wiskobas bulletin

Jaargang 2, nr. 6
September 1973

wiskobas bulletin

— Bulletin ter begeleiding van het eksperiment 'Wiskunde op de Basisschool'
— Verschijnt gedurende de tweede jaargang 6 keer

JAARGANG 2, Nr. 6 — SEPTEMBER 1973

REDAKTIE:
Drs. F. Goffree, R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld.

MEDEWERKERS:
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, W.M.F. Bronnenberg, J. van Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Drs. K.B. Koster, F. du Maine, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, L. Streefland.

LAY-OUT:
Ton Voortman

ILLUSTRATIE:
Frits Jägers

CARTOON:
Hans de Boer

REDAKTIEADRES:
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

ABONNEMENTSPRIJS:
Zie voor de nieuwe regelingen en prijzen de in dit bulletin opgenomen mededelingenkaart.

INHOUD

EEN UITGAVE VAN HET INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS

Aan de abonnees van het Wiskobas – Bulletin

De redaktie is bizonder verheugd dat de Stichting IVIO te Lelystad bereid is gevonden om met ingang van de derde jaargang de exploitatie van het Bulletin op zich te nemen. Deze stichting zal de abonnementenadministratie, betalingen, adresmutaties, verzending, etc. verzorgen.

Alhoewel de opzet van het Bulletin volkomen op een 'non-profit' basis is georganiseerd, kunnen we toch – in verband met de steeds stijgende kosten – de huidige tarieven niet handhaven.
We zijn derhalve genoodzaakt om de abonnementsprijzen te verhogen tot
f 30,– voor individuele abonnementen
f 20,– voor reduktie abonnementen (studenten P.A. en kursisten heroriëntering)
We hopen dat u begrip zult hebben voor deze maatregel.

Aanmelding
Individuele abonnementen (f 30,–): briefkaart naar Stichting IVIO (Postbus 37, Lelystad)
Reduktie abonnementen (f 20,–): via docent P.A./heroriëntering naar IOWO

Afmelding
We gaan er van uit dat de abonnees die reeds in het bestand zijn opgenomen, prijs blijven stellen op verdere toezending. Mocht dit niet het geval zijn, dan verzoeken wij u onderstaande kaart uit te scheuren, in te vullen en vóór 1 november a.s. in te zenden.

Betaling
U wordt verzocht om voortaan uitsluitend via akseptgirokaarten te betalen. De Stichting IVIO zal deze kaarten na verschijning van de eerste aflevering van jaargang 3 – in november a.s. – verzenden

S.V.P. IN BLOKLETTERS INVULLEN

ONDERGETEKENDE,

naam : ....

adres : ....

woonplaats: ....

☐* individueel abonnement

☐* reduktie abonnement,

indertijd opgegeven via docent ....

van de Pedagogische Akademie te ....

zegt hiermee zijn/haar abonnement op het Wiskobas-Bulletin op.

.........., ...1973

* aankruisen wat van toepassing is

kan
ongefrankeerd
verzonden
worden

IOWO

Afd. Wiskobas

Antwoordnummer 1566

Tiberdreef 4

UTRECHT

INHOUD

vastblok

redaktioneel

Diverse ontwikkelingen hebben er toe geleid dat we ook binnen het onderwijs in toenemende mate gaan inzien dat openheid (als mentaliteit), openbaarheid ('wortelend in het rechtsgevoel van de openheid') en openbaarmaking (als hiermee verbonden aktiviteit) noodzakelijk is. Niet langer is alles geheim tenzij het openbaar mag worden gemaakt, maar alles is openbaar tenzij het geheim is (formule Biesheuvel).
De school als broed- en schuilplaats, met dikke muren tussen zichzelf en de maatschappij, met schoolse vakinhouden en omgangsvormen, verdwijnt om plaats te maken voor een andere, een 'open' school. Suksessief verdwijnen de geïsoleerde eilandjes. Driftig worden drempels geslecht, witgekalkte ramen schoongekrabd, dokumentatiecentra ingericht, ekskursies georganiseerd, schoolkranten samengesteld en open dagen gehouden.
Iedere voorbijganger mag alles zien van wat er op school gebeurt.
Iedere leerling mag alles zien van wat er op straat gebeurt. Alhoewel.......?

Toch .... denken we zo nu en dan ook niet dat we slachtoffers van de openbaarheid aan het worden zijn? Na ons dagelijks berichtenbombardement zijn we het wel eens knap zat. Natuurlijk is dit niet een kritiek op de juistheid van het principe, maar een kanttekening bij de ongeorganiseerde aanbieding. Zo kunnen we in een dagblad alleen al over onderwijs op één pagina berichten tegenkomen, die gaan over ambitieuze plannen van een schooladviesdienst, een kleuterjuf die ontslagen is omdat ze een broekpak draagt, pensionering van een schoolhoofd en kommentaar op het havoeindeksamen. Een verscheidenheid die de ingewikkeldheid van het onderwijsveld weerspiegelt. Ook het aantal onderwijsberichten is ongelooflijk groot. We vonden dat 7 nederlandse dagbladen gedurende een periode van 3 maanden in totaal méér dan 900 onderwijsberichten bevatten. We moeten – of we nu willen of niet – gaan selekteren.

Onderwijsvakbladen hebben voor de lezer het voordeel dat de berichten uitsluitend over onderwijs gaan, soms nog verder beperkt tot een bepaald vak (muziek, lichamelijke opvoeding, wiskunde). De informatie is georganiseerd.
In de meeste bladen wordt de lezer voorts nog gesteund door leeswijzers, vaste rubrieken en koppen.
Vakbladen dienen te zijn 'tools for daily working'. Ze moeten hulp verlenen, praktische informatie geven, bijdragen leveren om werkproblemen op te lossen. Dat is de *dienstverlenende funktie* van de openbaarmaking.
Een tweede funktie is die van het *bevorderen van de meningsvorming* over bepaalde zaken. Het gaat bij een school om hetzelfde: dienstverlening (ouders adviseren bij de schoolkeuze) en meningsvorming (ouderavonden over drugs, seksuele opvoeding, nivokursussen).

De komende afleveringen van het Wiskobas-Bulletin zullen voor een belangrijk deel gewijd zijn aan het integratieplan. Het Variabel Blok geeft daarover informatie. Steeds zal de hulpverlening schering zijn met de meningsvorming als inslag.
We weven echter *samen*, met elkaar. De rollen liggen anders dan in een recht-toe-recht-aan voorlichtingskrantje. Ook u maakt openbaar, dat wil zeggen: verleent hulp en levert bijdragen aan de meningsvorming. We willen toch geen van allen dat zonder ons een integratieplan voor ons gemaakt wordt?

Rob de Jong

H. FREUDENTHAL

REKENEN, DAT MOEILIJKE VAK...

Die verzuchting is niet van mij, maar van iemand[1]) die eindelijk de ware metode heeft gevonden om het rekenen gemakkelijk te maken — het geldrekenen, volgens hem. Het is een nieuwe metode, naar het schijnt, voor het aftrekken. Zo gloednieuw is ze naar ik meen, toch ook weer niet. Want twee van mijn kleinkinderen zijn er al slachtoffers van geweest, hoewel ze geen BLO-kinderen zijn, voor wie die metode speciaal bestemd heet te zijn.
Neem de moeilijke gevallen 15—9 en 65—19 — zegt de auteur — waarmee veel kinderen de gehele schooltijd tobben. Bij geldrekenen gaan wij 9 niet splitsen in 5 en 4. Wij halen 9 van het dubbeltje af en houden 5+1 'in onze zak'. 65—19 wordt aldus opgelost:
20—19 = 1 of 19+1 = 20, 1+45 = 46.
Allereerst: dit is geen geldrekenen. Bij het geldrekenen, ook oostenrijkse metode genaamd, vervang je het aftrekken door optellen. Om het met een ingewikkelder voorbeeld uit te leggen:

$$\begin{array}{r} 731 \\ \underline{-374} \\ 357 \end{array}$$

wordt als volgt gedaan:

... + 4 = 11, vul in 7; 1 + ... + 7 = 13, vul in 5; 1 + ... + 3 = 7, vul in 3.

Het is een metode, die aan de elders gebruikelijke gelijkwaardig, zo niet superieur is.
Wat de auteur als geldrekenen beschrijft, is geen geldrekenen, het is onmetodisch en daarom inferieur vergeleken bij andere metoden.
Het is geen metode, want het brengt een kunstmatige diskriminatie tussen de zogenaamd gemakkelijke en de moeilijke gevallen.

$$\begin{array}{r} 87 \\ \underline{-23} \end{array}$$

moeten ze volgens de gebruikelijke metode blijven rekenen, dat wil zeggen: 7—3 = 4, 8—2 = 6;

$$\begin{array}{r} 87 \\ \underline{-29} \end{array}$$

gaat volgens: 20—9 = 11, 11+47 = 58.
Dit wordt vooral kwalijk bij getallen met 3 of meer cijfers, zoals

$$\begin{array}{r} 743 \\ \underline{-128} \end{array}$$

waarbij tussen de twee metoden moet worden afgewisseld.
Natuurlijk gebeurt dit niet. De kinderen schakelen op de 'nieuwe' metode in alle gevallen over, dus

$$\begin{array}{r} 87 \\ \underline{-23} \end{array}$$

wordt gerekend als 20—3 = 17, 17+47 = 64, tot wanhoop van de juffrouw — als zij niet zelf meedoet.
Komen de kinderen echt aan het cijferen toe, dan moeten ze de nieuwe metode weer vergeten, want dan is ze onhoudbaar. Ze hebben dan twee verschillende metoden voor het aftrekken geleerd, één voor het hoofdrekenen en één voor het cijferen. Ook dit is een kwalijke zaak. Ik noemde het prosédé daarom onmetodisch. Twee met elkaar strijdige metoden waar met één kan worden volstaan, is het tegendeel van metode.

In gemoede vraag ik me af, of men kinderen — en speciaal BLO-kinderen — met zulke staaltjes van hoofdrekenen moet plagen. Om hun intelligentie te scherpen? Als ze niet in staat zijn, *betrouwbaar* te leren cijferen, is hun rekenen van nul en gener waarde.
Leer ze dan betrouwbaar de abakus of de optelmachine te hanteren. En vooral: geef ze één metode voor alle gevallen — niet een voor 'gemakkelijke' en een voor 'moeilijke'. De

[1]) Resonans, 5^{e} jaargang no. 8, pag. 178.

waarde van het rekenen — ook de psychologische — ligt in het mechaniseren, of het in de vorm van cijferen, op de abakus of met de rekenmachine wordt beoefend.
Van mijn kleinkinderen die die metode moesten ondergaan, is er één gelukkig overheen — na onnoemelijke frustraties —, de tweede staat die kalamiteit nog te wachten. Maar wat hebben die arme BLO-kinderen misdaan dat ze dit moeten verduren? En wie geeft would-be-vernieuwers die alle geloofsbrieven missen, het recht aan het rekenonderwijs te prutsen?

Rekenen, dat moeilijke vak ... als je het ook zó moeilijk maakt!

'prutser aan het rekenonderwijs'

F. VAN DER BLIJ

LOGIKUNST

Met logiblokken heeft de logika intree gedaan in de kleuter- (en basis-)school. Over de relatie van logika tot wiskunde is veel gezegd, maar de vraag of logika de grondslag voor de wiskunde of dat wiskunde de grondslag voor de logika geeft, wordt nog niet door allen op dezelfde manier beantwoord.
Is er ook logika in de kunst? Heeft het kunstwerk een eigen logika en zo ja wat betekent logika dan?
We springen in het dagelijks leven vreemd met het woord om. 'Vrouwenlogika' roept minder waarderende gedachten bij ons op. En 'dat is nogal logisch' is een slagzin waarvan u meestal de juistheid maar niet moet onderzoeken met matematisch-logische metoden.

In deze notitie wil ik weer eens bladeren in de literatuur en wat logika te voorschijn toveren. Laten we maar klassiek beginnen. Zijn 'symbolic logic', 'the game of logic', 'pillow problems' en 'a tangled tale' literaire werken of wiskundige studies over logika? U kent de schrijver, Lewis Caroll, beroemd geworden door Alice in Wonderland. Ook daarin kunt u veel logikunst tegenkomen.
Ik kies nu maar een voorbeeld uit het minder bekende *Symbolic Logic.* De schrijver vertelt een verhaal in de vorm van beweringen. De konklusie wordt aan de lezer overgelaten:

(1) All the human race, except my footmen, have a certain amount of common – sense;
(2) No one, who lives on barley-sugar, can be anything but a mere baby;
(3) None but a hop-scotch player knows what real happiness is;
(4) No mere baby has a grain of common sense;
(5) No engine-driver ever plays hop-scotch;
(6) No footmen of mine is ignorant of what true happiness is.

Is dit een schaakspel, is de stelling nu bekend en moet u de uitwerking voorstellen? Of is het een fuga en staan hierboven de tema's gegeven? Of is het een detektive-story en moet u de 'dader' vinden?
Wat is de uitwerking, wat is de konklusie? Laat ik u de oplossing maar vertellen: *'no engine-driver lives on barley-sugar!'*
Als u het niet gelooft moet u Lewis Caroll lezen.

Nauwlijks logika is de uitspraak 'leeren leven' in de nieuwe *Esopet* van Karel van de Woestijne (uitgave Wereldbibliotheek – 1933, met tekeningen van Jozef Cantré):

> 'Ik wou dat ik het binomium van Newton was!'
> zei een hoovaardige mathematicus.
> 'Ik zou een rotte appel willen zijn', zei het binomium,
> 'om mij naar uw hoofd te kunnen gooien.'

Meer logika is te vinden in de groteske van Paul van Ostayen: *Het bordeel van Ika Loch;* waarbij de laatste naam een anagram van Lochika is.

De logische grondslagen van de euclidische meetkunde worden gebruikt in enkele verhaaltjes van Stephen Leacock in zijn bundel *Literary Lapses:*

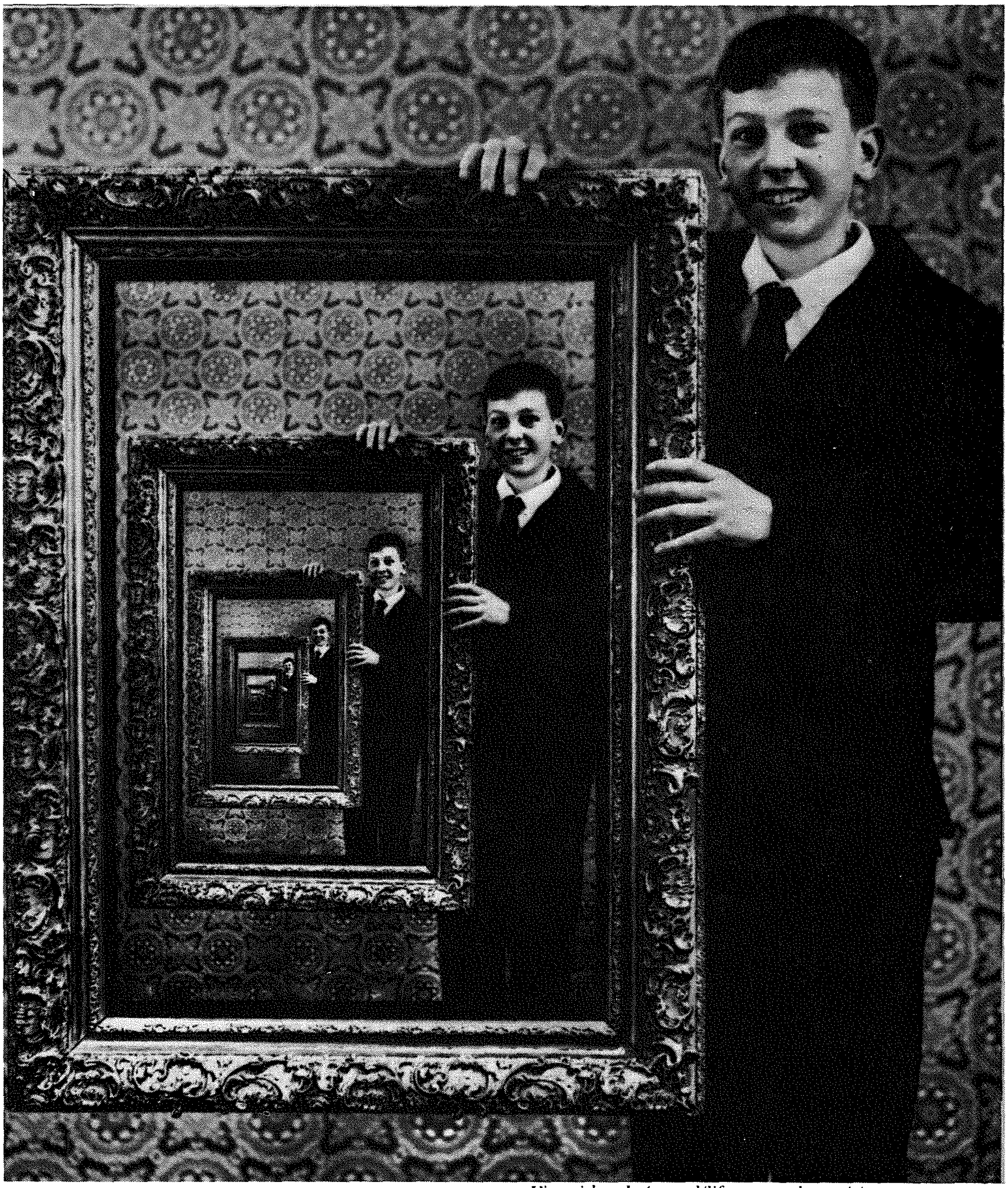
DEFINITIES EN AKSIOMATA:
Pension-meetkunde:
Een éénpersoonskamer is wat geen delen heeft en geen afmeting. Als alle andere kamers bezet zijn, wordt een éénpersoonskamer een tweepersoonskamer genoemd.

POSTULATEN EN PROPOSITIES:
De lakens van een pension-bed, hoever ook afgetrokken, ontmoeten elkaar nooit. (zo'n zin verliest iets bij de vertaling)
Twee rekeningen van verschillende pensions zijn aan elkaar gelijk. Want stel dat dit niet het geval was, dan zou de ene rekening hoger zijn. Maar dan zou de rekening van het andere pension minder zijn dan hij had kunnen zijn, wat absurd is.

Varia 3
R.D. Laing in een bundeltje *'Knots'*:

I'm not entitled to it
therefore   therefore
because because
I've stolen it.

Varia 4
Na muziek en letterkunde moeten we de volgende keer weer eens plaatjes hebben!



Uit: wiskunde (parool/life wetenschapserie)

De auteur Stephen Leacock is nogal geboeid door de wiskunde:

> 'Many a man is bitterly desillusioned after marriage when he realizes that his wife cannot solve a quadratic equation, and that he is compelled to spend all his days with a woman who does not know that x squared plus 2xy plus y squared is the same thing, or, I think nearly the same thing, as x plus y squared.'

U moet maar eens even nadenken over de tussenzin: 'nearly the same thing'!

