wiskobas bulletin

Jaargang 3, nr. 3
Maart 1974

Wiskobas-Bulletin

– Bulletin ter begeleiding van het eksperiment 'Wiskunde op de Basisschool'
– Verschijnt gedurende de derde jaargang 6 keer

JAARGANG 3, Nr. 3 – MAART 1974

REDAKTIEADRES:
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

ABONNEMENTENADMINISTRATIE:
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

ABONNEMENTSPRIJS:
Per jaargang *f* 30,–.
Reduktietarief voor studenten P.A. en wiskobas-kursisten *f* 20,–.
Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

INHOUD

VASTBLOK

VARIABEL BLOK

RESPONSBLOK

Omslag: Hans Gauw
Druk: De Gulden Pers B.V.

vast blok

INHOUD

redaktio-neel

ROB DE JONG

Tijdens feestjes, verjaarspartijen en visites vormt het onderwijs steeds meer onderwerp van gesprek. Het onderwijs in het algemeen ('waar dat naar toe moet?') blijkt boeiende stof te zijn. Uren kan gesproken worden over het onderwijs dat de eigen kinderen ontvangen. Aangenomen wordt dat er wel goede scholen zijn, maar de kinderen der gespreks-partners zitten er nooit op. En wanneer het gaat over ervaringen uit het meer of minder verre verleden ('toen ik nog op de .... zat') kan de gastheer er op rekenen dat de avond nog lang niet voorbij is en doet hij er goed aan om ekstra voer en drank aan te laten rukken.

Dat in dit soort gesprekken veel vooroordelen naar boven komen is duidelijk. Je kunt van deze vooroordelen zeggen dat ze dom zijn, onwetenschappelijk en naïef. Nochtans is het bizonder handig om er een flink aantal van tot je beschikking te hebben. Ze vormen een soort jus over en smeerolie tussen de sociale relaties.
Wanneer 'vroeger' aan bod komt, gaan vertekeningen een rol spelen (alles was beter/slechter/mooier/lelijker, enz.).
Hetgeen over vroeger gezegd wordt, kan toch bizonder leerzaam zijn. Als verschillende mensen in steeds andere gezelschappen alsmaar hetzelfde beweren, dan ....

Een samenraapsel van uitspraken over wiskunde en wiskundeonderwijs, die tijdens gesprekken naar voren zijn gekomen (en uiteraard ijverig genoteerd zijn) dwingen tot nadenken over het onderwijs nu. Hoe zullen de leerlingen, die anno 1974 onze scholen bevolken over 15 jaar terugblikken op het wiskunde-onderwijs?

- 'Als meisje behoorde ik slecht in het vak te zijn. Toen bleek dat ik er niet zo slecht in was, heb ik dat steeds angstvallig verzwegen om m'n latere kansen op de huwelijksmarkt niet te doen verminderen. Je kon niet én goed in wiskunde én een leuke meid zijn.'

- 'Wanneer vader goed in wiskunde was, dan werd algemeen aangenomen dat de zoon het ook was en andersom. In mijn geval viel dat tegen.'

- 'Op de HBS vond je onder de jongens, die goede prestaties in wiskunde leverden ook de sportfiguren. Artistiekelingen echter niet, behalve pianisten.'

- 'Goede prestaties in wiskunde behoorde je zonder veel inspanning te halen. Wiskunde moest je begrijpen, daarvoor hoefde je niet te werken. In tegenstelling tot talen en de zogenaamde 'leervakken'.'

- 'Op de lagere school zei de hoofdonderwijzer steeds: als jullie niet stil zijn krijgen jullie geen gymnastiek, maar rekenen. Kun je nagaan hoe favoriet rekenen bij ons was.'

- 'Toen ik naar de MULO ging was ik al bevooroordeeld. Van wiskunde had je gehoord dat het een vak zou zijn, waarvoor je een spesiale aanleg nodig had, een knobbel. De onderwijzer had de schapen en de bokken trouwens al gescheiden op grond van de prestaties bij het cijferen.'

- 'Jongens die goed in wiskunde waren, dat waren volgens mij vlooiers, saaikoppen en de meisjes blauwkousen.'

- 'Ik had wel lol in het vak, maar ik liet het niet merken, want dat werd in de vriendenkring afgestraft.'

- 'Wiskunde is veeleisend. Daarom houden kinderen er niet van. Daarom is het ook in konflikt met de ethiek van onze toegevende samenleving.'

- 'Volgens mij is en blijft wiskunde een droog vak. Mensen zijn toch veel boeiender.'

Ongetwijfeld zijn er lezers die aan deze tien uitspraken nog vele andere kunnen toevoegen. Wilt u ze insturen? Misschien kunnen we er een fraaie verzameling van maken.

* * *

Enkele aktuele ervaringen.
Een kollega in engeland kwam onlangs in een klas waar tienjarigen ongelooflijk ijverig met een projekt bezig waren. In dit projekt kwamen moedertaal, geschiedenis, aardrijkskunde, natuurkunde, enz. samen. Wiskunde kwam er echter niet aan te pas. Dat vak was al eerder op de morgen gegeven. 'Om er vast van af te zijn.'

Op een vraag van een franse inspekteur aan een groep onderwijzers om het 'nut' aan te geven van zaken als 'poëzie, vrije ekspressie, muziek, literatuur', werd geantwoord: 'het gaat om het plezier dat de kinderen er aan hebben'.
Hij vervolgde met: 'wiskunde kan ook om deze reden gegeven worden, vindt u niet?'
'Nee', vond men, 'bij wiskunde gaat het om de pragmatische waarde, om datgene wat de leerlingen er later in de samenleving mee kunnen doen.'

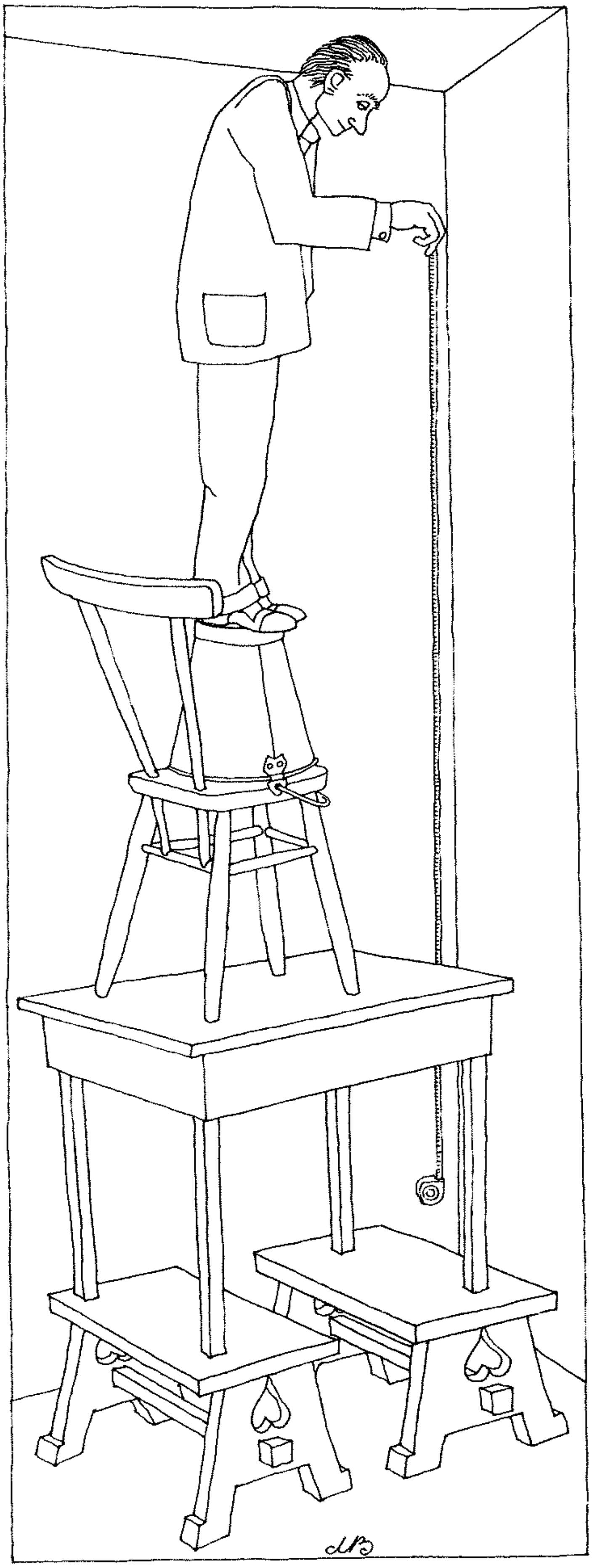
In een engels tijdschrift schrijft iemand (een niet-wiskundige): 'ik heb nog nooit zo entoesiast en met zoveel plezier kinderen aan het werk gezien als tijdens de wiskunde-lessen.'

* * *

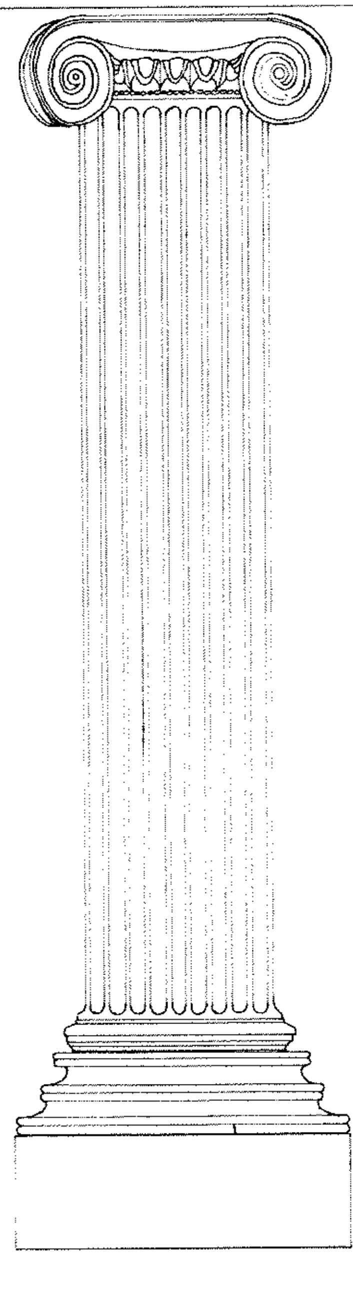
Is wiskunde een vak dat kinderen voor hun plezier mogen doen?
Is het nodig dat leerlingen voortdurend gemotiveerd worden vanuit 'later als je groot bent'?
Wanneer we in het onderwijs wiskunde opvatten als menselijke aktiviteit, dan is de mogelijkheid tot plezier, lol, genoegen of hoe het ook genoemd moet worden, in ieder geval voor een grotere groep leerlingen aanwezig dan bij een aanpak, waarbij kinderen zich sistematisch een kant-en-klaar produkt moeten verwerven. Ervaringen in de ontwerpschool en niet alleen daar, wijzen in deze richting.
Beklemtoning van het aktiviteitskarakter, dat wil zeggen: probleemaanbieding, proberen, eksploreren, ontdekken, onder woorden brengen, veralgemenen, toepassen, enz., maakt dat kinderen al doende steeds verder komen, objektief en subjektief.
En wat is motiverender dan dit?
Dat het niet eenvoudig, maar wel mogelijk is om het onderwijs daartoe in te richten, kunt u deze jaargang lezen in de variabele blokken van het bulletin.

* * *

De moraal kunt u deze keer afleiden uit een onderscheid dat de amerikaanse ekonomist Tibor Scitovsky maakt, namelijk tussen defensieve en kreatieve konsumptie.
De defensieve konsumptie is instinktief en omdat naast de bevrediging van fysiologische behoeften al datgene dat ons in staat stelt het tempo van onze aktiviteiten op te schroeven en onze inspanningen te verminderen.
De kreatieve konsumptie betreft het verfijnd genieten van ook de eenvoudige genoegens, het ontplooien van eigen mogelijkheden, de voldoening die verdieping van kennis en ervaring geeft. Het genieten hiervan moet – aldus Scitovsky – worden aangeleerd.



kolommen



EEN KAARTKUNSTJE MET EEN WISKUNDIG STAARTJE

H. FREUDENTHAL

U kent het misschien. De kunstenmaker legt 27 speelkaarten uit, in negen rijen van drie. De ander mag een kaart onthouden, laten we hem de *onthouder* noemen. De kunstenmaker wil de onthouden kaart raden. 'In welke kolom?' vraagt de kunstenmaker; de onthouder wijst de kolom aan. Nog eens neemt de kunstenmaker de kaarten kolomsgewijs van boven naar beneden op, om ze meteen rijsgewijs uit te leggen. Ten derden male vraagt hij naar de kolom, ten derden male wordt die aangewezen, en ten derden male neemt de kunstenmaker de kaarten kolomsgewijs van boven naar beneden op, speelt ze dan één voor één verdekt op de tafel en trekt er een – het lijkt op goed geluk – uit, draait hem om en vraagt: 'is het die?' En zowaar, hij is het.

Het is geen tovenarij en geen goochelarij. Als u de kunstenmaker goed op de vingers hebt gekeken, kunt u het kunstje zo nadoen. Kijk even wat hij met de drie kolommen kaarten deed: hij nam ze een voor een op en wel zo, dat de door *onthouder* aangewezen kolom steeds in het midden kwam te liggen. De onthouden kaart is na het eerste opnemen dus in het hele pak een van de nummers 10 tot en met 18. Bij het tweede rijsgewijze opleggen komt de onthouden kaart dus in het middenblok terecht – ik bedoel in de rijen 4 tot en met 6. Bij het opnieuw kolomsgewijs opnemen, komt hij bij de middelste drie, dat wil zeggen de kaarten nummer 13 tot en met 15 van het pak, en als dit pak nog eens rijsgewijs wordt uitgelegd, zit de onthouden kaart in de middelste rij, dat wil zeggen rij 5. Door het derde kolomsgewijs opnemen komt de onthouden kaart in 't midden van het hele pak terecht, wordt dus nummer 14. Terwijl de kunstenmaker de kaarten verdekt op de tafel speelt, telt hij en laat kaart nummer 14 een beetje uitsteken zodat hij hem tenslotte zo uit de stapel kan trekken en triomfantelijk vertonen.
Dit is het hele geheim en als je het kent, zeg je: 'wat flauw!'
Maar zó flauw is het ook weer niet. Laten we er nog eventjes over doorpraten.

* * *

De kunstenmaker had de kolommen natuurlijk ook zo kunnen opnemen, dat de aangewezen kolom niet in 't midden, maar bovenop kwam te liggen, dus zo dat de kaarten van deze kolom als eersten werden uitgelegd. De onthouden kaart was dan bij het eerste opnemen naar de *eerste* negen verhuisd en bij het uitleggen in het bovenblok. Bij het tweede opnemen was de kaart naar de eerste drie verhuisd en bij het uitleggen naar de eerste rij. En bij de derde keer was hij naar de eerste plaats geavanseerd, in de linkerbovenhoek. Dit zou veel flauwer geweest zijn – de onthouder komt er dan te gauw achter wat de truuk is. Dat de onthouden kaart na drie keer in het midden terecht komt, valt minder op en daarom verdient de eerste metode de voorkeur.

* * *

Ik ben nog niet uitgepraat. Omdat de *drie* in ons kunstje zo'n voorname rol speelt, gaan we alles nog eens in het drietallig stelsel vertellen. We hebben voor het tellen dan aan de cijfers 0,1,2 genoeg, en bij de eenheden betekenen ze ook wat ze aangeven, namelijk 0,1,2. Op de plaats van de drietallen betekenen ze drie keer zo veel, dus 0,3,6 (tientallig) en op de plaats van de negentallen negen keer zoveel, dus 0,9,18 (tientallig). We hebben met 27 kaarten, pardon, met 1000 kaarten gespeeld – de één op de vierde plaats betekent immers 27 (tientallig). We denken ons de uitgelegde kaarten genummerd en wel kolomsgewijs van boven naar beneden, maar daarbij willen we niet met 1 maar met 0 beginnen te tellen. Ik zet de nummers maar direkt in het patroon:

000	100	200
001	101	201
002	102	202
010	110	210
011	111	211
012	112	212
020	120	220
021	121	221
022	122	222

Van de meest linkse kolom is het eerste cijfer 0, van de middelste 1, van de meest rechtse 2. Door het opnemen waarbij de aangewezen kolom in 't midden komt, krijgt de onthouden kaart een nummer met eerste cijfer 1. Bij het rijsgewijs uitleggen komen na elkaar de kaarten met eerste nummer 0,1,2 op tafel, dus die met eerste cijfer 1 in het middenblok, waar 1 nu het middelste cijfer is. De onthouden kaart heeft dus nu een nummer met middelste cijfer 1. Dit houdt die kaart bij de volgende operatie, maar nu wordt bovendien het eerste cijfer weer in 1 veranderd. De onthouden kaart is dus nu onder die met eerste èn tweede cijfer 1. Bij de derde keer verandert dit nummer in een met tweede en derde cijfer 1, en tenslotte wordt ook in de eerste plaats de 1 hersteld, zodat de onthouden kaart op de plaats 111 terecht is gekomen – tientallig gelezen 13, of volgens de vroegere telling (vanaf 1): *nummer 14*.

Hoe zou je dit kunstje kunnen variëren en generaliseren?
Met 81 kaarten in 27 rijen van drie. Hoeveel keer moet je dan de prosedure herhalen en waar ligt de onthouden kaart op het eind?
Met 64 kaarten in 16 rijen van vier. Hoe neem je ze dan op, en hoeveel keer, en waar komt de onthouden kaart dan terecht?
Ook met rijen van twee is het te doen, zeg maar 32 kaarten in rijen van 2, dus met twee kolommen. Maar dan neem je de kolommen beter variabel op, hoewel volgens een vast resept, bijvoorbeeld de aangewezen kolom de eerste keer boven, de tweede keer onder, de derde keer boven, enz. Hoeveel keer moet je het doen en waar komt de kaart dan terecht?

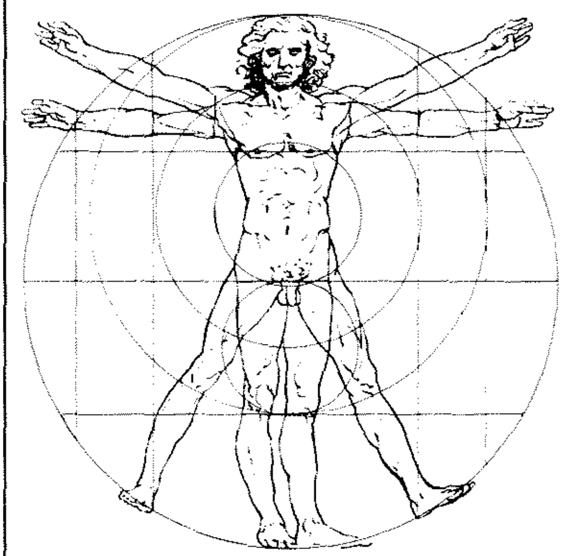
* * *

Stel je voor je speelt een spel, waarbij je uit *k* gelijkwaardige dingen moet raden 'wie het is' (bijvoorbeeld met k = 6, wat de eerstvolgende worp van een dobbelsteen vertoont). Als het een eerlijk spel wil wezen, moet je voor een inzet van één gulden *k* guldens terugkrijgen zodra je goed geraden hebt (en anders niets). Als je blindelings raadt, is je winstverwachting dan precies gelijk aan de inzet van één gulden, want je hebt één kans op de *k* om goed te raden en die wordt met *k* guldens beloond. Als iemand nu verraadt wie het is, dan wordt door deze *informatie* je winstverwachting meteén *k* keer zo groot.
Wel, bij ons kaartkunstje met de drie kolommen wordt drie keer een informatie verstrekt en wel elke keer uit een keuze van drie. Bij elk van die informaties wordt als het ware je winstverwachting met 3 vermenigvuldigd, na drie keer is dit met 27, na 4 keer met 81. De keuze uit 27 respektievelijk 81 kaarten is dus opgesplitst in 3 respektievelijk 4 keuzen uit drie. De informatie van 1 uit de 27 of uit de 81 is opgesplitst in 3 respektievelijk 4 informaties van 1 uit 3.

* * *

Met informatika (= komputerkunde) heeft dit niets te maken, wel met een chapiter van de wiskunde, dat informatieteorie heet. Zoals gebruikelijk heb ik u door een kier erin laten kijken – *een wat zuinige informatie!*

wiskunst



Prof. van der Blij is door een ernstig verkeersongeval deze keer niet in staat om zijn wiskunst-rubriek samen te stellen. Ook vanaf deze plaats wil de redaktie hem van harte beterschap wensen. We hopen dat hij binnenkort weer op de hem eigen wijze kan meedoen. Zijn deskundigheid en speelse geest hebben 'wiskunst' tot een unieke, veelgelezen rubriek gemaakt.
De redaktie heeft Ed de Moor gevraagd om als 'plaatsvervanger' op te treden. Dat hij zelf nog maar net hersteld is van een zwaar ongeval was niet de eerste aanleiding. Wel zijn belezenheid en heel persoonlijke visie op 'kunst' en 'wiskunde'.

ED DE MOOR

Vraag: Wat is wiskunde?
Antwoord: Wiskunde is moeilijk!

Vraag: Wat is kunst?
Antwoord: Kunst is mooi!

Twee redelijke (?) vragen; twee absurde antwoorden, die wat mij betreft ook nog best verwisseld mogen worden. Of er éénduidige antwoorden te geven zijn, betwijfel ik, hoewel wij (IOWO e.a.), wat de eerste vraag betreft ons best blijven doen en dat ook moeten doen.

Nu zijn beide vragen even oud als de 'homo sapiens' de wereld bevolkt. Dat wij er geen duidelijk omschreven antwoorden op weten komt, denk ik, onder andere voort uit het 'dinamische karakter', dat zowel de wiskunde als de kunst kenmerkt. Dat wiskunde en kunst meer dan het dinamische element gemeen hebben is al verschillende malen op voortreffelijke wijze door prof. van der Blij gedemonstreerd.

De resultaten van kunst en wiskunde zijn het gevolg van het kreatieve vermogen van de mens.

Kristjan Gudmundsson beeldt in 1973 in het stedelijk museum te amsterdam drie foto's af op drie papieren vierkanten van verschillende diktes (zie fig. 1) en voegt aan iedere foto de tekst toe:

'Circle made by throwing a stone of equal weight as sheet'.

Christiaan Huygens (1629-1695) kent het licht een golfkarakter toe – waarbij hij waarschijnlijk aan iets als een steen, die in het water gegooid is, gedacht moet hebben – en verklaart daarmee allerlei optische verschijnselen.

Hoewel ik niet aarzel om van deze twee Huygens als de meest kreatieve aan te wijzen, blijven er altijd lieden, die zeggen: 'ja, ja, maar ik vind dat mooier'.

En daarmee komen we op de onontkoombare vraag: 'wat is mooi?', waarop je als absurd antwoord zou kunnen geven: 'wat een gek er voor geeft'. Nochtans bestaat ondertussen toch maar het vak 'estetika'.

Steeds weer blijft de mens proberen definities te geven van 'kunst', 'mooi', e.d. In 'Leonardo'[1]) lees ik een brief van de natuurfilosoof Lancelot Law Whyte aan de kunstenaar B. (?), waarin hij een verwoede poging doet om 'science' en 'art' tot elkaar te bren-

[1]) International Journal of the contemporary artist, VI-4, 73

fig. 1

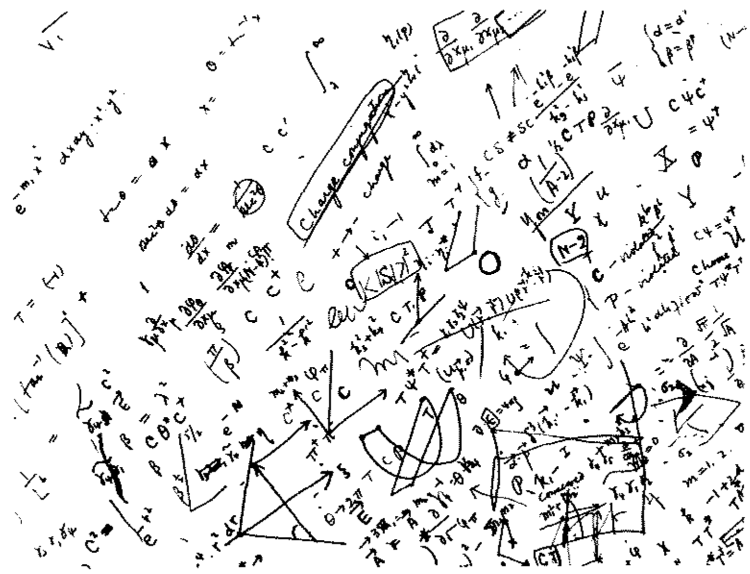


fig. 2

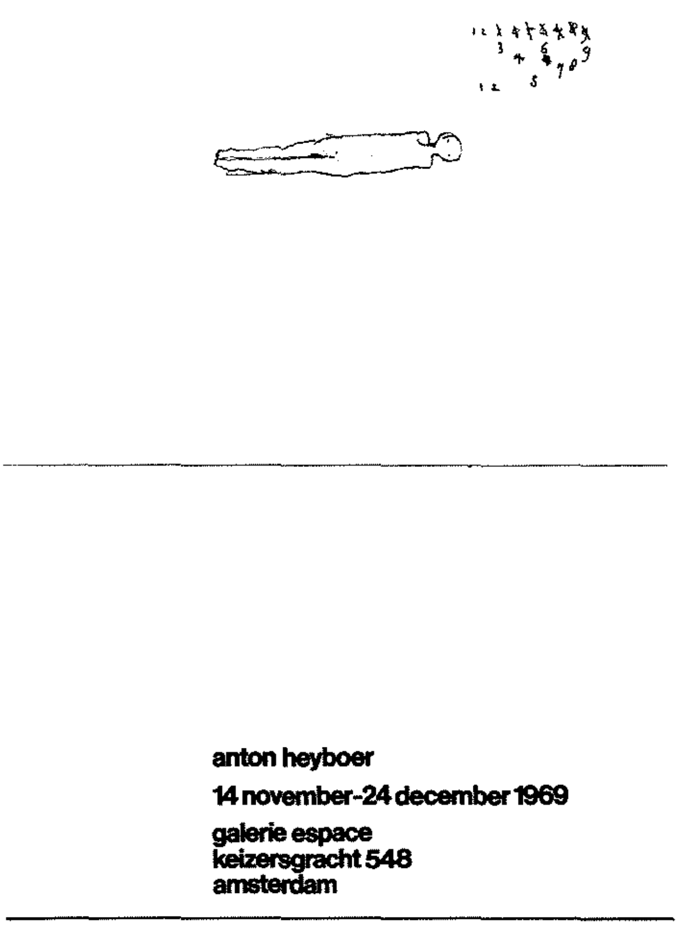


fig. 3

gen vanuit de gedachte, dat men zowel in de natuurwetenschappen als in de kunst van een 'semi-chaos' naar 'orde' streeft. Dit alles vanuit de 'estetische mogelijkheid' – hij noemt het 'formative imagination' – die alleen de mens eigen is.

Nou geloof ik hier geen klap van om de eenvoudige reden, dat iets mooi vinden een subjektieve ervaring is. In één van mijn favoriete boeken (*'Het gemillimeterde hoofd'* of *'Schrijven met sommen'*, Querido '67) van de schrijver en wiskundige Gerrit Krol lees ik op pagina 101:

> 'De colleges van Heyting zijn een belevenis. We zitten in een lokaal anno 1850, lange grijze tafels, caféstoelen met gaatjes, zestien man, een pater en twee vrouwen. Wie iets vragen wil moet de vinger opsteken, elke les wordt de volgende keer overhoord, intussen geeft hij zijn colleges met de vinger bij de letter. Mijn wereldbeeld verandert als een kaleidoscoop per minuut, per seconde. Zijn woord haalt de werkelijkheid als een kous binnenstebuiten en als ik weer op straat sta heb ik moeite te geloven dat het dezelfde straat is als die van een uur geleden. De huizen zijn groen, paars, de trams hangen aan een draad, als gondels slingeren ze de bocht om en dan weet ik: het zijn oefeningen. De wiskunde is een methode onze voorstelling te doen wennen aan het onmogelijke en daarin te geloven, *want het wordt bewezen.*'

Dit nu is wat men in kunstbeschouwingen noemt: 'de schok der herkenning'. Ik zie mijzelf weer zitten bij de kolleges van de voortreffelijke Heyting (jammer dat hij niet in de indeks wordt genoemd). Iets wordt mooi voor de kijker, lezer of luisteraar als hij 'een kriebel onder in zijn buik' voelt, anders gezegd: als er iets van emotie loskomt. Men voelt zich verwant met de kunstenaar.

Dit gebeurt in genoemd boek niet alleen op grond van nostalgie. Tussen de dagboeknotities door filosofeert Krol over wiskunde en wiskundigen. Ergens beschrijft hij, hoe hij middagen in wiskunde-boeken kan bladeren, gelukkig kijkend, zonder te begrijpen.

Ik kan mij voorstellen dat menigeen koud noch warm zal worden bij het zien van mooie meetkundige figuren of een blad vol formules, zoals het kladje van *Yang* (fig. 2), waarin naar het schijnt de wet van de pariteit omver geworpen wordt, maar mij windt het op.

Wel is dit voor mij een heel ander soort opwinding dan die ontstaat bij het bekijken van een ets van *Anton Heyboer* (fig. 3), hoewel we ook hier cijfers ontwaren.

Misschien kan de lezer door deze voorbeelden begrijpen, wat ik mooi vind, maar tussen begrijpen en aanvoelen ligt het verschil dat tussen verstand en emotie bestaat.

We gaan door.
Zet de rij: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, .., .., .., .., voort. Het zal niet moeilijk zijn te ontdekken, dat elke term uit de rij ontstaat door de voorgaande twee op te tellen. ($t_{n+2} = t_{n+1} + t_n$) Weet je de eerste twee termen van zo'n rij, dan is de rij verder te konstrueren. Dergelijke rijen worden Fibonacci-rijen genoemd (Leonardo Fibonacci, ca 1175–ca 1250) en komen veelvuldig binnen en buiten de wiskunde voor.
Zo zal de voortzetting van bovenstaande rij dus zijn:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,......

De getallen in dergelijke rijen groeien tamelijk snel.
Ik verander de termen in deze rij nu als volgt: ik deel elk getal door 9 en noteer de rest, die bij deling over blijft. Er ontstaat dan de rij (hoe doe je dat het handigst?):

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 0,...

Na de eerste 24 cijfers blijkt de rij weer de cijfers 0 en 1 te bevatten en zal de eerste periode terugkeren.
Er blijken trouwens meer regelmatigheden in de rij te zitten, kijk maar:

011235843718 0 $\boxed{88764156281}$ 0

$\boxed{1\ 2\ 5\ 4\ 7\ 8}$ $\boxed{8\ 7\ 4\ 5\ 2\ 1}$

getalpatroon a

11235843718 0 $\boxed{88764156281}$ 0

$\boxed{1\ 3\ 8\ 3\ 1}$ $\boxed{8\ 6\ 1\ 6\ 8}$

getalpatroon b

fig. 4

We gaan nu eens met *getalpatroon a* op het stadsplan wandelen, na elk getal rechtsafslaand (fig. 5). In A begonnen eindigen we in B, dan begint de wandeling weer opnieuw en we kunnen van te voren al zeggen, dat we dan zullen eindigen in C. Zetten we de wandelingen zo steeds opnieuw voort dan ontstaat het fraaie patroon van fig. 6 (kwartslag gedraaid). Zouden we deze wandeling op isometrisch papier (rooster opgebouwd uit regelmatige driehoeken) maken en steeds over hoeken van 120° afslaan, dan komen we niet ver (fig. 7).
Waarom niet?

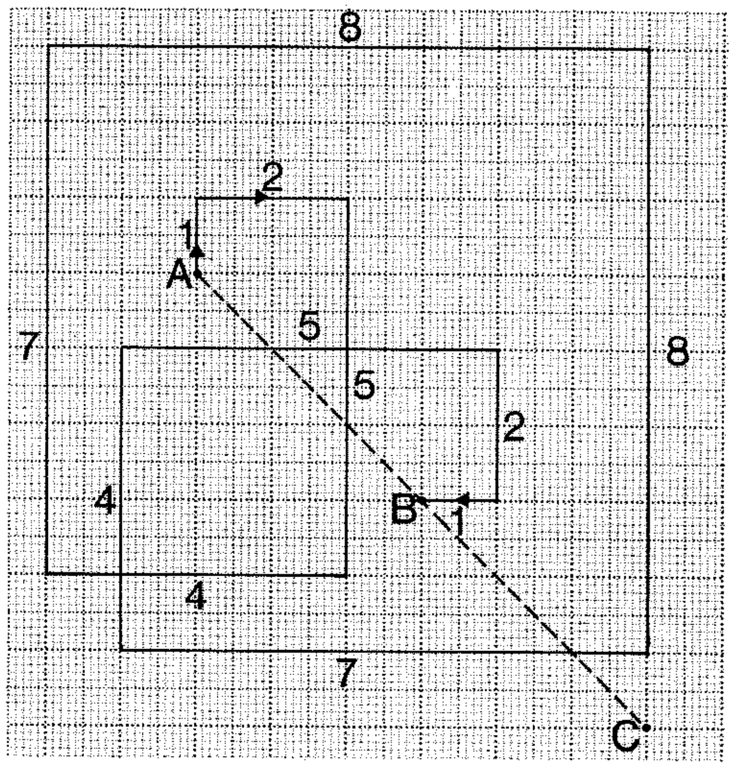


fig. 5

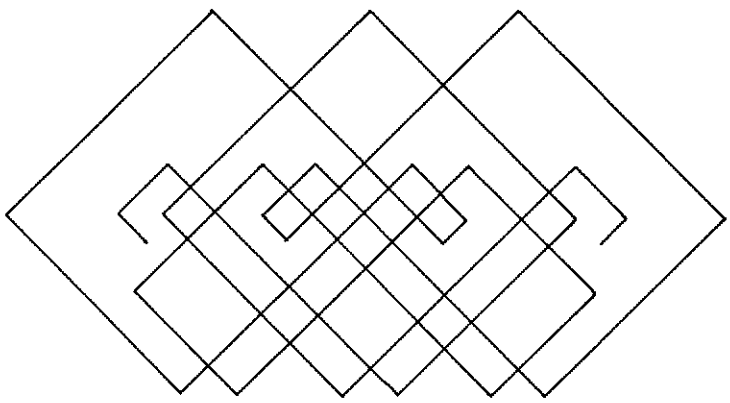


fig. 6

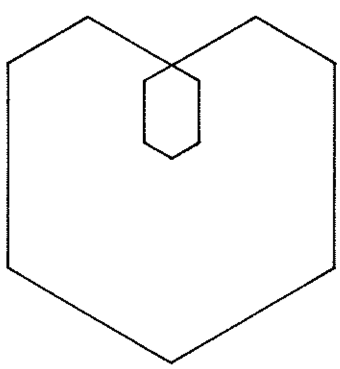


fig. 7

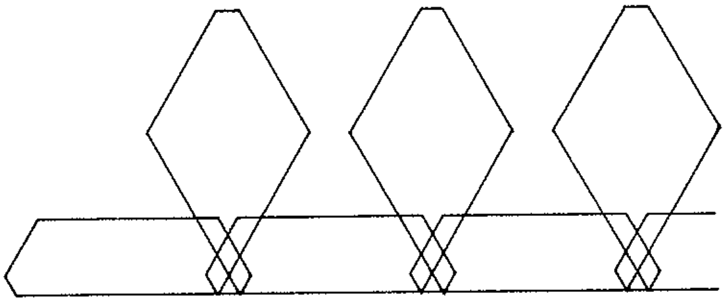


fig. 8

De wandelingen van *getalpatroon b* op isometrisch papier levert het patroon van fig. 8 op. Dergelijke patronen zijn met een van een 'plotter' voorziene komputer eenvoudig te tekenen.
Ze zijn op allerlei manieren te genereren. In de kunst wordt momenteel veelvuldig van deze technieken gebruik gemaakt (bijvoorbeeld Peter Struycken). Mij spreekt dit als kunst niet aan, maar misschien zou een kind (of een ander mens) zo'n patroon kunnen kleuren, zodat er voor mij opeens een waarde aan toegevoegd zou worden.
Ik ontleende deze voorbeelden aan het boek (dat ik zojuist in handen kreeg) 'The Language of Pattern'[1]), waarin veel patronen uit de islamitische kunst (tapijten, tegelvloeren) worden geanaliseerd. Zo'n oud tapijt, zo'n door het weer bewerkte tegelvloer, wat kunnen die prachtig zijn!
Was dit wiskunde? Antwoord: neen.
Was dit kunst?
Dit laat ik aan de beleefdheid van de lezer over, maar niet zonder te sluiten met het verhaal van het gisse amsterdamse jongetje, dat in de eerste klas van de middelbare school sprak: *'wiskunde? moeilijk? geen kunst aan!'*

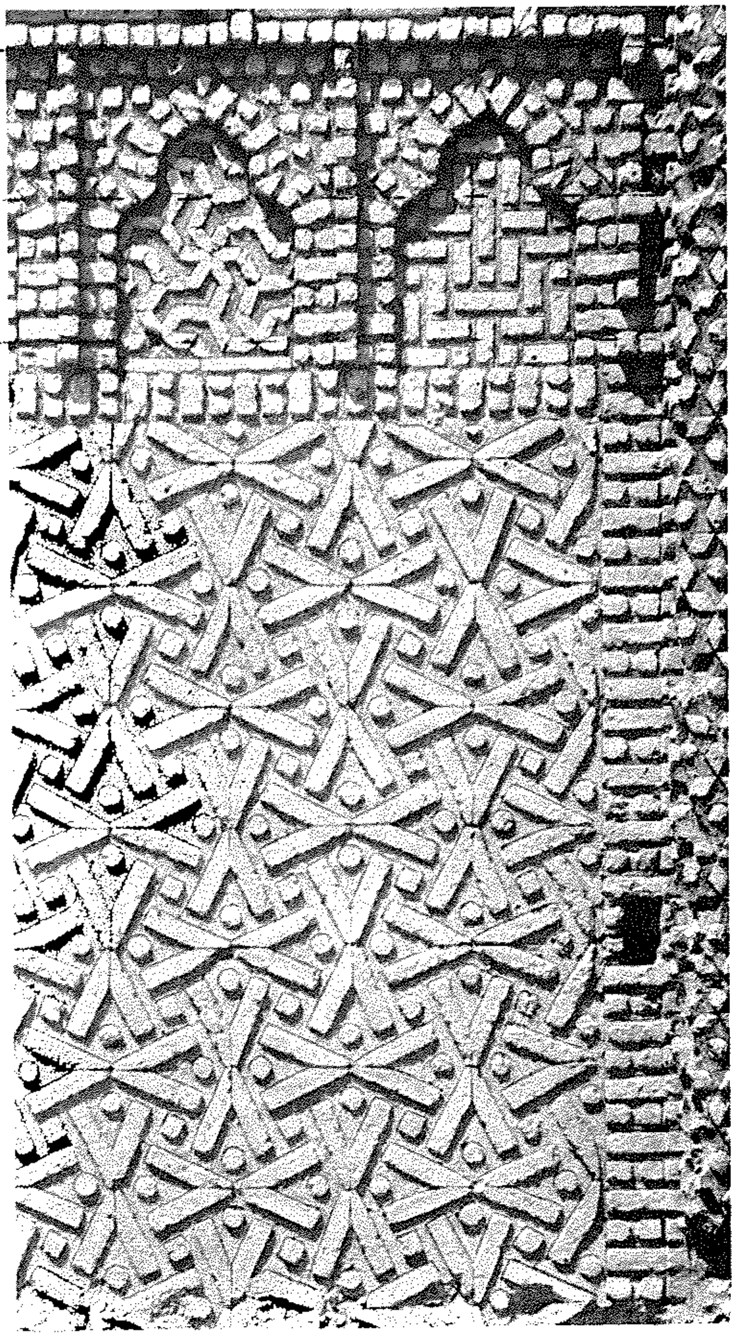
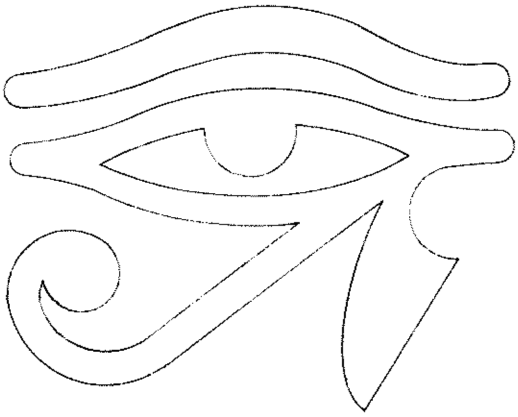


fig. 9 *flap achteromslag 'The language of Pattern'*

[1]) Keith Albarn, Jenny Miall Smith, Stanford Steele, Dinah Walker (Thames and Hudson Ltd, London 1974)

problema-tika



HUUB JANSEN

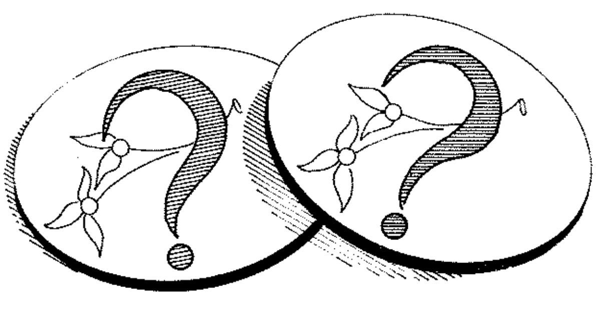
1

WIE BETAALT HET GELAG?

Eenmaal per week heeft u recht op een vrije avond. Per slot van rekening krijgen televisie, vrouw en kinderen genoeg aandacht gedurende de rest van de week en die ene avond, hangend doorgebracht aan de tap van het bruine kafé om de hoek, moet niemand u ontnemen.
Bovendien eindigt die ene, gezellige avond altijd met een verrassing. Als namelijk door het opgooien van een geldstuk bepaald wordt wie de verteringen betaalt: bij 'kop' bent uzelf het haasje, bij 'munt' uw beste gabber.

Alleen...... het noodlot wil dat u al vijf keer achtereen uw portemonnee heeft moeten trekken en langzamerhand krijgt ook u het gevoel dat de kansen in deze maatschappij maar oneerlijk verdeeld zijn.
Uw vriend voelt de situatie fijntjes aan en doet een voorstel: voortaan zal hij met twee geldstukken gooien en u met één. U mag de knip gesloten houden als zijn dubbele worp meer kop bevat dan uw enkele worp.

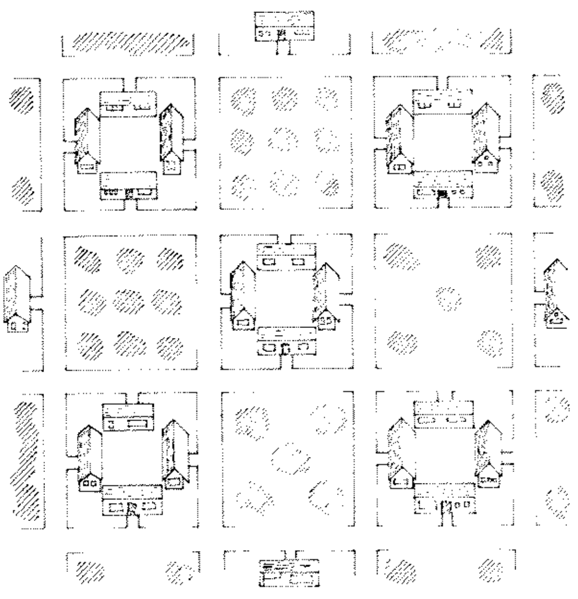
Een alleszins simpatiek klinkend voorstel. Toch besluipt u enige twijfel. U kent de zuinigheid, de grappen en de wiskundige knobbel van uw vriend en u besluit eerst de zaak eens nader te onderzoeken. Wie weet komt hij anders over enige tijd met het voorstel om zelf met 51 munten te gooien en u met 50. En ook dan weer af te spreken, dat hij betaalt als hij meer keren 'kop' gooit.....



2

BRIEVEN BEZORGEN IN EEN STADSPLAN

Brievenbusproblemen zijn in!
Kijkt u nog maar eens in het eerste nummer van deze jaargang. Een heel leerstofpakketje voor de vierde klas vindt u daarin over een modern, rechthoekig stratenplan, waarin ons aller vriendin *TANTE POS* de brievenbussen zò moet plaatsen, dat iedereen een brievenbus dicht bij de hand, of beter gezegd, vlak bij zijn deur krijgt.
Minstens zo belangrijk zijn de problemen van de postbesteller in zo'n wijk. Hij immers staat voor de opgave om de handigste ofwel de kortste roete door de wijk te bepalen.
Een fraai voorbeeld vindt u in onderstaande dorpswijk. Door zijn rechtlijnigheid, zijn bebouwing en zijn groenvoorziening doet de wijk wat amerikaans aan, maar dat is begrijpelijk wanneer u bedenkt dat het bijbehorend probleem geplukt is uit Martin Gardner's *Sixth book of Mathematical Games from Scientific American* (uitg. Freeman).



