegenheid gesteld worden om op diverse nivo's aan het oplossen te beginnen (instapnivo's) *en om op dat nivo tot een oplossing te komen.*

Vanuit de serie 'Kijk op Kans' nog een *didaktische som* voor de gemotiveerde lezer.

Het zojuist geschetste probleem van de renbaan (34 velden) wordt gevolgd door het volgende:



De hier te formuleren didaktische problematiek betreft de beide vorige punten:

- Hoe kan de tol gebruikt worden om het oplossen te ondersteunen (welke materiaalfaktoren zijn het overwegen waard?) en op welke wijze is instappen op nivo's hiermee te realiseren?
  Denkt u ook aan de voorwaarde van de aanwezige leerling!

* * *

5 BEWUSTMAKING

In klas 4

In voorgaande lessen (ook in de lagere klassen) is op vrij willekeurige momenten het begrip symmetrie naar voren gekomen. Dan eens met betrekking tot allerlei vormen in de klas, dan weer bij het maken van vlakvullingen en mozaïeken.

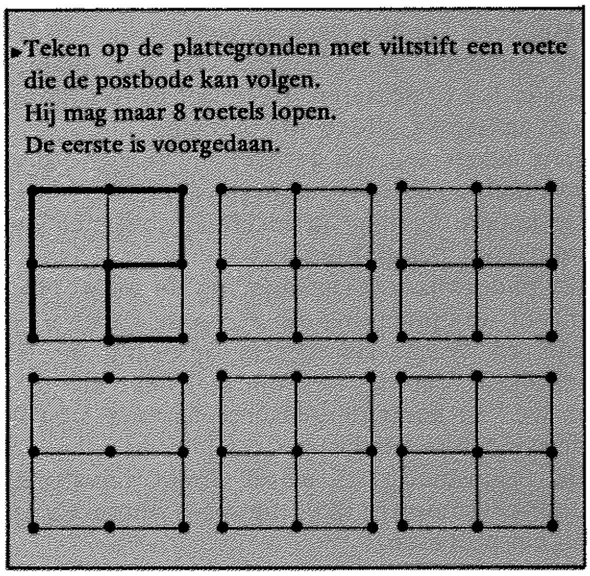
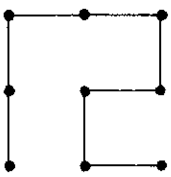
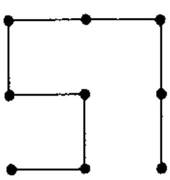


fig. 10

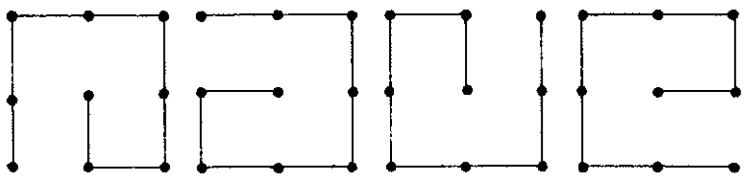
Buiten de meetkundige sfeer trof men het begrip aan bij het werken met grote getallen (bijvoorbeeld 1221) en tabellen, zoals de vermenigvuldigtabel.
Nu ligt er, zonder dat het begrip symmetrie nog genoemd is, deze werkkaart (fig. 10) voor ons. Men mag zelf een volledige roete over het rooster tekenen.
Zijn ze allemaal hetzelfde? Nee hoor, vooral de jongens in die groep proberen iets bizonders te vinden. Dat is aanleiding om te gaan zoeken naar zoveel mogelijk verschillende roetes.
Eén heeft iedereen er al:



En dan ontdek je een nieuwe:



Lijkt de nieuwe niet een beetje op de eerste?
Op dit moment kan het begrip symmetrie geaktualiseerd worden. Ineens komt het in je op, en dan word je je *bewust* dat je met elke echte nieuwe roete er meteen twee hebt.
Het begrip symmetrie kan nu misschien nog beter gaan funktioneren als de mooie draaisymmetrische figuren uit de mozaïekenles in herinnering komen:



Met de gegeven roete heb je er nu meteen 7 bij gekregen. Dat is een stap vooruit!
Het feit, dat de onderwijzer straks zal opmerken dat hij deze acht roetes eigenlijk maar als één roete wil aanmerken, doet aan de ontdekking niets af ....

vel uit elkaar knippen

Indien de leerling op de geschetste wijze zelf het idee van symmetrie krijgt – en dat is in hoge mate afhankelijk van zijn betrokkenheid op het probleem, zijn instapmogelijkheid en het materiaal – dan heeft hij bewust iets gemerkt van zijn eigen leren. *Met de Aha-Erlebnis kan hij zich op een hoger nivo met het probleem gaan bezighouden.*
We achten het van belang dat in de verlevendiging van het rekenonderwijs de gelegenheid tot dit soort ervaringen in ruime mate wordt gegeven.

Een tweetal opmerkingen dient nog gemaakt te worden.
In de eerste plaats moet het ook hier weer duidelijk zijn dat het signaleren van de genoemde leerervaringen in een bestaande opdrachtkaart (of andere tekst) bij afwezigheid van leerlingen bijna onmogelijk is. Dit maakt het beoordelen van onderwijsleerpakketten moeilijk.
De moeilijkheid wordt vergroot als men gewend is te denken in leer- of lesdoelen alleen. In bovenstaand geval kan de doelstelling 'het kunnen tekenen van alle verschillende roetes' of zelfs 'het zelf vinden van alle verschillende roetes' leiden tot onderwijs dat aan ons vijfde bespiegelingspunt geheel voorbij gaat.
Wil men de vorm van het leerproces met het aangeven van de belangrijke 'inzichtsmomenten' in de doelstelling opnemen, dan moet men echter een totaal andere aanpak dan de huidige kiezen.
In de tweede plaats dient opgemerkt dat voorgaande situaties de ontwikkelingen met betrekking tot het 'integratieplan' betreffen. De opgetekende observaties zijn tot op heden bij het materiaal, dat nog verdere revisie behoeft, opgenomen. Vanzelfsprekend is het noodzakelijk dat toekomstige gebruikers van de ontwikkelde materialen over deze informatie beschikken.

In het volgende nemen we ook stukken op die niet binnen het IOWO ontwikkeld zijn. Zoals gezegd willen we ook deze zaken in de

kontekst van het onderwijs beschrijven. Door een dergelijke konstruktieve benadering is het mogelijk, dat er bepaalde ideeën aan worden toegevoegd, opdat ze binnen het kader van modern wiskunde-onderwijs kunnen funktioneren.
De mate van aanvulling en bewerking kan voor de lezer een subjektieve maat zijn voor de bruikbaarheid van dit materiaal.

* * *

6
KOMMUNIKATIE

In klas 6
Een groepje van twee leerlingen heeft een ekstra opdracht[1]) uit de wiskundewerkhoek[2]) mogen kiezen.
Nu zitten ze met drie borrelglaasjes op de aangegeven wijze voor zich ...

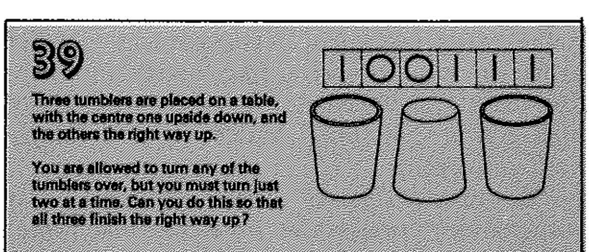
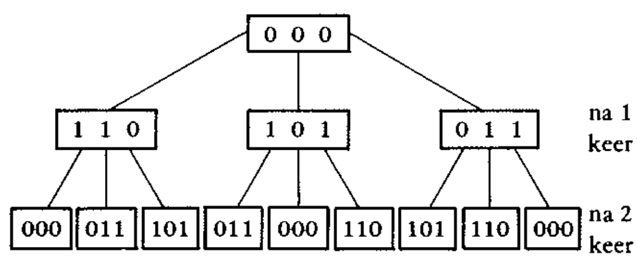


fig. 11

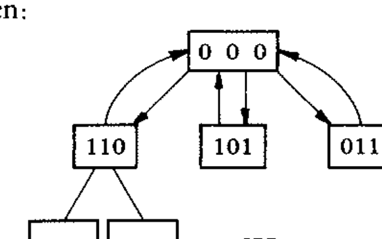
Eerst verkeren ze in de mening dat het op een of andere manier moet lukken om de glaasjes in de gevraagde stand te krijgen.

[1]) Nuffield: set of cards (uitg. Chambers).
[2]) Zie Wiskobas-Bulletin, jaargang 2: serie artikelen van Hans ter Heege.

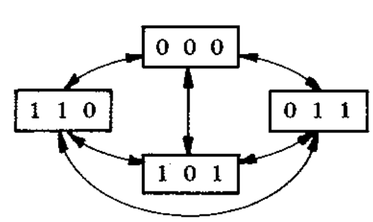
Als het de een niet gelukt is, wil de ander weer graag proberen. Totdat het moment van *twijfel* aanbreekt. Zóu het wel kunnen? Na nog wat proberen gaan ze toch op deze gedachte door.
'Mijnheer, kan het eigenlijk wel?'
Ze proberen de *zekerheid* van hun onderwijzer los te peuteren. Deze laat echter, door zijn antwoord, alle twijfel bestaan.
Dan meent een van de twee het te zien: 'het kan niet, want 't is een oneven aantal!'
De andere leerling, in zekere zin blij met 'de oplossing', begrijpt het niet.
De onderwijzer vraagt door op dit antwoord, maakt de opmerking dat ze op de goede weg zijn en vraagt een betere oplossing op te schrijven. Van het idee om met twee kleuren te werken komt de gedachte om met 1 en 0 de standen te beschrijven.
De beginstand 101 wordt direkt vervangen door een mooiere 000, die reeds ontdekt was bij het proberen.
En nu?
Wat kun je allemaal doen? Laten we het eens opschrijven.
Het voorstel leidt dan tot:



Alles wordt nauwkeurig genoteerd. Maar ondertussen merken ze al op dat 000 na 2 keer weer terug kan komen.
Dan kun je 't beter anders opschrijven, meent er een:



Maar na twee keer is er helemaal geen nieuwe stand gevonden, meent de ander. Dan kun je het beter helemaal zo doen:



Na enig geknutsel ontstaat deze figuur. En kijk, de kinderen merken de geslotenheid van dit sisteem op. Wat je ook doet, 111 komt niet voor!
De onderwijzer is overtuigd, maar vraagt zich toch af of het niet vlugger gezegd kan zijn ....

Een matematisch-didaktisch *probleem voor de lezer:*

- Vind zelf de oplossing die de onderwijzer bedoelt en probeer na te gaan welke oplossing voor kinderen het meest overtuigend is. (Als ze na deze oplossing bijvoorbeeld opnieuw gaan 'proberen', dan zijn ze zeker niet overtuigd!)
  Bedenk er bij dat een deel van de overtuigingskracht bestaat uit uw eigen autoriteit!

En nu de essentie van het voorgaande stukje groepswerk met begeleiding.
De opdracht, het materiaal en de eenvoudige instapmogelijkheid zijn aanleiding tot voortdurende kommunikatie *tussen de leerlingen over het eigenlijke probleem.*
De gedeeltelijke oplossing valt door de mand als ze deze aan de onderwijzer moeten uitleggen. Dan komt er een simbolisering bij, waardoor de problematiek beschreven kan worden. En zie, de beide leerlingen en de onderwijzer verstaan elkaar op dit nivo.
Een ander nivo van oplossen is in de matematisch-didaktische opgave, waarin het kommunikatieve element eveneens aanwezig is, voor de lezer bewaard gebleven.

* * *

7 RIJKE KONTEKST

In klas 5
De benzinedistributie en haar oorzaak, de oliekrisis, zijn ook aan kinderen niet voorbijgegaan. In het lokaal hangen diverse krantekoppen en artikelen. Het is in deze kontekst dat Leen Streefland een fundamenteel stukje onderwijs in het gebied van de breuken wil ontwikkelen.[1])

'Saoedia, koeweit en een aantal andere landen leveren ons ruwe olie. Dit wordt met grote 'tankers' opgehaald en via rotterdam verder verwerkt.
Neem eens aan dat de nederlandse olie voor $\frac{1}{5}$ deel uit saoedia, voor $\frac{3}{10}$ uit koeweit kwam. Welk deel levert ons dan de rest van de landen?'

Na wat heen en weer gepraat – waarbij de delen onder andere in rechthoeken worden gezet – krijgen de kinderen de visuele oplossing in het volgende werkblad aangeboden (fig. 12):

WERKBLAD I

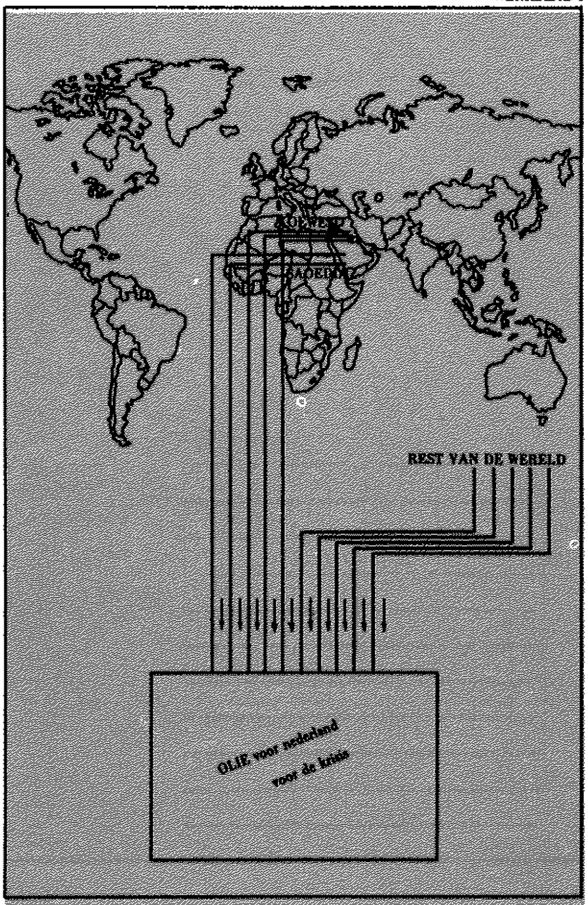
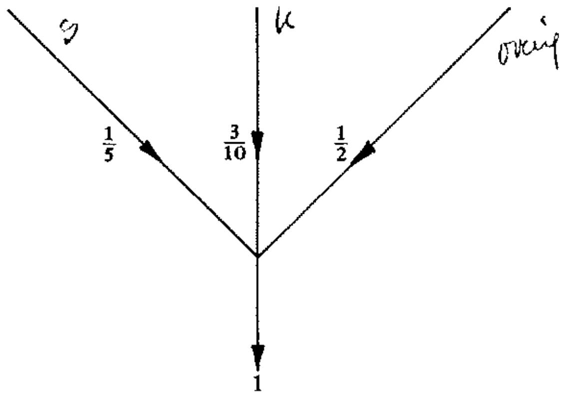


fig. 12

Hoewel het een geheel andere benadering is dan voorheen in deze klas gold, blijkt de simbolische voorstelling duidelijk over te komen:

[1]) Zie Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 4/5.



In een volgend werkblad wordt deze nieuwe benadering van het begrip breuk nog even gekoppeld aan de bestaande begripsinhoud. (fig. 13)

WERKBLAD 2

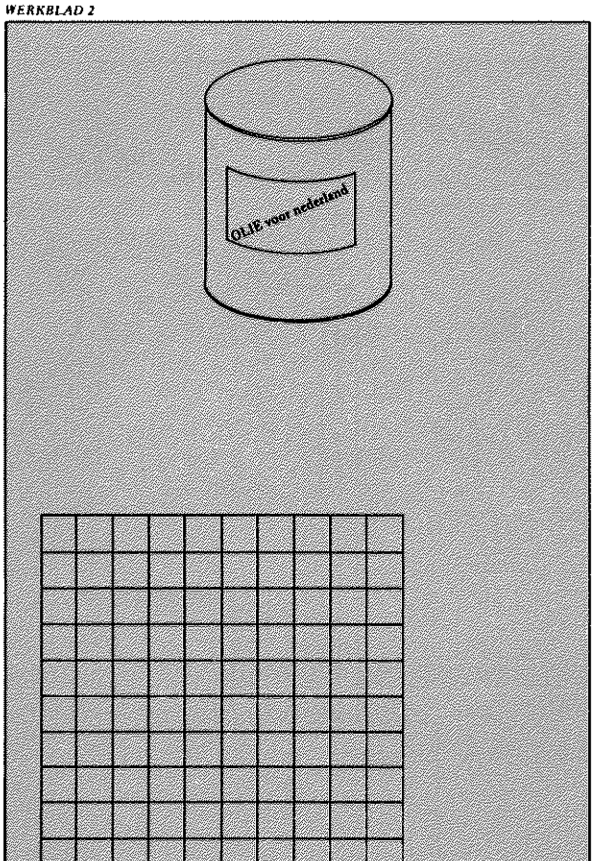


fig. 13

> 'Laat de olie maar stromen tot het vat vol is. Eerst saoedia, dan koeweit, en dan de rest. Klopt dat wel?'

Het olievat krijgt voorlopig de vorm van een honderdveld. De kinderen ervaren de koppeling bewust.
En dan is het ogenblik aangebroken dat het eigenlijke probleem wordt aangeboden:

> 'Saoedia levert van nu af aan $\frac{1}{4}$ deel minder. Wat krijgt nederland in totaal minder?'

WERKBLAD 3

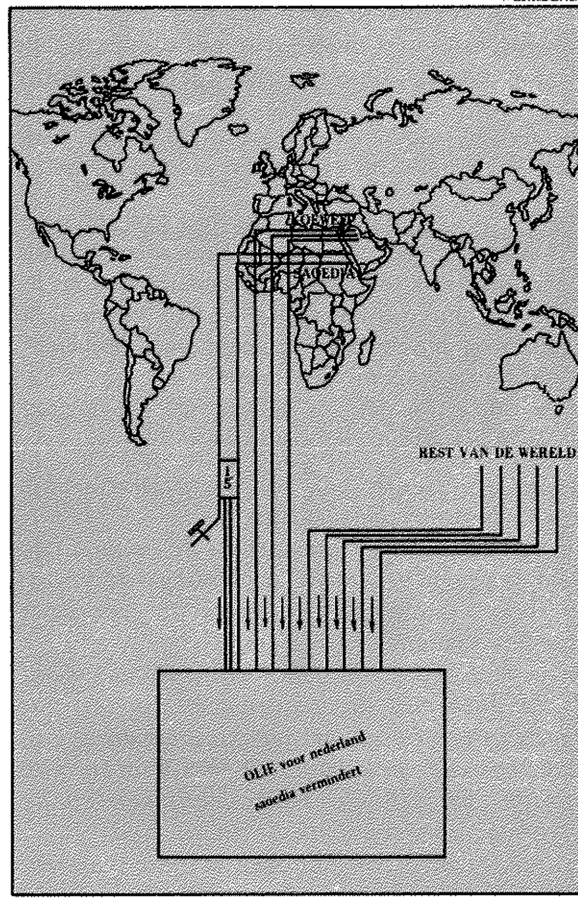


fig. 14

Het totaal aantal liters is niet bekend. We moeten dus in delen werken (hoewel procenten hier meer voor de hand liggen).
Met een derde werkblad wordt de zaak geïllustreerd. (fig. 14)
Het vierde deel van het vijfde deel blijkt, tot verwondering van de leerkracht, spontaan naar voren te komen als $\frac{1}{20}$ deel.
De eerste stap naar het boommodel[1]) lijkt gezet.

> 'Wat weet je als bovendien koeweit ook nog eens met $\frac{1}{4}$ deel de toevoer vermindert?'

Breuken, procenten, verhoudingen en kommagetallen leiden een schraal en geïsoleerd bestaan in het traditionele onderwijs.
De moeilijkheid om steeds maar weer nieuwe en zinvolle toepassingsgebieden te vinden, doet zich voortdurend gelden. Dat dit heeft geleid tot eindeloos oefenen in het schrale, geïsoleerde gebied, is te betreuren. De zinloosheid ervan komt steeds weer naar voren als het gaat om echte *toepassingen van de veronderstelde kennis.*
Met dit voorbeeld uit klas 5 vestigden we de aandacht op het bespiegelingspunt van de 'rijke kontekst'.

---

[1]) Zie Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 3.

Men mag verwachten dat in een rijke kontekst geleerde zaken vaker de kans krijgen geaktualiseerd te worden om dan te gaan funktioneren.
Bovendien is van meet af aan door deze aanpak het toepassingsbereik vergroot.

Op dit toepassingsbereik gaan we hieronder wat verder in.
In het verleden is het vaak voorgekomen dat het leren van wiskunde – terecht – als een zinloze, levensvreemde bezigheid bij de leerling overkwam.
Wij zijn ervan overtuigd dat elke lezer deze uitspraak met eigen voorbeelden kan illustreren. In de laatste tijd zijn, naast de andere opvattingen over het wiskunde-onderwijzen, ook nieuwe 'topics' uit de wiskunde naar voren gekomen.
De wiskunde, voortdurend van binnen uit zich ontwikkelend, is rijk aan interessante deelgebieden; een matematisch-didaktische verkenning van deze terreinen dient echter vooraf te gaan aan een aanbeveling voor het onderwijs op basisnivo (dit geldt overigens ook voor de andere nivo's).

* * *

8 TOEPASSINGS-BEREIK

In klas ?
We hebben de laatste tijd ekstra gelet op kromlijnige figuren, die je overal kunt tegenkomen.
De lijnen op de aardbol zijn in de aardrijkskundeles nog eens nader bekeken. Daarna leek het of je overal bollen en cirkels herkende.
Maar er zijn ook andere kromme lijnen. Een

fig. 15

hele vreemde krijg je als je een potloodstreep zet op een slakkenhuis. Trouwens, een spiraal kun je ook op een lantaarnpaal tekenen.
Een lantaarnpaal is cilindervormig. Er zijn ook kegels. Als je die doorsnijdt krijg je bijvoorbeeld een ellips. Dat is een ovaal.
We hebben dat ook gedaan met een zaklantaarn. Je kon er cirkels en ellipsen mee schijnen, net als met je fietslantaarn, als die een beetje los zit.
Toen hebben we een ellips getekend, met twee spijkertjes en een touwtje. Nog leuker was de spiraal, die je met een touwtje òm een spijker kon tekenen.
Een jongen heeft toen een tekenspel (spirograph) mee naar school genomen. Daarmee kan men heel mooie figuren tekenen.
Nu hebben we bladzijde 29 van *Wiskunde in Wording*[1]) voor ons. Het gaat over vier vrienden die elkaar achtervolgen. Iedereen in de klas tekent een vierkant. Op elke hoek staat een jongen. Dan laten we ze allemaal 3 mm lopen. Omdat deze afstand zo klein is, zegt mijnheer, mogen we dat stukje nog langs het vierkant afzetten.
Zou dat weer een vierkant zijn? (fig. 16)

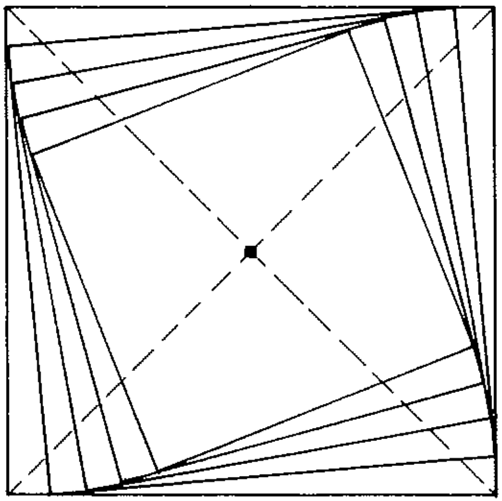
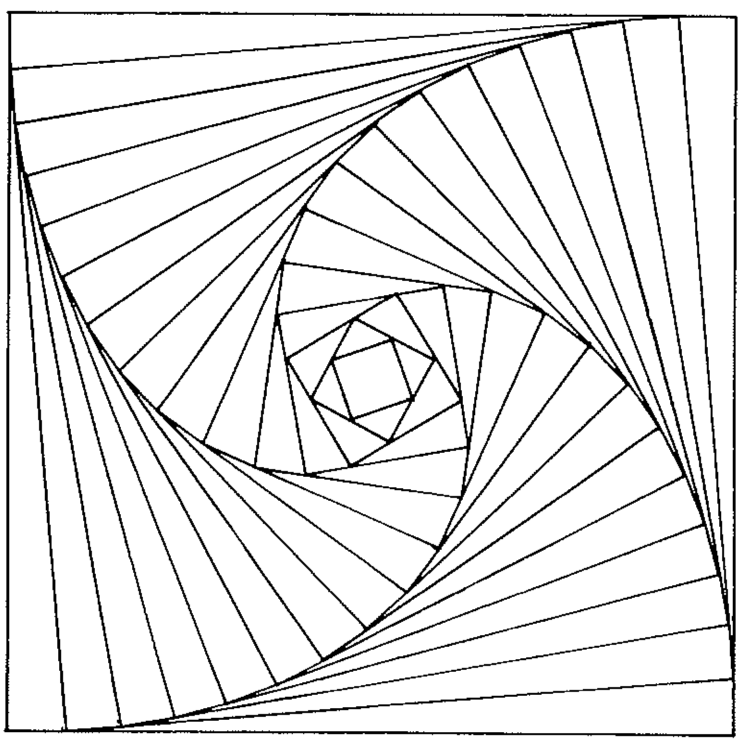


fig. 16

[1]) Zie Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, pag. 525.

De meeste kinderen gaan het nameten. Iemand zegt dat je het zó kunt zien: aan alle kanten worden gelijke stukjes afgesneden.
Mijnheer vindt de oplossing van een meisje nog mooier. Ze zegt: 'je kunt het hele vierkant vier keer draaien en dan zie je het helemaal goed.'

We gaan nu steeds een stapje verder, en het nieuwe vierkant wordt kleiner en kleiner. Tenslotte blijft er een heel klein plekje over. Je kunt daar niet meer tekenen.
Met een mooie kleur mogen we dan de punten verbinden. Nu hebben we weer vier kromme lijnen, alle vier hetzelfde.
In het midden zetten we een dikke stip, daar kon je toch niet meer precies tekenen.



Het verhaal gaat, wiskundig gezien, voor deze leerlingen als een nachtkaars uit. Een nadere studie van de kromme lijn (achtervolgingskromme) ligt buiten hun bereik.
Het geleerde betreft, naast de ingevoerde problematiek rond het begrip symmetrie, slechts akkuraat tekenwerk.
Hiermee is het toepassingsbereik aangegeven. Dit stukje onderwijs komt niet tegemoet aan het achtste punt, waarin de aandacht op de omvang van het toepassingsbereik wordt gevestigd.

9
FUNDAMENTEEL

In klas 3
'De sproeteldammers zijn naar de speeltuin. Daar staat een heel bizondere weegschaal. Hij lijkt op een 'wip-wap'.

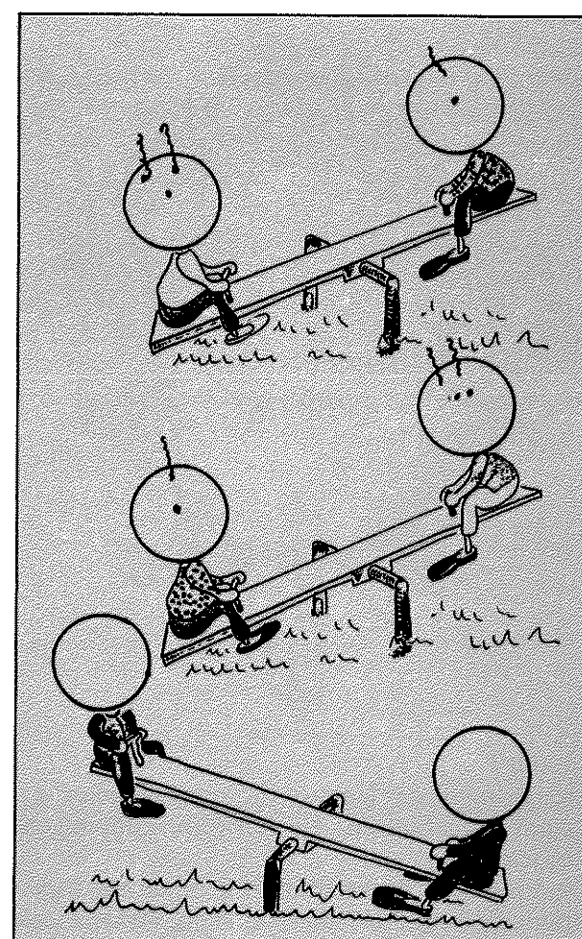


fig. 17

* * *

Kijk, op dit werkblad (fig. 17) zitten drie verschillende personen op de wip-wap.
Wie weet welke van de drie je op de onderste wip-wap kunt 'invullen'?'

Het duurt niet lang of de eerste kinderen hebben een nieuw tweetal gevonden.
De redenering 'als A zwaarder dan B èn B zwaarder dan C, dan A zwaarder dan C' wordt geheel visueel afgewerkt.
Het lijkt erop dat het doorzichtige materiaal de problematiek zo transparant maakt, dat er van een probleem geen sprake meer is. (zie ook het eerste punt)
Het redeneren betreffende dezelfde problematiek, zonder plaatjes, bijvoorbeeld met betrekking tot de relatie 'heeft meer dan', leverde voor diverse leerlingen onoverkomelijke moeilijkheden ....

Er is dus het een en ander aan te merken op de uitvoering van dit materiaal (in het licht van het voorgaande).
We willen met dit voorbeeld echter aangeven dat de inhoud van het onderwijs zich op fundamenteel wiskundige zaken moet richten.
In het beschreven geval betreft het de transitieve eigenschap, die in vele deelgebieden van de wiskunde een funktie heeft.
Deze opmerking over 'de fundamentele wiskundige aktiviteiten' staat in nauw verband met het vorige over het toepassingsbereik.

Een matematisch-didaktische opgave.
Fundamentele wiskundige aktiviteiten hebben een ruim toepassingsbereik. Dat is een karakteristiek voor wiskunde.
De transitieve eigenschap is van groot belang in het gebied van het ordenen.[1])

- ▶ Neem hieruit een probleemstelling en tracht deze op enkele nivo's voor kinderen te verwerken. Ga dan in konkreto na of hierop dezelfde konklusies getrokken kunnen worden als ten opzichte van de wip-wap-wegerij.