Van deze lukrake grepen nu naar het oneindige. Jorge Luis Borges, een argentijns schrijver, wiens werk de laatste jaren in Europa de aandacht trekt, schrijft vele verhalen, essays en gedichten. De franse auteur André Maurois roemt deze om hun bizondere intelligentie, hun weelde van vindingrijkheid en hun kompakte, bijna *wiskundige* stijl.[1])
In het verhaal *Avators of the Tortoise* vertelt hij van zijn plan een boek over het oneindige te schrijven. Je begint dan natuurlijk met de schildpad van Achilles. Steeds halveren geeft een oneindig proces. Borges citeert een bericht van Lewis Carroll (zo zijn we weer terug) over een dialoog tussen Achilles en de schildpad over meetkunde.

Achilles zegt:

a) Twee zaken die gelijk zijn aan een derde, zijn onderling gelijk.
b) De twee zijden van deze driehoek zijn gelijk aan MN.
c) De twee zijden van deze driehoek zijn aan elkaar gelijk.

De schildpad aksepteert a) en b) maar ontkent dat er formeel c) uit volgt. Achilles komt hem tegemoet en voegt na b ekstra in
b_1: als a) en b) geldig zijn, dan is c) geldig.
De schildpad aanvaardt a), b) en b_1) maar volgt daar c) uit?
Achilles doet nog een poging met
b_2) als a), b) en b_1) geldig zijn dan ook c)!
Maar de schildpad geeft zich niet gewonnen, etc. etc.

Altijd weer de verpleegster met het cacaobusje afgebeeld op het cacaobusje,.....

[1]) Zie bijvoorbeeld Labyrinths, Penguin Modern Classics, 1970.

Ik wilde het niet te teoretisch maken in dit nummer. Daarom enkele varia aan het einde.

Varia 1
Iris Murdoch in *An accidental Man:*

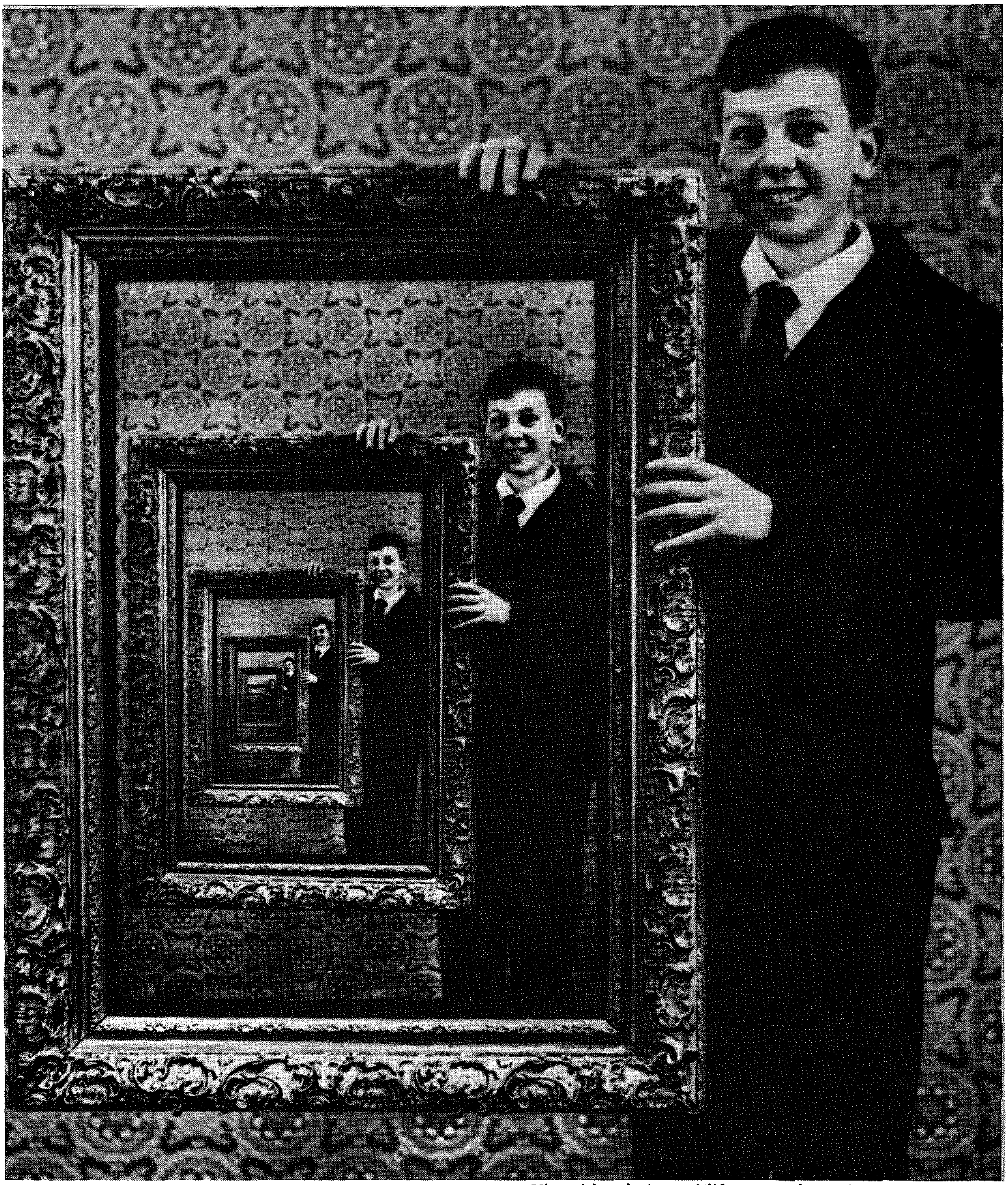
> 'He had studied mathematics and intended to be a mathematician. But before those cold Himalayas of the spirit his courage had fainted, and he had turned early away to the world of the warm, the lucrative and the easy.'

Varia 2
Kunt u op een estetische manier een grote cirkel met kleinere opvullen. (bijvoorbeeld 7 cirkels met straal 1 in een cirkel met straal 3.) Een raam in het Musée de l'Art Moderne in Parijs bevat zo'n struktuur met tientallen kleine cirkels. In dit voorbeeld zijn het dus cirkelvormige uitsparingen in een betonskelet.

Varia 3
R.D. Laing in een bundeltje *'Knots'*:

I'm not entitled to it
therefore because because therefore
I've stolen it.

Varia 4
Na muziek en letterkunde moeten we de volgende keer weer eens plaatjes hebben!



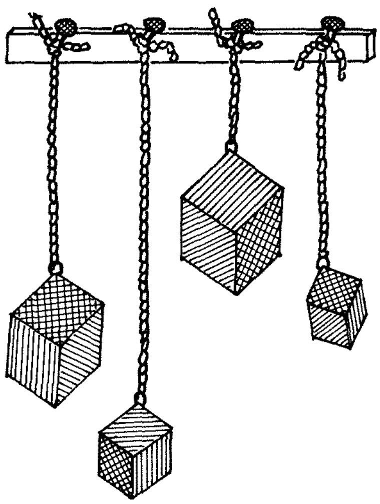
Uit: wiskunde (parool/life wetenschapserie)

HUUB JANSEN

problematika*)

1

De kleurrijke kubus



Lezers van dit tijdschrift worden geacht te weten wat een kubus is. U weet wel zo'n gaaf blok, met alles even recht en gelijk. Zo'n kubus nu wordt nog mooier wanneer we op de zes zijvlakken een kleurtje aanbrengen.
Stel dat u de beschikking hebt over drie kleuren, bijvoorbeeld: rood, wit en blauw, en uit symmetrische eerlijkheidsoverwegingen wilt u elke kleur op precies twee zijvlakken aanbrengen.
Dan rijst de vraag hoeveel verschillend gekleurde kubussen er mogelijk zijn.
Let wel: *verschillend gekleurde!* Dus twee kubussen die u in verschillende volgorde kleurt, maar die na afloop door kantelen, draaien, op elkaar gelijken als eeneiïge tweelingen, vormen één pot nat en horen er niet bij.

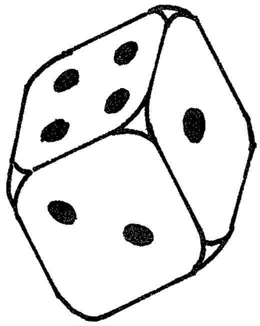
Het aardige van dit probleem is dat het aanleiding kan zijn tot velerlei aktiviteiten van uw leerlingen.
Gaat u maar na: al knippend en plakkend kubussen bouwen nadat eerst een uitslag getekend is op stevig papier of karton.
Vervolgens kleuren of verven met drie verschillende kleuren.
Daarna tellen en tegelijk proberen bij dat tellen systematisch te werk te gaan.
Tot slot de resultaten in de klas ophangen wat het altijd goed doet op ouderavonden of bij inspekteursbezoek!
Mochten uw leerlingen meer willen, dan kunt u de voorwaarden veranderen:
meer kleuren, minder kleuren, een ongelijk aantal vlakken met een bepaalde kleur.
Enfin, u zoekt het maar uit.

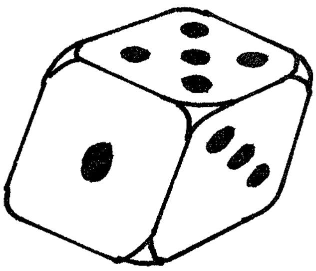
*) Oplossingen van twee 'oude' problematika's vindt u in het artikel 'Via huisnummers naar de oase'.

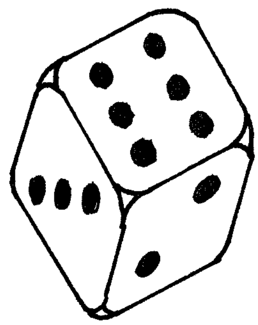
2

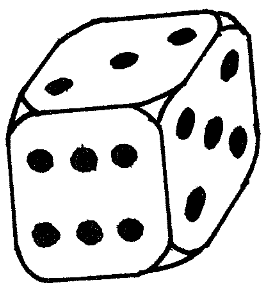
Achttien ogen op vier dobbelstenen

In deze aflevering van ons sublieme tijdschrift kunnen we van telproblemen maar niet genoeg krijgen.
Eigenlijk is het volgende een wat simpel probleempje, maar je kunt nu eenmaal niet elke dag krab-kokteel eten.
We gooien 4 keer achter elkaar met een dobbelsteen. In gedachten tenminste, want het gaat om de vraag op hoeveel verschillende manieren we een totaal van 18 ogen kunnen bereiken.
Met overleg tellen is noodzakelijk. Zeker wanneer u bedenkt dat we ook nog willen weten wat nu de kàns is dat u bij het werpen met 4 dobbelstenen een totaal van 18 ogen verkrijgt.
Zoals u ziet een kort probleempje en dat geeft ons de gelegenheid om u te vertellen, dat we niet alleen verlangend uitzien naar uw oplossingen — goed of fout, u kent de woorden van baron Pierre de Coubertin — maar vooral naar problemen die in deze rubriek opgenomen kunnen worden.
Wij hebben de overtuiging dat er nog veel geschikte problemen (wiskundige!) in ons land te vinden zijn.







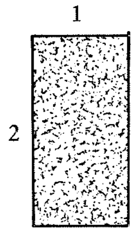


3

Over rechthoeken, Fibonacci en onze Leen

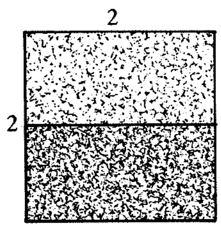
Het is opvallend hoe vaak telproblemen een meetkundige achtergrond hebben. Of misschien moeten we zeggen dat het bekijken van meetkundige figuren vaak aanleiding geeft tot een rekenkundige overpeinzing wat dan weer een probleem voor deze rubriek oplevert.

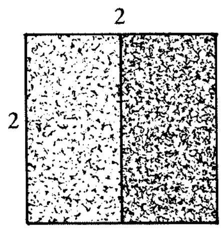
We starten met een standaardrechthoek van 2 bij 1:



En we tellen op hoeveel verschillende manieren deze standaardrechthoek past in respektievelijk
een 2 bij 1 rechthoek
een 2 bij 2 rechthoek (u mag vierkant zeggen)
een 2 bij 3 rechthoek
een 2 bij 4 rechthoek
een 2 bij 5 rechthoek
een 2 bij 6 rechthoek
....

We helpen u een eindje op weg door op te merken dat een 2 bij 1-rechthoek maar één zo'n verdeling toestaat. Deze rechthoek speelt voor zijn eigen verdeling, als u begrijpt wat wij bedoelen.
Een 2 bij 2-rechthoek is vervolgens op 2 manieren te verdelen in 2 bij 1-rechthoeken.
Kijkt u maar:



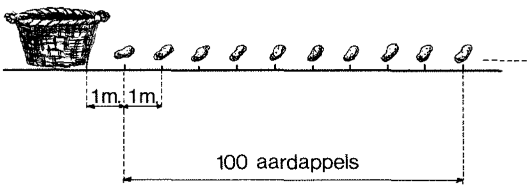


Het vervolg mag u zelf uitzoeken, en u mag daarbij uw leerlingen te hulp roepen, indien ze tenminste weten wat een rechthoek is.
Interessant is natuurlijk om na te gaan welke regelmaat, of zo u wilt, welk systeem er in het aantal mogelijkheden schuilt en waar deze regelmaat op berust.
We kunnen u nog meedelen dat onze bekende Wiskobas-medewerker Leen Streefland beweert dat de oude Fibonacci er iets mee te stellen heeft, maar anderen beweren dat Leen teveel italiaans ijs eet.

4

D'aloude aardappelrace

Momenteel leven we in een tijd vol nostalgie. Heimwee naar het verleden zogezegd. Binnenkort komt zelfs Heintje Davids weer bij de top-tien.
Voor deze problematika-rubriek zijn we zelfs nog verder de historie ingedoken en terecht gekomen bij Sam Lloyd, een befaamd amerikaans ontwerper van puzzels uit de vorige eeuw. Verscheidene van zijn puzzelboeken zijn heruitgegeven door 'Dover Publications' te New York onder redaktie van Martin Gardner, een bekend problemist of puzzelist (?) uit onze tijd.
We presenteren hier een bewerking van Lloyds' aardappelraceprobleem, dat een mooie afsluiting vormt van de telproblemen die we u in dit nummer hebben voorgeschoteld.
Onze aardappelrace wordt gehouden op een langwerpige baan waarop 100 eigenheimers — bintjes mag ook! — achter elkaar zijn neergelegd met steeds een onderlinge tussenruimte van 1 meter. Bovendien is 1 meter vóór de eerste patat een mand opgesteld, waarin de 2 deelnemers zo snel mogelijk de aardappels stuk voor stuk moeten deponeren.



Na het startschot sprinten de beide deelnemers, die bij de mand staan opgesteld naar de aardappels. Degene die als eerste bij een aardappel arriveert, pakt de pieper op, rent terug naar de mand, legt zijn buit erin en gaat op weg naar de volgende.
Op deze wijze probeert ieder zoveel mogelijk aardappels in de mand te krijgen.
Winnaar is degene, die als eerste 50 aardappels in de mand heeft gelegd.
We putten uit dit zeskampachtige gebeuren twee problemen.
Het eerste probleem komt voort uit de vraag:

Hoeveel meter hebben beide deelnemers tesamen afgelegd als alle 100 aardappelen in de mand zijn gelegd?

Voor geheroriënteerde onderwijzers, die goed hebben opgelet bij het blok 'Tel-optal', een simpel probleem.

Het tweede probleem is iets lastiger. Stel dat twee jongens aan de wedstrijd beginnen, maar omdat de een iets sneller loopt dan de ander, geeft hij zijn tegenstander één aardappel voorsprong. Dat wil zeggen de langzamer loper mag vóór de wedstrijd begint een aardappel uit de rij van 100 kiezen en in de mand leggen en is dan winnaar wanneer hij in de race 49 stuks in de mand heeft voordat de ander 50 stuks heeft bereikt. Leest u het nog eens rustig over. Het is niet zo moeilijk.
Wel moeilijker te beantwoorden is de vraag:
Welke aardappel uit de rij van honderd moet te voren in de mand gelegd worden, opdat de langzamerd de grootste kans krijgt om toch te winnen?

wiskunde werkhoeken

ABBES DEKKER
HANS TER HEEGE

De leerkrachten van de ontwerpschool zijn de afgelopen tijd regelmatig met de wiskundewerkhoek bezig geweest.
De wiskundewerkhoek in de Dreesschool (ontwerpschool) bestaat uit een 'rijdend' kastje met materiaal. Als het kastje niet in gebruik is, staat het in de leermiddelenberging. De leerkrachten van de school maken op vaste tijden gebruik van de *'rijdende wiskundewerkhoek'*.
Omdat de eerste drie leerjaren en de hoogste drie leerjaren in verschillende gebouwen zijn gehuisvest, zijn er twee verrijdbare wiskundewerkhoeken. Elk kastje bevat het materiaal dat of in de beneden- of in de bovenbouw thuishoort. Uiteraard zijn sommige materialen in beide kastjes opgenomen.

Waaruit bestaat dat materiaal in de wiskundewerkhoekkastjes?
In de eerste plaats een aantal *opdrachtkaarten*. We noemen:
- de kaarten van Nieland: Klaar? Ga maar spelen (uitg. Malmberg),
- de eksperimentele kaarten uit het Basboek van 'Het Spijkerbord' (uitg. IOWO),
- de eksperimentele kaarten uit het Basboek van 'Meten' (uitg. IOWO),
- een aantal door de leerkrachten zelf ontwikkelde opdrachtkaarten,
- praktika uit de diverse Basboeken.

Aan *leermiddelen* vinden we verder:
- weegschalen met gewichten,
- balansen,
- lusabakussen (tot 20!),
- spijkerborden,
- MAB-materiaal,
- een klikwiel,
- dobbelstenen,
- konstruktierietjes,
- maatbekers,
- meetlinten,
- stopwatches,
- kurvimeters,
- topografische kaarten,
- het spel Numbero,
- Cuisenaire-materiaal,
- legrondjes,
- een personenweegschaal,
- stuiters, wasknijpers, enz.,
- waardeloos materiaal, zoals doppen.

De samenstelling van de verrijdbare wiskundewerkhoek is eksperimenteel; we weten niet of al het materiaal wel zo goed funktioneert. Wellicht zal er materiaal verwijderd en ander materiaal aan toegevoegd moeten worden.
Wij hebben de indruk dat er met name op het gebied van de meetkunde nog materiaal in onze kastjes kan worden opgenomen. Weliswaar zijn er konstruktierietjes in de kastjes, maar opdrachtkaarten om ermee te kunnen werken ontbreken nog.
De samenstelling van onze wiskundewerkhoeken is voornamelijk gebaseerd op een inventarisatie van de in de wiskundewerkhoeken opgenomen opdrachtkaarten.