Zoals u kunt natellen heeft onze postbesteller in deze wijk 24 huizen te 'bezoeken' en daarbij rijzen de problemen als vanzelf de pan uit. Bijvoorbeeld:

* *Wat is de kortste roete?*
* *Hoeveel verschillende 'kortste roetes' zijn er?*
* *Is het mogelijk de wijk zo te doorlopen dat geen enkel wegdeel meer dan eenmaal wordt afgelegd?*
* *Wat is de kortste weg als de besteller op doktersadvies alleen maar bochten naar links mag nemen, of op advies van een andere dokter zo min mogelijk bochten mag maken?*

Kortom, we beloven een wereld vol van ontdekkingen, problemen en oplossingen, wanneer u de moeite neemt om een uurtje kreatief bezig te zijn op het postale vlak.

3

LOPEN IS GEZOND

Het voorgaande brievenbestellersprobleem was een minimaliseringsprobleem: zo weinig mogelijk lopen, zo min mogelijk moe worden en zo snel mogelijk klaar zijn. Het past dus niet in onze tijd, waarin we onze eigen buik en gezondheid in de weg zitten.

Vandaar voor de echte, entoesiaste, aktieve en gezonde wiskobassers een kort maar interessant maksimaliseringsprobleem.

Een kaarsrechte straat met een achttal huizen, waarvan de afstand tussen de opvolgende huizen steeds gelijk is. En een sportieve PTT-ambtenaar, die besluit om bij het bezorgen van de post nu eens de langste roete te gaan bewandelen.

Het kostte hem enige voorbereiding, maar toen had hij niet alleen de langste bezorgingsroete gevonden, maar tevens een *langste-roete-formule*, die bruikbaar was voor ieder aantal, in een rij staande, huizen. Een formule dus die de lengte van de langste roete gaf als funktie van n huizen. Dat het daarbij handig was om de afstand tussen de voordeuren van twee opvolgende huizen als eenheid te nemen zal inmiddels wel duidelijk zijn.

4

DELEN MET PUNTJES

In het eerste nummer van deze jaargang hebben we u een super-open bewering gepresenteerd. Een opgaande deling, waarvan slechts één cijfer gegeven was:

```
.../........\.7...
    ....
     ...
     ...
     ....
      ...
       ....
       ....
```

We hebben verschillende oplossingsmetoden gezien, waarvan we u de kortste niet willen onthouden.
De eerste stap is de konstatering dat het vierde cijfer in het quotient klaarblijkelijk 0 moet zijn, omdat onderaan in de staart twee cijfers tegelijk zijn aangehaald.
Vervolgens is duidelijk dat het derde cijfer in het quotient groter is dan 7. Deze cijfers uit het quotient leveren beide na vermenigvuldiging met de deler een drie-cijferig getal op, maar uit de aftrekkingen in de staart is direkt te zien dat het produkt met het derde cijfer groter moet zijn.
Dit inzicht levert een grote winst op, want het eerste en laatste cijfer in het quotient zijn op hun beurt weer groter dan dit derde cijfer. U ziet dit onmiddellijk uit het aantal cijfers waaruit de bijbehorende produkten in de deling bestaat.
Hiermee is het quotient bepaald: 97809.

We redeneren verder door op te merken dat 8 maal de deler een drie-cijferig getal oplevert. Maar dit betekent dat de deler kleiner of gelijk is aan 999:8. De deler is dus maksimaal 124.
Inmiddels konstateren we dat de derde aftrekking in de staart een twee-cijferig getal heeft opgeleverd dat maksimaal 12 kan zijn. Anders was immers de 0 in het quotient niet nodig geweest. Deze derde aftrekking moet dan minstens 988 als aftrekker hebben, omdat het bijbehorende aftrektal 1000 of meer is.
Dit betekent dat 8 x (124 of minder) groter of gelijk is aan 988.
Een snelle berekening leert ons dat *de deler dan ook precies 124 moet zijn.* Immers: 8 x 123 = 984.

Hiermee is ons probleem opgelost:
het quotient is 97809, de deler 124 en de totale deling ziet er als volgt uit:

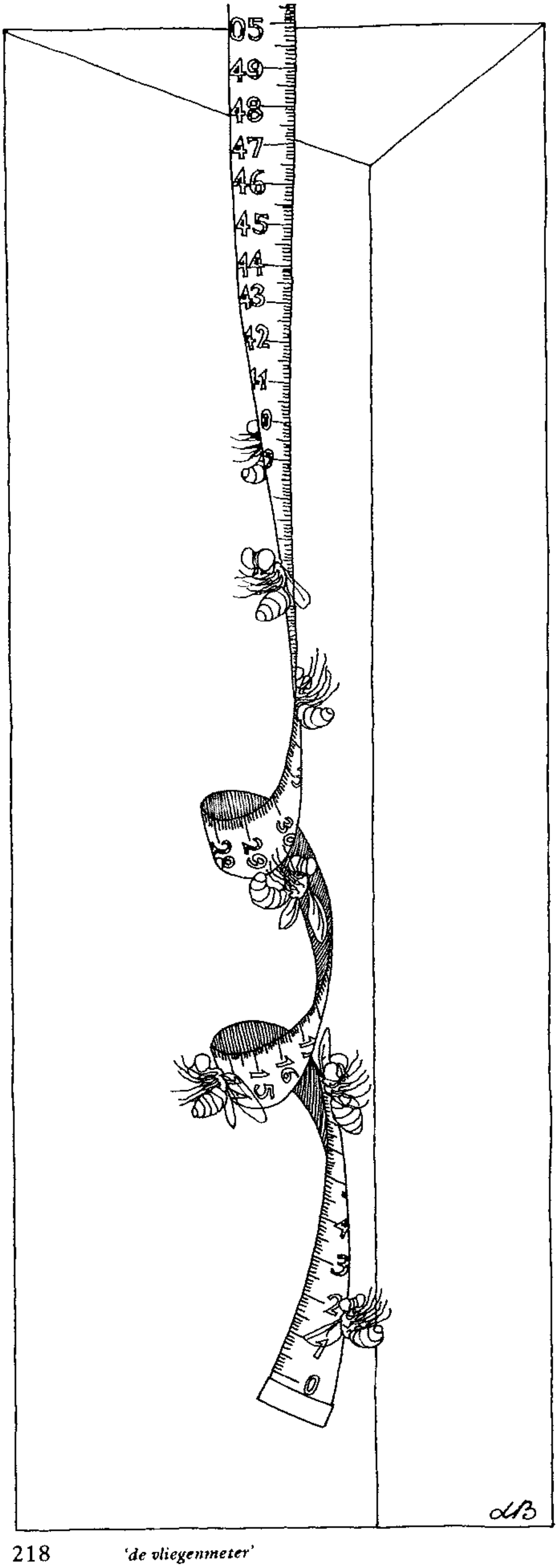
```
124/12128316\97809
    1116
     968
     868
     1003
      992
      1116
      1116
         0
```

Voor de volhouders, doordouwers en echte liefhebbers tot slot nog twee soortgelijke problemen:

```
      . .          . .
      . .  x         .  x
    . . .          . .
  . . .            . .  +
  . . . .  +       . .
    1 . .
. . . . .  +
```

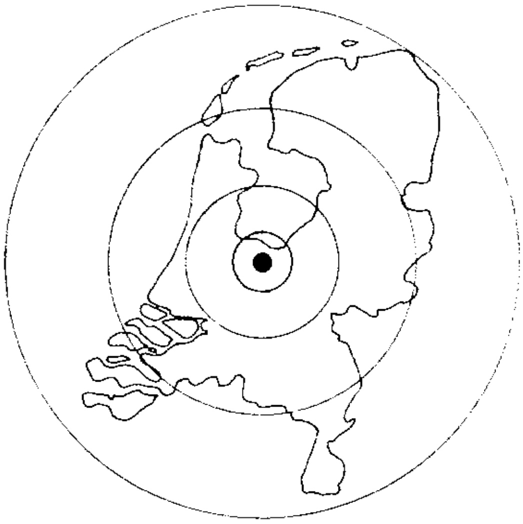
In beide problemen stellen de puntjes natuurlijk cijfers voor.
In het linker de cijfers van 0 tot 9, waarvan sommige meer dan eenmaal, andere helemaal niet voorkomen.
In het rechter probleem komen de cijfers van 1 tot 9 precies eenmaal voor. Volgens onze zegsman is in beide problemen slechts één antwoord mogelijk.

Van harte aanbevelend voor een regenachtige zondag.



 'de vliegenmeter'

berichten uit het **binnenland**



P.A.-STUDIEDAGEN

In de maand november van het lopende kursusjaar zijn door het IOWO voor de tweede maal P.A.-studiedagen georganiseerd.
Verdeeld over vier plaatsen – amsterdam, gorkum, sittard en drachten – hebben wiskunde-didaktici van nagenoeg alle pedagogische akademies samen met enkele medewerkers van het IOWO één dag gestudeerd en gediskussieerd over essentiële aspekten en werkwijzen van hun vak: WISKUNDE EN DIDAKTIEK. Het artikel van Louis Gilissen bevat een kort verslag.

LOUIS GILISSEN

Uit het resente verleden

In februari van het voorgaande kursusjaar (1972-'73) vonden voor het eerst P.A.-studiedagen plaats. Het uitgangspunt voor de vakdidaktische doordenking werd toen gevonden in een bekend en traditioneel leerstofgebied: *het vermenigvuldigen.*
Een opsomming van bekende onderdelen werd startpunt voor een nadere doordenking van de weg, die een student bewandelt van het begin tot het eind van zijn opleiding, waarbinnen hij de bekwaamheid moet verwerven om zelf leerprocessen in het wiskunde-onderwijs (kreatief) op gang te brengen, te laten voortgaan en te evalueren.
Tijdens deze studiedagen werd getracht een fasering aan te geven binnen de ontwikkeling van het didaktisch handelen en tevens om de onderscheiden momenten te voorzien van voorbeelden uit de leergang vermenigvuldigen.
Bovendien werd aandacht besteed aan het werk van de 'rekenspesialisten', vooral ten aanzien van de begeleiding door docenten van de akademie en mentoren van de hospiteerscholen.

De tijd

In november was het kerntema: een matematisch-didaktische doordenking van het veld rond het begrip TIJD.
Een onderwijsleerpakket omtrent 'de tijd', bestaande uit een twintigtal opdrachtkaarten voor de vijfde klas van de basisschool, vormde de grondslag. Kollega-docenten, die behoorden tot een responsgroep, hadden al eerder vanuit hun eigen onderwijspraktijk gereageerd. Het onderwerp bleek rijke mogelijkheden voor een vakdidaktische doordenking te bieden en leek derhalve bizonder geschikt voor de studiedagen.
De verzameling opdrachtkaarten, aangevuld met een matematisch-didaktische beschouwing, ervaringen uit het onderwijs en een organisatieschema voor de opleiding, werd de *tijd*elijke aanbieding voor de deelnemers.

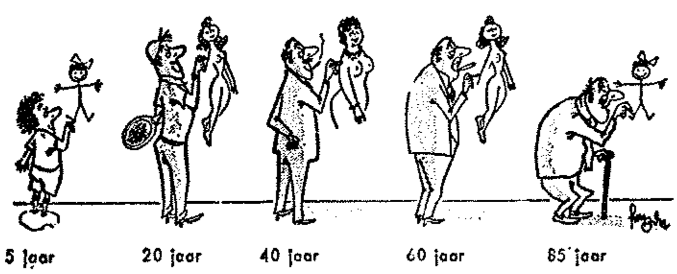
De dag werd begonnen met een kollege, waarin het begrip *tijd* matematisch-didaktisch-fenomenologisch verkend werd. Daarna werden de opdrachtkaarten gepresenteerd, waarbij onder andere de volgende opdrachten ter beantwoording (diskussie) werden voorgelegd:

- probeer bij een aantal van de gegeven opdrachtkaarten te bedenken waar leerlingen van circa 10-11 jaar moeilijkheden op wiskundig terrein zullen ervaren;
- zijn de gestelde problemen essentieel voor het op gang brengen van wiskunde-leerprocessen met betrekking tot het onderwerp 'tijd'?

's-Middags werd, na een korte verslaggeving van de ervaringen der responsgroep, eerst in groepen en later plenair gesproken naar aanleiding van de vragen:

* welke informatie is voldoende en noodzakelijk voor studenten wanneer deze *tijd*-aktiviteiten in hun opleiding geïntroduseerd worden?
* probeer aan te geven welke opdrachten en aktiviteiten voor de studenten aanleiding zijn tot een eigen verkenning in dit onderwerp;
* is het mogelijk vanuit de aanpak van dit spesifieke onderwerp een beeld te verkrijgen van een zinvolle en vruchtbare aktiviteit voor wiskunde-didaktiek op de pedagogische akademie?
* wat vertellen we een nieuwe kollega wiskunde en didaktiek, wanneer we hem willen uitleggen wat we met dit vak beogen?

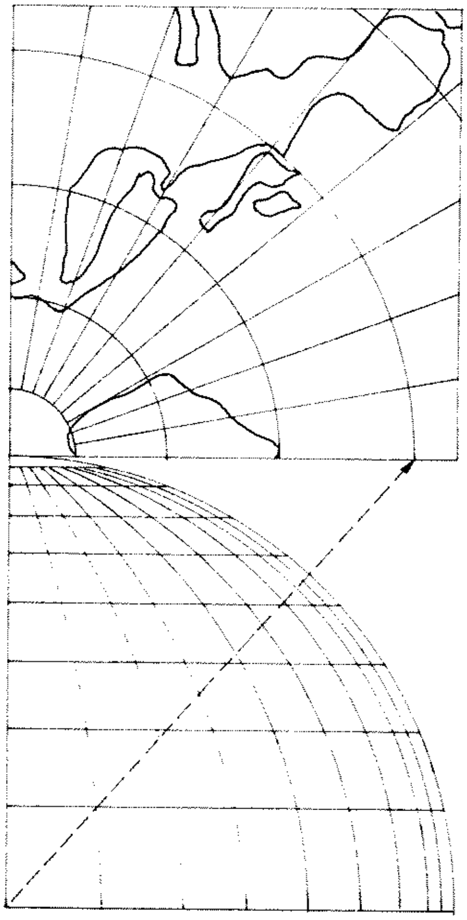
Niet alle vragen konden tijdens de studiedagen worden beantwoord. Toch zijn er enkele nuttige aanzetten gegeven. De verslagen, die van de bijeenkomsten zijn samengesteld, bevatten veel informatie die op zich weer een start voor een verdere doordenking geven.



Slotopmerkingen

De bedoeling van deze studiedagen was om begeleiding te geven bij het werk van de docenten wiskunde en didaktiek aan pedagogische akademies.
Gezien het feit dat ongeveer 90% van de betreffende docenten aanwezig was en de reakties van de kollega's, mogen we stellen dat deze bijeenkomsten in een behoefte voorzien.

berichten uit het buitenland



LITERATUUR OVER ENKELE BELGISCHE WISKUNDE-ONDERWIJS-PROJEKTEN

De meeste berichten in deze rubriek handelden tot dusver over onderwerpen die waren gebaseerd op informatie uit wat verder weg gelegen landen, zoals de u.s.a., canada en de u.s.s.r. Vorige keer is voor het eerst een stukje berichtgeving uit een nederlands buurland opgenomen (namelijk de bondsrepubliek duitsland). In deze aflevering komt belgië aan de beurt.

KLAAS KOSTER

Evenals in nederland is in belgië de vernieuwing van het rekenonderwijs begonnen aan het eind van de jaren '60.

In 1968/1969 startte zowel in nederland als in belgië (vlaanderen) een aantal scholen met de metode *Denken en Rekenen.* Een eerste generatie leerlingen die vernieuwd rekenonderwijs heeft gehad, zal dus met ingang van 1974/1975 in beide landen het voortgezet of sekondair onderwijs bereiken. Door de tweedeling van belgië in een vlaams en een frans sprekend gebied, met brussel daarbij nog eens als aparte eenheid, is het enigszins moeilijk in het algeméén te spreken over de vernieuwingen van het rekenonderwijs in belgië. Mijn indruk is dat in het franstalige deel van belgië (onder andere door de invloed van Georges en Frédérique Papy) meer eksperimenten op het gebied van het rekenonderwijs plaatsvinden dan in vlaanderen. Voor een deel is dat uiteraard ook toe te schrijven aan de gemakkelijke bereikbaarheid kwa taal van reeds langer lopende vernieuwingen in frankrijk. Vlaanderen heeft wat dat betreft vanuit nederland niet zulke impulsen tot vernieuwing gekregen, met uitzondering van de invloed van 'Denken en Rekenen'.

Sinds enkele jaren wordt in belgië gewerkt aan een vernieuwd rijksleerplan voor het rekenonderwijs, dat het rijksleerplan van 1957 moet vervangen, terwijl vanaf 1971 in het waalse gedeelte van belgië een vernieuwd katoliek leerplan is ingevoerd. In vlaanderen wordt met ingang van 1974 een herzien leerplan van kracht op de katolieke scholen.

In het tijdschrift ,Denken en Rekenen'[1]) heeft Jan van der Zeyp het belgische leerplan van 1957 vergeleken met de metode 'Denken en Rekenen', terwijl Valeer van Achter in de vijfde jaargang[2]) van hetzelfde tijdschrift het leerplan voor het katoliek onderwijs in vlaanderen bespreekt. Het grote probleem bij de realisering van de vernieuwingsvoorstellen ligt in belgië, net als in nederland en frankrijk, bij de her- en bijscholing van de leerkrachten. Met behulp van *recyclagekursussen* – zoals dat in vlaanderen heet – wordt door het Centrum voor Didaktische Vernieuwing te antwerpen de her- en bijscholing van de leerkrachten verzorgd.

Onderzoeksprojekten

Onlangs verscheen een derde serie rapporten van de Raad van Europa over lopende onderwijsresearch-projekten in de landen, die bij de raad zijn aangesloten. Het belgische inventari-

[1]) Jaargang 3, nr 3 (mei 1971)

[2]) Nr. 2 (1973)

satie-rapport over de aktiviteiten in het waalse gebied, noemt vijf projekten die zich bezighouden met het wiskunde-onderwijs.
Om de informatie-bronnen in belgië gemakkelijker toegankelijk te maken, volgt nu een overzicht van deze projekten en de beschikbare literatuur. Indien iemand nadere informatie over een bepaald projekt op prijs stelt, kan hij of zij het beste rechtstreeks kontakt opnemen met de betreffende instantie.

'1 Projekt
Méthodologie de l'enseignement de la mathématique à tous les niveaux

onderzoekers
Papy Georges, professeur à l'Université libre de Bruxelles
Esser-Simon, A.M., assistante à l'U.L.B.
Holvoet Roger, docent à la 'Vrije Universiteit Brussel'
Drabbe Jean, chargé de cours à l'U.L.B.

adres
Centre belge de Pédagogie de la Mathématique
Avenue Albert, 224–1180 Bruxelles

literatuur
Papy, Frédérique

- Implication, *Nico* 6, juillet 1971, pp. 85-93
- Ribambelles, *Nico* 8, mai 1971, pp. 86-96
- Première leçon de probabilités, *Nico 9,* juillet 1971, pp. 64-72
- Initiation à la géométrie vectorielle plane, *Nico 10,* décembre 1971, pp. 142-150
- Nombres réels, *Nico 10,* décembre 1971, pp. 151-173
- Nabuchodonosor, marchand de journaux – Une initiation à la recherche opérationnelle, *Nico 11*, avril 1972, pp. 23-44
- Transformations du plan, *Nico 12,* août 1972, pp. 74-91.
- L'enfant de 4 ans et le langage des graphes, *Sous presse*

Papy, Georges

- Sur la première initiation à la notion d'espace topologique, *Nico 6*, juillet 1971, pp. 2-19
- Le théorème de la dimension pour les vectoriels, *Nico 8*, mai 1971, pp. 29-56
- Graphes et groupes, *Nico 9*, juillet 1971, pp. 2-18
- Classes d'ensembles, *Nico 10*, décembre 1971, pp. 12-33
- Intérieur et adhérence, *Nico 11*, avril 1972, pp. 45-49
- Foncticolor, *Nico* avril 1972, pp. 2-9
- Du plan topologique usuel au critère de Cauchy pour les suites, *Nico 12*, août 1972, pp. 8-34
- Minicomputer – Bruxelles, *Ivac*, 1969, 180 pp
- Nombres et vectoriel plan réels, Bruxelles, Presses Universitaires de Bruxelles, 1971, 97 pp., collection Frédérique 5

Papy, Frédérique

- Initiation vectorielle à l'équation de la droite à 10 ans, *Nico 13*, mars 1973, pp. 7-29

Holvoet, Roger

- Cayley et les sommes directes de groupes cycliques, *Nico 12*, août 1972, pp. 58-63

Drabbe, Jean

- Algèbre de Boole, *Nico 6*, juillet 1971, pp. 51-63
- Diagrammes multicolores et logique propositionnelle, *Nico 8*, mai 1971, pp. 57-67
- Un exemple d'élimination des quantificateurs, *Nico 9*, juillet 1971, pp. 56-63
- Sur quelques ensembles de connecteurs de la logique propositionnelle classique, *Nico 10*, décembre 1971, pp. 64-68

Boffa, Maurice

- Les découvertes de Cantor, *Nico 6*, juillet 1971, pp. 23-41
- Le calcul propositionnel par la méthode de déduction naturelle, *Nico 11*, avril 1972, pp. 10-18

2 projekt
Méthodologie de l'enseignement de la mathématique au niveau de l'école maternelle

onderzoekers
Papy, Frédérique
+ 3 chercheurs

adres
Centre belge de Pédagogie de la Mathématique
Avenue Albert, 224-1180 Bruxelles

literatuur
Papy, Frédérique
- L'enfant de 4 ans et le langage des graphes, *Sous presse*
- Au cirque, Paris, Hachette, 1972, 40 pp. ill. coll. Papy

Dieudonne-van Halteren, Anne

- A propos de l'utilisation du langage mathématique des papygrammes, *Nico 10*, Décembre 1971, pp. 129-41, ill.
- Tentative d'approche expérimentale de l'utilisation du langage mathématique des papygrammes chez l'enfant de 6 ans et moins. Mémoire de licence en sciences psychologiques, Bruxelles, U.L.B., 1969-1970, 4°, 117 pp. ill.

3 projekt
Méthodologie de l'enseignement de la mathématique au niveau primaire

onderzoekers
Papy, Frédérique
3 chercheurs
20 enseignements

adres
Centre belge de Pédagogie de la Mathématique
Avenue Albert, 224-1180 Bruxelles

literatuur
- Ribambelles, *Nico 8*, mai 1971, pp. 86-96
- Première leçon de probabilité, *Nico 9*, juillet 1971, pp. 64-72
- Initiation à la géométrie vectorielle plane, *Nico 10*, décembre 1971, pp. 142-150
- Nombres réels, *Nico 10*, décembre 1971, pp. 151-173
- Nabuchodonosor, marchand de journaux, Une initiation à la recherche opérationnelle, *Nico 11*, avril 1972, pp. 23-44
- Transformation du plan, *Nico 12*, août 1972, pp. 74-91

- Au cirque, Paris, Hachette, 1972, 40 pp., coll. Papy
- Le jeu des chapeaux ou les surprises de l'infini, Paris, Hachette, 1971, 40 pp., collection Papy
- Jeux de nombres, Paris, Hachette, 1971, 48 pp., coll. Papy
- Jeux de graphes, Paris, Hachette, 1971, 37 pp., coll. Papy
- Jeux de groupes, Paris, Hachette, 1971, 40 pp., coll. Papy
- Les enfants et la mathématique, vol. 1, Bruxelles, Didier, 1970, 4°, 350 pp
  Les enfants et la mathématique, vol. 2, Bruxelles, Didier, 1971, 4°, 508 pp
  Les enfants et la mathématique, vol. 3, Bruxelles, Didier, 1973, 4°, 584 pp
- L'enfant et les graphes, Bruxelles, Didier, 1968, 4°, 189 pp

4 **projekt**
Un enseignement moderne de la mathématique à des enfants handicapés de diverses natures

onderzoekers
Dieschbourg, Robert
Lowenthal, Francis
Vandeputte, Christiane

adres
Centre belge de Pédagogie de la Mathématique
Avenue Albert, 224-1180 Bruxelles

literatuur
- Dieschbourg, Robert, Un enseignement de la mathématique moderne pour des enfants mentalement handicapés, *Nico*, revue du C.B.P.M., no 10, décembre 1971, pp. 34-62 – III
- Dieschbourg, Robert, Un enseignement de la mathématique moderne pour des enfants mentalement handicapés (2e année), *Nico*, revue du C.B.P.M., no 13, mars 1973, pp. 57-92, III
- Lowenthal, Francis, Enseignement de la mathématique à deux groupes d'enfants caractériels, *Nico* no 10, décembre 1971, pp. 69-86, ill.
- Lowenthal, Francis, La mathématique peut-elle être une thérapeutique? *Nico*, no 13, mars 1973, pp. 93-104, ill.
- Vandeputte, Christiane, Un enseignement moderne de la mathématique à des enfants paralysés cérébraux, *Nico* no 13, mars 1973, pp. 105-139, ill.

5 **projekt**
Evaluation du rendement en mathématique au niveau du degré d'observation

onderzoekers
Burion, J. directeur du D.E.R.P.
Tourneur, Y. chargé de recherches
1 psychopédagogue
1 mathématicien
5 professeurs de mathématique de l'E.S.R.
2 logopèdes (réducateurs) stagiaires

adres
Département d'Etudes et de Recherches psychopédagogiques
Faculté des Sciences psychopédagogiques
Université de l'Etat, Place du Parc, 18-7000 Mons

literatuur
- Aperçu des travaux de Valette, R.M. relatifs à la formation des professeurs enseignant des langues étrangères, *Bulletin de la Société Binet-Simon*, 1973, *à paraître*
- La définition des objectifs dans la formation des maîtres, en collaboration avec D'Hainaut, L., *Education-Tribune Libre*, 1973, *à paraître*
- Classification des questions d'évaluation en mathématique. Etude de différents modèles hiérarchisés, *Mathematica et Paedagogia*, 56, 1972, 300-307
- Taxonomie des objectifs cognitifs en mathématique: étude du modèle de la 'National Longitudinal Study of Mathematical Abilities' (N.L.S.M.A.) *Mathematica et Paedagogia*, 57, 1972, 341-354
- Quelques objectifs cognitifs subordonnés à la résolution de problèmes en mathématique, *Bulletin de la Société Binet-Simon*, 1973, *à paraître*
- L'utilisation didactique de la télévision en circuit fermé: le contrôle de son efficacité. Rapport de commission Congrès A.I.P.E.L.F., Neuchâtel, 1971, *Les Sciences de l'Education*, juillet-septembre 1971, 46-48
- Taxonomie des objectifs cognitifs en mathématique, (1973) *Math Ecole*, Neuchâtel, 56. 2-3.'

nieuw op de markt

EEN TERUGBLIK EN EEN KRITISCH (?) OOG

ED DE MOOR

Een regelmatig terugkerende vraag aan de afdeling wiskobas van het IOWO vanuit het onderwijsveld luidt:
'Welke metode kunnen jullie ons adviseren?'
Hoewel ons standpunt hierover genoegzaam bekend kan zijn, verwijs ik nog eens naar het artikel van Henk Meijer in het Wiskobas-Bulletin[1]), welk artikel sluit met de woorden:

> 'Het is uiteraard niet onze (IOWO, toevoeging E.d.M.) taak en wens een metode, welke dan ook, van een fiat te voorzien'.

Dit neemt echter niet weg en is ook niet in tegenspraak met het feit, dat in het bulletin de rubriek *'nieuw op de markt'* voorkomt. Ook al voorzien wij 'metoden' niet van een fiat, toch menen we dat vooral konstruktieve bijdragen tot 'verlevendiging van het reken/wiskunde-onderwijs' en tot 'aktief wiskunde bedrijven' kritisch besproken moeten worden.
Ik heb in vorige nummers deze kritieken vooral laten uitgaan naar 'randuitgaven', zoals bijvoorbeeld boekjes en boeken, aan de hand waarvan de onderwijzer zelf een leerstofpakketje zou kunnen ontwikkelen (denk aan de serie *'Wiskunde in Wording'*, bespreking in jaargang 2, pag. 525, of *'Suggesties voor verlevendiging van het wiskunde-onderwijs op de basisschool'*, bespreking in jaargang 2, pag. 859).

Maar ook werkkaarten, aktiveringsprogramma's behoren hiertoe. Jan Nieland heeft met zijn werkkaarten *'Klaar? Ga maar spelen'* (bespreking in jaargang 2, pag. 741) een voortreffelijke bijdrage geleverd tot mogelijkheden van uitbuiting van het 'aktiviteitsprincipe in de wiskunde' (wiskunde doen!). Ook Ger Jansen blijkt, getuige zijn *'Rekenactiveringsprogramma'* (bespreking in jaargang 2, pag. 639), voeling te hebben met de ideeën 'verlevendiging' en 'wiskunde doen', zoals die bij het IOWO bestaan. Noemen we verder nog *'Wees wijs met wiskunde'* van Daan Karman en Piet Scholten (bespreking in jaargang 1, pag. 389).
Andere aktiviteiten, die tot 'verlevendiging' en 'wiskunde doen' aanleiding geven zijn de TV-series van de NOT *'Kijk op kans'* en *'Tel voor twee'*, waarover dadelijk meer.

Laten we beide begrippen 'verlevendiging' en 'wiskunde doen', die in nauwe relatie met elkaar staan, eens wat nader beschouwen.

[1]) Jaargang 3, no. 1, pag. 12.

De leraar, die geen 'orde houdt' en meent zo het onderwijs te verlevendigen, vergist zich. Evenals degene, die meent zijn monoloog ('terreur van het woord') voortdurend met anekdotes, grappen en grollen te moeten onderstrepen.
In het eerste geval doen de leerlingen wel iets, maar geen wiskunde, tenzij je enige wiskunde zou kunnen gaan bedrijven naar aanleiding van de gevouwen vliegtuigjes, die het leslokaal bezaaien.
(Over vliegtuigjes vouwen is trouwens een prachtig boek verschenen van Bert Bakker 'Het Papieren Vliegtuigjes Boek', waarover we het misschien nog weleens kunnen hebben. Alvast van harte aanbevolen!)
In het tweede geval doen ze meestal niet meer dan apatisch luisteren en schrijven. Of er wiskunde gedaan wordt is zeer de vraag.

Nu zijn deze voorbeelden wat gechargeerd en flauw. Wat dienen we dan wel onder 'verlevendiging' en 'wiskunde doen' te verstaan? Hoewel ook deze begrippen binnen het IOWO aan voortdurende ontwikkeling onderhevig zijn (Fred Goffree zal hieraan een diepgaande analise wijden), worden ze naar mijn mening nog altijd het best omschreven met de woorden van degene, die het begrip 'verlevendiging' als eerste gebruikte:

> '*de matematisch-empirische richting*: er wordt toenadering gezocht tot empirische aktiviteiten, het rekenprogramma wordt geïnjekteerd met aktiviteiten als meten, meetkunde en grafische verwerking. Schriftelijke en mondelinge verslaggeving van de eksperimenten vindt op uitgebreide schaal plaats. Men staat gereserveerd tegenover de introduktie van de verzamelingentaal. Vanuit de didaktiek bezien zijn de veranderingen revolutionair: de klas is een werklokaal en de onderwijzer een stimulator en begeleider, die niet zonder meer op het leerboek kan terugvallen. Wat de leerstof betreft zijn de veranderingen evolutionair te noemen.' [1])

Het beste is dit te begrijpen in de gehele kontekst van het artikel 'de klok', hoewel dit weer te teoretisch zou kunnen overkomen. Juist daarom zijn in *maTEMAtika* (handboek voor de onderwijzer) een aantal tema's opgenomen, waaraan men de begrippen aan den lijve kan ondervinden.

[1]) Adri Treffers in 'MaTEMAtika', pag. 15 (zie ook de aankondiging van MaTEMAtika in dit bulletin – jaargang 2, pag. 859)

Ik vind bijvoorbeeld 'Het Spoorboekje' van Hans ter Heege een schoolvoorbeeld om tot 'verlevendiging' en 'wiskunde doen' te geraken.

Denk erom, dat de aanpak van zo'n tema een totaal ander klassegebeuren oplevert en soms bij eerste 'try-out' de nodige frustratie kan opleveren. Elke verandering op welk gebied dan ook brengt voor de mens immers onzekerheden mee.

De leraar die meent, dat leerlingen wiskunde leren door ze eindeloos rijtjes gelijksoortige vraagstukken te laten maken om daarmee roetine in te slijpen, laat de leerlingen ook geen 'wiskunde doen', waarmee ik niet wil zeggen, dat er geen enkele roetine – wat de algoritmen betreft – hoeft te bestaan. Het woord verlevendiging kan in dit geval beter vervangen worden door *'versaaiing'*. Eerlijkheidshalve moet ik bekennen, dat ik mij als beginnend leraar ook tot deze onderwijsmetode heb laten verleiden met het leerboekje als enige 'motivering' in de hand en het idee, dat ik in ieder geval niet zelf alle vraagstukken uur na uur op het bord moest kalken.

In de reklames, die dagelijks op ons indrammen, is men niet altijd even zorgvuldig met het begrip 'waarheid'. Wie zal dat nagaan, van die 99% van de huishoudbakteriën en zo? 'Molkron' in kattenvoer schijnt niet te bestaan.

* * *

Dat uitgevers hun nieuwe uitgaven graag van de etiketten 'verlevendiging' en 'wiskunde doen' voorzien is vanuit hun standpunt bezien begrijpelijk. Nu hebben de meeste uitgevers ook wel begrepen dat onder deze begrippen niet de hierboven genoemde vormen moeten worden verstaan. Maar dat betekent nog niet, dat alles wat geen metode is onder de vlag van 'verlevendiging' en 'wiskunde doen' het onderwijsveld ingezonden kan worden. Een frappant voorbeeld van een dergelijke misser komt ditmaal van Malmberg, die toch enkele malen zulke goede uitgaven het licht deed zien.

Ik doel hier op de set werkkaarten van Pearcy en Lewis, die onder de titel *'wiskunde doen'* op de markt zijn gebracht.
Het 'doen' betekent hier hoofdzakelijk knippen, plakken, figuurzagen, borduren, kleuren

en timmeren en doen mij meer aan werkkaarten voor de handvaardigheidslessen denken dan aan *'werkkaarten voor de verlevendiging van het rekenonderwijs'*, zoals het in grote letters op de doos wordt aangeprezen.

Ik neem een voorbeeld:

J. F. F. Pearcy en K. Lewis,

Wiskunde dóen

Werkkaarten voor de verlevendiging van het rekenonderwijs.

© L.C.G. Malmberg n.v. – Nadruk verboden.

56

π (pi)

je hebt nodig: aantal afgebrande lucifers

π is de verhouding van de omtrek van een cirkel tot zijn diameter. Het is moeilijk de waarde ervan te bepalen; het is zelfs onmogelijk de waarde precies vast te stellen met het gewone getallensysteem. π wordt weergegeven als een breuk met een groot aantal decimalen, maar de decimalen eindigen niet en herhalen zich ook niet. Er komen steeds nieuwe opeenvolgingen van cijfers. Als je het antwoord uitwerkt kun je nooit van tevoren zien wat het volgend cijfer wordt.
Moderne computers kunnen π in duizenden decimalen berekenen. Hier volgt de waarde van π nauwkeurig in 22 decimalen:
3,1415926535897932384626
De waarde 3,14 is in de meeste gevallen nauwkeurig genoeg.

Een experimentele benadering van π
Neem een groot vel tekenpapier. Trek een serie evenwijdige lijnen op 5 cm van elkaar. Snijd tien gebruikte lucifers op 2,5 cm lengte. Houd deze ongeveer 30 cm boven het midden van het papier en gooi ze eventjes omhoog, zodat ze vallen en worden verdeeld over de lijnen. Tel het aantal lucifers dat een lijn snijdt of raakt. Leg je resultaten vast in een tabel. Doe dit verscheidene keren.

worpnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
aantal snijdende of rakende lucifers								

Om een resultaat te krijgen dat enige waarde heeft, moet je het ten minste 100 keer herhalen. Hier kunnen dus verscheidene groepen hetzelfde experiment doen, waarna je de resultaten samenvoegt.

Bepaal hoeveel lucifers je in totaal hebt laten vallen en het aantal dat een lijn heeft gesneden of geraakt.
Bepaal tenslotte de uitkomst van de deling:

$$\frac{\text{totaal gevallen lucifers}}{\text{totaal snijdende of rakende lucifers}}$$

Dit is bij benadering π.
Probeer hoe dicht je bij 3,14 kunt komen. Hoe meer experimenten, hoe dichter je bij 3,14 komt.

Zelfs een geroetineerde wiskundeleraar zal niet begrijpen waarom dit eksperiment ons de waarde van π oplevert, tenzij hij toevallig de naaldenproef van Buffon kent, wat van waarschijnlijkheidsrekening weet en goed in de infinitesimaalrekening zit. Als wij de wiskunde van zijn 'magische karakter', dat het voor velen nog steeds heeft, willen verlossen moeten wij niet bij basisschoolleerlingen met dit soort 'gegoochel' aankomen.

Nu zou het niet moeilijk zijn om tal van deze kaarten vernietigend te bespreken. Er zijn beslist ook een aantal kaarten bij, die de mogelijkheid bieden om werkelijk 'tot verlevendiging en wiskunde doen' te geraken, mits – en daar valt en staat dit alles mee – er een goede begeleider voorhanden is.

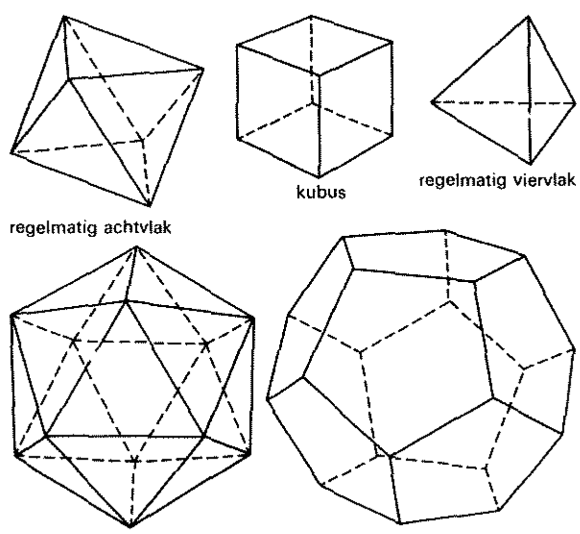
J. F. F. Pearcy en K. Lewis,
Wiskunde dóen
Werkkaarten voor de verlevendiging van het rekenonderwijs.

10

Regelmatige veelvlakken

Het woord veelvlak wil zeggen dat we te maken hebben met een figuur met 'veel vlakken', d.w.z. vier of meer. Je kunt zo'n figuur op verscheidene manieren neerzetten. Elk vlak kan dus als grondvlak dienst doen.

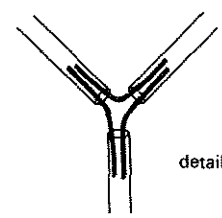
A Snijd de rietjes in drie gelijke stukken, de pijperagers in vier stukken en gebruik ze om de volgende figuren in elkaar te zetten.



regelmatig achtvlak — kubus — regelmatig viervlak — regelmatig twintigvlak — regelmatig twaalfvlak

je hebt nodig: limonaderietjes, pijperagers, schaar en een blikschaar of draadtang.

Zorg ervoor dat in elk uiteinde van een rietje twee einden van een pijperager komen, zoals hieronder is aangegeven.



detail van een hoek

Zet het eerste veelvlak in elkaar. Doe de gevraagde waarnemingen, noteer ze en neem het model uit elkaar. Stel dan het volgende model samen. Maak je niet druk over hoeken, dat komt vanzelf goed. Merk op dat bij elke figuur de ribben dezelfde lengte hebben en dat bij elk veelvlak alle vlakken gelijk zijn. Tel het aantal vlakken, ribben en hoekpunten en zet de resultaten in deze tabel.

naam veelvlak	aantal vlakken (V)	aantal hoekpunten (H)	aantal ribben (R)
reg. 4-vlak			
kubus			
reg. 8-vlak			
reg. 12-vlak			
reg. 20-vlak			

z.o.z.

B De kubus gebruiken we wel als dobbelsteen. De andere vier veelvakken kunnen we eveneens als dobbelstenen gebruiken. Elk vlak heeft immers evenveel kans om boven te komen als we hem laten rollen.
We kunnen de nummers 1 tot en met 20 op de vlakken van een regelmatig twintigvlak schrijven en het gebruiken als een dobbelsteen. In Egypte is er zo een gevonden, die meer dan 2000 jaar oud is.
Deze veelvlakken werden het eerst bestudeerd door de Griek Pythagoras. Hij schreef er magische eigenschappen aan toe.
Het viervlak stelde vuur voor; het achtvlak stelde lucht voor; de kubus stelde aarde voor; het twaalfvlak stelde het heelal voor.
Een poosje later (380 v.Chr) maakte een andere Griek, Plato, een meer serieuze studie van deze lichamen. Nog een andere Griek, Euklides, bewees dat er slechts vijf van deze regelmatige lichamen kunnen bestaan.
Veel later, in 1752, vond een beroemd wiskundige, Euler, een verband tussen het aantal vlakken, ribben en hoekpunten. Kun je het verband uit je overzicht halen?
Tegenwoordig zijn deze vormen nog belangrijk. We treffen ze aan in kristallen, als suiker, keukenzout en edelsteen.

Het lijkt mij uitstekend, dat kinderen dergelijke ruimtefiguren eens in elkaar zetten. Maar na het knutselen begint het pas. Neem het twaalfvlak; zet het op tafel en ga er met de kinderen over praten. Er zijn twaalf vlakken (regelmatige vijfhoeken). Kun je het aantal ribben bepalen? Je kunt ze tellen, zoals in de werkkaart gesuggereerd is. Hoe heb je ze geteld? Door ze één voor één af te kruisen; misschien heeft iemand een handiger metode gezien, namelijk door gebruik te maken van de puntsymmetrie van de figuur. Dan tel je

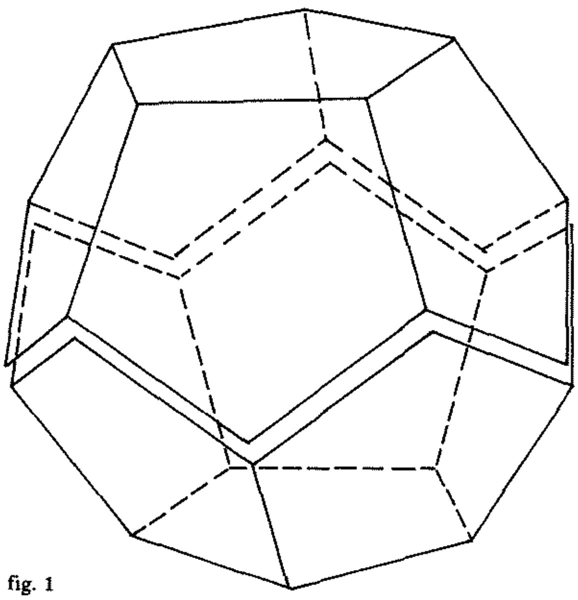


fig. 1

snel: 2 x (5+5) + 10 = 30 (ribben) – fig. 1 –. Of misschien zijn er kinderen, die op een nog hoger nivo redeneren en zeggen: elk zijvlak heeft 5 zijden, er zijn 12 zijvlakken, ik tel er dus $\frac{12 \times 5}{2}$. Ik moet door 2 delen omdat elk paar zijvlakken juist één ribbe gemeen heeft. Er is dus aan de figuur te tellen. Je kunt een dergelijke redenering ook voor het aantal hoekpunten houden.
Maar er is meer. De begrippen evenwijdige vlakken, snijdende vlakken, evenwijdige lijnen, snijdende lijnen, kruisende lijnen, hoeken tussen lijnen, symmetrie, etc., kunnen aan deze figuur aanschouwelijk duidelijk worden gemaakt. Waarom kun je bijvoorbeeld ineens zeggen, dat er 6 paren evenwijdige vlakken zijn?
Vind je dit een te moeilijke figuur, begin dan met de kubus waar eindeloos over te praten valt.