* * *

10

NIET GEISOLEERD

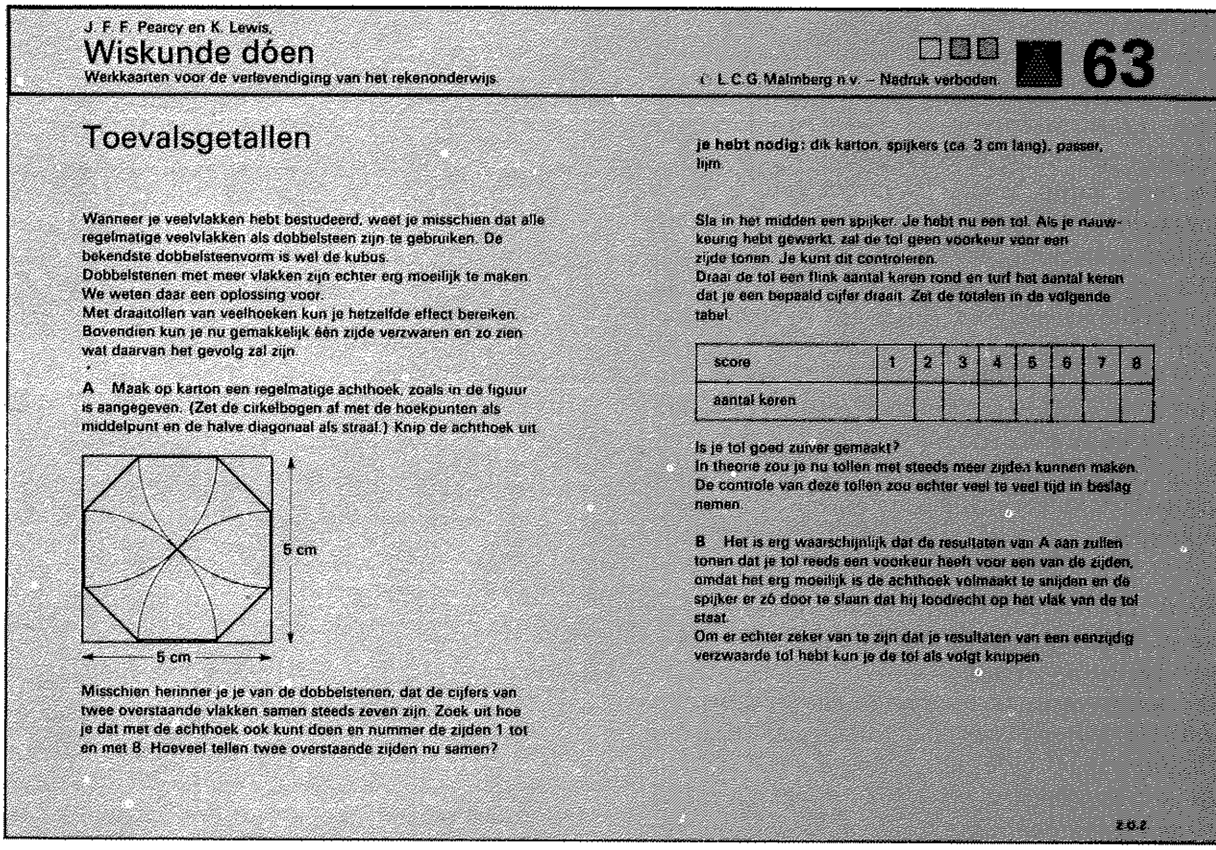
Terug in klas 5
Enige tijd geleden hebben we het uitvoerig gehad over dobbelstenen. Het begon met een spelletje.
De onderwijzer had twee dobbelstenen. Je kunt daar 2 tot en met 12 ogen mee gooien. Vier jongens kozen elk een aantal ogen en gingen achter in de gang tegen de muur staan, naast elkaar. De andere kinderen bleven in de klas zitten, met potlood en papier gewapend. In de deuropening, zodat hij klas en jongens op de gang kon toespreken, stond mijnheer. Hij gooide de beide stenen en noemde het aantal ogen. Wie van de vier jongens dit aantal had, mocht een stap vooruit doen. De kinderen in de klas moesten op papier het wedstrijdverloop volgen.

De kinderen hebben ontdekt dat de vier jongens niet allemaal evenveel kans hadden om te winnen. En dat lag niet aan de dobbelstenen ...
Toch hebben we toen gepraat over eerlijke dobbelstenen. Een dobbelsteen moet zuiver zijn. Dat betekent dat het een echte kubus is en dat hij overal even zwaar is. Elk aantal ogen heeft dan steeds weer evenveel kans.
We hebben de dobbelstenen toen met de hele klas getest.
Samen hadden we zó maar 600 worpen, maar er kwam niet precies 100 keer een 1, 100 keer een 2, enz.
'Dat kon je verwachten', zei de onderwijzer, 'het toeval spreekt ook een woordje mee'.
Daarna zijn nog een heleboel zaken over kans en toeval aan de orde geweest.

---

[1]) Zie blok 'In Orde' voor de heroriënteringskursus (uitg. IOWO).

En nu hebben alle kinderen in de klas deze werkkaart (fig. 18):



J. F. F. Pearcy en K. Lewis.

Wiskunde dóen

Werkkaarten voor de verlevendiging van het rekenonderwijs

© L.C.G. Malmberg n.v. – Nadruk verboden.

63

Toevalsgetallen

je hebt nodig: dik karton, spijkers (ca. 3 cm lang), passer, lijm.

Wanneer je veelvlakken hebt bestudeerd, weet je misschien dat alle regelmatige veelvlakken als dobbelsteen zijn te gebruiken. De bekendste dobbelsteenvorm is wel de kubus.
Dobbelstenen met meer vlakken zijn echter erg moeilijk te maken. We weten daar een oplossing voor.
Met draaitollen van veelhoeken kun je hetzelfde effect bereiken. Bovendien kun je nu gemakkelijk één zijde verzwaren en zo zien wat daarvan het gevolg zal zijn.

A Maak op karton een regelmatige achthoek, zoals in de figuur is aangegeven. (Zet de cirkelbogen af met de hoekpunten als middelpunt en de halve diagonaal als straal.) Knip de achthoek uit.

5 cm

5 cm

Misschien herinner je je van de dobbelstenen, dat de cijfers van twee overstaande vlakken samen steeds zeven zijn. Zoek uit hoe je dat met de achthoek ook kunt doen en nummer de zijden 1 tot en met 8. Hoeveel tellen twee overstaande zijden nu samen?

Sla in het midden een spijker. Je hebt nu een tol. Als je nauwkeurig hebt gewerkt, zal de tol geen voorkeur voor een zijde tonen. Je kunt dit controleren.
Draai de tol een flink aantal keren rond en turf het aantal keren dat je een bepaald cijfer draait. Zet de totalen in de volgende tabel.

score	1	2	3	4	5	6	7	8
aantal keren								

Is je tol goed zuiver gemaakt?
In theorie zou je nu tollen met steeds meer zijden kunnen maken. De controle van deze tollen zou echter veel te veel tijd in beslag nemen.

B Het is erg waarschijnlijk dat de resultaten van A aan zullen tonen dat je tol reeds een voorkeur heeft voor een van de zijden, omdat het erg moeilijk is de achthoek volmaakt te snijden en de spijker er zó door te slaan dat hij loodrecht op het vlak van de tol staat.
Om er echter zeker van te zijn dat je resultaten van een eenzijdig verzwaarde tol hebt kun je de tol als volgt knippen.

z.o.z.

fig. 18

De tekenopdracht van de regelmatige achthoek wordt in de klas uitgevoerd op karton. In een volgende handenarbeidles zal de tol ook werkelijk gemaakt worden.
Nu wordt even ingegaan op de regelmatigheid. Wat zou dat betekenen? En is dat hier het geval als je hem volgens de gegeven regels konstrueert? (fig. 19)

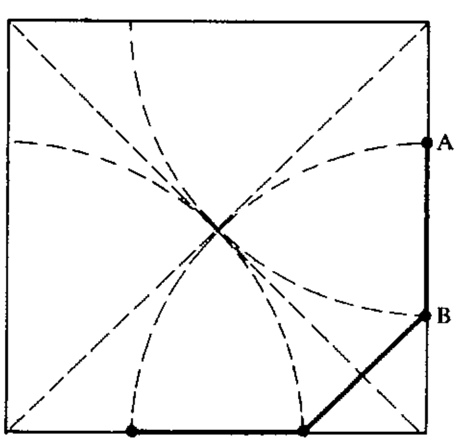


fig. 19

De gedachte aan symmetrie blijkt nu niet voldoende te zijn voor een overtuigende oplossing.
Na een doorzichtige konstruktie van de regelmatige achthoek (uitgaande van een cirkel), die op het bord wordt voorgedaan, vragen we ons af waarom de getallen met 'samen 9' tegenover elkaar moeten liggen.
Niemand blijkt de noodzaak daarvan in te zien: de kansen blijven toch gelijk verdeeld?!

Als de tollen gemaakt zijn gaat men meteen de onzuiverheid van de konstruktie toetsen. Elk groepje van vier neemt de slordigste tol en gaat draaien en turven.
Het groepje met de meeste waarnemingen mag verslag doen.
Kun je zeggen dat de tol onzuiver was? Zijn de kansen ongelijk verdeeld? Of heeft het toeval gewoon een woordje meegespeeld? ....

Vergelijken we achteraf de inhoud van de werkkaart 'toevalsgetallen' met het gegeven onderwijs, dan blijkt dat veel werk is verzet om de kaart uit z'n isolement te verlossen.
Het komt er op neer dat we meer zèlf moesten bedenken dan er door Pearcy en Lewis werd aangeboden.
In een zeker opzicht heeft een dergelijke kaart dus toch zijn waarde: hij inspireert tot konstruktief werk. Of dit tot de taak van elke onderwijzer gerekend mag worden, laten we in het midden.

Hoe het ook zij, de invoering van modern wiskunde-onderwijs mag niet leiden tot het introduseren van leuke 'onderwerpen' zonder meer. Geïsoleerde 'topics' dienen hoogstens rekreatieve doeleinden.

* * *

11

ORIENTATIE

Van klas 2 naar klas 4/5

Voor ons ligt een kaart uit een eksperimenteel pakket bij het BAS-boek 'Spijkerbord'. (fig. 20)

Bij het overdenken van het onderwijs met betrekking tot deze kaart kunnen de hiervoor ontwikkelde kriteria een vernietigende rol gaan spelen. We laten dat graag aan de lezer over.

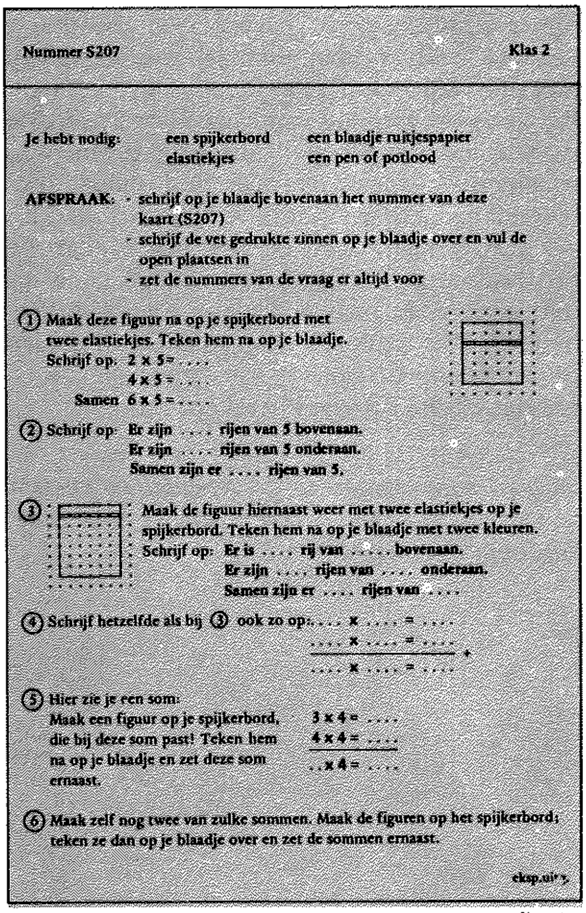
Hij kan dan voor zich zelf nagaan of het voorgaande operationeel tot zijn beschikking is.

De kritiek, die we hieraan nog willen toevoegen betreft het onderscheid dat tussen kaart S207 en een andere kaart – uit dezelfde serie (S402, fig. 21) – naar voren komt.

Hoewel in beide werkkaarten duidelijke opdrachten worden verstrekt en deze door de kinderen stap voor stap moeten worden uitgevoerd, is er een kardinaal verschil.

Het eigen wiskundig denkwerk, de eigen wiskundige aktiviteit, komt in S207 pas bij de zesde opdracht. De aanpak op deze kaart is als het ware de aanpak van de meest traditionele onderwijzer, die voortdurend informatie verstrekt en dan tijd geeft om te oefenen.

In S402 gaan de kinderen, overigens ook nogal gestuurd, zich eerst oriënteren. De


Nummer S207 Klas 2

Je hebt nodig: een spijkerbord, elastiekjes, een blaadje ruitjespapier, een pen of potlood

AFSPRAAK:
- schrijf op je blaadje bovenaan het nummer van deze kaart (S207)
- schrijf de vet gedrukte zinnen op je blaadje over en vul de open plaatsen in
- zet de nummers van de vraag er altijd voor

(1) Maak deze figuur na op je spijkerbord met twee elastiekjes. Teken hem na op je blaadje.
Schrijf op. 2 x 5= ....
4 x 5 = ...
Samen 6 x 5 = ...

(2) Schrijf op: Er zijn .... rijen van 5 bovenaan.
Er zijn .... rijen van 5 onderaan.
Samen zijn er .... rijen van 5.

(3) Maak de figuur hiernaast weer met twee elastiekjes op je spijkerbord. Teken hem na op je blaadje met twee kleuren.
Schrijf op: Er is .... rij van .... bovenaan.
Er zijn .... rijen van .... onderaan.
Samen zijn er .... rijen van ....

(4) Schrijf hetzelfde als bij (3) ook zo op: .... x .... = ...
.... x .... = ...   +
.... x .... = ...

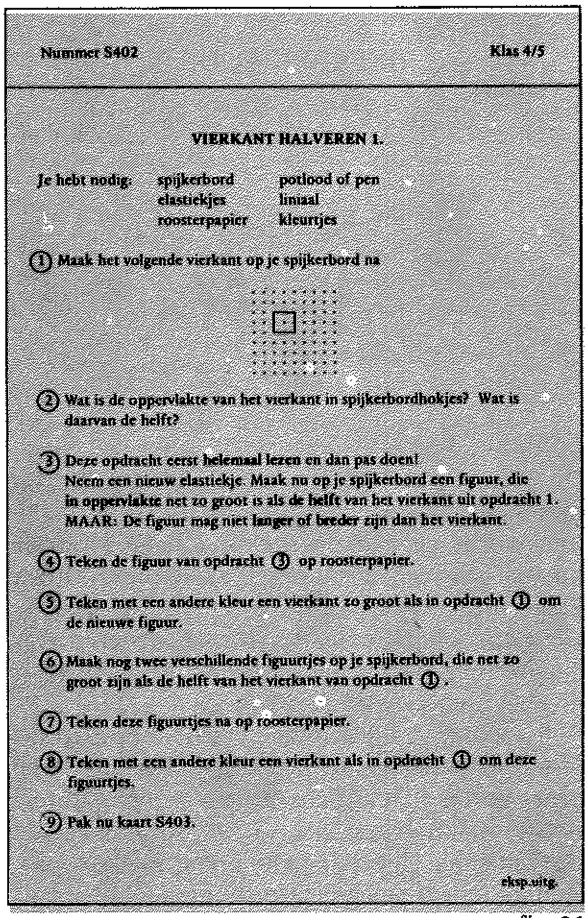
(5) Hier zie je een som:
Maak een figuur op je spijkerbord, die bij deze som past! Teken hem na op je blaadje en zet deze som ernaast.
3 x 4 = ...
4 x 4 = ...
.. x 4 = ...

(6) Maak zelf nog twee van zulke sommen. Maak de figuren op het spijkerbord; teken ze dan op je blaadje over en zet de sommen ernaast.

eksp.uitg.

fig. 20

? relatie figuren met rekenzinnen ?


Nummer S402 Klas 4/5

VIERKANT HALVEREN 1.

Je hebt nodig: spijkerbord, elastiekjes, roosterpapier, potlood of pen, liniaal, kleurtjes

(1) Maak het volgende vierkant op je spijkerbord na

(2) Wat is de oppervlakte van het vierkant in spijkerbordhokjes? Wat is daarvan de helft?

(3) Deze opdracht eerst helemaal lezen en dan pas doen!
Neem een nieuw elastiekje. Maak nu op je spijkerbord een figuur, die in oppervlakte net zo groot is als de helft van het vierkant uit opdracht 1.
MAAR: De figuur mag niet langer of breder zijn dan het vierkant.

(4) Teken de figuur van opdracht (3) op roosterpapier.

(5) Teken met een andere kleur een vierkant zo groot als in opdracht (1) om de nieuwe figuur.

(6) Maak nog twee verschillende figuurtjes op je spijkerbord, die net zo groot zijn als de helft van het vierkant van opdracht (1).

(7) Teken deze figuurtjes na op roosterpapier.

(8) Teken met een andere kleur een vierkant als in opdracht (1) om deze figuurtjes.

(9) Pak nu kaart S403.

eksp.uitg.

fig. 21

oppervlakte van een gegeven spijkervierkant, de helft daarvan, dan allemaal figuren maken met deze halve oppervlakte .....
Bij de voorbereiding van onze lessen geeft de tweede kaart meer aanleiding om momenten te plannen, waarin er over wiskundige problemen gedacht en gesproken kan worden. Bij de eerste kaart heb je het gevoel dat de programmering zo gesloten is, dat je je als onderwijzer er nauwelijks nog mee kunt bemoeien. Aan het eind kun je alleen nog zien of 'het gelukt is'.
En wat dat hier precies betekent ....

We stellen:
de leerlingen dienen in de gelegenheid gesteld te worden zich ten aanzien van 'de wiskunde' voldoende te oriënteren.

* * *

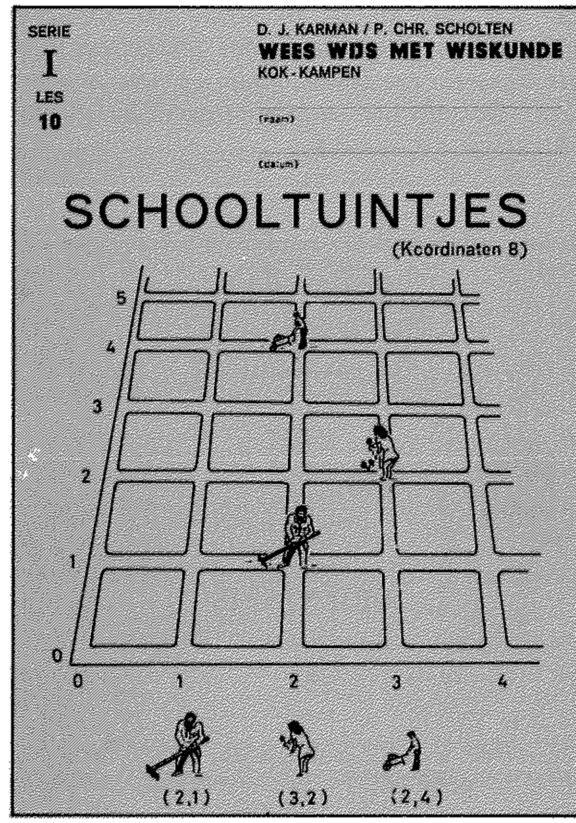
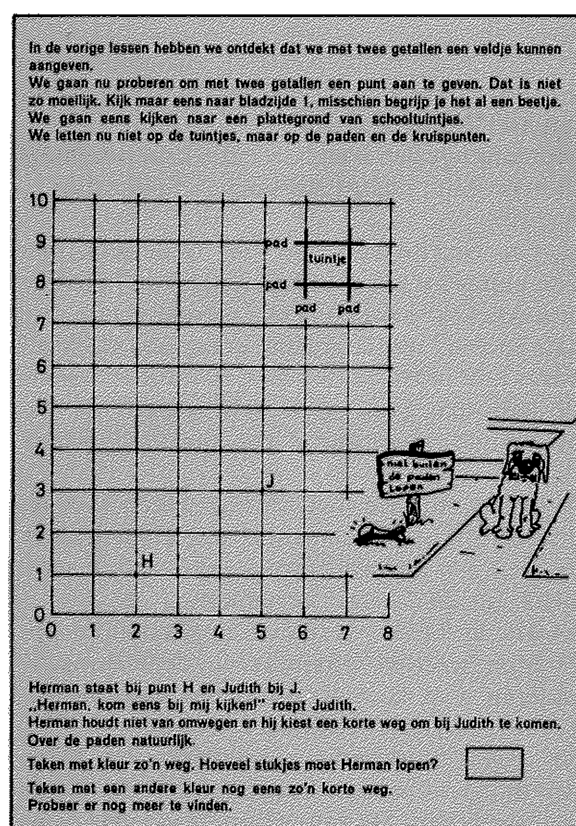


fig. 22a

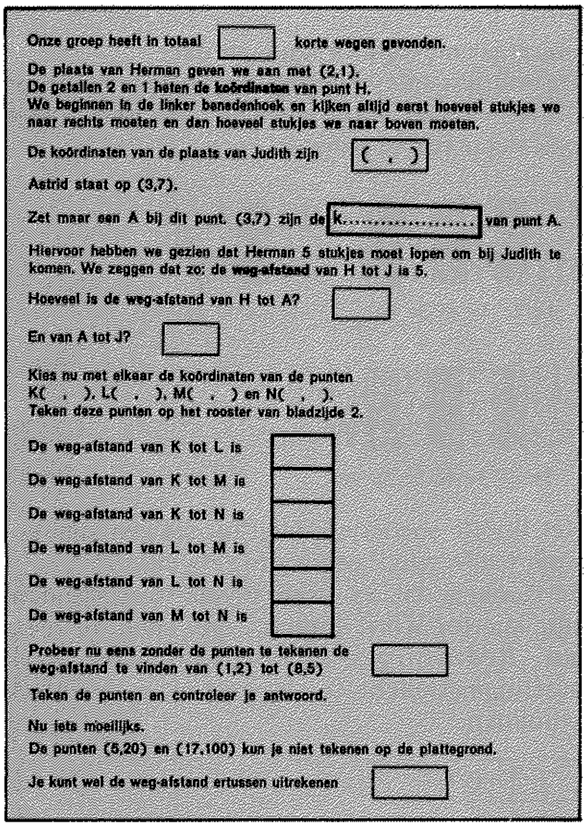

In de vorige lessen hebben we ontdekt dat we met twee getallen een veldje kunnen aangeven.
We gaan nu proberen om met twee getallen een punt aan te geven. Dat is niet zo moeilijk. Kijk maar eens naar bladzijde 1, misschien begrijp je het al een beetje.
We gaan eens kijken naar een plattegrond van schooltuintjes.
We letten nu niet op de tuintjes, maar op de paden en de kruispunten.

Herman staat bij punt H en Judith bij J.
„Herman, kom eens bij mij kijken!" roept Judith.
Herman houdt niet van omwegen en hij kiest een korte weg om bij Judith te komen.
Over de paden natuurlijk.
Teken met kleur zo'n weg. Hoeveel stukjes moet Herman lopen?
Teken met een andere kleur nog eens zo'n korte weg.
Probeer er nog meer te vinden.

fig. 22b

12
OEFENEN DOOR TOEPASSEN

In klas 4, 5 of 6
De herorienteringskursus van wiskobas begint met het blok 'Het Stadsplan'. In de doelstelling wordt gezegd dat het in dit deel van de kursus gaat om wiskundige aktiviteiten, meer dan om nieuwe leerstof.
De telproblemen op het rooster leveren wat dat betreft voldoende materiaal op, ook voor diverse nivo's op de basisschool.
Eén aspekt van 'nieuwe leerstof' komt in dit blok (suggesties voor het basisonderwijs) toch naar voren. Het betreft een fundamenteel stukje wiskunde, waarin de verbinding tussen algebraïsche metode en meetkundige problemen wordt gelegd: koördinaten.
Het invoeren van koördinaten en het ontdekken van de nieuwe mogelijkheden, die hierdoor geschapen zijn, kan in het vakgebied van


Onze groep heeft in totaal [ ] korte wegen gevonden.

De plaats van Herman geven we aan met (2,1).
De getallen 2 en 1 heten de **koördinaten** van punt H.
We beginnen in de linker benedenhoek en kijken altijd eerst hoeveel stukjes we naar rechts moeten en dan hoeveel stukjes we naar boven moeten.

De koördinaten van de plaats van Judith zijn (,)

Astrid staat op (3,7).

Zet maar een A bij dit punt. (3,7) zijn de k.................... van punt A.

Hiervoor hebben we gezien dat Herman 5 stukjes moet lopen om bij Judith te komen. We zeggen dat zo: de **weg-afstand** van H tot J is 5.

Hoeveel is de weg-afstand van H tot A? [ ]

En van A tot J? [ ]

Kies nu met elkaar de koördinaten van de punten
K(,), L(,), M(,) en N(,).
Teken deze punten op het rooster van bladzijde 2.

De weg-afstand van K tot L is [ ]

De weg-afstand van K tot M is [ ]

De weg-afstand van K tot N is [ ]

De weg-afstand van L tot M is [ ]

De weg-afstand van L tot N is [ ]

De weg-afstand van M tot N is [ ]

Probeer nu eens zonder de punten te tekenen de weg-afstand te vinden van (1,2) tot (8,5) [ ]

Teken de punten en controleer je antwoord.

Nu iets moeilijks.
De punten (5,20) en (17,100) kun je niet tekenen op de plattegrond.

Je kunt wel de weg-afstand ertussen uitrekenen [ ]

fig. 22c

de aardrijkskunde geschieden. Plaatsbepaling op aarde, waarvan de wenselijkheid in diverse echte problemen naar voren komt, levert de mogelijke instap.
Men kan zich ook beperken tot de wiskunde: in dat geval kan men eveneens aan het tiende doorkijkspiegelpunt tegemoet komen.
Een voorbeeld van uitwerking treft men aan in de werkbladen van D.J. Karman en P.Chr. Scholten: *'Wees Wijs met Wiskunde'.*[1])
Het achtste werkblad in de serie koördinaten (fig. 22) betreft het onderwerp 'Schooltuintjes'. Hoewel met deze titel de indruk wordt gewekt dat de kinderen hun tot nu toe verworven begrip van koördinaten, dat betrekking heeft op het plaats-bepalen van vlakjes (hokjes) op een kaart, zullen konsolideren, stapt men er hier juist vanaf.
Punten op het rooster krijgen nu een getallenpaar toegevoegd. Het aloude Stadsplan is weer in zijn oervorm terug, je hebt een rooster en daartussen bestaat niets.
De 'kortste' afstand tussen herman en judith kan op verschillende manieren gelopen worden. (fig. 22b)
Op een aantal daarvan wordt niet ingegaan. Het gaat er hier om dat de koördinaten gaan funktioneren bij het vaststellen van 'de kortste afstand'.

Op de volgende bladzijde (fig. 22c) wordt, na enige informatie en oefening, het zware probleem gesteld:
'Probeer nu eens zonder de punten te tekenen de weg-afstand te vinden van (1,2) tot (8,5).'
Hoewel het ons voorkomt dat deze 'stap in het duister' voor de kinderen velerlei toelichting behoeft (vooral in de zin van de punten 2, 3 en 4) kan nu de kennis van koördinaten en de metode van het afstand-bepalen operationeel worden ingezet. De nieuwe probleemsituatie is toepassingsgebied geworden van zojuist opgedane kennis.

Bij uw eerste didaktische opgave, liepen we reeds op de problematiek vooruit. In het stuk onderwijs rond 'Wees Wijs met Wiskunde' *komt ze nogmaals naar voren:*
het is van belang dat binnen modern wiskunde-onderwijs geleerde zaken eerder toegepast *dan louter geoefend worden.*

Een didaktisch probleem
In de volgende figuur (23) ziet men eveneens de afbeelding van een werkblad. Het wordt gebruikt in klas 1, waar de kinderen gedurende (de eerste) zes weken oriënterend zijn bezig geweest met betrekking tot de wiskunde.

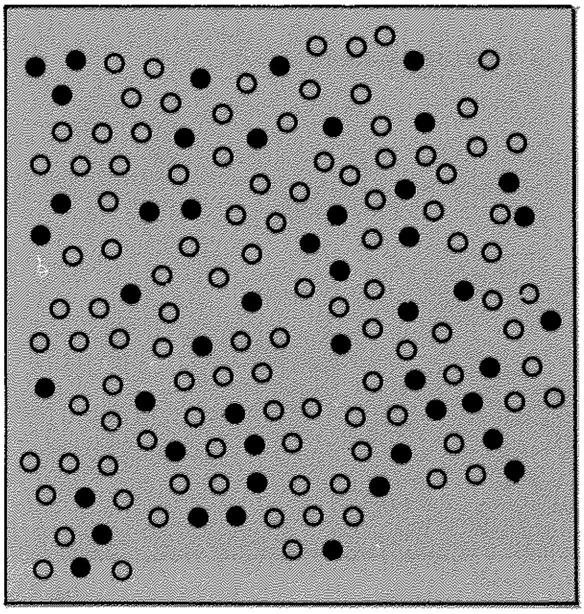


fig. 23

Uw probleem:
- ▶ hoe zou u het onderwijs met dit werkblad voorbereiden als het er om ging de verkregen vaardigheden met betrekking tot het tellen en struktureren (van kleine hoeveelheden) toe te passen en om deze zaken in het perspektief van 't volgende wiskunde-onderwijs uit te breiden naar het tellen van grote en chaotisch gerangschikte hoeveelheden?

* * *

[1]) Uitgave Kok, kampen.

13 KREATIEVE AANPAK

In klas 6
De klas is verdeeld in groepjes van twee, drie of vier leerlingen. We volgen de aktiviteiten van een van de tweetallen.


111 **De eerste speler wint**

Leg de twaalf rondjes op tafel, op de volgende manier:
1e rij: ○ ○ ○
2e rij: ○ ○ ○ ○
3e rij: ○ ○ ○ ○ ○

Pak om beurten 1 of meer rondjes weg.
Wie niets meer kan pakken als hij aan de beurt is, heeft verloren.

Spelregels:
Als je aan de beurt bent, ga je eerst een rij kiezen.
Alleen uit de gekozen rij mag je net zoveel rondjes wegpakken als je wilt.
Dus 1 of 2 of 3 of meer.

Speel het spelletje zeker tien keer.
Praat er dan samen over.
Jullie moeten bij het spelen om de beurt beginnen.
Als je goed speelt en je bent degene die mag beginnen, dan win je altijd.

Vertel er eens wat van.
Leuk spel?
Moeilijk?
Wat hebben jullie gevonden?
En nu opruimen, anders verliezen jullie het allebei van mij.

klas: 1 2 3 4 5 6
groep: 1 2 3 allen

je hebt nodig:
12 rondjes

fig. 24

Ze zijn bezig met 'n opdracht uit de verzameling *'Klaar? Ga maar spelen'.*[1])
Het spelen met de konkrete fiches behoort reeds tot het verleden.
Ze hebben zich daar dan ook minstens een half uur mee bezig gehouden. Nu spelen ze verder, maar op een ander nivo.
Op de kaart staat dat de eerste speler altijd moet kunnen winnen. Soms kwam dat wel uit, maar niet aldoor. Hoe zit dat?
Op ruitjespapier beschrijven ze het spel met de fiches. Dat blijkt sneller te gaan en je ziet ook beter wat er gebeurt:

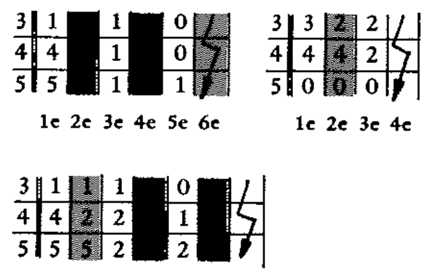


fig. 25

Het laatste spelletje nodigt uit tot een analise. Waar heeft 'rood' een foute zet gedaan?
Ze denken dat er twee tussen-streefstanden zijn, die tot winst voeren: 'drie enen' of 'één nul'. Redeneringen als deze worden met veel overtuigingskracht (o.a. gemeten in decibels) gehouden:

3	3
4	4
5	0

zet 1

Speler 2:

'Als ik maak , dan zet hij $\begin{smallmatrix}1\\0\\0\end{smallmatrix}$ en ben ik verloren. En dat is ook zo voor .

Het is ook niet juist op te zetten , want dan zet hij ook $\begin{smallmatrix}0\\1\\0\end{smallmatrix}$. Dus zet ik .'

Speler 1 heeft de eindstand $\begin{smallmatrix}1\\0\\0\end{smallmatrix}$ voor ogen, geeft het antwoord $\begin{smallmatrix}2\\2\\0\end{smallmatrix}$ en zegt: 'je hebt verloren! ...'

Met deze strategie lukt het. Nummer 2 krijgt geen kans meer.
De vraag, of het aan zwak spel van nummer 2 of aan de juistheid van de spelstrategie ligt, wordt door de kinderen niet gesteld. Het idee van 'de drie enen' roept ook nog twijfels op. De onderwijzer behandelt de som echter niet en stuurt het groepje, met al deze twijfels naar huis ....