Ondanks de indruk dat de opdrachtkaarten in onze wiskundewerkhoeken goed zijn, blijkt op de ontwerpschool dat de wiskundewerkhoeklessen op dit moment nog niet naar wens verlopen. De moeilijkheden liggen vooral in het organisatorische vlak. We zoeken voortdurend naar de oorzaken en proberen verbeteringen aan te brengen, hier en daar met sukses. De volgende kwesties lijken een rol te spelen:
* Leerlingen èn onderwijzers moeten nog met deze werkwijze vertrouwd raken.
  We zitten momenteel op de ontwerpschool midden in een gewenningsproces. Stug volhouden lijkt de enige remedie. We moeten meer ervaringen opdoen.
* Er is veel werk voor de leerkracht.
  Het blijkt op de ontwerpschool steeds weer

dat het erg moeilijk is een hele klas tegelijkertijd aan wiskundewerkhoekaktiviteiten te zetten; het wordt snel te chaotisch. Een chaos waarop de onderwijzer geen greep meer heeft. In de v.s. lost men dit probleem soms op door ouders in te schakelen. Voorlopig willen we deze weg niet bewandelen; we moeten proberen de organisatorische problemen de baas te worden door een betere klasse-organisatie op te zetten. Zo kunnen we denken aan een klassesituatie waarin een 6- tot 10-tal leerlingen met wiskundewerkhoekaktiviteiten bezig zijn en de andere leerlingen met het normale rekenprogramma.

* De werkhouding van de leerlingen moet aan de wiskundewerkhoek worden aangepast. Zo zijn de problemen onder meer:
  - de leerlingen lezen de tekst van opdrachtkaarten slecht, dat wil zeggen te oppervlakkig; vooral in klas 2, 3 en 4;
  - de leerlingen beginnen al met een opdracht voordat ze de tekst hebben gelezen;
  - het blijkt moeilijk om uit geschreven teksten opdrachten te destilleren;
  - evenzo blijkt het voor de leerlingen moeilijk te zijn om na lezing van een geschreven opdracht over te gaan tot het dóen van die opdracht; [1])
  - het is voor kinderen moeilijk om naar een oplossing te blijven zoeken, als ze een antwoord niet dadelijk zien;
  - in verband met het bovenstaande: leerlingen vragen te snel om hulp van de onderwijzer (of van een medeleerling);
  - een goede samenwerking in de groepjes is op dit moment nog nauwelijks te realiseren;
  - als de motivatie te snel verdwijnt, is het moeilijk om de opdrachtkaarten netjes af te werken;
  - het noteren van de oplossingen, zò dat deze later nog te begrijpen zijn, is moeilijk; dit manifesteert zich vooral in de klassen 2, 3 en 4.

Alle bovenstaande kwesties hangen samen met dieper liggende faktoren, die het essentiële van de opvoeding aangaan.

In hoeverre stimuleren wij de aktiviteits- en eksploratiedrang van de kinderen? Wanneer en in hoeverre eisen wij volgzaamheid?
Wanneer kunnen leerlingen een beroep op de onderwijzer om hulp doen?
Wanneer heeft het kind daar recht op, wanneer werkt dit geestelijke luiheid in de hand?

Het is duidelijk dat deze problemen die zich voordoen in de wiskundewerkhoeksituatie niet in een handomdraai opgelost kunnen worden. We zullen de oplossingen in de praktijk moeten vinden.

Een voorbeeld.
We hebben geprobeerd het aspekt van wat we maar even *'het slecht lezen van de opdrachtkaart'* noemen, te verbeteren. We dachten aanvankelijk dat sommige opdrachtkaarten te moeilijk waren. Daarom deelden we de kaarten in naar 2 kriteria, namelijk of er al of niet materiaal nodig is en of de kaart met of zonder hulp van de onderwijzer gemaakt kan worden. Het laatste was veelal gebaseerd op de intuïtie van het onderwijzend personeel.
Bij het werken met de kaarten 'zonder hulp', bleek al gauw dat er toch veel hulp gevraagd werd. Ook van leerlingen waarvan we dat niet zouden verwachten.
Daarom hebben we in elke klas 2 of 3 lessen besteed aan kwesties als het lezen van de opdrachten van een opdrachtkaart, het noteren van gegevens, indeling van het werk, enz. We gebruikten daarvoor kaarten van Nieland, waarvoor geen materiaal vereist was.
We wezen erop dat op de kaarten gegevens staan waarmee leerlingen ter dege rekening moeten houden:
- nummer en titel van de kaart (heb je die kaart al gehad?);
- de klas waarvoor de kaart bedoeld is: '123456' betekent geschikt voor klas 3 en 4;
- of de kaart alleen of met andere kinderen moet worden uitgewerkt.

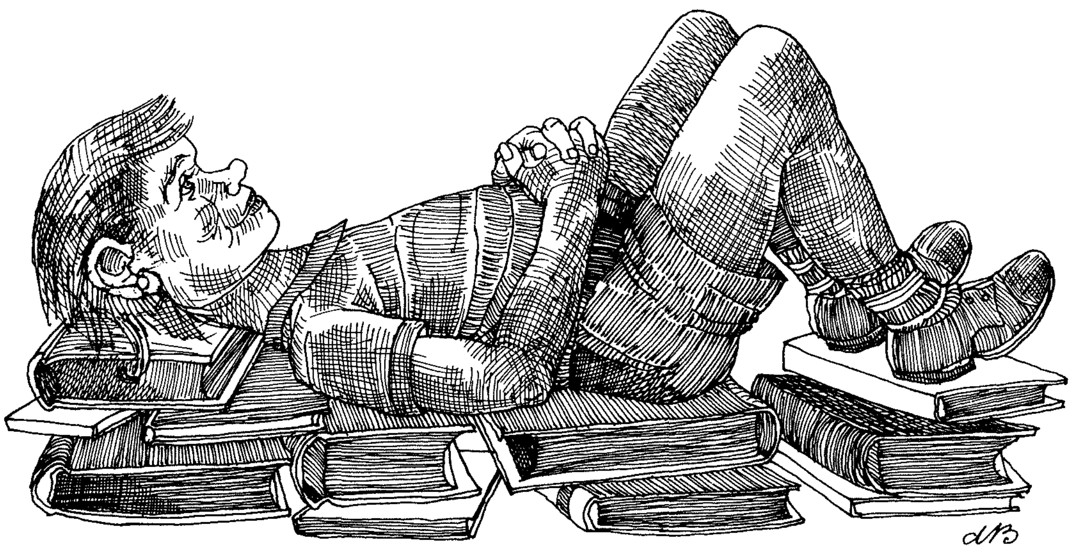
We lieten een aantal kinderen deze gegevens op de kaart opzoeken en voorlezen. Daarna volgde de opdracht om de kaart goed door te lezen.

[1]) Zie voor deze kwestie van de 'zeggingskracht': de bijdrage 'Wiskundewerkhoeken' in Wiskobas-Bulletin jaargang 1, no. 5.

Een aantal kinderen kon voor de klas komen vertellen waarover hun kaart ging. Op deze wijze verkregen we een duidelijker beeld van de moeilijkheidsgraad der kaarten. Met de kaarten die voor de leerlingen in overduidelijke taal waren geschreven, konden we daarna een twaalftal kinderen laten werken zoals we dat graag zouden wensen. De rest van de klas zetten we aan ander rekenwerk.

En in deze opzet bleek dat de wiskundewerkhoeklessen realiseerbaar waren, ook met betrekking tot aandacht en hulp van de onderwijzer.

Het hierboven beschreven voorbeeld markeert duidelijk dat het werken met de wiskundewerkhoek geleerd moet worden.



'het kind heeft recht op geestelijke luiheid'

leerplanologie

ADRI TREFFERS
EDU WIJDEVELD

OVER DOELSTELLINGEN VAN HET WISKUNDE-ONDERWIJS

1 Inleiding

In 'De Klok' hebben we de uitgangspunten van het wiskunde-onderwijs neergezet. We spraken van een aktief, gedifferentieerd, vertikaal gepland onderwijsgebeuren, waarin het struktuurkarakter, het taalaspekt, de toepasbaarheid, de dinamiek en de spesifieke benaderingswijze van de wiskunde tot uitdrukking komen.[1])

In dit artikel gaan we wat dieper in op de doelstellingen van het wiskunde-onderwijs aan 4 tot 18 jarigen, waarbij we ons twee beperkingen opleggen:

* we geven geen voorbeelden bij de doelstellingen,
* we schrijven uitsluitend over één-dimensionale (1^D) doelstellingen.

Wat zijn één-dimensionale doelstellingen en hoe onderscheiden ze zich van meer-dimensionale doelen?

De formulering van 1^D-doelen geschiedt in termen van te ontwikkelen bekwaamheden, waarbij de leerstof buiten beschouwing gelaten wordt, het nivo van de gedragspatronen niet eksplisiet ter sprake komt en de didaktische kontekst ontbreekt.

De meer-dimensionale doelstellingen zijn gerelateerd aan fundamenteel matematisch-didaktische analises van de leerstof als ook aan een stuk reële gestaltevorming van de onderwijspraktijk.

Kortom, de 1^D-doelen rusten niet op de vruchtbare grond van de praktijk, maar zweven in de ijle lucht van de filosofie omtrent het wiskunde-onderwijs en zijn als zodanig nauw verbonden met de zojuist genoemde uitgangspunten. Het gewicht van de leerstofeenheden en de didaktische kontekst zouden de ballon '1^D' naar beneden kunnen halen. Maar zoals gezegd: we blijven zweven, bekommeren ons op dit moment niet om de landing en beschrijven u iets van de vergezichten.

2 Overzicht van de 1^D-doelstellingen

We maken onderscheid tussen de doelstellingen, die zich op het totale schooldoel richten en die zich speciaal op het vak wiskunde richten. In het eerste geval spreken we van *algemeen integrale*, in het tweede geval van *algemeen matematische* doelen.

De algemeen integrale doelen richten zich op:
(1) de zingeving voor de persoonlijke ontwikkeling
(2) de sociale betekenis
(3) de voorbereidende waarde
(4) de maatschappelijke relevantie.

De algemeen matematische doelen hebben betrekking op:
(1) het rekenaspekt
(2) het taalaspekt
(3) de toepasbaarheid
(4) het praktisch nut
(5) het struktuur aspekt
(6) het metodisch aspekt
(7) het dinamisch aspekt
(8) het attitude aspekt.

Beide soorten 1^D-doelen zullen we kort gaan bespreken.

3 Algemeen integrale doelstellingen

(1) De zingeving voor de persoonlijke ontwikkeling.

Voor de tweede wereldoorlog werd de vormende waarde, die er van het wiskunde-onderwijs zou kunnen uitgaan, breed uitgemeten.[2])

In de vijftiger jaren verdwijnt echter het motief van de vormende waarde uit de leerplans

---

[1]) Zie: MaTEMAtika, hoofdstuk 1 (De klok) IOWO, 1973

[2]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, no. 1 pagina 509 e.v.

voor wiskunde. De hoeveelheid argumenten pro en kontra had een gevoel van machteloosheid opgeroepen.
In de jaren zestig zijn er dan ook vrijwel geen diskussies over doelstellingen meer gevoerd. Alles wat er gezegd kon worden was blijkbaar gezegd.
Pas met de introduktie van komputerkunde bij het algemeen voortgezet onderwijs wordt het kriterium van de vormende waarde weer benadrukt en ook bij de ontwikkeling van een leerplan voor wiskunde op de basisschool is de kwestie aktueel.[3])

Schrijven en spreken over de vormende waarde van wiskunde-onderwijs is een hachelijke zaak. De beschouwingen komen immers al gauw los te staan van de kwaliteit van het onderwijs, terwijl de vormende waarde juist van die kwaliteit afhankelijk is. Ook is er het gevaar van het wazig naar de verste verten van het opvoedingsdoel blikken en dan in een soort padvinderstaal beschrijven wat we zoal zien.

Wij willen deze laatste punten in het oog houden en volstaan met de volgende opmerkingen.
De vormende waarde heeft betrekking op zowel het kognitief-konstaterende als op het affektief-waarderende aspekt van het handelen. In het wiskunde-onderwijs kunnen we er naar streven om zaken als praktisch nut, orde, regelmaat, samenhang, waarheid en schoonheid te leren kennen en te waarderen. Spreken we over het streven naar vormende waarde, dan zullen we dit moeten toelichten met *een uitgewerkt voorbeeld,* waaruit blijkt hoe het onderwijs gegeven wordt. Kan men uit een dergelijk voorbeeld destilleren, dat praktische, intellektuele, estetische en kreatieve elementen een goede kans hebben gekregen, dan kan men op dit stukje onderwijs het etiket 'vormende waarde' plakken. Op deze wijze is de doelstelling van de vormende waarde geoperationaliseerd en kunnen we er nader met elkaar over praten of er verder het zwijgen toe doen.
'n Interessant nevenaspekt daarbij is het feit, dat het kognitief-konstaterende èn het affektief-waarderende aspekt ook beiden in de evaluatie van het voorbeeld betrokken zullen worden.
Dit is het bekende boemerangeffekt, je zou ook kunnen zeggen, dat we in een vicieuze cirkel zitten. Toch kan ons dit ervan weerhouden u uit te nodigen om een tema uit 'maTEMAtika' te analiseren met het oog op z'n vormende kwaliteiten.

(2) De sociale betekenis
Uit de doelstelling van de persoonlijkheidsontwikkeling belichten we het sociale aspekt nog eens apart. De sociale betekenis van het wiskunde-onderwijs werd vroeger ontleend aan het doelmatig denken en spreken, dat men in de wiskundelessen nastreefde, waardoor wanbegrip uitgebannen werd en een redelijke verstandhouding bevorderd zou worden.[4]) Op deze wijze was de sociale zin recht evenredig met de rationele betekenis.
Na de tweede wereldoorlog wordt de sociale bijdrage geleidelijk minder op rekening gezet van het *rationele matematische* aspekt dan op de *relationele didaktische* komponent van het wiskunde-onderwijs. Vooral de laatste jaren heeft deze verandering gestalte gekregen in het onderwijs-leerpakket met de introduktie van het didaktische praktikum.[5])
Sociale aspekten als 'n demokratische attitude, teamgeest, zin voor samenwerking en dergelijke krijgen meer kansen dan ooit, al moeten we wel bedenken, dat het sociale aspekt daarbij meestal geen primair doel is, maar een middel om een bepaald leerdoel te bereiken. Ook dient opgemerkt, dat het soci-

---

[3]) Sluis, A. van der: – Computerkunde bij het Algemeen Voortgezet Onderwijs,
in 'Euclides' 46 (1970-71)

[4]) Deze opvatting vindt men terug in de bekende publikatie:
Beth, E.W.: – Doel en zin van het meetkunde-onderwijs,
in 'Euclides' 14 (1937-38)

[5]) De eerste publikatie over het didaktische praktikum is betrekkelijk recent
Goffree, F. en Wijdeveld, E.J.: – Een praktikum wiskunde,
in 'Euclides' 44 (1968-69)
pagina 193-219
De nieuwste blokken voor P.A. en heroriëntering tonen een evolutie in het denken hierover. Het hanteren van verschillende didaktische werkvormen en het gebruik van meerdere onderwijsmiddelen en media brengt de oorspronkelijke bedoeling evenwichtiger tot uitdrukking.

ale aspekt niet een eksklusief bezit is van het moderne wiskunde-onderwijs. Door de aksentuering van empirische aktiviteiten, het onderzoekskarakter en de rijke probleemstellingen zijn de mogelijkheden om samen aan de oplossing van een probleem te werken echter wel groter geworden.

▶ Vraag: Hebt u iets van dit sociale element ervaren bij het doorwerken van de blokken?

(3) De voorbereidende waarde

Tot voor kort was er een verregaande overeenstemming over de inhoud van de voorbereidende taak van het basis-onderwijs. Het leerstofgebied van het rekenen was duidelijk afgebakend: de bekende stof en geen negatieve getallen, geen meetkundige propedeuse of letterrekenen, hoewel deze onderwerpen didaktisch gezien wel behandeld konden worden op de basisschool. Er was een historisch gegroeide konsensus.

Met de invoering van de moderne schoolwiskunde bij het voortgezet onderwijs werden echter ook allerlei nieuwe gedachten omtrent het reken/wiskunde–onderwijs gelanceerd. Onderwerpen, die tot nu toe gepropageerd werden kwamen ter diskussie en gebieden, die tot dan toe verboden terrein waren, werden thans opengesteld.

Het ligt voor de hand om veranderingen van het basisonderwijs toe te schrijven aan de ontwikkelingen bij het voortgezet onderwijs, die op hun beurt weer op rekening gezet moeten worden van het hoger onderwijs. Toch krijgt het fenomeen van de wiskunde op de basisschool vooral een didaktische verklaringsgrond toegewezen.

Hoe is het mogelijk – zo kan men zich afvragen – dat wiskunde en didaktiek elkaar nu ineens zo goed kunnen vinden, terwijl ze tot voor kort steeds met elkaar overhoop lagen in het wiskunde-onderwijs?

De oorzaak van de verbintenis moet gezocht worden in de *aard van de moderne schoolwiskunde,* die geënt is op een meer abstrakte wiskunde dan de oude schoolwiskunde. Juist door de grotere mate van abstraktie zijn er meer nivo's waarop de matematische begrippen van toepassing zijn. Het wiskunde-onderwijs kan zich op het schoolnivo bewegen tussen enerzijds het hanteren van konkreet materiaal en anderzijds het manipuleren met betekenisloze tekens volgens bepaalde regels.

De noodzaak van een vertikale planning of kwalitatieve fasering komt daarbij nadrukkelijker naar voren: een soort kontinue voorbereidende taak is het gevolg.

We noemen enkele bekende voorbeelden:

- van trek naar vektor
- van frame naar letter
- van kwalitatieve naar kwantitatieve ordening (bij kansen)
- van stereogram naar histogram
- van telproblemen naar kombinatoriek
- van gekleurde getallen naar gehele getallen
- van vergelijkend naar numeriek meten
- van vormen naar relaties (meetkunde)
- van machientje naar funktie
- van spijkerbord naar rooster.

Naast de leerstofinhoudelijke zijde van de voorbereidende taak is er een meer formeel persoonlijke kant aan de propedeuse: de onderzoeksinstelling en de houding ten opzichte van een probleem zijn belangrijke attituden in verband met een goede voorbereiding voor het vervolg-onderwijs in de wiskunde.

▶ Vraag: Hoe denkt u in dit verband over het heroriënteringsblok 'Open beweringen'?

(4) De maatschappelijke relevantie

Met de maatschappelijke zin doelen we hier op de betekenis van het wiskunde-onderwijs voor het leven in de maatschappij (samenleving) en het werken in de beroepswereld. Het vervolgonderwijs – hoewel onderdeel van de maatschappij – laten we hierbij buiten beschouwing.

Welnu, we kunnen ons afvragen welke bijdrage het wiskunde-onderwijs tot dit integrale schooldoel kan leveren. Als we de leerlingen geen wiskunde-onderwijs zouden geven, blijft de maatschappelijke betekenis van de desbetreffende onderwijsvorm dan onaangetast?

Voor het basisonderwijs is deze vraag niet moeilijk te beantwoorden: rekenvaardigheid is van maatschappelijk belang.

Voor het wiskunde-onderwijs blijft de vraag echter staan.

Is er een maatschappelijke noodzaak voor de uitbreiding van reken-onderwijs tot wiskunde-onderwijs?

Denken we bij de beantwoording van deze vraag speciaal aan een nieuw leerstofgebied dan moeten we hem ontkennend beantwoorden: er is geen maatschappelijke noodzaak om tot een dergelijke uitbreiding over te gaan. Natuurlijk is het waar, dat de betekenis van de wiskunde in onze samenleving steeds toeneemt, dat de rekenvaardigheid minder maatschappelijke implikaties heeft en daardoor minder aksent kan krijgen Het rekenonderwijs als leerstofgebied behoeft vanuit maatschappelijk standpunt bezien herziening, maar niet zo ingrijpend als nu veelal voorgesteld wordt.