Het zijn zo maar enkele ideeën, die bij mij – let wel, schrijvend achter het buro! – ontstaan. Je moet dit soort dingen eerst eens even proberen in een gesprekje met leerlingen of met je vrouw, verloofde of een ander mens met gezond verstand. Wel staat hierbij weer als een paal boven water, dat degene, die dit onderwijsleerproces begeleidt, goed geïnformeerd moet zijn over datgene, waarmee hij bezig is. Dit kan geschieden door middel van heroriëntering (we moeten maar gauw eens iets aan meetkunde gaan doen), maar zou bij zo'n set werkkaarten ook heel goed kunnen, door er een goede handleiding bij te schrijven. Kortom: van deze set werkkaarten zou best iets goeds te maken zijn, mits men er een beperkt aantal uit zou kiezen, en het geheel van een goede handleiding voor de onderwijzer voorzag.
Het doet mij overigens simpatiek aan, dat verschillende kaarten van historische gegevens voorzien zijn (zie bijvoorbeeld deel B van kaart 10). Het is goed kinderen (en volwassenen) er op te wijzen hoe bepaalde begrippen in wetenschap en kultuur gegroeid zijn, dat ideeën niet door toverslagen op onze aarde zijn verschenen, maar dat voortdurend denken door hele generaties ons langzaam vooruit hebben geholpen. Soms zijn er enkele genieën, die plotseling het grote geheel zien in al het broddelwerk dat door de 'kleine' genieën is verricht. Het is daarom niet verwonderlijk dat bepaalde 'ontdekkingen' door wetenschappers tegelijkertijd en onafhankelijk van elkaar gedaan worden.
Bij de laatste zin van de werkkaart:

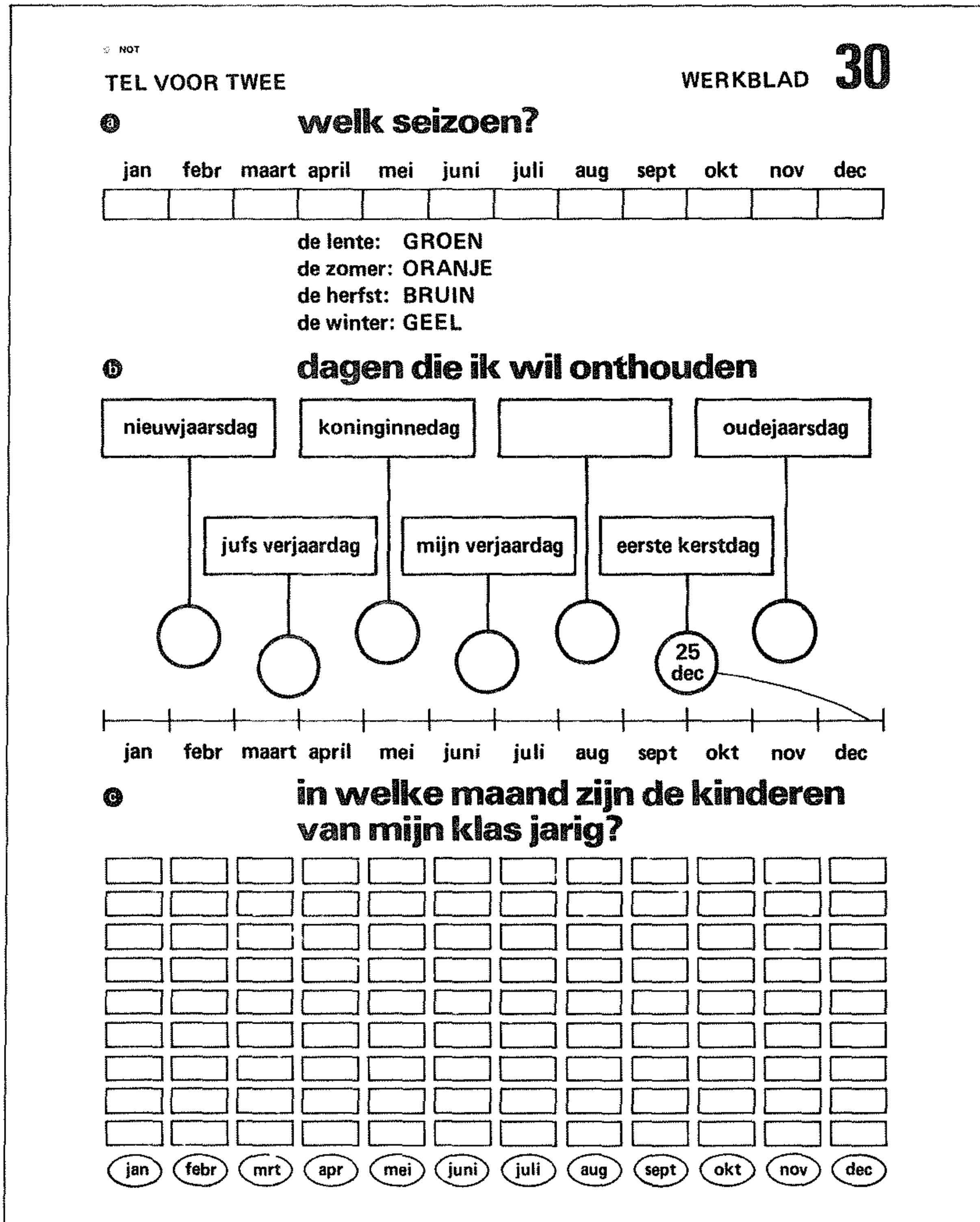
> 'Tegenwoordig zijn deze vormen nog belangrijk. We treffen ze aan in kristallen als suiker, keukenzout en edelsteen.'

vraag ik mij af of dit vroeger soms niet zo was.

* * *

Nou nog even over wat anders en toch weer over hetzelfde. Piet Scholten heeft samen met regisseur Willem Gerritsen een TV-serie gemaakt voor klas 2. De serie heet *'Tel voor Twee'*, bestaat uit 4 TV-lessen, enkele posters en 40 werkbladen (voor de leerlingen), 2 informatieprogramma's en een onderwijzersboek.
Bij de verschijning van dit nummer is de serie al uitgezonden en hebben verschillende onder u wellicht al meegedaan. Op het moment, dat ik dit schrijf heb ik 2 van de lessen in een preview gezien en de bijbehorende boekjes voor mij op tafel liggen. Ik vind dit programma een positieve bijdrage tot het begrip 'verlevendiging en wiskunde doen'. Wel geldt dat teevee-kijken niet betekent: toestel aanzetten, 'poppetje gezien, kastje dicht'.
De vertoning van de film is een aanleiding om met de kinderen aan het werk te gaan. Daartoe zijn een aantal uitstekende werkbladen voorhanden en kan de onderwijzer over een goed onderwijzersboek beschikken. Aansluitend bij het huidige rekenonderwijs worden op levendige wijze belangrijke begrippen als ordenen, het positiestelsel, het taalaspekt van de wiskunde en het tijdsbegrip naar voren gebracht, terwijl het roetine-aspekt (rekenen) niet veronachtzaamd wordt.
Het doet plezier dat de getallenlijn (ook vertikaal), tabellen met twee ingangen, de abakus en de tijdlijn funktioneel gebruikt worden.

We drukken één werkblad af:



Moge door dit artikel ons standpunt inzake *verlevendiging* en *wiskunde doen* weer iets verduidelijkt zijn. Fred Goffree komt er nog op terug.

Tot slot nog eens twee voorbeelden wat niet en wel wiskunde doen is.

- Tel hoeveel keer het woord 'verlevendiging' en het begrip 'wiskunde doen' in dit artikel voorkomt. Maak hiervan een histogram.
- Ontwerp een metode om uit de letters van het woord 'verlevendiging' alle leesbare woorden af te leiden.

Je kunt bijvoorbeeld van *verlevendiging* maken *vervelendiging*.
Sukses!

laat ze voor je uit lopen

JAN VAN DEN BRINK

Het is niet overdreven – elke week bezorgen de kinderen uit de eerste klassen van de ontwerpschool in arnhem ons een verrassing.
Telkens zien ze in een werkblad dingen die veel dieper reiken dan de zaken waarvoor wij het blad hebben bedoeld.
't Is net of ze voor je uit lopen; ze laten je zien dat een 'arm' werkblad een rijkdom aan aktiviteiten kan herbergen. En daarmee vertellen ze je welke 'weg' ze bewandelen.

Neem bijvoorbeeld het volgende werkblad:
(pag. 230)

DE BEDOELING

De bedoeling van dit werkblad is dat de kinderen figuren uit het zwarte vierkant knippen, die kongruent zijn met de witte figuren op het werkblad.
Daarna moeten ze met die uitgeknipte vormen 'mooie' figuren plakken.

Dit idee is niets nieuws voor u – oppervlakteberekeningen worden op school onder meer ingeleid met knip- en plakwerkjes. Eigenlijk vinden we de doelstelling hierboven erg 'mager'. Maar tijdens de les ontdekten de kinderen aspekten in het werkblad, die op een hoger matematisch nivo liggen.

DE LES

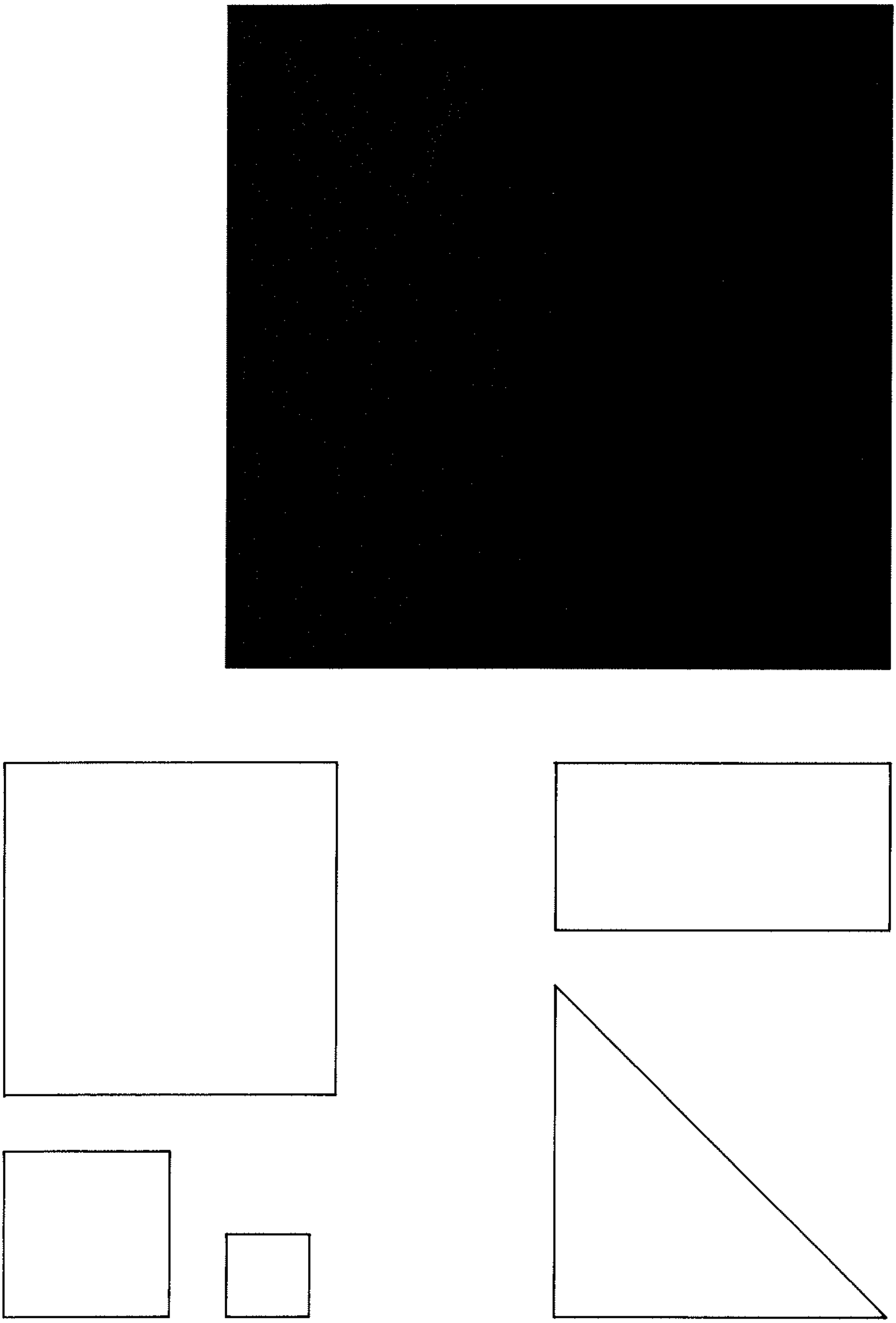
Aangevuurd door de onderwijzer(es) ('Wat zie je zoal in dit werkblad? Wat zou je ermee kunnen doen?') vond één leerling dat je het uitgeknipte, zwarte vierkant eerst moest vouwen. Dan zou je de vormen direkt kunnen uitknippen.
De meeste kinderen steiden echter voor om eerst de witte figuren uit te knippen, deze op het zwarte vierkant te leggen en vervolgens – met de schaar langs de witte vormen – de zwarte uit te knippen.
Na het bespreken van deze strategieën gebeurde het!

'Kun je met de witte figuren het zwarte vel volleggen?', vroeg de onderwijzeres.
'Neen, er is minder wit', zei Kees en hij vervolgde: 'Je kunt het niet volleggen omdat er een drieboek bij zit, want dan moet je nog een drieboek hebben.'

Na een korte stilte bleek dat hij de hele klas overtuigd had – neen, sterker nog:

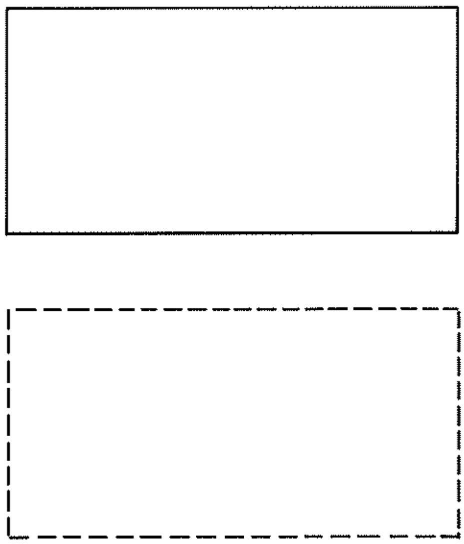
er vond een plotselinge transfer plaats van het principe dat achter zijn bewijs stak.

knip uit het zwarte stuk figuren die precies op de witte passen

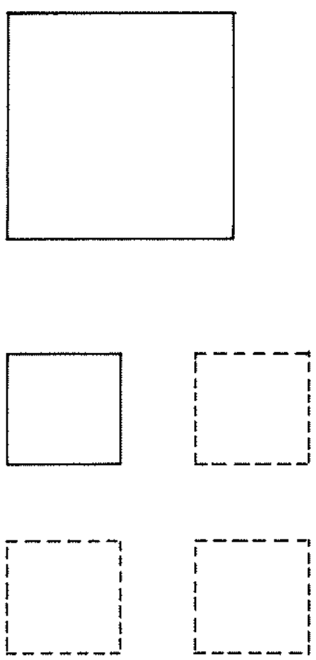


Het ratelde door de klas van bewijzen, die op hetzelfde principe berustten:

①'Je hebt ook nog een ekstra rechthoek nodig':



②'Je moet ook 3 kleine vierkantjes hebben':



③De ekstra rechthoek genoemd onder ① zou ook vervangen kunnen worden door de figuur getekend onder②.

OPMERKINGEN ACHTERAF

Overwegingen

Met een schok (binnen de 3 minuten) drong het principe achter het bewijs van Kees tot iedereen door: als je een driehoek hebt, dan heb je er zeker nog een nodig om het zwarte veld te bedekken.
De kinderen konden het principe direkt gebruiken en toepassen. Dan moet het toch wel iets bizonders zijn.

Laten we proberen het te analiseren.
Het principe veronderstelt ons inziens een denkhandeling die we *kompleteren* zullen noemen ('... want dan moet je nòg een driehoek hebben', stelde Kees).
We menen verder te kunnen aantonen dat dit 'kompleteren' een *universele denkhandeling* is. Dat wil zeggen dat het 'kompleteren' enerzijds bij kinderen is 'ingebakken', anderzijds dat de denkhandeling niet uitsluitend in *meetkundige* konteksten wordt gedemonstreerd.
Het een en ander moge blijken uit de overtuigingskracht van Kees' bewijs en uit voorgaande publikaties in het Wiskobas-Bulletin.[1])
Wellicht kunnen we in een volgend artikel wat nader ingaan op dit — ons inziens — universele karakter van het 'kompleteren'.

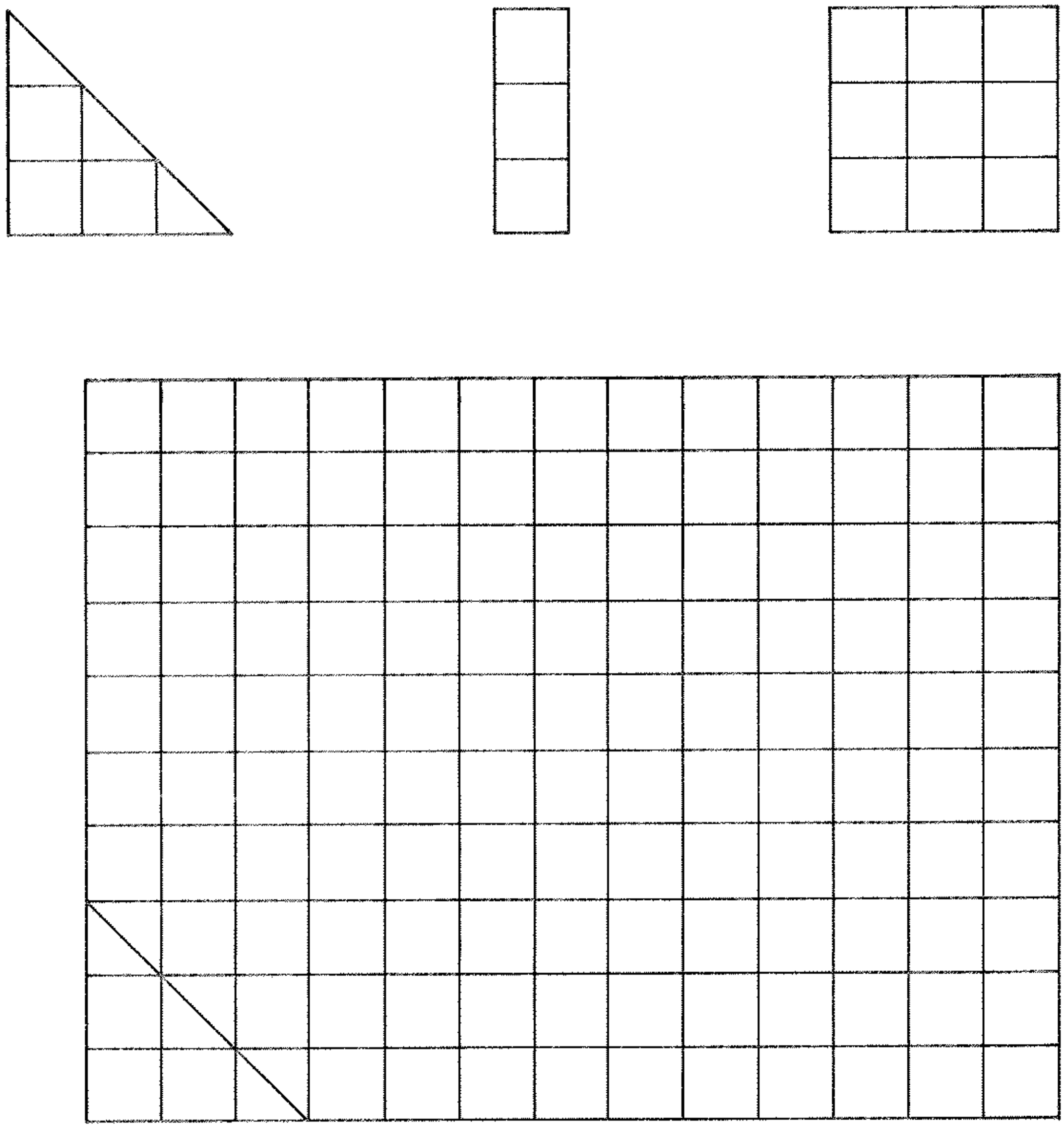
Er is echter nog een andere overweging te maken — één van meer pedagogische aard. Namelijk deze: de 'top-ervaring' van Kees motiveerde vrijwel elke leerling tot het zoeken van een 'eigen' bewijs (overigens steeds op het principe van het 'kompleteren').
Blijkbaar kunnen dergelijke ervaringen sterk motiverend werken, niet alleen voor de leerling die zo'n ervaring heeft, maar ook voor de andere leerlingen in de klas.

Voorbereiding

Naast deze wat teoretische overwegingen vraag je je, als onderwijzer, af hoe zo'n onstuimige lessituatie bewust kan worden *voorbereid* en ingeleid.
Hoe kwam Kees op het idee?
Je begeeft je bij het zoeken naar een verklaring op glad ijs, ofschoon...?
Enkele weken voor deze les hadden de kinderen mozaieken op roosterpapier gekleurd.
Een van de werkbladen die achteraf erg belangrijk blijkt te zijn geweest, is de volgende:

[1]) Bijvoorbeeld in jaargang 3, nr. 1, pag. 24 e.v.: de symmetrie-redenering.

kleur de tegels en leg het vloertje er mee vol
(laat ook een honderdveld inkleuren)



Hier ontdekten de kinderen dat je een éven aantal driehoeken moet gebruiken. Waarschijnlijk vereiste dit blad de voorbereidende manuele handelingen, die later als mentale handelingen door Kees voor ieder in de klas (her)kenbaar werden gemaakt.

Vervolg
Tenslotte kijken we naar de verder te volgen didaktische weg. Een belangrijke lijn is dat we door te 'kompleteren' kunnen bewijzen of een vlak met bepaalde figuren is vol te leggen zonder daarbij over hoeken te praten.

Het 'maken van mozaieken' op verschillend roosterpapier is hiermee in een wijder perspektief geplaatst. Naast de traditionele doelstelling 'mooie figuren maken', tonen de kinderen andere aktiviteiten. Aktiviteiten die we vaak niet van tevoren kunnen verwachten.
Vooral bij vertrouwde onderwijssituaties (zoals bijvoorbeeld het maken van mozaieken) kunnen we van onze leerlingen veel verborgen zaken leren.

Laat de kinderen voor u uit lopen en houd ze goed in de gaten. Probeer het eens!

wim wiedes

HANS TER HEEGE

Op een morgen staat Wim nog wat slaperig op. Als hij in de brievenbus kijkt ziet Wim warempel een brief. Een brief krijgt Wim niet vaak. Je begrijpt dat hij daar gewoon een beetje zenuwachtig van wordt. Vlug opent Wim de brief en leest:

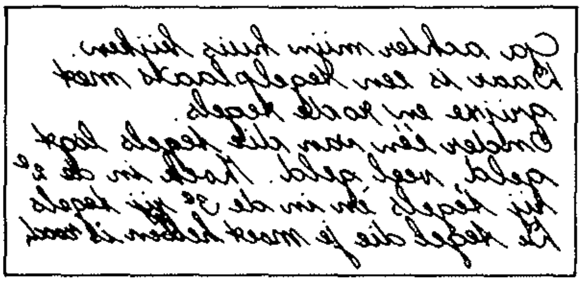
> Beste Wim en Wies,
>
> Weten jullie dat je nog een oom hebt? Een vergeten oom, die oom Rijk heet?
> Dat ben ik! Ik word morgen tachtig jaar en dan vier ik voor het eerst in m'n leven mijn verjaardag. Komen jullie ook op mijn feest?
>
> De groeten,
>
> oom Rijk

Een rare brief, niet waar? Wie viert er nou zijn verjaardag voor het eerst als hij tachtig wordt?
Maar goed, Wim en Wies besluiten dat ze maar eens naar dat feest van die rare oom Rijk moeten gaan.

En de volgende middag zitten ze bij oom Rijk. Wies heeft haar nieuwe hoedje opgezet en Wim heeft zijn spesiale stropdas voor feesten en deftige bezoeken om. Ze drinken een kopje koffie, eten een gebakje en oom Rijk biedt ze ook nog een drankje aan.
Het is best gezellig. En die oom Rijk valt eigenlijk ook wel mee.

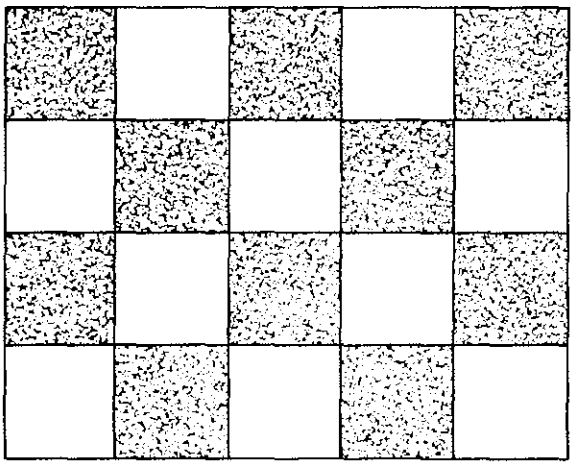
Als het zo tegen vijven loopt en Wim en Wies naar huis willen gaan, zegt oom Rijk:
'Ik heb nog een verrassing voor jullie. Hier is een opdracht. Als je die goed kunt oplossen, zul je rijk zijn.'
Wim en Wies kijken elkaar aan. Ze begrijpen er niets van. Is dat soms een rare streek van oom Rijk? Dan geeft oom Rijk hen een briefje.

Kijk, dit:



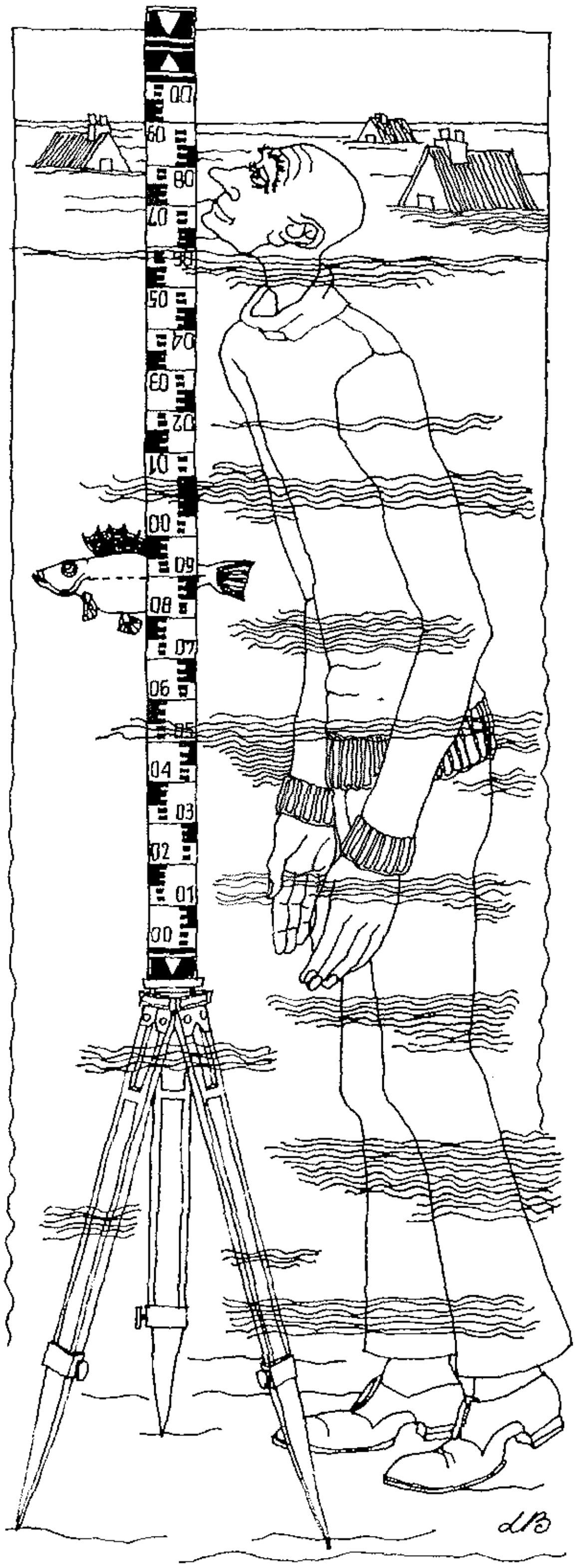
En nu jullie:
* *Wat staat er op dit briefje?*
* *Hoe kun je dit briefje goed lezen?*

Hebben jullie het briefje kunnen lezen?
Nou, Wim en Wies wel. Ze hebben het voor de spiegel gehouden! Toen zijn ze naar de tegelplaats achter het huis gegaan. Die ziet er zó uit:



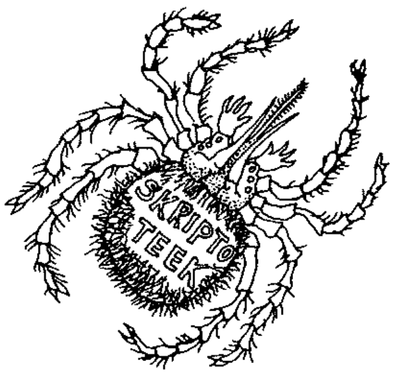
En nu jullie:
* *Kies een tegel die zowel in een 2e tegelrij als in een 3e tegelrij ligt.*
* *Het moet een rode tegel zijn.*
* *Welke tegel kunnen Wim en Wies kiezen?*
* *Uit hoeveel tegels kunnen zij kiezen?*[1])

Je vraagt je vast af of Wim en Wies de goede tegel hebben gekozen. Nou, luister maar!
Wim zei: 'We kiezen deze tegel'. Maar Wies wilde een andere. Toch kregen ze er geen ruzie over. Wat gebeurde er namelijk?
Opeens liep er een muis over het tegelplaatsje. Daar schrok Wies zo van dat ze met een gil wegrende. Zo kwam het dat Wim zelf kon kiezen. Hij tilde een tegel op en hij zag een zakje. In het zakje zaten gouden munten, veel munten.
Ja, Wim en Wies waren in één klap rijk, steenrijk. En dat allemaal omdat Wim heel toevallig de goede tegel had opgetild. Je ziet maar dat je in het leven geluk moet hebben!

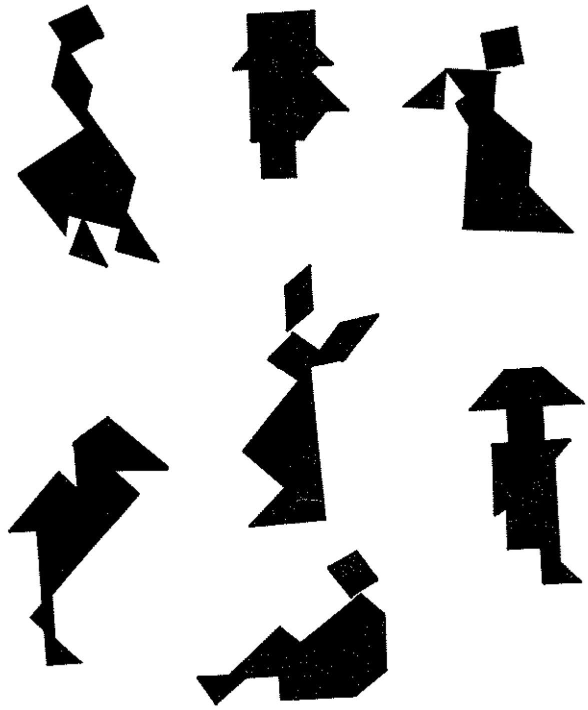


[1]) De oplossing van deze Wim Wiedes staat op pag. 241

skriptoteek



HUUB JANSEN



Hier ziet u een aantal fraaie en suggestieve figuren, die gelegd kunnen worden met de zeven stukken van de beroemde chinese *tangram*-puzzel. Elk stuk van deze puzzel heeft een bekende vorm: driehoek, vierkant, parallellogram.

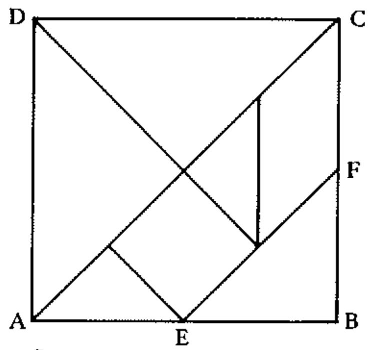


fig. 1

Wanneer u op hout of stevig karton het vierkant ABCD tekent (zijde: 16 cm), vervolgens de middens E en F van de zijden AB en BC bepaalt en dan op de aangegeven wijze (zie fig. 1) de lijnen binnen vierkant ABCD trekt, dan levert knippen of zagen langs de lijnen de zeven vormen op waarmee bovenstaande – en nog vele andere – *tangram*-figuren gelegd kunnen worden.

Het aldus verkregen *tangram* bestaat uit:
- twee kleine driehoeken
- een 'gewone' driehoek
- twee grote driehoeken
- een vierkant en
- een parallellogram.

Er bestaan verschillende soorten *tangrams*, weliswaar steeds bestaande uit zeven stukjes, maar aantal en grootte van de driehoeken en vierkanten kunnen verschillen.

* * *

Twee utrechtse studenten – Connie v.d. Elsaker en Ewoud Bor – hebben het hiernaast getekende *tangram* als uitgangspunt genomen voor hun hospiteeraktiviteiten in een vierde en vijfde klas basisschool.

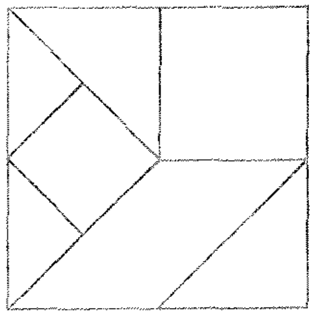


fig. 2

Hun keus voor dit onderwerp verklaren de studenten door te wijzen op:

* het motiverend effekt van het spel- en puzzelelement dat in het materiaal te vinden is en
* de mogelijkheid om, al werkend met dit materiaal, meetkundige begrippen aan te leren en ontdekkingen te laten doen.

Steeds uitgaande van het *tangram* hebben ze een meetkundeprojekt ontworpen, bestaande uit een 12-tal lessen van ruim een uur, gevolgd door een evaluatie van hun aktiviteiten.

Vóór we een vluchtige blik werpen op de inhoud van dit lessenpakket geven we enige historische informatie over het *tangram* zoals door de makers van deze skriptie vermeld:

'De oorsprong van het tangram is niet met 100% zekerheid te achterhalen. Er bestaan veel verschillende teorieën over, waarvan sommige elkaar tegenspreken. Wel kan men met grote waarschijnlijkheid zeggen, dat het uit china afkomstig is.

In welke tijd het tangram is ontstaan, is niet bekend. We weten wel dat er in 1813 een chinese publikatie over het tangram verschenen is, waarin in het voorwoord staat dat de oorsprong van deze puzzel niet bekend is. Men mag hieruit dus konkluderen dat in 1813 de puzzel al als oud beschouwd werd.

Er zijn teorieën die er van uitgaan dat het tangram minstens 4000 jaar oud is.

Volgens een legende liet een chinese edelman, Tan genaamd, in het bezit van een mooie chinese schaal, deze op een gegeven moment vallen. Toevalligerwijs viel de schaal in zeven stukjes uiteen. De rest van zijn leven probeerde Tan van die zeven stukjes de schaal weer de vormen. De legende wil dat hij het vierkant nooit heeft gevonden, wel vond hij allerlei andere vormen.

Sam Lloyd, een amerikaans puzzelekspert, maakt in een publikatie over het tangram melding van een zekere Challenger, die in werkelijkheid niet bestaan heeft. Hij laat deze Challenger vertellen dat er oorspronkelijk 7 chinese boeken over het tangram waren.

Ook bestaat er een oud boek 'The fashionable chinese puzzle', dat 323 figuren bevat, die te maken zijn met het tangram.

Er wordt beweerd dat Napoleon veel tijd heeft doorgebracht met het maken van figuurtjes van tangramstukjes, waarbij hij onder andere gebruik maakte van het hierboven vermelde boek.

Een zekere sir James Murray heeft gezocht naar de oorsprong van het woord 'tangram'. Hij vond, dat de man Tan, de god Tan en het boek Tan vrijwel onbekend zijn in de chinese literatuur; de meeste geleerden hebben er nooit van gehoord. De puzzel is echter wel bekend.

Hij wordt in het chinees genoemd: 'ch'i ch'iao t'u', ofwel: 'seven-ingenious-plan' of 'ingenious puzzle figure of seven pieces'. 'Tan' zou zijn afgeleid van het chinese woord 't'an', dat betekent: 'to extend', of 't'ang, het kantonese dialekt voor 'chinees'.

Waarschijnlijk heeft een amerikaan of engelsman die bekend was met de chinese taal of met het kantonees, een naam voor de puzzel willen hebben. Hij heeft toen achter dat woordje het europese achtervoegsel 'gram' gevoegd, dat afgeleid is van het griekse woord voor schrijven.'

De bedoelingen van het lessenpakket hebben de ontwerpers als volgt geformuleerd:

'1 Op een aanschouwelijke manier enkele begrippen uit de meetkunde bijbrengen, namelijk:
  - de verschillende eigenschappen van de meetkundige figuren, zodat de leerlingen deze figuren van elkaar kunnen onderscheiden (bijvoorbeeld: een driehoek heeft drie hoeken, een parallellogram heeft zijden (kanten), die eenvoudig zijn)
  - kongruentie
  - gelijkvormigheid
  - symmetrie
  - oppervlakte.

2 Met deze begrippen moeten de leerlingen meer oog krijgen voor de werkelijkheid.

3 De problemen moeten zo aan de orde gesteld worden dat er niet bij elk probleem een bepaalde vaste strategie wordt ontwikkeld volgens welke het opgelost moet worden, maar de leerlingen moeten steeds tot verschillende manieren van oplossingen komen, dus het ontwikkelen van een fleksibele aanpak.'

Deze doelstellingen zijn verscherpt door te wijzen op de verschillende aspekten die tijdens dit meetkundeprojekt naar voren moeten komen:

'1 Het vormaspekt. Dit ligt helemaal besloten in het onderwerp: de meetkundige figuren van het tangram (zodat de leerlingen de meetkundige vormen beter leren kennen).

2 Het konstruktie-aspekt. De leerlingen moeten van verschillende meetkundige figuren weer nieuwe figuren maken.
3 Het relatie-aspekt. De leerlingen moeten overeenkomsten en verschillen zien tussen de meetkundige figuren.
4 Het transformatie-aspekt. De leerlingen moeten ervaren, dat een figuur steeds hetzelfde blijft en dezelfde eigenschappen blijft houden, hoe en in welke stand je de figuur ook ziet.
5 Het rekenaspekt. Dit moet tot uitdrukking komen bij oppervlakteberekeningen.
6 Het taalaspekt. Met de wiskundetaal moeten de leerlingen zich eksakter uitdrukken.
7 Aspekt van de toepasbaarheid. Het mag niet bij dit alles blijven, maar de leerlingen moeten de meetkunde toe gaan passen in de praktijk (het moet in ruimer verband gaan funktioneren).
Het moet bijvoorbeeld niet bij kongruente rechthoeken blijven, maar de leerlingen moeten gaan ontdekken dat konkrete voorwerpen uit hun omgeving ook kongruent zijn (bijvoorbeeld: de deuren van de flat, waarin ze wonen).'

Bovendien is elke les voorzien van uitgewerkte doelstellingen, beginsituatie, inhoud van de les inklusief ontworpen lesstencils en een evaluatie van het verloop van de les.
Een van de evaluatieve opmerkingen willen we u niet onthouden. Tijdens het werken in de hospiteerschool werden de studenten gekonfronteerd met de fleksibele aanpak die de leerlingen demonstreerden tijdens het oplossen van de verschillende problemen. Zelfs zo dat de leerlingen met oplossingsmetoden kwamen die de studenten tevoren zelf niet ontdekt hadden. Nieuwsgierig geworden hebben ze toen een aantal problemen ter oplossing voorgelegd aan kollega-studenten. Hun konklusie was dat de resultaten van de leerlingen van de basisschool aanzienlijk beter waren dan die van de P.A.-studenten!
Hierin ligt ook het belang van dit *tangram*-pakket verborgen: leerlingen kreatief en fleksibel met het materiaal laten werken, het doen van ontdekkingen proberen te stimuleren en vervolgens het geleerde gebruiken om hun eigen *'meetkundige'* omgeving te ordenen en te struktureren.

Jammer is het dat de auteurs zich vooral beperkt hebben tot het aanleren van begrippen en daarbij niet toe zijn gekomen aan de vraag welke begrippen nu essentieel zijn en op welke wijze ze het best kunnen funktioneren. In hun werkstuk signaleren ze dit tekort zelf ook, o.a. wanneer ze het antwoord vermelden van een leerling op de vraag hoe een bepaald *tangram*-stukje ook alweer heette. Het jongetje kwam er met moeite uit: 'Pello – rello!'
De lezer mag raden wat hiermee bedoeld werd.
Een ander bezwaar komt naar voren in het verslag van de gesprekken die na afloop van de lessen gevoerd zijn met een aantal leerlingen. Niet de vragen naar datgene wat de kinderen geleerd hebben, welke problemen ze ontmoet hebben, welke verschillende oplossingsnivo's te onderscheiden zijn, welke leerprocessen hebben plaatsgevonden, stonden in deze gesprekken centraal, maar wel de vraag wat de kinderen van de wiskunde vonden!
De antwoorden van de kinderen laten zich raden: wiskunde is een leuk vak en ze zouden het fijn vinden als *naast* rekenen ook wiskunde op het programma kwam.
In de vraagstelling komt eigenlijk naar voren dat de auteurs zelf wiskunde als een apart vak naast rekenen zien. En dat is anno 1974 – zelfs in nederland! – een standpunt waar je wat pessimistisch bij kunt worden.

* * *

We besluiten met een opmerking èn een probleem.

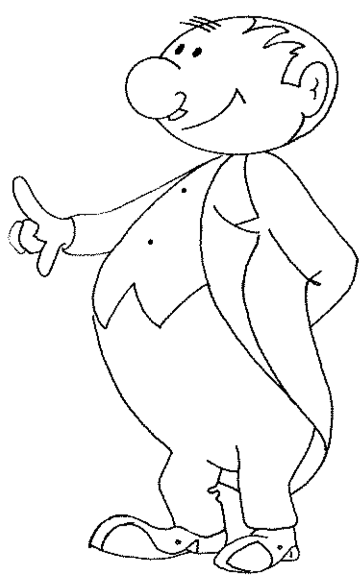
* Het *tangram* lijkt een beperkt maar ook een entoesiasme opwekkend leermiddel te zijn om kreatief meetkunde aan te bedrijven in de basisschool. We hopen dat in de nabije toekomst andere studenten dit onderwerp nog eens verder willen uitdiepen.
* Het *probleem* vonden we in 'Amusements in mathematics' van H.E. Dudeney (uitg. Dover – New York) waarin ook de figuren boven dit verhaal zijn te vinden.
  Hieronder twee figuren die uit dezelfde zeven *tangram*-stukken van figuur 1 zijn opgebouwd:

De vraag luidt: *waar komt de voet van de rechter figuur vandaan?*

Tenslotte wat *tangram*-literatuur voor de liefhebbers:

- Geometry with a tangram, Fletcher and Ibbotson
- Tangrams, 330 puzzles, Ronald C. Read
- Tangram, een mysterieuze puzzel uit het oude China, Leen Streefland (De Jonge Onderzoeker, januari 1974)
- Wiskundewerkhoeken, Hans ter Heege (Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, nr. 4/5).

wiskunde voor het lager beroeps onderwijs



Waarom een leerstofpakket als 'Op het spoor', zult u zich misschien afgevraagd hebben na het lezen van de lbo-rubriek in het vorige bulletin.
In nevenstaand artikel bekijkt Crit Leenders het hoe en waarom van dit stukje leerstof nog eens nader.

CRIT LEENDERS

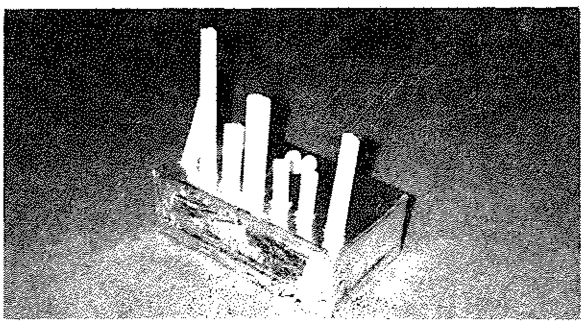
Een aantal lezers van dit bulletin zal de leerling van het lbo uit eigen ervaring kennen.
Doordat beoordeling in de basisschool meestal geschiedt aan de hand van verbaal-intellektuele kriteria, blijft in deze 'afvalrace' voor leerlingen die niet of nauwelijks hieraan voldoen, alleen het lbo als mogelijkheid over.
Wellicht bent u van mening dat dit wat negatief gesteld is. Maar is het niet zo dat alle normen die we in het onderwijs aanleggen er op gericht zijn om de tekorten van de lbo-leerling bloot te leggen? Er zijn tests die nagaan of iemand erg goed kan knutselen of uren lang bezig kan zijn met het repareren van een bromfiets. Nochtans worden deze tests weinig gebruikt, althans in nederland. Het gaat nog steeds in hoofdzaak om de verbaal-intellektuele eigenschappen. En dan valt de lbo-leerling nog wel eens snel door de mand.
Om aan deze negatieve kenschetsing te ontkomen, kun je gaan proberen om een soort *profiel* van de lbo-leerling te schetsen, afgaande op eigen en andermans ervaringen (inspekteurs, direkteuren en docenten) gesteund en/of aangevuld met resultaten van wetenschappelijke onderzoekingen.
En – we moeten het toegeven – je ontkomt er niet aan om steeds weer met een burgerlijk-intelligente bril naar de lbo-leerling te kijken zodat steeds weer negatieve kenmerken de boventoon blijven voeren.
De *kwaliteiten* van de leerling zullen via eksperimenten ontdekt moeten worden.
Willen we onderwijs geven dat voor de leerling waardevol is, dan zullen we moeten nagaan hoe deze kwaliteiten optimaal benut kunnen worden.