Degene, die gewend is te denken in leerstof als het om wiskunde-onderwijs gaat, staat nu met

[1]) Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, pagina 741.

zijn handen in het haar. Wat hebben de kinderen hiervan geleerd? En de som is nog niet eens tot een uitputtende, volledige oplossing gebracht!
Wij zijn toch van mening dat hier de mogelijkheden van belangrijke wiskundige aktiviteiten duidelijk aanwezig zijn. Het redeneren (in indirekte zin, hetgeen zo vaak voorkomt in moeilijke gevallen), het doorzichtiger maken met behulp van een eigen simbolentaaltje en het samenwerken met een mede-leerling voor het vinden van een strategie, zijn hiervoor als zeer waardevol naar voren gekomen.
De '111^{de} *opdracht' illustreert bovendien uitstekend datgene wat we hier willen formuleren. Het materiaal moet een* fleksibel gebruik *door de leerling mogelijk maken. Door deze vrijheid van werken krijgt een mogelijk kreatieve aanpak optimaal de kans, wellicht wordt de kreativiteit er zelfs door gestimuleerd.*

Het is goed om zich bewust te zijn van het feit dat wiskunde-onderwijs, waarin een kreatieve aanpak door de leerlingen gestimuleerd wordt, juist in hoge mate een doordenking vooraf en een begeleiding ondertussen vereist.
In principe moeten de voor een klas beschikbare opdrachten door de leerkracht door en door gekend en bekend zijn. Vaak is het kind in een bepaalde onderwijsleersituatie 'net rijp' er voor.
Bij het aanschaffen van pakketten opdrachten zou men deze overwegingen moeten laten gelden.

Om enige oefening hierin te verkrijgen volgt weer een *matematisch-didaktische probleemstelling:*
De minister heeft, in verband met de benzineschaarste, gevraagd of de nederlandse automobilisten niet harder dan 100 km/u willen rijden.
Gisteren werd in het journaal verteld dat wel 90% zich aan die 100 km/u houdt.
Hoe kun je dat nu weten?

U besluit dit met uw zesde klas te gaan onderzoeken. Begrippen als snelheid, tijd, afstand, gemiddelde komen aan de orde.
Maar ook de idee van het steekproeftrekken komt naar voren.
▶ Welke van de hier besproken werkkaarten acht u nu geschikt om dat laatste idee een betere vulling te geven?

* * *

14 GEVARIEERDE LEERAKTIVITEITEN

15 FLEKSIBEL GEBRUIK

In klas 2
Onze tweede klas doet mee aan het projekt *'Tel voor twee'*, door Piet Scholten en Willem Gerritsen voor de nederlandse onderwijstelevisie ontwikkeld.
Een van de vier blokken, waaruit het programma bestaat, gaat over het begrip tijd. Via de t.v.-uitzending zullen de kinderen gemotiveerd worden om over tijdstippen en tijdsduren te gaan nadenken.
In de werkbladen wordt daar dan op teruggekomen. Piet Scholten wijst er in zijn begeleiding op dat het pakket (t.v.-lessen, leerlingenblok en onderwijzersbegeleiding) door de leerkracht fleksibel gehanteerd kan en mag worden. Liefst wèl, zou hij zeggen.

Bij de voorbereiding van dit projekt wil juf daar graag rekening mee houden. Ze betrekt de suggestie van een fleksibel gebruik onder andere op het organiseren van de leeraktiviteiten èn op de inhoudelijke kant van de zaak. In verband met het laatste overdenkt ze werkblad 30. (fig. 26)

Ze overweegt de kennis van de kalender, opgedaan in de a en b opdrachten in een rijkere kontekst te laten toepassen. Opdracht c inspireert haar dan tot de volgende aanpak. Ze gaat een weddenschap met de klas aan.
'Ik weet dat er in onze klas twee kinderen in dezelfde maand jarig zijn! Maar ik denk dat, als we jullie vaders nemen, er óók twee in dezelfde maand jarig zijn! Wie weet wanneer zijn vader precies jarig is? Niet allemaal? Dan gaan we dat eerst maar eens thuis vragen!
Weet je wat? Ik denk dat er ook twee

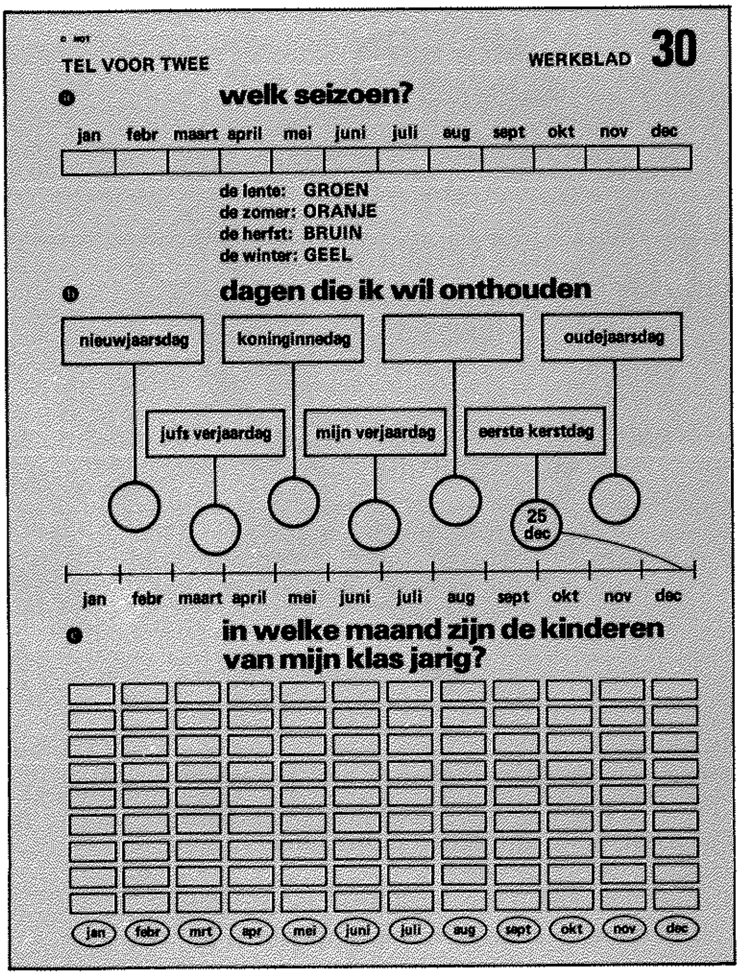


fig. 26

moeders in dezelfde maand jarig zijn! En het zou best eens kunnen dat, als we alle verjaardagen van jullie vaders èn moeders hebben, er twee op dezélfde dag jarig zijn. Wie denkt dat dat ook zo is? Zou dat erg toevallig zijn? Ik weet het haast wel zeker. We moeten het maar eens onderzoeken ....'

Nu gaan de kinderen thuis navragen en met deze gegevens wordt in de klas verder gewerkt. De maanden, weken en dagen (data) worden funktioneel gebruikt bij het kontroleren van de boute uitspraak van de juf.
Zou ze haar weddenschap verliezen met de klas? ....

Mogelijkheden voor gevarieerde leeraktiviteiten èn gelegenheid tot fleksibel, kreatief gebruik door de leerkracht, dat zijn eisen die men aan dit soort materialen moet stellen.

Tot zover de 15-doorkijk(be)spiegelingen.
We hebben op deze spesiale manier naar modern wiskunde-onderwijs gekeken.
Degene, die ook door de spiegel wil kijken, moet dat aktief produserend (en niet passief konsumerend) doen. Zijn kijk op modern wiskunde-onderwijs kan daarbij wellicht verscherpt worden.

We besluiten deze paragraaf met het laatste werkblad uit de 'green' serie van Nuffield. (fig. 27)
We willen hiermee niet aangeven dat deze kaart het toppunt van fleksibel en kreatief gebruik weerspiegelt. Waarschijnlijk was de kreativiteit van de auteurs op dat moment zelfs uitgeput.
We willen ermee aangeven dat de lezer, potentieel gebruiker van 'verlevendigingsmateriaal', er met de gegeven kriteria nog niet is.
Zelfs het evalueren van beschikbare pakketten vereist een hoge mate van eigen inbreng. De uiteindelijke beslissing zal dan ook grotendeels een subjektieve blijken te zijn.

* * *

3 SAMENVATTING

We namen een doorkijkspiegel om beschikbare onderwijsleerpakketjes matematischdidaktisch te verkennen.
Men ziet daardoor deels het materiaal, deels zichzelf. Het is een kombinatie van beide aspekten, die tot een subjektief oordeel kan voeren.
De spiegel is nog maar op vijftien verschillende manieren geplaatst. Het leidde tot evenveel be-spiegelingen, die aktieve lezers hopelijk van nut kunnen zijn bij hun pogingen om materialen konstruktief te analiseren.

We kunnen ze aldus kort karakteriseren:

(1) *instapprobleem*
Het onderwijs vindt zijn uitgangspunt in een voor het kind inleefbare situatie, waarin het een probleem ontmoet, dat het tot zijn eigen probleem kan maken.

(2) *probleem-georiënteerd*
Het leerproces wordt in werking gehouden via een didaktisch doordachte rij van problemen en bijbehorende aanwijzingen.

(3) *materiaalfaktoren*
De hierboven genoemde doordenking is herkenbaar in het ontworpen materiaal voor de leerlingen.

(4) *nivo's*
Het moet voor de leerlingen mogelijk zijn op diverse nivo's aan de oplossing te beginnen (instapnivo's) en tot een oplossing te geraken.

(5) *bewustmaking*
Er bestaat de mogelijkheid voor de leerlingen om zich de voortgang van hun eigen leren op bepaalde momenten bewust te maken.

(6) *kommunikatie*
Het materiaal geeft aanleiding tot een gesprek tussen

de leerlingen onderling en tussen leerlingen en onderwijzer met betrekking tot de inhoud van het leren.

(7) *rijke kontekst*
De problematiek wordt aangeboden in een kontekst, waarin de leerling veel aangrijpingspunten herkent en die nadien dikwijls binnen zijn bereik zal komen.

(8) *toepassingsbereik*
De wiskundige aktiviteiten zijn zodanig gekozen, dat het geleerde zo ruim mogelijk toepasbaar is.

(9) *fundamenteel*
De kinderen worden door het materiaal in de gelegenheid gesteld aktief te zijn met betrekking tot fundamenteel wiskundige zaken.

(10) *niet-geïsoleerd*
Het onderwerp, waarop de wiskundige aktiviteiten van de kinderen zich richten neemt binnen het wiskunde-leren niet een geïsoleerde plaats in.

(11) *oriëntatie*
Ten aanzien van elke problematiek worden de kinderen in de gelegenheid gesteld zich te oriënteren. Dit betreft vooral de wiskundig inhoudelijke kant hiervan.

(12) *toepassen in plaats van oefenen*
Het oefenen van geleerde inzichten en vaardigheden dient te geschieden in daarvoor geschikte toepassingsgebieden.

(13) *kreatieve aanpak*
Het materiaal laat een fleksibel gebruik door leerlingen (instap) en onderwijzer (organisatie) toe. De kreativiteit van de leerling dient gestimuleerd te kunnen worden.

(14) *gevarieerde leeraktiviteiten*
Het materiaal nodigt de leerkracht uit tot het organiseren van vele leeraktiviteiten.

(15) *fleksibel gebruik*
De leerkracht wordt in de gelegenheid gesteld het materiaal, naar inhoud en werkvorm, fleksibel te gebruiken.

Konstruktief analiseren, wij zeiden het hiervoor reeds, is een aktieve bezigheid. We hopen dat uit het bovenstaande mag blijken dat we dit niet louter als een zaak van denkwerk aan het buro zien.
De beschikbare materialen kunnen alleen naar waarde worden geschat als de beoordelaar voldoende bereid en bekwaam is om deze taak als een zeer kreatieve bezigheid op te vatten.

Voor degene, die de stap wil wagen (we hopen dat 't er velen zullen zijn), nog een paar mogelijke startpunten.
In de eerste plaats moet het pakket voldoende aangrijpingspunten hebben om een konstruktieve analise mogelijk te maken. De vraag die

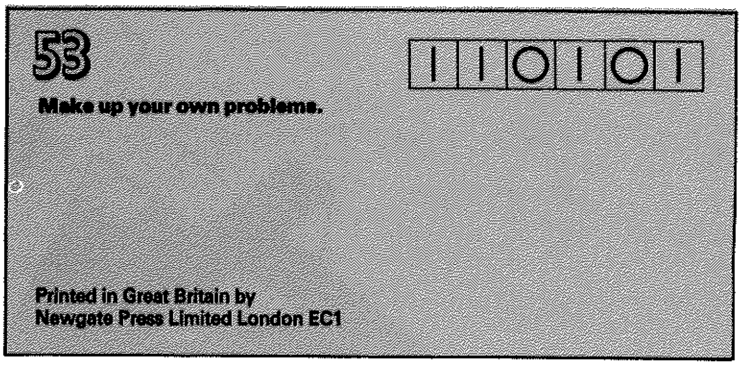
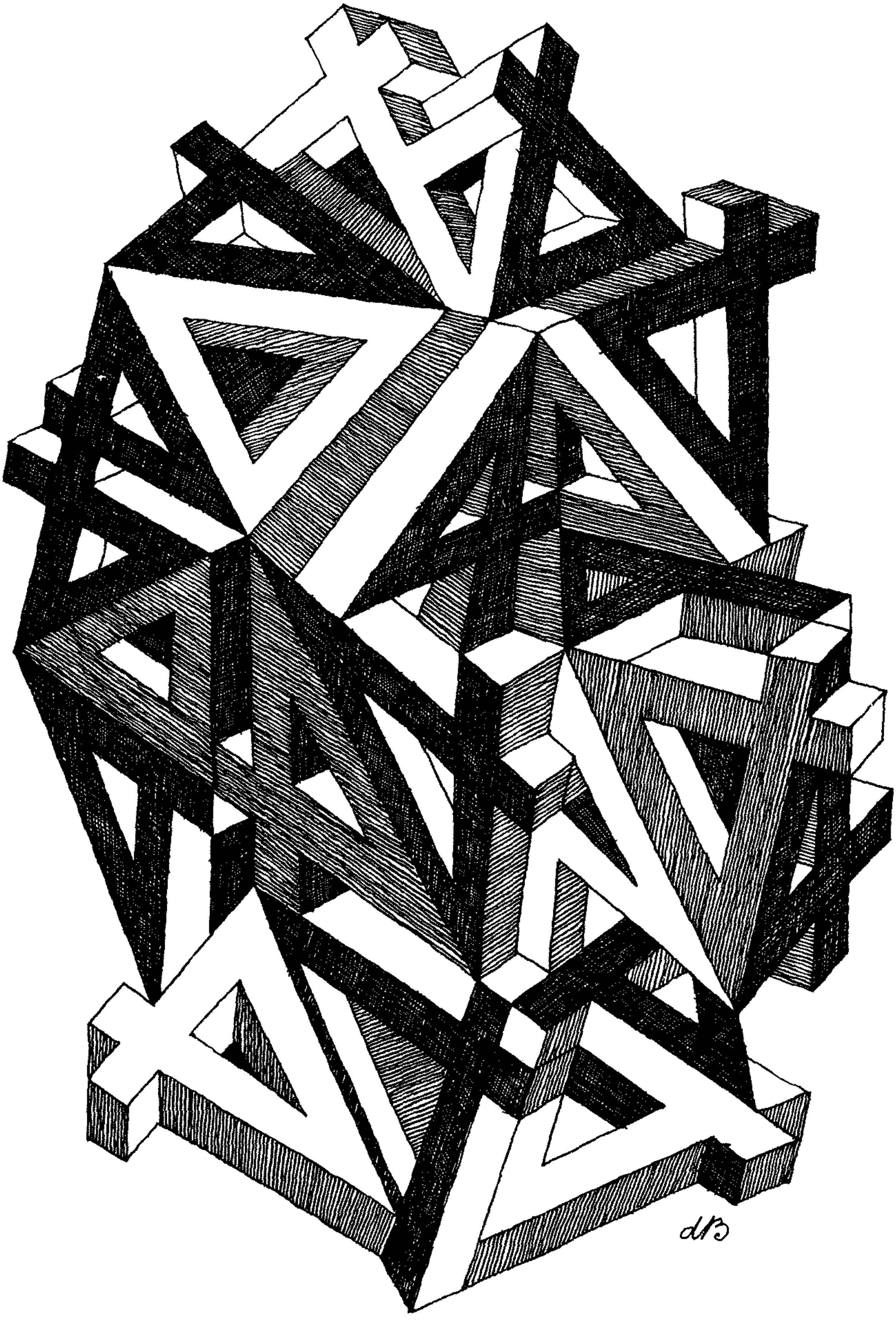


fig. 27

men zich dus zou kunnen stellen is de vraag van de *herkenbaarheid.* (Welke van de genoemde kriteria herken ik globaal in het pakket?)
Is deze vraag bevredigend beantwoord, dan komen zeer praktische vragen naar voren:
- zie ik in mijn huidige rekenonderwijs aangrijpingspunten voor dit materiaal *(inpasbaarheid)* ?
- in welke mate moet ik zelf nog kreatief-konstruktief bijdragen *(kreatieve aanvulling)* ?
- ben ik voldoende op de hoogte van de wiskundige achtergronden *(heroriëntering)* ?
- zijn er didaktische aanwijzingen waaruit blijkt dat er sprake is van in de onderwijsleersituatie geëvalueerd materiaal *(didaktiek)* ?
- in hoeverre wordt er van andere hulpmiddelen gebruik gemaakt*(aanvulling van materiaal)* ?
- welke organisatorische konsekwenties heeft de ingebruikneming van dit materiaal *(organisatie)* ?
- zijn er aanduidingen voor instap- en verwerkingsnivo *(nivo-aanduiding)* ?
- zijn er aanwijzingen voor het evalueren van het leren aan het materiaal *(evaluatie)* ?

We zeiden het reeds: de beslissing met betrekking tot de aanschaf heeft een subjektief karakter. De plussen en minnen van de konsumentenbond zult u zelf moeten zetten. De daarvoor geschikte meetapparatuur kunt u slechts vinden in uw eigen klaslokaal, voornamelijk binnen de schooltijden.
Met deze en de vorige paragrafen hebben we een poging gewaagd om u te helpen het een en ander te rationaliseren.

Voor een *didaktische opgave* is hier nog slechts plaats als het een pragmatische is.
Welnu:
- ▶ vraag inzage in een van de genoemde pakketten en tracht er in bovenstaande zin 'greep op te krijgen'; teamwork is hierbij om diverse redenen zeer aan te bevelen!



 kompositie in vier

relatie-problemen

'... de jongens bedachten, toen ze erg moe waren geworden, een rustiger spelletje', zo vertelt juf.
'Ze bouwden elk een toren van de blokken uit één doos.'
'Ik zie het al. Ik heb gewonnen. Mijn toren is veel hoger, *riep karel.'*
'En wat denk je dat piet zei?', vraagt de juf aan de klas.

. . . .

'Ik haal nog een doos blokken', roept een leerling.
'Nee, ik denk dat piet zal zeggen: wie de kortste *toren heeft, heeft gewonnen.'*

JAN VAN DEN BRINK

Eerste-klassers kunnen een situatie op verschillende manieren onder woorden brengen:

(1) 'de toren van karel is *groter* dan die van piet'
of
(2) 'de toren van piet is *kleiner* dan die van karel'.

Beide zinnen hebben betrekking op slechts één situatie! Als deze 'sprekend' genoeg is voor de kinderen, als ze hem herkennen, is het 'onder woorden brengen' op talloze manieren mogelijk.
Ofschoon er blijkbaar geen problemen ontstaan, zijn er toch een aantal punten waarop wij, als onderwijzenden, attent moeten zijn.

* Misschien is het juist nodig dat we aan één situatie precies één beschrijving moeten toekennen.
  Je kunt als onderwijzer zoveel belang aan de *leesrichting* hechten, dat de situatie van figuur 1 uitsluitend met zin (1) beschreven mag worden en de situatie van figuur 2 met zin (2).

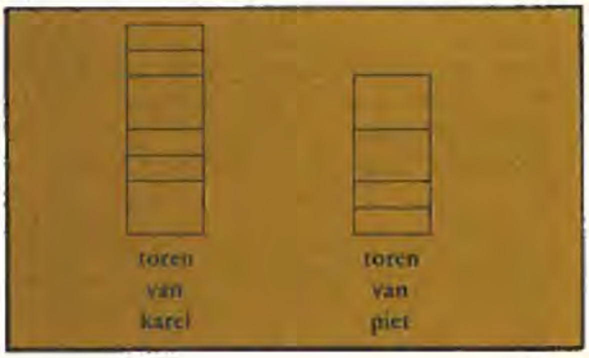


fig. 1

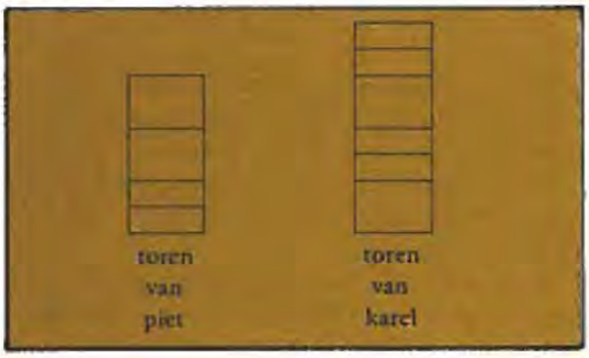


fig. 2

Een dergelijk standpunt klinkt ook door in de definiërende afspraak 'alles wat rechts staat, is groter, net als op de *getallenlijn*'.
Deze formele overwegingen spelen vooral bij het *noteren* met behulp van de tekens > en < een rol.

* Bij het 'onder woorden brengen' – zonder notatie – komen dergelijke overwegingen echter nauwelijks ter sprake.
  Van linksaf of van rechtsaf lezend – het

maakt plotseling geen verschil meer – wordt de situatie op verschillende manieren met woorden beschreven.

* Toch is dit niet zo vanzelfsprekend. Laten we met het *is-gelijk-teken* proberen uit te leggen wat bedoeld wordt.
  Deze relatie is symmetrisch (als a = b dan geldt b = a), in tegenstelling tot de relatie *'is groter dan'*.
  Bij het *is-gelijk-teken* is daarom de behoefte om een onderscheid te maken tussen het 'van linksaf' en het 'van rechtsaf' lezen nog minder aanwezig – overigens ten onrechte.
  De opgaven '9 = 7 + ..' en '7 + .. = 9' eisen bijvoorbeeld verschillende denkaktiviteiten van de kinderen.

* De eerste opgave vraagt om *splitsing* van 9, de tweede om *aanvulling* tot 9.

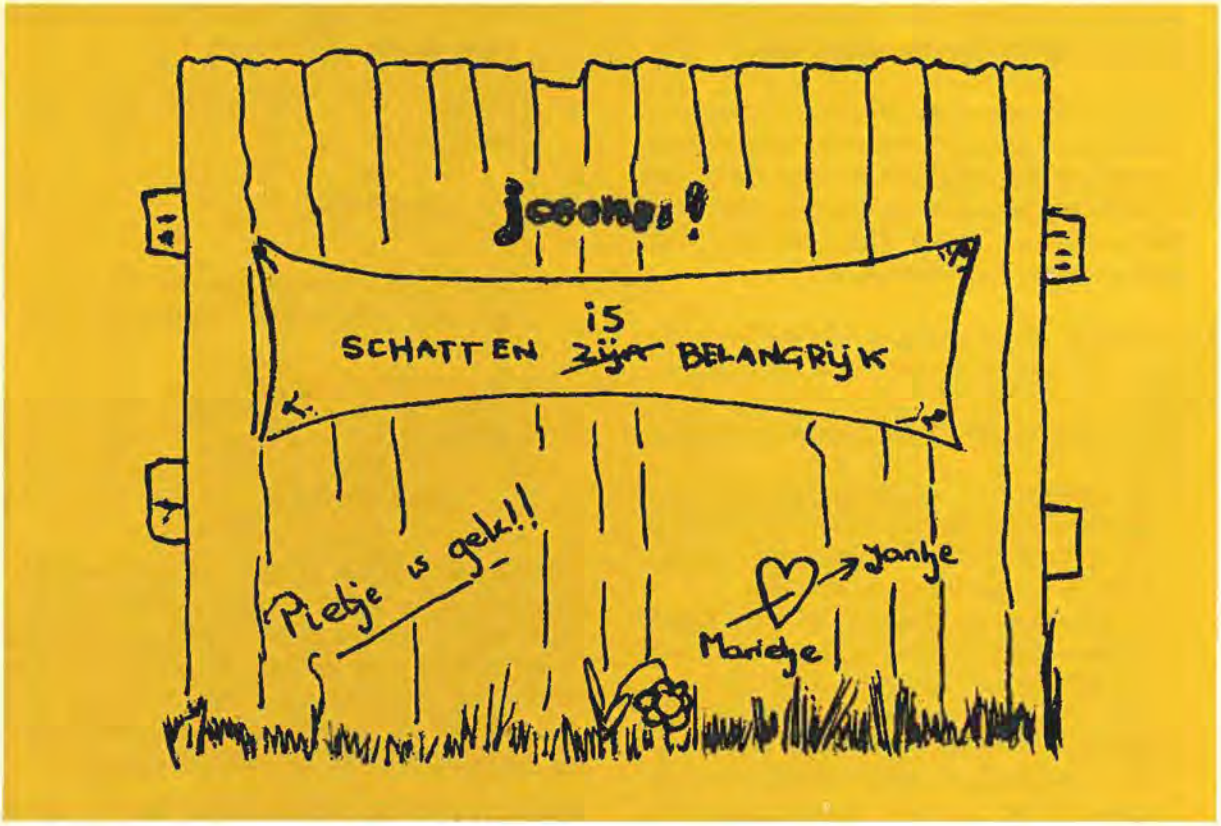
* De kinderen hanteren verschillende *denkschema's:* voor de eerste opgave bijvoorbeeld de 'dubbeldekker' ('7 mensen boven en 2 beneden in de bus'), voor de tweede opgave een busrit ('7 mensen in de bus vóór de halte, 9 mensen in de bus nà de halte').

* Opgave '9 = 7 + ..' wordt door de onderwijzeres in een aktieve zin onder woorden gebracht, waarbij op het 'teruglezen' een beroep wordt gedaan ('..., want zeven en twee is negen'); de tweede opgave wordt vaak met een passieve zin ingeleid: 'waarmee moet 7 vermeerderd worden?'

Naast de leesrichting en het hanteren van verschillende denkschema's moeten de leerlingen ook het probleem in aktieve of passieve zinnen verwoorden of kunnen vatten. ('t Is bekend dat eerste-klassers moeilijk passieve zinnen vormen.)
Het is mogelijk dat er matematisch geen verschil is tussen a = b en b = a, psycho-matematisch beschouwd zijn ze er wel degelijk.

skriptoteek

HUUB JANSEN



Hierboven de tekening op het voorblad van een skriptie van Ineke Bos en Mieke van der Veen uit utrecht (Chr. PA 'Rehoboth').
Schatten van afstanden en uitkomsten is het onderwerp van dit werkstuk, dat wij — na doorlezing — willen kwalifiseren als een van de besten, die ons ooit onder ogen kwam. We gaan proberen kort aan te geven waaruit de inhoud bestaat en waarop onze waardering berust.
In de inleiding formuleren de schrijfsters waarom dit onderwerp werd gekozen: schatten was voor hen een nog onbekend gebied, waarvan zowel in rekenmetoden als in het onderwijs op de oefenscholen weinig te vinden was. Kortom: een verwaarloosd en onontgonnen terrein.

Begonnen werd met een eerste verkenning:
- wat is de essentie van schatten en afronden?
- in welke onderdelen van het rekenen speelt het een rol?
- wanneer èn hoe komt een kind ermee in aanraking?
- hoe leert een kind schatten en welke rol spelen eigen lichamelijke 'grootheden'?
- welke onderscheidingen zijn binnen het gebied van schatten en afronden aan te geven?
- welke psychologische faktoren spelen een rol?
- wat zijn de wiskundige aspekten: schatten, afronden, benaderen, tolerantie, absolute en relatieve fout?

Uit deze analise volgen de onderwijskundige implikaties voor de overige delen van het werkstuk.
Wij vermelden een aantal opmerkingen uit de inleiding:

'De kinderen moeten een mentaliteit ontwikkelen, waarin een schattende benadering vanzelfsprekend is.'

. . . .

'Zoals het hoofdrekenen van de eerste tot en met de zesde klas beoefend wordt, dienen we ook het schatten in z'n algemeenheid de hele basisschool door te doen.'

. . . .

'Als je schat maak je namelijk gebruik van een bepaalde maat; deze hanteer je in gedachten. De maat vergelijk je met jezelf. Bijvoorbeeld: een meter is het stuk van m'n heup tot aan de grond. Dat kun je doen als je volgroeid bent. Voor kinderen is een meter veel groter, bijvoorbeeld van de oksel tot aan de grond. Mèt dat het kind groeit, wordt de meter kleiner voor z'n gevoel. Zo is het voor een kind dus moeilijk om zuiver te leren schatten.'

. . . .

'Schattend een antwoord benaderen houdt in, dat je het antwoord wel precies wilt of kunt uitrekenen, maar dat daar op dit moment geen behoefte aan is. Afronden daarentegen is een precies uitgerekend antwoord (dat vaak een 'lastig' antwoord is) makkelijker hanteerbaar maken.'

....

'Verder is het ook zo dat het kunnen schatten van antwoorden, afstanden, gewichten, oppervlakten, inhouden en tijd een gave is. De een heeft de gave in meerdere of mindere mate dan de ander. Maar met de gave (of aanleg) alleen kom je er niet! Deze moet ook ontwikkeld worden.'

....

De inleiding wordt besloten met aan te geven, waarom de schrijfsters schatten zo belangrijk vinden:

'Wij vinden schatten in het algemeen belangrijk omdat:

- de basisschool de grondslag legt voor verder studeren; als je dan al geleerd hebt om kritisch ten opzichte van je eigen antwoorden te staan, is dat alleen maar prettig bij de studie;
- de basisschool eindonderwijs geeft wat betreft rekenen; leren de kinderen op de basisschool niet schatten, dan leren ze het nooit;
- schatten zo'n groot praktisch nut heeft; veel huisvrouwen schatten het bedrag dat ze voor hun boodschappen nodig hebben; hoe vaak komt het niet voor dat je een aanduiding als 'na honderd meter' tegenkomt; schatten van inhouden is belangrijk bij koken; schatten van tijd bij werkverdeling. En de lezer kan zelf vast ook nog voorbeelden bedenken, waaruit blijkt dat er in het dagelijks leven veel geschat wordt.'

Een volgend hoofdstuk bestaat uit de uitslag van een enquête, die gehouden werd onder honderd (!) volwassenen, onderverdeeld naar leeftijd: < 25, 25 tot 45, 45 tot 65, 65⁺.
De volgende vragen werden gesteld:

'1 Welke rekenmetode werd er bij u op school gebruikt? (Dit wist bijna niemand meer.)