Denken we bij de beantwoording van de vraag omtrent de maatschappelijke noodzaak van de verandering speciaal aan een bepaalde benaderingswijze van het onderwijs, waarbij het niet alleen gaat om kennis, vaardigheden en inzichten, maar ook om een spesifieke benaderingswijze van problemen, om een houding, om het uitbuiten van mogelijkheden en om de samenwerking in een onderzoek, dan menen we de vraag bevestigend te moeten beantwoorden.

Nemen we bij de beantwoording van de vraag zowel het leerstofgebied als het aanpakgedrag in beschouwing – en zo behoort het – dan aarzelen we. De moeilijkheid is namelijk dat de kwestie van de toepasbaarheid precies *in het midden-onderwijs* ligt. Het aanvankelijk rekenonderwijs en het gevorderde wiskundeonderwijs hebben een rijk matematiseer- en toepassingsgebied, daartussen ligt echter een niemandsland, een onontgonnen gebied. En juist in deze kontreien heeft de vernieuwing van het rekenonderwijs een belangrijk werkterrein. Toch zijn er in het moderne wiskunde-onderwijs mogelijkheden voor de toepasbaarheid. We denken daarbij met name aan meten, grafische verwerking, algoritmiek voorbereidende meetkunde, waarschijnlijkheidsrekening en statistiek.

▶ Vraag: Hebt u iets gemerkt van een grotere maatschappelijke relevantie bij de behandelde blokken?

* * *

4 Algemeen matematische doelen

(0) Inleiding

De algemeen matematische doelen kunnen allen getypeerd worden met het imperatief: het wiskunde-onderwijs dient matematisch waardevol te zijn. Alle kwesties, die in het voorgaande ter sprake kwamen, keren in deze doelstellingen terug, maar ze worden nu vanuit matematisch gezichtspunt geformuleerd. Met name de punten van matematische oorsprong, zoals struktuur, taal, toepasbaarheid (maatschappelijke relevantie), dinamiek en benaderingswijze geven aanleiding tot spesifieke doelformuleringen van algemene aard.[6])

(1) Het algemeen matematische doel I (het rekenaspekt)

Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat het kind mèt de verwerving van het rekensysteem in staat is om op een aangepast nivo rekenkundige problemen uit zijn ervaringswereld en uit het alledaagse leven van volwassenen te kunnen oplossen.

[6]) Relevante literatuur betreffende algemeen matematische doelstellingen

* Christiansen, B.: – Induction and Deduction in the Learning of Mathematics and in Mathematical Instruction, in 'Educational Studies in Mathematics' 2/2 (1969) pagina 139-160

* Freudenthal, H.: – Geometry between the devil and the deep sea, in 'Educational Studies in Mathematics' 3/3 (1971) pagina 13-436

* Publikaties van Polya, G., zoals 'How to solve it', 'Mathematics and Plausibel Reasoning', 'Mathematical Discovery' en 'Fundamental ideas and objectives of mathematical education'

* Watson, F.R.: – Aims in Mathematical Education and their Implications for the training of Mathematics Teachers, in 'International Journal of Mathematical Education in Science and Technology' 2/2 (1971) pagina 105-119

* Johnson, D.A. en Rising, G.R.: – Guidelines for Teaching Mathematics, pagina 10-16 Belmont 1969[2]

* Braunfeld, P. en Kaufman, B.: – Mathematical Education – A Viewpoint, in 'International Journal of Mathematical Education in Science and Technology' 3/3 (1972) pagina 287-291

Dit houdt voor de leerling in:
- kennis van allerlei kwantitatieve aspekten van de werkelijkheid, zoals die tot uitdrukking komen in het tellen, meten en rekenen,
- vaardigheid bij het gebruiken van rekenkundige begrippen en bewerkingen in reële rekensituaties,
- inzicht in relevante getalsystemen en operaties binnen die systemen.

Dit kan voor de leerling inhouden:
- bekwaamheid in het oplossen van algebraïsche problemen.

(2) Het algemeen matematische doel 2 (het taalaspekt)

> Wiskunde is een middel om aspekten van de ons omringende wereld te beschrijven en in kaart te brengen.
> Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat de leerling zich op een adekwate wijze van deze taal als kommunikatiemiddel kan bedienen.

Dit houdt voor de leerling in:
- de beschikking hebben over een voldoende vokabulaire van matematische termen en symbolen,
- het inzicht hebben in een wiskundig systeem als een syntaktisch systeem, met z'n spesifieke betekenissen, globale struktuur, zinsstrukturen en taaltjes,
- het juiste aktieve gebruik van deze vokabulaire en syntaktische strukturen bij het diskussiëren, het formuleren van de oplossing van een probleem, het omschrijven van bepaalde begrippen en het verwoorden van een onderzoek,
- het kunnen lezen van matematische literatuur op adekwaat nivo en het luisteren naar een uiteenzetting of diskussie, waarin matematische taal gehanteerd wordt,
- het zich bewust zijn van de kenmerken van de wiskundige taal ten opzichte van de alledaagse taal wat betreft:
  - gekomprimeerdheid
  - mate van eksaktheid
  - mate van abstraktheid
  - spesifiek gebruik van alledaagse woorden
  - veelvuldig gebruik van symbolen
  - bizondere status van wiskundige of in een wiskundige diskursus gebruikte termen, die ook alledaags gebruikt worden
  - wiskundige termen die niet in de alledaagse taal voorkomen,
- het kunnen interpreteren van matematische beschrijvingen in verbale, schematische en symbolische vorm.

(3) Het algemeen matematische doel 3 (de toepasbaarheid)

> Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat er verbindingen gelegd worden tussen praktische situaties enerzijds en matematische strukturen en begrippen anderzijds.

Dit houdt voor de leerling in:
- het leren matematiseren, dat wil zeggen het omvormen, ordenen en struktureren van een probleemgebied, dat juist even buiten de wiskunde ligt tot een matematisch probleemveld,
- het leren werken met matematische modellen en daarmee de kracht en de beperking van de wiskunde leren kennen,
- het leren adekwaat te reageren in allerlei wiskundige situaties van het dagelijks leven,
- het leren werken met wiskundig georiënteerde apparatuur.

(4) Het algemeen matematische doel 4 (het praktisch nut)

> Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat de leerlingen inzicht krijgen in allerlei maatschappelijk relevante toepassingen van de wiskunde.

Dit houdt voor de leerling in:
- het leren van toepassingen van de wiskunde in fysische, biologische, sociale, medische, technologische als ook in alledaagse probleemgebieden,
- het onderkennen van de bemoeienissen van de wiskunde in het leven van de leerling als konsument van goederen, gebruiker van diensten en eventueel als producent,
- het leren doorzien en begrijpen van de betekenis van de wiskunde voor de hedendaagse samenleving.

(5) Het algemeen matematische doel 5 (struktuuraspekt)

> Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat de leerling een juist begrip verwerft van relevante onderwerpen en het belang onderkent van de rol van strukturen als unifiserende elementen binnen de wiskunde.

Dit houdt voor de leerling in:
- het ontdekken van regelmaat in matematische patronen met betrekking tot getallen, figuren en dergelijke,
- het ontdekken van gemeenschappelijke eigenschappen van objekten, bewerkingen, relaties en strukturen binnen relevante onderwerpen,
- het formuleren van konkrete voorbeelden bij een gegeven algemene regel.

(6) Het algemeen matematische doel 6 (metodisch aspekt)

> Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat de leerling zowel intuïtieve, analoge, induktieve en deduktieve elementen in de benadering van matematische aktiviteiten hanteert en onderkent.

Dit houdt voor de leerling in dat:
- hij de induktieve metode kan toepassen, die gekarakteriseerd wordt door
  - eksperimenteren
  - observeren
  - hypotesevorming
  - toetsing, als overgang naar het deduktieve redeneren,
- hij het gebruik van het begrip induktie in het alledaagse leven kent, waarbij iets soms op grond van 'gezag' of 'gezien' tot algemene wet verheven wordt, waaruit op zijn beurt weer iets afgeleid wordt wat de schijn van onaantastbaarheid heeft,
- hij het gebruik van het induktieve redeneren in de empirische wetenschappen leert kennen met het daaraan verbonden risiko van de sprong in het duister, de mogelijkheden om de induktieve generalisatie te versterken door middel van een teorie en tenslotte de kracht van het éne voorbeeld,
- hij het misbruik van het induktieve redeneren onderkent ingeval het in de kwasi-deduktieve vorm ingekleed is,
- hij het gebruik van het bewijs leert kennen als een geheel van beweringen leidend tot een 'ware' konklusie, waarbij de waarheid te herleiden is tot iets wat men eerder als zijnde juist aangenomen heeft,
- hij gebruik en misbruik van de term bewijs onderkent.

De doelstelling kan inhouden, dat de leerling:
- zich bewust leert worden van het belang van de analogieredenering, de metode van interpolatie en ekstrapolatie, het gewicht van het vermoeden, de intuïtie, de induktie en de deduktie,
- doelbetreffende oplossingsmetoden selekteert, evenals de toepasbare formules en verschillende bewijsstrategieën leert kennen,
- op de hoogte is van aspekten van de formele logika,
- wiskunde leert bedrijven binnen een deduktieve teorie en zich bedient van de aksiomatische metode,
- inzicht krijgt in overeenkomst en verschil tussen de klassiek-aksiomatische en de modern-aksiomatische opbouw van een matematisch systeem.

(7) Het algemeen matematische doel 7 (dinamisch aspekt)

> Wiskunde is een wetenschap, die konstant in beweging is en zich steeds verder ontwikkelt. Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat de leerling zich bewust is van deze openheid en dinamiek van de wiskunde.

Dit kan voor de leerling bijvoorbeeld inhouden:
- enige kennis van de ontwikkeling van notatiesystemen van getallen:
  - romeinse cijfers
  - hindoe-arabische systemen,
- enige kennis van historische ontwikkelingen met betrekking tot de (technische) rekenvaardigheid:
  - staafjes van Napier
  - rekenliniaal
  - handrekenmachines
  - elektrische rekenmachines
  - komputer,
- enige kennis van pogingen om het begrip toeval in de greep te krijgen,

– enige kennis van problemen, die pas in de twintigste eeuw tot een oplossing gekomen zijn en de bijdrage van geleerden ertoe.

(8) Het algemeen matematische doel 8 (attitude aspekt)

> Het wiskunde-onderwijs zal ertoe moeten leiden, dat de leerling **kennis, vaardigheid, inzichten** (bekwaamheden) en **attituden** verwerft, waardoor en waarin de voorgaande doelstellingen met betrekking tot het rekenaspekt (1), het taalaspekt (2), de toepasbaarheid (3), de maatschappelijke relevantie (4), het struktuurkarakter (5), de spesifieke benaderingswijze (6) en de dinamiek (7) gerealiseerd kunnen worden.

U kunt de gedachten bij de doelstellingen als volgt bepalen:

(1) Rekenaspekt	: zie	'Tel-op-Tal' (HOO-blok);
(2) Taalaspekt	: zie	'Het Stadsplan' (HOO-blok);
(3) Toepasbaarheid	: zie	'Grafieken' 'Waarschijnlijkheid' (HOO-blokken);
(4) Praktisch nut	: zie	'Kijk op Kans' (TV-serie) en 'Het Spoorboekje' (maTEMAtika);
(5) Struktuur aspekt	: zie	'In Orde' (HOO-blok);
(6) Metodisch aspekt	zie	'Het Spijkerbord' – formule van Pick – (HOO-blok) 'Waarschijnlijkheid';
(7) Dinamisch aspekt	: zie	de rol, die de driehoek van Pascal in de verschillende blokken speelde;
(8) Attitude aspekt	: zie	onze gezamenlijke krachtsinspanning binnen het Wiskobasprojekt om een leerplan te konstrueren.

Het spreekt vanzelf, dat ook PA-blokken en andere publikaties in het licht van de 1^D-doelstellingen bekeken kunnen worden.
Tenslotte...

5 Alles in één

Alles samengevat in één opgeblazen volzin luidt het doel: We streven naar een aktief, gedifferentieerd, vertikaal gepland onderwijsgebeuren, waarin het struktuurkarakter, het taalaspekt, de toepasbaarheid, de dinamiek en de spesifieke benaderingswijze van de wiskunde tot hun recht komen en waarbij de algemeen integrale doelen – die vormende, sociale, voorbereidende en maatschappelijke delen bevatten – evenzeer nagestreefd worden als de acht algemeen matematische doelen, die de voornoemde wiskundige aspekten in zich sluiten.

Ziezo, we zijn nu wel erg hoog boven de wolken gestegen met onze ballon '1^D', het wordt tijd om wat gas terug te nemen.

We nodigen u daarom uit eens een kijkje te nemen in het Variabele Blok van dit tijdschrift om te zien, hoe we aan de hand van konkrete voorbeelden enkele algemene doelstellingen wat spesifieren.

Overigens merken we op, dat we de 1^D-doelstellingen zoals ze hier geschetst zijn, van beperkte betekenis achten voor de leerplanontwikkeling en de onderwijspraktijk.

Pas wanneer ze in relatie gebracht worden met de leerstofvlakken (rekenen, meten, meetkunde, waarschijnlijkheid en statistiek, relaties en funkties, taal en logika) en in een didaktische kontekst geplaatst worden krijgen ze hun waarde. Welnu, in de Variabele Blokken van dit tijdschrift zullen we dieper op de problematiek ingaan, de relaties tussen de verschillende soorten doelstellingen schetsen en de waarde ervan voor de onderwijspraktijk afmeten.

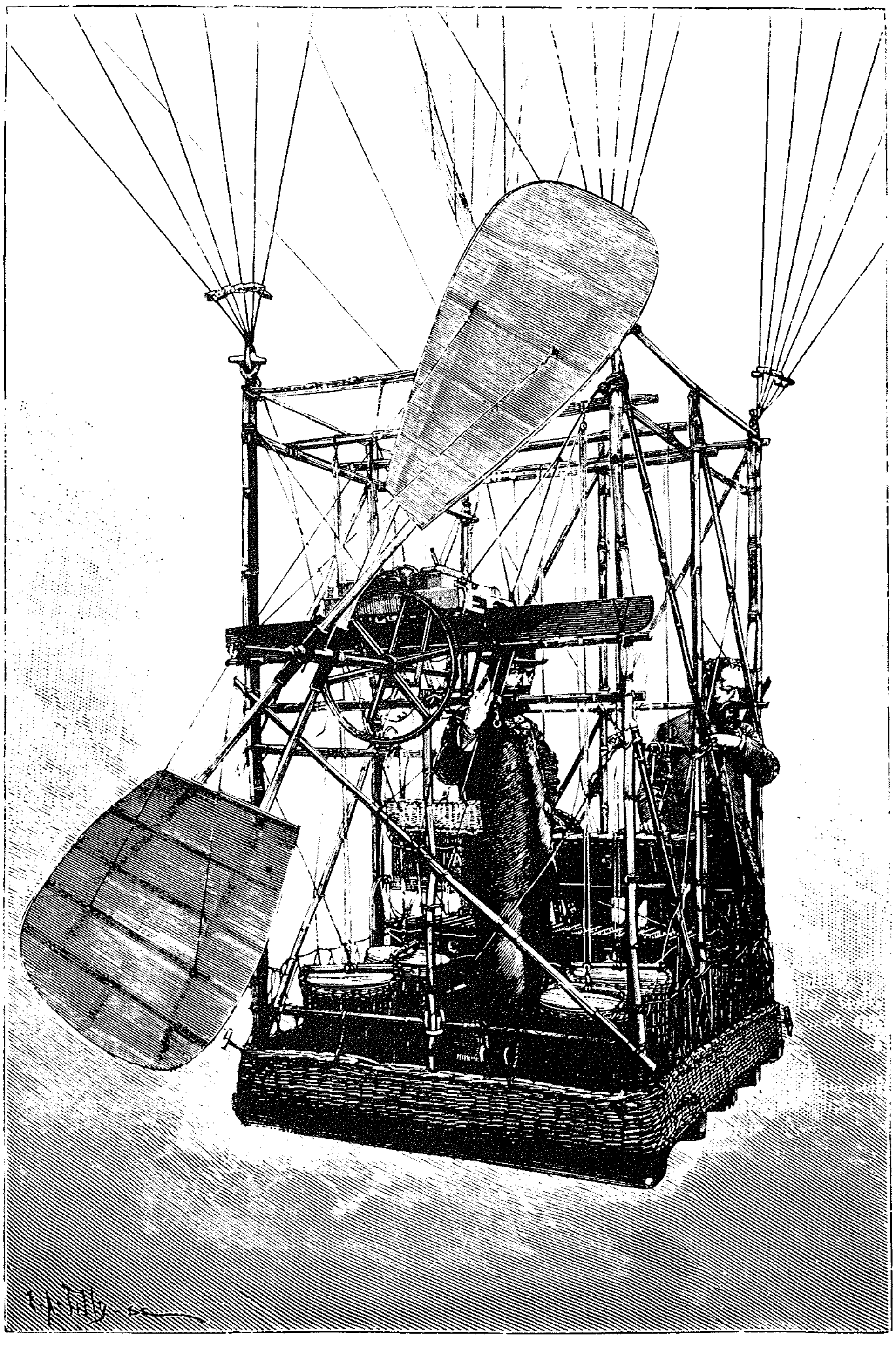
Wellicht kunnen we met deze leerplanologieserie een diskussie over de doelstellingen van het wiskunde-onderwijs op gang brengen, zoals Woestenenk die bepleit heeft.[7])

We stellen de lezer dan voor om bij een dergelijke diskussie *het eksemplarisch beginsel* op de doelstellingen-formulering toe te passen en uitgaande van voorbeelden zijn zienswijze konkrete gestalte te geven. Een werkwijze, die ons aanspreekt, maar waarvoor ons de bladruimte (2^D!) ontbrak om hem hier te realiseren.

[7]) Wiskobas-Bulletin jaargang 1 no. 5 pagina 467

Tenslotte zal het de oplettende lezer niet ontgaan zijn dat de **6** uitgangspunten en de **12** ééndimensionale doelstellingen, beter op een kubus, dan op een ballon passen. Dit temeer, daar de 2^D-doelstellingen gerelateerd zijn aan **6** leerstofvlakken en de 3^D-doelen het kubusbeeld kompleteren. Waarmee we maar willen illustreren, dat we met konkreet bouwmateriaal willen blijven werken in onze doelstellingsbeschouwingen.

Draagt u een blokje bij?



'draagt u een blokje bij?' — *Uit: Knotsgekke uitvindingen van de 19de eeuw (De Haan, Bussum)*

VIA HUISNUMMERS NAAR DE OASE

HUUB JANSEN

VREEMDE HUISNUMMERS IN EEN VREEMDE STRAAT

In Wiskobas Bulletin no 2 van deze jaargang hebben we u een aantal huizen in een straat voorgeschoteld, die als volgt waren genummerd:

110	20	12	11	10	?

Het probleem was:
bepaal het nummer van het laatste huis.