Typerend voor de lbo-leerling – we blijven nog even generaliseren – is een *grote onzekerheid* ten aanzien van allerlei fasetten van het leven:
- de taak die hem opgedragen wordt; deze wordt alleen op korte termijn en geïsoleerd gezien; er is voor de leerling geen relatie tussen deze taak en volgende leerprocessen;
- het leven met de groep medeleerlingen, c.q. leeftijdsgenoten; er is 'kameraadschap' en geen 'vriendschap';
- de eigen kapasiteiten; er is een grote faalangst;
- wereld en maatschappij; er is nauwelijks besef hoe de maatschappij funktioneert door een volledig gebrek aan kennis van en inzicht in wetgeving, bestuur, beroepenwereld en dergelijke.

Een komplement van deze onzekerheid zou kunnen zijn: de vitaal-manuele gerichtheid die zich uit in de hobbies (sport, knutselen) en in

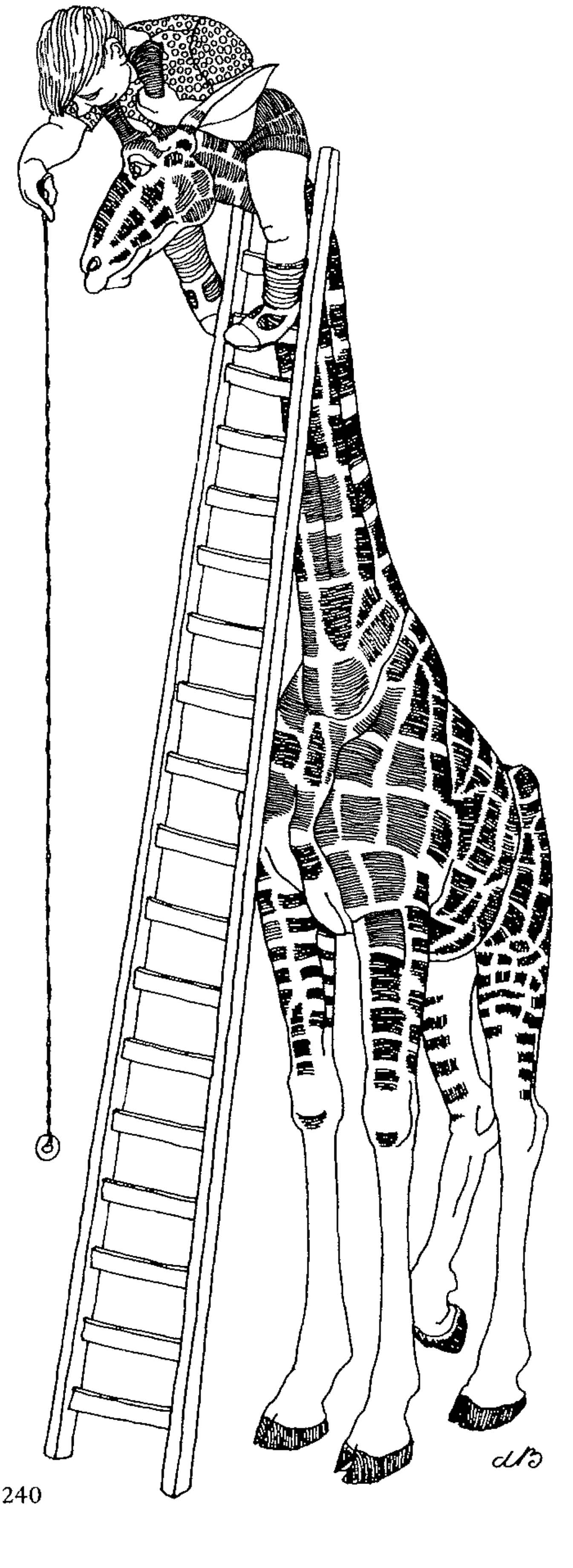
de wijze van omgang (stoeien, de 'bink' uithangen).
Ervaringen en eksperimenten doen vermoeden dat het leergedrag van de lbo-leerling zich gunstiger kan ontwikkelen bij een aanpak die sterk uitgaat van geintegreerd onderwijs, waarbij de algemene oriëntatie op de belevingswereld van de leerling centraal staat en dat een sterk appèl doet op de zelfwerkzaamheid, ook en vooral op het manuele vlak.

Als we 'Op het spoor' nu nog eens in het licht van deze beschouwingen bekijken dan is het duidelijk dat de leerlingen gekonfronteerd worden met een probleem dat hun interesse heeft. Het verhaal geeft voldoende motivatie om een flink aantal aktiviteiten te verrichten.
De *strategie* om Karavan-Kareltje op te sporen wordt voor het grootste deel in het verhaal aangegeven doordat steeds nieuwe aanwijzingen volgen. Dit is gedaan om de leerling, vanwege zijn onzekerheid, niet te overvallen met een te groot probleem, waaraan hij/zij niet durft te beginnen.
Aangeboden gegevens ordenen, interpreteren, of 'hard' maken is echter een vaak voorkomende aktiviteit. De leerling moet er aan gewend raken dat met behulp van adekwaat cijfermateriaal heel wat suggesties, uitspraken en dergelijke te verifiëren, te toetsen zijn.
De 'hints' die door het verhaal gegeven worden om de strategie op te zetten, maken het voor de leerling mogelijk om het probleem binnen zijn wiskundig bereik te brengen, waarbij rekening is gehouden met het 'werken op korte termijn' dat hij zo graag doet.
Het steeds met elkaar in verband staan van de diverse aktiviteiten door middel van het verhaal en het gebruiken van verkregen gegevens in volgende opdrachten probeert (voorzichtig) dit korte-termijn-werk te doorbreken.
De leerlingen zijn aan *groepswerk* meestal niet gewend. Integendeel, ze zijn vaak erg individualistisch ingesteld (onzekerheid ten aanzien van vrienden) en willen hun werk of ideeën alleen voorleggen aan de docent en niet aan een mede-leerling. Willen we de leerlingen toch in groepen laten samenwerken dan zullen we dit voorzichtig moeten opbouwen. In 'Op het spoor' is dit onder andere gedaan via een telefoonspelletje waarbij door een leerling 'per telefoon' gegevens doorgegeven worden aan een andere leerling.
Er moet in dit geval een taakverdeling gemaakt worden en de leerlingen zijn gedwongen om samen te praten.
Op verschillende plaatsen in 'Op het spoor' worden door de leerlingen een aantal *rekenaktiviteiten* verricht. Het interpreteren van een piktogram, het samenvoegen van de gegevens van 1970 en 1971, het bepalen van de met 65 liter benzine maksimaal te rijden afstand door een auto die 1 op 7 rijdt.
Deze operaties met getallen dienen vaardigheden te zijn die de leerling uit de basisschool meebrengt. Praat echter met docenten van het lbo en zij zullen u zeggen dat de leerlingen niet kunnen rekenen. Toch lukt het via de gekozen kontekst om de leerling de rekenproblemen te laten oplossen. Hierbij levert de noodzaak van het verkrijgen van een oplossing om verder te kunnen met het probleem een (ekstra) motivatie.
Het *werken met alledaagse*, voor iedereen beschikbare, *gegevens* als een afstandstabel, piktogrammen uit ANWB-boekjes en dergelijke, kan eveneens als vaardigheid worden beschouwd.
Het oriënteren op deze gegevens is voor de leerling ook in het later leven van belang.
Tenslotte kunnen nog het *taalaspekt* en de *kreativiteit* genoemd worden. Zoals in het vorige artikel reeds gesteld is, springt het taalaspekt duidelijk in het oog. Met name voor 'taalarme' leerlingen is het lezen en interpreteren van een stukje tekst belangrijk. Tevens wordt de vokabulaire uitgebreid met een aantal wiskundige termen als beeldgrafiek, tabel, steekproef.
Om de leerling één van zijn duidelijke kwaliteiten te laten tonen is gevraagd om tijdens de handvaardigheidsles of thuis een *'diagraaf'* te maken.
Met veel entoesiasme zijn diverse eksemplaren gemaakt.



Uiteraard zullen vele in 'Op het spoor' aangezette zaken in volgende pakketten verder opgebouwd moeten worden. Ook andere problematieken als differentiatie en evaluatie komen daarbij aan de orde.

Deze *'nabeschouwing'* met het profiel van de lbo-leerling als achtergrond geeft hopelijk toch een duidelijker zicht op de spesifieke eisen die onderwijs aan lbo-leerlingen stelt.
'Op het spoor' is een eerste poging om aan een aantal van deze eisen te gaan voldoen.



kleuters en wiskunde

PROTOKOL VAN MEETAKTIVITEI-TEN

JES MELIS
HENNEKE DE LORME-BAKKER

O : onderwijzeres
Ll : leerlingen

O : Wie van jullie kan me vertellen wat meten is?
Ll : Nou dat is kijken wie het grootste is.
O : Wie het grootste is? Hoe zouden we dat dan kunnen doen?
Ll : Dan moeten we met onze rug tegen elkaar gaan staan en dan zie je wie de grootste is.
O : Goed, dan mogen Saskia en Annemieke met de rug tegen elkaar gaan staan.
Ll : Saskia is het grootste.
O : Weet je zeker dat zij de grootste is?
Ll : Ja, Saskia is het grootst.
O : Best, dan mag nu Remco eens tegen haar gaan staan. Is Saskia nu nog 't grootste?
Ll : Nee, nu is Remco het grootst.
O : Wat hadden we dus eigenlijk moeten zeggen toen Saskia en Annemieke met de rug tegen elkaar stonden?
Ll : We hadden moeten zeggen dat Saskia het grootste was van de twee.
Ll : We konden ook zeggen dat Saskia groter was dan Annemieke.
Ll : Juf, je kunt ook behang meten. Dat heeft mijn vader gedaan toen we gingen verhuizen.
Ll : Bij de dokter meten ze je ook. Daar staan allemaal cijfertjes op de muur.
O : Als ik cijfertjes op de muur zet, kan ik jullie ook meten.
Ll : Ja, maar dan moeten de cijfertjes wel goed staan.
Ll : Die cijfertjes staan ook wel eens op een plankje of een lapje.
Ll : Je kunt ook nog meten met een touwtje.
O : Maar als je nu eens heel precies wilt weten hoe groot of hoe lang iets is, wat heb je dan nodig?
Ll : Een centimeter. Mijn moeder heeft er een van stof en mijn vader een van ijzer.
Ll : Ja en de timmerman heeft er een van hout en die kun je opvouwen.

We laten nu een centimeter en een duimstok zien. De kinderen konstateren dat met een 'centimeter' dezelfde lengte wordt aangegeven als met de duimstok. De verdeling van de cijfertjes moet dan wel hetzelfde zijn.

Nu gaan we een streep op de grond trekken. Eén van de kleuters mag kijken hoeveel 'voet' de lijn lang is. Alle kleuters zijn vol belangstelling, tellen hardop mee en maken aanmerkingen als het niet precies tegen de teen komt. Nummer een had 14 en de volgende 16 voeten nodig.

O : Ja, dan denk ik dat een van de twee het toch verkeerd heeft gedaan. Zullen we het nog eens proberen?

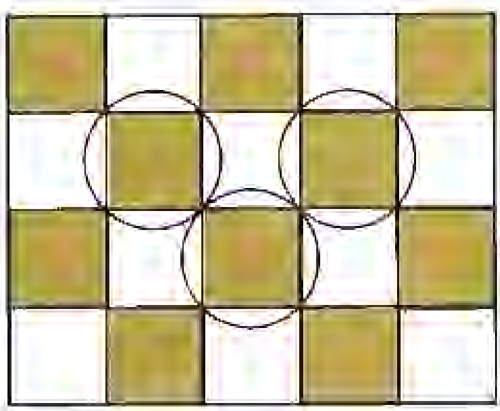
Nummer drie kwam tot 15 voet.

O : Hoe kan dat nu? We vinden steeds andere uitkomsten.

Na enig denken komen de kleuters erachter dat niet alle voeten even groot zijn en dat iemand met kleine voeten dus meer stapjes moet maken.

De kleuters vinden het meten van dingen erg leuk en gewapend met koordjes en latjes wordt vrijwel alles wat zich in de klas bevindt 'gemeten'. Alle dingen blijken korter, langer, of even lang te zijn als het koordje. Zelfs blokken worden op een rij gelegd. Geteld wordt hoeveel er nodig zijn om een gelijke lengte te krijgen als het koordje of latje. Een aardige teloefening!
Aansluitend op deze aktiviteit wordt de volgende dag met de rekenkist gewerkt.

OPLOSSING WIM WIEDES (PAG. 234)



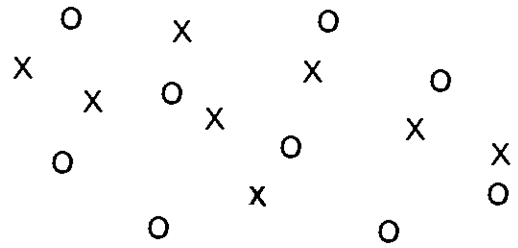
Wim en Wies kunnen uit drie tegels kiezen.

BASJE
een jonge onder-zoeker

't IS ZO ZEKER ALS TWEE EN TWEE DRIE IS

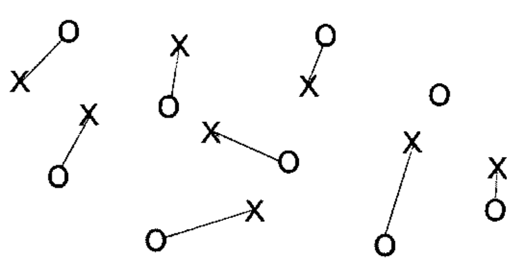
DIK OORT

Als vader binnenkomt, zit Basje zich te vervelen en heeft hij wat rondjes en kruisjes op een stuk papier getekend:



Vader: Wat moet dat betekenen?
Basje : Och, ik tekende zo maar wat.
Vader: Zo, en weet je nu nog waar je de meeste van hebt, rondjes of kruisjes?
Basje : Ik weet het niet, misschien zijn 't er wel evenveel.
Vader: Dat kan inderdaad ook.
Basje : Ik kan ze wel even tellen.
Er zijn 9 cirkeltjes en 9 kruisjes, dus evenveel.
Vader: Ik geloof dat je je vergist.
Basje : Ja, er zijn 8 kruisjes, dus er zijn meer rondjes. Die kruisjes zijn moeilijk te tellen.
Ze staan zo door elkaar.
Vader: Wat had je dus eigenlijk moeten doen?
Basje : Elk kruisje dat ik geteld heb, moet worden doorgestreept. Dan vergis je je nooit.
Vader: Dan is de kans op vergissing inderdaad heel wat kleiner. Had je ook zonder tellen kunnen ontdekken dat er meer rondjes zijn?
Basje : Ja, dat doen we op school wel eens. Dan trekken we tussen een kruisje en een rondje een lijntje net zo lang tot er geen kruisjes of rondjes meer over zijn.
Ik zal het even doen.

Basje krijgt nu de volgende tekening:



Basje : Nou, je ziet het. Er blijft een rondje over, dus zijn er meer rondjes. Als je niets overhoudt, geen rondjes of kruisjes, dan zijn er evenveel.

Vader: Stel je eens voor dat je voor je zusjes Annie en Gré, je broer Henk en Mama en mij, voor ieder één appel uit de kelder moet halen...

Basje : Mag ik geen appel hebben?

Vader: Jij krijgt er later wel een, dus voor jezelf haal je er nu geen.
Maar m'n vraag was nog niet af. Hoe zou je dat doen?

Basje : Nou dat is ook wat. Jullie zijn – als je mij niet meerekent – met z'n vijven, dus ik haal vijf appels.

Vader: Goed zo, maar ik had er bij moeten zeggen dat ik wil dat je niet gaat tellen.

Basje : Moet ik nu ook lijntjes trekken tussen Mama en d'r appel bijvoorbeeld?

Vader: Dat zou een idee zijn. Als dat zou kunnen.

Basje : Ik weet wat. Jullie houden ieder een kluwen touw vast. Ik pak de einden en ga daarmee de kelder in.

Vader: En dan knoop je elk eind van 't touw aan een appel vast.

Basje : Ja, ik doe het touw om de appel heen en trek 't dan een stukje de schil in. Dan blijft de appel hangen.

Vader: Dus dan zit ieder van ons aan onze appel vast?

Basje : Behalve ik.

Vader: Ja, 't zint je wel niet, maar dat was afgesproken.

Basje : Nou, als jullie allemaal gaan trekken dan rollen er precies evenveel appels naar binnen als er mensen zijn.

Vader: 't Is een reuze idee. Alleen ben ik bang dat we appelmoes over de vloer krijgen.

Basje : Dan moet ik elke appel eerst maar in een klein kistje met houtwol verpakken.

Vader: Goed idee, maar wel ingewikkeld. We gaan een ander soort touwtje bedenken.

Basje ziet het niet erg zitten.

Vader: Ik zal je even helpen. Kun je zeggen voor wie je appels moet halen?

Basje : Voor Mama, Papa, Annie, Gré en Henk.

Vader: Kijk eens aan, dat rijtje zeg je zo uit je hoofd. Zou je dat in de kelder kunnen gebruiken?

Basje : O, ik weet het al. In de kelder zeg ik 'mama', en dan pak ik een appel en zo ga ik door tot ik iedereen gehad heb.

Vader: Juist! Doe je het wel eens zo?

Basje : Nou, niet precies zo. Ik weet niet of ik jullie naam zeg, misschien denk ik aan je als ik een appel voor je pak.

Vader: Precies. Maar je hebt het nu gemakkelijk omdat je ons zo goed kent. Als 't nou eens een groepje vreemden zijn dan wordt het moeilijker.
Stel je eens voor dat je ons helemaal niet kent en dat we allemaal voor je staan en vragen een appel voor ieder te halen.

Basje : Ik heb een idee. Ik vraag aan ieder van jullie je naam en die schrijf ik onder elkaar. Als ik in de kelder ben, wijs ik de naam aan – of ik noem die naam – en pak een appel. De naam die ik gehad heb, schrap ik meteen door.
Als ik bij elke naam een appel gepakt heb, heb ik evenveel appels als namen...

Vader: Goed zo!

Basje : En ik heb evenveel namen als mensen die een appel willen hebben. Dus ik heb voor iedereen een appel. Behalve voor mezelf.

Vader: Dat laatste was natuurlijk een grapje.

Basje : Ja, maar ik vind 't nog steeds geen leuk grapje.

Vader: Je hebt ons naar de namen gevraagd. Zou je ons zelf geen namen kunnen geven?

Basje : Wordt 't daar veel anders van?

Vader: Ik geloof 't wel, maar dan moet je handig kiezen.
Ken je geen rijtje namen uit je hoofd?

Basje : Ja! Aap, noot, mies.

Vader: Dat is geweldig, probeer 't eens.

Basje : O, dat is leuk. Ik wijs jou aan en ik zeg 'aap'.

Vader: Denk erom, hoor.

Basje : Ik kijk naar Mama en zeg 'noot', dan Annie, die krijgt de naam 'mies'. Gré noem ik dus 'wim' en bij Henk zeg ik 'zus'.

Vader: Nou ben je met de namen klaar, wat doe je dan?

Basje : Dan ga ik naar de kelder.

Vader: En wat moet je onthouden?

Basje : Ik onthoud alleen maar 'zus', want 't rijtje 'aap', 'noot', 'mies' vergeet ik nooit meer.

Vader: Je gaat dus 'zus' appels halen?

Basje : Ja, ik zeg nu 't rijtje op: 'aap', 'noot',

'mies', wim', 'zus'. Bij elke naam pak ik een appel en als ik 'zus' gehad heb, stop ik.
Dan kom ik met 'zus' appels boven en daar staan 'zus' mensen op een appel te wachten. 't Past dus precies.

Vader: Dat heb je prima gedaan.

Basje : Ik kan nu ook leuke sommetjes maken.

Vader: O ja?

Basje : Moet je horen: 'aap' plus 'aap' is 'noot'.

Vader: En 'zus' min 'noot' is?

Basje : Even geduld! ..... 'mies'!

Vader: Prima. Maar als er nu eens veel mensen een appel moeten hebben?

Basje : Dan is m'n rijtje 'aap', 'noot', 'mies' te kort. En dan kan ik verder gaan met een ander rijtje. De plaatsen van groningen: 'groningen', 'zuidhorn', 'grijpskerk'.

Vader: Zo, heb jij dat nog moeten leren. Dat verwachtte ik niet.

Basje : Ik ken er nog wel meer, bijvoorbeeld de provincie-hoofdsteden van nederland.

Vader: Nu wordt het erg gevaarlijk. Als je veel van die rijtjes achter elkaar gebruikt, omdat er veel mensen een appel moeten hebben en je moet 'groningen' appels halen...

Basje : Ja, dat is waar. Dan moet je wel weten of bet groningen is uit het rijtje hoofdsteden of de eerste naam uit het rijtje plaatsen van groningen.

Vader: Ja, en bovendien als je plotseling weg moet en je zegt tegen een ander: Haal eens even 'zuidhorn' appels.

Basje : Hij snapt er niets van en denkt natuurlijk dat ik gek ben. Ik vind trouwens dat we maar heel gek bezig zijn.

Vader: Dat valt wel mee. Wat voor een rij zouden we dus moeten hebben?

Basje : Een heel heel lange rij.

Vader: Eén waar praktisch geen eind aan komt.

Basje : En waar niet twee keer dezelfde naam in voorkomt. En ook moet iedereen die nog uit z'n hoofd kennen.

Vader: Juist, want anders snappen ze je niet. Ken jij zo'n rij?

Basje : Ik niet. Jij wel soms?

Vader: Ik wèl en jij ook. Denk er eens aan. Hoe wou je de appels halen toen we hiermee begonnen?

Basje : O, wat dom! Je bedoelt natuurlijk: 'een, twee, drie...'

Vader: Heb je 't door? Dat is precies die lange rij waar we naar zochten.

Basje : En ik dacht nog wel dat we heel gek deden. Maar we dóen het zo!

Vader: En die namen 'een, twee, drie' zijn dus die onzichtbare touwtjes.

Basje : Waarmee ik de appels aan de mensen vastmaak?

Vader: Juist en je kunt er ook heel andere dingen mee aan elkaar bevestigen. Als je zegt: er zijn vier stoelen.

Basje : Dan heb je de namen 'een', 'twee', 'drie' en 'vier' elk aan een stoel vastgemaakt.

Vader: En als er vier kinderen zijn?

Basje : Dan zit elk touwtje ook aan een kind vast. Dus dan is er precies voor elk kind een stoel. Wij zijn hier in huis met zes personen.

Vader: Dat betekent dat als je aan elk van ons een naam vastmaakt — je moet natuurlijk beginnen met 'één' — ....

Basje : Dan krijgt de laatste de naam 'zes'. Je zou natuurlijk ook kunnen onthouden welke naam je net niet hoeft te gebruiken.

Vader: Dat zou kunnen. Hoeveel personen wonen er dan?

Basje : Dan wonen er zeven.
En als ik dan zeven appels haal dan stop ik dus vlak voor 'zeven'. Ik heb weer precies voor ieder een appel.

Vader: Het zou een afspraak zijn waar we wel aan zouden moeten wennen.
Hoeveel vingers heb je aan een hand?

Basje : 'Eén', 'twee', 'drie', 'vier', 'vijf'. Ik moet stoppen vlak voor 'zes'. Dus heb ik aan een hand zes vingers.

Vader: En aan de andere hand?

Basje : Ook zes.

Vader: En aan je drie handen samen?

Basje : Ik ga ze tellen. Ik stop vlak voor 'elf', dus elf. Zes plus zes is dus elf.
Dat is toch wel weer vreemd zeg.

Vader: Hoeveel rondjes staan hier? O

Basje : Twee.

Vader: Ik zet er nog twee naast hoeveel is dat samen? O

Basje : Drie. OO

Vader: Nou, dat was een vreemde zaak, omdat we een vreemde afspraak hadden gemaakt.
't Blijft dus onder ons. Ik zeg 't je onder vijf ogen: Alles wat hier gezegd is, is zo zeker als twee en twee drie is.

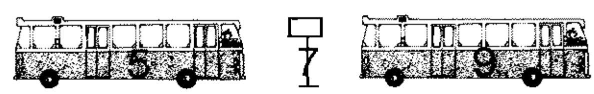
variabel blok

INHOUD

3.1 inleiding en leeswijzer

FRED GOFFREE

Je staat op de bus te wachten, en je bent niet de enige. Zelfs op dit vroege tijdstip staan er met elkaar wel zo'n 8 mensen. Vóór de oliekrisis waren er vast minder, denk je dan.
Daar komt de bus aan. Dit is pas de derde halte op de roete, dus je verwacht geen volle wagen. Inderdaad valt het mee, de chauffeur heeft niet meer dan 5 passagiers. Na wat oerhollands gedrang zit je eindelijk op een plaatsje in het midden. Of alle 7 medewachtenden ingestapt zijn, dat kun je niet zien. Maar je bent nu met z'n negenen......
Zou je kunnen uitrekenen hoeveel passagiers bij de vorige halte in- en uitgestapt zijn?
In gedachten zet je de gebeurtenissen nog eens op een rijtje:



De eenvoudigste oplossing verloopt natuurlijk zo:

'er zijn 4 mensen ingestapt, en er is niemand uitgestapt'.

In gedachten zie je het verband tussen de getallen duidelijk voor je:

$5 \xrightarrow{+4} 9$

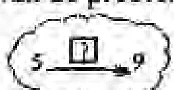
Eigenlijk is deze oplossing niet eens zo onwaarschijnlijk, tenslotte was het nog maar de derde halte. Maar teoretisch kun je er meer vinden, bijvoorbeeld:

$5 \xrightarrow{-1} \bullet \xrightarrow{+5} 9$

ofwel: 'er stapte 1 passagier uit en er kwamen 5 nieuwe bij.........'
Deze simboliek stelt je dan in de gelegenheid om, voordat je het openbaar vervoer voor enige tijd de rug toekeert, *alle* 5 mogelijkheden voor de geest te halen........

Jan van den Brink neemt deze bussen-instapproblematiek als uitgangspunt voor zijn lessen in de eerste klas: *'Wie gaat er mee? Wie niet?'* **(3.2)**
Het beschrijven van veranderende aantallen, zoals hier het passagiersbestand van een bus, levert nogal wat wiskundige aktiviteiten. Deze richten zich voornamelijk op het kwantitatieve aspekt van de werkelijkheid.
Ook het traditionele rekenonderwijs had dit soort aktiviteiten in de doelstellingen opgenomen. Met rekenen moest men leren om kwantitatieve situaties te beheersen. Wordt echter in deze gedachtengang 'leren' vervangen door 'inoefenen', dan is gebleken dat 'werkelijkheid' gemakkelijk vervaagt tot 'rijtjes sommen'. Hiermee is dan een belangrijke karak-

teristiek van wiskunde-onderwijs de mist ingegaan.
De sommen, met hun eenduidig bepaalde antwoorden (van te voren al lang aan de juf bekend) kunnen immers de *open probleemstelling* van de realiteit niet vervangen. In deze lessen heeft men getracht de karakteristiek te bewaren. Hierdoor wordt aan het rekenaspekt nog een flink stuk denkwerk toegevoegd. Niet alleen de natuurlijke getallen met de operaties optellen en aftrekken beheersen het toneel in de klas, het zijn vooral de veranderende situaties, waarop ze betrekking hebben, die doordacht worden.
Oefenen in een dergelijke kontekst kan men beter toepassen noemen. Het verwiskundigen van de problematiek



betekent in dit geval niet het kreëren van een kloof tussen realiteit en onderwijs, het is veeleer een hulpmiddel dat de situatie bespreekbaar, doordenkbaar en hopelijk transparant maakt.
Dat dit, ook reeds in de eerste klas, op meer dan één nivo geschiedt, is realiteit voor elke onderwijzeres.
De afgedrukte werkbladen stellen u, lezers en lezeressen, in de gelegenheid om zelf hieromtrent enige ervaring aan de bestaande toe te voegen. De open vraagstelling en de konkrete (visuele) platen betreffen situaties, die de kinderen een kans geven om op eigen nivo aan het werk te gaan. Dit betreft dan o.a. het onderscheiden van alle mogelijkheden die de situatie biedt, het gebruik van een effisiënte simbolentaal, het beschrijven in getallen, operaties en operatoren, het redeneren en het bepalen van strategieën.
Daar deze aktiviteiten plaatsvinden in situaties, waarin het kind zichzelf gemakkelijk kan projekteren en die het nadien hoogstwaarschijnlijk in de werkelijkheid nog vaak zal tegenkomen, schept men hiermee de gelegenheid tot funktioneel toepassen van het geleerde.

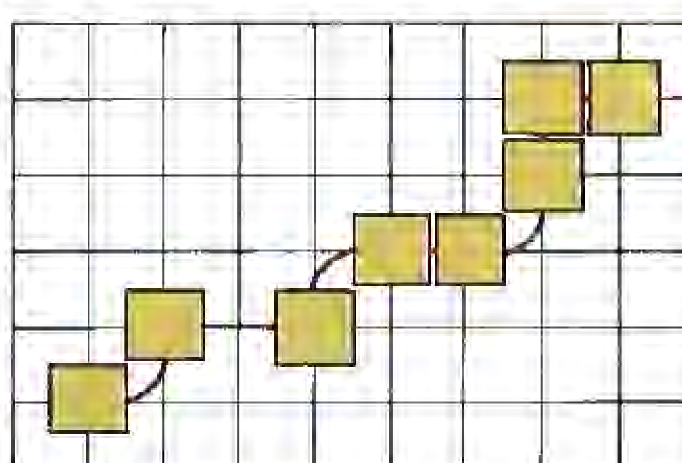
* * *

De eersteklassertjes hebben geleerd om aantallen en het veranderen daarvan te beschrijven. Hans ter Heege (*'Naar Oma'*) voegt er voor zijn vierdeklassers een nieuw element aan toe. (3.3) Veranderingen hebben tijd nodig, gebeurtenissen spelen zich af in de tijd, een verhaal wordt verteld als een opeenvolging van situaties. Tijdstip en tijdsduur spelen hierbij op z'n minst een ordenende rol. Soms vereist een beschrijving van de werkelijkheid het opnemen van de faktor tijd.

> 'Ik ga naar mijn oma. Ze woont nogal een eindje weg. Eerst kom ik langs de stoplichten, daar moet ik oversteken. Dan kom ik langs de sporthal met voetbalvelden. Een voetpad, dat hierlangs loopt, voert naar een hoog flatgebouw. Ik ga daar de hoek om en passeer 't afgebrande hotel. Dan ben ik bij oma.......'

Een dergelijk tochtje laat heel wat beschrijvingsmogelijkheden toe. Beperken we ons tot een wiskundige aanpak, dan zou het volgende rijtje simbolen een eerste mogelijkheid bieden:

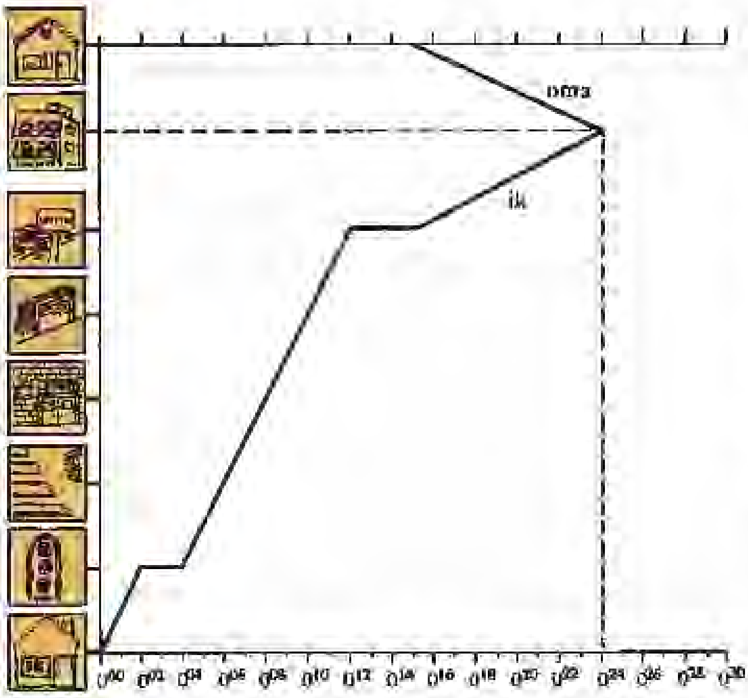
Met deze wel zeer primitieve aanpak gaat heel wat informatie verloren. Nu weten we inmiddels wel dat het matematiseren dit enigszins in zich heeft. Maar deze verschraling kunnen we voor een deel ongedaan maken door 'de kaart' te nemen:



Alhoewel hiermee de roete is beschreven, is de faktor tijd nog niet in beschouwing genomen.

> 'Ik vertrek om 11 uur,...... Oma loopt me tegemoet. Ze is om 11.15 uur uit huis gegaan...... Waar zou ik haar ontmoeten?'

Een dergelijke vraagstelling noodzaakt ons om de 'ruimtelijke ordening' te kombineren met het verlopen van de tijd. Een nieuw soort grafische beschrijving is daarmee binnen onze aandacht gekomen, de afstand-tijd grafiek:



In een 'ruimte-tijd' grafiek worden geschiedenissen wiskundig beschreven. Afstand en tijd werken samen om bepaalde aspekten van de reis naar oma vast te leggen. Vanuit deze verschraalde weergave komt een nieuw begrip naar voren: de *snelheid* wordt zichtbaar in de mate van steilheid van de getrokken lijnen. Het kind, dat deze nieuwe simboliek kan vatten, beweegt zich op een hoog nivo. Het onderscheiden tussen afstand-tijd grafiek en de plattegrond, waarop eenzelfde reis beschreven kan worden, blijkt een moeilijk te vervullen noodzakelijke voorwaarde. *'Een hachelijke zaak......'*, waarschuwt de ontwerper dan ook.

* * *

De instapproblemen in klas 1 zijn te beschrijven met eenvoudige, natuurlijke getallen. Men zegt wel dat het veranderende aantal passagiers een *diskrete variabele* is.
In het geval van de vierde klas zijn tijd en afstand de veranderende grootheden. Het toe- of afnemen van tijd en afstand gebeurt echter niet diskreet. De tijd bijvoorbeeld, verloopt niet met sprongetjes, hoewel de stationsklok of onze wekkerradio die suggestie wèl wekken. Op zo'n klok kun je wel spreken van 'het volgende tijdstip' (bijvoorbeeld 8.01.45 → 8.01.46), in werkelijkheid liggen er nog oneindig veel momenten tussen. Men zegt: tijd en afstand zijn *kontinue variabelen*. Voor het beschrijven hiervan heeft men niet genoeg aan de natuurlijke getallen van klas 1. Leen Streefland (*'Nogmaals decimale getallen'*) vertelt hoe vijfdeklassers de *kommagetallen* leren zien als een middel om zekere meetresultaten vast te leggen. (3.4) Hiertoe maken de kinderen eerst kennis met allerlei toestanden in breukelerdam. De mensen werken er alleen met breuken, die delen van zichtbare (kontinue of diskrete) gehelen beschrijven. Zo staat de breuk $\frac{1}{4}$ altijd voor '$\frac{1}{4}$ deel van iets'. Dat 'iets' kan een pannekoek, een lijnstuk, een of ander oppervlak of een aantal bloembollen zijn.
Het meten met steeds fijnere maten geeft inhoud aan het begrip kommagetal. Deze begripsinhoud kan, als inzichtelijke basis, gaan funktioneren bij het omrekenen van breuken in kommagetallen, en omgekeerd.

Een strookje van 1 decimeter wordt in 4 gelijke stukken gevouwen. De breukelerdammers noemen elk stuk '$\frac{1}{4}$ van een decimeter', of korter: $\frac{1}{4}$ dm.
Zo'n stukje kun je ook *meten*. Er komt 0,25 dm. Het verband tussen $\frac{1}{4}$ en 0,25 is al merend gelegd.
Het kan ook anders:

```
4 / 1,00 \ 0,25
     8
    --
     20
     20
    --
      0
```

Het 'aanhalen van nullen' is de algoritmische vertaling van de verfijningsprosedure bij het meten.

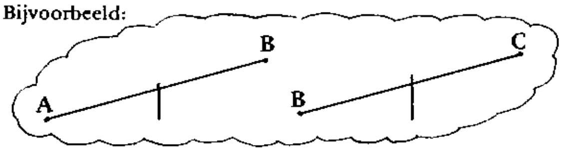
'Meten' en 'rekenen', vanuit eenzelfde achtergrond uitgevoerd, kunnen nu beide leiden tot een resultaat als: $\frac{1}{4} = 0{,}25$. Dat het voor een geval als '$\frac{1}{3}$' met meten niet meer zo gemakkelijk gaat (je kunt het niet meer zien op de liniaal), bemerken de kinderen spoedig. Het feit, dat *rekenen* dan nog de enige mogelijkheid is, dient op dat moment aanvaard te worden.
Het beschrijven van de wereld om je heen heeft nu twee kanten gekregen. Gebruik je een meetinstrument, dan ben je tevreden met een benadering.
Bijvoorbeeld: $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$. Wil je precies werken, dan moet je rekenen. En dan komt er $\frac{1}{3} = 0{,}\dot{3}$; het begrip *kontinuïteit* heeft hiermee een eerste vulling gekregen.

* * *

Ook in *de sport* wil men bepaalde gebeurtenissen vastleggen en vergelijken. Huub Jansen ontwierp een pakket *'Sport en wiskunde'* voor klas 6, waarin de relatie 'is sterker dan' in vele situaties tot nadenken stemt. (3.5)
De sport wordt hier benaderd vanuit een wedstrijdmentaliteit. Het beschrijven van prestaties om ze te kunnen vergelijken blijkt dan tot gevarieerde wiskundige aktiviteiten te leiden. Ga zelf maar na! Je wilt een verzameling deelnemers (of deelnemende klubs) ordenen

volgens het kriterium van de sterkste. Soms is dat vrij eenvoudig, in andere gevallen is een rechtvaardige beslissing bijna niet te nemen. Bovendien moet men zich goed bewust zijn van het feit dat het meten van prestaties niet altijd hetzelfde is als het meten van een natuurkundige grootheid (zoals gewicht).

Bijvoorbeeld:



A ≻ B en B ≻ C voert, zonder verder te wegen, tot A ≻ C.

Bij 3 voetbalteams A, B en C geldt niet dat A ≻ B (A wint van B) en B ≻ C (B wint van C), tot A ≻ C voert.
Deze wetenschap doet in de praktijk de afvalkompetitie zo onbevredigend zijn. Pas in de uiterste nood (ruimte en tijd!) grijpt men dan ook naar dit hulpmiddel.
Ook in andere gevallen moet men zich behelpen met vergelijkingsmetoden, die niet geheel bevredigend zijn. Vaak levert een kwantifisering van de prestatie de beste oplossing. Soms moet men mensen te hulp roepen om 'objektieve' beoordelingen in getallen uit te drukken. Zo komt het dan ook wel voor dat een jury bij het schoonrijden op de schaats wordt uitgefloten, terwijl de tijdwaarnemer bij het hardrijden daarvan geen last heeft.
En wie kent niet de gang van zaken bij het voetballen om de europacup? Twee tegenstanders spelen 'uit' en 'thuis' tegen elkaar. De beide uitslagen worden opgeteld. Bij gelijke eindstand gaan doelpunten, geskoord in de *uit*wedstrijd, dubbel tellen. Is het nog gelijk, dan wordt er een derde wedstrijd op neutraal terrein gespeeld. Eindigt die gelijk, dan komt er een verlenging. Is het nog steeds gelijk spel, dan worden er strafschoppen genomen. En de meest onbevredigende afloop wordt verkregen als tenslotte 'getost' moet worden: het 'toeval' wijst dan de 'sterkste' aan.
Een overdenking van dit soort zaken is de moeite waard voor degenen, die dit interessante projektje in hun 6e klas willen uitproberen.
Hoe zou u in de volgende gevallen te werk gaan om tot een bevredigende ordening te komen:

- twee krachtpatsers op 't nummer touwtrekken
- zes sprinters op de 100 meter
- twee atleten op het onderdeel verspringen
- de zestien beste schaatsenrijders op de 10 km

- tien krachtpatsers op het touwtrekken
- veertig schaatsenrijders op de 500, 1500, 5000 en 10.000 m
- twee zwaargewicht boksers
- dertig kunstrijders op de schaats
- acht atleten op de vijfkamp
- zeven skûtsje-zeilers, die een week lang elke dag een wedstrijd zeilen
- alle voetballanden en de wereldkampioenschappen
- de beste nederlandse sportman van het jaar 1974.

Bij de meeste pogingen om tot een rechtvaardige prosedure te geraken voor het ordenen van prestaties, spelen punten (dus getallen) een belangrijke rol. Het rekenen met deze prestatiegetallen staat duidelijk in het teken van de toepassing. Dit is, naast het gebruik van tabellen en schema's, naast het redeneren vanuit beschikbare gegevens over verrichte prestaties en naast het zoeken naar optimale oplossingen betreffende organisatorische problemen, de grote waarde van dit pakket binnen de sfeer van de 'verlevendiging'.

* * *

Kortom,

het gaat voor de eerste klassers om het beschrijven van veranderende aantallen,

het gaat voor de vierde klassers om het beschrijven van veranderende afstanden en de daarvoor benodigde tijden,

het gaat voor de vijfde klassers om een inzicht in kommagetallen, waarmee kontinu veranderende grootheden beschreven worden,

en het gaat er voor de zesde klassers om dat zij met alle hiervoor genoemde zaken een nieuw en rijk toepassingsgebied kunnen betreden.

3.2 wie gaat er mee? wie niet?

AUTOBUSPROBLEMEN VOOR KLAS 1

JAN VAN DEN BRINK

▶INLEIDING

Bij elke halte kan het aantal passagiers in een autobus veranderen. Eigenlijk kan iedere rit met de bus beschouwd worden als een aaneenrijging van optel- en aftrekopgaven.
De bedoeling van onderstaande autobusproblemen is om het passagiersbestand in de bus tijdens de rit – die u aan de kinderen vertelt – bij te houden.
En dat kan op vele manieren:
* met de vingers onder tafel de stand bijhouden;
* werken met fiches, knopen, en dergelijke;
* sprongen maken op de getallenlijn tijdens het verhaal;
* met getallen, pijlen, plusteken en minteken de hele busrit weergeven.

Sommige van deze notaties moeten worden aangeleerd (bijvoorbeeld de pijlen), andere worden door de kinderen zelf gevonden (het gebruik van de vingers).

U kunt in uw verhaal situaties laten voorkomen, die sterk in moeilijkbeid verschillen of die konflikten oproepen. Laat bijvoorbeeld eens teveel mensen uitstappen of méér dan 10 passagiers instappen (10 vingers!).
Varieer ook de opgaven!
Er zijn verschillende kategorieën te bedenken – soms zijn meerdere antwoorden mogelijk –!
Voorbeelden:

$8 \xrightarrow{\boxed{+2}} ?$ '8 mensen in de bus, 2 stappen in.'

$8 \xrightarrow{\boxed{?}} 10$ '8 mensen in de bus, na de halte zijn er 10.' (4 uitgestapt en 6 ingestapt?)

$? \xrightarrow{\boxed{+2}} 10$ '2 mensen stappen in, er zijn nu 10 mensen in de bus.'

Autobusproblemen komen ook buiten de bus voor. Ook hierin ligt een mogelijkheid tot variatie. Kaarsjes op eén taart in drie keer uitblazen, het omgooien van kegels tijdens een kegelspel, hebben eveneens het karakter van autobusproblemen.

▶WERKBLADEN

In dit artikel zijn een aantal werkbladen opgenomen, waarbij we enkele opmerkingen maken.

Werkblad 1
* Kunnen de leerlingen uw autobusverhaal bijhouden met fiches, met hun vingers, op de getallenlijn?
* Laat op de 'borden' de veranderingen noteren.
  Spreek af: $\boxed{+2}$ betekent: '2 erbij'
  $\boxed{-1}$ betekent: '1 eraf'.
* 'Hoeveel mensen heeft de chauffeur in zijn

bus?' is beter dan: 'Hoeveel mensen zijn er in de bus.'