2 Hebt u veel gemeten op de lagere school?

leeftijd:		-25	25-45	45-65	65⁺
antwoord:	ja	3	2	1	1
	nee	15	20	10	6
	soms	13	13	12	4

3 Hebt u op de lagere school afstanden leren schatten?

leeftijd:		-25	25-45	45-65	65⁺
antwoord:	ja	8	12	3	3
	nee	23	23	20	8

4 Hebt u op de lagere school geleerd uitkomsten van sommen te schatten?

leeftijd		-25	25-45	45-65	65⁺
antwoord:	ja	13	15	3	5
	nee	18	20	20	6

5 Vindt u het belangrijk dat een kind op de lagere school afstanden leert schatten?

leeftijd:		-25	25-45	45-65	65⁺
antwoord:	ja	28	30	20	7
	nee	2	1	3	2
	geen mening	1	4	0	2

6 Vindt u het belangrijk dat een kind op de basisschool uitkomsten van sommen leert schatten?

leeftijd:		-25	25-45	45-65	65⁺
antwoord:	ja	28	30	17	7
	nee	2	4	5	2
	geen mening	1	1	1	2'

Konklusies hebben zij niet uit deze enquête kunnen (of durven) trekken, ofschoon het opvallend is dat bijvoorbeeld 85 van de 100 ondervraagden het belangrijk vinden dat een kind op school afstanden leert schatten, terwijl slechts 26 van de 100 antwoordden dat zij dit op school ook zelf hebben geleerd.

Met de inmiddels verworven kennis van zaken zijn vervolgens een zevental gerenommeerde rekenmetodes op het aspekt van schatten en afronden grondig geanaliseerd. Hun konklusie over één van deze metodes geldt min of meer ook voor de andere:

'De schrijvers van deze metode zijn wel niet helemaal vergeten, dat er nog zoiets als schatten bestaat, maar wel vergaten ze het de kinderen aan te leren.'

Vervolgens werd onderzocht hoe het gesteld was met schatten en afronden op de eigen hospiteerschool.
Uit elke klas werden zes kinderen (drie meisjes en drie jongens) genomen, die een groot aantal gevarieerde voorwerpen moesten schatten met betrekking tot lengte, breedte, afstand, oppervlakte, inhoud, gewicht, enzovoort.
De konklusies na analise van de verkregen resultaten:

'Over het algemeen konden de jongens dus iets beter schatten dan de meisjes. Vooral het zoontje van de timmerman kon afstanden beter schatten dan zijn klasgenoten.
De lengtematen werden door veel kinderen foutief gebruikt. Zo werd de hal, die 14 meter is, geschat tussen 150 km en 20 cm. Alleen de dm bleek beter te funktioneren: een vulpen van 12,5 cm werd door zeker 80% van de kinderen op één dm geschat.
De zesde klas vormde een gunstige uitzondering. De kinderen uit deze klas gebruikten de juiste

> maateenheden, zodat al te gekke fouten niet voorkwamen.'

Ook werd nagegaan op welke wijze schatten en afronden naar voren (kunnen) komen bij allerlei rekenproblemen in de verschillende leerjaren.
Een opmerking uit het werkstuk:

> 'Het schatten is, zoals we al eerder zeiden, een onderdeel van het hoofdrekenen en door het schatten worden de leerlingen gestimuleerd zoveel mogelijk opgaven uit het hoofd op te lossen. Bovendien wordt door het schatten het inzicht in de struktuur van de getalrelaties vergroot.'

Hierna werden lessen en opdrachten voor *alle* klassen van de hospiteerschool ontworpen, gegeven en de resultaten bekeken.
De ruimte voor deze rubriek schiet jammer genoeg tekort om de veelheid èn de gevarieerdheid van de opdrachten te laten zien. Opvallend is de nauwkeurigheid waarmee het omgaan van kinderen met de problemen is geobserveerd.
Duidelijk worden de verschillen gekonstateerd èn weergegeven. Bovendien geven de schrijfsters blijk zich kritisch te durven opstellen.
Een voorbeeld bij het schatten van oppervlakten:

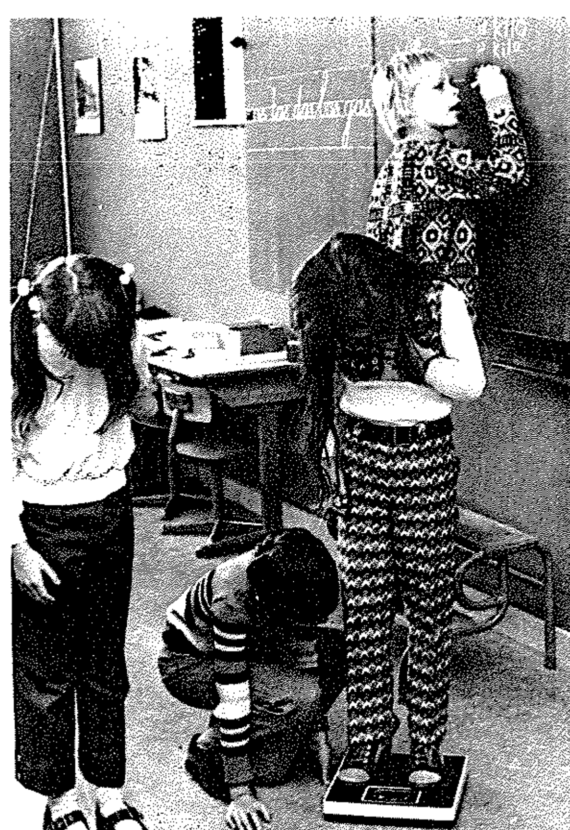
> 'Schatten van oppervlakten in de zin van schatten naar aanleiding van geraamde lengten en breedten hebben we niet kunnen vinden in de door ons geraadpleegde literatuur. Wel vonden we het benaderen van oppervlakten door het oppervlak af te meten op ruitjespapier en zo een boven- en ondergrens te stellen in 'Ralph de zeerover'.
> Het schatten dat wij willen beoefenen is sterk gericht op het dagelijks leven: het schatten van een lengte, een omtrek, een uitkomst ten behoeve van een weg wijzen, een boodschap doen, en dergelijke. Onzes inziens is bovengenoemde manier van oppervlakten schatten met behulp van ruitjespapier te omslachtig in het dagelijks leven. Oefeningen in het schattend vergelijken van oppervlakten lijkt ons zinvoller. (Overigens is het werken met ruitjespapier wel zinvol om een oppervlakte te berekenen.)'

Wij zeiden het reeds: een uitstekend werkstuk, waarin een goede analise vooraf en bovendien veel praktische informatie over het gekozen onderwerp te vinden is.
We willen slechts één enkele kritische kanttekening maken.
Het enquêteren van 100 mensen over hun eigen schoolervaringen en hun gedachten over het rekenonderwijs heeft waarschijnlijk veel tijd en energie gekost, maar het effekt lijkt ons niet zo groot. Zinvoller was het geweest om na te gaan in hoeverre mensen in hun leef- en werkomstandigheden het schatten en afronden toepassen. Te denken valt daarbij aan: een winkelende huisvrouw, een timmerman, een taksateur van huizen, een opkoper, enzovoort.
Wellicht een suggestie voor volgende studenten.

Tenslotte dit. Het is niet alleen een doordacht stuk werk over een onderwerp waarover weinig is gedacht en geschreven, maar het doet ook simpatiek aan. Niet alleen is de omvang beperkt (47 bladzijden) en de uitvoering sober, de makers weten voortdurend hun eigen werk op gunstige wijze te relativeren.
Ter illustratie daarvan nog een zinsnede uit de inleiding:

> 'Gezien de resultaten van de evaluatie hebben wij weinig meer bereikt dan een heleboel ekstra lawaai in de school en het feit, dat de kinderen de lengte van de hal niet meer in kilometers uitdrukken.'

Er zijn nogal wat kollega's die somber doen over het peil en de mogelijkheden van de studenten op de pedagogische akademies. Zolang echter nog werkstukken als deze gemaakt worden is, volgens ons, voor dit pessimisme geen reden.



wie is het zwaarst? *foto: Max Arler*

kleuters en wiskunde

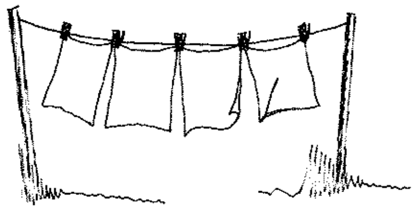
WASDAG[1])

De lakens van de poppewieg moeten nodig eens worden gewassen. Een fijn werkje voor een paar grote meisjes of jongens.
Na heerlijk flodderen zijn de lakentjes schoon en moeten ze worden gedroogd.
'Hoe doet je moeder dat?'
'In de droogtrommel.'
'Maar die hebben wij niet.'
'Mijn moeder hangt de was altijd in de tuin,' weet een ander.
'Dat zouden we natuurlijk ook kunnen doen, maar het regent een beetje.
Zouden de lakentjes dan droog worden?'

JES MELIS
HENNEKE DE LORME-BAKKER

[1]) Nevenstaande aktiviteit is geïnspireerd door werkblad 1 uit 'Wie het kleine niet eert...' (Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, nr. 2, pag. 151).

Na nog wat gebabbel wordt in het speellokaal een lijntje gespannen. Een van de kleuters mag nu de 'was' gaan ophangen. Wanneer er drie lakens hangen gaan we tellen hoeveel knijpers daarvoor nodig zijn. De kleuters tellen: voor één laken twee knijpers, dus voor drie nog eens twee en dan nog een keer twee knijpers erbij. Alle kinderen zijn het er over eens dat het zo hoort.
'En als er nu nog een lakentje bij komt?'
'Dan nog eens twee knijpers natuurlijk. Dat zijn er samen 8.'
'We hebben nu 4 lakens en 8 knijpers. Maar dat is vervelend: er breken 3 knijpers. Hoeveel hebben we er nu nog?'
Na even tellen komt het goede antwoord.
'Zouden we met de 5 knijpers die we over hebben toch die 4 lakens kunnen ophangen?'
Een van de kleuters weet het, hangt de lakentjes op met één knijper in het midden en toont heel entoesiast dat ze nog een knijper over heeft.
'Maar vinden jullie dat die lakentjes erg netjes hangen?'
'Nee, want zo komen er allemaal vouwen en kreukels in.'
Een van de andere kleuters zegt het beter te kunnen, gaat naar de lijn, haalt de lakens eraf en hangt elk laken nu met de knijper aan een punt op.
'Maar zo worden de lakens ook lelijk', vinden de anderen.
'Zouden we ze nu echt niet recht kunnen hangen met die 5 knijpers?'
Na een poos proberen, een kleuter wil de lakens dubbel ophangen, komen ze toch wel tot een goede oplossing:



Nu mogen de kleuters om de beurt een aantal doekjes op deze manier ophangen. Steeds worden de doekjes en knijpers geteld, tot een van de kleuters opmerkt dat er altijd één knijper meer is dan het aantal doekjes of lakentjes.
'Maar hoe komt het dan, dat er steeds een knijper meer moet zijn?'
Je ziet de kleuters denken tot er een met de oplossing komt:
'Nou dat ene puntje moet toch zeker ook altijd nog vastgemaakt worden.'

Later wordt dit onderwerp vastgelegd in een knip- en plakles.

Vader : Dus je weet het: tussen 12 en 24 heb je niets meer te zoeken.

Basje : Nu probeer ik 3, dat is ook een deler van 24 en bij die 3 hoort 8.

1
2
3

8
12
24

Vader : Tussen 8 en 12 liggen dus ook geen delers.

Basje : 4 is ook een deler en daar hoort 6 bij.

1
2
3
4
6
8
12
24

Vader : En tussen 6 en 8 is ook geen deler te vinden.

Basje : Nu moet ik nog kijken of 5 een deler is. Dat is niet zo, dus nu heb ik ze allemaal.

Vader : Je ziet het: als je een deler vindt dan hoort daar nog een andere deler bij. Je vond er steeds twee tegelijk.

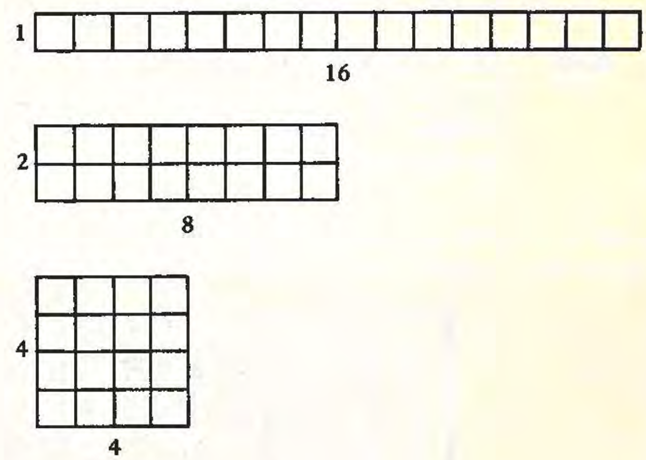
Basje : Ja, die twee delers zijn eigenlijk de breedte en de lengte van m'n rechthoek.

Vader : Juist, je vond steeds een tweetal delers tegelijk. Betekent dat nu dat het aantal delers van een getal even is?

Basje : Ja, dat moet wel; 12 heeft 6 delers en 24 heeft 8 delers; 6 en 8 zijn even aantallen. Als de delers paarsgewijs voorkomen is 't totale aantal dus even.

Vader : Teken nu eens de rechthoeken die bij het getal 16 horen.

Basje tekent:



Basje : Mag dat vierkant er ook bij?

Vader : Dat zou ik denken. 't Moet erbij! Een vierkant is een bizondere rechthoek, maar 't is een rechthoek.

Basje : Ik dacht altijd dat bij een rechthoek lengte en breedte verschillend moesten zijn.

Vader : Als je nu zegt dat lengte en breedte verschillend zijn is het juist. Als een rechthoek gelijke zijden heeft noemen we het een vierkant. We praten dan dus niet over lengte en breedte, maar over de zijde van het vierkant.

Basje : Als ik de delers van 16 opschrijf krijg ik:

1
2
4
8
16

Bij 1 hoort 16, bij 2 hoort 8, bij 4 hoort 4, maar die schrijf ik natuurlijk maar één keer op.

Vader : Hoe komt het nu dat 16 zo'n eenzame deler heeft?

Basje : Omdat je van 16 een vierkant kunt maken.

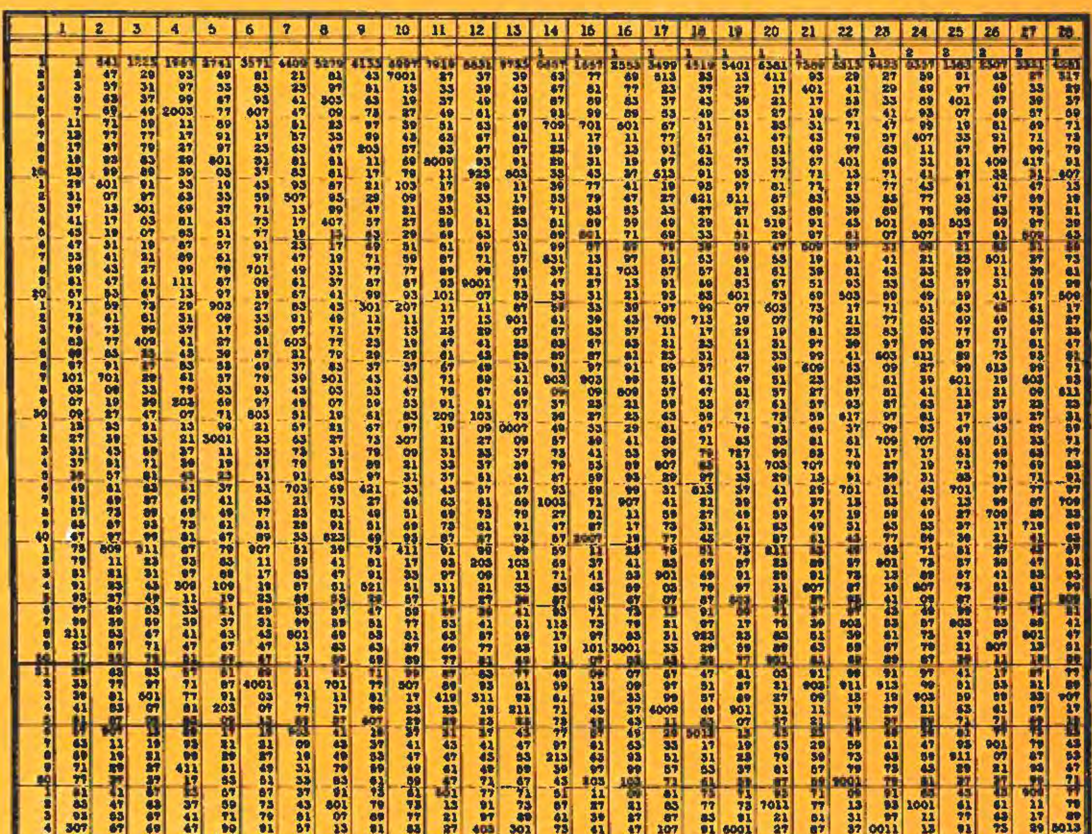
Vader : En hoe heet zo'n getal, dat je als vierkant kunt afbeelden?

Basje : Dat is een kwadraat. Kwadraten hebben dus een oneven aantal delers en getallen, die geen kwadraat zijn hebben een even aantal delers.

Vader : Zo is het! En ga nu nog eens kijken of er getallen zijn waarvan je maar één rechthoek kunt leggen. We spreken af dat 't geen vierkant mag zijn. Zulke getallen heten priemgetallen.

Basje : Ik heb er al een paar: 3, 5 en 7.

Vader : Goed zo! Zoek om te beginnen maar alle priemgetallen onder de 50. Ik hoor straks wel wat je gevonden hebt.



Een lijstje met priemgetallen, ontleend aan D.N. Lehmer (Factor Stencils, Washington 1939).

variabel blok

INHOUD

6.1 inleiding

Wanneer u de meetlat van de praktijkrelevantie (in hoeverre kan er in de school iets mee gedáán worden?) langs de variabele blokken legt, dan is deze relevantie duidelijk vaststelbaar. Geen enkel artikel wordt geschreven met het oogmerk de teorie te verrijken. Steeds gaat het om de praktijk van het onderwijs.
Of u er nu direkt (morgen) *mee aan de slag kon, in* uw klas,....?

Bij het samenstellen van de variabele blokken zijn we altijd weer uitgegaan van een soort 'rode draad' die door de diverse artikelen zou moeten lopen. Bij een dergelijke 'draad' kan het aksent op de 'inhoud' liggen (alle artikelen over 'meetkunde') of op het 'onderwijs' (bijvoorbeeld alle artikelen over 'oefenen'). Veelal werd echter geprobeerd om met een dubbele draad te werken opdat een tweezijdig leesbaar weefsel zou ontstaan. Het gaat immers om de twee-eenheid: wiskunde-onderwijs!
Of dit in iedere aflevering even goed gelukt is...?

De degelijke, geraffineerde lijn hebben we bij de opbouw van dit blok wat losgelaten. Gekozen is voor een ander type blok.
Het gemeenschappelijke in de bijdragen is dat u er *morgen* in *uw klas* iets mee *kunt doen.* De bijdragen bevatten veel werkbladen en suggesties voor aktiviteiten die snel realiseerbaar zijn en weinig of geen voorbereidende studie vragen.
Of u met het gebodene iets *wilt* doen? 'A man cannot be convinced against his will...'

Om een idee te geven in welke leerjaren van deze bijdragen gebruik kan worden gemaakt, geven we een kort overzicht:

6.2 :	Werkbladen die opgaven bevatten voor het splitsen, aanvullen en afhalen. Goed bruikbaar om in het gebied van de automatismen te opereren.	eind eerste klas, begin tweede klas
6.3 :	Een eksperiment over stuitende balletjes dwingt de leerlingen om vragen te formuleren, een proefopzet te maken, waar te nemen, gegevens te noteren, grafisch te verwerken, konklusies te trekken.	derde, vierde klas (eventueel ook hogere leerjaren)
6.4 :	Presentatie van enkele problemen waaraan de leerlingen kunnen rekenen. Wanneer de kinderen de operaties beheersen, dan zijn ze er nog niet. Wannéér moeten ze wát doen?	derde, vierde klas (eventueel ook hogere leerjaren)
6.5 :	Leerlingen die al met het stadsplan hebben gewerkt, kunnen zich in een spelsituatie verder bekwamen in het gebruik van de koordinatenaanduiding en in het omzetten van 'taal' in 'plaatje'.	derde, vierde klas (eventueel ook hogere leerjaren)
6.6 :	Vanuit een bepaalde optiek (kan van een gegeven bouwplaat een kubus worden gemaakt?) ontstaan opgaven die niet zonder ruimtelijk redeneren kunnen worden opgelost.	vijfde, zesde klas
6.7 :	Een hele serie pretentieloze doe-ideeën zonder onderlinge samenhang: puzzelen, wat redeneren, werken met getalletjes.	derde, vierde, vijfde, zesde klas

Graag horen we van u of u met de bijdragen uit dit blok direkt aan de slag kon.

6.2 splitsen, aanvullen of afhalen

In het kernprogramma van de eerste klas zijn in de maanden maart en april opgaven behandeld betreffende 'splitsen', 'aanvullen' en 'afhalen'.
De manuele handelingen en het beschrijven van deze handelingen stonden hierbij centraal.

JAN VAN DEN BRINK

Opmerkingen bij werkblad 1

* Leid het werkblad in; maak hierbij gebruik van het flanelbord. Laat bijvoorbeeld van 8 'bloemen' 3 bosjes maken.

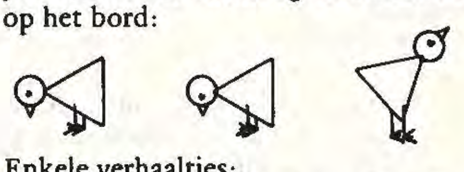
  Veel kinderen zullen stellen dat dit onmogelijk is: ze willen de bloemen in *gelijke* bosjes verdelen – *éérlijk verdelen.*
  De juf vraagt of dit nodig is en of het ook anders kan.

  'Twee bosjes van drie en één bosje van twee bloemen', vertelt een leerling en dit 'verhaaltje' wordt als *sommetje* op het bord geschreven: 3 + 3 + 2.
* Zijn er nog meer verdelingen?
  Laat de kinderen proberen *alle* verdelingen te vinden.
  Het is moeilijk hiervoor een sisteem te ontdekken – toch moet u het eens laten proberen; u komt tot verrassende ontdekkingen.

  In onze lessen maakten de kinderen onderscheid tussen het verdelen in bosjes en het verdelen over vazen.
  '6 + 2 + 0.'
  Dit gaat niet, vonden de kinderen, want een *'bosje' van 0* (en zelfs een 'bosje' van 1 bloem) bestaat niet.
  Bij het vullen van drie *vazen* met bloemen gaan de kinderen wèl akkoord met de verdeling: 6 + 2 + 0.
  Het maken van 3 *bosjes* bloemen en het vullen van 3 *vazen* met bloemen, zijn problemen die *verschillend* zijn.
* Voortzettingen
  Kom tegemoet aan wat de kinderen van nature stelden: het *eerlijk* verdelen.
  Maar maak er een wiskundig probleem van: laat bij een willekeurig aantal bloemen het aantal vazen bepalen waarover ze 'eerlijk' verdeeld kunnen worden. (7 bloemen eerlijk verdelen – hoeveel vazen nodig?)
  Zoek *alle* verschillende verdelingen.

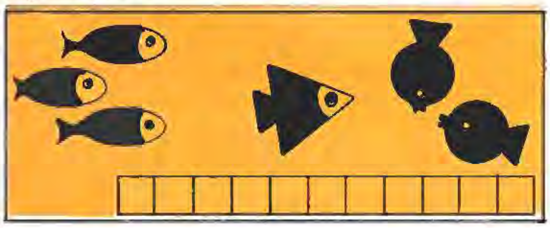
Opmerkingen bij werkblad 2

* De kinderen vertellen bij elk plaatje een 'verhaaltje'. Daarna word(t)(en) die rekenkundige beschrijving(en) gekozen die 't best pas(t)(sen).
* Juf tekent ter inleiding een aantal mussen op het bord:



  Enkele verhaaltjes:
  - 2 + 1: 'twee pikken en één zit van de zon te genieten'
  - 3 + 0: 'ik dacht: hé, drie mussen'
  - 1 + 1 + 1: 'ik heb ze geteld'.
* De kinderen zijn tevreden met precies één rekenkundige beschrijving bij elk plaatje.

Er zijn echter verschillende mogelijkheden. Bijvoorbeeld:



$\boxed{2 + 1 + 3}$

$\boxed{3 + 1 + 2}$ (in een andere richting 'gelezen')

$\boxed{2 + 4}$ (twee zwemmen naar omlaag of omhoog, vier zwemmen naar rechts)

Het is van belang dat de kinderen deze aspekten (verschillende leesrichting, andere beschouwing van het plaatje) bewust worden. Vergelijk pagina 497 van dit nummer.

* De ontbrekende getallen van de getallenlijn worden aanvankelijk gevonden door met een getal ('onder de 10 òf boven de 10?') links te beginnen.
  Het kunnen *terugtellen* blijkt nodig te zijn.

Opmerkingen bij de werkbladen 3, 4, 5 en 6

* Deze werkbladen geven suggesties voor mogelijke *voortzettingen* van het splitsen en verdelen.
* U zult aan deze opgaven een ekstra dimensie kunnen geven door naar *alle* verschillende verdelingen te vragen.
* Verwijs naar andere verdeelsituaties. De *dubbeldekker* bijvoorbeeld:
  de passagiers kunnen boven of beneden gaan zitten. Dramatiseer dit voor de klas met een aantal tafels als bus en 4 kinderen als passagiers.
  Noteer de verschillende verdelingen op het bord: er zijn 5 verdelingen bij 4 passagiers mogelijk.
  Er zijn 9 verdelingen bij 8 passagiers mogelijk — kunnen de kinderen dit beredeneren?
* Een andere voortzetting is de volgende: 3 potten met potloden op tafel — laat verdelingen maken.
  Doe na een tijdje *een doek over één van de potten.*
  De kinderen moeten nu kunnen vertellen hoeveel potloden onder de doek in de pot staan. Ze kunnen dit uit de beschikbare gegevens vinden: het totale aantal potloden en het aantal dat nog te zien is.
  Op deze voortzetting zijn allerlei variaties te bedenken.
* Het splitsen van *getallen,* zoals gegeven in de werkbladen 5 en 6, kan worden gekonkretiseerd door elk hokje voor te stellen als een *doos met gaten in de bodem,* waardoor ballen kunnen rollen.

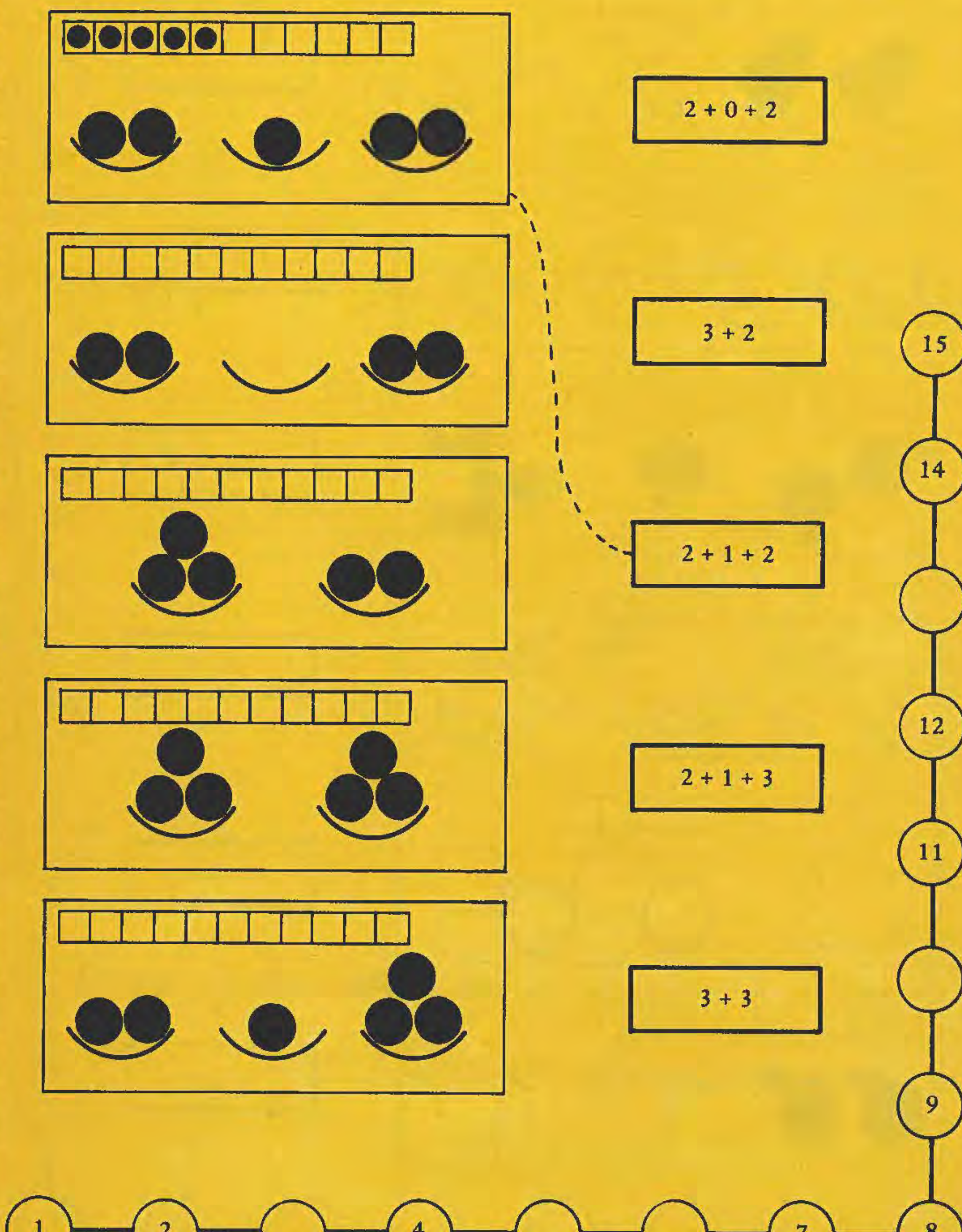
Opmerkingen bij werkblad 7

* Doel: aanvullen of afhalen tot een bepaald aantal.
* Een uitstekende inleiding is de volgende:
  De juf telt 12 werkbladen af voor een bepaalde groep of rij kinderen in de klas.
  'Ik heb 12 werkbladen.
  Voor welke rij zijn die?
  Moeten er werkbladen bij
  of moeten er een aantal af?
  Hoeveel moet het eigenlijk worden?'
  Doe dit voor elke groep in de klas en beschrijf het steeds in rekentaal op het bord.
* Bij de optellingen kunnen weer *alle* verschillende mogelijkheden worden gevonden.
* Bij de aftrekkingen worden door de kinderen verschillende strategieën gedemonstreerd:

  $\boxed{10 - \quad .}$

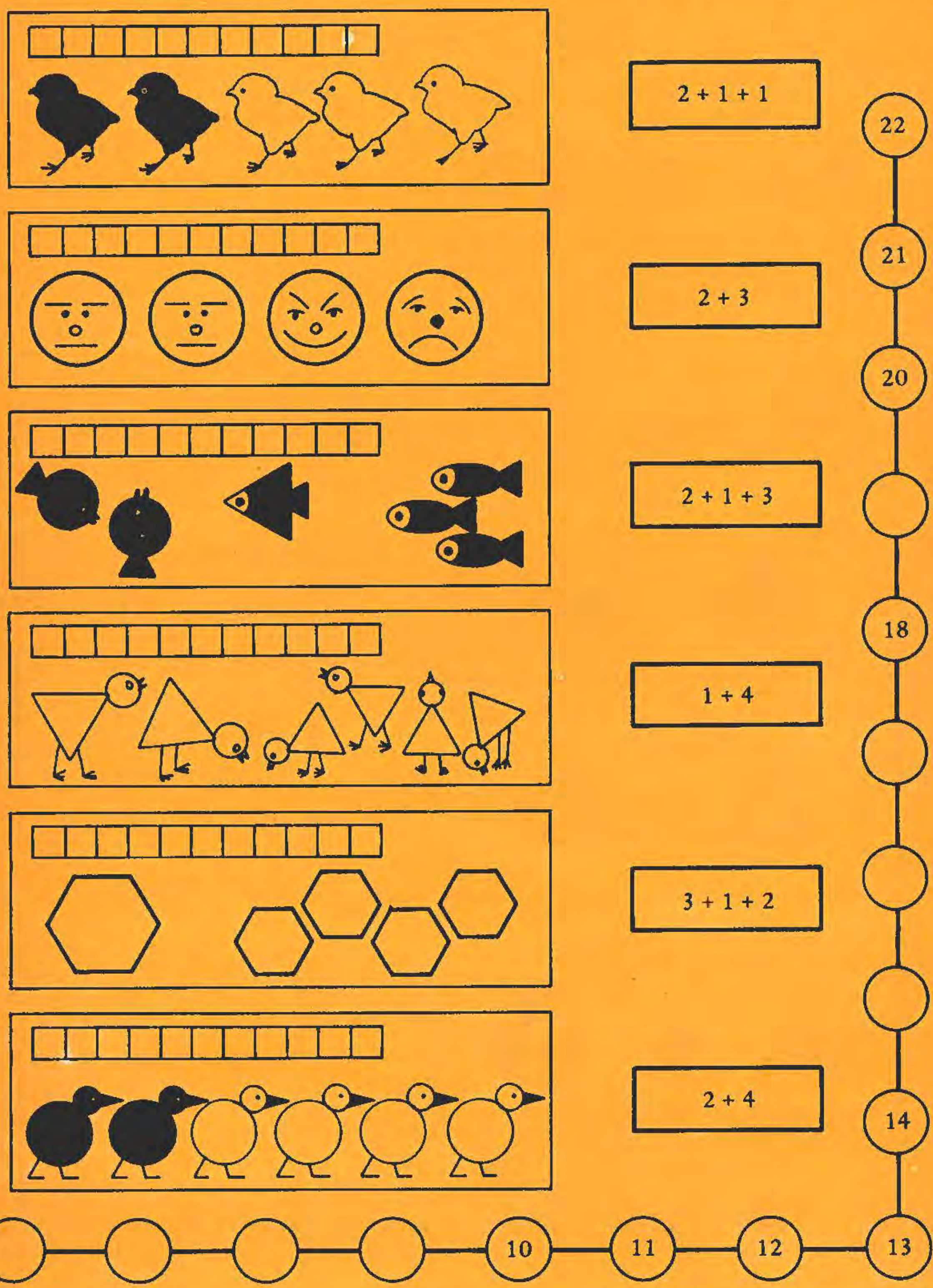
  — een leerling streept van de 10 getekende rondjes er één door en telt: 1, 2, ..., 9; streept weer één rondje door en telt opnieuw: 1, 2, ..., 8, enzovoorts; tot hij er 5 over heeft;
  — een leerling streept een rondje door en telt tegelijk terug: streep ... 9 over, streep ... 8 over, enzovoorts; streep ... 5 over;
  — een leerling telt 5 rondjes van de 10 af en streept de rest door; daarna telt hij de doorgestreepte rondjes en noteert de getallen;
  — een leerling *weet* direkt de beschrijving: $10 - 5 = 5$.
* Een veel voorkomende fout bij een opgave als 'het moet 5 worden' is: $8 - \overset{5}{.}$
  Dit probleem is op te lossen door steeds te noteren:
  $8 - . = 5.$
* Bespreek opgaven die *niet* gemaakt kunnen worden:
  $4 - . = 5$
  $6 + . = 5.$
  'Kun je meer van dergelijke opgaven bedenken?'
  'Hoeveel zijn er?'
* Uitbreiding naar andere getallen dan 5:
  'het moet 6 worden',
  'het moet 7 worden', enz.
  De opgaven 'het moet 10 worden' kunnen wat meer aksent krijgen.
* Vergeet vooral niet de getallenlijn voor de klas steeds hierbij te raadplegen ook al lijkt het alsof u hem slechts als kontrolemiddel voor u zelf gebruikt.