Gesuggereerd werd dat de oplossing te maken had met de verschillende talstelsels waarin we getallen kunnen schrijven.
Wij zijn gewend getallen te schrijven in het tientallig stelsel.
De kilometerteller in onze auto (of brommer!) laat zien hoe ons talstelsel werkt.

0	0	0	0	9

Na negen kilometer rijden is bovenstaande stand bereikt.
Nog een kilometertje verder en we kijken naar:

0	0	0	1	0

Het principe waarmee zo'n teller werkt is simpel maar geniaal.
Als alle voorhanden zijnde cijfersymbolen zijn opgebruikt, begint hij opnieuw met 0, maar noteert tevens dat alle symbolen éénmaal zijn opgebruikt.
Na stand

0	0	0	9	9

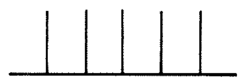
komt een dubbele truuk.
Het meest rechtse cijfer wordt weer 0. De tweede 9 moet dan met 1 worden verhoogd. Dit gaat natuurlijk weer niet, alle cijfers zijn immers verbruikt. Opnieuw beginnen, maar het resultaat vastleggen in het volgende cijfer:

0	0	1	0	0

De cijfersymbolen waar wij in de rekenkunde dagelijks mee werken zijn, zoals bekend: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.
Precies 10 stuks zoals u ziet.

't Zal wel komen door het aantal vingers aan onze handen, maar eigenlijk is het rekenen met precies evenveel cijfersymbolen als vingers erg willekeurig.

Het kan ook met meer of minder symbolen.
Bijvoorbeeld met vier, namelijk: 0; 1; 2; 3.
Het tellen van knikkers, wijnballen of iets dergelijks verloopt dan als volgt:

aantal knikkers / *notatie op telraam*	*getalaanduiding*
	0
	1
	2
	3
	10
	11
	12
	13
	20

Ach, zo kunnen we nog wel een tijdje doorgaan, maar u snapt het verder wel.

Het kan ook met acht symbolen: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.

Tellen gaat dan als volgt: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 10; 11; ......
....; 17; 20; .....; 77; 100; 101; ...

Eigenlijk heel simpel. In het tientallig stelsel maken we groepen van tien vol en beginnen dan opnieuw. En in bijvoorbeeld het viertallig stelsel maken we groepen van vier.
Ondertussen moeten we wel oppassen wat we zeggen. Want wat is 'tien' eigenlijk?

Ons probleem is inmiddels nog niet opgelost. Daarom een gefantaseerd verhaal. We zetten een aantal gloednieuwe auto's achter elkaar. De tellers staan allemaal nog op $\boxed{0\,|\,0\,|\,0\,|\,0\,|\,0}$.

maar werken met verschillende talstelsels, namelijk:
tweetallig, drietallig, viertallig, vijftallig, zestallig, zeventallig en tientallig.
Elke teller verspringt na precies 1 kilometer rijden. (In een land waar men in een ander talstelsel zou rekenen, zal dit wel niet gebeuren!)
Met zijn allen gaan we een dagje toeren in deze auto's.
De verschillende tellerstanden zijn dan:

	auto tweetallig	auto drietallig	auto viertallig	auto vijftallig	auto zestallig	auto zeventallig	auto tientallig
Start:	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000
Na 1 kilometer: (met wat franje eraf)	1	1	1	1	1	1	1
Na 2 kilometer:	10	2	2	2	2	2	2
Na 3 kilometer:	11	10	3	3	3	3	3
Na 4 kilometer:	100	11	10	4	4	4	4
Na 5 kilometer:	101	12	11	10	5	5	5
Na 6 kilometer:	110	20	12	11	10	6	6

Verder gaan we maar niet. U kunt het zelf wel vinden en bovendien...... in de laatste regel staat de oplossing van het huisnummerprobleem!
Onze huisnummers zijn de getallen die in respektievelijk het tweetallig, drietallig, viertallig, vijftallig en zestallig stelsel geschreven, de hoeveelheid

• • •
• • • aangeven.

Het volgende en laatste huisnummer zal dan de zeventallige aanduiding van deze hoeveelheid moeten zijn en dat is niets anders dan: 6.
Het hele rijtje wordt dan:

110 20 12 11 10 6

Misschien een oplossing voor een gemeente die de huizen in wijk nummer 6 op een originele wijze wil nummeren.
De postbestellers moeten dan wel een Wiskobas-heroriënteringskursus gaan volgen.

Al oplossend hebben we nog wat berekend.
Stel dat de originele huisnummers van een rijtje huizen zijn: 2; 4; 6; 8; 10; 12.
U ziet: een rijtje even nummers.
Onze vraag zou kunnen zijn:
Krijg je geen aardig probleem als je deze huisnummers schrijft in achtereenvolgens het tweetallig, drietallig, viertallig, vijftallig, zestallig en zeventallig stelsel?
Hopelijk ziet u in dat dan een oninteressant probleem ontstaat.
Daarom toch nog iets anders.
Alweer een rijtje huizen met nummering:

2 4 11 20 101 ?

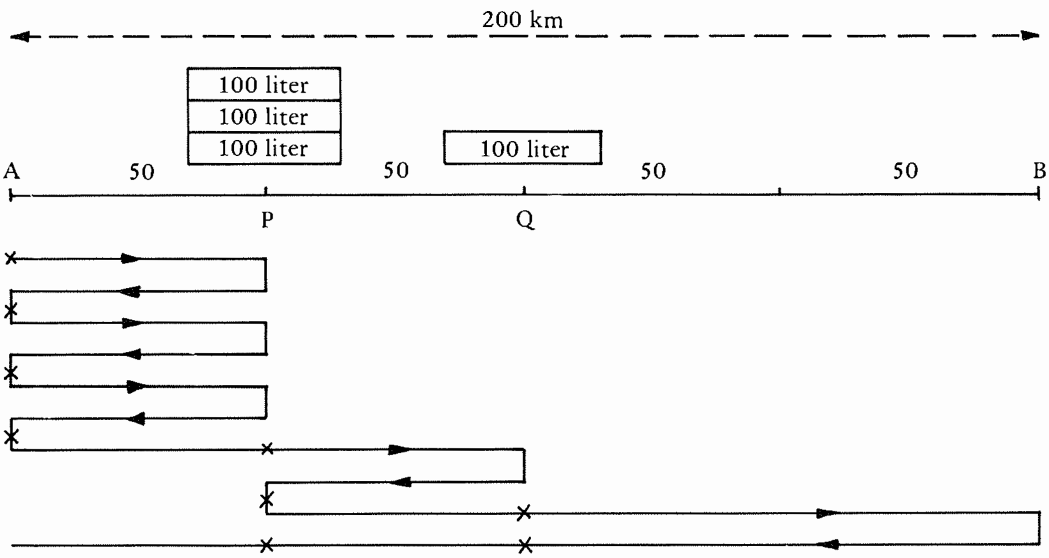
Wellicht kunt u na al dit talstellig gepraat nu het laatste huisnummer vinden.

WOESTIJNREIZIGERS

Tijdens de bijeenkomst van geheroriënteerde en heroriënterende onderwijzers in het IOWO-gebouw op vrijdag 25 mei jl. werd door een van de onderwijzers de klacht geuit dat zijn paasvakantie verloren was gegaan met het zoeken naar de oplossing van het oaseprobleem.
Wij hebben daar geen medelijden mee, net zo min als met de miljonair die een dubbeltje heeft verloren.
Bovendien is het voor de lezer wel gewenst, maar niet verplicht zich met Problematika bezig te houden!
Opvallend was overigens wel het groot aantal binnengekomen oplossingen op genoemd probleem.
Het speelde zich af in een woestijn waarin een reiziger per auto van A naar B èn terug moest reizen. De afstand AB was 200 km en de auto reed 1 op 1 en kon maksimaal 200 liter benzine in tanks en flessen meenemen.

Hoe en waar moest onze reiziger benzine achterlaten om toch heen en terug te komen en wat was dan de kleinste afstand, die afgelegd moest worden?

Bijna alle inzenders waren uitgekomen op een afstand van 800 km. Een inzender kwam op 700 km, maar bleek zich bij de berekening 100 km vergist te hebben. Die '800 km'-oplossing zag er als volgt uit:



Driemaal wordt 100 liter bezine gedropt in P, daarna wordt weer in A gestart met een volle tank, deze wordt bijgevuld in P en in Q wordt 100 liter neergezet. Terug naar P, tank vullen en via Q, tank vullen, naar B en dan terug met gebruikmaking van de achtergelaten benzine.
In de tekening is het vol tanken steeds aangegeven met kruisjes. Wanneer u de roetelijn volgt, dan ziet u dat het totaal aantal afgelegde kilometers 800 is.
Is dit nu de zuinigste tocht?

Van kollega Ary van Tooren kregen we een oplossing, waarbij de wiskunde de pan uitschuimde – en dat besparen we u – maar die wel een stukje korter was. We laten hier zijn oplossing volgen;

De eerste voorraad maak je op $16\frac{2}{3}$ km afstand. Laad vier keer achtereen $183\frac{1}{3}$ liter benzine op; daarmee kan je naar het depôt rijden ($16\frac{2}{3}$ liter), daar 150 liter dumpen en weer terug rijden ($16\frac{2}{3}$ liter), want

$$16\tfrac{2}{3} + 150 + 16\tfrac{2}{3} = 183\tfrac{1}{3}.$$

Na vier keer dumpen heb je in het depôt 4×150 liter = 600 liter voor het vervolg van de reis en ook nog $16\frac{2}{3}$ liter in de tank voor de terugreis van het depôt naar A (maar die maak je pas op het allerlaatst!)
Met de voorraad van 600 liter ga je nu een tweede depôt maken, dat $33\frac{1}{3}$ km verder ligt. Laad drie keer achtereen de kar hardstikke vol met 200 liter, daarmee kan je heen en terug naar het tweede depôt en ook nog $133\frac{1}{3}$ liter dumpen. Na drie keer dumpen heb je daar dus een voorraad van $3 \times 133\frac{1}{3}$ liter = 400 liter (plus $33\frac{1}{3}$ liter voor de uitgestelde terugreis).
Het derde depôt komt nu 50 kilometer verder. Met een volle landrover (200 liter) kan je die reis heen en weer maken en bovendien 100 liter dumpen. Er komt in het derde depôt dus 200 liter te liggen (twee keer dumpen), plus genoeg voor de terugreis.
Met die 200 liter in het derde depôt kan je nu net precies heen en weer naar de oase, want die ligt van het derde depôt op een afstand van

$$200 - (16\tfrac{2}{3} + 33\tfrac{1}{3} + 50) \text{ kilometer} = 100 \text{ kilometer}.$$

Als de reiziger weer thuis is in A is alle benzine, die hij uit de pomp gehaald heeft, nèt op. Dat waren $4 \times 183\frac{1}{3}$ liter = $733\frac{1}{3}$ liter. En evenzoveel kilometers heeft hij gereden!

Met behulp van een pittig stukje wiskunde wordt vervolgens aangetoond dat dit ook de kortste oplossing is. Liefhebbers voor dit bewijs moeten zich maar melden, zodat we een kopie kunnen toesturen.
Rest nog de vraag waarom zoveel lezers door dit probleem geboeid zijn geworden. We weten het niet.
Misschien omdat de aanpak van het probleem geen wiskundige voorkennis vereist. Of omdat zuinig rijden een probleem is waar iedereen door de stijgende benzineprijzen dagelijks mee gekonfronteerd wordt.

Wie zal het zeggen?

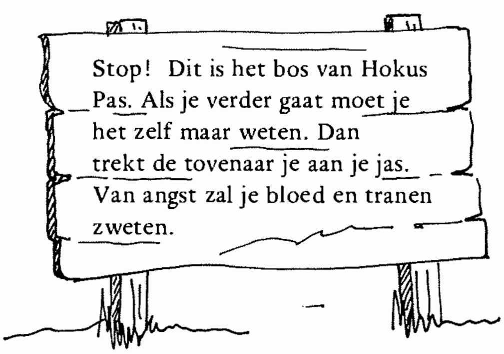
! Wim Wiedes !

HANS TER HEEGE

WIM WIEDES BIJ HOKUS PAS

Omdat de zon dit jaar voor het eerst achter de wolken vandaan komt en het voorjaar is, gaan Wim Wiedes en zijn vrouw Wies wandelen.
Ze lopen door het bos en horen de vogels vrolijk fluiten.
De wandeling is zo fijn, dat ze niet merken dat ze steeds verder het bos in gaan en verdwalen.
Dat is me wat!
'Hoe komen we weer thuis?', jammert Wies.
'Kom maar mee', zegt Wim, die eigenlijk ook wel een potje kan gaan huilen.

Opeens staan Wim en Wies voor een groot bord. Wies leest voor wat erop staat, want Wim heeft zijn bril vergeten:



Je begrijpt dat Wim en Wies erg schrikken van dat bord. Maar teruggaan is ook niet leuk. Ze besluiten net te doen of ze het bord niet hebben gezien. Ze lopen door!
Zou jij dat durven? Nou, ik niet hoor!

Als ze het pad afgelopen zijn, staat daar plotsklaps een oud mannetje voor hun neus.
Je begrijpt het al: het is Hokus Pas.
'Wat moeten jullie hier?', krast Hokus Pas.
'Heel dom van jullie, ha, ha.'
'Ach meneer Hokus Pas, we zijn de weg kwijt. We willen graag naar huis.'
'Naar huis, naar huis, ha, ha, ik zal van jullie een bruine boon maken!'
Wim wordt wit om de neus van angst en Wies begint hard te huilen. Ze smeken: 'Geef ons nog één kans, meneertje Hokus Pas.'
De tovenaar kijkt ze een poosje aan. Het lijkt wel of hij denkt: 'Zal ik ze nog een kansje geven?'
Hij zegt: 'Kom maar mee.'

In het huisje van Hokus Pas staat een tafel. Op de tafel staan twee hoge toverhoeden. Er liggen twaalf kaarten op de tafel: 6 rode en 6 gele. Achter de tafel zitten Wim en Wies. Voor de tafel staat Hokus Pas.
Hij zegt:
'Doe de kaarten in de hoeden. Je mag zelf weten hoeveel kaarten je in elke hoed doet. En ook waar je de rode en waar je de gele kaarten in doet. Dan doe ik je een blinddoek voor en je trekt een kaart uit een hoed, die ik voor je op de grond zet.
Heb je een rode kaart gepakt, dan zijn jullie vrij. Maar pak je een gele kaart, dan maak ik van jullie bruine bonen, ha, ha!
Heb je alles begrepen?'
Wim knikte. Hij rilt van de angst. Hij zweet bloed en tranen.

Wim doet de 12 kaartjes in de 2 hoge hoeden. Hokus Pas doet hem de blinddoek voor. Een angstig moment volgt. Wim pakt in een hoge hoed.
En .... het is een rood kaartje! Wim en Wies zijn vrij!!

Nu jullie:
hoe moet je de kaartjes in de hoeden doen om een grote kans te hebben vrij te zijn?
Wees net zo slim als Wim Wiedes! [1])

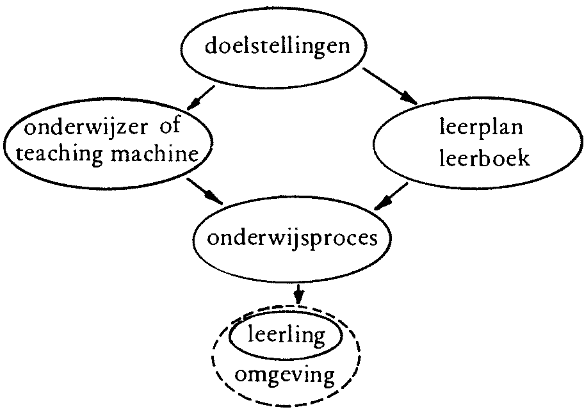
[1]) De oplossing van het probleem staat op pagina 1017.

berichten uit het buitenland

KLAAS KOSTER

HET AMERIKAANSE SMSG-PROJEKT: WAT HEEFT HET NA 14 JAAR TE VERTELLEN?

Van 1958 tot 1972 heeft de amerikaanse School Mathematics Study Group (SMSG) gewerkt aan de vernieuwing van het wiskunde-onderwijs vanaf de kleuterschool tot aan de universiteit. Het Wiskobas-Bulletin gaf over dit projekt al enige informatie.[1])
Een aanvulling daarop volgt in deze aflevering aan de hand van een artikel dat de projekt-direkteur van SMSG, prof. E.G. Begle, onlangs publiseerde in *'The Mathematics Teacher'.*[2])
In zijn artikel bespreekt Begle het wiskunde-onderwijs. Met behulp van het volgende schema struktureert hij zijn analise:



De middelste ovaal staat voor wat gebeurt in het onderwijsproces, zoals dat meestal – maar niet noodzakelijk – in een klassesituatie plaatsvindt. De leerling is in de onderste ovaal geplaatst en wordt in het schema omringd door zijn omgeving. Tot de omgeving rekent Begle bijvoorbeeld de medeleerlingen en het sociaal-ekonomisch milieu van de leerling zelf. De pijlen in het schema drukken uit dat er vanuit de ene komponent invloed wordt uitgeoefend op de andere komponent. Het onderwijsproces heeft rechtstreeks invloed op de leerlingenprestatie, terwijl het onderwijsproces op zijn beurt vooral beïnvloed wordt door de onderwijzer en het leerplan en de leerboeken. In dit schema heeft het leerplan, de onderwijzer en/of het leerboek dus een indirekte invloed op de leerlingen. De invloed van de doelstellingen is in Begle's visie eveneens indirekt.
Na een aantal inleidende opmerkingen over het funktioneren van het totale schoolsysteem bespreekt hij achtereenvolgens wat SMSG te vertellen heeft over iedere komponent uit zijn schema.

Doelstellingen

Begle signaleert het gevaar dat door het gebruik van in gedragstermen geformuleerde onderwijsdoelstellingen opnieuw de nadruk in het wiskunde-onderwijsprogramma gaat vallen op het 'uit-het-hoofd-leren-van-feiten'. In dit Bulletin hebben Adri Treffers en Edu Wijdeveld verslag gedaan van de nederlandse diskussie over operationele doelstellingen.[3])

Onderwijzers

Eén van de doelstellingen van SMSG was om informatie te verzamelen over de kenmerken van onderwijzers, waarmee men vooraf kan voorspellen of iemand in de toekomst effektief onderwijs zal geven. Eerdere pogingen om dergelijke 'effektiviteitsvoorspellers' te vinden hebben over het algemeen zeer weinig opgeleverd, ondanks de grote hoeveelheid onderzoek, die op dit gebied is ondernomen. Met behulp van uitvoerige vragenlijsten verzamelde SMSG informatie over onder andere de volgende *achtergrondkenmerken* van leerkrachten: soort onderwijzers- of leraren-opleiding, hoeveelheid en aard van onderwijservaring, aantal en soort akten. Daarnaast verwerkte men ook gegevens over de *attitudes* van de

---

[1]) Jaargang 1, pag. 380-381.

[2]) Begle E.G.: Some lessons learned by SMSG (The Mathematics Teacher, 66, 207-214, maart 1973).