* 'Toen liep de bus op 3 mensen na leeg.' 'Vijf stapten er de bus uit.'
* Spel
  Met twee dobbelstenen gooien – de ene geeft het aantal instappenden en de andere het aantal uitstappenden aan.

Werkblad 2
* Zijn er meerdere antwoorden mogelijk?
* Wat is er dan gebeurd? (verwoorden van het 'pijlenverhaal').

Werkblad 3
* Hier zijn meerdere kategorieën bijeengebracht.
* Er zijn *verschillende oplossingen* mogelijk:

$2 \xrightarrow{\boxed{?}} 2$

(één passagier stapt uit en één stapt in?)

Werkblad 4
* Rij steeds alle haltes af. Maak ook eens een andere rit. Wat merk je op?
* Hoe komt dat?
  Hoeveel mensen stappen in?
  Hoeveel mensen stappen uit?
* Doel: het samenstellen van operatoren (genoteerd als pijlen) – zónder twee pijlen door één te vervangen.

Werkblad 5
* Een nog ingewikkelder wegennet kan bedacht worden door op bepaalde wegen tweerichtingverkeer of éénrichtingverkeer toe te staan of door wegen te sluiten.
* Doel: in een bepaalde spelsfeer de meest gunstige samenstelling van wegen te vinden.

Werkblad 6
* Hoeveel verschillende ritten kun je met deze 4 bussen bedenken?
* Klopt deze rit:

$0 \xrightarrow{\boxed{+3}} 3 \xrightarrow{\boxed{+3}} 6 \xrightarrow{\boxed{-2}} 4$?

En deze:

$4 \xrightarrow{\boxed{+2}} 6 \xrightarrow{\boxed{-3}} 3 \xrightarrow{\boxed{-3}} 0$?

* Laat uitknippen, plakken en bushaltes rekenen.

Werkblad 7
* Schrijf bij de plaatjesstrips 'pijlenverhalen'.
* Ga na of de volgende 'verhalen' mogelijk zijn.

$5 \xrightarrow{\boxed{-1}} 4 \xrightarrow{\boxed{-4}} 0$

$0 \xrightarrow{\boxed{+1}} 1 \xrightarrow{\boxed{+4}} 5$

$5 \xrightarrow{\boxed{-4}} 1 \xrightarrow{\boxed{-1}} 0$

$0 \xrightarrow{\boxed{+4}} 4 \xrightarrow{\boxed{+1}} 5$

* Wat zegt dit plaatje?

– er bleven 4 kegels staan: $5 \xrightarrow{\boxed{-1}} 4$
– er is één kegel omgevallen: $0 \xrightarrow{\boxed{+1}} 1$
– één van de vijf kegels is nog niet rechtop gezet: $5 \xrightarrow{\boxed{-4}} 1$
– vier kegels zijn rechtop gezet: $0 \xrightarrow{\boxed{+4}} 4$

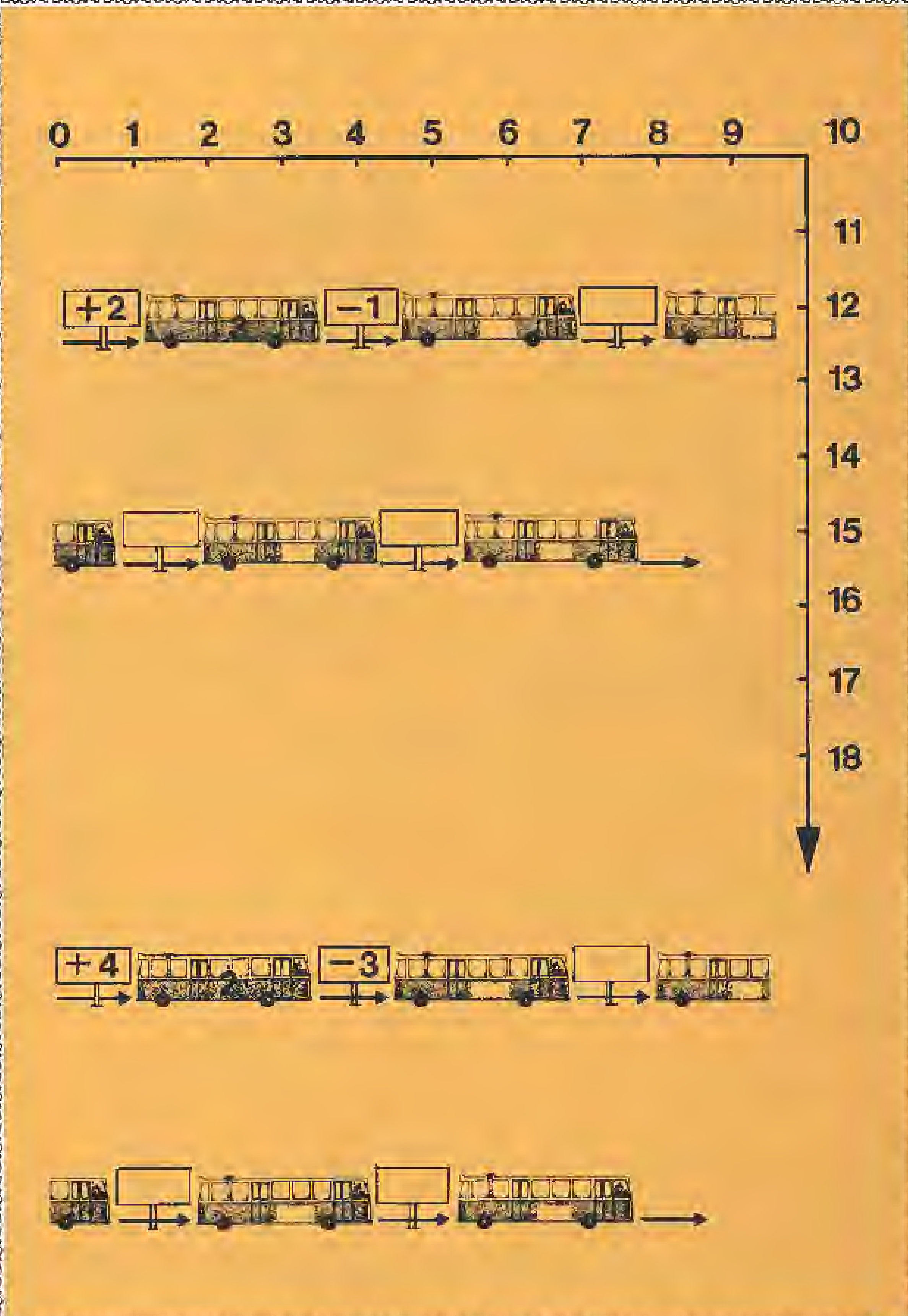
Werkblad 8
* Wat zegt het plaatje?
  – 5 passagiers in de bus, 4 erbij: $5 \xrightarrow{\boxed{+4}} 9$
  – 4 bij de halte, 0 passagiers bij de halte: $4 \xrightarrow{\boxed{-4}} 0$
  – 5 in de bus, 1 erbij: $5 \xrightarrow{\boxed{+1}} 6$
  – 4 bij de halte, 3 bij de halte: $4 \xrightarrow{\boxed{-1}} 3$
* Laat formuleren en daarna noteren in een 'pijlenverhaal'.

Werkblad 9
* Wat zegt het plaatje? Vertel eens.
  – 3 in de bus, 5 erbij: $3 \xrightarrow{\boxed{+5}} 8$
  – 8 in de bus, 5 eruit: $8 \xrightarrow{\boxed{-5}} 3$
  – 3 in de bus, 3 eruit: $3 \xrightarrow{\boxed{-3}} 0$
  – 5 buiten de bus, 3 eruit: $5 \xrightarrow{\boxed{+3}} 8$
  – 5 buiten de bus, 5 erin: $5 \xrightarrow{\boxed{-5}} 0$
* Laat de opgaven bij het plaatje met de kegel interpreteren:

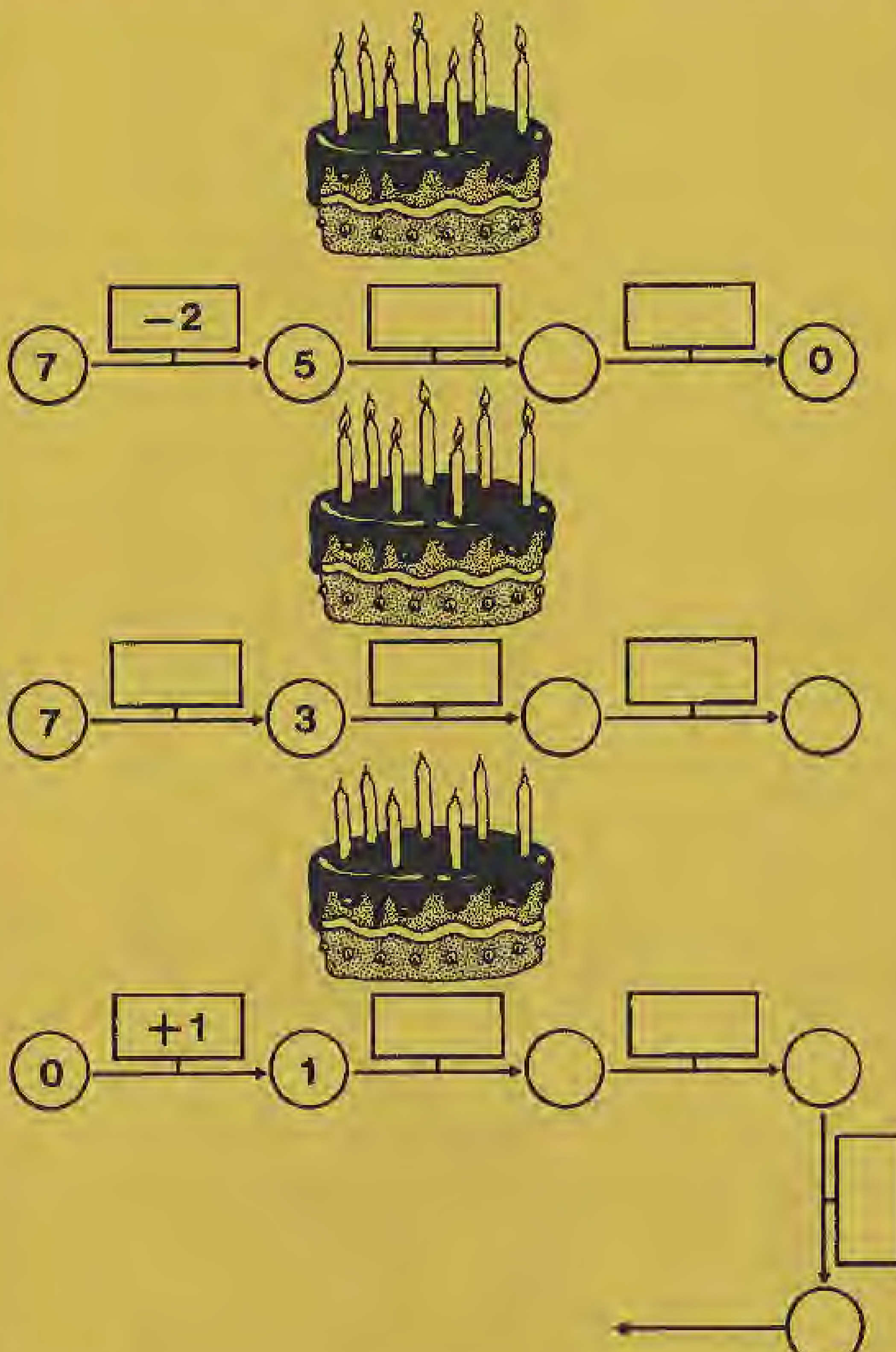
$3 \xrightarrow{\boxed{-3}} 0$

– ik haal de 3 omgevallen kegels weg
– ik zet de 3 omgevallen kegels rechtop.

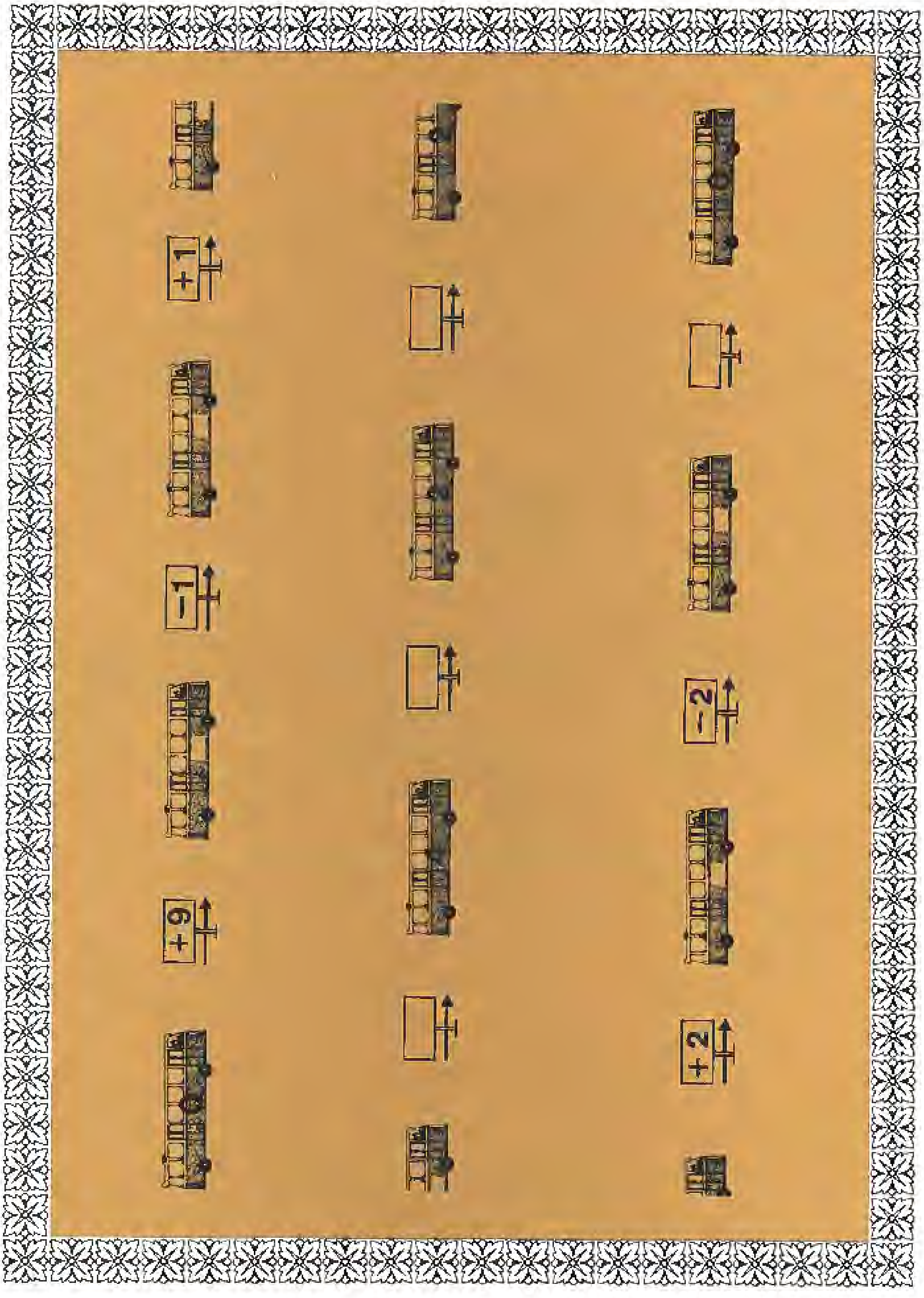
WERKBLAD 1



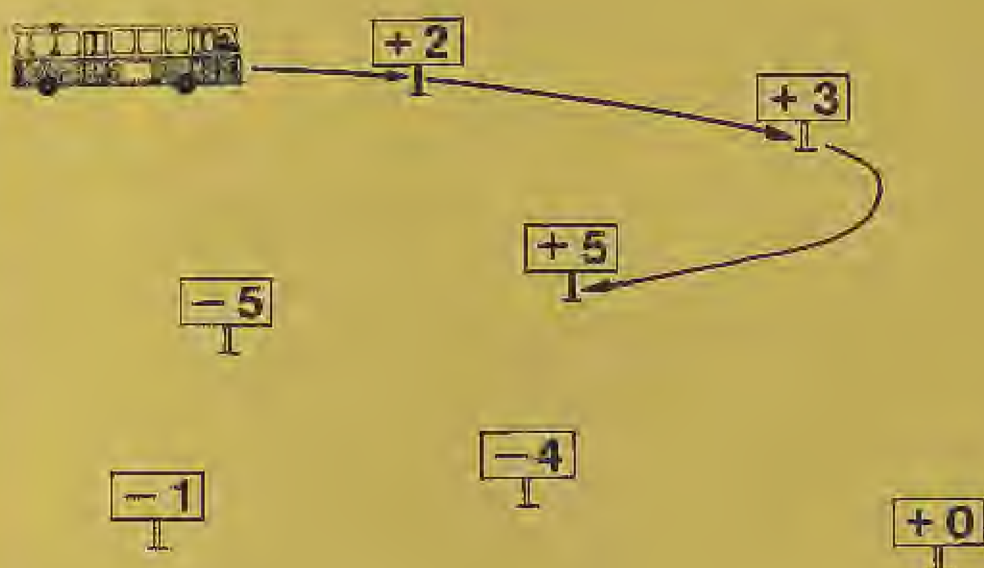
WERKBLAD 2

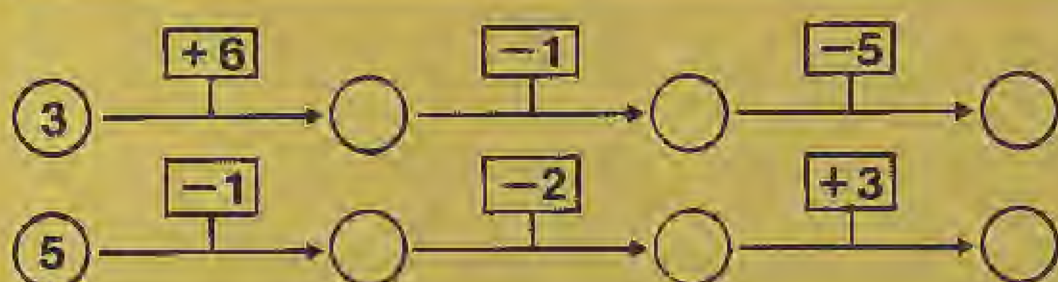


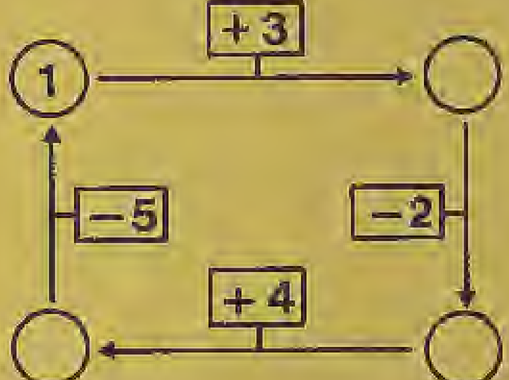
WERKBLAD 3

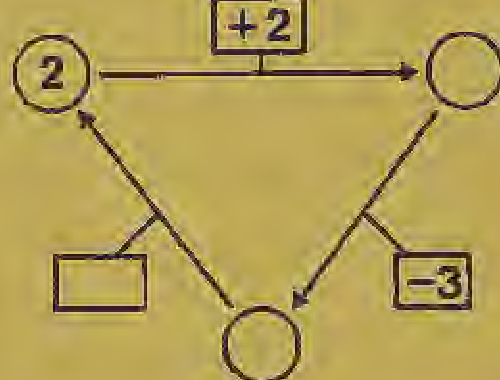


rij alle haltes af



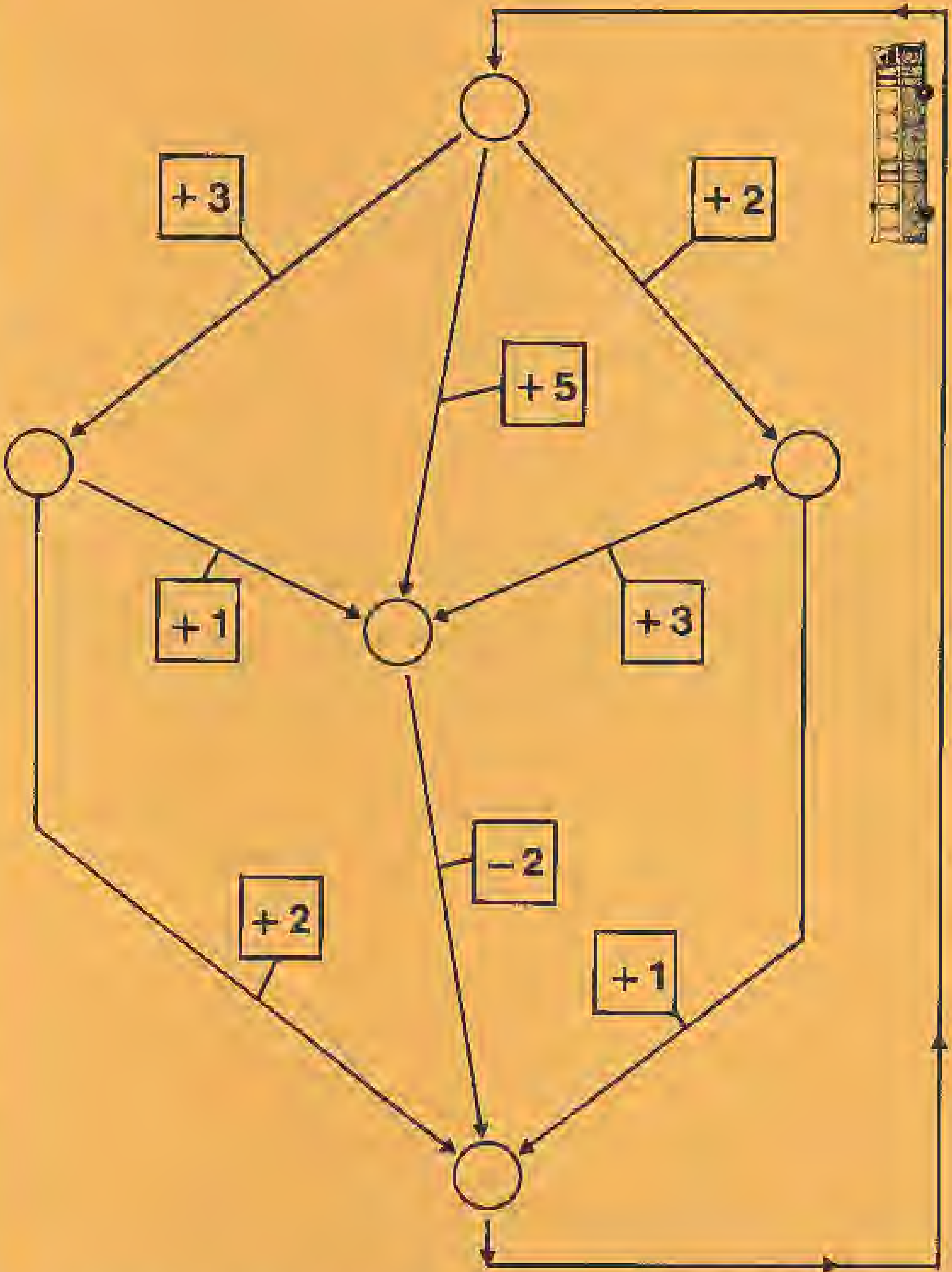


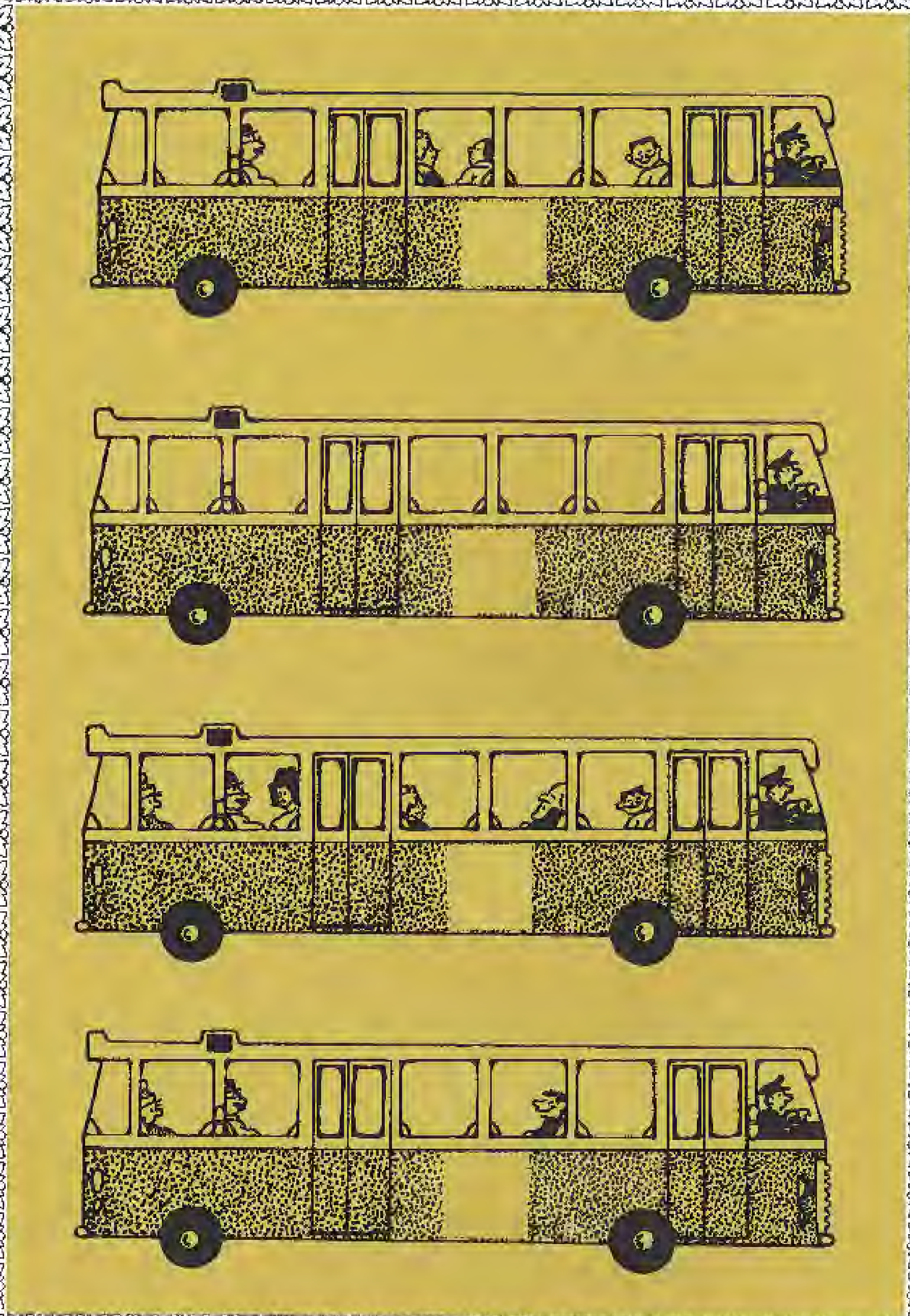




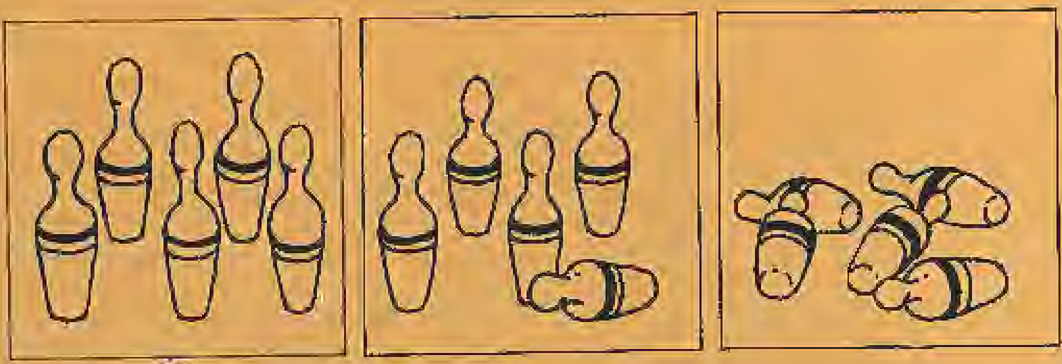
WERKBLAD 5

probeer zoveel mogelijk passagiers in je bus te krijgen





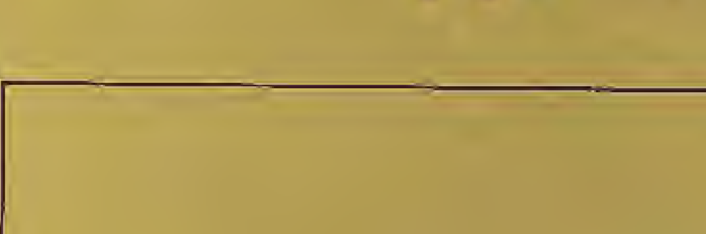
WERKBLAD 7



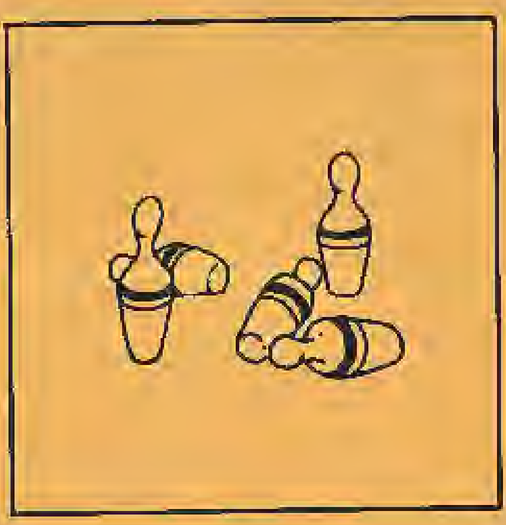
$$5 \xrightarrow{\boxed{}} 4 \xrightarrow{\boxed{}} 0$$

wat zegt het plaatje?

$$5 \xrightarrow{+4} 9$$



WERKBLAD 9



$5 \xrightarrow{-3} 2$

$3 \xrightarrow{+2} 5$

$3 \xrightarrow{-3} 0$

$2 \xrightarrow{+3} 5$

$5 \xrightarrow{-2} 3$

3.3 naar oma

DE AFSTAND-TIJDGRAFIEK IN DE MIDDENKLASSEN

De auteur biedt nevenstaand pakket als diskussiestuk aan.
De ervaringen in de ontwerpschool geven aan dat een vrij groot gedeelte der leerlingen na doorwerking van het pakket de begrippen 'grafiek' en 'plattegrond' nog steeds door elkaar haalt. Een belangrijk oogmerk is derhalve niet gerealiseerd.
Daarbij komt dat we met elkaar nog niet precies weten of en op welke wijze de afstand-tijdgrafiek in het integratieplan moet worden opgenomen.
Nochtans presenteren we dit pakket omdat we erg benieuwd zijn naar uw reakties, met name betreffende de vragen:
- *is de afstand-tijdgrafiek vele onderwijsmoeiten waard?*
- *heeft u ideeën voor een andere introduktiewijze van genoemde grafiek?*
- *vindt u het zinvol om kennis te nemen van een stuk onderwijs dat nog niet helemaal uitgebalanseerd is?*

HANS TER HEEGE

▶INLEIDING
In de middenklassen van de ontwerpschool hebben we, voor zover het de vierde klas betreft binnen het kader van tema's en projekten, voor zover het de derde klas betreft in het kader van het vernieuwde reken- en wiskundeprogramma, de afstand-tijdgrafiek aan de orde gesteld.
Dit leek een waagstuk, omdat iedere onderwijzer uit ervaring of van 'horen-zeggen' weet hoe moeilijk leerlingen van deze leeftijd de afstand-grafiek vinden.
Om de oorzaak hiervan enigszins te kunnen achterhalen, is het wenselijk dat we vooraf een analise van de afstand-tijdgrafiek maken. We nemen daarvoor de grafiek van een treinrit en gaan na welke informatie we uit deze grafiek kunnen halen. (fig. 1)

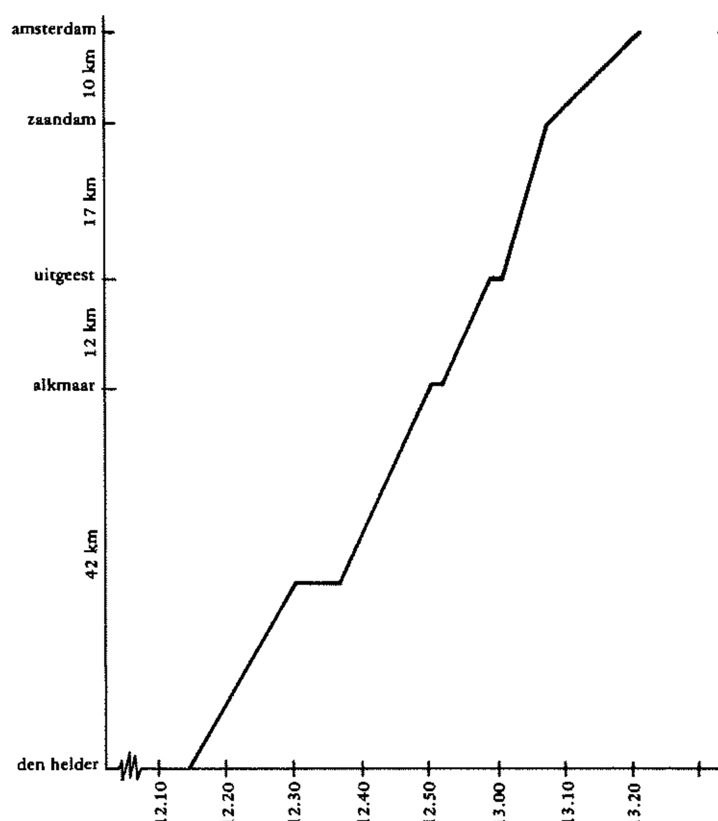


fig. 1

In de grafiek zien we twee assen, een horizontale en een vertikale.
Op de horizontale as staan tijdstippen aangegeven. Om de tien minuten staat een streepje. Deze as kan als een tijdas worden beschouwd. Dat wil zeggen: elk willekeurig punt op de as heeft betekenis. Ergens op de as kunnen we een streepje zetten voor bijvoorbeeld: 12 uur, 41 minuten, 7 sekonden. Omgekeerd representeert elk punt op de horizontale as een tijdstip.
De tijd is een *kontinu-veranderlijke grootheid.*

Dit komt op de tijdlijn tot uitdrukking. De tijdlijn is vol, er zitten geen gaten in.
Op een bepaald ogenblik, tussen 12.10 uur en 12.20 uur, vertrok 'onze' trein uit den helder. Nu blijkt dat we akseptabele intervallen hebben gekozen – redelijk precies kunnen we zeggen wanneer de trein vertrokken is, namelijk om ongeveer 12.15 uur. Nauwkeuriger aanduiding is binnen deze kontekst niet nodig, zelfs niet wenselijk. Ik weet dat ik deze trein gehaald zou hebben als ik voor 12.15 uur op het perron was.

In de vertikale as is een verregaande versimpeling aangebracht.
Op deze as geven we de afgelegde weg aan: in kilometers, of in eenheden van 5 of 10 kilometers. In dit spesiale geval hebben we het anders gedaan. Met streepjes is de onderlinge afstand van een aantal stations aangegeven. Daardoor is deze afstand-tijdgrafiek van karakter veranderd. Het is een *bestemming-tijdgrafiek* geworden.
In de grafiek is enorm veel informatie aanwezig. Het is de kunst deze informatie er uit te lichten. We moeten de grafiek leren lezen. De grafiek vertelt ons iets en die spesifieke informatie moeten we begrijpen.
Zo zien we dat de trein alleen gestopt heeft in alkmaar en in uitgeest en niet in zaandam. Ook zien we dat de trein tussen den helder en alkmaar een oponthoud van ongeveer 7 minuten heeft gehad. We kunnen vrij nauwkeurig vaststellen waar dit oponthoud plaats vond, namelijk op 20 kilometer van het station den helder.
Weer een ander aspekt betreft de snelheid waarmee de trein een bepaald trajekt aflegt. Zo rijdt de trein op het trajekt zaandam-amsterdam langzamer dan op andere trajekten. Ook ten aanzien van dit gegeven is de grafiek niet nauwkeuriger dan noodzakelijk is. Wie ooit van zaandam naar amsterdam is gereisd, weet dat de relatief geringe snelheid op dit trajekt veroorzaakt wordt door de lage snelheid waarmee het emplacement van amsterdam wordt gepasseerd. Dat ook op het trajekt zaandam-amsterdam hard wordt gereden, zoals elders op normale baanvakken, kan uit de grafiek niet gelezen worden.

In bovenstaande analise van een afstand-tijdgrafiek valt het *beschrijvende karakter* op. Het is eigenlijk een verhaal, dat in een wiskundige taal is opgeschreven. In zijn schijnbare eenvoud zit het verhaal in werkelijkheid zeer geraffineerd in elkaar. De gegevens liggen weliswaar duidelijk, maar ze moeten 'gelezen' kunnen worden. De grafiek moet worden geïnterpreteerd.

Die schijnbare eenvoud nu draait ons en de leerlingen een rad voor de ogen. Het is verleidelijk om de afstand-tijdgrafiek als een roete op de plattegrond te zien. Vooral als niet goed begrepen is wat de horizontale as (tijdas) betekent. Als niet wordt begrepen dat de afgelegde weg 'recht wordt getrokken' en dat aldus de vertikale as ontstaat. Of als de leerlingen de tabel met dubbele ingang niet kennen of begrijpen.
Voor ons is het duidelijk dat de grafiek van de trein niets te maken heeft met de kaart van het spoorwegnet (waar zou het noorden zijn?). De leerlingen kunnen echter de zaken door elkaar gaan halen.
Een *hachelijke zaak* dus, die afstand-tijdgrafiek in de middenklassen van de basisschool.

▶WAAROM DAN TOCH?

Hoewel we ons vooraf bewust waren van een aantal problemen die we gingen oproepen, besloten we desondanks een poging te wagen de afstand-tijdgrafiek in de middenklassen te introduseren. De grafiek als wiskundig hulpmiddel is dat waard. Het taalaspekt van de wiskunde – de grafiek is een in wiskundige simbolen verpakt verhaal – is uiterst belangrijk. Het is onze overtuiging dat leerlingen de instrumenten moeten krijgen om de wereld te kunnen beschrijven, ook met wiskunde-taal. De afstand-tijdgrafiek heeft hiertoe grote mogelijkheden en vele toepassingen.
We startten in klas 4 met lessen binnen het kader van het tema *Naar Oma*.[1]) In deze lessen werd naar de afstand-tijdgrafiek van een bezoekje aan grootmoeder toegewerkt. De ervaringen met deze lessen waren medebepalend voor een nieuwe reeks lessen voor klas 3, *Groei-tijd* genaamd. In deze lessenserie wordt nog voorzichtiger dan in het tema Naar Oma het geval was, naar de introduktie van de afstand-tijdgrafiek toegewerkt.
In dit nummer van het bulletin rapporteren wij u over het tema Naar Oma. In een later stadium hopen wij u inzicht te geven in onze werkwijze bij het pakket Groei-tijd.
Het is te verwachten dat het Groei-tijdpakket minstens twee maanden centraal zal staan in het onderwijs van klas 3.

▶IK GA NAAR OMA

* Het tema Naar Oma bevat een aantal *topics*:
  – rondom familierelaties (stamboom, leeftijden op getallenlijn, tellen van familieomvang);

[1]) Zie MaTEMAtika, pag. 251 e.v. (IOWO, Utrecht 1973).

- oma's leeftijd (verjaardagskalender, tijdlijn, tijdbalk, verhalen op de tijdbalk);
- een bezoek aan oma (plattegrond, stadsplan, koördinaten, afstand-tijdgrafiek).

In de hier beschreven lessen wordt nader ingegaan op de kwesties van de plattegrond en van de afstand-tijdgrafiek.

* We starten de lessenserie met een *klassegesprekje* rond de vragen:
  - ga je wel eens jaar je oma?
  - met welke vervoermiddelen?
  - wat zie je onderweg?
* Na het klassegesprek laten we de leerlingen een *opstel* maken over deze vragen, met als titel 'Ik ga naar Oma'. Een andere ingang vormt het laten maken van een *beeldverhaal*, een strip.

* Uit de opstellen halen we de elementen voor een verhaal.
  We tonen een *transparant* (overheadprojektor) waarop een *plattegrond* is te zien:

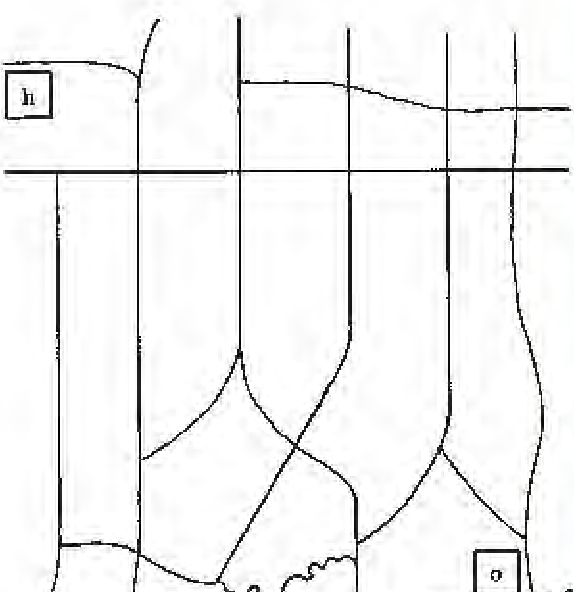
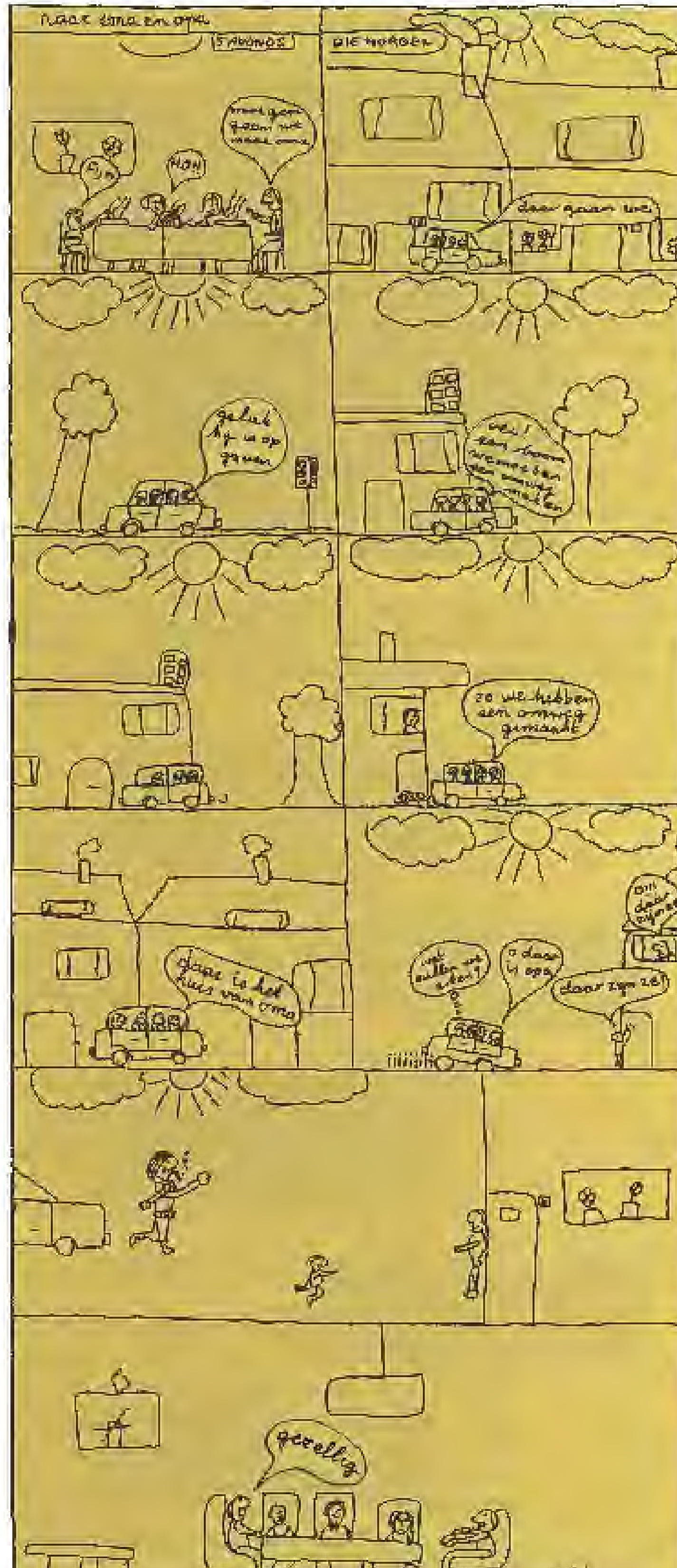


fig. 2

We laten de leerlingen even over dit plaatje praten. Al spoedig komen ze erop dat dit een plattegrond is. Enkele leerlingen mogen een roete van huis (h) naar oma (o) aanwijzen. Sommigen zullen een korte roete nemen, anderen een roete met een omweg.
Vervolgens leggen we verband tussen de plattegrond en ons verhaal.



stripverhaal van marco

3.4 nogmaals decimale getallen

AKTIVITEITEN VOOR DE BOVENBOUW

LEEN STREEFLAND

▶ INLEIDING

In het vorige nummer van het Wiskobas-Bulletin werd de leeswijzer van het variabel blok besloten met:

> 'Het meten van deze oppervlakte leidt niet tot kommagetallen met meer cijfers achter de komma. In principe is de *toegang tot de wereld van het kontinue* aangegeven. Het positionele stelsel, de meetprosedure en het tellen spelen samen in een poging om ook deze wereld met eenvoudige middelen te beschrijven.'[1])

In deze bijdrage willen we een beeld geven van hetgeen we eerder opmerkten:

> 'We willen de prosedure in een diversiteit van situaties en eksperimenten herhalen, zodat het begrip decimale breuk 'goed gaat zitten'. Pas daarna komt het rekenen er mee......'[2])

Het is om praktische redenen ondoenlijk in dit kader een volledig beeld van de gevolgde aktiviteiten te geven; vandaar dat we eksemplarisch te werk zullen gaan.