- vul de hokjes in
- zoek uit wat bij elkaar hoort

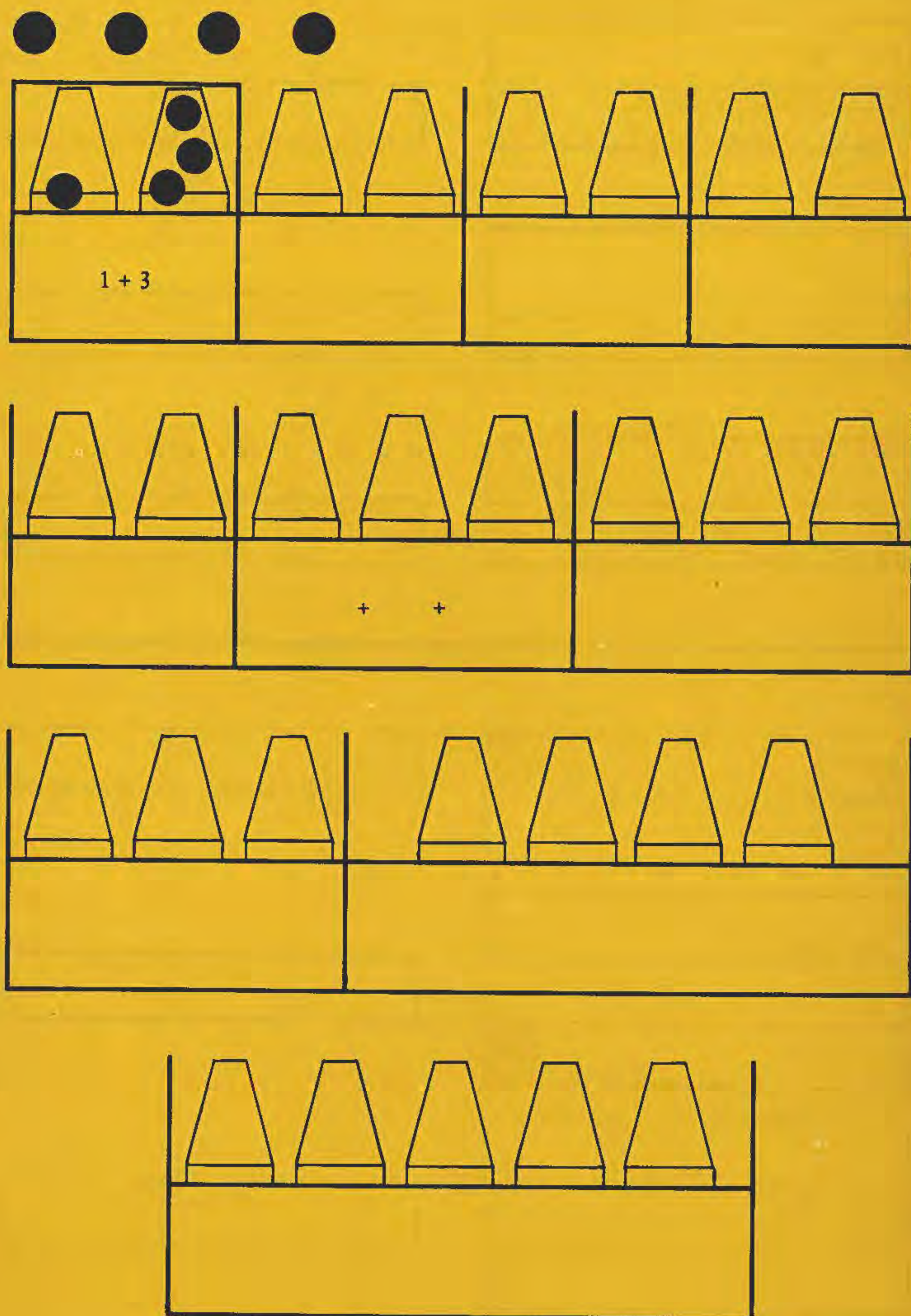


WERKBLAD 2

- vul de hokjes in
- zoek uit wat bij elkaar hoort



▸ splitsen; verdelen van 4 stippen



WERKBLAD 4

▸ verdeel 6 kopjes

2 + 4

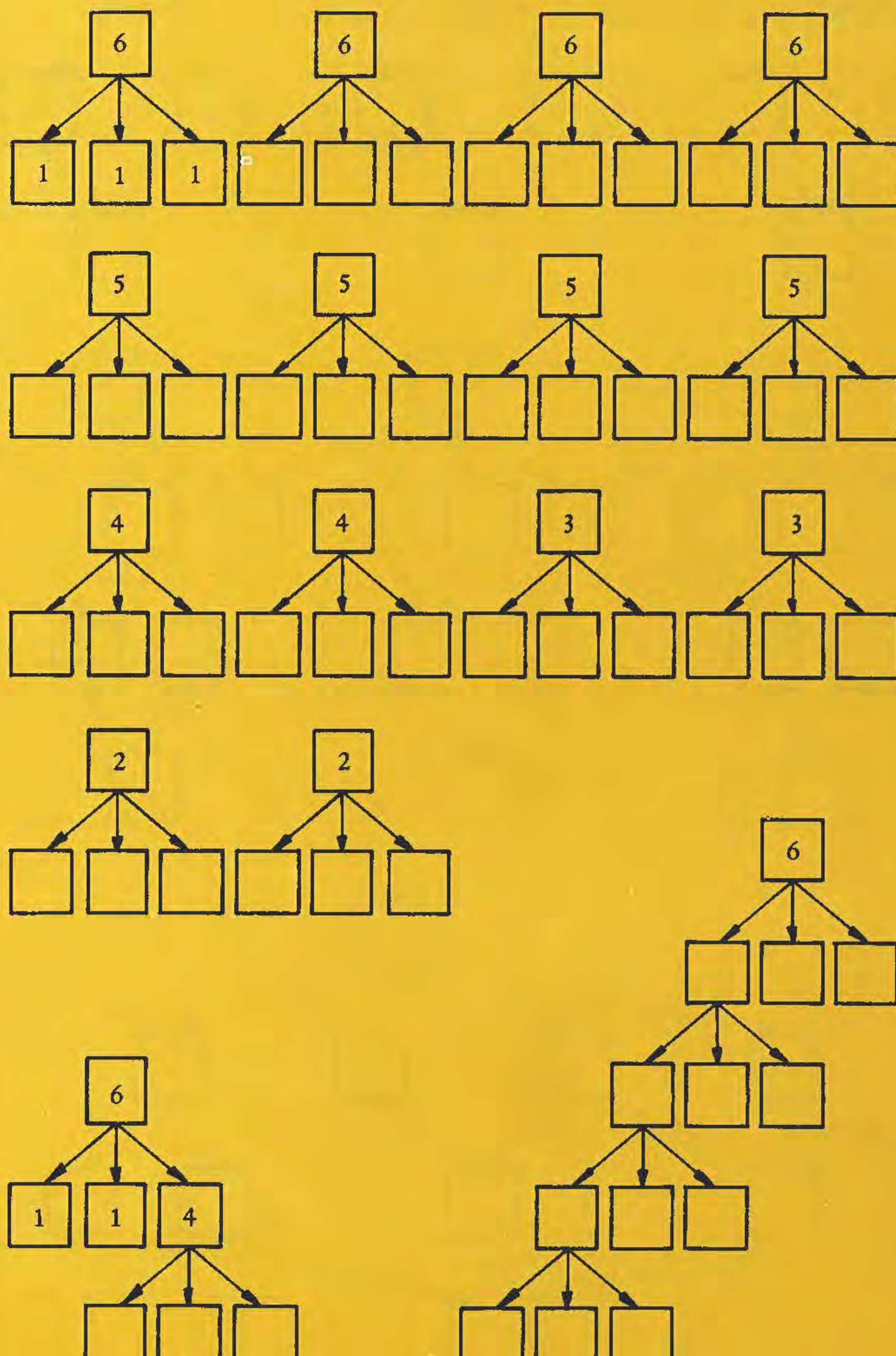
. + 5

. + .

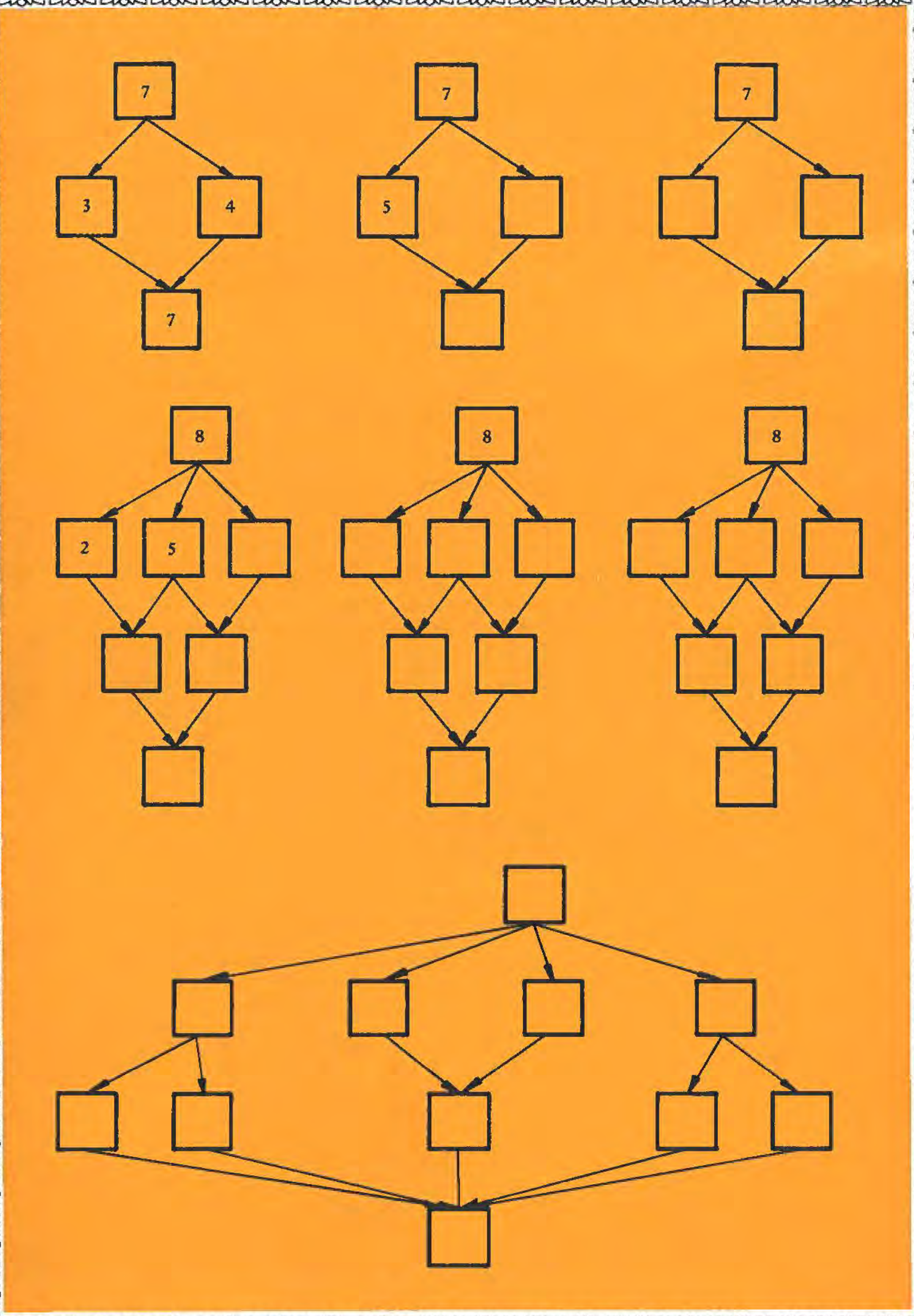
. + . + .

. + . + .

▸ **splitsen**



WERKBLAD 6



het moet 5 worden

3 + 2 = 5

4 + .

2 + .

1 + .

0 + .

5 + .

. + .

7 − .

8 − .

9 − .

10 − .

11 − .

12 − .

13 − .

15 − .

5 − .

4 . .

6.3 stuitende balletjes

EEN EKSPERIMENT VOOR DE MIDDENBOUW

Een balletje, dat je op de grond laat vallen, stuit weer omhoog.
Als je het balletje van een grotere hoogte laat vallen, stuit het ook hoger terug.
Niet alle balletjes stuiten even goed; er zijn balletjes die heel goed stuiten........

JOHAN VAN BRUGGEN

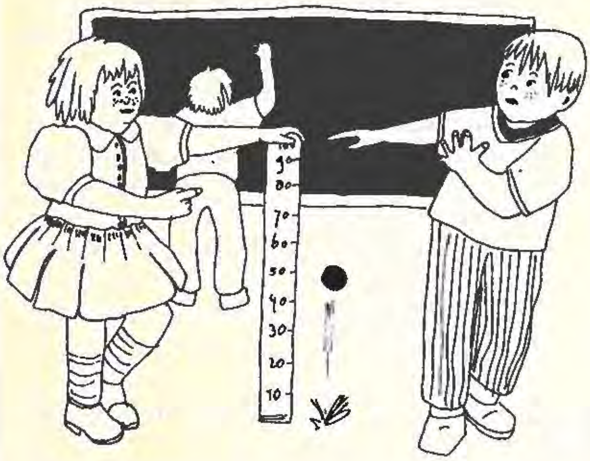
We maken nevengenoemde verschijnselen tot voorwerp van onderzoek in enkele lessen, die je ook natuurkundelessen kunt noemen. In de ontwerpschool pasten ze duidelijk in het wiskundeprogramma, omdat de aktiviteiten uitlopen op het maken van een grafiek van het (ongeveer lineaire) verband tussen valhoogte en stuithoogte. Zo'n rechtlijnige grafiek kan weer beschreven worden in stadsplantaal en later in formuletaal; de grafiek is een tussenstation op de weg van het matematiseren van waargenomen verschijnselen uit de werkelijkheid naar de abstrakte en preciese wiskundetaal van de formule.
Echter, ook zonder dat u in uw klas dit leergangaspekt in uw aktiviteiten betrekt, kunt u deze lessen geven.
Vele waardevolle aktiviteiten komen immers aan bod, bijvoorbeeld:
- een vraag formuleren,
- een proefopzet bedenken,
- scherp waarnemen,
- gegevens noteren,
- grafisch verwerken,
- konklusies trekken door de grafiek scherp te interpreteren.

We beschrijven nu eerst in hoofdtrekken de lessen, zoals ze in de ontwerpschool verliepen.

* Enkele balletjes worden getoond. Hierover wordt gepraat: wat doe je met een tennisbal, een tafeltennisbal, een speelbal, een stuiterbal, een ....?
  Al gauw komt het gesprek op het stuiten. De onderwijzeres gooit de ballen met kracht op de grond. Kunnen we weten welke bal het hardst stuit?
* Leerlingen suggereren om de vier ballen alle vier tegelijk uit één hand op de grond te gooien. (een aardig idee, maar ..... ze springen alle kanten uit!)
* Een ander suggereert om ze van een tafelrand te laten rollen, want ... 'dan kun je niet meer vals doen'.
  In het gesprek wordt het 'vals doen' nader uitgewerkt:
  - ze moeten met evenveel of even weinig kracht worden gegooid,
  - ze moeten van gelijke hoogte gegooid worden.
* Nog voordat de suggestie uitgevoerd wordt, vraagt de onderwijzeres wat je nu moet doen, als de balletjes straks van de tafel rollen.
  De leerlingen zeggen, dat je moet meten welke het hoogste stuit.

'Hoe dan?'
De kinderen bedenken nu een proefopstelling met een meetlat vertikaal, waarbij je de balletjes om de beurt vanaf 1 meter laat vallen en dan kijkt hoe hoog ze stuiten. Ook wordt er rekening mee gehouden dat je moet opschrijven wat er gebeurt; er wordt dus een bordsekretaris aangesteld.

* Het eksperiment wordt nu uitgevoerd:



De klas bekijkt hoe hoog de bal stuit. Spontaan wordt gesuggereerd een vijftal eksperimenten te doen en een soort gemiddelde te nemen.

* Op het bord staat na het eksperiment met drie ballen vanaf 1 meter:

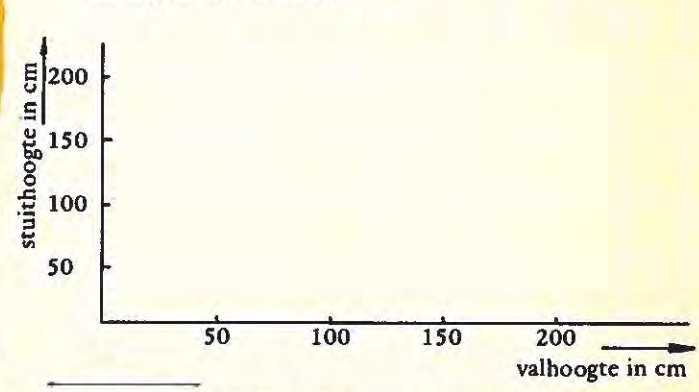
De eerste was tafeltennis
die kwam tot en met 70 cm.
De stuiter 74 cm.
De tennisbal 63 cm.

* De onderwijzeres richt nu de aandacht op het bord. 'Kijk, carla heeft opgeschreven dat de stuiterbal op 74 cm kwam. Laten we dat nog eens kontroleren.'
De onderwijzeres laat nu zelf de stuiterbal van ca 150 cm vallen.
Dit lokt protesten uit, wat leidt tot een gesprek over het opschrijven van àlle gegevens op een overzichtelijke manier.
Op het bord komt:

Vanaf 1 m stuit hij

tennisbal	63 cm
tafeltennisbal	70 cm
stuiterbal	74 cm

* Ook geeft dit een overgang naar de vraag hoe het zou zijn als we de balletjes vanaf 2 meter zouden laten vallen.[1])
* Het eksperiment wordt nu uitgevoerd. Op de muur kan een provisorische meetlat gemaakt worden met krijt. Men kan ook twee bordlinealen bovenop elkaar houden, verbonden via een plankje en wat touw.
De resultaten worden weer genoteerd. (respektievelijk 121 cm, 138 cm, 147 cm)
* De onderwijzeres vraagt vervolgens naar een voorspelling bij 3 meter. Verscheidene leerlingen zien nu het verband en voorspellen een waarde die drie keer zo hoog ligt als bij 1 meter 'maar 't is iets minder'.[2])
* Nu wordt gevraagd naar een voorspelling bij een valhoogte van 50 cm. Deze voorspellingen worden wèl eksperimenteel gekontroleerd.
* In sommige klassen zullen de kinderen nu misschien zelf met het idee komen om er een grafiek van te maken; in andere zal men de kinderen op dat idee moeten brengen. In de ontwerpschool – waar vrij veel aandacht aan grafische verwerking is geschonken – kwamen enkele kinderen zelf op deze gedachte.
* De grafiek kan in eerste instantie het best klassikaal op het bord gemaakt worden door de onderwijzeres, terwijl met de kinderen gesproken wordt. De leerlingen kunnen ook bij de invulling van punten ingeschakeld worden. Het meer technische gedeelte kan wat sneller door de onderwijzeres gedaan worden.



[1]) De kinderen vinden deze vraag nu heel normaal en zijn niet meer gebonden aan de oorspronkelijke vraag welk balletje het best stuit. Er is als het ware 'wetenschappelijke nieuwsgierigheid' ontstaan. Het gesprekje hierover vlot niet erg.

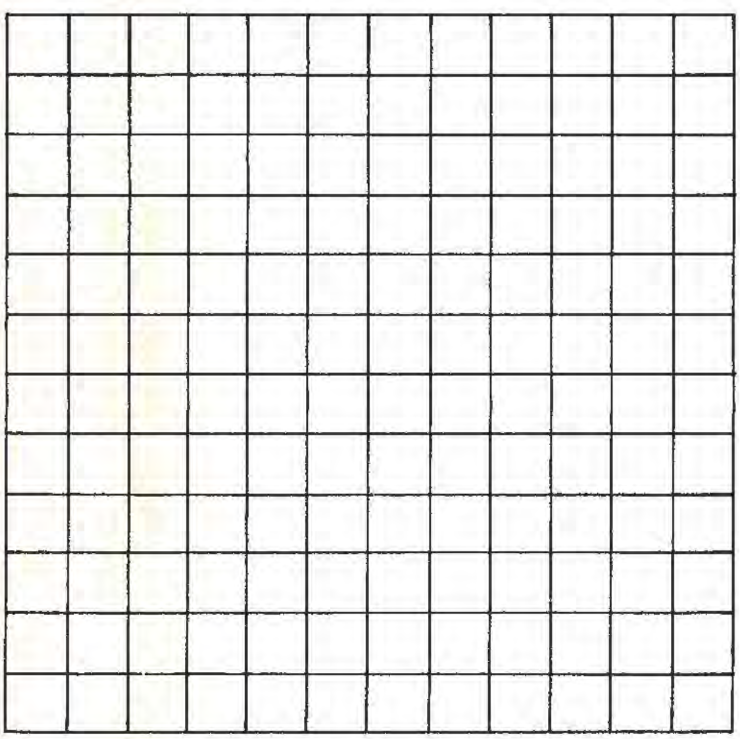
[2]) Het eksperiment bij 3 meter is moeilijk uitvoerbaar, maar ook niet noodzakelijk. Het gaat hier even over het ekstrapoleren vanuit de beschikbare gegevens en een *gemeend* verband.

Deze zet – vrij ruw – een schets op het bord.
Afgesproken moet worden, dat bij de horizontale as afgelezen wordt, van welke hoogte we het balletje laten vallen en bij de vertikale as hoe hoog het stuit.

* Nu worden van één balletje de gegevens in de grafiek gezet (gesprek, laat de kinderen het doen).
Voorspeld – en gekontroleerd – wordt de stuithoogte bij een valhoogte van 150 cm.

* De kinderen zien nu dat 'het' een rechte lijn wordt. Doortrekken van de lijn naar het punt (0,0) en een gesprekje daarover bleek het inzicht zeer te verdiepen.
Een snelle schets van de grafiek van een ander balletje met de kinderen samen kan u leren of de idee van de lineariteit in principe duidelijk is.
Een toetsvraag kan zijn: 'hoe loopt de grafiek van mijn zakdoek als ik die laat stuiten?'

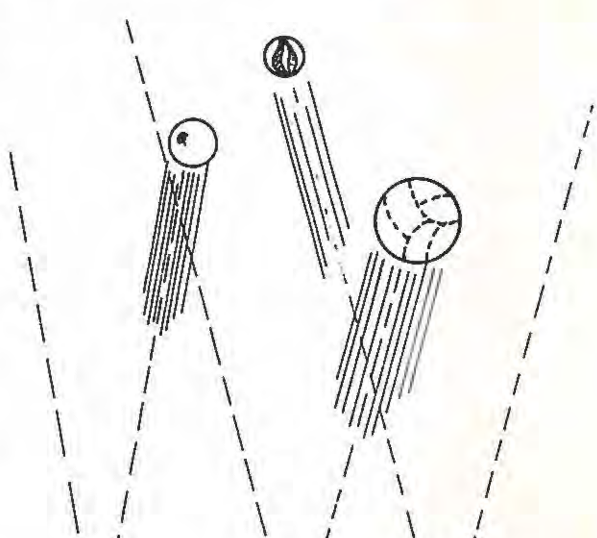
* In een *tweede les* werd in de ontwerpschool de lineariteit verder bekeken en bediskussieerd. De kinderen kregen een stencil met voorgedrukt ruitjespapier:



Gesteld werd dat we nogeens precies naar dèze bal (een andere dan de in de eerste les gebruikte) zouden gaan kijken en dat we een grafiek van het stuiten van deze bal zouden gaan maken.

– Eerst worden de assen getekend: getallen bij de assen (om de 25 cm) en de aanduidingen 'van hoe hoog valt de bal' en 'hoe hoog stuit de bal' (vertikaal);
– uitvoeren van de eksperimenten bij valhoogten van 100 cm, 75 cm, 50 cm en 125 cm;
– doortrekken van de lijn naar (0,0) en opnieuw een gesprekje daarover;
– poging het verband te laten verwoorden: 'als de bal van 2 keer zo hoog valt, stuit hij ook 2 keer zo hoog';
– op dezelfde wijze een lijn van een andere bal intekenen; daarbij aandacht voor het verschijnsel dat je met één waarneming kunt volstaan, als je het punt (0,0) gebruikt en aanneemt dat het verband tussen valhoogte en stuithoogte lineair is;
– opnieuw verwoorden van dit verband en onder de grafiek de gevonden regel opschrijven.

In werkelijkheid is het verband niet geheel lineair.
Vooral bij grotere valhoogten blijkt dit ook uit de eksperimenten; er vindt een afbuiging naar beneden plaats (dit hangt samen met een naar verhouding groter verlies aan kinetische energie in verband met de niet-lineair toenemende botsingssnelheid en met allerlei materiaalfaktoren). Daarom moet men wat oppassen met grotere valhoogten.
Het is echter heel goed mogelijk dit afbuigingsverschijnsel ook in de bespreking te betrekken door het gebruik van termen als 'ongeveer', 'bijna' en 'in 't algemeen'.



6.4 enkele rekenproblemen

WANNÈÈR DOE JE WÀT?

In de klassen 3 en 4 leren de kinderen in praktisch alle basisscholen de bekende cijfertechnieken voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Zo ook in de ontwerpschool te arnhem.
De wijze waarop de kinderen die technieken verwerven, wijkt wel af van de traditioneel-bekende manieren en in sommige stadia van de leergangen zien de berekeningen er ook wel een beetje anders uit.
Daarover is in deze jaargang van het bulletin al wel eerder geschreven; we gaan daar nu niet op in.
Een belangrijk element is, dat de kinderen regelmatig problemen krijgen voorgeschoteld (liefst zo 'eerlijk' mogelijk uit de realiteit van het leven), waarin ze zelf moeten vaststellen wèlke operaties moeten worden uitgevoerd en in welke vólgorde dat moet gebeuren. We zouden kunnen spreken van het geschiktmaken van een probleem voor rekenkundige verwerking. Nu is dat soms een moeilijke aktiviteit, want je moet dan eerst het probleem goed analiseren, voordat je gaat rekenen. De rekenstappen moeten als het ware gepland zijn, vóórdat je berekeningen gaat maken: '...... als ik ...... wil weten, dan moet ik eerst ......, en dan kan ik ....; daarna moet ik dan met dat getal .... etc.'

JOHAN VAN BRUGGEN

Het is erg moeilijk voor de kinderen, zelfs bij betrekkelijk gemakkelijke problemen om eerst rustig na te denken voordat ze gaan rekenen. Training in deze vaardigheid is mogelijk door klassikaal problemen aan te bieden, in een leergesprek de oplossingsstrategie gezamenlijk te bepalen, deze strategie dan in schemavorm op het bord te zetten, daarna de kinderen individueel te laten rekenen en tenslotte het rekenantwoord weer te betrekken op het probleem: wat hebben we nu uitgerekend? Soms kan dan ook nog een alternatief oplossingsschema besproken worden.[1])

We drukken hier enkele werkbladen af die in de 3e klas gebruikt zijn aan het eind van het kursusjaar (mei, juni). De problemen zijn vrij lastig; de kinderen komen er meestal niet zelfstandig uit, maar wel in een leergesprek.
De werkwijze was:
- inleiding op een probleem (verhaaltje, kontekst),
- samen lezen van het werkblad,
- leergesprek over de oplossingsstrategie (soms ook alleen maar over het eerste deel ervan, zodat de kinderen zelfstandig verder moesten),
- individueel werk, waarbij de kinderen moesten cijferen; ondertussen werd individueel assistentie verleend bij het plannen van de oplossingsstrategie of er werd nog eens uitgelegd; soms ook moesten zwakkere leerlingen geholpen worden bij lastige vermenigvuldigingen of delingen,
- bij vele werkbladen hoort een vervolgblad (bijvoorbeeld: bij A-60 hoort A-60^a) dat de leerlingen mogen pakken als ze het kernblad af hebben,
- bespreking van het kernblad (en vaak ook nog van het tempodifferentiatieblad).