[3]) Jaargang 2, pag. 627-635.

leerkrachten ten opzichte van de wiskunde, de leerlingen en het lesgeven.
Overeenkomstig de verwachting vormden de verzamelde achtergrondkenmerken geen indikatie voor de effektiviteit van iemands onderwijs; datzelfde ging evenwel — tegen de verwachting in — ook op voor de attitudekenmerken. De enige duidelijke konklusie na het eerste onderzoeksjaar was dat er een waarneembaar efektiviteitsonderscheid bestaat in de onderwijsresultaten van verschillende leerkrachten. De vraag waaraan deze verschillen in prestaties moeten worden toegeschreven bleef echter onbeantwoord.
Na het tweede onderzoeksjaar is zelfs deze zeer bescheiden konklusie over het bestaan van dergelijke verschillen tussen leerkrachten ten dele ondergraven. In dat jaar bleek namelijk dat de samenhang in leerkrachteffektiviteit bij dezelfde leraren in beide opeenvolgende jaren niet hoog was. Het ene jaar was bijvoorbeeld de effektiviteit, gemeten in leerlingenprestaties, groot en het andere jaar laag. Eveneens gering was de samenhang tussen de hoeveelheid wiskundige kennis van de leerkrachten en de onderwijsresultaten. Dit betrof highschool-leraren (9th grade).

Leerplan en leerboeken
De leerboeken blijken een overwegende invloed te hebben op datgene wat de leerlingen leren. Afwijkingen van leerboeken door 'teachers' komen wel voor, maar de hoofdlijn van het onderwijs en de te behandelen onderwerpen worden toch grotendeels door de leerboeken bepaald. Begle noemt dit een belangrijk gegeven, omdat de inhoud van een leerboek gemakkelijk veranderd kan worden.
Aan de andere kant moet de invloed van een leerboek ook weer niet overschat worden, omdat bijvoorbeeld de prestaties van leerlingen, die met SMSG-leerboeken werkten, maar weinig beter waren dan de prestaties van leerlingen, die met traditionele leerboeken werkten.
De stijl waarin een leerboek is geschreven, bleek van weinig invloed op de leerlingenprestatie; evenmin leverde het langdurig bijschaven van geschreven teksten veel betere leerlingenprestaties op.

Onderwerpen
Algebra en meetkunde hoeven niet langer uitgesteld te worden tot de 9th en 10th grade. Het is mogelijk ook op de basisschool aan deze onderwerpen te werken, evenals met begrippen uit 'de statistiek en waarschijnlijkheid'. Rekenen, algebra, meetkunde en waarschijnlijkheid worden in de nieuwe SMSG-programma's voor de junior high-school in elkaar verweven, zodat men in iedere stroom kan profiteren van de aanwezigheid van andere stromen. Het tijdstip waarop bepaalde spesifieke onderwerpen in het leerplan worden geplaatst, zou niet afhankelijk moeten zijn van de leeftijd van de leerling, maar van de algemene struktuur van de wiskunde, aldus Begle.

Onderwijsproces
De bijdrage van SMSG ten aanzien van dit aspekt is gering, omdat het projekt hierover maar weinig heeft onderzocht. Dat is misschien ook wel verstandig geweest, want vergelijkend onderzoek naar het gebruik van verschillende onderwijsprosedures levert meestal een 'onbeslist' op. Vergelijkingen tussen 'discovery learning' en 'direct instruction' geven hiervan een goed voorbeeld. In een onderzoek naar de effekten van een in een SMSG-kursus geprogrammeerde instruktievorm bleek dat ten aanzien van de leerlingenprestaties geen verschillen optraden in vergelijking met het oorspronkelijk leerboek. Wel bleek volgens Begle dat de leraren over het algemeen negatief stonden tegenover geprogrammeerde instruktie, o.a. ook tot uiting komend in het feit dat het geprogrammeerde leerboek slecht werd verkocht.
Bij een groep 'seventh grade' leerlingen, die slecht presteerde op wiskundetesten, deed SMSG een onderzoek naar de mogelijkheden hen toch nog wiskunde te leren. Daartoe kregen de leerkrachten precies voorgeschreven hoe zij hun lessen moesten geven en hoe ze het te gebruiken materiaal bij de leerlingen moesten presenteren.
Het bleek dat de leerlingen niet veel wiskunde leerden, maar dat wel een aantal positieve neveneffekten optraden:

- ordeproblemen, zoals die in de kontroleklassen in ernstige mate voorkwamen, deden zich niet voor in de eksperimentele klassen;
- de attitude van de studenten tegenover wiskunde-onderwijs verbeterde sterk, evenals

hun gevoel van eigenwaarde ('self-concept');
de leerkrachten namen met veel plezier deel aan het onderzoek, hoewel hun eigen vrijheid van handelen in de klas danig werd ingeperkt.

Klassegrootte
SMSG onderscheidt de deelnemende klassen in klassen met dertig leerlingen of meer en klassen met minder dan dertig leerlingen. Dit onderscheid in 'grote' en 'kleine' klassen bleek voor de leerprestaties van de leerlingen niet veel uit te maken.
Voor wat betreft de basisschool was een kleinere klas gunstiger dan een grote klas, voor de 'high-school' was het net omgekeerd. Daar bleek vreemd genoeg dat hogere leerlingenprestaties voorkwamen in de grotere klassen. Maar over het algemeen was de invloed van de klassegrootte op de leerlingenprestaties niet zo sterk, tenminste niet op de gemeten leerprestaties. (Het is mogelijk dat voor de arbeidsvreugde van leerkrachten kleinere klassen wel effekten hebben, maar dat is niet onderzocht.)

De leerlingen
In de eerste plaats, aldus Begle, is gebleken dat iedere leerling van het wiskunde-onderwijs à la SMSG kan profiteren. De veel geuite veronderstelling dat de 'modern mathematics' voornamelijk voor de hoog intelligente leerlingen geschikt is, wordt dus niet bevestigd.
Door de immense hoeveelheid materiaal over de leerlingenprestaties is van een grondige analise tot dusver nog niet veel terecht gekomen. Begle stipt aan dat de pogingen om het onderwijs te individualiseren, berusten op de mening dat de individuele verschillen tussen leerlingen vereisen dat voor verschillende vraagstellingen ook verschillende onderwijsmetoden moeten worden gekozen. Maar, aldus Begle, 'so far, however, the succesful exploitation for instructional purposes of an interaction between a student's aptitude and a pedagogical treatment has not been demonstrated'. In de vorige aflevering van het Wiskobas-Bulletin is in deze rubriek met behulp van een artikel van Olson ingegaan op een aantal faktoren, die dit uitblijven van een duidelijk verband tussen onderwijsmetode en leerlingenprestatie kunnen verklaren.
Over de attitudes van de leerlingen ten opzichte van wiskunde het volgende: in het begin van de vierde klas zijn de attitudes tamelijk positief, terwijl daarin in de loop van de basisschool zelfs nog enige verbeteringen optreden. Vanaf de eerste klas van de junior high-school tot aan het eind van de high-school neemt de positieve instelling ten opzichte van wiskunde weer af. Een en ander bleek niet samen te hangen met het gebruik van bepaalde leerboeken.

Onder andere deze schommelingen in waardering voor het vak wiskunde laten zien, dat het beschrijvingsschema van Begle niet volledig is en tekorten vertoont. Hij noemt zelf in dit verband het feit, dat het tijdsperspektief in het schema ontbreekt. Meerdere gegevens uit het SMSG-projekt onderstrepen dat het van belang is ontwikkelingen van de leerlingen en behaalde onderwijsresultaten over een langere periode te volgen. Soms kunnen dan opmerkelijke prestatieschommelingen worden gesignaleerd.
Met behulp van een indeling van leerlingenprestaties in een aangepaste versie van de taxonomie van Bloom[1]) is door SMSG nagegaan welke samenhang er bestaat tussen de verschillende onderdelen van de taxonomie. Daarbij bleek dat de vaardigheid op het ene nivo (bijvoorbeeld tellen en rekenen) niet garandeert dat ook op de andere nivo's goede prestaties worden geleverd (bijvoorbeeld bij begrijpen of analise). Eveneens bleek dat in de eerste drie leerjaren van de basisschool de verschillende nivo's uit de taxonomie nog niet gedifferentieerd voorkwamen. Alle voorgelegde wiskundetaken werden door de leerlingen uit de eerste drie klassen op ongeveer dezelfde manier aangepakt. Pas aan het eind van de derde klas kreeg het nivo-onderscheid uit de taxonomie feitelijk betekenis.
Zowel dit laatste gegeven als de andere resultaten kunnen via kleinere, korter lopende projekten nog eens worden onderzocht. Daarnaast kan via een beschrijving van de ontwikkeling van leerprestaties van groepen leerlingen in een reeks van jaren, het tijdsperspektief binnen het onderzoek worden gebracht.

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 2, pag. 627-635.

onderwijs-televisie en wiskunde-onderwijs

PIET SCHOLTEN

Informatie over:
- KIJK OP KANS – numerieke gegevens en reakties
- een projekt voor klas 2
- plannen voor volgende projekten

* * *

▸ *KIJK OP KANS*

Op het moment dat ik dit artikel schrijf is het ongeveer twee maanden geleden, dat *kijk op kans* voor de eerste maal via het open net aan onderwijzers en leerlingen van klas 5 en 6 werd aangeboden.

Op grond van gesprekken met onderwijzers en leerlingen en een voorlopige verwerking van de reakties en de onderzoeksgegevens, mag gekonkludeerd worden dat dit onderwijsleerpakket over het algemeen gunstig ontvangen is.

Met behulp van de nu volgende selektie uit het beschikbare materiaal kunt u zichzelf een oordeel vormen.

Kijkdichtheid

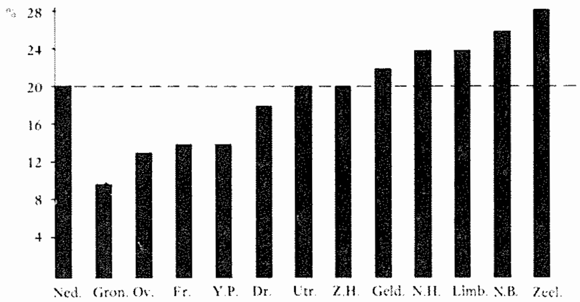
Ongeveer 1700 basisscholen (ca. 55.000 leerlingen) hebben met een of meer klassen deelgenomen. Dat is ruim 20% van alle basisscholen en 28% van de basisscholen die over een of meer televisietoestellen beschikken. Voor een schooltelevisie is dat een vrij hoge kijkdichtheid.

Omdat ik bij het doorbladeren van de lijsten met deelnemende scholen de indruk kreeg dat het aantal deelnemende scholen in het zuiden van nederland, vergeleken met de andere delen, nogal groot was, heb ik een telling gemaakt per provincie.

	aantal[1]) basisscholen	deelgenomen aan *kijk op kans*	percentage
Groningen	460	46	10
Friesland	555	79	14
Drente	372	66	18
Overijssel	667	86	13
Gelderland	1026	223	22
Utrecht	511	102	20
Noord-Holland	1196	285	24
Zuid-Holland	1569	315	20
Zeeland	283	80	28
Noord-Brabant	980	251	26
Limburg	603	143	24
IJsselmeerpolder	66	9	14
Nederland	8288	1685	20 (gemiddeld)

[1]) schooljaar 1971-1972

Percentage deelnemende scholen *kijk op kans* per provincie:



Het zou interessant zijn om de oorzaken van deze nogal grote verschillen te kennen. Wie wil een poging wagen?

Welke klassen?

Omdat er al een aantal publikaties over *kijk op kans* gedaan moesten worden voordat de try-out in Hengelo plaatsvond, hebben we – voorzichtigheidshalve – het projekt in eerste instantie alleen voor klas 6 aanbevolen. De ervaringen tijdens de try-out wezen uit dat de serie – mits ietwat intensiever begeleid door de onderwijzer – ook voor klas 5 geschikt is. Vanaf dat moment is de serie aanbevolen voor klas 5 en 6.

De doorwerking van de eerder gegeven restriktie is duidelijk terug te vinden in de volgende cijfers:

de serie gevolgd alleen met klas 5 – 6%
de serie gevolgd met klas 5 en 6 – 20%
de serie gevolgd alleen met klas 6 – 74%.

Afstemming nivo

Op de vraag over de afstemming van de serie op het nivo van de leerlingen werd als volgt geantwoord:

voldoende afgestemd – 75%
nivo te laag – 2%
nivo te hoog – 15%
geen mening – 2%
diversen – 5%.

Betrokkenheid

In welke mate waren de leerlingen bij deze serie betrokken?
Volgens de onderwijzers:

in sterke mate – 37%
in redelijke mate – 54%
in geringe mate – 3%
diversen – 6%.

Bruikbaarheid

Over de bruikbaarheid van de serie werd als volgt geoordeeld:

bruikbaarheid groot – 34%
bruikbaarheid redelijk – 56%
bruikbaarheid gering – 6%
geen mening – 1%
diversen – 3%.

Omgerekend in de tweepuntsschaal geeft dit een bruikbaarheid van 1.29 en dat is ongeveer een gemiddelde skore voor een onderwijstelevisieprogramma.

Herhaling

Zoudt u, bij een herhaling van deze serie in het volgende kursusjaar, opnieuw met uw klas(sen) aan deze serie deelnemen?

ja – 74%
nee – 7%
weet nog niet – 18%
diversen – 1%.

Tijdens de uitzending van de serie heeft de NOT aan alle scholen, die deelnamen aan het projekt, een enquêteformulier toegezonden. Bijna 1000 formulieren werden ingevuld geretoerneerd. De bovenstaande gegevens zijn hieraan ontleend.

Een door TELEAC en NOT opgestelde uitgebreide vragenlijst is na afloop van de serie aan 500 scholen toegezonden. Hoewel de respons slechts 40% bedroeg – en de betrouwbaarheid dus wellicht niet al te groot is – wil ik u een aantal gegevens niet onthouden.

Kijk-frekwentie

	Teleac	*Not*
les 0: inleiding	75%	–
les 1: uit het leven gegrepen	73%	94%
les 2: een, twee, drie, ... plof	70%	93%
les 3: kans bekeken, kans berekend	56%	93%
les 4: tol en toeval	56%	91%
les 5: wie is er bang voor uitschieters?	52%	83%
les 6: op zoek naar de schat	49%	82%
les 7: afronding	37%	–

Werkboek

Bij de serie hoort een vrij omvangrijk werkboek voor de leerlingen. We waren benieuwd naar de ervaringen. Een gedetailleerde opsomming van het volledig, gedeeltelijk of niet doorwerken van *alle* in het werkboek voorkomende problemen, zou te veel plaatsruimte vergen. Ik volsta met de volgende selektie:

		volledig doorgewerkt	gedeeltelijk doorgewerkt	niet doorgewerkt	geen enkele NOT-les gevolgd
les 0:	eerste probleem	92%	1%	2%	5%
les 1:	klassegesprek	89%	5%	1%	5%
	tweede probleem	86%	5%	4%	5%
les 2:	derde probleem	78%	6%	11%	5%
les 3:	eerste probleem	87%	5%	3%	5%
	vierde probleem	73%	7%	15%	5%
les 4:	eerste probleem	81%	5%	9%	5%
les 5:	klassegesprek	75%	6%	14%	5%
	eerste probleem	74%	7%	14%	5%
	tweede probleem	58%	10%	27%	5%
les 6:	eerste probleem	70%	5%	20%	5%
	vijfde probleem	51%	8%	36%	5%

U ziet dezelfde tendens als bij de 'kijkfrekwentie': na les 4 wordt de animo onder de deelnemers wat minder. Uit gesprekken met onderwijzers bleek *vermoeidheid* een van de belangrijkste oorzaken te zijn.
Vandaar de vraag:

Het volgend jaar wordt het projekt *kijk op kans*, vermoedelijk tussen Pasen en Pinksteren, herhaald. Bent u van plan om dan opnieuw met een klas aan dit projekt deel te nemen?

ja, indien het elke week wordt uitgezonden (periode van 6 weken) — 42%
ja, indien het 1 keer in de 14 dagen wordt uitgezonden — 35%
nee, omdat ... — 9%
weet nog niet — 12%.

Bestede tijd
Hoeveel uur heeft u met uw klas gemiddeld per week aan dit projekt besteed? (Inklusief televisieles en klassegesprek)

1 uur — 2%
2 uur — 10%
3 uur — 20%
4 uur — 31%
meer dan 4 uur — 31%.

Rekenen
Hoeveel uur heeft u in dezelfde periode met uw klas gemiddeld per week daarnaast nog aan het gebruikelijke rekenonderwijs besteed?

0 uur — 15%
1 uur — 25%
2 uur — 30%
3 uur — 13%
4 uur — 6%
meer dan 4 uur — 6%.

Bruikbaarheid
Wat vond u van de bruikbaarheid van de diverse onderdelen van dit onderwijsleerpakket?

	groot	redelijk	gering	geen mening
TELEAC-kursus	14%	33%	19%	24%
NOT-kursus	43%	43%	5%	2%
onderwijzersboek	55%	32%	4%	2%
leerlingenboek	57%	33%	3%	1%

Heroriëntering via televisie
Hoe staat u in het algemeen tegenover het koppelen van een televisiekursus voor onderwijzers aan een televisiekursus voor leerlingen als het gaat om series met nieuwe lesinhouden en/of -metodieken?

zeer positief — 49%
positief — 36%
neutraal — 5%
negatief — 1%
zeer negatief — 0%
geen mening — 3%.

Wiskobas
Volgt u (of heeft u gevolgd) een heroriënteringskursus van Wiskobas?

ja — 26%
nee — 74%.

Dit is slechts een kleine greep uit de binnengekomen informatie. Mocht u sterk geïnteresseerd zijn in de overige gegevens, dan kunt u zich met mij in verbinding stellen.

Uit de honderden schriftelijke reakties van onderwijzers en kinderen heb ik er – vrij willekeurig – een aantal gekozen. Let wel: het gaat allemaal over één en dezelfde serie.

Reakties van onderwijzers

Ik ben bizonder blij met deze serie, omdat men in de gelegenheid is eens met moderne wiskunde kennis te maken zonder dat men direkt een hele metode behoeft aan te schaffen.

Het is een welkome afwisseling op het gewone rekenonderwijs. Wellicht kan overwogen worden de lessen over 14 dagen uit te strekken, dan komt het gewone rekenwerk niet zo in het gedrang. Dit is voor de 6^e klas niet zo belangrijk, omdat deze kinderen dan toch klaar zijn, maar voor de 5^e klas wel.

De opmerkingen van de leerlingen van de proefscholen (Teleac, les 7) kwamen aardig overeen met de opmerkingen uit mijn klas. Het tekenfilmpje werd erg gewaardeerd terwijl de instruktie van de heer Wijdeveld ook op de persoon bekeken werd. Instruktie via een tekenfilm lijkt me iets waar de kinderen zich makkelijker mee vereenzelvigen. De praktijkfilms (drukkerij, politie, e.d.) blijven natuurlijk zeer waardevol.

Tot nu toe een van de beste t.v.-uitzendingen. Bezwaar: er gaat iets te veel tijd inzitten.

Na twee lessen begon de belangstelling voor de televisieles af te nemen. De verhaalvorm (bijvoorbeeld bezoek kraamkliniek) vonden ze leuk, maar zodra de teorie begon met het draaien van de tol nam de belangstelling af.

Ben overtuigd dat dit materiaal zelfs bij langer gebruik (méér dergelijk materiaal over een langere periode) ook zeer zou voldoen.