▶ GEWONE BREUKEN

Omdat aan het einde van deze bijdrage enig zicht geboden wordt op de wijze, waarop een relatie tussen gewone breuken en decimale getallen gelegd wordt, beginnen we met een globale beschrijving van aktiviteiten, welke binnen de sfeer van de gewone breuken plaatsvonden.

Als motiverende kontekst was gekozen voor 'breukelerdam'.

Karakteristiek van breukelerdam

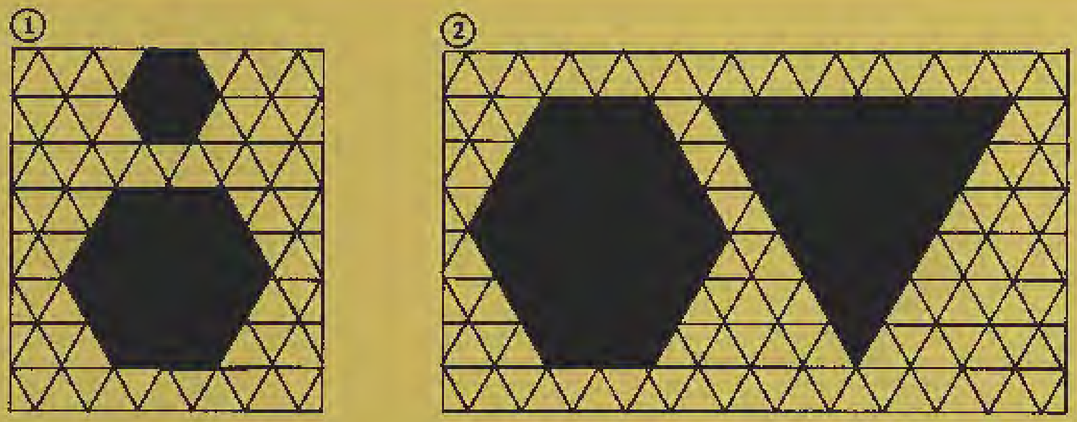
In dit dorp wordt alleen gesproken van breuken op het *konkrete nivo*: 'breuk' geeft een deel van een geheel aan, zowel in meetkundige zin (zie de voorbeelden onder A), als toegepast op geld (B) en op meten (C).

---

[1]) Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, no. 2, pag. 149

[2]) Wiskobas-Bulletin, jaargang 3, no. 2, pag. 175

A

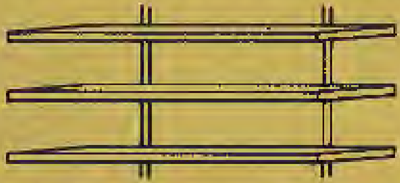


De tegelzetter is ook al slecht te spreken. In de mozaïekwandjes die hij maakte, moeten stukken over.

Welk deel van elk wandje moet over?

▶ Wand ①: het [ ] deel.

▶ Wand ②: het [ ] deel.



De hele plank was 2 m 25 ($2\frac{1}{4}$ m).
Ze werd in 5 gelijke stukken gezaagd; 3 ervan werden voor dit boekenrek gebruikt.

▶ Konklusie: [ ]

B

UIT DE BREUKELERDAMSE SCHOOL
Oh, wacht even!
Terwijl we in de gang lopen om de school te verlaten, valt ons iets op, namelijk:

De school doet mee aan een oud papier aktie.

▶ Hoeveel gulden is er al 'bijeen' gebracht? [ ]

Nu een probleem, waarmee veel breukelerdammers de grootste moeite hadden.
Jij toch niet, hè? (denk ook aan Ralph).

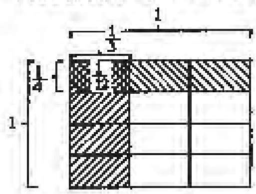
▶ Een vlek op het honderdveld. Welk deel (ongeveer)?

Het ☐ deel.

Enkele opmerkingen

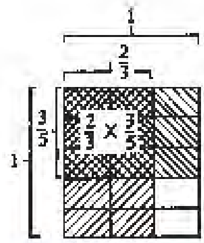
* Na verloop van tijd worden gewone breuken en kommagetallen naast en door elkaar gebruikt.
* De problemen betreffen vooral de notatie van breuken (als operator op een visueel geheel).
* Het samenvoegen en afhalen van konkrete delen wordt eveneens met breuken beschreven.
* Behalve het roostermodel wordt ook nog het boommodel (zie onder) ontwikkeld.

* Het produkt van breuken komt voor in verband met stambreuken:

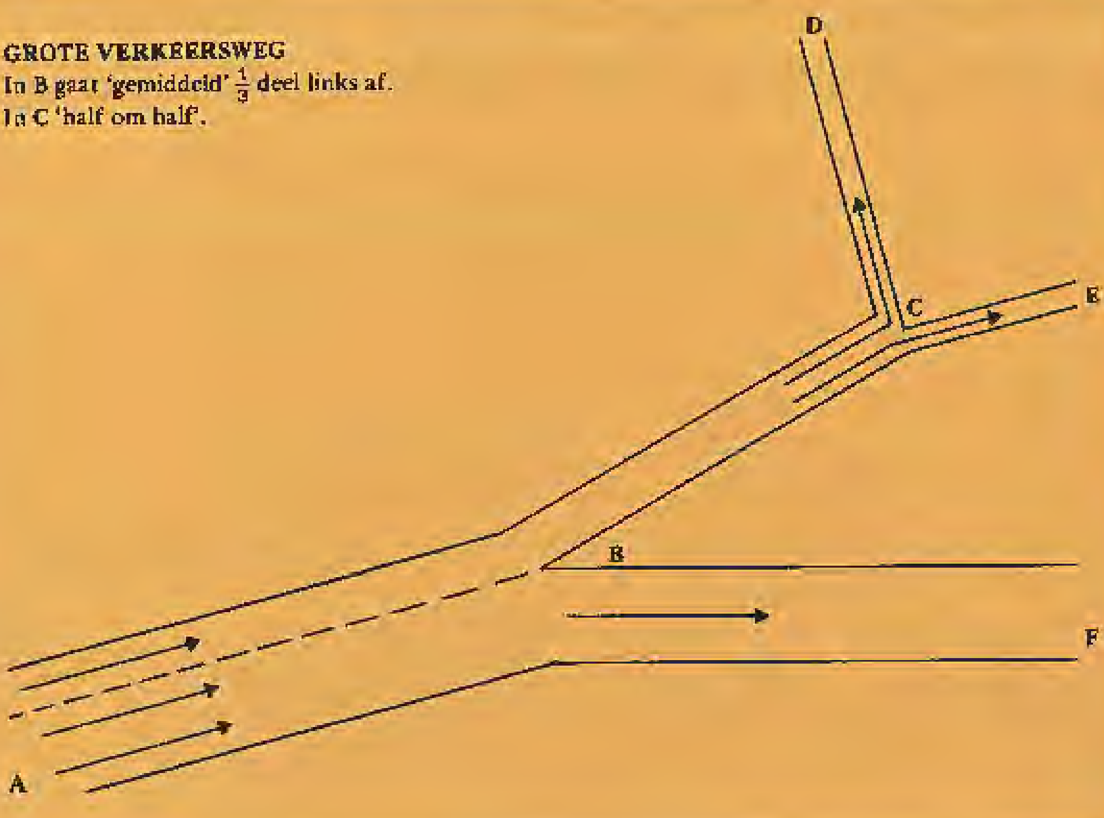


en ook in gevallen als:

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$ $(= \frac{2}{5})$



GROTE VERKEERSWEG
In B gaat 'gemiddeld' $\frac{1}{3}$ deel links af.
In C 'half om half'.



Op de begeleidende tekst voor de onderwijzer treffen we voor dit probleem aan:

'Laat een dag lang voertuigen langs A gaan. In D, E en F zitten verkeerstellertjes. Wat zouden ze tellen?

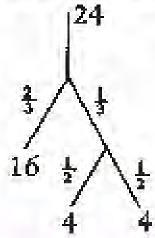
Aktiviteiten

boom maken,

delen bij boom (takken) plaatsen,

boom laten funktioneren bij konkrete aantallen

(bijvoorbeeld: 24, 120, 600).'



Bij het uitbouwen van samenvoegingen van 'takken' binnen de 'boom' komt de noodzaak tot het gaan optellen van breuken (met verschillende noemers) naar voren.

Het schema wordt ook in omgekeerde richting gelezen. Bij het gegeven voorbeeld van de verkeerstellers: de verkeersstro(o)m(en) in omgekeerde richting.

Ter illustratie geven we nog een voorbeeld.

AUTOVEREN

Een fabriek voor autoveren heeft 3 machines

$\longrightarrow \boxed{M_1} \longrightarrow \boxed{M_2} \longrightarrow \boxed{M_3} \longrightarrow$

die de veren eerst testen, voordat ze verkocht worden.

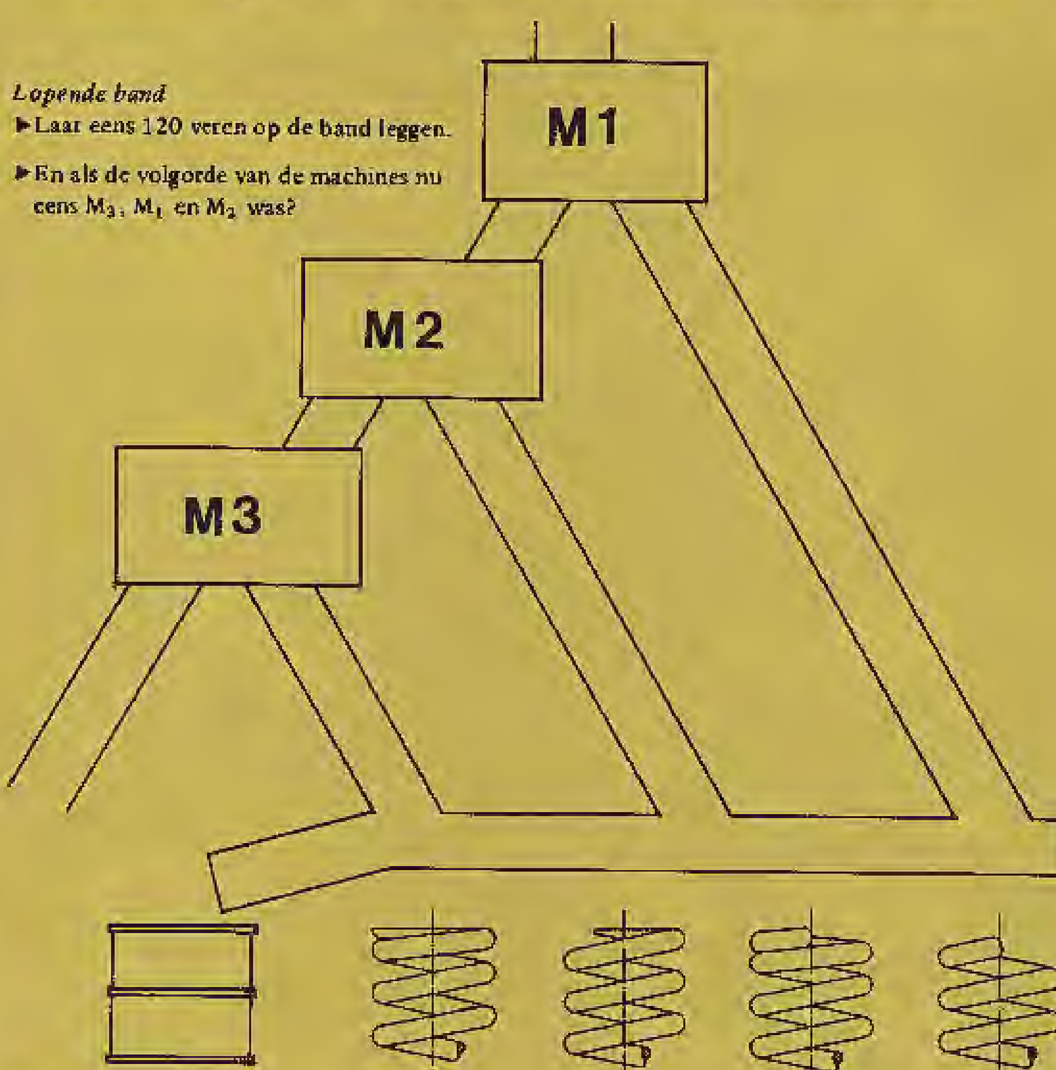
Machine M_1 keurt $\frac{1}{4}$ deel van de autoveren af.

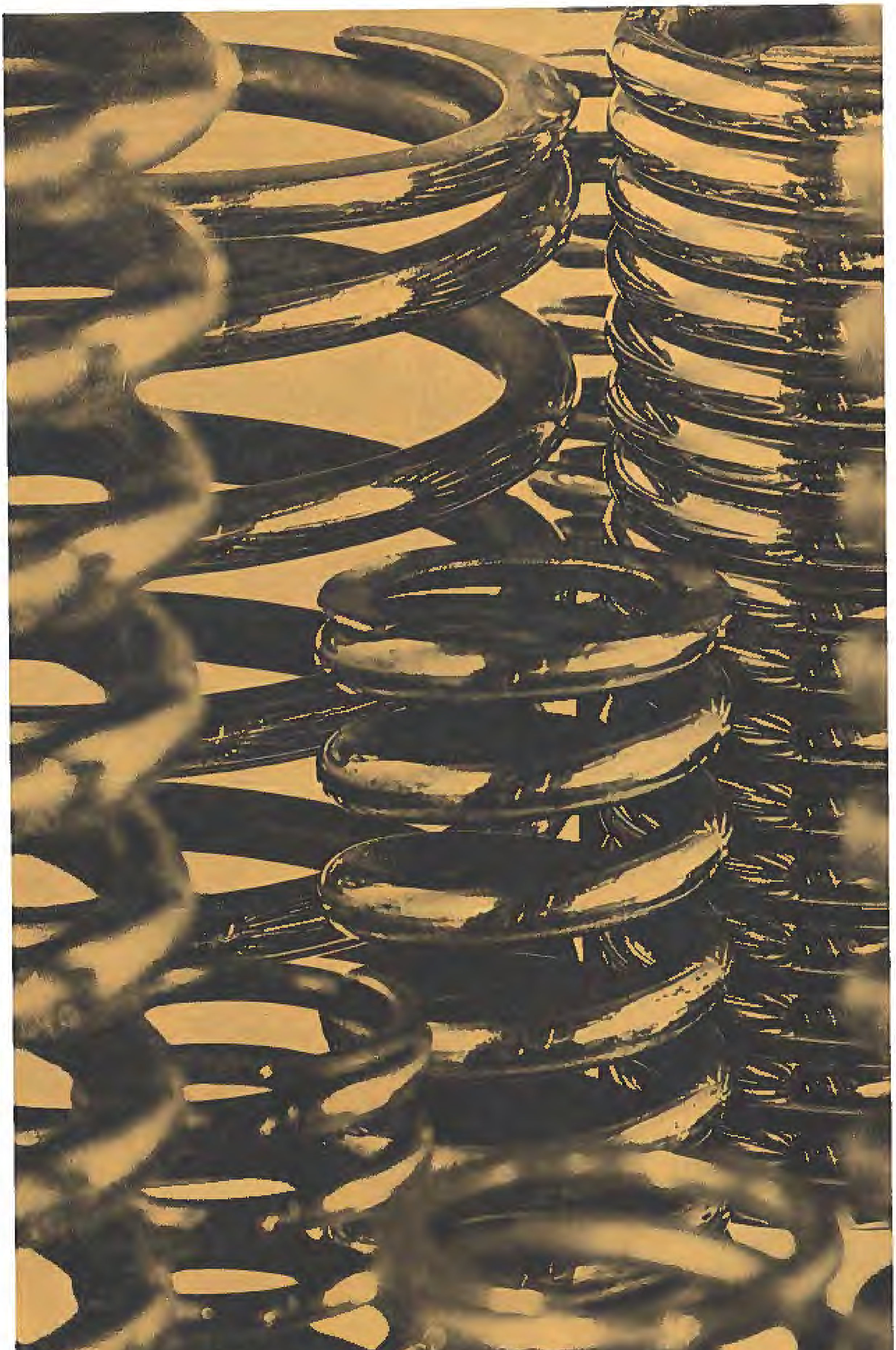
Vervolgens keurt M_2 $\frac{1}{2}$ deel van de rest af, terwijl M_3 van wat dan nog over is $\frac{1}{6}$ deel afkeurt.

Lopende band

► Laat eens 120 veren op de band leggen.

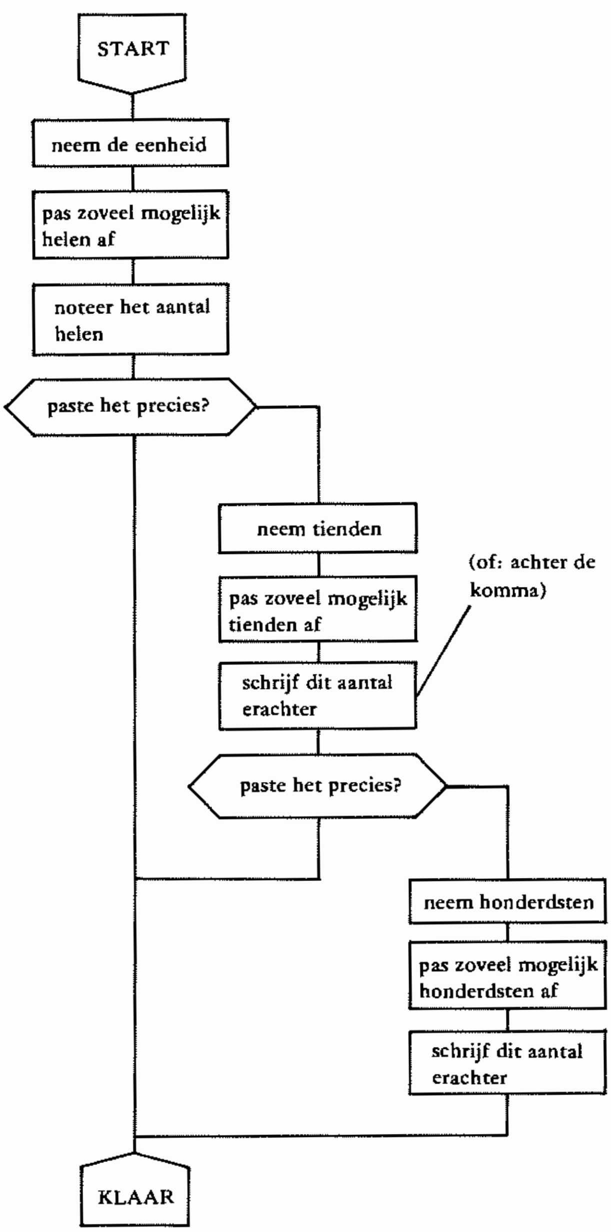
► En als de volgorde van de machines nu eens M_3, M_1 en M_2 was?





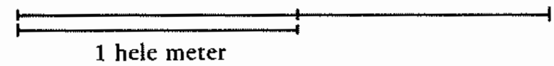
▶VERVOLGAKTIVITEITEN DECIMALE GETALLEN (NA RALPH)

'Breukelerdam' krijgt een nieuwe wijk. Deze wordt eerst in makette opgezet. De school wordt ingeschakeld bij het in kaart brengen van dit (geplande) stukje werkelijkheid. Daartoe zullen ze dan eerst over verkleinde modellen van die toekomstige werkelijkheid moeten beschikken. Eén van de medewerkers van het architektenkantoor in breukelerdam ontwierp een bouwplaat, die *tien maal zo klein* moet worden nagemaakt.
Aan de bouwplaat wordt gemeten volgens een 'spesiale' mentaliteit, welke in het volgende blokschema is weergegeven:

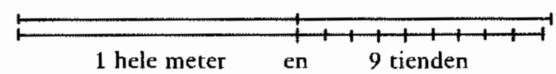


Uit het blokschema spreekt duidelijk, dat het aksent gelegd is op de *verfijning* (in tienden, honderdsten) van de gekozen standaard (in dit geval de meter) die *decimaal* verloopt.

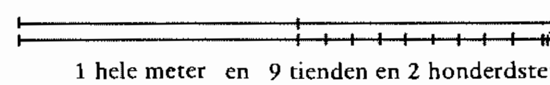
De decimalen krijgen binnen deze meetprosedure *een konkrete betekenis*.
Immers:
De kinderen meten de lengte van alle gevels samen op de bouwplaat.
Er gaat maar 1 hele meter in.



We verfijnen de standaard (in breukelerdamse taal: 'we maken er tienden van') en meten opnieuw:



'Er gaan negen dm (of 9 tienden) in'. Dat wordt dus 1,9 m.
We verfijnen opnieuw en meten verder met cm (honderdsten).



Er zijn nog 2 cm (of honderdsten). De gevels zijn dus samen 1,92 m lang.

Welke eenheid (standaard of afgeleide daarvan) kiezen we voor onze eigen bouwplaat? (deze moest 10 maal zo klein worden). Wat betekent dit voor onze meetresultaten?
Meters 'worden' decimeters, decimeters 'worden' centimeters, enz.
We noteren de afmetingen nu zo: 1,92 dm ....
De meetaktiviteiten kulmineren binnen 'vrijdagmiddagaktiviteiten' in het wérkelijk vervaardigen van de huisjes en het opzetten van de maquette, waarbij de oppervlakteverdeling weer aan bod komt in verband met de verschillende bestemmingen van de beschikbare grond. Hierop gaan we nu niet verder in.

▶OVERIGE AKTIVITEITEN

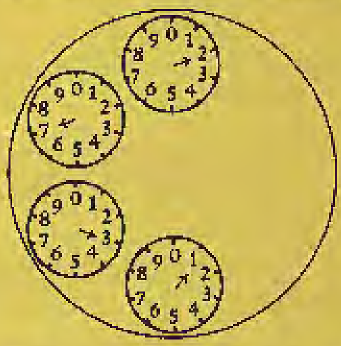
Behalve aan de ontwikkeling van de in het voorgaande geschetste meetmentaliteit, werden nogal wat lessen – ondersteund door werkbladen – besteed aan:

- het aflezen van schalen in verband met kommagetallen in allerlei situaties;
- het uitvoeren van meeteksperimenten met behulp van brievenwegers, unsters, kurvimeters, mikrometers, etc.;
- het rekenen met geld in toegepaste situaties.

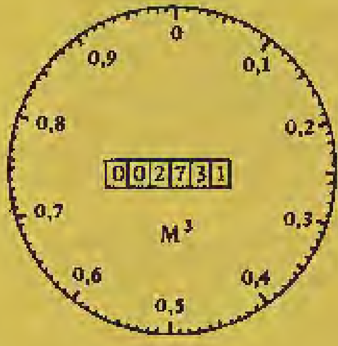
Ter toelichting geven we van elk der genoemde kategorieën een voorbeeld van het gebruikte leerlingenmateriaal.

WATERVERBRUIK

① Watermeters zien er meestal zo uit:



of:

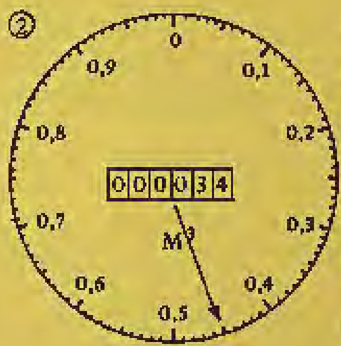


Beide meters geven *hetzelfde* verbruik aan.

▶Schrijf hieronder wat de 'klokjes' in de linker meter aangeven:

het bovenste klokje	
het tweede klokje	
het derde klokje	
het vierde klokje	

②



1 m³ (één *kubieke* meter) is 1000 liter.

▶Hoeveel kubieke meter geeft de teller hiernaast aan? ☐ m³.

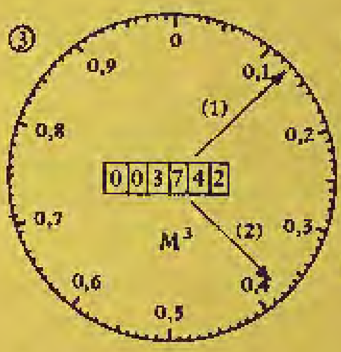
▶Hoeveel liter is dat? ☐ liter.

▶Hoeveel kubieke meter wijst de wijzer nog aan? ☐ m³.

▶Hoeveel liter is dat? ☐ liter.

▶Hoeveel m³ geeft de meter in totaal aan? ☐ m³.

③



Meneer jansen gaat in bad.
Eerst heeft de wijzer stand (1). Na het bad stand (2).

▶Hoeveel m³ water gebruikte meneer jansen? ☐ m³.

▶Hoe zou je dat in breukelerdam zeggen (let op de wijzers!) ☐ m³.

▶Hoeveel liter water verbruikte meneer jansen? ☐ liter.

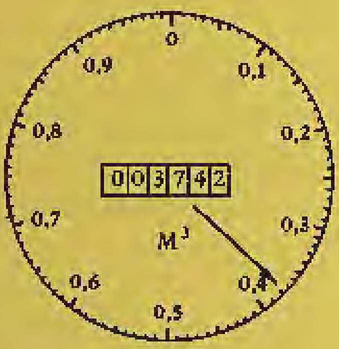
④ Daarna heeft mevrouw jansen de wasmachine aangezet.
De machine verbruikt voor de voorwas 35 liter water en voor de hoofdwas ook.
Daarna wordt de was nog 5 maal gespoeld. Ook dan verbruikt de machine telkens 35 liter water.

▶Hoeveel liter water verbruikte de wasmachine? ☐ liter.

▶Hoeveel m^3 is dat? ☐ m^3.

▶Voor de was stond de watermeter op ⟶

▶Teken de wijzer, zoals hij na de was stond. ⟶



⑤ Mevrouw en meneer jansen schrokken wel van het waterverbruik.

▶Hoeveel m^3 verbruikten zij samen? ☐ m^3.

▶Hoeveel liter is dat? ☐ liter.

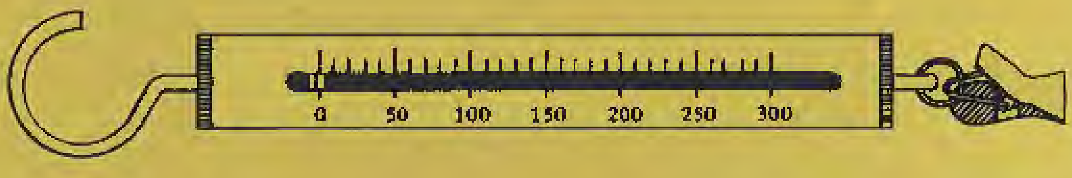
▶Hoeveel m^3 ongeveer in breukentaal? ☐ m^3.

Mevrouw jansen besloot de wasmachine voortaan 3 maal te laten spoelen en de voorwas over te slaan. Meneer jansen schakelde over van bad op douche. (dan verbruikte hij maar $\frac{1}{5}$ deel van wat hij met het bad gebruikte).
Als we dat allemaal eens deden!

⑥ Zoek eens uit wat dit scheelt voor 100 gezinnen. (nederland telt ongeveer 3 miljoen gezinnen!)

EKSPERIMENT 'GEWICHT EN OPPERVLAKTE'

In een les na het schatgraversprobleem van Ralph heb je geleerd dat je de oppervlakte van de eilanden ook kon bepalen door *wegen*. Om lichte voorwerpen te wegen gebruikt men òf een brievenweger òf een *unster*. Wij gaan werken met de unster.
Bekijk hem goed!



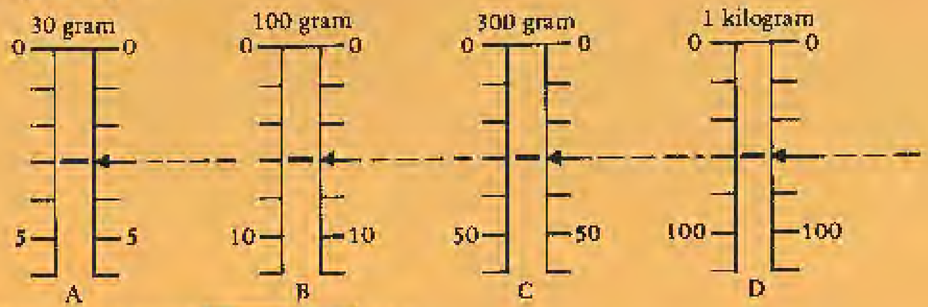
① Hoe zwaar kunnen voorwerpen zijn, die je met jullie unster weegt?

De volgende vragen gaan over de *gebruiksaanwijzing* bij de unster:
unster a weegt voorwerpen tot 30 gram
unster b weegt voorwerpen tot 100 gram
unster c weegt voorwerpen tot 300 gram
unster d weegt voorwerpen tot 1000 gram (= 1 kg).

②
Zet de woorden *brief, tijdschrift, luchtpost, boek* op de juiste plaats.
- 0 gram is lichter dan ______ is lichter dan 30 gram.
- 0 gram is lichter dan ______ is lichter dan 100 gram.
- 0 gram is lichter dan ______ is lichter dan 300 gram.
- 0 gram is lichter dan ______ is lichter dan 1000 gram.

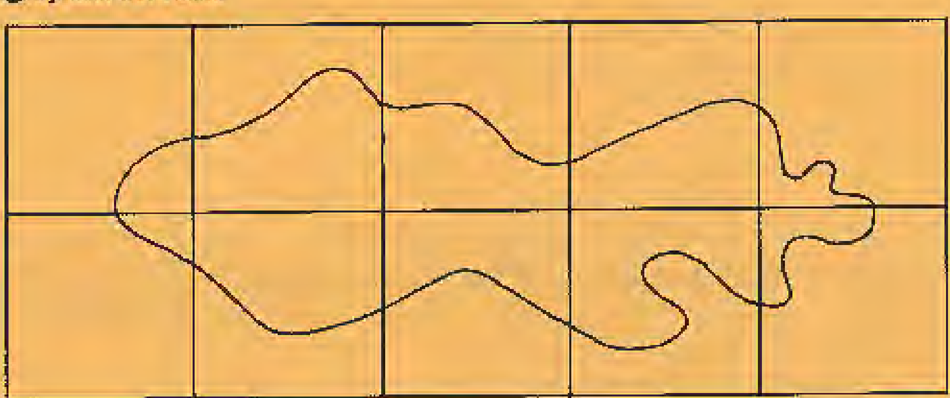
③ Vul aan:
voor zeer lichte voorwerpen ______

④ Bij de onderstaande *unsters* staan de pijltjes steeds op dezelfde hoogte, maar de voorwerpen zijn *niet* even zwaar.
Rà, rà òf *kijken*!



- Voorwerp A weegt ______ gram.
- Voorwerp B weegt ______ gram.
- Voorwerp C weegt ______ gram.
- Voorwerp D weegt ______ gram.

⑤ *Op naar het eiland*



▶ Hoeveel vierkanten telt de rechthoek?

▶ Hoeveel gram weegt de rechthoek?

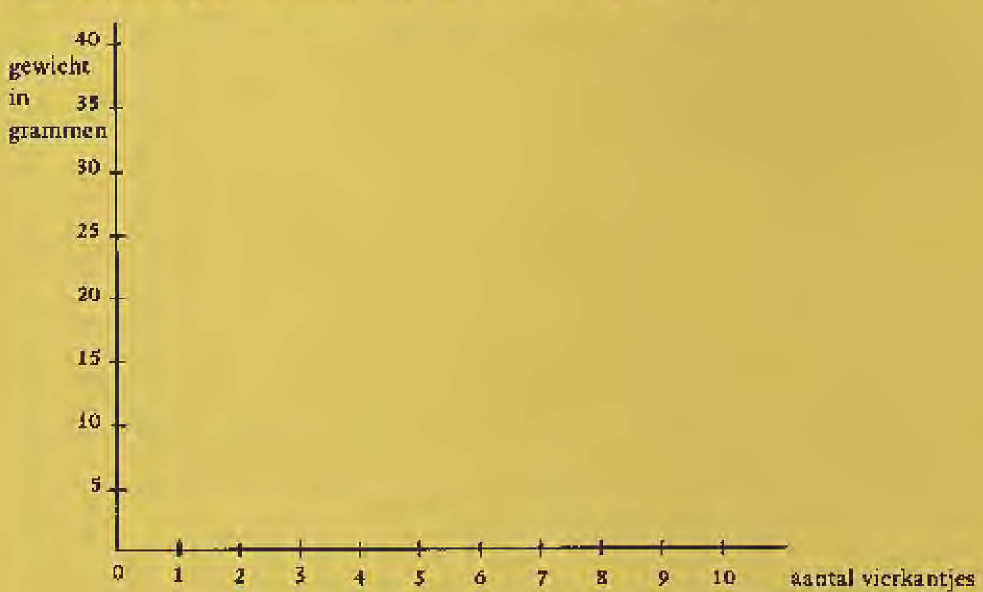
▶ Hoeveel gram weegt dan 1 vierkantje?

▶ Weeg het vierkantje.
Vind je verschil? Zo ja, hoe zou dat komen?

⑥ Maak een tabel als de volgende en vul die verder in.

aantal vierkantjes	gewicht in gram
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

⑦ Verwerk de gegevens van de vorige opdracht in een grafiek; kijk zó:



▶ Valt je iets op aan de punten in jullie grafiek?

⑧ *Nu de rechthoek weer*

▶ Hoe groot is de oppervlakte in cm^2? (Pas op!)

▶ Wat was het gewicht van de rechthoek?

Nu het eiland

▶ Weeg het eiland en noteer het resultaat.

▶ Hoe groot schat je de oppervlakte?

⑨ ▶ Geef het gewicht van het eiland op de gewichtslijn van je grafiek aan.

▶ Welk aantal *vierkanten* hoort er ongeveer bij? (Je kunt dit met behulp van de grafiek aflezen). [ ]

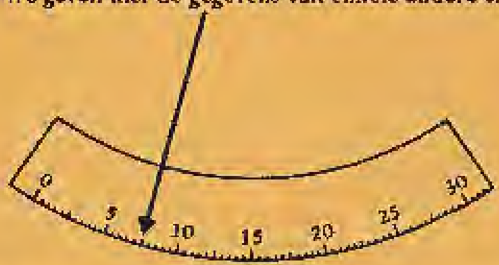
▶ Hoe groot is de oppervlakte van één zo'n vierkant? [ ]

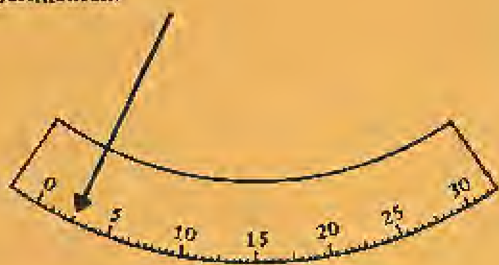
▶ Wat is dan de oppervlakte van het eiland ongeveer? [ ]

▶ Kontroleer je laatste antwoord door de oppervlakte van het eiland met het transparante meetrooster te meten.

Probeer nu opdracht ⑩ nog te maken

⑩ We geven hier de gegevens van enkele andere eksperimenten.





▶ Welk deel van de rechthoek werd ingenomen door het eiland? [ ]

▶ De oppervlakte van de rechthoek was 21 cm^2
Hoe groot was dan de oppervlakte van het eiland? [ ]

▶ Welk deel van de rechthoek werd nu ingenomen door het eiland? [ ]

▶ Als de oppervlakte van het eiland 7,5 cm^2 was, hoe groot was dan de oppervlakte van de rechthoek? [ ]

▶ Hoe lang kunnen de lengte en de breedte van die rechthoek geweest zijn? [ ]

Enkele opmerkingen naar aanleiding van het voorgaande eksperiment.

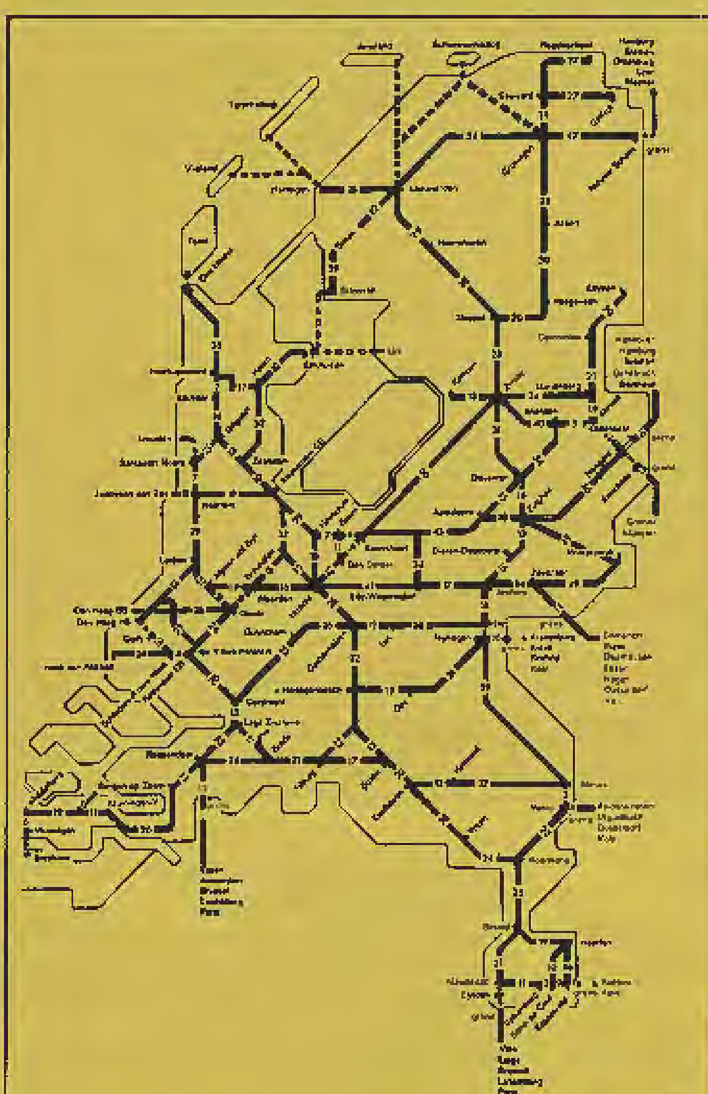
* De leerlingen hadden bij de verwerking het volgende materiaal tot hun beschikking:
  – eiland, rechthoek en een vierkantje van tripleks
  – honderd-grams unster
  – transparant meetrooster (vierkante cm)
  – papier, schrijfmateriaal, tekenmateriaal
  – de werkkaarten die aan het eksperiment voorafgaan.
* We adviseren u om, alvorens dit eksperiment met uw klas uit te voeren, het eerst zelf al analiserend door te werken. Er zit nogal wat in.
* Het groepswerk vraagt veel begeleiding.

HOE REIST JAN?

Jan van 12 is zoek. Hij is gek op treinreizen, maar hij mocht niet met de tienertoer.

Nu heeft hij zijn hele spaarpot leeggeschud. (ƒ 23,73)

Hij woont in arnhem en hij heeft familie in 's-hertogenbosch, middelburg, zwolle en haarlem, waar *bij erg graag naar toe* gaat.



① ▶ Vul hieronder de genoemde plaatsen in alfabetische volgorde in.

▶ En maak nu voor die plaatsen een NS-afstandentabel.

	ARNHEM			
ARNHEM				

ENKELE REIZEN EN DAGRETOURS

km	enkele reis 2 kl.	enkele reis 1 kl.	dagretour 2 kl.	dagretour 1 kl.
1- 4	0,90	1,30	1,20	1,70
5- 7	1,00	1,30	1,40	2,00
8- 10	1,30	1,80	1,80	2,70
11- 13	1,60	2,30	2,40	3,40
14- 16	1,90	2,70	2,90	4,10
17- 19	2,20	3,20	3,40	4,90
20- 22	2,50	3,60	3,90	5,60
23- 25	2,80	4,00	4,40	6,40
26- 28	3,10	4,40	4,80	7,20
29- 31	3,40	5,00	5,40	7,80
32- 34	3,80	5,40	6,00	8,60
35- 37	4,00	5,80	6,40	9,40
38- 40	4,40	6,20	6,80	9,80
41- 43	4,60	6,60	7,00	10,20
44- 46	5,00	7,20	7,40	10,60
47- 49	5,40	7,60	7,80	11,20
50- 52	5,80	8,20	8,40	12,00
53- 55	6,00	8,80	8,80	12,60
56- 58	6,40	9,20	9,40	13,40
59- 61	6,60	9,60	9,80	14,00
62- 64	6,80	9,80	10,20	14,60
65- 70	7,20	10,40	10,80	15,40
71- 76	7,80	11,20	11,40	16,20
77- 82	8,40	12,00	12,00	17,00
83- 88	9,00	12,80	12,40	17,60
89- 94	9,40	13,40	13,00	18,40
95-100	9,80	14,00	13,60	19,20
101-106	10,40	15,00	14,20	20,20
107-112	11,00	15,60	14,80	21,20
113-118	11,40	16,40	15,40	22,00
119-124	11,60	16,80	16,00	22,80
125-130	12,00	17,20	16,60	23,80
131-136	12,40	17,80	17,20	24,60
137-142	13,00	18,40	18,00	25,60

km	enkele reis 2 kl	enkele reis 1 kl	dagretour 2 kl	dagretour 1 kl
143-148	13,40	19,20	18,60	26,60
149-154	13,80	19,60	19,00	27,40
155-160	14,20	20,40	19,60	28,20
161-170	14,60	20,80	20,60	29,40
171-180	15,00	21,40	21,20	30,40
181-190	15,40	22,00	boven	31,60
191-200	15,80	22,60	180 km	boven
201-210	16,40	23,40	22,00	190 km
211-220	16,80	24,00		33,00
221-230	17,20	24,60		
231-240	17,60	25,20		
241-250	18,20	26,00		
251-260	18,60	26,60		
261-270	19,00	27,20		
271-280	19,60	27,80		
281-290	20,00	28,60		
291-300	20,40	29,20		
301-320	21,00	30,20		
321-340	boven	31,60		
	320 km	boven		
	22,00	340 km		
		33,00		

Voor meerdaagse reizen kan een dagabonnement voordeliger zijn!

Avondretour: e.r. + een kwartje geldig van 18.00 uur af, elke dag verkrijgbaar
Weekendretour: dagretour + een gulden. Heen op zaterdag, terug op zondag

(2) Welke reis kan jan maken? (op één dag).

▶ Stippel een reis uit voor jan. (gebruik het kaartje en de afstandentabel)

▶ Zorg dat hij met zijn *f* 23,73 toekomt (kijk in de prijslijst van de NS)

▶ Maak hieronder een beschrijving van de reis met de kostenberekening er bij.

(3) Houdt jan nog iets over? Hoeveel dan?

▶RELATIE 'GEWONE BREUKEN-KOMMA-GETALLEN'

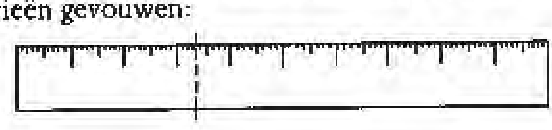
In de inleiding van deze bijdrage is al verwezen naar de leeswijzer bij 'Ralph' in het vorige nummer.

We willen daarop in deze paragraaf wat voortbouwen naar aanleiding van de observatie van een leerproces tijdens een gesprek met twee vijfde-klassers van de ontwerpschool.

Bij het leggen van een relatie tussen gewone breuken en kommagetallen wordt de reeds verschafte toegang tot de wereld van het kontinue verder uitgebouwd.