We geven nog een voorbeeld van een oplossingsschema, zoals dat kan resulteren uit het leergesprek (zie werkblad A-60):

(1) Er zijn 41 + 32 = ... kinderen
(2) Er is .... x *f* 40 gespaard
(3) Er wordt voor elk kind 3 x *f* 8,50 = *f* .... betaald voor eten en slapen
(4) Bij elkaar is al betaald .... x *f* .... = *f* ....
(5) Er is nog over .... (2) – .... (4)

Er is hier uiteraard een handiger strategie mogelijk, die minder rekenwerk geeft:

(41 + 32) x (40 – 3 x 8,50) = ...

[1]) We wijzen even op het werk van Kohnstamm, Prins, Evers, e.a. die goede ervaringen hebben opgedaan met deze werkwijze bij het leren aan kinderen van oplossingsmetoden. Diezelfde ervaringen blijken ook in de ontwerpschool.

DRIE DAGEN SCHOOLREIS

Iedereen uit klas 6^a en uit klas 6^b gaat mee met het schoolreisje van drie dagen.
Ieder kind heeft *f* 40 gespaard.
In klas 6^a zitten 41 kinderen.
In klas 6^b zitten 32 kinderen.
Voor één dag en één nacht slapen moet per kind *f* 8,50 betaald worden.

▶ Hoeveel geld heeft de leider van de schoolreis over voor de bus, het zwembad, de dierentuin, ijsjes en allerlei andere leuke dingen?

Denk er om: eerst moet voor elk kind het eten en het slapen voor drie dagen en nachten betaald worden!

werkruimte

Als je klaar bent, mag je blad A-60ª pakken.

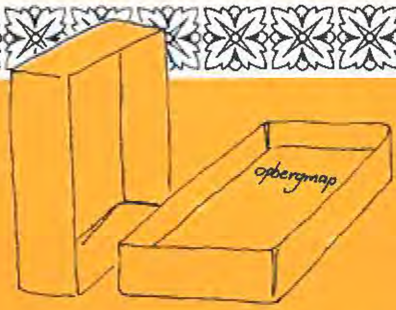
DRIE DAGEN SCHOOLREIS

De busreis naar het kamp kost *f* 280.
De terugreis is net zo duur.

▶Hoeveel geld heeft de leider van de schoolreis nu nog over?

▶Hoeveel geld kan de leider van de schoolreis nu nog *per kind* gebruiken voor het zwembad, ijs, enzovoorts?

werkruimte



OPBERGMAPPEN

In de klassen 3^a, 3^b en 3^c krijgen alle kinderen een opbergmap.

In 3^a zitten 29 kinderen.
In 3^b zitten 28 kinderen.
In 3^c zitten 27 kinderen.

Een doos met 6 mappen kost *f* 13,68.

▶ Hoeveel mappen moeten er besteld worden?

▶ Hoeveel moet de school betalen voor al die mappen?

▶ Hoe duur is één map?

werkruimte

Als je klaar bent, mag je blad A-62ª pakken.

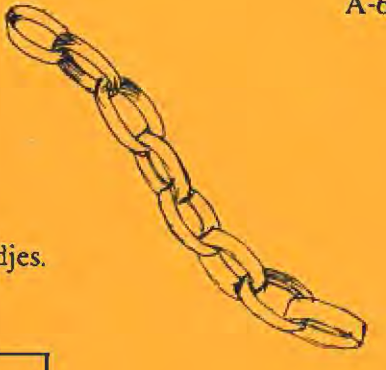
OPBERGMAPPEN

Er is ook nog een ander soort mappen te koop. Die zijn veel groter; je kunt er twee keer zoveel blaadjes in opbergen.
Een doos met 10 van zulke grote mappen kost *f* 32,50.

▶ Welke mappen – de kleine of de grote – zijn het goedkoopst in gebruik?

▶ Schrijf op, waarom je dat denkt!

werkruimte



VERSIEREN

In een klas zaten 24 kinderen.
Ze gingen slingers maken.
Ieder kind maakte een slinger van 15 even grote rondjes.
Alle slingers werden aan elkaar vastgemaakt.

▶ Hoeveel rondjes heeft die lange slinger?

Om een slinger van precies één meter te maken, heb je 18 rondjes nodig.
▶ Hoeveel meter lang is de slinger die de klas maakte?

werkruimte

RIJEN MAAR!

Ik reed in één dag van arnhem via utrecht naar den haag en vandaar naar alkmaar en weer naar huis.

▶ Zoek op in de tabel en reken uit hoeveel km het is. [ ]

Vraag de afstandstabel aan je onderwijzer(es).

Mijn auto rijdt 1 op 14.
Dat betekent dat de auto 1 liter benzine nodig heeft om 14 kilometer te rijden.

▶ Hoeveel benzine heb ik die dag verbruikt? [ ]

werkruimte

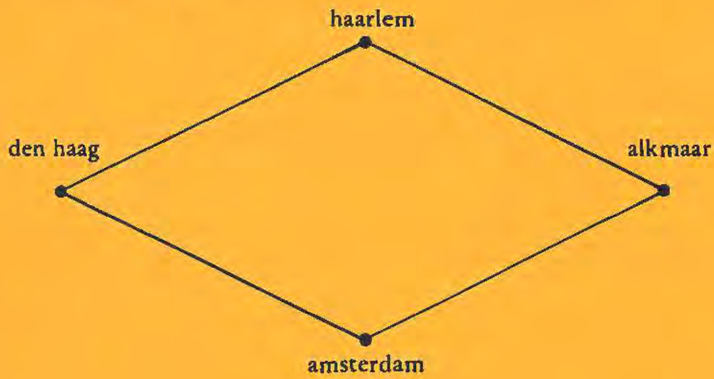
Als je klaar bent, mag je blad A-66ª pakken.

RIJEN MAAR!

Een liter benzine kost *f* 0,98.

▶ Hoeveel geld heeft mij deze lange rit aan benzine gekost?

Je kunt van den haag op twee manieren naar alkmaar rijden: je kunt over haarlem gaan, maar ook over amsterdam.



▶ Welke weg is korter en hoeveel?
(Kijk goed in de tabel!)

werkruimte

A-69

HET GEMEENTEHUIS

BURGERLIJKE STAND

Als er een kind geboren wordt of als er iemand sterft of als er iemand verhuist naar een andere gemeente of als er iemand uit een andere gemeente in onze gemeente komt wonen.....
het wordt allemaal genoteerd op het gemeentehuis (afdeling burgerlijke stand).

Kijk maar:

inwoneraantal op 1 januari 1974: 298.456

	geboorten	overleden	vertrokken naar elders	ingekomen van elders
week van 1 januari	98	35	53	68
week van 7 januari	83	68	40	334
week van 14 januari	112	43	49	187
week van 21 januari	104	65	29	90
week van 28 januari	78	96	72	72
week van 4 februari	99	24	38	43
week van 11 februari	73	38	83	226
week van 18 februari	91	56	48	132
week van 25 februari	69	43	23	108

▶ Hoeveel inwoners had onze gemeente op vrijdag 1 maart?

werkruimte

Als je klaar bent, mag je werkblad A-69ᵃ pakken.

HET GEMEENTEHUIS

BURGERLIJKE STAND

Je weet nu hoeveel inwoners er in negen weken zijn bijgekomen.
▸Kun je nu voorspellen in welke week er wel meer dan 300.000 inwoners in onze gemeente zullen zijn?

werkruimte

HET GEMEENTEHUIS

PLANTSOENENDIENST

Bij de afdeling 'plantsoenendienst' werken tuinmannen. Zij zorgen dat er in alle parken en plantsoenen langs de straten genoeg bomen en struiken en bloemen staan. In het voorjaar wordt er veel geplant.

Hier is een lijst van maart 1974:

WEEK VAN 4 MAART	*geplant 328 berken, 63 beuken, 153 lijsterbesbomen, 223 jasmijnstruiken, 2234 ribesstruiken en 936 begoniaknollen.*
WEEK VAN 11 MAART	*geplant 78 beuken, 1329 jasmijnstruiken, 5961 geraniums en 800 begoniaknollen.*
WEEK VAN 18 MAART	*geplant 34 berken, 19 beuken, 84 lijsterbesbomen en 459 geraniums.*
WEEK VAN 25 MAART	*geplant 466 ribesstruiken, 38 berken, 248 jasmijnstruiken, 350 geraniums en 114 begoniaknollen.*

▸Hoeveel berken zijn er geplant?

▸En hoeveel beuken?

▸Hoeveel jasmijnstruiken?

▸Hoeveel ribesstruiken?

▸Hoeveel geraniums?

▸Hoeveel begoniaknollen?

werkruimte

Als je klaar bent, mag je blad A-72ᵃ pakken.

HET GEMEENTEHUIS

A-72[a]

PLANTSOENENDIENST

één berk kost	:	*f* 9,00
één beuk kost	:	*f* 14,00
één lijsterbes kost	:	*f* 8,50
één jasmijn kost	:	*f* 5,00
één geranium kost	:	*f* 0,10
één begoniaknol kost	:	*f* 0,80

▶ Hoeveel geld kosten alle bomen, struiken en planten, die in maart geplant zijn?

werkruimte

6.5 het adressenspel

Het adressenspel kan gespeeld worden in die klassen (derde of vierde) waarin het stadsplan reeds is geïntroduseerd.[1])

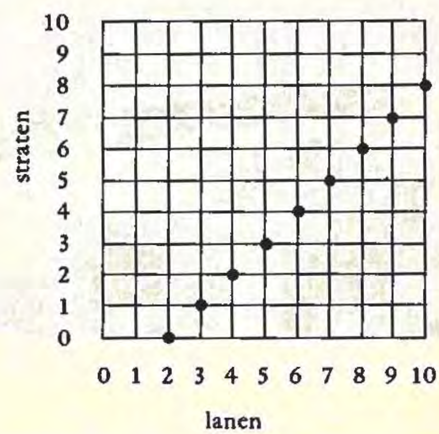
JOHAN VAN BRUGGEN

Doel van het spel

* Oefening bieden in het passief en aktief gebruik van koördinatenaanduiding voor punten in het tweedimensionale rooster.
* Oefening bieden in het vertalen van in taal gegeven voorschriften of beschrijvingen in een plaatje van een verzameling punten.

Bijvoorbeeld:

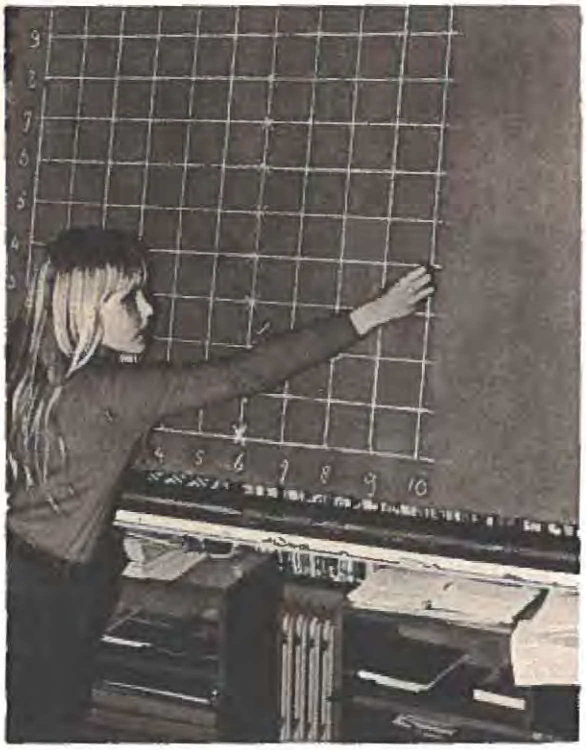
'Kleur alle punten waarvan het laangetal twee meer is dan het straatgetal', is het in taal gegeven voorschrift. Het plaatje wordt dan:

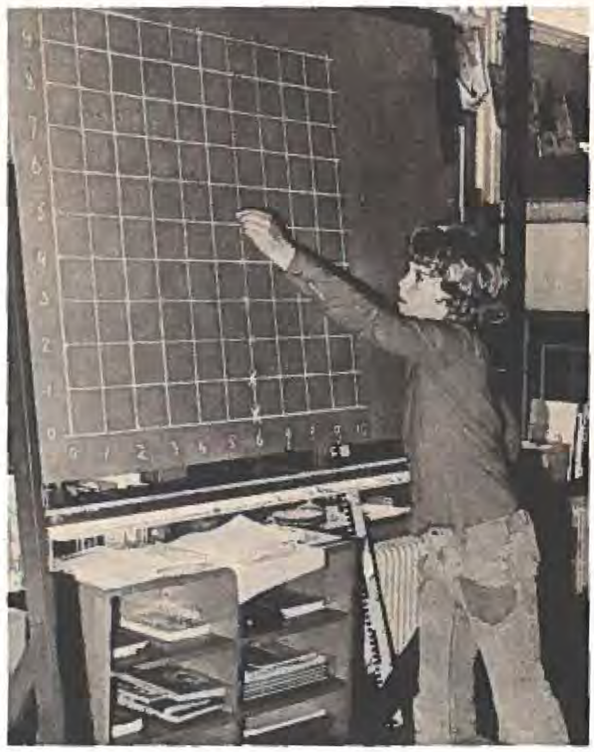


Beschrijving

U hebt een groot aantal (ca 20) voorschriften op strookjes papier of karton geschreven en in een grote enveloppe gedaan. Er worden nu twee partijen in de klas gevormd (bijvoorbeeld: jongens-meisjes, links-rechts, klas-onderwijzer).
Een lid van de partij, die het eerst màg (tossen!) trekt blind een kaartje uit de enveloppe en leest de tekst ervan duidelijk voor. Hij of zij gaat naar het bord waarop een 10 x 10-rooster is getekend en *noemt* (in koördinatentaal) punten waarvan hij of zij vindt dat ze door het voorschrift bepaald worden. De punten mogen pas *bezet* worden als zijn partij het eens is.
Maar ook de andere partij moet goed opletten vanwege de regel, dat foutief bezette punten vervallen aan de tegenpartij. Als dus de eerste partij een punt ten onrechte bezet heeft, mag een lid van de tegenpartij dat punt claimen. Het rode rondje (van de eerste partij) wordt dan vervangen door het groene vierkantje of kruisje (van de tweede partij).
Als de eerste partij geen punten bij het getrokken voorschrift meer kan vinden, is de beurt voor de tweede partij. Als de tweede

[1]) Zie daarvoor het heroriënteringsblok 'Stadsplan' en o.a. Wiskobas-Bulletin jaargang 1 nr. 1.





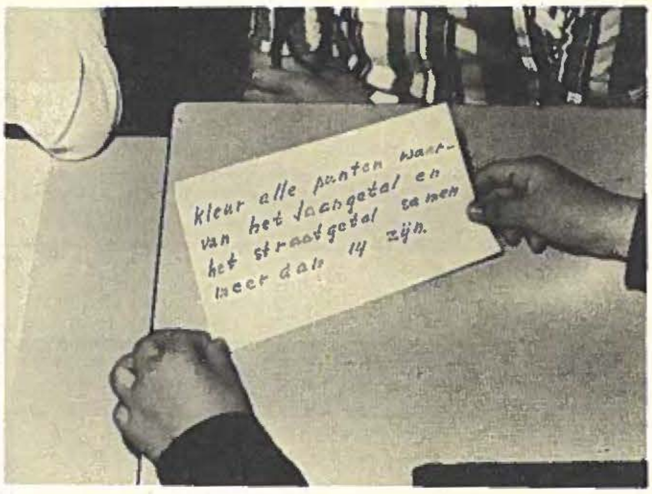
partij nog wel punten weet bij het eerste voorschrift, mag men ook die bezetten.
Nu gaat de tweede partij op dezelfde manier aan 't werk. Het spel eindigt na twee of drie rondjes. De winnaar wordt bepaald door het aantal bezette punten te tellen. (Eén rondje duurt gemiddeld 3 à 5 minuten.)

Men kan ook *andere winstregels* hanteren, bijvoorbeeld:
- we spelen door tot het hele veld bezet is en tellen dan pas (dit kan wel $1\frac{1}{2}$ uur duren!),
- wie het eerst een bepaald aangewezen punt, bijvoorbeeld (0,0) of (5,5) of (8,3) mag bezetten, is winnaar (dat kàn heel vlug zijn, maar 't kan ook lang duren!),[1])
- wie het eerst een getrokken voorschrift niet meer kan uitvoeren, omdat alle te bezetten punten reeds bezet zijn, is verliezer,
- wie het eerst 25 punten heeft, is winnaar.

We vatten de spelregels nog even samen:
- ▸ Speel met 2 partijen, die voorschriften trekken en bijbehorende punten mogen bezetten.
- ▸ De tegenpartij mag ten onrechte bezette of vergeten punten bezetten.
- ▸ Een reeds door één van beide partijen bezet punt kan niet nog eens bezet worden.

[1]) U moet dan uiteraard voorschriften in de enveloppe hebben, die inderdaad leiden tot de bezetting van het aangewezen punt!

Ervaringen uit de praktijk
- * In het begin is het verstandig wanneer de leerkracht als bezetter voor de twee partijen optreedt om de gang van zaken duidelijker te maken; later kan hij zich meer als scheidsrechter presenteren.
- * Het voor elk spel steeds opnieuw tekenen van een 10 x 10-rooster is vervelend; handiger is een overheadprojektor. Ook kan men één rooster op een groot stuk papier tekenen, dit op het bord vastmaken en er dan een stuk transparant plastic overheen bevestigen; als u dan uitwasbare viltstiften of gewoon krijt gebruikt, is het plastic zo weer klaar voor een volgend spel.
- * De kinderen spelen het spel graag, maar niet te lang achter elkaar (liever twee of drie keer per week een spelletje van een uur).
- * Als men twee vaste partijen maakt, kan men de spanning in een reeks van spelen verhogen.
- * Het verdient aanbeveling om in het begin de moeilijkste voorschriften uit de enveloppe te houden en deze pas geleidelijk (na 2 spelletjes bijvoorbeeld) er weer in te stoppen.
- * Na enige malen klassikaal gespeeld te hebben, kan men het adressenspel ook in groepjes van bijvoorbeeld drie tegen drie laten spelen en daarvoor een hele kompetitie spelen (zie verder).



De voorschriften

Men kan de voorschriften net zo moeilijk of gemakkelijk maken als men wil. We geven hier de verzameling voorschriften, zoals die in de ontwerpschool gebruikt wordt (de teksten zijn gewoon op stukjes papier geschreven). Deze verzameling voorschriften is zo samengesteld, dat in ieder geval alle 121 punten van het 10 x 10-rooster worden bezet.

KLEUR ALLE PUNTEN DIE MINDER DAN 3 AFSTANDSEENHEDEN VAN (1,9) AF LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET STRAATGETAL 6 MINDER IS DAN HET LAANGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL EN HET STRAATGETAL SAMEN 7 ZIJN

KLEUR ALLE PUNTEN, WAARVAN HET LAANGETAL VERMENIGVULDIGD MET HET STRAATGETAL , EEN GETAL IS DAT JE DOOR 5 KUNT DELEN

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL EN HET STRAATGETAL SAMEN MEER DAN 14 ZIJN

KLEUR ALLE PUNTEN DIE LIGGEN OP DE KORTSTE WEGEN VAN (0,3) NAAR (5,5)

KLEUR ALLE PUNTEN MET EEN LAANGETAL VAN 6

KLEUR ALLE PUNTEN DIE LIGGEN OP DE KORTSTE WEGEN VAN (6,6) NAAR (10,10)

KLEUR ALLE PUNTEN MET EEN LAANGETAL VAN 3

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL 2 MEER IS DAN HET STRAATGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN MET EEN STRAATGETAL VAN 2

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL 3 MINDER IS DAN HET STRAATGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN DIE OP EEN AFSTAND 6 VAN (0,0) LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET STRAATGETAL 4 MEER IS DAN HET LAANGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN DIE OP EEN AFSTAND 2 VAN (4,7) LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN DIE OP EEN AFSTAND 5 VAN (8,7) LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN DIE EVEN VER VAN (5,4) ALS VAN (1,6) AF LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN DIE EVEN VER VAN (8,7) ALS VAN (7,10) AF LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN DIE MINDER DAN 4 AFSTANDS-EENHEDEN VAN (8,1) AF LIGGEN

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL TWEE MAAL ZO GROOT IS ALS HET STRAATGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET STRAATGETAL DRIE MAAL ZO GROOT IS ALS HET LAANGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL MINSTENS TWEE MEER IS DAN HET STRAATGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL EN HET STRAATGETAL SAMEN MINDER DAN 9 ZIJN

KLEUR ALLE PUNTEN WAARVAN HET LAANGETAL DE HELFT IS VAN HET STRAATGETAL

KLEUR ALLE PUNTEN, WAARVAN HET LAANGETAL VERMENIG-VULDIGD MET HET STRAATGETAL, MINDER DAN 20 IS

Spelen in groepen

Na enige oefening kan men het spel in groepjes laten spelen.
In de ontwerpschool beviel het spelen van een halve kompetitie heel goed:

> *vorm 8 tot 10 groepen (van 3 of 4 kinderen) in de klas, die elk een nummer of naam krijgen; elke groep moet één keer tegen elke andere groep spelen.*

Zet met de kinderen samen een uitslagentabel op, die na elke ronde wordt bijgewerkt.[1])

groepen	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A		1	0							1
B	0								0	0
C	1								0	1
D							1	0	0	
E						1	1	1		
F					0		0			0
G				0	0	1				
H			1	1	0					
I		1	0	1						
J	0	1				1				

Horizontaal leest men het aantal behaalde punten af (groep D heeft na drie ronden één punt); vertikaal het aantal verloren wedstrijden.
Het is voor de onderwijzer een aardige puzzel om een zodanig wedstrijdrooster te maken, dat bijvoorbeeld bij 10 groepen er 9 ronden gespeeld worden en in elke ronde alle groepen spelen en uiteraard nooit tegen een groep, tegen wie reeds gespeeld is!
Om u eventueel nachtwerk te besparen, geven we een rooster voor 10 groepen (voor 9 groepen moet u de nummers 10 wegdenken; het nummer dat tegen 10 zou spelen, is dan vrij):

1e ronde:	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
2e ronde:	10- 6	7-5	8-4	9-3	1-2
3e ronde:	2-10	3-1	4-9	5-8	6-7
4e ronde:	10- 7	8-6	9-5	1-4	2-3
5e ronde:	3-10	4-2	5-1	6-9	7-8
6e ronde:	10- 8	9-7	1-6	2-5	3-4
7e ronde:	4-10	5-3	6-2	7-1	8-9
8e ronde:	10- 9	1-8	2-7	3-6	4-5
9e ronde:	5-10	6-4	7-3	8-2	9-1

[1]) Het opzetten van deze tabel is op zichzelf een waardevolle aktiviteit: zie o.a. het projekt 'Sport en wiskunde' van Huub Jansen in jaargang 3, nr. 3.

6.6 wij maken zelf een kubus

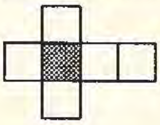
AKTIVITEITEN VOOR DE BOVENBOUW

Het zelf maken van een kubus met uw klas is een aktiviteit, waarbij nogal wat wiskunde te pas komt.
De volgende suggesties staan in het teken van die wiskundige aktiviteiten.

LEEN STREEFLAND

* *verkenning*
U beschikt over een model van de kubus.
We beginnen met een eerste verkenning:
– aantal zijvlakken (welke figuren?),
– aantal hoekpunten,
– aantal ribben.
Naar aanleiding hiervan kunnen we kinderen plaatsen voor *foutieve tellingen* als:
– hoeveel ribben komen samen in één hoekpunt? (3)
– hoeveel hoekpunten heeft een kubus? (8)
Dus: 'een kubus heeft 8 x 3 = 24 ribben'.
Laat de kinderen ook eens een kubus op het bord tekenen.

* *'wij maken zelf een kubus'*
Daarbij zullen we moeten beschikken over een bouwplaat.
'Wie tekent eens een bouwplaat van een kubus op het bord?'
Bijvoorbeeld:



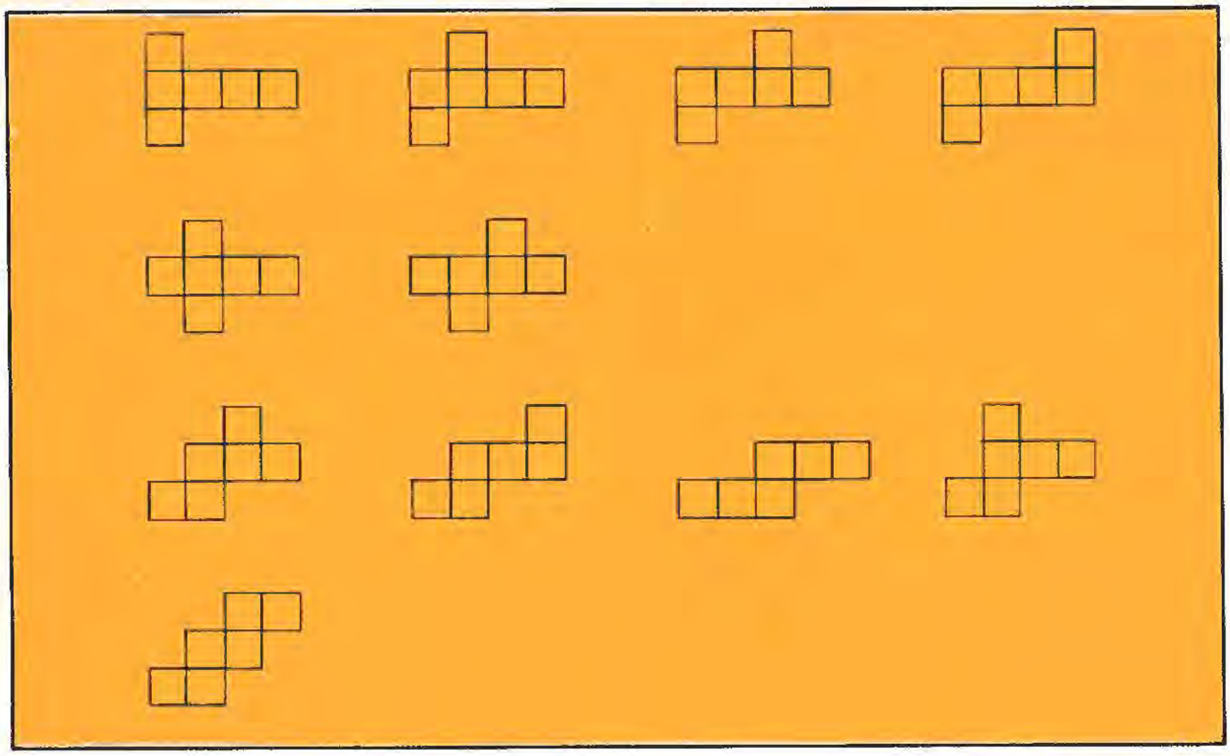
'Als het gekleurde vlakje nu eens het bovenvlak is, wat is dan het grondvlak?'
Er zijn nog meer bouwplaten voor een kubus. We verwerken eerst de werkbladen (1, 2 en 3). Het gaat in alle drie de bladen om *ruimtelijk redeneren.*
'Kan van een gegeven bouwplaat een kubus gemaakt worden of niet?'

In *werkblad 2* speelt daarbij het redeneren op grond van symmetrie-overwegingen een rol.
De figuren 2, 3 en 4 van werkblad 2 zijn niet principieel verschillend. Als de kinderen van figuur 2 gezegd hebben dat het een kubusbouwplaat is, kunnen zij voor de figuren 3 en 4 direkt dezelfde beslissing nemen.

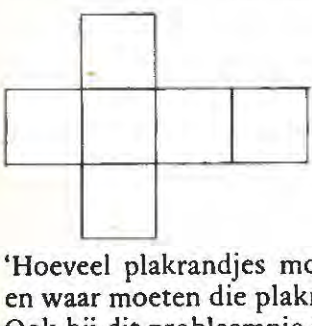
In *werkblad 3* gaat het vooral om het taalaspekt.
'Hoe breng je als vijfdeklasser onder woorden waarom een gegeven bouwplaat geen kubusbouwplaat is?'
Na het verwerken van de werkbladen ligt de vraag voor de hand: 'Hoeveel verschillende bouwplaten zou je eigenlijk voor een kubus kunnen maken?'
Laat de klas, opgedeeld in kleine groepjes, zoeken. Als ze een bouwplaat 'ontdekt' hebben, wordt die uitgeknipt en opgeplakt op een zwart verzamelvel voor de klas. Na enig zoeken zullen de kinderen 11 wezenlijk verschillende bouwplaten voor de kubus gevonden hebben.

U houdt zich natuurlijk van den domme en vraagt: 'Hebben we ze nu wel allemaal?'
Als uw klas kritisch is, zal ze geen genoegen nemen met:
'We kunnen er geen meer vinden en dús hebben we ze allemaal.'
'Hoe kunnen we nagaan of we ze allemaal hebben?'

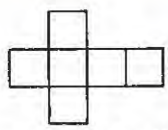
(In feite vraagt u hiermee van uw leerlingen, dat zij een sistematiek ontwikkelen, die tot het bewijs leidt, dat de kubus precies 11 wezenlijk verschillende uitslagen heeft.)
Zonder kommentaar geven we die 11 verschillende uitslagen. Merkt u de sistematiek op? Ze werd ontwikkeld door de vijfdeklassers van de ontwerpschool.



Nadat het probleem van de bouwplaten eenmaal bevredigend is opgelost, zijn we dan toch bijna aan het maken van de kubus toe.
Stel, we kiezen een bouwplaat, bijvoorbeeld:

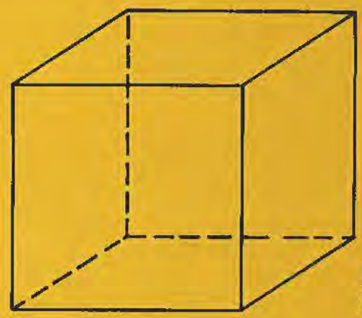


'Hoeveel plakrandjes moeten er dan nog aan en waar moeten die plakrandjes zitten?'
Ook bij dit probleempje is weer gelegenheid te over tot ruimtelijk redeneren en redeneren op grond van symmetrie-overwegingen.

* *tot slot*
  Bij het 'plakranden-probleem' zijn de volgende oplossingen (voor zover het áántal plakranden in het geding is) denkbaar:
  - ik begin gewoon met de 'montage' van mijn kubus en kijk dan wel waar ik een plakrand nodig heb;
  - een bouwplaat , heeft 5 vouwranden; de kubus heeft 12 ribben, dus moet ik nog 7 keer plakken;
  - de rand van een bouwplaat telt 14 'ribben'; daarvan moeten er telkens 2 tegen elkaar, dus ik heb 7 plakrandjes nodig.

Voorgaande oplossingen uit de ontwerpschool zijn niet bedoeld om ze door u aan uw klas te laten doorvertellen, doch om u op te wekken uw klas tijdens deze aktiviteiten eens goed te *observeren*.
U zult dan ontdekken dat, behalve de geweldige motivatie, die er van de gestelde problemen uitgaat, de kinderen veel ruimte hebben om op hun eigen nivo initiatieven te nemen en bijdragen te leveren tot de oplossing van de gestelde problematiek.
De klas differentieert zich vaak spontaan bij deze problematiek en het belangrijkste is, dat elke leerling er wel raad mee zal weten.
Probeer vooral geen redeneringen te forceren en *zeg ze in ieder geval niets voor.*

KUBUS EN BOUWPLATEN (1)



Je ziet hier een tekeningetje van een kubus.
Hieronder zijn een aantal bouwplaatjes getekend.