Te weinig diep gegraven. Te veel herhaling.

Een bizonder goede serie!!
In hoeverre afgestemd op het moderne wiskundeonderwijs bij het VO is mij nog niet geheel bekend. Ben erg entoesiast over produktie, opzet en presentatie van deze serie.

De leerlingen vinden de uitzendingen *stomvervelend, saai, eentonig*. Ook de presentatie boeit de kinderen niet! Alle 30 werkboeken (klas 6) zijn reeds opgeborgen in de kasten. (jammer van het geld dat ervoor is uitgegeven.)
Wij vragen ons af: Is er voor deze kinderen uit de hoogste klassen nu geen *spannend, boeiend* programma te maken, waarbij het instruktieve en 't leerelement toch niet vergeten worden. 's Avonds zitten onze kinderen aan de t.v. gekluisterd naar prachtige, spannende films etc. te kijken. Heren haak daarop in! Breng iets dat de kinderen *boeit*. Waar spanning in zit. Dit hoeft voor mij niet meer.

Voldeed ons geweldig. Boeiend en spannend.

Uitstekende opzet! De eerste serie die onderwijskundig gezien goed doordacht is. De t.v. is goed gebruikt ten opzichte van de werkboekjes, dat wil zeggen het *probleem* is de hoofdzaak; de t.v. geeft daar een gerichte informatie over en het werkboekje is veel meer dan een verzameling vragen doch gericht en dusdanig gestruktureerd dat differentiatie (kwa tempo) mogelijk is. Men is bijj de gehele opzet duidelijk uitgegaan van een probleemstelling namelijk, inzicht en handelen met 'kans'. In tegenstelling tot bijvoorbeeld t.v.-les 'Rusland'. Waar vragen geplakt zijn aan het aanwezige t.v.-materiaal. Het begeleidingsboek voldoet volledig aan mijn wensen en geeft genoeg stof en mogelijkheden tot eigen initiatief. De ekstra lessen in het werkboek geven de kinderen met belangstelling mogelijkheden. Spontaan hebben zich bij mij groepjes gevormd.

Eén nadeel m.i.: alles te arbeidsintensief. Uren en uren was ik er mee bezig, overig werk kwam in de verdrukking. 'k Ben – noodgedwongen (we misten lessen door werkweek) – met de lessen gestopt, hetgeen ik om bovenvermelde reden niet jammer vond.

Geweldig fijne serie. Er is zeer entoesiast aan gewerkt. Als de oplossingen van de puzzels in het onderwijsboek waren opgenomen had me dit wel werk bespaard.

Het was wel een flinke hap om alles te maken.

Zeer grote waardering voor de didaktisch zeer duidelijke suggestieve (ook simpatieke) presentatie. De presentator is voor 50% doorslaggevend voor het interessewekkend element bij de leerlingen.

De Teleac-lessen waren 's avonds wel erg laat. (voor mij tenminste, de 60 ben ik ruim gepasseerd).

Serie gaat ten koste van de gewone rekenstof.

't Beste wat de NOT tot nu toe gepresteerd heeft!

Na de 4^{e} les neemt de interesse wat af. De kinderen zijn over het algemeen (ook op het einde) niet in staat de opgaven zelfstandig te maken alleen de hele goede leerlingen hebben echt inzicht. De anderen vinden het geheel interessant, vooral omdat ze aktief bezig zijn, maar missen toch het uiteindelijke inzicht in de problematiek.

Graag zo'n belangrijke serie niet aan het eind van het jaar doen; bekijken en verwerking van de serie ondanks de herhaling in de knel door schoolreizen, sportdagen, vakantie enz.
We hebben met de klas een eksamenopgave wiskunde (kansberekening) voortgezet onderwijs opgelost!
Over de toepasbaarheid en nut van de serie gesproken!!

De serie 'Kijk op kans' komt niet tegemoet aan de eis tot individualisering van het onderwijs. Men kan onmogelijk met goed gevolg een wiskundekursus afstemmen op klas 5 en 6. In mijn klas met HAVO-MAVO kandidaten was veel stof overbodig. Overigens wel leuk opgezet, origineel en de aandacht boeiend. Veel waardering voor het programma zelf.

Serie geweldig!!
Graag herhaling, voor mij hoeft niets te veranderen!!
Misschien de tussentijd iets vergroten.
Als je geen video-recorder hebt (ik heb die wel) is de tijd van 1 week voor de verwerking te kort. Ik faseerde de uitzendingen om de 10 dagen, dit beviel veel beter dan eens per week.

Totale waardering: zeer goed.
Leerlingen zeer entoesiast!
Kijk op kans heeft m.i. grote waarde in verband met ontwikkeling denkvermogen. Zelfwerkzaamheid was goed.
Graag meer zulke programma's.

Reakties van kinderen

Wat ik vind van de televisie en wiskundelessen.
De televisielessen zijn erg leuk maar in het boek vind ik het gezelliger en mooier.
Want in het boek kun je van alles doen en bij de televisielessen kun je alleen maar kijken en luisteren.
In het boek staan sektordiagrammen, kolomdiagrammen, enz. enz. In het begin snapte ik de sektordiagrammen niet goed maar toen we het vaker kregen snapte ik het wel.
De tol en de paperclip zijn erg leuk.
Het spel van de week is erg gezellig vooral tip-top is leuk maar je kunt het in 5 keer raden het is daarom te gemakkelijk.
Dan vind ik uit les twee pak meer punten leuker.
We krijgen ook wel eens huiswerk uit het boek. Ik vind de lessen leuk en hoop dat we op de M.A.V.O. ook zoiets krijgen.

Hennie Wouters

Beste Kijkerd op Kans

Ik schrijf deze brief naar aanleiding van de serie 'Kijk op Kans'. Aan de serie vond ik niks aan, vooral die meneer op de televisie die kletste maar door over die tollen van hem.
De beschrijving bij elk lesje dat je moest maken vond ik zeer onduidelijk, en dan er bij dat je telkens moest tollen. Je wordt er gewoon tureluurs van.
Na al mijn kritiek nog iets anders.
Les 6 was een leuke les, je hoefde daar maar een enkele keer met tollen te werken. Als al die lessen van 1 tot en met 6 zo waren vond ik de serie 'Kijk op Kans' heel leuk.
Dáág

Marinet van Roosmalen

Ik vind de serie kijk op kans erg fijn en leerzaam. Maar ik vind wel heel toevallig wat op blz. 22 staat, die sektordiagrammen. We kregen een tol, de tol kwam maar twee keer op de vrachtauto en 18 keer op de Bus dan moest ook want de vrachtauto had maar 25% kans en De Bus 75% kans, maar:
Maar nu vind ik heel toevalig dat bij ons op school waar 29 kinderen zitten die allemaal bijv. 14 keer op Bus en 6 keer op de vrachtauto het was natuurlijk allemaal verschillend de ene had zes vrachtwagens de andere 2.3.6.4. dat is normaal.
Maar nu is het mijn vraag waarom klopt dat precies die tol weet het tocht niet hoe komt het dan is dat gewoon kans of hebben jullie er wat aangedaan wilt u mij daar nader inlichtingen over geven (schriftelijk).
Mijn adres is Nijmar van Toor, Vlietstraat 27, Hoogblokland Z.H.

Deze brief is niet alleen van mij maar ook van mijn vriendje Harry. Wij vinden deze t.v. les 'Kijk op Kans' meer dan goed. We zouden het leuk vinden, als er nog meer van deze boeken en t.v. lessen komen.
Ook zouden we het leuk vinden als 'Kijk op Kans'

ook in de brugklas verscheen. Leuke ideeën hebben we helaas niet. We zijn er in de klas iedere dag wel één uur mee bezig en iedereen werkt serieus mee. Ik zelf heb nog nooit naar zoiets geschreven maar deze serie vond ik wel de moeite waard. De hele klas zou het enorm op prijs stellen als ik nog een briefje terug gestuurd kreeg.
Met hartelijke groeten van

Wim Jansen en
Harry Kuypers

De verdere plannen met KIJK OP KANS:
- NOT-lessen, onderwijzersboek en werkboek licht bewerken;
- TELEAC-kursus ingrijpend wijzigen;
- het gehele pakket volgend voorjaar opnieuw aanbieden.

* * *

▸ *EEN PROJEKT VOOR KLAS 2*

Omdat dit projekt zich op het moment nog volledig in de ontwerpfase bevindt, geef ik u de volgende informatie onder veel voorbehoud. Tijd van uitzending: februari-maart 1974. Het projekt is verdeeld over 4 blokken van 2 weken. Elk blok is als volgt ingedeeld:
- 1 week voorbereidende aktiviteiten in de klas (suggesties en lesvoorbeeld in het onderwijzersboek);
- televisieles;
- 1 week verwerking aan de hand van een set werkbladen.

Het onderwijsleerpakket bevat:
- 4 televisielessen voor de leerlingen (duur ± 15 minuten);
- 2 informatieprogramma's voor de onderwijzer(es) (voor blok 1-2 en blok 3-4 – getracht wordt hiervoor zendtijd te krijgen om ± 16.15 uur, zodat schoolteams de mogelijkheid hebben deze programma's gezamenlijk te bekijken en te bespreken);
- onderwijzersboek (samengesteld door mevrouw Reemeijer, Ger Blaau en Dik Oort);
- werkbladen (adviezen Ger Janssen);
- posters (bedoeld om onderdelen van de televisieles in de herinnering van de kinderen te kunnen terugroepen op het moment dat dit het beste past in de eigen klassesituatie).

De bedoeling van het projekt is ondermeer het op ruimere schaal bekendheid geven aan een aantal mogelijkheden om het rekenonderwijs in klas 2 te verlevendigen. Een belangrijk kriterium voor de keuze uit de vele mogelijkheden is de geschiktheid tot gebruik, los van dit projekt. Gedacht wordt aan de volgende inhouden:
- in de blokken 1 en 2 wordt in nauwe aansluiting op het vigerende programma en uitgaande van een mogelijke belevingswereld van achtjarigen ondermeer aandacht besteed aan getallen in het dagelijks leven, ordeningsaspekten, getallenlijn, abakus en machientjes;
- in blok 3 zullen toepassingen hiervan in de supermarkt centraal staan en in blok 4 wordt het meten van tijd aan de orde gesteld.

De try-out, die in deze maanden door 5 onderwijzeressen verzorgd wordt, zal moeten uitwijzen waar wijzigingen wenselijk zijn.

* * *

▸ *PLANNEN VOOR VOLGENDE PROJEKTEN*

Voor het kursusjaar 1974/1975 staat, behalve eventuele bewerkingen van bestaande projekten, een nieuwe projekt voor klas 4 op het programma. Onder de lezers van dit bulletin zullen er velen zijn die wensen voor zo'n projekt hebben. In de eerste plaats natuurlijk onderwijzers(essen) van klas 4, maar ook docenten P.A., medewerkers van schoolbegeleidingsdiensten, enz. Uw wensen en suggesties zie ik met veel belangstelling tegemoet (NOT, Antwoordnummer 1213, Den Haag). Voor 1975/1976 wordt gedacht aan verdere uitbreiding van het aantal wiskundeprojekten voor de basisschool en aan een serie programma's voor de brugklas.

DE TEERLING IS GEWORPEN

FRATER DE COCQ
JAN DIJKSHOORN
GERRIT VAN EIJSDEN
FRED GOFFREE
JAN GROOTHUIS

ALGEMEEN – FRED GOFFREE

Inleiding

Bij de aanvang van het kursusjaar 1972-1973 stortten ongeveer 15 pedagogische akademies zich in het avontuur van een try-out.
Het wiskundig leerstofgebied van de waarschijnlijkheidsrekening en statistiek, in de vorige aflevering van dit bulletin uitvoerig verkend, was bewerkt voor de aanstaande onderwijzers. Deze bewerking was onder andere tot stand gekomen met medewerking van ruim twintig derdejaarsstudenten uit Emmen en Meppel. Samen met hen en hun docenten werd gedurende het voorafgaande kursusjaar de try-outversie van het nieuwe blok gekonstrueerd.
Het blok bestond uit een studententekst en een voorlopige docentenhandleiding. Een organisatieplan voor de lessen, transparanten voor gebruik op de overheadprojektor en een videoband met beelden van een tweede klas behoorden er eveneens toe.
De laatste vakantiedagen in augustus 1972 besteedden 15 docenten wiskunde-didaktiek aan een eerste globale oriëntatie op de komende lessen. Drie dagen lang werd het pakket doorgelicht.
De juist beëindigde vakantie was snel vergeten.

Dubbele bodem

Het nieuwe blok is niet in de eerste plaats bedoeld om P.A.-studenten het vak waarschijnlijkheidsrekening en statistiek te leren. We kozen dit leerstofgebied om de rijke mogelijkheden, die het ogenschijnlijk met betrekking tot modern wiskunde-onderwijs had te bieden.
Het gaat er om de studenten te laten ervaren wat wiskunde bedrijven voor de mens kan betekenen. De – geestelijke – inspanningen, die we ons moeten getroosten om vrij komplekse problemen aan te vatten met het oog op het vinden van één of meer oplossingen zijn 'de mens niet vreemd'.
Beschikt men over een aantal wiskundige begrippen, regels of – beter – metoden, dan is het mogelijk dat een en ander effisienter kan verlopen.
Bij een wiskundige aanpak wordt de werkelijkheid in sommige gevallen verschraald. Hoofdzaken krijgen meer aksenten, bijzaken worden verwaarloosd. De wiskundige beschrijving – het matematisch model – doet de werkelijkheid geweld aan. Of dit 'geweld' nog akseptabel is, hangt van de tolerantie van de onderzoeker af, maar ook van de kontekst, waarin het probleem gesteld is.
Wiskunde-onderwijzen houdt onder andere in dat men dit soort ervaringen op het juiste nivo in een uitgekiende kontekst aanbiedt. We zijn van mening dat een studie van toeval en kans hiertoe in ruime mate de gelegenheid biedt.

Een overzicht

Het 'blok' begint met een aantal zeer *algemene doelstellingen,* waarin begrippen als kans, toeval, statistisch denken, matematiseren, didaktisch handelen en lesgeven naar voren komen. Door het algemene karakter ervan kan men zich een globaal beeld vormen van het gebied, waarin de komende tijd gewerkt zal worden.

De eerste lessen worden gevuld met een *kollege* waarin gesproken wordt over toevalligheden, zeldzame gebeurtenissen, wonderen en onwaarschijnlijkheden. In de tekst zijn nogal wat 'real- life' situaties beschreven, die intrigerend genoeg zijn om over het verschijnsel toeval te gaan nadenken.
Dit laatste wordt van de student gevraagd in een volgend *klassegesprek*. De geïnventariseerde ervaring van de hele groep is een analise vanuit de hiervoor bepaalde invalshoek waard.
Op het prikbord komen aktuele krantenberichten.

In de volgende lesuren komt het *basisonderwijs* in zicht. Een aantal lessen rond het kwalitatief kansbegrip in een tweede klas staat centraal en na een voorbereidende leesaktiviteit gaat de student een televisieprogramma – video – bekijken. Deze lessen en een bezinning op taal- en wiskundige achtergrond geven aanleiding tot het stellen van didaktische problemen, die ter diskussie worden aangeboden. In feite betreft deze problematiek de eerste fase van een matematiseringsproces, waarin de werkelijkheid zo verschraald wordt, dat verrijking nauwelijks nog mogelijk lijkt.

Het analiseren van een stukje onderwijs en het nadenken over fundamentele matematisch-didaktische problemen in relatie hiermee zou voldoende motivatie moeten leveren om zelf 'ervaringen op te gaan doen'. De student wordt uitgenodigd om problemen aan kinderen – niet in de klassesituatie – voor te leggen. Het leren *praten met kinderen over* probleempjes is op dit moment belangrijker dan de didaktische analise van de probleeminhoud.

'Is dat toevallig?', is het motto waaronder gewerkt wordt. Het werk van *Piaget* levert een mogelijkheid om kognitief onderzoek, wiskunde en didaktiek integraal aan de orde te stellen. In een soort meewerkpraktikum geraken docent en student matematiserend tot de Monte Carlo-metode. De betekenis en het gebruik van toevalcijfers stemt tot een nadere bezinning: toeval. ingeblikt toeval, kans, toeval uit blik.....

De kennis van het *simuleren* met de aangegeven metode wordt toegepast op het 'probleem van de wachtende ouders'. Dit kollege eindigt in een klassikale aktiviteit als de beperking van één simulatie wordt ingezien. Ook kunnen alle studenten bijdragen tot de interpretatie van de gezamenlijke produktie.

De tijd van het 'voorzeggen' is voorbij. Drie problemen, ogenschijnlijk van een totaal verschillend karakter, dienen door de klas te worden opgelost.
De taken met betrekking tot het eerste probleem: 'het zuinige schoolhoofd', worden verdeeld. De inventarisatie van produktie, analise, interpretatie en verslaggeving, betreffen de werkwijze; de oplossing komt op rekening van de gehele groep. De docent vervult hierbij de rol van een van de leden van de groep. Als deze werkwijze nogal tijdrovend blijkt, kunnen de werkzaamheden aan volgende problemen beter geprogrammeerd worden. Er wordt dan ook beslag gelegd op een deel van de tijd buiten de schooluren. In de klas blijft zodoende tijd beschikbaar voor analise, interpretatie en oplossing.

Nog diverse andere problemen passeren de revue. Het kansbegrip, inherent aan de Monte Carlo-metode, krijgt een steeds ekplisieter karakter. Aan het eind van dit vierde hoofdstuk komen 10 situaties naar voren, waarin waarschijnlijkheden vergeleken moeten worden. Hoewel men de meeste situaties met de Monte Carlo-metode aan zou kunnen pakken, verdient een direkte benadering vanuit een *kwantitatief kansbegrip* de voorkeur. De mogelijkheid van deze benadering is met voorgaande beschouwingen voorbereid.

Met de paragraaf 'Kansen afwegen' zijn we terecht gekomen in het gebied van het kwantitatieve kansbegrip. In een wiskundepraktikum ontwikkelt men dit verder en komt men ertoe een teoretisch, een empirisch en een subjektief kansbegrip te onderscheiden.

Het *historische startpunt* (1654) van het vak waarschijnlijkheidsrekening – De Méré en Pascal – biedt kollegestof voor de introduktie van som-, produkt- en komplementsregel.
Deze wetmatigheden, die in het voorgaande wiskunde-praktikum implisiet waren opgenomen, dienen onder woorden te worden gebracht en in volgende situaties herkend te worden.
De paragraaf *'Op weg naar een teorie'*, die dan volgt, is hierop gebaseerd. De teorie blijkt te beschrijven met bekende wiskundige hulpmiddelen: taal der verzamelingen, modellen en rekensysteem.

Een individuele doordenking is langzamerhand op z'n plaats. De paragraaf 'Eenvoudige toepassing van de regels' geeft 10 opgaven voor *individuele verwerking*. De bezinning kan zijn nut bewijzen – en geëvalueerd worden – in het volgende 'Vraagstukken-praktikum', waarin zeven niet al te eenvoudige opgaven, verschillende eisen aan de groep studenten stellen. Men pakt de problemen in *kleine groepjes* aan om daarna plenair tot de beste oplossing te geraken.