Daar waar *het meten om praktische redenen faalt* als het gaat om een zo eksakt mogelijk antwoord, worden andere middelen te hulp geroepen.

Een strook papier van 1 dm lang wordt in drieën gevouwen:



Eén stukje krijgt binnen de wereld van de gewone breuken het etiket '$\frac{1}{3}$ dm' opgeplakt. We gaan dat stuk nu ook eens *meten*.
De 0 decimeters, 3 centimeters (3 tienden) en de 3 millimeters (3 honderdsten) zijn nog 'zichtbaar'. Er komt 0,33 dm.
Of het kind met dit resultaat tevreden is? Hij grijpt, om deze vraag aan te kunnen, naar een kontrolemiddel en berekent:

$$\begin{array}{r} 0{,}33 \\ 3\,\times \\ \hline 0{,}99 \end{array}$$

Hoewel het maar éénhonderdste 'scheelt' is het kind toch niet tevreden, ook al, omdat het in voorgaande gevallen (bij het vierde deel en het achtste deel van dezelfde strook) 'wel precies uitkwam':

$$\begin{array}{r} 0{,}25 \text{ dm} \\ 4\,\times \\ \hline 1{,}00 \text{ dm} \end{array} \quad \text{en} \quad \begin{array}{r} 0{,}125 \text{ dm} \\ 8\,\times \\ \hline 1{,}000 \text{ dm} \end{array}$$

Op het meten kan hij *niet* terugvallen.
Wat nu te doen?
'Als we er eens éénduizendste bijdoen', stelt hij voorzichtig voor:

$$\begin{array}{r} 0{,}331 \\ 3\,\times \\ \hline 3 \end{array}$$

Al in dit stadium volgt bij de kontrole de konklusie:
'Verder hoeft 't niet, want 't komt tóch niet uit!'
De leerling *probeert* en *denkt* verder:

$$\begin{array}{r} 0{,}334 \\ 3\times \\ \hline 1{,}002 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0{,}332 \\ 3\times \\ \hline 0{,}996 \end{array} \quad \text{en dan} \quad \begin{array}{r} 0{,}333 \\ 3\times \\ \hline 0{,}999 \end{array}$$

Het probleem wordt steeds intrigerender.
De tevredenheid over het laatstverkregen resultaat is groter. Dat het nu 'nog maar éénduizendste scheelt' is hoopvoller dan bij de vorige kontrole (waar het nog éénhonderdste scheelde). Desalniettemin moeten we verder.
Voorzichtigheid blijft echter geboden en dus besluit het kind tot:

$$\begin{array}{r} 0{,}3331 \\ 3\,\times \\ \hline 0{,}9993 \end{array}$$

Het inzicht begint echter door te breken, getuige 'ik doe er nu meteen drieduizendste bij':

$$\begin{array}{r} 0{,}3333 \\ 3\,\times \\ \hline 0{,}9999 \end{array}$$

Toch is bij de volgende stap – dat we verder moeten is buiten diskussie – het vertrouwen er nog niet helemaal.
Weer die voorzichtigheid:

$$\begin{array}{r} 0{,}33331 \\ 3\,\times \\ \hline 93 \end{array}$$

Stop maar, het is weer niet goed.
Nu resoluut:

$$\begin{array}{r} 0{,}33333 \\ 3\,\times \\ \hline 0{,}99999 \end{array}$$

Met direkt aansluitend de konklusie: 'zó kun je wel steeds doorgaan!'

Met de laatste uitspraak kreeg het kind het kontinue in zijn macht. Het beseft, dat het verkregen resultaat op een meetlat al lang niet meer 'te zien' is. Er is geen sprake meer van een meetresultaat. Omwille van eksaktheidseisen ('het *moet* bij de kontrole toch *precies* uitkomen!') viel het kind, waar het meten *faalde*, terug op andere mogelijkheden, die het zelf had en *bedacht* een middel om het kontinue in dit spesiale geval te 'overmeesteren'. Het sloeg daarmee *een brug* tussen de *konkrete benadering vanuit het meten* en de meer *abstrakte benadering met algoritmische middelen*:

3/1,0\0,333..... etc.
9
10
9
10

Nog een kleine stap verder en het kind hanteert de handrekenmachine om de gewenste *denkresultaten* middels de dan bekende algoritme te produseren.
Het 'zo kun je wel steeds doorgaan' is niet meer ingegeven door machteloosheid om het gestelde probleem tot een oplossing te brengen, doch brengt tot uitdrukking, dat het kontinue, het 'steeds-maar-zo-doorgaan', het oneindige, het limietbegrip binnen het bereik van het kinderlijk denken gekomen is; dit mede dank zij het (leer)proces, dat het doormaakte.
De verrassing dat je er toch niet uitkomt, waar eerder gekozen middelen faalden is van groot belang, omdat het kind hierdoor leert zien, dat de spesifieke benaderingswijze van problemen 'werkt'.

▶ SLOTOPMERKING

De voorgaande paragraaf biedt weinig soelaas voor u in uw konkrete onderwijssituatie. We hebben het u echter niet willen onthouden om aan te geven, dat de kinderen zèlf vaak een enorme inspiratiebron zijn.
Het moge duidelijk zijn in welk onderwijsvat we de totstandbrenging van de relatie tussen gewone breuken en kommagetallen zo ongeveer zullen gieten.

3.5 sport en wiskunde

TWINTIG PROBLEMEN VOOR DE BOVENBOUW*)

HUUB JANSEN

INLEIDING

In de sport liggen voor het onderwijs – in het bizonder voor het wiskunde-onderwijs – veel aanknopingspunten.

Allereerst is duidelijk, dat de sport in het huidige maatschappelijke leven een belangrijke plaats inneemt. Krant, radio en televisie besteden veel – volgens sommigen teveel! – aandacht aan allerlei zaken, die met sport in direkt of indirekt verband staan. Bovendien zijn veel mensen uit allerlei leeftijdsgroepen aktief of passief bij een of andere vorm van sportbeoefening betrokken.

Belangrijk voor het onderwijs is, dat de sport heel nadrukkelijk binnen de belangstellingssfeer van de basisschoolleerling ligt, ook al omdat een groot deel van onze vijfde- en zesde-klassers zelf aktief een sport beoefent. In onderstaand leerstofpakket worden wiskundige aktiviteiten centraal gesteld, die bij het beoefenen van sport, het organiseren van wedstrijden, het berekenen en weergeven van wedstrijdresultaten een rol spelen.

We noemen een aantal *wiskundige aktiviteiten* die met de sport in verband staan:

maken van wedstrijdschema's en roosters,
opstellen en invullen van tabellen,
rekenen met uitslagen,
opnemen van tijden en afstanden,
berekenen van gemiddelden,
rekenen met tijden en puntenwaarderingen,
ordenen van resultaten,
hanteren van ordeningskriteria,
rekenen met kompetitiestanden,
overzien en berekenen van kansen,
......

Eveneens kunnen we stellen dat dit onderwerp gelegenheid biedt tot het hanteren van *algemeen wiskundige werkwijzen*, zoals:

gebruik van simbolentaal,
aanpak van problemen,
ordenen van gegevens,
eksplisiteren van toegepaste werkwijzen en oplossingsmetoden,
......

In dit pakket komen deze aktiviteiten aan de hand van een *twintigtal problemen* naar voren. Het kost weinig moeite om binnen de sport nog een groot aantal andere problemen te signaleren die aanleiding geven tot overeenkomstige matematisch-didaktische aktiviteiten.

---

*) De illustraties bij dit pakket zijn gemaakt door frank stevenhagen.

Een onderwijzer met belangstelling voor de sport en oog voor de mogelijkheden die de sport voor het wiskunde-onderwijs biedt, zal voor nagenoeg ieder nivo van de basisschool in krant, sportblad of televisie iets van zijn gading vinden.

WERKWIJZE
Dit leerstofpakket is geschreven voor leerlingen van de bovenbouw.
De aangegeven problemen worden in groepjes van 2 à 3 leerlingen besproken en uitgewerkt. Vervolgens worden de resultaten, antwoorden en oplossingsmetoden genoteerd. *Na elk* probleem brengen de verschillende groepen verslag uit aan de gehele klas. In deze klassikale bespreking worden de verschillende oplossingsmetoden ter diskussie gesteld en tegen elkaar afgewogen.
Op deze wijze werken alle groepen in de klas gelijktijdig aan hetzelfde probleem en nemen voortdurend — tijdens de bespreking — kennis van elkaars resultaten en werkwijzen.
De taak van de onderwijzer is hierbij stimulerend en begeleidend. Hij biedt zo weinig mogelijk konkrete hulp tijdens het zoeken naar oplossingen, maar zorgt dat in de nabespreking een veelzijdige benadering naar voren komt.
In deze werkwijze en aan de hand van de gegeven problemen is *differentiatie een vanzelfsprekendheid*, omdat iedere leerling binnen zijn groep en in zijn verslaggeving op eigen nivo met de problemen 'omgaat'.

Sommige mensen besteden veel van hun vrije tijd aan sport. Ze kijken naar sportwedstrijden, ze lezen in de krant over sport en het allerbeste: ze beoefenen zelf een sport.
Sport is goed voor iedereen!
Je kunt er een gezond en sterk lichaam van krijgen en het belangrijkste is: als je aan sport doet, heb je meestal veel plezier!
Behalve om de gezondheid en het plezier gaat het bij sport vaak ook om het winnen (of verliezen!). We willen weten wie de snelste zwemmer, de hoogste springer of de lenigste turner is. En ook: welke ploeg het beste voetbalt, handbalt of softbalt.

WEDSTRIJDSCHEMA'S
Wanneer je aan sportwedstrijden meedoet, denk je er meestal niet aan dat er ook mensen moeten zijn, die tevoren de sportwedstrijden organiseren. Deze mensen bekijken op welke velden er gespeeld moet worden, ze stellen de tijd om te beginnen vast èn... ze maken een wedstrijdschema waarop staat welke ploegen tegen elkaar spelen.

De mensen van zo'n organisatiekomitee hebben geen gemakkelijke taak en daarom gaan wij ze eens helpen.

1

Er zijn ACHT ploegen die wedstrijden gaan spelen om uit te maken welke ploeg de beste is.
Je mag zelf bedenken welke sport ze beoefenen: voetballen, slagballen, of een andere sport.
Het organisatiekomitee moet van tevoren een wedstrijdschema maken.
Wij zijn nu het organisatiekomitee!
►*En onze opdracht luidt:*
maak zo'n wedstrijdschema!

Dat was geen gemakkelijke opdracht. Zo'n organisatiekomitee kan kiezen uit verschillende soorten schema's.
We hebben inmiddels gezien dat de wedstrijden gespeeld kunnen worden volgens het *afvalsisteem*. Twee klubs spelen tegen elkaar, wie verliest, valt af èn... doet niet meer mee. De winnende ploeg speelt een volgende wedstrijd tegen een andere ploeg, die ook gewonnen heeft. Net zo lang tot er één winnaar – de kampioen – overblijft.

Ook kan een *kompetitieschema* gemaakt worden.
Iedere ploeg speelt wedstrijden tegen alle andere ploegen.

Voetbalwedstrijden worden meestal volgens een kompetitieschema gespeeld. Eigenlijk een dubbel kompetitieschema, want een klub speelt twee wedstrijden tegen een andere klub: een uit- en een thuiswedstrijd.

Wedstrijden om de '*europa-cup*' worden gespeeld volgens het afvalsisteem. Wie verliest, doet niet meer mee! Maar ook hier speelt een klub in ieder geval twee wedstrijden: een uit- en een thuiswedstrijd.

2

AFVALSISTEEM OF KOMPETITIESISTEEM?
Een moeilijke keus voor het organisatiekomitee.
►*Een paar vragen:*
welke voordelen heeft het afvalsisteem?
en welke nadelen?
en welke vóór- en nadelen bij het kompetitiesisteem?
Zoek eens uit en schrijf maar op!

Het organisatiekomitee moet alle voor- en nadelen goed overwegen en dan kiezen voor het afval- of kompetitiesisteem òf voor nog een ander sisteem.

Wij gaan eens kijken naar zo'n afvalsisteem.

3

Aan een toernooi om de SUPER-HAND-CUP doen 13 handbalploegen mee.
Er wordt gespeeld volgens het afvalsisteem. Twee ploegen spelen steeds één wedstrijd tegen elkaar. Wie verliest, doet niet meer mee.

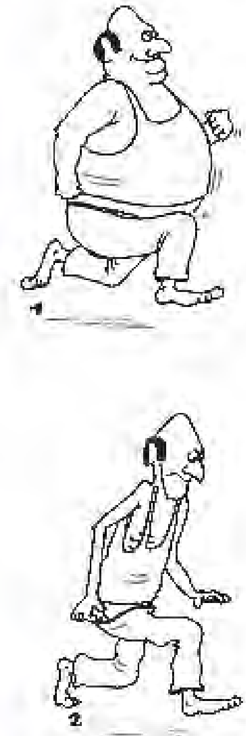
►*Maak een overzichtelijk schema waaruit te lezen is, welke wedstrijden gespeeld worden.*

►*Tel eens hoeveel wedstrijden.*

In het laatste probleem hebben we gezien dat pas na 12 wedstrijden de SUPER-HAND-CUP uitgereikt kan worden; tenminste als er geen wedstrijden overgespeeld moeten worden, omdat het *gelijk spel* werd.

4

- *Zoek eens uit HOEVEEL wedstrijden gespeeld moeten worden als 16 klubs aan zo'n afvalkompetitie meedoen. Voor het gemak spreken we maar af dat gelijkspel niet mogelijk is.*
- *Hoeveel wedstrijden worden gespeeld als er 64 klubs zijn?*
- *En als er 111 klubs meedoen?*
- *Kun je het antwoord vinden als er 936 klubs mee zouden doen?*



afvalsysteem?

Spelen volgens het afvalsisteem heeft een groot nadeel: een klub kan de eerste wedstrijd verliezen en mag dan niet meer meedoen. De spelers moeten dan maar langs de kant gaan zitten en dat is nooit leuk. Het kan echter ook anders, hebben we gezien.
Voor voetballen, handballen, waterpolo-en, enz. wordt meestal het kompetitiesisteem gebruikt.
Een kompetitie met een *uit*- en een *thuis*wedstrijd tegen iedere andere klub.

5

Acht klubs spelen een handbalkompetitie.
Een HELE KOMPETITIE, dus met een uit- en een thuiswedstrijd.

- *Hoeveel wedstrijden moet elke klub spelen?*
- *En hoeveel wedstrijden worden in totaal tijdens de hele kompetitie gespeeld?*

Bij sommige sporten gaat het nog anders. Geen afval- of kompetitiesisteem.

TAFELTENNIS

Tafeltennisploegen bestaan uit drie spelers. Wanneer twee ploegen tegen elkaar tafeltennissen, dan speelt iedere speler van de ene ploeg tegen iedere speler van de andere ploeg.

6

Tafeltennisklub STEEDS HARDER heeft drie spelers: ping, pong en pangetje.
STEEDS HARDER speelt tegen de klub SLA RAAK met de spelers: netje, betje en smesje.

- *Hoeveel wedstrijden worden er gespeeld?*
- *Is na afloop uit te zoeken wie de beste speler van de zes is?*

We gaan vóór de belangrijke tafeltenniswedstrijd *STEEDS HARDER-SLA RAAK* begint, nog even een kijkje nemen bij de wedstrijdleider.
Hij zit met een moeilijk probleem:
er is maar één tafeltennistafel en geen van de spelers wil twee wedstrijden direkt achter elkaar spelen.

7

Hieronder het WEDSTRIJDROOSTER.
De namen van de spelers zijn afgekort.
Wedstrijd nummer 1 tussen ping en netje en wedstrijd nummer 2 tussen pang en smesje zijn al ingevuld.

	pi	po	pa
ne	1		
be			
sm			2

▶ *Neem het rooster over en vul het verder in.*
Maar denk om de afspraak:
NOOIT TWEE WEDSTRIJDEN ACHTER ELKAAR!

In de prullemand van onze wedstrijdleider liggen inmiddels verschillende, gedeeltelijk ingevulde, roosters.

8

Een paar roosters UIT DE PRULLEMAND gevist:

a)

	pi	po	pa
ne	2		
be		1	
sm			4

b)

	pi	po	pa
ne	1		5
be		4	
sm	6		2

c)

	pi	po	pa
ne		1	
be	2	4	
sm			3

d)

	pi	po	pa
ne			4
be		1	
sm	3		

Onze wedstrijdleider had ze weggegooid, omdat hij meende dat er geen goede roosters meer van te maken waren.

▶ *Ben je het daar mee eens?*

Na al onze pogingen om de tafeltenniswedstrijdleider te helpen, kijken we ook nog even naar de uitslagen.
Hieronder de gespeelde partijen. De winnaar van elke wedstrijd is onderstreept.

netje – ping		smesje – pong	
smesje – pangetje		betje – ping	
betje – pong		netje – pong	
smesje – ping		betje – pangetje	
netje – pangetje			

9

- *Zet met behulp van deze uitslagen alle zes spelers eens IN VOLGORDE de beste tafeltennisser voorop, dan de op één na beste, dan de op........*
- *Welke klub heeft de wedstrijd STEEDS HARDER-SLA RAAK nu gewonnen?*

Sporten doen we voor ons plezier en onze gezondheid, maar ook om zoveel mogelijk punten te behalen of zo snel mogelijk te lopen of zo ver mogelijk te springen of..........

TURNEN

Een fijne sport is *turnen*. Bij een echte wedstrijd gaat het om vier verschillende oefeningen: paardspringen, brugzwaaien, evenwichtsbalk en vrije oefeningen.

Hieronder de uitslagen van een turnwedstrijd tussen nederlandse en oostenrijkse meisjes.
Ieder meisje kan voor elke oefening *hoogstens* 10 punten van de jury krijgen.

	paard	brug	balk	vrij
edith amon (oost.)	8,20	7,85	8,25	8,90
sabine gratt (oost.)	7,75	7,00	8,75	9,05
sylvia psenicka (oost.)	7,95	8,35	7,85	8,25
rita roaker (oost.)	8,00	7,85	8,60	7,85
cora hoogstrate (ned.)	8,30	8,70	8,35	8,30
joke klos (ned.)	9,20	9,20	9,15	9,10
linda toorop (ned.)	8,95	7,95	8,05	8,00
rennie wester (ned.)	8,90	9,00	8,00	9,35

10

- *Welk meisje heeft het paardspringen gewonnen? Wie was nummer 2 en wie de laatste?*
- *Hoeveel punten hebben de nederlandse meisjes met de evenwichtsbalk behaald? En hoeveel de oostenrijkse meisjes?*
- *Wat is de volgorde van de acht meisjes bij de brugoefening?*
- *Welk meisje heeft in TOTAAL de beste prestatie geleverd? Wie is nummer 2 en nummer 3?*
- *Welk land heeft deze wedstrijd gewonnen?*

We hebben al erg veel over sport en sportwedstrijden gesproken, maar nu gaan we zelf aan de slag.

DOBBELSTEEN GOOIEN

We gaan met z'n vieren of vijven een kompetitie spelen in *dobbelsteen gooien.*

Een boeiende, maar niet erg vermoeiende sport. Hier volgen de spelregels:

- Als speler A tegen speler B speelt, gooit ieder *éénmaal* met een dobbelsteen.
- Het aantal gegooide ogen geeft de uitslag.
  Bijvoorbeeld: A – B : 5 – 3
  C – B : 2 – 2.
- Een winnaar van een partij krijgt 2 punten. Een verliezer krijgt 0 punten. Bij gelijk spel ieder 1 punt.
- Iedere speler speelt twee wedstrijden tegen een andere speler: een uit- en een thuiswedstrijd.
- Wie thuis speelt, gooit het eerst.

11

- *Maak eerst een duidelijk wedstrijdrooster.*
- *Speel de wedstrijden (dobbelsteen aan de meester vragen). Noteer de uitslagen.*
- *Als alle wedstrijden gespeeld zijn, maak dan een kompetitie-eindstand, waaruit iemand die de wedstrijden niet bijgewoond heeft, kan lezen:*
  - *wie de winnaar is, wie de tweede, de derde, enz.;*
  - *hoeveel wedstrijden iedere speler gewonnen heeft, hoeveel verloren of gelijk gespeeld;*
  - *hoeveel dobbelstenen ieder in totaal heeft gegooid;*
  - *hoeveel punten iedere speler heeft behaald.*

KOMPETITIESTANDEN

Veel over sport kunnen we te weten komen door de krant te lezen. Vooral op maandag staan de kranten boordevol uitslagen, kompetitiestanden, verslagen en wat al niet meer.

Zo stond in de sportkrant van maandag 24 september 1973 het volgende bericht:

'Zege Argentinië

LA PAZ

Argentinië heeft in La Paz met 1-0 gewonnen van Bolivia. Het was een wedstrijd in de Zuidamerikaanse groep van het toernooi om het wereldkampioenschap.

De stand is nu:

Argentinië	3	2	1	0	5	6-1
Paraguay	2	1	1	0	3	3-2
Bolivia	3	0	0	3	1	1-7'

Over dit bericht en de tabel zijn allerlei moeilijke vragen te stellen. Probeer de antwoorden eens te vinden.

12

- *Speelde argentinië een uit- of een thuiswedstrijd tegen bolivia?*
- *Wat betekenen die getallen in deze kompetitietabel?*
- *Er zit een fout in de kompetitiestand! Probeer die fout te vinden én te herstellen.*

Uit zo'n kompetitiestand is veel te lezen: welke ploeg bovenaan staat, hoeveel punten elke ploeg heeft.
We kunnen er ook uit aflezen wat er allemaal *al gebeurd is.*

13

- *Hoe zag de kompetitiestand er uit vóór dat de wedstrijd bolivia-argentinië gespeeld werd?*
- *En een hele moeilijke vraag: wat zijn de uitslagen van alle tot nu toe gespeelde wedstrijden in deze kompetitie?*

Een kompetitiestand vertelt ons dus hoe de toestand *nu* is en — wanneer je diep nadenkt — ook wat er *eerder* gebeurd is.
Kunnen we met de kompetitiestand in de hand ook in de toekomst kijken?

14

- *Welke wedstrijden moet paraquay nog spelen?*
- *Wie kan deze kompetitie nog winnen en wie niet?*

De sportliefhebber kijkt naar zo'n kompetitiestand en als hij goed kijkt — en nadenkt — kan hij er veel uit te weten komen.
De sportjournalisten van de krant hebben een andere taak. Zij moeten de tabel zelf maken!

thuis \ uit	alkmaar	blauw-wit	dordrecht	eindhoven
alkmaar	■	4-0	0-0	2-0
blauw-wit	0-0	■	4-0	3-0
dordrecht		2-0	■	4-1
eindhoven	2-1		3-1	■

Hierboven een andere tabel. Hieruit kunnen we aflezen welke wedstrijden er al gespeeld zijn, wat de uitslagen daarvan waren en welke wedstrijden nog gespeeld moeten worden.

15

- *Wat is de uitslag van de wedstrijd DORDRECHT-EINDHOVEN? En van de wedstrijd EINDHOVEN-DORDRECHT?*
- *Hoeveel doelpunten hebben de Blauw-Witten in deze kompetitie geskoord?*
- *Maak vanuit deze tabel eens een kompetitiestand zoals boven opdracht (12) staat.*

Kompetitiestanden en tabellen hebben dikwijls met de voetbalsport te maken. Nu is voetballen een fijne sport, maar er zijn nog meer fijne sporten, zoals bijvoorbeeld *zeilen*.

ZEILEN

Een echte zeilwedstrijd duurt meestal een aantal dagen. Elke dag wordt er om het hardst gezeild.
Hieronder de 5 uitslagen van een zes dagen durende zeilwedstrijd. De zesde wedstrijd moet nog beginnen!

	1e dag	2e dag	3e dag	4e dag	5e dag	6e dag
nijdeken	1	2	2	4	3	
wiersma	3	1	3	2	6	
jansen	2	5	1	1	5	
kleijn horsman	6	6	4	6	4	
frenay	5	3	6	3	1	
abbes	4	4	5	5	2	

Zoals je ziet, heeft de beroemde zeiler nijdeken de eerste wedstrijd gewonnen en heeft daarvoor 1 punt gekregen. Zeiler jansen werd tweede en kreeg daarvoor 2 punten.
Na afloop van de zesde wedstrijd wordt de einduitslag vastgesteld.
Wie in *totaal* de *minste* punten heeft behaald, heeft gewonnen en krijgt de GOUDEN WIMPEL.

16

- *Welke zeilers hebben geen kans meer om de GOUDEN WIMPEL te winnen?*
- *Is het – vóór de zesde wedstrijd begint – al zeker wie in de einduitslag laatste wordt?*
- *Als nijdeken op de zesde zeildag als laatste eindigt, kan hij dan toch nog de GOUDEN WIMPEL winnen?*

SCHAATSEN
Ons land heeft veel goede schaatsers gehad. Ook een schaatswedstrijd duurt langer dan 1 dag.
Bij schaatsen worden vier afstanden gereden:

500 m en 5000 m op de eerste dag,
1500 m en 10.000 m op de tweede dag.

Van elke schaatser worden steeds de tijden vastgesteld:

	500 m	1500 m	5000 m	10.000 m
bolsje	42.3	2.05.7	7.32.1	15.25.7
verkorf	41.9	2.03.3	7.34.9	15.29.7
schonk	40.8	2.03.5	7.36.0	15.32.1
klaaszoon	43.1	2.06.8	7.30.5	15.19.6
vermeijen	41.0	2.03.3	7.35.1	15.30.0

Hierboven de tijden van vijf snelle, beroemde hardrijders op de schaats.

17

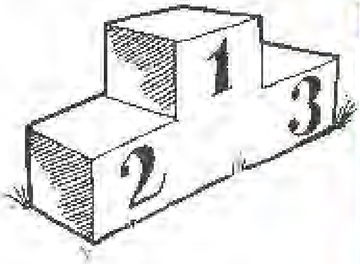
- ► *Wie is van dit vijftal nu de beste schaatser?*
- ► *En wie wordt in de einduitslag nummer 2, nummer 3, nummer 4, nummer 5?*
  Een moeilijk probleem!
  Probeer een eerlijke manier te bedenken om de einduitslag vast te stellen.

ATLETIEK
Van schaatsen naar *atletiek* is weer een hele stap. Maar ook in de atletiek hebben ze problemen om de einduitslag vast te stellen. Bijvoorbeeld bij de zwaarste sportwedstrijd die er bestaat: DE TIENKAMP.

In de *tienkamp* bestrijden de atleten elkaar op *tien* verschillende nummers:
- 100 m hardlopen
- 400 m hardlopen
- 1500 m hardlopen
- 110 m hordenlopen
- verspringen
- hoogspringen
- kogelstoten
- diskuswerpen
- speerwerpen
- polstok-hoogspringen.

Hieronder de resultaten van drie geweldige tienkamp-atleten:

	100 m	ver-sprin-gen	kogel-storen	hoog-sprin-gen	400 m	110 m hor-den	diskus-wer-pen	pols-stok	speer-wer-pen	1500 m
piet biceps	11,2	7,50	13,82	1,92	48,7	15,0	45,14	4,90	63,02	4,5
kees knoeperd	11,1	7,40	13,98	1,95	48,0	14,9	42,74	4,60	60,94	4,4
siem springer	11,5	7,21	15,36	1,92	48,8	14,6	47,64	4,30	81,14	4,4



18

▶ *Wie is de snelste hardloper van deze drie atleten?*

▶ *Kun je uitzoeken welke atleet de beste springer is?*

▶ *Welke atleet is de beste tienkamper, wie is nummer 2 en wie nummer 3?*

Zorg dat je straks aan de klas kunt uitleggen hoe je aan je antwoord bent gekomen.

OLYMPISCHE SPELEN

Een hoogtepunt in de sport zijn de *olympische spelen*. Om de vier jaar worden deze olympische spelen gehouden, steeds in een ander land.
Duizenden atleten strijden om gouden, zilveren en bronzen medaljes. Na afloop van de olympische spelen telt elk land hoeveel medaljes zijn atleten hebben behaald. Journalisten schrijven dat dan in de krant.
Bij sport en dus ook bij de olympische spelen gaat het niet zozeer om het winnen. Meedoen is eigenlijk het fijnste!
Toch willen wij die journalisten, die zo graag na afloop van de olympische spelen een ranglijst van landen willen maken, best een beetje helpen.
Daarom een gefantaseerd probleempje:

19

In het jaar 2008 zijn de olympische spelen in VELP.

Allerlei atleten uit vele landen behalen gouden, zilveren en bronzen medaljes.

Hier de lijst.

	goud	zilver	brons
amerika	17	32	25
friesland	19	20	28
rusland	18	25	27
ijsland	21	15	17
monaco	25	25	25

▶ *Welk land heeft in totaal de beste prestaties geleverd?*

▶ *In welke volgorde zet je de andere landen?*

TENSLOTTE

Een tweetal goede problemen *tot besluit* van onze wiskunde-aktiviteiten in de sport.
Kies *één van deze problemen* uit.
De eerste (20) gaat over het wereldkampioenschap voetballen.
Het tweede probleem (21) heeft te maken met een minstens zo fijne sport: volleyballen.

16 landen doen mee.
In twee weken worden de wedstrijden gespeeld.
Er zijn vier stadions. In elk stadion kunnen 75.000 toeschouwers.
Iedere plaats kost f 25,–. Voor de finale kost een plaats f 50,–.
Elke wedstrijd begint 's avonds om 8 uur. Een ploeg speelt nooit op twee achtereenvolgende avonden.

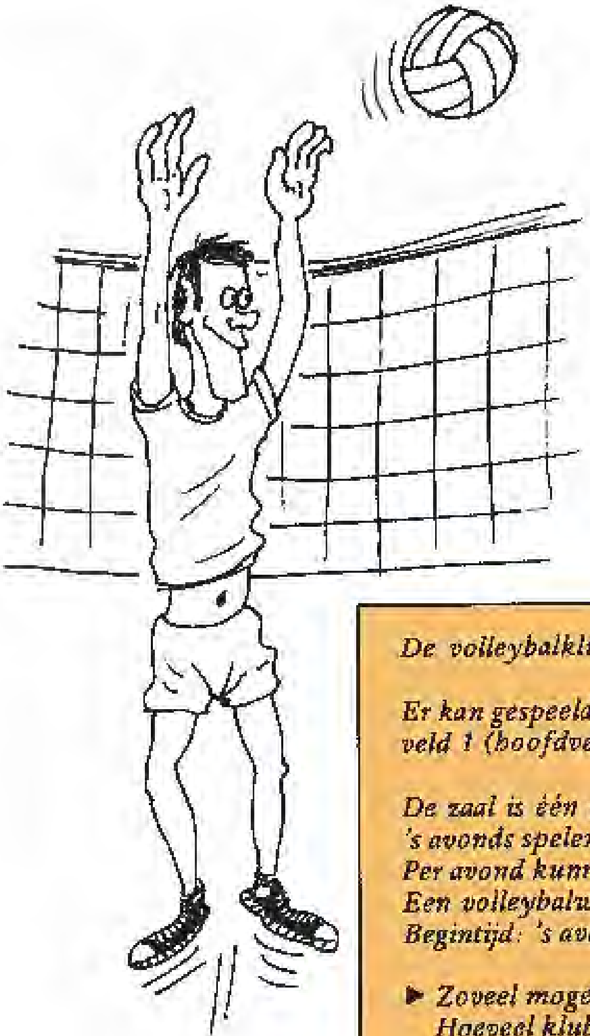
- *Maak een wedstrijdrooster met TIJDEN en PLAATS waar gespeeld wordt.*
  Verzin zelf maar namen voor de landen die meedoen en voor de vier stadions.

- *Denk erom: de penningmeester wil zoveel mogelijk geld verdienen.*
  Hoeveel geld kan de penningmeester binnen krijgen?

- *Als je het wedstrijdrooster gemaakt hebt, gaan we de wedstrijden spelen. Weer met de dobbelsteen.*

- *Maak aan het eind van de eerste week een perskommunikee waarin de stand(en) staan.*

- *En maak ook zo'n uitslagen- en standenlijst na afloop van de wereldkampioenschappen.*
  Schrijf het op groot papier (behang), zodat iedereen in de klas kan zien hoe de wereldkampioenschappen zijn verlopen.



21

De volleybalklub 'HANDJES HOOG' organiseert een volleybal-toernooi.

Er kan gespeeld worden in een grote sporthal met drie volleybalvelden: veld 1 (hoofdveld), 2 en 3.

De zaal is één week beschikbaar: van maandag tot en met zondag. Alleen 's avonds spelen.
Per avond kunnen twee wedstrijden op één veld worden gespeeld.
Een volleybalwedstrijd duurt altijd langer dan 1 uur en korter dan 2 uur.
Begintijd: 's avonds 8 uur.

- ▶ *Zoveel mogelijk klubs willen meedoen. Hoeveel klubs zal de voorzitter van 'HANDJES HOOG' uitnodigen?*

- ▶ *Maak op een groot stuk papier een wedstrijdrooster, zodat spelers èn publiek goed kunnen zien hoe laat en waar (welk veld!) gespeeld wordt.*

respons blok

INHOUD

MEDEWERKERS AAN DIT BLOK:
Jan van den Brink, br. Jan Brok, Ied van der Linden, br. Michel Nievergeld, Ton Voortman, deelnemers heroriënteringskursussen te hengelo en meppel, Anja van Woersem, P. Woestenenk, Daan Karman, Rob de Jong.

3.1 inleiding

Tijdens een diskussie die enige tijd geleden (december '73) door studenten en docenten aan een pedagogische akademie werd gevoerd, brachten met name de studenten naar voren:

- *we hebben waardering voor de open benaderingswijze van wiskobas, maar waarom toch zo anoniem?*
- *wie is nu precies edu wijdeveld, dik oort, leen streefland of noem maar op?*
- *kunnen jullie niet levensbeschrijvingen en allerlei persoonlijke ideeën van deze mensen opnemen?*

Alhoewel ieder redaktielid en iedere rubriekmedewerker boeiend genoeg is voor zo'n beschrijving – dat vinden ze tenminste zelf – hebben we toch het idee dat het niet juist is om op nevenstaande kursieve vragen in te gaan.

Wanneer auteurs naar voren worden gehaald, dan suggereer je immers dat *zij* het karwei, in hun eentje, moeten klaren. En deze suggestie is verkeerd.

Wiskobas steunt op 16 pilaren – de werkgroepen – die zijn samengesteld uit ongeveer 10 deskundigen (soms veel meer). Aangenomen kan worden dat iedere deskundige regelmatig wiskobas-kontakten onderhoudt met minstens 20 onderwijsmensen. Afgezien van de supporters, kan dus gerekend worden op een aktief grondvlak van ruim 3300 'wiskobassianen'. Dit grondvlak is belangrijk en vraagt aandacht. Zonder deze basis zou wiskobas nergens zijn.

Daarom **3.2** in dit respons blok. We vinden het zelf een oplossing van de gestelde vragen die in overeenstemming is met de werksfeer in en rond wiskobas. Maar misschien bekijken we 't verkeerd. We horen het dan graag.

Verder in dit blok een reaktie op een voorgaand variabel blok (jaargang 3, no. 1): opmerkingen bij 'Simboliseren', geschreven door de rekendidaktikus P. Woestenenk. (**3.3**)

Uit twente kregen we deze keer erg veel materiaal binnen. Om het kommentaar uit hengelo (en meppel) te kunnen waarderen zijn eigen praktijkervaringen met het Stadsplan nodig. (**3.4**) Voor lesverslagen uit almelo ontbreekt ons nu de ruimte, maar we houden ze in petto.

De slotbijdrage van dit blok is geschreven door iemand die niet direkt met het onderwijs te maken heeft, maar die als vormgever beroepshalve geïnteresseerd is in het bulletin. (**3.5**)

3.2 geen 'buukskes-vatters'

EEN GESPREK IN MIDDELBURG-ZUID

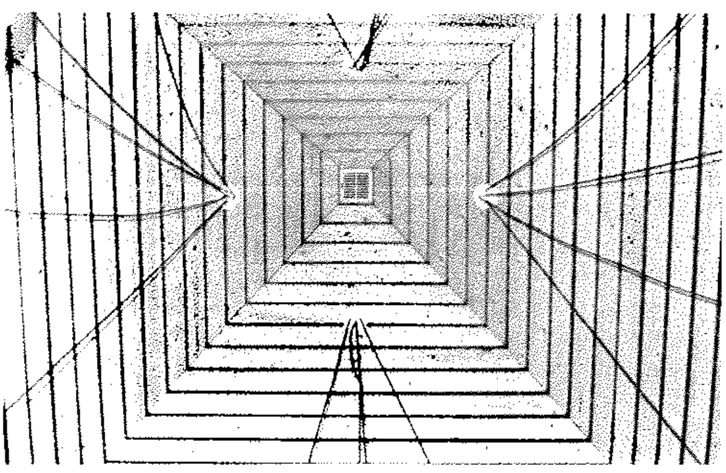
Vrijdagmiddag, 1 februari 1974, half vier.
Middelburg-zuid, aan de rand van de bebouwing. Dikke rookpluimen – het sloegebied – in de verte.
Zingende kinderen. Ajax schijnt de wereldkup opnieuw te gaan winnen.
Een splinternieuw schoolgebouw vult tezamen met de omringende en erbij behorende speelrekken, taluds, bielzen, balken omheiningen en betonnen banken op een fraaie wijze het dekor.
De redaktie van het bulletin is deze middag te gast bij kollega's van de R.K. basisschool 'Gaudeamus'.

Waarom?
In nogal wat periodieken wordt van iedere auteur een korte levensbeschrijving gegeven, soms aangevuld met een of meer of minder resente pasfoto. Dit wordt gedaan om de anonimiteit enigszins op te heffen en de lezer een idee te geven wie de 'boodschapper' is.
Alhoewel dit simpatiek aandoet en is, zijn we er in het bulletin nog niet toe overgegaan. Bij de artikelen staan wel auteursnamen, maar die namen slaan veelal uitsluitend op het feit dat zij de zaak hebben opgeschreven. Voor de voorafgaande aktiviteiten zijn dikwijls grote groepen onderwijzers en leerlingen verantwoordelijk. Denk hierbij aan deelnemers van wiskobas-kursussen, aan studenten van pedagogische akademies die met wiskobas-materiaal werken, aan docenten van deze akademies, aan leerlingen van basisscholen, aan ouders, inspekteurs, enz., enz.
Om van al deze medewerkers pasfoto's en levensbeschrijvingen op te nemen lijkt ons wat overdreven.
Wel zijn we van plan om in de komende responsblokken gesprekken weer te geven, die we gevoerd hebben of nog gaan voeren met enkele van deze medewerkers. Het gaat hierbij om *hún* ervaringen met en meningen over allerlei zaken, het onderwijs betreffend.
Daarom zijn we nu in middelburg-zuid.

Hoe is gekozen?
Het eerste probleem is om zorg te dragen voor een eerlijke keuze, zodanig dat iedere medewerker een zelfde kans heeft om de dupe van onze aktiviteiten te worden. We zijn daartoe als volgt te werk gegaan:
- één van de 16 wiskobaswerkgroepen is geprikt (middelburg),
- aan de kontaktpersoon van deze werkgroep (Chris Boekkooi) hebben we een lijstje met namen gevraagd van onderwijzers die de kursus volg(d)en,
- in dit lijstje is opnieuw geprikt,
- de punt van het potlood kwam terecht bij de naam van broeder Jan Brok, hoofd van de R.K. basisschool Gaudeamus.

Informatie vooraf
De naam 'Gaudeamus' – 'laten we ons verheugen' – is gekozen door de ouders, en past uitermate goed op de sfeer van de school. Alhoewel het gebouw nog geen week in gebruik is, het nog naar verf en cement ruikt en allerlei mensen rondlopen om schroeven vast te draaien, deuren te stellen, radiatoren te kontroleren, is het er gezellig, warm en vriendelijk.
Aan het kleurgebruik is te merken dat de architekt samen met de bewoners (ouders,

kinderen en onderwijzers) veel zorg aan het onderwijsleermilieu heeft besteed en dat dit gebeurde vanuit een duidelijke visie.
De ruimte om de school is met eenzelfde zorg ingedeeld en opgezet — het persentage van de bouwkosten dat gebruikt mag worden voor de verfraaiing van het bouwobjekt is geïnvesteerd in iets waar in de eerste plaats de kinderen van kunnen profiteren, namelijk de (hun) speelruimte.
Dat we zowel in en om het gebouw talloze aangrijpingspunten zagen voor prachtige stukken wiskunde-onderwijs, moet wellicht toegeschreven worden aan een beroepsdeformatie van uw redakteur.



'het puntdak'

Aan de school zijn vier leerkrachten verbonden, zodat met kombinaties gewerkt moet worden:

broeder Jan Brok	— klas 3/4
broeder Michel Nievergeld	— klas 5/6
mej. Ied van der Linden	— klas 2
mej. Shirley Musson	— klas 1.

De leerkrachten hebben regelmatig kontakt met het Regionaal Pedagogisch Centrum Zeeland, onder andere via kursussen (wiskobas, voortgezette leesvormen, aansluiting kleuter-basisonderwijs, enz.). Insidenteel vindt overleg plaats met het vervolgonderwijs, de katholieke scholengemeenschap in goes.
De beide mannelijke leerkrachten behoren tot de gemeenschap 'De Broeders van Maastricht', een onderwijskongregatie die in 1840 door een maastrichtse kapelaan is gesticht om de kinderen van de straat te halen en ze enig onderwijs te geven.
De leerlingen komen overwegend uit middelburg-zuid en zijn afkomstig van meerdere kleuterscholen, wat in verband met een toekomstige integratie moeilijkheden kan opleveren.

De kontakten met de ouders verlopen erg gemoedelijk. Tijdens het gesprek worden we regelmatig 'gestoord' door vaders en moeders, die even een babbeltje komen maken. Het onderwijzend team stelt dit zeer op prijs.

Het gesprek
Tijdens het gesprek zijn aanwezig: Jan Brok (JB), Michel Nievergeld (MN) en Ied van der Linden (IvdL).

Het onderwijs is in beweging

MN: Wij begonnen een paar jaar geleden met het Centrum Onderwijs Service en kregen begeleiding bij leesvormen, taakgerichter werken, enz.
Die begeleiding vond heel voorzichtig plaats, stukje voor stukje. Met het gevolg dat je op een gegeven moment je eigen onderwijs, of eigenlijk je hele houding ging veranderen. Je bemerkte dat het onderwijs met een handleiding in de hand niet meer bevredigde. Het heeft enorm veel invloed. Je hele lesgeven wordt bevrucht. Je gaat ook anders met de kinderen om.

Toch wordt je vaak door die diensten wat overdonderd. Je krijgt veel te veel tegelijk.

Waardering ontwikkelingen in positieve of negatieve zin

MN: Zeer gunstig! Als bij mij het nieuwe mislukt, heb ik zoveel kunstjes en foefjes, dat ik me nooit onbehaaglijk voel. Ik val onmiddellijk terug op mijn ervaringen als onderwijzer. Voor jongere mensen is dat misschien een probleem.

. . . .

Ik zou ook veel meer willen, maar het kan gewoon niet. Het moet binnen je bereik liggen. Als ik via een kursus massa's suggesties krijg aangeboden, ben ik ongeveer 10 jaar bezig om deze suggesties in praktijk te brengen. Het beste is om elk jaar maar 1 of 2 onderdelen goed uit te proberen.
De bandrekorder op school bijvoorbeeld was een dood ding. Die werd alleen maar gebruikt voor verjaardagen, sinterklaas, enz. Het Centrum Onderwijs Service heeft onder andere hierover een boek uitgegeven. Ik ben gaan uitproberen hoe ik die bandrekorder levendig en attraktief kan maken. Nu – na vele jaren – gaat dat erg goed.

Overleg met elkaar over de veranderingen in het onderwijs

JB: Dat ging tot voor kort heel erg moeilijk, omdat we allemaal in verschillende gebouwen zaten.

Kontakten met kollega's – schoolhoofden

JB: We hebben regelmatig en heel plezierige kontakten met het hoofd van de protestants-christelijke school hier in de buurt.

Bang voor een 'technisering' van het onderwijs, voor een onpersoonlijker-wordend onderwijs?

JB: Nee, maar met het oog hierop ben ik wel bang voor allerlei sistemen, waarin men uitsluitend met taken werkt. Het wordt zo een papieren onderwijs, zonder persoonlijke band. Dit is op onze school niet het geval.

MN: In de hogere klassen kunnen taken natuurlijk minder kwaad.

School als leerinstituut of als plekje waar kinderen het naar hun zin moeten hebben?

JB: Een kombinatie van beide. Het moet samen kunnen gaan. Voorop staat liefde voor het kind. Het kind moet graag naar school komen. We stellen de mens centraal. Enkele zwak-sociale kinderen hebben we daarom ook goed kunnen opvangen.

MN: In de hogere klassen ligt het toch weer iets anders. Het leren wordt belangrijker naarmate kinderen ouder worden.