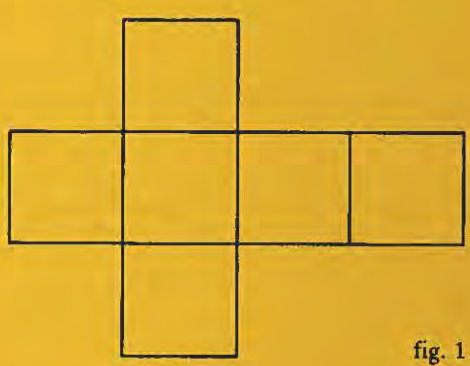


fig. 1

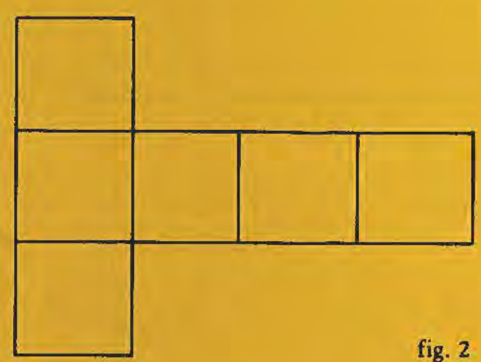


fig. 2

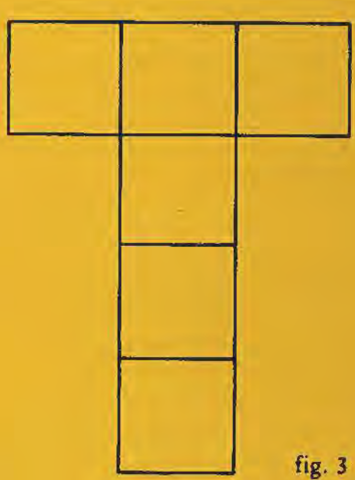


fig. 3

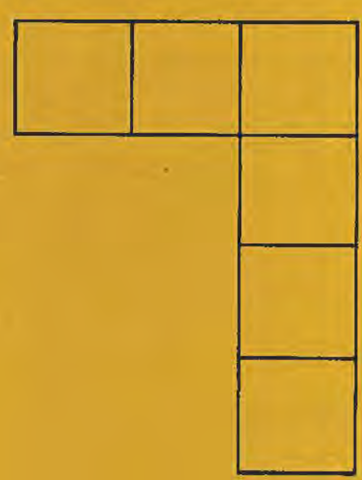
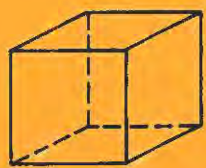


fig. 4

▸ Ga na van welke bouwplaten je wèl en van welke je nièt een kubus kunt maken.
Vul in 'wel' of 'niet':

Van figuur 1 kan ik .... een kubus maken
Van figuur 2 kan ik .... een kubus maken
Van figuur 3 kan ik .... een kubus maken
Van figuur 4 kan ik .... een kubus maken.

KUBUS EN BOUWPLATEN (2)



▶ Onderzoek ook voor de onderstaande figuren of ze bouwplaten van een kubus zijn.
Vul weer in de tabel in 'wèl' of 'niet'.

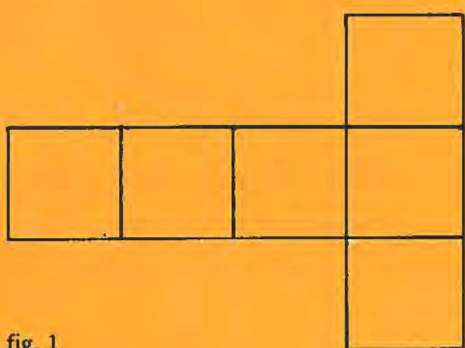


fig. 1

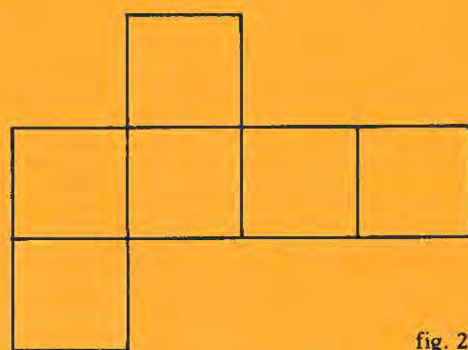


fig. 2

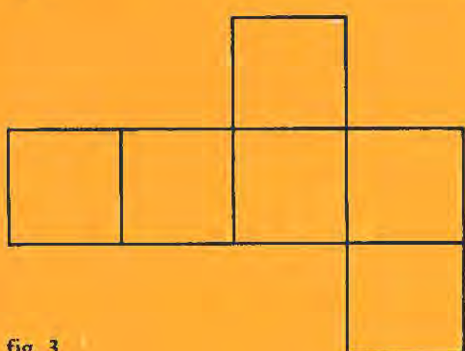


fig. 3

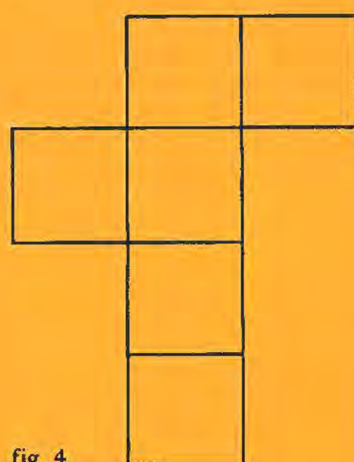


fig. 4

▶

figuur	'wel' of 'niet'

▶ Je ziet steeds 4 vlakken op een rijtje.
Zouden er nog meer van dit soort bouwplaatjes zijn?
Probeer maar eens!

KUBUS EN BOUWPLATEN (3)

▸ Waarom zijn dit geen bouwplaten van een kubus?

fig. 1

fig. 1

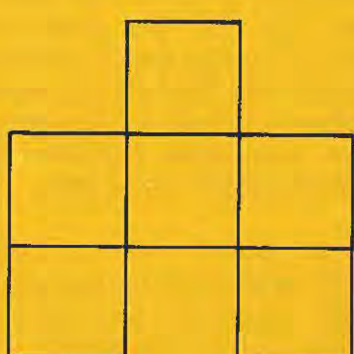


fig. 2

fig. 2

fig. 3

fig. 3

6.7 doe-ideeën

We bieden u enkele losse ideeën aan in de vorm van opdrachtkaarten. Er is geen relatie tussen de verschillende ideeën. Als u iets de moeite waard vindt, kopieert u het en gebruikt u het.
Met weinig moeite kunt u ook zelf dergelijke opdrachten maken.[1]

JOHAN VAN BRUGGEN
LEEN STREEFLAND

Een paar opmerkingen bij de opdrachtkaarten:

De eerste is eigenlijk een oefenspel voor eenvoudige berekeningen; 't is ook gemakkelijk moeilijker te maken (breuken, procenten, ...). Zelfkorrigerend maakt u het door een of andere plaat of lijnfiguur op de achterkant te tekenen en na voltooiing van de opdracht te laten omdraaien.

De tweede heeft te maken met het getalpatroon van de reeks 1 + 2 + 3 + 4 + 5 .....[2] Kinderen kunnen allerlei nivo's van oplossen hanteren. Als u ze observeert, vindt u waarschijnlijk weer aanknopingspunten voor lessen.

De derde is eveneens een oefenspel voor eenvoudige berekeningen. Belangrijk is ook het schatten; je hoeft niet altijd precies te rekenen om toch het goede antwoord te kunnen geven. Men kan er over twisten of het niet beter zou zijn om de stukken van de getallenlijn op elkaar te laten aansluiten. In de gekozen vorm komt misschien het schatten iets nadrukkelijker aan de orde.

De vierde begint met een mooi redeneerprobleem, dat berust op het uitselekteren van bepaalde mogelijke kombinaties van twee personen door de drie gegeven voorschriften. De twee andere problemen doen eveneens een beroep op het redeneren, maar er komt ook een beetje rekenen bij.

De vijfde is ook weer een oefenspel voor het uit het hoofd optellen van kleine getallen. Men kan hier weer gemakkelijk variaties maken.

De *opdrachtkaarten 6 en 7* vereisen wat meer toelichting.
Bij *kaart 6* zijn voor de gestelde problemen diverse oplossingen denkbaar. Bijvoorbeeld:
* Alle getallen binnen een vierkant echt netjes optellen.
* Op de eerste rij (opgave Ⓐ) staan tien tweeën, dat is dus 20. (Het kind interpreteert de herhaalde optelling als een vermenigvuldiging.) Er zijn 10 rijen, dus 10 x 20 = 200.

[1]) Een aantal ideeën zijn bewerkingen van 'Ideas' uit verschillende nummers van 'The Arithmetic Teacher', een uitgave van de National Council of Teachers of Mathematics (V.S.).

[2]) Zie bijvoorbeeld BAS-boek 'Tel-op-Tal'.

Bij deze oplossing is overigens nog de mogelijkheid tot 'vertikale kontrole'.

* Het vierkant is gevuld met 10 bij 10 getallen.
  Het zijn allemaal tweeën, die moeten worden opgeteld. Dus 100 x 2 = 200.

Bij probleem Ⓑ kan daar nog bijkomen.

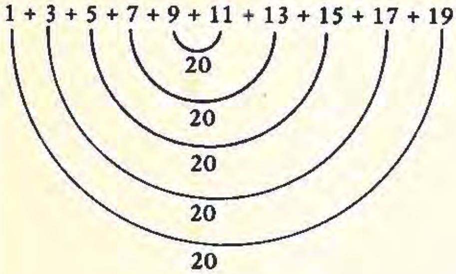
* Op de eerste rij moet ik 1 tot en met 9 optellen. Hé, dat kan zó: 1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 3 + 7 = 10, 4 + 6 = 10 en nog 5, dus 45. Er zijn 10 rijen, dus 10 x 45 = 450.

Laat vooral de kinderen aan het woord om hun vondsten te vertellen.

Ook in *kaart* 7 gaat het om het handig omgaan met getallen en het toepassen van allerlei onderwerpen, die in voorgaande klassen gebeurd zijn.

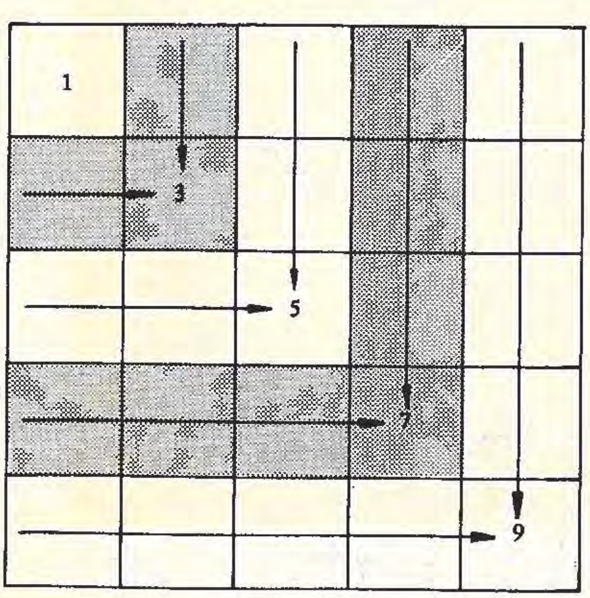
Opdracht ① sluit aan bij de voorgaande kaart.

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19



De rij blijkt uit vijf tweetallen te bestaan, die steeds samen 20 zijn. De som van de eerste 10 oneven getallen is dus 100.

1 + 3 + 5 = 9 = 3 x 3
1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5 x 5
1 + 3 + 4 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 +
+ 21 + 23 = 144 = 12 x 12.
De som is dus telkens een kwadraat.
Dit laat zich ook goed visualiseren:



'laat vooral de kinderen aan het woord' *foto: Max Arler*

Opdracht ②

Hierbij gaat het om inzicht in het positiestelsel. Een 0 op het eind van een produkt wordt veroorzaakt door het produkt van een faktor 2 en een faktor 5 in dat produkt.

Binnen het produkt 100! zit het met de faktoren 2 wel goed. Denk alleen maar aan de even getallen. Het is dus voldoende om na te gaan hoeveel faktoren 5 er in 100! zitten. Daar zijn in de eerste plaats de 5-vouden die 20 faktoren 5 leveren.

Bovendien bevatten 25, 50, 75 en 100 nog een ekstra faktor 5.

Ergo: 100! eindigt op 24 nullen.

Opdracht ③

Bij deze opdracht gaat het om het 'uitzeven' van de priemgetallen uit de eerste 100 getallen. Toepassing van de vermenigvuldigingstafels is bij deze aktiviteit sterk betrokken.

Ook deze opdrachten kunnen weer op verschillende manieren (en nivo's) door de kinderen aangepakt worden. Probeer daar op te letten en grijp niet te veel in.

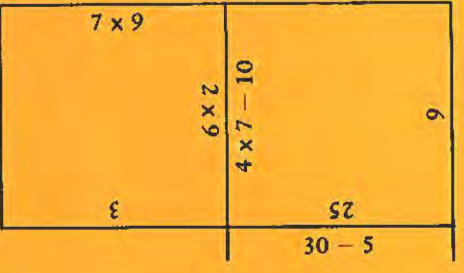
OPDRACHTKAART 1

▶ Knip de vierkantjes uit; leg ze daarna zo aan elkaar dat aan weerskanten van een lijn hetzelfde getal staat.

Bijvoorbeeld zo:

2 x 9 = 18 } hetzelfde!
4 x 7 − 10 = 18

25 = 30 − 5



▶ *Knip uit en leg ze neer!*

100 : 4 75 74 − 21 5 x 5	6 x 4 − 2 84 : 4 28 : 4 9 x 3	99 24 36 450	25 68 : 2 3 x 5 48
6 x 8 57 100 − 9 x 10 16	9 x 5 + 4 56 : 8 86 5 x 6	800 6 x 12 7 4 x 9	36 18 + 46 100 : 2 22
9 x 50 53 8 x 9 14	18 + 4 x 5 90 : 3 3 x 8 25	3 x 3 10 3 x 7 8 x 4	55 : 5 4 x 9 88 8 x 100
18 8 x 11 60 6 x 9	8 x 7 − 7 x 6 15 8 x 8 36 : 4	33 10 x 5 0 49	54 9 x 2 − 11 72 11 x 3

OPDRACHTKAART 2

We gooien steeds in het eerste bakje één bal; in het tweede bakje twee ballen; in het derde bakje drie ballen; in het vierde bakje vier ballen, ... enzovoort.

► *Hoeveel ballen heb je nodig?*

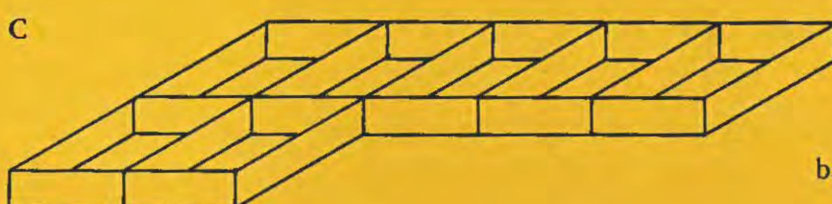
A

ballen:

B

ballen:

C



ballen:

D

ballen:

E

ballen:

OPDRACHTKAART 3

Er zijn vier stukken van de getallenlijn:

A — 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

B — 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

C — 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160

D — 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203

▸ *Welk stuk van de getallenlijn hoort bij de getallen hieronder?*

.A. .	3 x 3	. . . .	3 x 23	. . . .	160 : 2
.D. .	4 x 50	. . . .	1000 : 5	. . . .	400 – 300
.C. .	54 + 40	. . . .	98 + 4	. . . .	890 – 688
. . . .	8 x 6	. . . .	4 x 32	. . . .	83 – 32
. . . .	100 : 2	. . . .	80 – 34	. . . .	420 : 140
. . . .	44 + 160	. . . .	75 + 3	. . . .	19 – 8
. . . .	5 x 25	. . . .	9 x 22	. . . .	2500 : 500
. . . .	7 x 8	. . . .	18 – 3 x 6	. . . .	161 – 59
. . . .	10 : 2	. . . .	40 : 2	. . . .	405 : 2
. . . .	4 x 9 + 100	. . . .	5 x 11	. . . .	19 x 3

OPDRACHTKAART 4

Gert, marjan, steven en rob zijn bij elkaar.

Dit pakje
- wordt niet door een jongen aan een meisje gegeven
- wordt niet door een jongen aan een jongen gegeven
- is niet voor gert of rob.

▸ *Wie geeft het*

▸ *Wie krijgt het?*

Het pakje
- weegt twee keer zoveel als een speelgoedauto
- de speelgoedauto weegt drie keer zo veel als een bal
- de bal weegt 60 gram.

▸ *Hoeveel weegt het?* gram

Het pakje
- kost minder dan tien gulden
- kost meer dan twee autootjes van elk drie gulden
- kan met drie muntstukken betaald worden.

▸ *Hoeveel kost het?* gulden

OPDRACHTKAART 5

► *Trek een rechte lijn door drie getallen, die samen zoveel zijn als er boven de figuur staat.*

Een voorbeeld:

15

3	9	8
~~8~~	~~3~~	~~4~~
7	4	5

En nog een voorbeeld:

12

6	3	~~5~~
3	~~5~~	8
~~4~~	2	5

20

8	1	6
3	7	5
6	14	5

100

12	40	70
49	45	18
40	25	35

18

3	8	10
4	9	6
11	0	3

53

24	41	38
25	9	34
6	3	2

36

12	14	7
12	13	11
16	15	18

30

13	8	14
10	12	11
10	10	12

1000

440	130	620
510	450	140
280	420	130

45

14	18	20
15	20	11
20	7	15

75

18	16	44
15	38	22
12	21	19

OPDRACHTKAART 6

▶ *Wat is de som van de getallen in elk vierkant?*

(A)

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

(B)

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
+ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

OPDRACHTKAART 7

1
- Schrijf de eerste 10 oneven getallen op.
- Probeer een manier te vinden om ze handig op te tellen. (Je mag hierbij ook tekenen.)
- Tel ook de eerste 3 oneven getallen op.
- En de eerste 5. De eerste 12.
- Bekijk de antwoorden steeds nauwkeurig. Ontdek je iets bizonders?

2 We maken eerst een afspraak:
5! (een 5 met een uitroepteken) betekent: 1 x 2 x 3 x 4 x 5.
- Zo betekent dus 7! ?
  We schrijven 10! .
- Op hoeveel nullen eindigt het antwoord? (niet uitrekenen!)
- Schrijf er ook bij hoe je redeneerde.
- Op hoeveel nullen eindigt 20! ? En 100! ?

3 12 is eigenlijk best een leuk getal.
Je kunt het voorstellen door een *rechthoek*, bijvoorbeeld:

3 cm

4 cm

De oppervlakte van die rechthoek is dan 12 cm^2.
- Kun je 12 ook nog door andere rechthoeken voorstellen? (Teken ze maar.)
- Ken jij ook een getal dat je door een *vierkant* kunt voorstellen? (Je weet misschien dat een vierkant een bizondere rechthoek is.)

Het getal 7 bijvoorbeeld heeft ook iets bizonders.
Je kunt 7 alleen maar voorstellen door een rechthoek met een breedte van 1. (Als je tenminste geen breuken wilt gebruiken.)
- Probeer alle getallen tot 100 te vinden, die je alleen maar kunt voorstellen door een rechthoek met een breedte van 1.

respons blok

INHOUD

MEDEWERKERS AAN DIT BLOK
Deelnemers aan de herorienteringskursus te rotterdam, leerlingen van de oorsprongschool te baarn, Jaap Boerema, Karel Bok, H. Gelissen-Lutgers, J. Wieland, Edu Wijdeveld, Daan Karman, Ineke Meijer, Rob de Jong.

6.1 inleiding

Een inleiding wordt altijd geschreven nada een blok is samengesteld. Je overziet het ge heel nog eens. Je vraagt je af of zo'n blok bi dragen bevat die *'het vaderlandse onderwijs* kunnen verrijken. Je hebt je twijfels bi bepaalde delen. Je bent vertrouwd geraak met het idee dat je altijd te weinig ruimt hebt. Je wilt dat het blok echt als forum gaa fungeren.

* * *

Forums lijken wel eens de poppenkasten va de 20^{e} eeuw te worden: volksvermaak spreek- en vuurwater in glaasjes, groene tafels allesweters, pinnige katrijnaktivisten, onbenul lige jan klaassens, barokke akkoorden, en om 12 uur drinken ze een glas en doen ze een pla: en poetsen ze hun tanden en wassen ze hur handen en morgen ....

* * *

In de eerste jaargang schreven we dat het responsblok een forumfunktie zou moeten krijgen.

> 'Ieder die zich bij het onderwijs betrokken voelt kan ideeën geven, oude ideeën opscherpen, filosoferen, filosofieën konkretiseren, ervaringen beschrijven, enz.'

Poppenkast?

* * *

De respons-blokken hebben in de afgelopen jaargangen niet veel vrijblijvend geleuter bevat. Weinig hoogdravend geteoretiseer, veel bruikbare ideeën van onderwijspraktici.
Geen poppenkast!

* * *

We hebben in dit blok de serie gesprekken met onderwijzers voortgezet. Nu met het personeel van een tweemansschool in oudemolen (dr.). **(6.2)**
Waar men in oudemolen een recht-toe-rechtaan stadsplanopbouw heeft via vertikale lanen en horizontale straten, hebben we uit rotterdam een benadering ontvangen die nou juist goed bij de drentse situatie aansluit: hoe bouw je een dorp? **(6.3)**

'Hoe grotere proef je dus doet hoe nauwkeuriger het wordt', konkluderen leerlingen van de Oorsprongschool te baarn uit hun zonderdag-onderzoek.
In **6.4** treft u meer aan uit het helder geschreven verslag van dit onderzoek.

6.2 boetn-baindrs in olle meulen

OFTEWEL: BUITENBEENTJES IN OUDEMOLEN

Een reklame-zin voor margarine zeurt ons de hele dag door het hoofd. 'Daar waar het gras nog groen en het leven nog goed is'. We zijn te gast op de meester G.F. Croneschool te oudemolen.
't Kontrast met het jachtige intercity-bestaan is ook wel erg groot.
De 111 inwoners van oudemolen, een buurtschap aan een bochtige 'kunstweg' tussen taarlo en zeegse, een kilometer of tien ten noordoosten van assen, lijken ver verwijderd van drukpersen, tekst-korrekties, hersenstormen en integratie-plannen.
Vraag hier echter een willekeurige land-man over roosterpunten en afstands-wegen – de kans op een uiteenzetting in wiskobasterminologie is groter dan in utrecht of maastricht.

Inleiding

Op een vrijdagmiddag in mei belde Jaap Boerema – docent pedagogiek in groningen en verbonden aan de wiskobaskursus aldaar –.
'Ik heb hier iets interessants. Twee kursisten, een schoolhoofd en een onderwijzeres aan een tweemansschool weigerden om zo maar wat losse lessen te geven. Ze wilden alleen vanuit een bepaalde lijn werken. Van het eerste kursusblok, het stadsplan, heb ik nu de resultaten binnen. Het lijkt me de moeite waard. Van de andere blokken gaan ze net zoiets doen. Ik zal het opsturen dan kun je er kennis van nemen.'
Een paar dagen later lag er een blauw boekje op het instituut: *'Stadsplan', samengesteld door J. Wieland en H. Gelissen-Lutgers* van de openbare lagere 'Meester Croneschool' te oudemolen. Een keurig verzorgd boekje met blauwe omslag, witte en groene pagina's en tientallen foto's.
Na wat doorbladeren werd al gauw duidelijk dat hier iets belangrijks aan de hand was. Ook belangrijk voor bulletin-lezers die niet in oudemolen wonen, en dat zijn er nogal wat.
De twee leerkrachten – deelnemers (eerste-jaars) aan de wiskobaskursus te groningen – zijn bezig om uit het kursusmateriaal voor hun eigen school een werkplan samen te stellen. En ze zijn daarbij al een heel eind op streek.

Wel, en toen stonden we (Ineke Meijer, Jaap Boerema en Rob de Jong) op een gegeven moment (vrijdagmorgen 7 juni, 10.15 uur) voor de deur van een tweemansschool in drente.
Een indruk-makend gebouw ('In een der kleinste dorpen staat een der mooiste scholen van Drente' – een kop in de Leekster Courant van 10 november 1965) gesitueerd in één van die fraaie drentse a-landschappen.

'Meester Croneschool'

Op de meester Croneschool zitten 40 leerlingen uit de dorpen zeegse, taarlo en oudemolen; 17 leerlingen in de 3 hogere leerjaren en 23 in de 3 lagere leerjaren.
De leerlingen zijn afkomstig uit allerlei kerkelijke milieus en hebben veelal op een kleuterschool in tijnaarlo of vries gezeten.
Voor het vervolgonderwijs zijn de kinderen aangewezen op vries (mavo en lager beroepsonderwijs) en assen. In het algemeen is de verdeling over avo en beroepsonderwijs gelijkmatig, alhoewel het avo de laatste jaren meer aftrek vindt.
De begeleiding door schooladviesdiensten is nog niet optimaal. Na een vergadering die onlangs plaatsvond is men echter hoopvol gestemd. De meester Croneschool heeft geen kontakten met pedagogische akademies en nauwelijks met het voortgezet onderwijs.

De heer Wieland (amateur-fotograaf, nuchter, nu 4 jaar hoofd van deze school) en mevrouw Gelissen (vriendelijk en bedachtzaam formulerend, al tientallen jaren huishouden en schoolwerk kombinerend) schrijven in reeds genoemd blauwe boekje – we nemen enkele passages uit de inleidende hoofdstukken over –:
'Op onze school is enig hulpmateriaal aanwezig, materiaal dat de kinderen in staat stelt, veelvuldig met de aangeboden stof bezig te gaan. Duidelijk kan gesteld worden dat er meerdere hulpmaterialen te maken zijn. Elke school zal zelf moeten bekijken welke mogelijkheden er zoal zijn.
Als hulpmaterialen gebruikten wij:

* *Zuiltjes, welke aan de boven- en onderkant de vorm van een driehoek, cirkel of vierkant hebben.*
Deze zuiltjes of kokertjes worden bij de eerste lessen gebruikt om de kinderen de gelegenheid te geven de plattegrond te leren kennen.
Wat is een plattegrond? Hoe teken je een plattegrond? Zijn er meerdere vormen? Kun je die ook tekenen?
Kortom een serie vragen, die direkt op de kern va het probleem komen, namelijk: de plattegron Ook bij de aardijkskundeles is dit weer te gebru ken!
In les 1 wordt bewust geen naam genoemd. W spreken daar van 'dingen', rolletjes en voorwerper Is men van mening wel een naam toe te kenne dan is hiertegen uiteraard geen enkel bezwaar.

een leerling uit klas 3; rechtsboven een kokertje

* *Doos A, met gestencilde oefenblaadjes voor de lagere klassen.*
In het begin gebruiken de hogere klassen deze doos ook.
De doos, gemaakt van een tafeltennisdoos met vakkenverdeling, bevat een hoeveelheid oefenblaadjes die betrekking heeft op de lessen 1 tot en met 6.

doos A

* *Doos B, met gestencilde oefenblaadjes voor de lagere en hogere klassen.*
Deze doos is gemaakt van hout (grote sigarenkist). Ook hierin is een vakverdeling aangebracht. De oefenblaadjes bevatten voornamelijk roosters van 10 x 10 cm en kleinere, alsmede een groot oefenblad met assenkruis, zodat ook gewerkt kan worden met positieve en negatieve getallen (les 16

tot en met 20). In de praktijk blijkt deze doos uitstekend te voldoen, en is het aantal mogelijkheden (soorten oefenblaadjes) ruim voldoende.

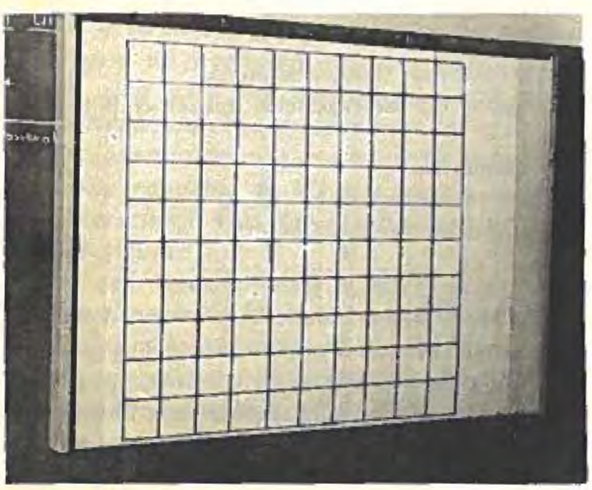
doos B

* *Folie-bord, met daarbij gemaakte kaarten met roosters.*

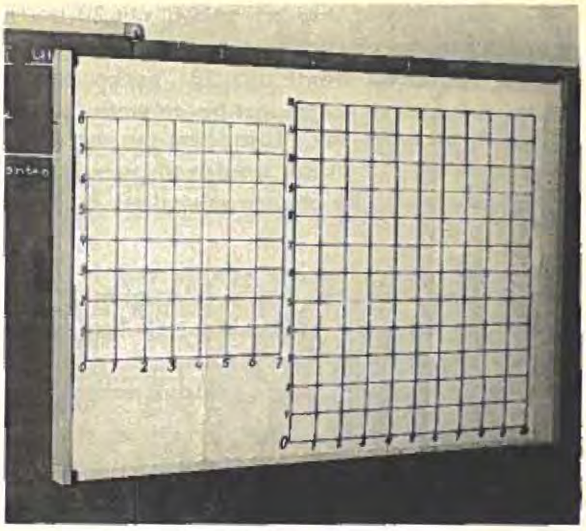
Op school was aanwezig een bord, waar overheen een stuk plasticfolie was getrokken. Tussen bord en folie komt een groot rooster voor het nabespreken van de gemaakte opdrachten. Voorlopig hebben we drie roosters in gebruik, welke op grote vellen aan elkaar gelijmd tekenpapier met een viltstift zijn te beschrijven. Het formaat wordt dan ongeveer 80 x 100 cm of iets groter. De hokjes zijn bij een paar roosters niet helemaal 10 x 10 cm. Op een ander papier zijn twee roosters getekend, en tenslotte een rooster met een assenkruis. Deze is in de hoogste klassen te gebruiken voor het werken met positieve en negatieve getallen.

Voor het folie-bord is een set viltstiften op waterbasis in de handel verkrijgbaar. Is het folie beschreven, dan is het geschrevene gemakkelijk te verwijderen door middel van een natte spons. Een ideaal hulpmiddel!

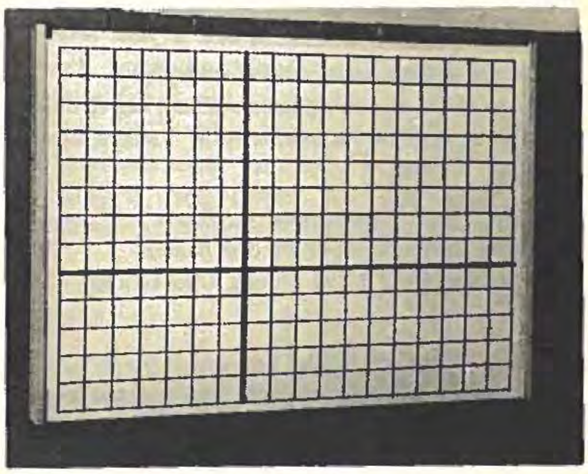
Onze gedachten zijn ook nog uitgegaan naar het flanelbord. Dit biedt ons inziens ook mogelijkheden te over.



bord met 10 x 10 rooster



bord met 8 x 7 en 12 x 10 rooster



bord met groot rooster (assenkruis)

* *De gekleurde dobbelstenen, in enkele sets verkrijgbaar en te gebruiken in de lagere klassen.*

Ook dobbelstenen zijn goed te gebruiken. Het is wel wenselijk zeker twee kleuren dobbelstenen te hebben, bijvoorbeeld rode en witte. Hierbij kan dan de afspraak gemaakt worden, dat de rode dobbelstenen gebruikt worden voor bepaling van het roosterpunt in horizontale, de witte voor de bepaling in vertikale richting. Het spel-element wordt er zo nog meer bij betrokken. Zeer geschikt gebleken voor de lagere klassen.'

ook in de hogere klassen wordt een stadsplanspel met behulp van dobbelstenen gespeeld

'Voor alle kinderen is er een pakket van 20 lessen, voorzien van een omslagblad en een achterblad. Voor de onderwijzer(es) wordt ditzelfde pakket van 20 lessen voorzien van bladen met op- en aanmerkingen, suggesties en wijze van behandeling van dat onderwerp in de klas. De bladen worden toegevoegd bij de betreffende lessen. De verkorte inhoud van de lessen:

Les 1
Het aanleren van het begrip 'plattegrond', door middel van kartonnen hulpmiddelen (kokertjes). De naam plattegrond wordt *niet* genoemd.
Verschil zij- en boven-aanzicht duidelijk maken.