Ervaringen met wiskunde-onderwijs

JB: U heeft gezien hoe de kinderen in het tweetallig stelsel kunnen werken. Ze spelen ermee! Verder: stadsplan, spijkerbord, verzamelingen. En erg belangrijk vind ik het ordenen.

Een paar ervaringen. Laatst moesten de kinderen de leden van een gezin ordenen. Achtereenvolgens werd geordend op leeftijd, naam (alfabetisch), maar ook kwamen ze op het idee om de gezinsleden te rangschikken naar het aantal letters van de voornaam. Ik had er zelf niet aan gedacht. Verder brachten ze naar voren dat je de ordening ook kunt omdraaien: van jong naar oud – van oud naar jong. En dat je kunt ordenen naar meerdere kriteria (leeftijd en aantal letters).

Regelmatig geef ik van dit soort oefeningen, bijvoorbeeld ook met de jaargetijden (waar begin je? , van koud naar warm, alfabetisch).

Spontaan zoeken ze nu zelf naar dingen, die ze kunnen ordenen.

MN: Bij het ordenen komen ook heel andere kinderen naar voren dan bij de andere lessen.

Verder valt me steeds weer op dat kinderen veel sneller kunnen alfabetiseren en woorden opzoeken dan vele volwassenen. Soms meer dan 20 woorden in 20 minuten.

IvdL: Kinderen tellen veel 'met het oog' en minder 'met het oor'. Ze zijn visueel. Op veel scholen wordt dat veronachtzaamd.

JB: Dat jij daar veel tijd aan besteedt, merken we in de hogere klassen. Allerlei opgaven lopen makkelijker.

IvdL: In het eerste half jaar worden voor het tellen konkrete hoeveelheden gebruikt, geen cijfers.

Met rekenpuzzels zijn de langzaamsten van de klas vaak het eerste klaar.

We gebruiken de metode 'Boeiend rekenen'. Dat is nogal eens moeilijk, vooral als je kinderen van andere scholen krijgt. Goede ervaringen hebben we met het 'Rekenactiveringsprogramma' van Ger Jansen.[1]) Ieder kind kan hierbij meedoen. Zelf vinden ze er van alles bij!

Ook het stadsplan werkt goed. Dit is echt ontdekkend leren voor de kinderen.

. . . .

In het algemeen doe ik 's morgens de tafels en andere sommetjes; 's middags komen dan de gezellige dingen die ik noemde aan bod.

MN: Een voorbeeld! Kijk op kans! De kinderen hadden veel belangstelling. De kinderen reageerden op deze lessen met: 'dat is pas rekenen'. Het heeft me gestimuleerd. Wel kostte het veel tijd aan voorbereiding, maar dat moet je er voor over hebben.

Mijn rekenlessen gingen de laatste jaren stroef. Met 'Kijk op kans' ging het daarentegen veel leuker. Het is belangrijk om af te wisselen. Je kunt echter niet een heel jaar alleen maar leuke dingen doen.

. . . .

Het moet om ontdekkend leren gaan. Maar ze moeten ook 800—83 kunnen uitrekenen. Door ontdekken kom je tot inzicht. Duurt dit echter te lang, dan moet je 't meedelen. Dat kan schadelijk zijn en het inzicht blokkeren. Techniekjes leren zonder inzicht heeft weinig zin. Een kind kan bijvoorbeeld goed optellen (techniekje: onder elkaar zetten), maar uit het hoofd lukt het niet.

Relatie met andere vakken

JB: Met geschiedenis, aardrijkskunde en taal bijvoorbeeld. Grafieken bevolkingsgroei. Je stelt de vraag: hoe zou het over 10 jaar zijn? De leerlingen willen dan de kurve doorzetten, zonder veel nadenken. Je dwingt ze tot een nauwkeurig rekenschap geven van wat ze doen. Bij taal is het heel duidelijk: neem het laatste getal van het derde rijtje.

Ook op de televisie worden ze dagelijks gekonfronteerd met wiskundige begrippen als gemiddelde, prosent, e.d.

MN: Vooral de taal vind ik erg belangrijk. Ze moeten bij die moderne wiskunde heel precies formuleren.

---

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, pag. 639.

van links naar rechts: michel nivergeld, jan brok, ied van der linden

Wiskobas

MN: Je krijgt door zo'n kursus een bepaalde houding. Je moet het wel met z'n allen doen (met de hele school), anders heeft het geen effekt.

JB: Niet te snel een moderne metode aanschaffen. Op de nederlandse onderwijstentoonstelling zie je zoveel boekjes. Laten we maar mikken op 1980!

. . . .

De uitgangspunten van wiskobas zijn idealistisch, maar wel goed.

MN: Zonder idealisme gaat het niet. Ook in je dagelijks werk niet. Met idealisme hoef je nooit terug te vallen tot een 'buukskesvatter'.
In het onderwijs moet je jezelf opleiden, terwijl je bezig bent.

. . . .

De opzet van het nieuwe leerplan moet summier zijn. Wel moet er veel gebruik gemaakt worden van audio-visuele middelen. Misschien wordt het dan wel duur. De staat moet het gewoon voorschrijven. Het wordt dan, als alle scholen het gebruiken, veel goedkoper.
Er moet wel een metode komen en júllie moeten de onderwijswereld via injekties rijp maken voor dat wat gaat gebeuren.

JB: Uit het Wiskobas-Bulletin lees ik alleen dat wat ik voor mijn klas kan gebruiken. Het moet zich niet alleen richten op de direkte hulpverlening. In de eerste plaats gaat het om een beïnvloeding van de mentaliteit.

De kop boven dit gesprek ontleenden we aan een uitspraak van broeder Michel Nievergeld. Een 'buukskesvatter' (boekjespakker) is iemand die misschien wel voldoet aan een bepaalde onderwijsadat, maar meer ook niet. De gespreksdeelnemers behoren niet tot deze kategorie, zoals u begrepen zult hebben.
Het was bizonder prettig en leerzaam om met deze 'schoolgekken' – zoals ze zichzelf typeren – van gedachten te wisselen.

In het volgende responsblok hopen we een gesprek met enkele studenten van een pedagogische akademie weer te geven.

3.3 simboliseren

De heer P. Woestenenk is lid van de wiskobaswerkgroep arnhem en sinds jaar en dag rekendidaktikus van naam. Hoevelen van ons hebben indertijd op de 'oude kweek' niet de eerste beginselen van de rekendidaktiek met 'woestenenk' geleerd?
Dat hij nieuwe ontwikkelingen met interesse en kennis van zaken volgt, blijkt uit nevenstaande reaktie.

P. WOESTENENK

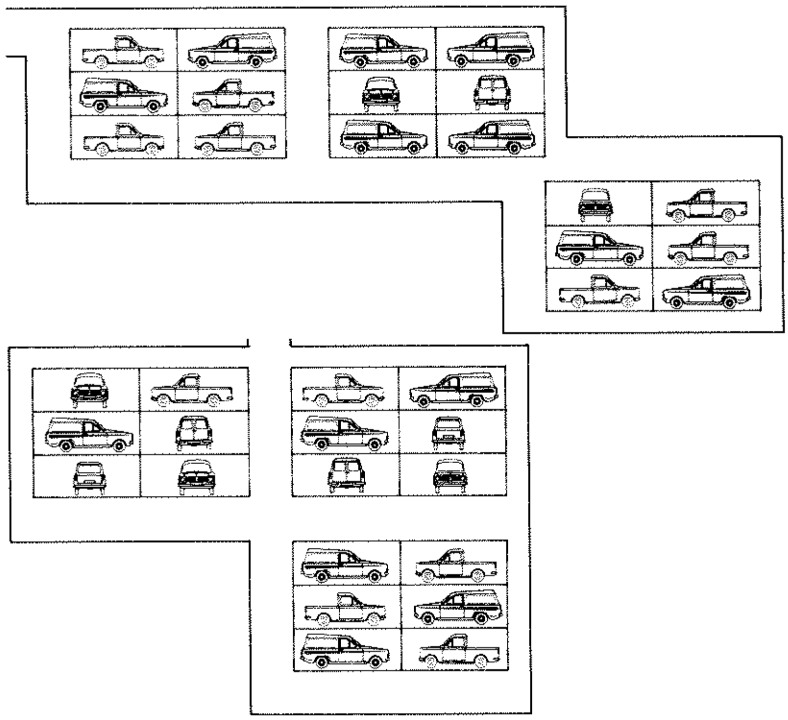
Naar ik mij meen te herinneren, heeft de redaktie nooit de bedoeling gehad van het blad een diskussiecentrum te maken. Met enige schroom zet ik dan ook het volgende op papier. Het zijn gedachten die bij me opkwamen al lezende in jaargang 3, nummer 1 (november 1973), en wel in het bizonder bij de bladzijden 48-50.

Pagina 48
De tekenopdracht 'maak de helft zwart', is voor allerlei uitleg vatbaar. Dat kan geen kwaad. Hoe waardevol zo'n vage opdracht is, blijkt echter pas uit de diskussie over de gevonden oplossingen. Die diskussie is er waarschijnlijk wel geweest, maar krijgt in de beschrijving nauwelijks aandacht. Dat is jammer.

Pagina 49
Opdracht. Ronalds oplossing was te verwachten. Maar ook hier: en welke diskussie volgde daarover?

De meeste kinderen komen tellende uit het probleem. Welke waarde zou zo'n oefening nu kunnen hebben?
Waarschijnlijk:
- het tellen zinvol maken, zodat het niet alleen 'opdreunen van een rij' betekent (met andere woorden: het werkwoord 'tellen' is niet alleen intransitief, maar ook transitief)
- een taal-aspekt: doe ik nu wel wat er gevraagd wordt?

Pagina 50
Hier spelen twee probleemgebieden door elkaar heen: gelijke oppervlakken — gelijke aantallen.
Het woord 'terrein' zal primair oppervlak-suggesties wekken, maar 'hoeveel auto's?' suggereert 'aantal', en dat betekent voor deze kinderen waarschijnlijk: tellen!
Het woord 'parkeerterrein' blijkt bovendien dubbelzinnig te zijn. Als een kind zegt 'overal zes', heeft het kennelijk elke groep als een terrein beschouwd. (in het voorbijgaan: waarom die onwaarschijnlijke parkeerstijl van sommige auto's?)
De kinderen die het bovenste terrein (waarom praat die agent van 'links' en 'rechts'?) de meeste auto's toekennen, hebben niet geteld. Waar hebben ze wèl naar gekeken? Vrijwel zeker: naar het oppervlak. Het meer kompakte (onderste) terrein lijkt kleiner.
'Voor iedere auto een rondje leggen', stuurt rechtstreeks aan op de 1-1-relatie. Dat de figuur die zodoende ontstaat, een duidelijk oppervlak-aspekt heeft, is de lesgevers misschien ontgaan. In de rondjesfiguren zijn de verschillen van de autofiguurtjes onderling weggeval-



len en dan is de verschuiving vrij gemakkelijk te vinden. Maar de konklusie 'op beide terreinen evenveel auto's' zegt zeker niet dat dit nu werkelijk heeft aangesproken. Hoeveel suggestie er van de kant der lesgevers bij was, is niet na te gaan. Waarschijnlijk zou de konklusie 'beide terreinen even groot', er net zo grif zijn ingegaan. Terecht overigens. Maar dat is nu juist de verwarring der beide aspekten. Dit niet te zien, acht ik een didaktische onvolkomenheid. Men heeft waarschijnlijk heel iets anders bereikt dan men meent.

De parallelklas.
De fiches op één werkblad laten leggen – dat geeft het oppervlak-aspekt een kans. Maar als het andere blad *niet* gelegd wordt, dringt de vergelijking zich niet op en weten de kinderen met dat oppervlak-aspekt geen raad (behalve mogelijk dat ene meisje). Daarom gaan ze tellen. Te verwachten, als je praat over 'hoeveel'.
Merkwaardig is dat de kinderen de fiches *tellende* naar het tweede blad verplaatsen. Had men gevraagd: 'zijn er net zoveel fiches als auto's op het eerste blad?', dan was de kans groot, dat ze èn de fiches èn de auto's ook weer zouden gaan tellen. Het verband tussen de 1-1-relatie en 'evenveel' ontbreekt waarschijnlijk ten enenmale.

De eerste opmerking aan het slot verklaart veel: mooie-figuren-maken vestigt de aandacht op de totaliteit, en daardoor meer op het oppervlak- dan op het aantalaspekt.
Met simboliseren heeft dit alles mijns inziens weinig van doen.

* * *

KOMMENTAAR

Het is prettig om kritische kanttekeningen op gepubliseerde artikelen te ontvangen. Het schept de noodzaak nog eens over bepaalde zaken na te denken.
Allereerst twee punten van ondergeschikt belang.

- De heer Woestenenk schrijft: 'Die diskussie is er waarschijnlijk wel geweest, maar krijgt nauwelijks aandacht. Dat is erg jammer'.
  Hiermee zijn we het roerend eens. Misschien moeten we in de toekomst wat meer aandacht aan dit aspekt besteden.
- Een andere opmerking: 'In het voorbijgaan: waarom die onwaarschijnlijke parkeerstijl van sommige auto's?' en 'waarom praat die agent van 'links' en 'rechts'?'
  We moeten hierbij aantekenen dat het oorspronkelijke werkblad, waarop de tekst betrekking heeft, anders getekend was. Vandaar de afwijkende tekst.

De kern van het betoog van de heer Woestenenk centreert zich om het onderscheid tussen 'gelijke oppervlakken' en 'gelijke aantallen'.
Terecht wijst hij erop, dat de vraag 'hoeveel auto's?' voor kinderen het startsein zal zijn om te gaan tellen. Maar kinderen in het begin van de eerste klas kunnen eenvoudig nog niet tot 18 tellen – enkelen uitgezonderd. Ze moeten dus – en dat is het doel van het werkblad – omzien naar andere middelen om te vergelijken: groepjes maken, één-één-verbindingen leggen, 'gewoon kijken', e.d.
Op dit 'gewoon kijken' met name hebben we het gemunt.

W. schrijft: 'Dat de figuur, die zodoende ontstaat, een duidelijk oppervlak-aspekt heeft, is de lesgevers misschien ontgaan.'
Het is ons juist om dat meetkundig oppervlak-aspekt te doen! We noemen het niet *oppervlak-aspekt*, maar de *konfiguratie* (de gestruktureerde vorm) van de kollektie auto's op een parkeerterrein. Dit om redenen, die hieronder hopelijk duidelijk zullen worden.
De konfiguratie op zich leidt de kinderen, blijkens het artikel, niet tot de oplossing – ze is te star.
Je kunt niet een gedeelte van een parkeerterrein in gedachte verschuiven, tenzij – en nu komt het! – tenzij de konfiguratie met behulp van fiches wordt gesimboliseerd.
Fiches kun je wél verschuiven.
En binnen dit model van fiches ontdekken de kinderen direkt dat er evenveel auto's op elk parkeerterrein staan.

Vrijwel alle kinderen vinden dat op het bovenste terrein de meeste auto's staan. Slechts één leerling vindt op het onderste terrein de meeste.
'We gaan eens kijken. Voor iedere auto leg je een *rondje op je tafel*. Maak nu het onderste parkeerterrein na op je tafel.'

```
OO OO
OO OO
OO OO
   OO
   OO
   OO
```

Het bovenste parkeerterrein wordt door sommige kinderen direkt gevonden door *een gedeelte* van het eerste terrein *te verschuiven*!

```
OO OO
OO OO
OO OO
   OO┐
   OO├ ———→
   OO┘
```

Daarna wordt opgemerkt dat op beide terreinen evenveel auto's staan.

W.: 'Het simboliseren heeft met dit alles mijns inziens weinig van doen.'
Dit is korrekt, indien men vasthoudt aan het oppervlak-aspekt. Maar dan komen de kinderen tot foutieve oplossingen. Immers: vrijwel alle leerlingen vinden dat op het bovenste parkeerterrein de meeste auto's staan.
De didaktische manoeuvre hierna is echter dat we, door de auto's door fiches te simboliseren, de aandacht van de kinderen op de *konfiguratie* richten en juist *niet* op het oppervlak-aspekt.
En dit brengt de oplossing direkt aan het licht.

Jan van den Brink

3.4 kommen taar op het stadsplan

Zowel van de kursus uit meppel[1]) als uit bengelo[2]) ontvingen we veel door de deelnemers samengesteld stadsplanmateriaal. In enkele gevallen – Enschedese Schoolvereniging (enschede), De Zwermkorf (zuidwolde), Dr. M.L. Kingschool (denekamp), Aloysiusschool (weerselo) – betreft het zelfs uitgewerkte en geraffineerd opgebouwde lessenseries. Dit materiaal wordt momenteel grondig geanaliseerd en zal ongetwijfeld toekomstige revisies van het betreffende blok beïnvloeden. In het bulletin beperken we ons nu tot een weergave van de kommentaren der leerkrachten.

Enschedede Schoolvereniging

'• Het kort introduseren van enkele begrippen aan het begin van een lessenserie is zinvol.
- Het samenwerkingsverband in groepen leent zich goed om deze leerstof te lijf te gaan.
- De leerlingen komen bij deze onderwerpen al snel tot een taakaanvaarding.
- Je merkt bij deze zaken heel goed hoe moeilijk het voor een kind is om snel te abstraheren.
- In het kader van dit onderwerp kun je heel goed een aantal andere rekenkundige onderwerpen herhalen.
- Het is heel belangrijk dat je de leerlingen zoveel mogelijk zelf laat ontdekken.
- In verband met het vorige punt is het van belang dat de opdrachten niet klakkeloos worden samengesteld. Er moet een duidelijke lijn in zitten, zodat de leerlingen hun ontdekkingen ook kunnen toepassen.
- In het BAS-boekje zijn voldoende goede ideeën verzameld.'

Aloysiusschool

'* *Opgedane ervaringen*

In de eerste klas was men aanvankelijk bang dat de leerlingen de opdrachten niet zouden kunnen uitvoeren. Toen men echter begon viel dat erg mee. Dit kwam vooral omdat de leerlingen praktisch bezig konden zijn, namelijk met lopen, plakken, kleuren en tekenen.

In een kombinatieklas bleek zelfs dat de eerstejaars-leerlingen zich gemakkelijker in de stof verplaatsten dan de al wat oudere leerlingen.
Ook in de andere leerjaren gaf het stadsplan weinig moeilijkheden.
In het begin was er een neiging om de straten en lanen te verwisselen. Dit verdween echter al spoedig toen er met kleuren gewerkt werd en de benaming 'straat' en 'laan' verviel. Men kon zo snel en entoesiast werken.

Doordat er gewerkt moest worden, al of niet overleggend, steeds opnieuw problemen stellend (bijvoorbeeld notatie van roosterpunten) moesten de leerlingen aktief en inventief zijn en nauwkeurig formuleren.

* *Kritiek*

Niet allen zagen het nut dat het stadsplan kan hebben voor het verlevendigen van het gewone rekenonderwijs.
In het eerste leerjaar bleek dat de leerlingen – wilde men met het stadsplan gaan werken – de getallen sneller dan gewoonlijk moesten gaan gebruiken.
Tijdrovend vonden we het wel.

De moeilijkheid was steeds: wat doe ik? waarom doe ik dit? hoe moet het? waarom zo? komt het goed over? Een goede handleiding werd gemist.
Afgezien van deze opmerkingen werkten we entoesiast en waren we tevreden over de behaalde resultaten met de nieuwe aanpak.'

Dr. M.L. Kingschool

'Van te voren vond een teambespreking plaats: wat doe ik? waarom? hoe?
Belangrijkste punten:

– aansluiting bij het rekenwerk van dit moment
– kind zelf laten komen tot ontdekking van verbanden met 't 'gewone' rekenen
– nieuwe begrippen vinden of aanbieden in of vanuit de bekende wereld rondom
– bespreking in de groep van 'wel'- of 'niet' normaal.

Algemeen oordeel van het team:

– bizonder leuk lesmateriaal
– 'stof' is heel goed in te passen in 'normale' rekenprogramma
– kinderen vonden dit nieuwe erg leuk; meer spelelementen dan in rekenen.'

Kursisten meppel

'*Klas 1*

Het stadsplan is zeker wel bruikbaar in de eerste klas. De leerlingen leren er goed de cijfers mee. De koördinaten kunnen ze na enig oefenen wel vinden en opschrijven. Mondeling gaat het nog beter dan schriftelijk. De zwakkere leerlingen komen hier vlug in moeilijkheden. Het berekenen van afstanden tussen twee punten is ook te doen en we zien ook wel mogelijkheden om er sommetjes mee te maken.
De leerlingen zijn erg entoesiast. Ook de zwakkeren kunnen er wat van maken. De leerkrachten delen dit entoesiasme.

[1]) Kursusdocenten Jan Groothuis (wiskundige) en Gerrit Kolthof (pedagoog).

[2]) Kursusdocenten Jan Bakker (wiskundige) en Dick Stevens (pedagoog).

Klas 2
Onze 'kritiek' is, dat de overige vakken kwa tijd in gevaar komen. Vooral omdat wiskobas (nog?) *naast* het huidige rekenplan staat. Maar deze kritiek kan wel verband houden met onze onervarenheid op dit gebied. Het lijkt ons dus wel nuttig om toch regelmatig wiskobaslessen te geven, temeer daar de kinderen het als een spel ervaren en het dus erg leuk vinden. Het is natuurlijk wel duidelijk dat we dan enkele rekenproblemen in deze wiskobaslessen verwerken.

Klas 3/4
Voordelen: Schone lei, ieder begint opnieuw, praktisch ieder kind kan er mee werken,
zeer aanschouwelijk,
aansluiting bij andere vakken (bijvoorbeeld verkeer, aardrijkskunde, geschiedenis, handenarbeid, tijdbalk).

Nadelen: je doet wiskobas naast het traditionele rekenen (is dit overigens rekenen?) – faktor tijd,
je moet in klas 1 beginnen – nog niet funktioneel,
je moet aansluiten bij het voortgezet onderwijs.

Klas 5/6
Over het algemeen aantrekkelijke leerstof. De kinderen werkten er graag mee. De stof uit het BAS-boek (tot en met bladzij 46) is aan de orde geweest en bleek niet te moeilijk, integendeel: het sprak enorm aan. Eén school noemde de x-as 'evenaar' en de y-as 'nulmeridiaan' en legde zo verband met de aardrijkskunde in verband met plaatsbepaling. De resultaten waren goed. Ook met negatieve getallen bleek goed te werken. (relatie met termometer en jaartelling)
De kinderen vergeten wel gauw de notatie-afspraken, bijvoorbeeld: $\binom{2}{4}$ en (2,4). Wellicht omdat met deze stof nog niet integraal door de hele opleiding is gewerkt.'

3.5 vanuit kunst kijken naar wiskunst

KIJKEN EN ZIEN, EEN OPTISCHE ILLUSIE

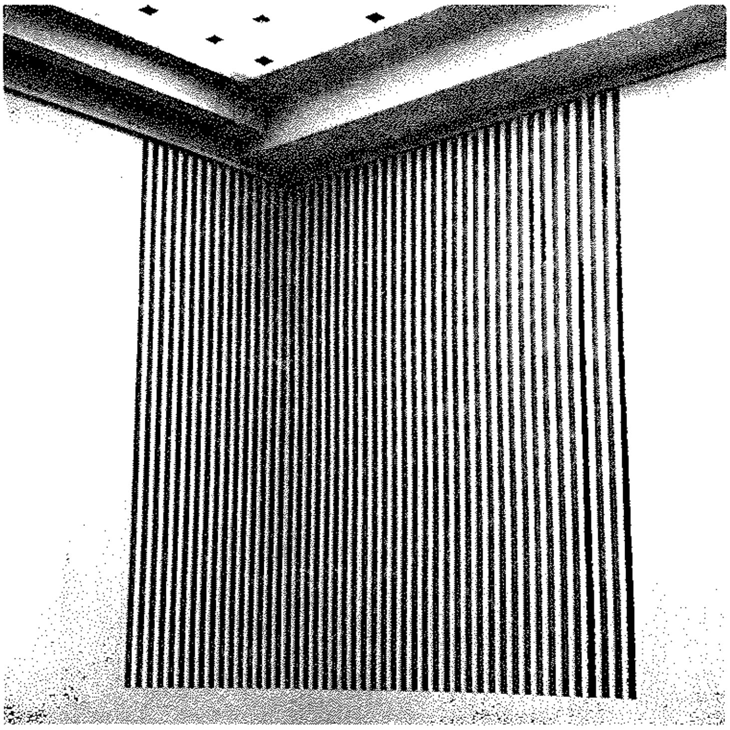
Ton Voortman is – zoals uit een deze reaktie begeleidend schrijven blijkt – zeer geboeid door de rubriek WISKUNST van Prof. van der Blij. Hij reageert op deze rubriek niet als wiskundige maar als kunstenaar – beeldhouwer en grafisch ontwerper – en kijkt derhalve vanuit de kunst naar de wiskunde. Zijn bijdrage is, dachten we, de lees- en kijkmoeite meer dan waard.

TON VOORTMAN

Al enkele jaren ben ik bezig met wiskunde en toch weet ik de stelling van Pythagoras niet meer.
De reden daarvan is dat mijn wiskunde zich tot de wiskundige figuren en hun toepassingen beperkt.
Mijn benadering van de wiskunde in de kunst gaat minder ver als in de voortreffelijke rubriek *wiskunst*, maar dat is het eenvoudige gevolg dat in wiskunst wordt uitgegaan van 'welke wiskundigheden vinden we in de kunst?' terwijl ik uitga van 'welke kunstigheden vind ik in de wiskunde?'
Waar een kubus voor de wiskundige een regelmatig zesvlak is waarvan de inhoud a^3 is als de ribbe a is, is hij voor mij een vorm die door zijn regelmatige spanningsvelden uitermate geschikt is als basis voor een objekt. Gaat men namelijk bij een regelmatige figuur een onregelmatig stuk afkappen, vervolgens enkele centimeters verschuiven, dan blijft hij toch regelmatig. Wiskundig gezien is dit onzin maar gevoelsmatig geeft hij wel terdege een regelmatige indruk.
Over deze 'indrukken' wil ik een paar opmerkingen maken.

Uit ervaringen en met behulp van vaste regels hebben we vaste kijkgewoonten opgebouwd. Zodra zich problemen of situaties voordoen die daar inbreuk op maken, spreken we van optische vertekening. Wanneer we deze gebreken van ons kijken gaan uitbuiten en situaties kreëren die als basis een optische vertekening hebben, dan spreken we van een optische illusie.

environments
De hedendaagse kunst werkt vrij veel met deze stelregel, in de vorm van *environments*. Deze spelen zich voornamelijk in afgesloten ruimten af, waar situaties gekreëerd worden die ons volkomen vreemd zijn en waarin niets bekends is terug te vinden.
Bijvoorbeeld een ruimte van 3 X 3 X 3 meter. Op de wanden zijn vertikale lijnen geschilderd, en op de vloer en het plafond bevinden zich spiegels. Wanneer men de ruimte betreedt wordt de toegang afgesloten. Deze is van binnenuit niet meer te herkennen. Men bevindt zich nu als het ware in een liftkoker, want het oneindig weerspiegelen van het plafond en de vloer wordt in hoge mate versterkt door de vertikale lijnen op de wanden. De mensen die zich in de ruimte bevinden hebben duidelijke aanpassingsmoeilijkheden. Pas na enkele minuten durven ze zich vrijelijk door de ruimte te bewegen.
Een ander voorbeeld. Een normaal vertrek met lampen, gordijnen etc., maar opgesteld onder een hoek van 20°. Wanneer men nu het vertrek betreedt en er in rondwandelt, loopt men konstant scheef. Zou men rechtop gaan lopen dan zou men onherroepelijk omvallen.



Daniel Buren, Photo souvenir de la présentation de papiers rayés verticalement blanc et bleu à Düsseldorf, 1969

op-art
Een kunstvorm die onder andere voor deze environments een weg heeft gebaand is de *op-art*.
De term op art (afgeleid van optische kunst) werd voor het eerst gepubliseerd in Time van 23 oktober 1964. In 1965 werd in new york de eerste overzichtstentoonstelling van op art georganiseerd, onder de titel *the responsive eye*. Het ging bij de daar geeksposeerde werken op de eerste plaats om het optische bedrog (het suggereren van ruimte en beweging). Sindsdien beschouwt men optisch bedrog meestal als kriterium voor op art.
Het hanteren van zo'n begrip geeft echter wel gemakkelijk aanleiding tot verwarringen. Het verdient derhalve aanbeveling om er niet het kleurperspektief of vals perspektief (M.C. Escher) onder te rekenen, maar op art uitsluitend te zien als een kunstvorm die een illusie van beweging of vormverandering geeft. Men maakt hierbij gebruik — al dan niet bewust — van wetenschappelijke kennis omtrent de werking van het oog en de gezichtszenuw. In de definitie van op art staat dan ook het oog centraal.

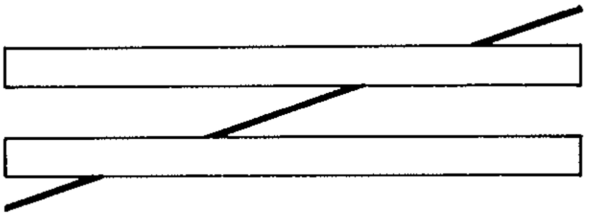
J.R. Soto, Modulation of Blue, 1965

De meest voorkomende metoden om beweging of vormverandering te suggereren zijn:

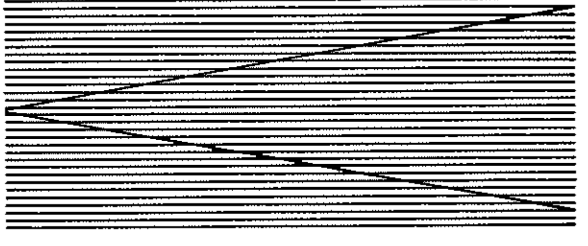
* Een zodanige samenstelling van lijnen of eenvoudige geometrische vormen dat het beeldvlak schijnt te golven (hierop gaan we nader in bij de bespreking van het verschijnsel van poggendorf). Dit kan bij de toeschouwer een gevoel van duizeling opwekken.
* Het gebruik van moiré, dat wil zeggen: het zodanig groeperen van lijnen of geometrische figuren, dat als het ware een vibrerend patroon ontstaat.
  Meestal zijn deze werken zo gekonstrueerd dat de schijnbare vibratie in een werkelijke beweging wordt omgezet, doordat de basispatronen ten opzichte van elkaar bewegen (bijvoorbeeld bij het zich verplaatsen van de toeschouwer). Er ontstaat dan een situatie waarbij het oog de veranderingen van het beeld niet bij kan houden. Deze vorm begint al redelijk naar kinetische kunst over te hellen.
* Het zodanig naast elkaar plaatsen van kleurvlakken, dat voor het oog een schijnbare vibratie ontstaat en de kleuren van toonwaarde schijnen te veranderen. De beste resultaten ontstaan bij geometrische figuren en bij verschillende kleuren met een gelijke intensiteit.

Enkele namen van kunstenaars die nauw verbonden zijn met de op art: Albers, Soto, Vasarely, Appollonio, Riley, Steele, Cruz-Diez, Yvaral, Groupe de Recherche d'Art Visuel.

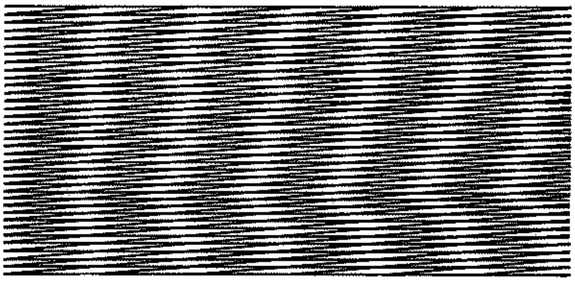
enkele basisvormen van optische misleidingen
Het verschijnsel van poggendorf ligt ten grondslag aan de volgende figuren, maar ook aan vele andere technieken die in de op art een belangrijke plaats innemen.



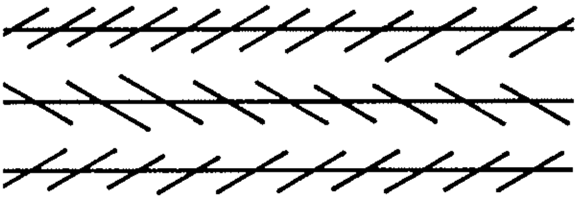
De door evenwijdige stroken onderbroken lijn maakt een gebroken indruk en elk brokstuk van de lijn schijnt iets verder naar rechts aan te vangen, dan het voorafgaande stuk eindigde.
Verklaring: indien wij van linksonder de streep naar boven volgen, moeten wij de evenwijdige stroken oversteken; deze leiden onze blik naar de eenmaal ingeslagen richting, in dit geval dus naar rechts, en ons oog schuift derhalve met ieder volgend stuk ook iets naar rechts.
De volgende figuur geeft ons een iets uitgebreider beeld van de poggendorfstelling:



De schijn dat golflijnen zijn afgebeeld wordt gewekt doordat de schuin getrokken lijnen gesneden worden door een reeks parallel lopende dwarslijnen. Wordt dit sisteem nog verder uitgebreid dan ontstaat het moiré, dat behalve in de op art ook in de grafische technieken een belangrijke rol speelt (rasters en vierkleuren litho's).

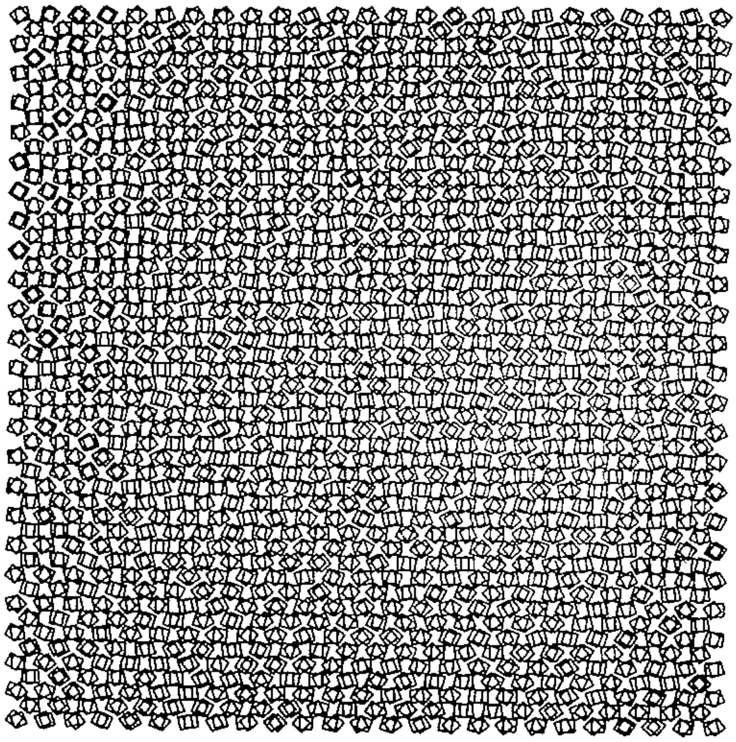


Weer een optische misleiding, maar nu op een andere manier toegepast. Lopen deze lijnen parallel?

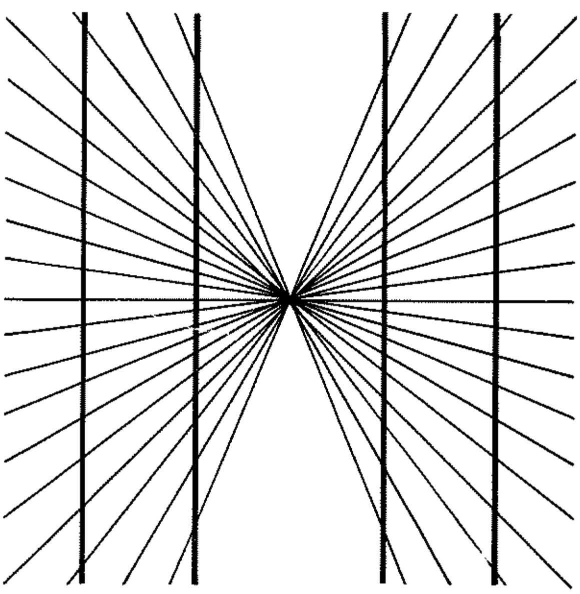


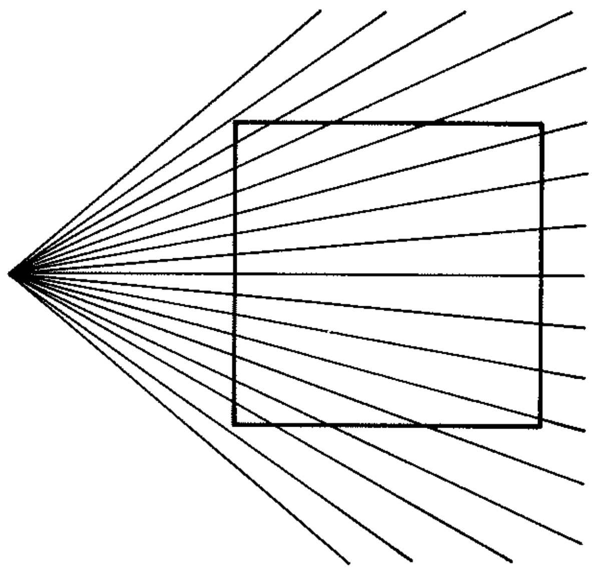
Meet u maar na! We hebben ons wederom laten misleiden.

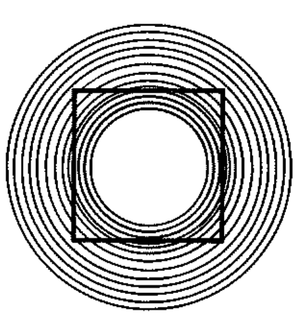
Hieronder ziet u nog verdere basismotieven die nader uitgewerkt kunnen worden, wat ook gedaan is in de op art:

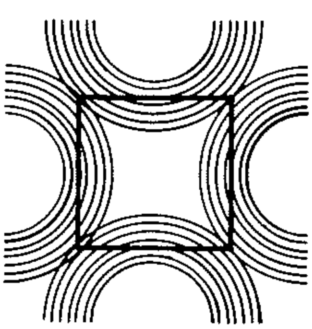


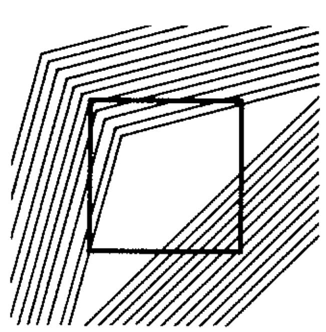
Gerhard van Graevenitz, Serigraph, 1964

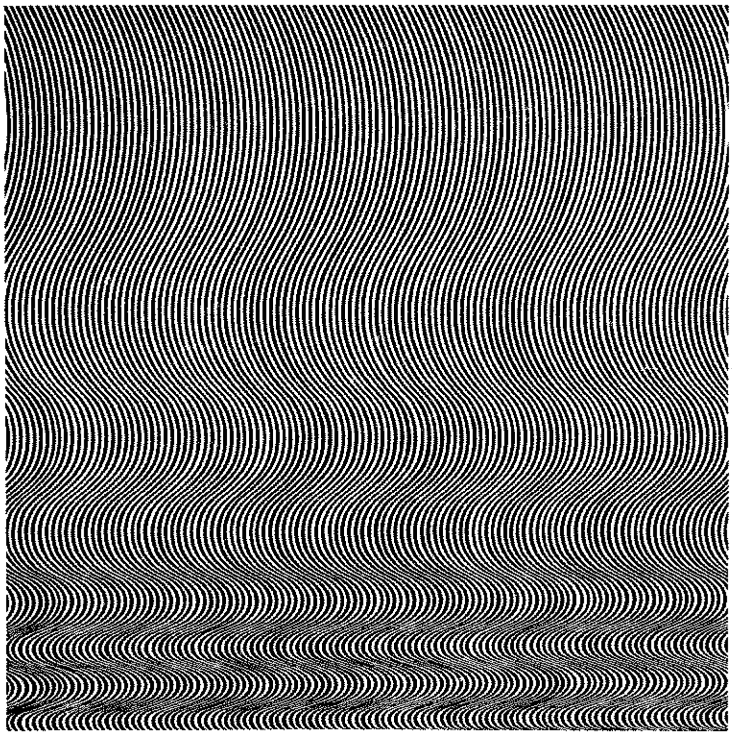








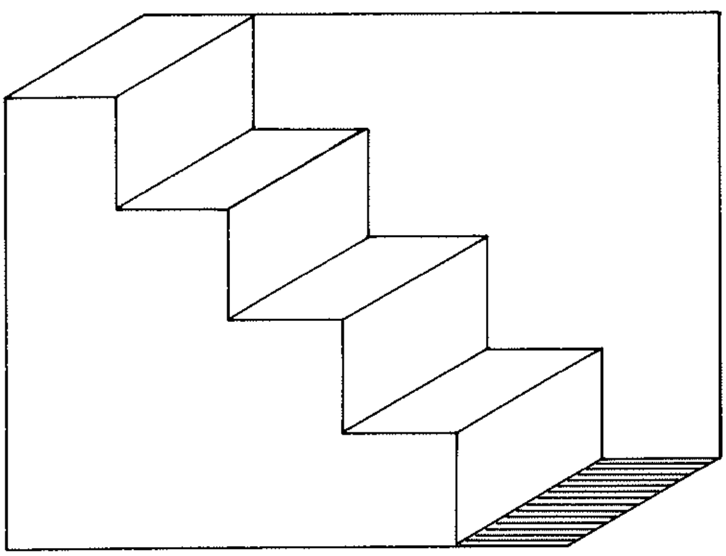




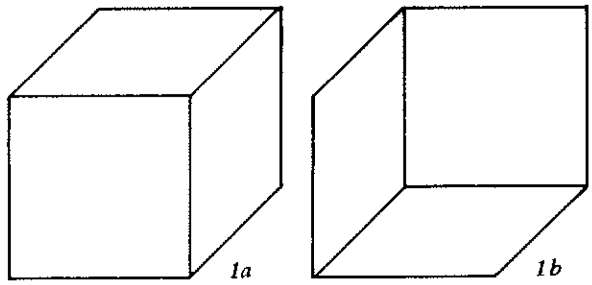
Bridget Riley, Fall, 1963.

optische misleidingen en het perspektief

De vertekeningen en misleidingen komen ook weer voor bij het driedimensionaal zien. Juist hier wordt de invloed van onze kijkgewoonten bizonder groot.
Kijk naar de in de volgende figuur afgebeelde trap:

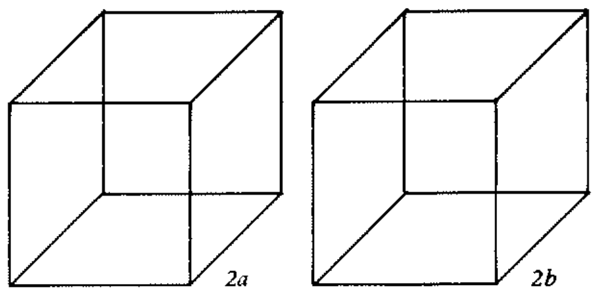


Omdat we de trap plaatsen zoals we gewend zijn hem te gebruiken, zien we er niets bizonders aan. Maar wanneer we het gearceerde vlak vanaf de onderkant bekijken zien we de gehele trap op z'n kop. Draaien we de prent om, dan zien we hem weer normaal. De oorzaak hiervan zit 'em in de gelijkvormigheid van de treden, die naar twee zijden uitlegbaar is.
De kubussen van de volgende figuur geven eenzelfde beeld, al is de projektie verschillend – de omtrek is gelijk.



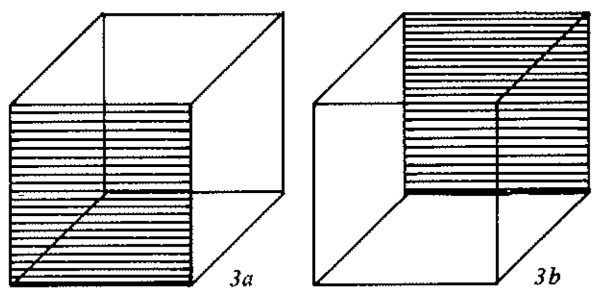
1a *1b*

Hiervan uitgaand maken we de projektie af:



2a *2b*

En nu arceren we in elke figuur een vlak:



3a *3b*

Bij de linker figuur is de voorkant gearceerd en bij de rechter figuur de achterzijde.
Kijken we nu eerst naar figuur 1b en daarna naar figuur 3a, dan is het gearceerde vlak van de voor- naar de achterkant verschoven. De verwarring wordt kompleet als we daarna naar figuur 3b kijken, want dan bevindt het gearceerde vlak zich aan de bovenzijde.
Dat de volgorde van kijken belangrijk is, blijkt duidelijk. Figuur 1a bijvoorbeeld zien we ook als een grondvlak met twee opstaande zijden als onze blik de middelste diagonaal van rechts boven naar beneden volgt.
Ziet u dat niet, arceer dan eens het bovenvlak van de kubus met een zacht potlood.