Les 2
Toepassing plattegrond in eigen klas.
Oefeningen bij tafeltjes, stoeltjes, hoofden, lijnen, enz.
Het begrip 'kortste' weg komt aan de orde (opdrachten).

Les 3
Namen bij diverse delen van het stadsplan.
Rijen en stroken om bepaalde vlakken aan te duiden.
De notatie (2,3) komt aan de orde. Vakken kleuren.

Les 4
Straten en lanen (horizontaal-vertikaal).
We geven straten en lanen nu ook namen.
Kleur de wijken (2,1), (3,2), enz. Opdrachten.

Les 5
Nog eens de vakken (1,1), (2,1), enz.
Memory-spel en geheimschrift-puzzel (invullen van (2,1), enz.)
De lessen 3, 4, 5 geven oefeningen met de notatie (2,3), (3,2), enz.

Les 6
Van vakken naar kruispunten door middel van tuintje met paden.
Twee kruisende paden hebben een kruispunt.
Het begrip: afstandsweg A — B.

Les 7
We leren de namen: rooster-roosterpunt-roosterafstand.
Oefenen op oefenblaadjes (leren zoeken van roosterpunten).

Les 8
Herhaling: opzoeken en invullen van roosterpunten.
Konsolidering van begrippen: afstandsweg — roosterafstand.

Les 9
Meer mogelijkheden met het werken in het rooster.
Aantal roosterpunten op een rooster.
Tussenliggende roosterpunten.

Les 10
Herhaling: aanduiding roosterpunten.
Roosterafstand berekenen (zonder te tekenen).
Binnen- en buitenpunten.

Les 11
Het ontdekken van een roostercirkel.
De roosterdriehoek.
De ellips.

Les 12
Tekenen van roosterdriehoek-roostervierkant.
Eenheden (de afstandsweggetjes).
Gelijkzijdige driehoek proberen te tekenen.
Herhaling binnen- en buitenpunten.

Les 13
Roetes lopen:
Verlengde roetes.

←	↑	→	↑
3	1	1	2

Zelf roetes op rooster invullen.

Les 14
Van roete-lopen naar een trek.
Het noteren van een trek $\binom{+2}{+1}$ in plaats van (2,1).
Begin van negatieve getallen op het 10 x 10 rooster.

Les 15
Negatieve getallen, ook op het assenkruis.
Noteren van roosterpunten als (5,—1), (4,—2), (—2,—3).

Les 16
Assenkruis met negatieve getallen.
Teken de trek vanuit een gegeven punt.
Trekken verlengen (samengestelde trekken).
Bepaal de roosterpunten, afstandsweg, eindpunt, korte trek.

Les 17
Samengestelde trekken.
Vrije trekken (zonder aangrijpingspunt).

Les 18
Hemelsbrede roetes: de pijl.
Gebonden en vrije trekken en pijlen.
Vervang samengestelde trek(pijl) door één met hetzelfde begin- en eindpunt.

Les 19
Herhaling en konsolidering van de vrije en gebonden pijlen en trekken.
Oefeningen in gegeven roosters.

Les 20
Het herhalen van trekken en pijlen.
Vervanging van samengestelde trekken en pijlen door één.
Roosterpunten.
Binnen- en buitenpunten.
De roostercirkel en de ellips.'

. . . .

'De hoogste klas heeft de lessen afgerond. Voor deze kinderen is de stof een ware afwisseling gebleken naast de zaken van alledag. Er is met veel plezier aan de lessen gewerkt, velen hebben het boekwerkje, versierd met de nodige kleuren, mee naar huis genomen.'

. . . .

Het tempo is niet te hoog gebleken. De meeste :inderen hebben de nieuwe stof goed kunnen opnenen en verwerken.'

. . . .

Bewust is het 'Stadsplan' *deel 1* genoemd. Deel 2 en 3 zullen 'grafieken' en 'talstelsels' behandelen.
Wij zijn van mening dat, als deze onderwerpen van het wiskundig rekenen
op een kinderlijk nivo worden aangeboden,
een afgerond geheel vormen
en de kinderen voldoende oefenmogelijkheden geven,
ze de weg naar de basisscholen wel zullen vinden. De stof is immers gemakkelijk te integreren in het rekenonderwijs van welke metode ook.'

. . . .

'Hoeveel tijd kan ik voor de lessen vrijmaken?
Deze vraag is niet zo moeilijk te beantwoorden, omdat wij van mening zijn, dat er altijd wel een ekstra halfuurtje (of een paar) per week overschiet. Bovendien is het niet noodzakelijk direkt alle 20 lessen binnen een week door te werken. Het is uiteraard beter zelf te bekijken, welke reserve-uren men voor de lessen wil vrijhouden.
Wij hebben de lessen in een tijdsbestek van ongeveer 4 maanden doorgenomen, waarbij de tussentijd niet altijd precies gelijk was. Dit is evenwel geen bezwaar.'

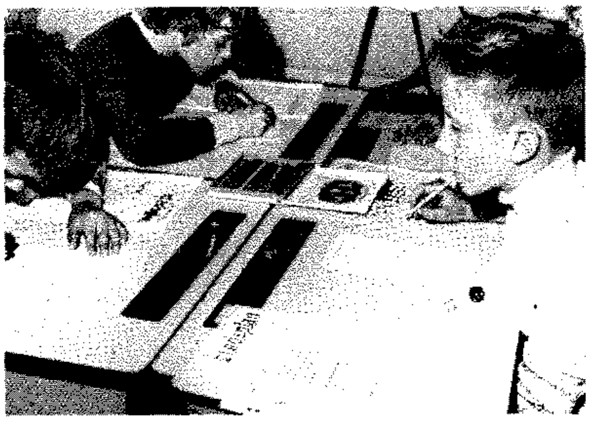
Fragmenten uit het gesprek
We hebben nu wat informaties uitgewisseld. Mogen we beginnen met een tweetal vragen die zich aan ons opdrongen toen we over allerlei kronkelwegen hier naar toe reden?
We zagen onderweg een bank die naar meester Crone genoemd is. We zijn nu op de meester Croneschool. Was dat een belangrijke plaatselijke figuur?
En een tweede vraag. Onderwijzers werken hier allemaal in kleine teams, ver van elkaar in afgelegen buurtschappen. Dwingt deze situatie tot regelmatige kontakten met elkaar, bijvoorbeeld in maandelijkse besprekingen?
Van die meester Crone hebben we op school een paar hele mooie krijttekeningen, gemaakt door E.B. Van Dulmen Krumpelman. Hij was in het begin van deze eeuw hoofd van de school in oudemolen. De omgeving hier heeft onnoemelijk veel aan hem te danken. Zo heeft hij zich ingespannen voor allerlei vernieuwingen op het gebied van landbouw, wegenaanleg, enzovoorts. Hij werd wel genoemd een *'Boetnbaindr'* — een buitenbeentje.
Wat uw andere vraag betreft. Helaas zijn er geen kontakten. Sinds de salarissen via de bank worden overgemaakt zien we elkaar nauwelijks meer. Vroeger gingen we allemaal aan 't eind van de maand naar vries om het salaris op te halen. Daar werden dan vaak besprekingen aan gekoppeld. Dat is niet meer! We ervaren dit als een groot gebrek. Je moet voeling met elkaar houden. Misschien ligt hier een taak voor een schooladviesdienst.

Hoe zou u uw school willen typeren? Is het een Jenaplanschool, een Daltonschool of iets dergelijks?
Nee, we hebben geen stempel. Een 'stempel' betekent voor ons een afgerond geheel. We houden het open. We proberen van veel ontwikkelingen iets mee te nemen.

. . . .

We zijn een tweemansschool. Maar dat zegt op zich nog niet alles over onderwijskundige mogelijkheden en onmogelijkheden. De basis voor 'n stuk werk ligt bij het personeel. Misschien heeft een grotere school toch iets meer mogelijkheden omdat iedere leerkracht maar één klas heeft.

werpen met een rode en witte dobbelsteen



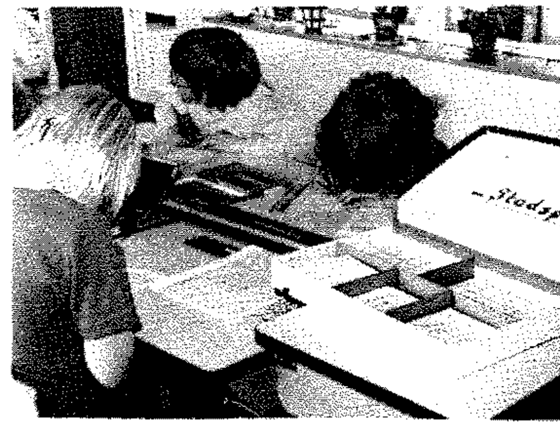
onderlinge kontrole

invullen: laan ..., straat ...

Je hoort wel eens zeggen dat wiskobas niet goed 'past' bij kleine scholen.
Dat een tweemansschool in het nadeel is, is soms waar en soms ook niet. Wat de tijd betreft: we moesten het stadsplan sámen opstellen.
Ja, dat kost tijd, maar dat was voor ons geen probleem. Alleen met die autoloze zondagen dreigde 't even fout te gaan. We werkten meestal in het weekend aan het stadsplan. En toen waren we in één keer moeilijk bereikbaar voor elkaar.
Ook is het niet juist dat men op de kostenfaktor afknapt. Veel dingen zijn heel makkelijk zelf te maken. Iedere school heeft wel een stencilmachine, een flanelbord, karton, sigarendozen.

Het eerste leerjaar lijkt op een kleine school toch wel een probleem.
Zeer beslist! Die moet je apart nemen. Tijdens het eerste kwartaal moet je dan ook niet teveel dingen als het stadsplan doen. Maar 't maakt, wanneer je de moeilijkheden goed laat opklimmen, ook niet uit wanneer je begint. Je kunt ook uitsmeren over langere perioden, wanneer je dat wenselijk vindt.

We beginnen met het stadsplan wanneer het ons onderwijs past.
Voordeel van dit werk is — zo hebben we d ervaren — dat je kunt beginnen, maar o stoppen wanneer het uitkomt. Is het voor e tweede klas te moeilijk, oké, dan hou je o We zijn in klas 2 en 3 gekomen tot les 10. D is toch netjes, niet?



leerlingen uit de derde klas

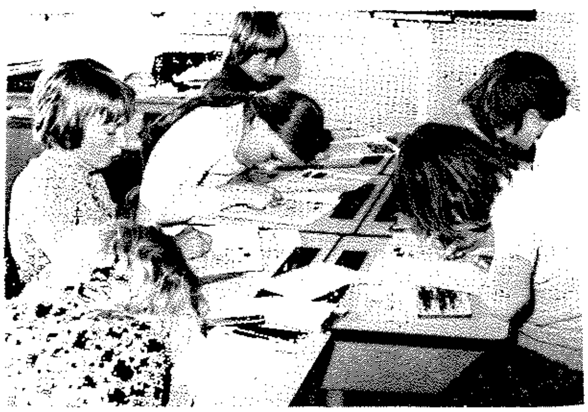
Wat waren uw motieven om de wiskobas-ku sus te gaan volgen?
We hadden bepaald geen moeilijkheden me ons rekenprogramma. Een ander hoofd va een school nam het initiatief tot deelname. E daar voelden we wel wat voor. Als 't aardrijks kunde was geweest, waren we ook gegaan. W hebben al te weinig kontakten met kollega' en in de vorm van een kursus ontmoet je no eens iemand.
We voelden ons zeker niet gepressed to vernieuwing van het rekenonderwijs. Wel wil den we zien wat je naast het traditionel rekenen nog meer kon doen.

Toen u tijdens de kursus voor het eers kennismaakte met het stadsplan, stond he toen ver van u af? Zag u al snel mogelijkheden om er in uw klas iets mee te doen?
Dat is gegroeid! We moesten naar aanleiding van het BAS-boek lesverslagen maken. Dat bevredigde ons niet, het was te incidenteel. We zijn toen dieper op de materie ingegaan. En daaruit is dit boekje voortgekomen. Nu hebben we een afgerond geheel. We hebben het voor onszelf, voor onze school gemaakt.

Hoe reageerden de kinderen hierop?
Vreselijk entoesiast, en dat komt onder andere omdat ieder op zijn eigen nivo kan werken. De minder goeden komen ook eens aan bod, ook eens tot een oplossing?

En de ouders?
We hebben vier voorlichtingsavonden georga-

traten en lanen in de 'plantenwijk'

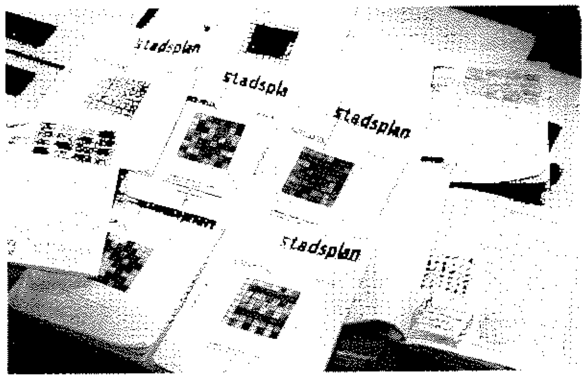


klas 5 aan 'het stadsplannen'

niseerd. We hebben voor de ouders een stadsplan-pakketje gemaakt, waaraan ze bezig zijn geweest. Het werd erg op prijs gesteld.

Biedt de kursus voldoende teoretische achtergrond?
Ja, maar je mist wel een aantal ekstra mogelijkheden om bijvoorbeeld tot een kreatieve voortzetting te komen. Je hebt zo nu en dan nieuwe impulsen nodig. Wat dat betreft kun je veel aan het Wiskobas-Bulletin hebben.

Vanaf 1975 komt wiskobas met een integratieplan. Wat zou, naar uw mening, de inhoud van zo'n plan moeten zijn?
Aan een goed bronnenboek zou je al veel hebben. Met een grotere groep zou je er dan stukken uit kunnen lichten en verder uitwerken.
Nu, op de kursus, waren wij de enigen. 't Is jammer dat de andere kursisten niet eveneens een blok hebben bewerkt. Dan kun je verder komen. Voorwaarde is wel dat er *een goede lijn* in zit. Zonder lijn komt de kreativiteit niet aan bod.
Het zal de keus zijn tussen een vast geprogrammeerd draaiboek en een programma met veel vrijheden.
Aan de onderwijzers mag en moet je eisen stellen. Je mag toch verwachten dat ze er iets voor willen doen.



een aantal stadsplan-leerlingenboekjes, met vele kleuren rijkelijk versierd

Hoe komt het Wiskobas-Bulletin bij u over?
Prettig om te lezen. De suggesties er in doen het wel. De werkbladen erin zijn zeer bruikbaar. Artikelen als wiskunst bijvoorbeeld zijn ook interessant, vooral als zondaglektuur.

Heeft u ook de series van de onderwijstelevisie 'Kijk op Kans' en 'Tel voor Twee' gevolgd?
Kijk op Kans hebben we gemist. Tel voor Twee is in de tweede en derde klas gedaan. Bezwaar was dat een en ander te laat bij de onderwijzer kwam.
Is het niet mogelijk een paar proefuitzendingen te maken zodat je weet wat er ongeveer komt, waar het naar toe gaat? Je bent dan beter geprepareerd om met de kinderen aan de slag te gaan.

Tijdens ons gesprek zijn de kinderen steeds rustig aan het werk gebleven. Heeft u ze van te voren de pin strak op de neus gezet?
Nee, maar ze hebben een taak zodat ze rustig verder kunnen werken. Natuurlijk is het ook zo dat leerlingen op een kleine school gewend zijn om zelfstandig te werken.

6.3 een nieuw dorp

Uit de wiskobas-heroriënteringskursus te rotterdam[1]) ontvingen we enkele kreatieve voortzettingen die gemaakt zijn naar aanleiding van het blok 'Het Stadsplan'.
Met een fragment uit één van deze series laten we u graag kennismaken. Wellicht wordt u er door geïnspireerd om ook eens op deze wijze met uw klas aan het werk te gaan.

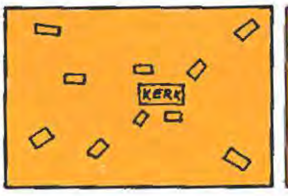
▸ **Les I**

Introduktie

Ontstaan van een dorp ergens in nederland de kerstening. De kerk staat centraal en huizen worden er zo dicht mogelijk bi bouwd. (Twee aan elkaar geplakte stukl etalagekarton met erop enkele huizen natuurlijk de kerk.)

Instruktie

* Iedere leerling krijgt een lucifersdoosje mag zelf een mooi plaatsje uitzoeken. Hierbij wordt verteld dat het eigenlijk gewoonte was zo dicht mogelijk bij de k te wonen. In de omgeving zijn boerderij

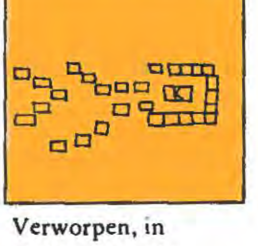


uitgangspunt

eindsituatie

* Gesprek:
  - zou 't voor een vreemdeling gemakkeli zijn om piet jansen op te zoeken?
  - zou 't voor een dorpsbewoner gemakk lijk zijn om uit te leggen waar piet janse woont?

  Konklusie: in dit dorp is het voor ee vreemdeling moeilijk om de weg te vinde
* Opdracht:
  - Als jullie dit dorp opnieuw mochte bouwen, zouden jullie het dan toc hetzelfde maken of anders?
    Antwoord: anders.
  - Hoe? Maar zorg er wel voor dat d rijkste mensen het dichtst bij 't dorp kerkje wonen en daarna (daarachter) d minder rijken, enz.
    Allerlei ideeën verschijnen op het bord



Verworpen, in verband met de moeilijke toegangsweg naar de kerk.

Goed. Nadeel: weinig toegangswegen

1) Kursusdocenten: Gerrit van Eijsden (wiskundige) en Kees Koolhaas (pedagoog).

emene instemming.

s II

roduktie

herhaling van vorige les
ontwerp van het nieuwe dorp weer op bord getekend.

struktie

Iedere leerling krijgt 2 lucifersdoosjes en plakt ze op de afgesproken manier op het etalagekarton.

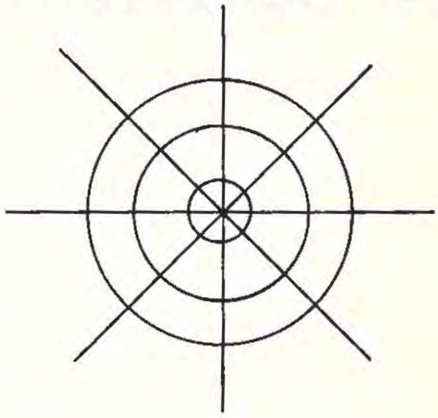
Vraag:
ik moet iemand schrijven in dat dorp; hoe moet die brief daar terecht komen? (de *namen van de straten* worden ingevuld.)
Enige leerlingen hebben hoeken aangewezen van bijvoorbeeld leliestraat en langstraat.
Vraag:
jongens in 't dorp geven elkaar tijdens de les briefjes waar ze na schooltijd op elkaar wachten; bijvoorbeeld: ik wacht op de hoek van de mariastraat en de groenelaan; dit vonden de jongens echter te lang; hoe zouden ze dat op een kortere manier aan elkaar kunnen vertellen?
(Dit was erg *moeilijk!*)
De meeste antwoorden bevatten afkortingen. Na verloop van enige tijd werd gevonden dat het handig zou zijn om *cijfers* bij de *straten* te plaatsen.

* Vraag:
een leerling moet punt of hoek (2,4) aanwijzen; wat is de moeilijkheid?

Afspraak:
- de straten die naar de kerk leiden noemen we 't eerst
- de 'cirkelstraten' noemen we 't laatst.

▶ Les III

Introduktie
- herhaling van vorige lessen
- wat betekent de tekening op 't bord?



Instruktie

* Verwerking
Iedere leerling krijgt een blad met de dorpsplattegrond.
Vervolgens:
- cijfers inschrijven
- onderwijzer wijst op bord punten aan die de leerlingen op hun blad aanwijzen
- de leerlingen zetten de cijfers van de hoekpunten op papier
- de leerlingen tellen de 2 cijfers op
- de leerlingen vermenigvuldigen ze.

uit het werkblad van George

6.4 zonderdag in baarn

EEN AKTUALITEIT VOL KANSEN

Dat in de aktualiteit ideeën voor leuke en zinvolle stukken onderwijs voor het grijpen liggen, blijkt deze keer uit het zonderdag-onderzoek dat leerlingen van de 5ᵃ-klas van de Oorsprongschool te baarn in mei jl instelden.
Het verzorgde en originele verslag dat de voorpagina van de Baarnsche Courant haalde, geeft een duidelijk beeld van de ontdekkingen die de leerlingen suksessief deden.
De klasse-onderwijzer, Karel Bok, hield geen lange ingewikkelde doceerverhalen over bijvoorbeeld de relatie tussen steekproefgrootte en betrouwbaarheid. De leerlingen hebben deze relatie echter ervaren en de resulterende inzichten zullen niet makkelijk verdwijnen.
Uit het door de leerlingen samengestelde verslagboekje nemen we hiernaast enige delen over.

▸ Waarom hebben we dit gedaan?
In de klas hebben we Kijk op Kans. Kijk Kans is een uitzending van de schooltelevis Kijk op Kans heeft te maken met kɛ berekenen.
Op dat woord 'KANS' kreeg onze onderwijː een idee, hij had in de brievenbus een 'Zc derdagkrant' gehad. De zonderdag is é autoloze zondag in de maand. Hij heeft ons opdracht gegeven om eens langs de huizen gaan en te vragen aan de mensen in baarn ze voor of tegen de zonderdag zijn.
Dat hebben de meeste kinderen uit onze kl gedaan. We hebben bij elkaar bijna duizeı meningen van mensen opgehaald.
In de 'zonderdagkrant' stond dat twee van (drie nederlanders er voor stemden, of dat zo hebben we uitgezocht. In de krant stond oc dat ze het aan treinreizigers moesten vrage

We hebben met de klas by elkaar 960 meningen van mensen opgehaald. Dat is voor de eerste keer al vreselijk veel. Als over een week of over een paar dagen de uitslag van de zonderdag in de krant komt kunnen we die stand (heel Nederland) eens ~~vers~~ vergelyken met de stand die de kinderen van de klas hebben opgehaald. Dat is natuurlyk een heel groot verschil, maar toch heb je er wat aan want wy (onze klas) zyn een gedeelte van heel Nederland. Je kon ook zomaar vreemde mensen opbellen. Gewoon zomaar een telefoonnummer draaien, dat is natuurlyk wel handig. Je kan ook by een bushalte gaan staan maar eigenlyk is dat niet zo eerlyk want die mensen hebben meestal zelf geen auto dus hebben ze vaak een zelfde mening

▸ Hoe hebben we het gedaan?
In de klas hebben we eerst afgesproken wa we aan de mensen zouden vragen.
Dat was:
* mag ik u wat vragen, we doen een onderzoekje met de klas;
* bent u voor of tegen zonderdag;
* daarna moesten we vragen of ze wel of niet een auto hadden.

We moesten dat vragen omdat we wilden weten of er verschillen van meningen tussen wel of niet automobilisten waren.
Eerst moesten we het aan onze vaders en moeders vragen. Daarna aan de buren, kennissen en familieleden.
Eén van mijn familieleden was er voor en er tegen tegelijk, dat was wel een beetje lastig want ik moest wachten tot ze antwoord gaf.
Een heleboel kinderen gingen in een drukke straat staan, zoals de laanstraat, brinkstraat, enz.
Ook gingen er kinderen bij drukke winkels en supermarkten staan zoals Albert Hein, Beest,

Hema, 4 = 6 en nog veel meer drukke winkels. Een paar meisjes waren zo slim geweest om naar flats te gaan dan drukken ze op een paar belletjes en ze hadden er zo een stuk of tien tegelijk.
Eén meisje had zelfs de telefoon gepakt en had mensen opgebeld door zomaar een nummer te draaien.
Er waren wel mensen die een hele tijd nodig hadden om haar antwoord te geven maar met andere was ze zo klaar. Later hebben we op school alle gegevens bij elkaar gedaan. Er was zelfs een meisje dat het aan 300 mensen had gevraagd.

	vóór	weet niet	tégen
wèl auto	卌 卌 卌 卌 卌 卌 |||| |||	卌 卌 |||	卌 卌 卌 ||
géén auto	卌 卌 卌	卌 卌	卌 ||

Ik heb het eerst aan de buren gevraagt de één was er voor de ander wist het niet of ze waren ertegen. Sommige mensen zeiden niets Mijn vader en moeder waren er alle twee er voor. Mijn moeder wist eerst niet wat een zon lerdag was.

Ik heb ook aan een Spakenburger in klederdracht gevraagd die wist het niet, want ze had er nog nooit over nagedacht. Wat me erg opviel was dat er meer mannen vrouwen tegen waren als vrouwen

Ik ben ervoor want het is natuurlijk wel leuk om een keer helemaal geen auto te zien. Maar je moet niet aan je eigen denken. Om eerlijk te zijn. Weet ik het niet.

▸Wat er uit kwam

Onze onderwijzer meneer Bok kreeg alle blaadjes met de turfjes van de kinderen en maakte een overzichtje.
Hij begon met de getallen zoals 20, 55 etc. bij elkaar te voegen zodat er honderd bij elkaar zaten, hij had er toen 6 van honderd maar die van het meisje met 300 zouden er later pas bijgevoegd worden.
Het schema zag er zo uit:

	voor	weet niet	tegen	totaal
I	55	13	32	100
II	53	23	24	100
III	65	15	20	100
IV	58	15	27	100
V	62	14	24	100
VI	61	10	29	100

Daarna maakte de meester groepen van 200 en daarna van 300.
Dat schema zag er zo uit:

	voor	weet-niet	tegen	totaal
I + II	108	36	56	200
III + IV	123	30	47	200
V + VI	123	24	53	200
I + II + III	173	51	76	300
IV + V + VI	181	39	80	300
judith	176	38	86	300

Omdat je het nu niet zo goed meer kan zien hoe het zit, hebben we er procenten van gemaakt:

	voor	weet-niet	tegen	totaal
I + II	54%	18%	28%	100%
III + IV	$61\frac{1}{2}$%	15%	$23\frac{1}{2}$%	100%
V + VI	$61\frac{1}{2}$%	12%	$26\frac{1}{2}$%	100%
I + II + III	57,6%	17%	25,3%	100%
IV + V + VI	60,3%	13%	26,7%	100%
judith	58,6%	12,6%	28,6%	100%

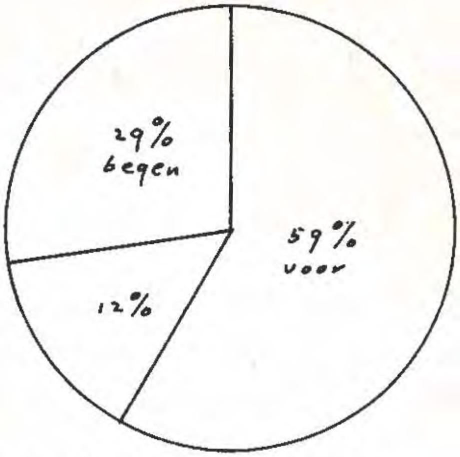
Je kunt nu zien dat de getallen dichterbij elkaar komen te liggen.
Kijk maar eens bij 200, daar is het verschil bij 'vóór' nog $7\frac{1}{2}$%, maar bij 300 is het nog maar 2,7%.
Voor 'weet-niet' scheelt het nog 4,4%, maar ja dat zijn minder mensen.
Hoe grotere proef je dus doet hoe nauwkeuriger het wordt.

▸De einduitslag

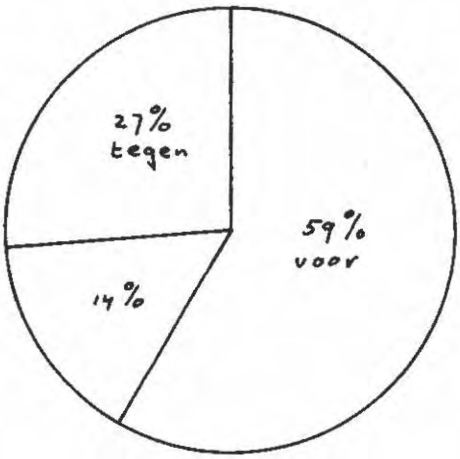
	vóór	weet niet	tégen		
wél auto	59%	12%	29%	100%	totaal mèt auto + totaal zònder auto
géén auto	59%	$17\frac{1}{2}$%	$23\frac{1}{2}$%	100%	
	59%	14%	27%	100%	
	totaal vóór +	totaal weet-niet +	totaal tegen		

Nu kun je zien dat van alle mensen 59% vóór de zonderdag waren en 27% waren er tegen en 14% wisten het niet.

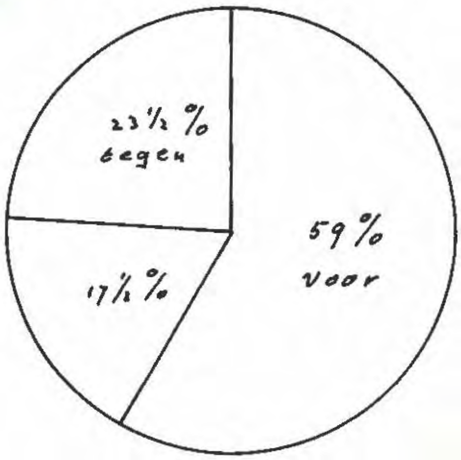
Er zijn in baarn dus minder mensen voor de zonderdag dan de zonderdagkrant zei: als 2 op 3 waar was, moesten er $66\frac{2}{3}$% voor zijn en bij ons is het maar 59%.
Misschien was er bij ons iets meer geworden. Als we meer andere mensen hadden gevraagd, maar vast geen 67%.
Je kunt ook wel zien dat het niet uitmaakt of de mensen wel of niet in een auto rijden als ze er voor zijn. Wel zijn er meer mensen die er tegen waren en een auto hadden. Er zijn ook meer mensen die het niet weten en ook geen auto hadden.
Op een sektor-diagram kan je dat beter zien:



zo denken de autorijders in baarn erover



zo denkt heel baarn erover



zo denken de mensen in baarn zonder een auto erover

Hoe de klas het vond

probleem

De hele klas heeft de zonderdagproef hartstikke leuk gevonden!
Het komt ook niet vaak voor dat een klas zoiets doet.
Je kan meestal ook veel lol hebben.
De één gooit de deur voor je neus dicht, ... de ander houdt eindeloze verhalen; nou ja. en op zo'n manier maak je erg veel mee
En toch is dit erg interessant werk, want wat we doen is niet zomaar een grapje, nééé. ... het is ~~méénes~~ ménes!
Want de standen die ~~we~~ wij hebben, gaan we vergelijken met de standen van Heel NEDERLAND.
Dat is natuurlijk een groot verschill met elkaar of zou onze proef ook voor heel Nederland gelden?
Deze vraag hebben we nu met de klas uitgezocht.
kijk maar op blz. nummer 12

IK HOOP DAT WE NOG EENS zo'n proef Gaan Doen