Voorlopig heeft men voldoende wiskundige aktiviteiten op eigen nivo bedreven. Ook de onderwijskundige informatie op eigen nivo is aangeboden. De studenten krijgen nu voor de tweede maal de opdracht om *met kinderen* te gaan *praten.*
Hierbij ligt het aksent evenwel niet op het didaktisch handelen maar op de verkenning van de wereld van het kind, voor zover het dit onderwerp betreft.

'Tijdwaarnemingen op de hand', 'De spelden van graaf Buffon' en 'Optische Illusie' zijn *opdrachtkaarten,* die de werkzaamheden in de volgende lessen bepalen. De begrippen kans en toeval worden funktioneel gemaakt en krijgen een verdieping door het werken met *gemiddelde, afwijking* en *strooiing.* De statistische onderzoekjes vinden nu niet een eindpunt in de grafische verwerking van de gevonden 'data', zoals dat in een vorig blok het geval was, maar nu is bovendien een interpretatie op basis van de kennis van de waarschijnlijkheidsrekening mogelijk geworden. De organisatie van deze lessen stelt geheel nieuwe eisen aan de groep, waarin niet alleen de docent de totale verantwoordelijkheid voor de gang van zaken be hoeft te dragen.

In het achtste hoofdstuk geeft de docent, terugkijkend naar de vorige hoofdstukken, een teoretische afronding vanuit matematisch-didaktisch standpunt. Met dit alles is het leerstofvlak onderwijskundig ontgonnen. De student moet nu in staat geacht worden om gegeven lessen over dit onderwerp te analiseren en kritisch te beschouwen.
Hoofdstuk 9 biedt daarna een reservoir met suggesties om langs een gegeven vertikale lijn, zelf lessen en materialen te konstrueren die in de oefenschool gebruikt kunnen worden.

De try-out

Na de drie genoemde introduktiedagen kwamen de 15 docenten maandelijks een keer bijeen. Op deze bijeenkomsten werden voornamelijk zaken betreffende het vakinhoudelijke aspekt besproken. Het werken in dit nieuwe vakgebied riep vanzelfsprekend in de eerste plaats praktische detailproblemen op. Met het vorderen van het studiejaar kwamen evenwel ook zaken van een algemener karakter naar voren.
In de volgende afleveringen van het bulletin willen we hierop nader ingaan. De struktuur van het vakgebied, het leren matematiseren, de fundamentele ideeën van de kansrekening, de didaktiek van de didaktiek en dergelijke zijn onderwerpen, die hiervoor zeker in aanmerking komen.

We besluiten dit eerste oriënterende artikel met enkele bijdragen van try-out docenten uit Almelo (Jan Dijkshoorn), Meppel (Jan Groothuis), Rotterdam (Gerrit van Eysden) en Tilburg (Frater De Cocq).

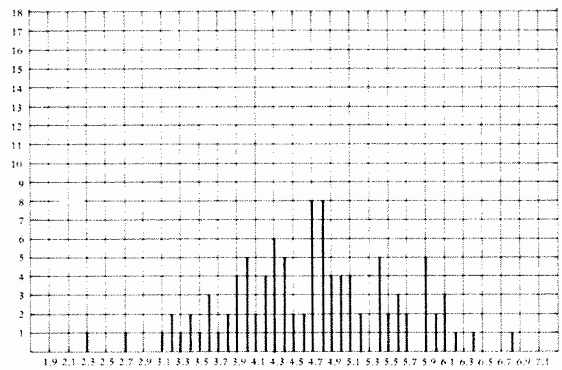
OVER TOEVALCIJFERS **JAN DIJKSHOORN**

Ieder toevalcijfer kennen we een waarde toe. Dan kunnen we van een aantal toevalcijfers de gemiddelde waarde bepalen. Bijvoorbeeld het rijtje 9, 0, 1, 8 heeft als gemiddelde (waarde) $(9+0+1+8)/4 = 4{,}5$.
Valt er iets te zeggen over het gemiddelde van een aantal toevalcijfers?
Natuurlijk; noem dit gemiddelde M, dan geldt: $0 \leqq M \leqq 9$.

			42	52	73	04	31	63	48	[illegible]			
		28	98	10	56	02	64	80	62	14	8		
	[illegible]	88	12	95	46	71	57	53	79	72	33		
	[illegible]	43	47	57	15	58	25	37	01	71	44		
	44	04	47	49	53	23	81	94	24	72	11		
[illegible]	53	37	47	07	82	94	91	48	30	30	70	77	52
22	30	48	49	45	25	39	85	58	16	81	38	55	65
71	72	38	41	25	48	94	02	84	28	22	92	38	85
23	39	47	22	35	67	89	99	22	13	05	90	15	88
22	55	11	84	56	37	23	92	97	68	19	17	72	26
31	71	13	83	00	00	99	56	85	15	16	81	95	11
48	25	62	26	40	16	20	58	65	08	89	91	38	44
58	36	60	33	39	60	50	27	49	59	32	53	80	57
14	33	34	73	79	12	62	39	63	85	26	33	74	25
17	35	03	41	08	03	05	24	47	16	99	54	76	90
				36	25	30	66	47	14	20	37	99	81
									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

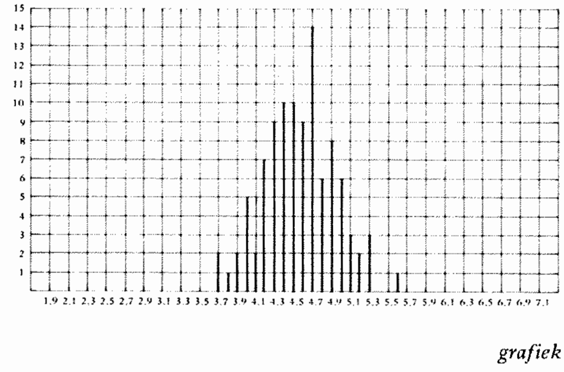
U ziet in de hier afgebeelde verzameling toevalcijfers wel een rijtje van vier waarvan het gemiddelde 0 is! Maar als ze u aangewezen

worden (ik heb ze voor u opgezocht!), dan zijn het geen *toeval*cijfers meer!
Een gemiddelde van 0 of in de buurt van 0 of van ongeveer 9 is niet erg waarschijnlijk.
Met een aantal studenten van de P.A. te Almelo zijn we eens aan het tellen gegaan. Ieder prikte steeds een rijtje van 10 toevalcijfers en bepaalde daarvan het gemiddelde.
Het resultaat van 100 rijtjes staat in grafiek 1.

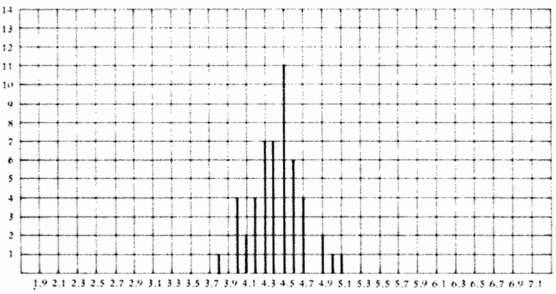


grafiek 1

Het gemiddelde schommelt rondom 4,5 met een maksimumafwijking van 2,3.
De grafieken 2 en 3 spreken nu wel voor zichzelf. De maksimumafwijking neemt af als het aantal cijfers waarvan men het gemiddelde neemt, groter wordt genomen.
We zullen hier niet ingaan op verdere berekeningen die vanuit deze gegevens verricht kunnen worden. Dat heeft geen zin omdat het aantal waarnemingen te gering is om met enige zekerheid konklusies te kunnen trekken.
Voor hen die zich met hun klas willen bezighouden met onderzoek naar het gemiddelde van toevalcijfers geldt het advies:
Zorg voor een goede organisatie en voor een groot aantal waarnemingen (die onafhankelijk van elkaar zijn).



grafiek 2



grafiek 3

OVER DE MONTE CARLO-METODE

JAN GROOTHUIS

In een zeer plaatselijk wekelijks huis aan huis bezorgd advertentie-blaadje las ik een artikeltje, dat als titel droeg: *De wegenbouw en de computer.*
Het vermeldt hoe een belgische wegenbouwfirma met behulp van een komputer en een elektronische tekenmachine de benodigde grondverplaatsing kan berekenen. Wat mij vooral opviel was het zinnetje: 'Met behulp van speciale computerprogramma's kan men *in 18 seconden* een gedeelte van een toekomstige weg *simuleren* v.w.b. het uitzicht van de automobilist'.
Het verhaal laat ik verder maar rusten, maar dit bracht mij als bericht uit een krantje weer bij het wiskunde-onderwijs op de P.A., waar we ook gekonfronteerd worden met het begrip *simulatie.*
Wanneer we in 'De Teerling' het verhaal van Moniek's verjaardagsfeest lezen en het spelletje, waarbij blindelings (dus bij toeval) een prijs (of soms ook een niet) wordt geknipt, willen nadoen, dan moeten we een manier bedenken, een model maken waarbij we dat toevallige gaan imiteren, nabootsen dus. We voeren een simulatie uit, waarbij we het toevallige vinden in een dobbelsteen, een Laplace-tolletje, een tiensteen of misschien toevalcijfers.
Mijn ervaring hiermee is dat de studenten het erg leuk vinden. Wanneer ze de ingeblikte tolletjes-cijfers, zoals we de toevalcijfers ook kunnen noemen, leren gebruiken, vinden ze dit hèt middel bij de simulatie. Er treden natuurlijk problemen op als het gaat om trekkingen mèt of zonder teruglegging. Hier komt dan duidelijk naar voren of het gemaakte model de werkelijkheid inderdaad dekt. In een

gesprek met de klas moet dan getoetst worden of hetgeen men wil nabootsen op deze wijze inderdaad geschiedt.

Een ander punt dat ik wil memoreren is, dat de studenten het soms maar moeilijk kunnen verdragen dat het ontworpen model niet de werkelijkheid tot in de finesses dekt, maar dat er allerlei details noodzakelijkerwijs moeten worden verwaarloosd.
Dat doet zich namelijk voor als je het probleem van de wachtende ouders op een ouderavond van Meester Ter Heege aansnijdt. Ze vinden het dan vaak een beetje irriterend als de vooronderstelling gemaakt wordt, dat per minuut slechts één ouderpaar mag binnenkomen.
Het is geen moeilijkheid de studenten duidelijk te maken dat we door middel van simulatie de problemen in een *kort tijdsbestek* kunnen nabootsen, waardoor we veel *vlugger* onze konklusies kunnen trekken.
Ook de betrekkelijkheid van een enkele simulatie wordt gemakkelijk geaksepteerd. Het simuleren van de regenbui, door enkele groepen uitgevoerd en op een transparant getekend, geeft een pracht gelegenheid om de regelmaat in het toevallige te laten zien, wanneer we de transparanten 'stapelen'.
Al met al is het simuleren van allerlei processen en gebeurtenissen een wiskundige bezigheid waar studenten en docenten veel plezier aan kunnen beleven.

OVER KANSEKSPERIMENTEN IN VERZAMELINGENTAAL

GERRIT VAN EYSDEN

Eksperiment en uitkomstenverzameling
Het gooien met een dobbelsteen,
het werpen met een munt,
het trekken van een bal uit een vaas met 3 witte en 5 rode ballen,
zijn voorbeelden van zogenaamde kanseksperimenten.
De mogelijke uitkomsten bij het eerstgenoemde eksperiment geven we aan met 1, 2, 3, 4, 5, 6. We zeggen: de uitkomstenverzameling U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
Bij het tweede kanseksperiment is U = [k, m] (k = kruis; m = munt).
Bij het derde is U = {'rood', 'wit'}.

Gebeurtenis
Een deelverzameling G van de uitkomstenverzameling U heet een gebeurtenis.
De kans dat een gebeurtenis G plaats heeft duiden we aan met P(G).

'wie simuleert?'

Voorbeelden
Eksperiment: werpen met een ('eerlijke') dobbelsteen.
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
G_1 : het aantal ogen is even, of: $G_1 = \{2, 4, 6\}$.
$P(G_1) = \frac{1}{2}$ (namelijk 3 op 6).
G_2 : het aantal ogen is minstens 2, of $G_2 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
$P(G_2) = \frac{5}{6}$.
G_3 : het aantal ogen is 13, of: $G_3 = \phi$.
$P(G_3) = 0$.
G_4 : het aantal ogen is minstens 1, of: $G_4 = U$.
$P(G_4) = P(U) = 1$.

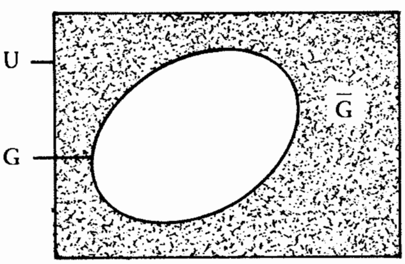
We hebben een vaas met 2 rode, 1 witte en 2 blauwe ballen.
Eksperiment: het trekken van 3 ballen (alle ballen hebben dezelfde kans getrokken te worden).
Zie onderstaand schema, waarbij de rode ballen aangegeven zijn met $r_1, r_2, r_3 \dots$ enz.

r_1	r_1	r_1	r_1	r_1	r_2	r_2	r_1	r_2	w
r_2	r_2	r_2	w	w	w	w	b_1	b_1	b_1
w	b_1	b_2	b_1	b_2	b_1	b_2	b_2	b_2	b_2

G_1 : er zijn 2 rode ballen bij, of:
$G_1 = \{ (r_1, r_2, w), (r_1, r_2, b_1), (r_1, r_2, b_2) \}$.
$P(G_1) = \frac{3}{10}$.
G_2 : alle drie kleuren zijn vertegenwoordigd.
$P(G_2) = \frac{4}{10}$.

Definitie
Zij U de eindige uitkomstenverzameling van een eksperiment en G een gebeurtenis, dan
$P(G) = \frac{\# G}{\# U}$, waarbij # G en # U respektievelijk het aantal elementen van de verzameling G en het aantal elementen van de verzameling U is.
Opmerking: $0 \leqslant P(G) \leqslant 1$.

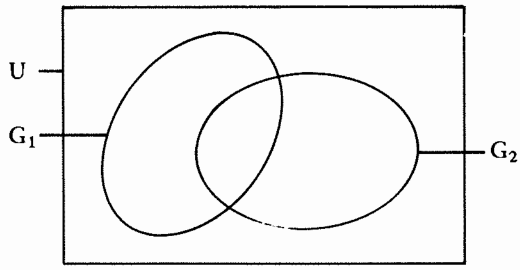
De komplementregel



Zie voorgaande figuur.
Het gearceerde deel heet het komplement van de verzameling G. Notatie: $\overline{G}$.
Er geldt: $P(G) + P(\overline{G}) = 1$.

Voorbeeld
Eksperiment: het werpen met 2 (eerlijke) munten.
$U = \{ (m,m), (m,k), (k,m), (k,k)\}$.
G: het is *niet* munt-munt, dan
$\overline{G}$: het is munt-munt.
$P(\overline{G}) = \frac{1}{4}$ en dus $P(G) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

De somregel



Zie bovenstaande figuur. (U is een eindige verzameling)
Er geldt:
$\#(G_1 \cup G_2) = \#G_1 + \#G_2 - \#(G_1 \cap G_2)$ en dus
$$\frac{\#(G_1 \cup G_2)}{\#U} = \frac{\#G_1 + \#G_2 - \#(G_1 \cap G_2)}{\#U} \text{ of}$$
$$\frac{\#(G_1 \cup G_2)}{\#U} = \frac{\#G_1}{\#U} + \frac{\#G_2}{\#U} - \frac{\#G_1 \cap G_2)}{\#U},$$
waaruit we besluiten tot:
$P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) - P(G_1 \cap G_2)$.

Opmerking
Als $G_1 \cap G_2 = \phi$ dan gaat deze regel over in:
$P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2)$.

Voorbeeld
Eksperiment: het werpen met een (eerlijke) dobbelsteen.
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
G_1 : het aantal ogen is 3.
G_2 : het aantal ogen is 5.
Gevraagd: $P(G_1 \cup G_2)$, of: hoe groot is de kans dat G_1 of G_2 optreedt?
We merken op: $G_1 \cap G_2 = \phi$; $P(G_1) = \frac{1}{6}$; $P(G_2) = \frac{1}{6}$. We besluiten tot: $P(G_1 \cup G_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

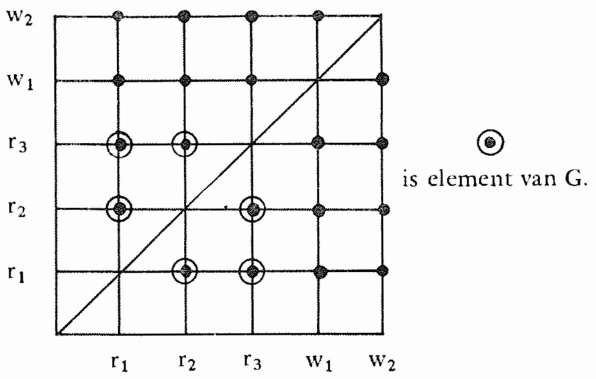
De produktregel
Uit een vaas met 3 rode en 2 witte ballen trekken we één bal (zonder teruglegging) en

vragen ons af hoe groot de kans is dat deze bal rood is. ($P(G_1)$)

Na het trekken van een rode bal nemen we weer een bal uit de vaas en vragen ons af hoe groot de kans is dat deze ook rood is. ($P(G_2)$)

$$P(G_1) = \frac{\#G_1}{\#U} = \frac{3}{5}\,;\; P(G_2) = \frac{\#G_2}{\#U} = \frac{2}{4}.$$

Uit de vaas met de 3 rode en de 2 witte ballen trekken we nu twee ballen en we willen de kans berekenen dat we rood-rood trekken. ($P(G)$)



Zie de bovenstaande figuur voor de uitkomstenverzameling U.
$\#U = 20$, terwijl
$\#G = 6$.
Dus $P(G) = \frac{6}{20}$.
Blijkbaar geldt: $P(G) = P(G_1) \times P(G_2)$.

De kans dat we wit-wit trekken bepalen we als volgt:
de kans dat we de eerste keer wit trekken is $\frac{3}{5}$;
de kans dat de tweede bal die we trekken wit is, is $\frac{1}{4}$;
de gevraagde kans op wit-wit is: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$.

OVER DE BEGELEIDING VAN B3-STUDENTEN

FRATER DE COCQ

Als we iets over begeleiden van B3-studenten willen schrijven, kunnen we natuurlijk een min of meer ideale toestand schetsen, een situatie gevangen in punten van 1 tot en met 10 (waarbij de waarde van het symbool 10 dan nog afhankelijk is van het gekozen grondtal), een situatie die ieder wel graag zou willen, maar die niet te verwezenlijken is.

Nee, ik wil kiezen voor het opsommen van enkele punten uit het begeleiden zoals dit in het afgelopen kursusjaar is gebeurd.

De begeleiding van de mentoren laat ik zo wat geheel over aan de student zelf, nadat ik een kollege van 2 uren gegeven heb over 'Hoe zou je dat aanpakken?' De tips hierin gegeven zijn zeer sterk afhankelijk van het feit of de student een traditioneel of een totaal nieuw onderwerp zal aanpakken.

Het *begeleiden van de student* valt uiteen in:
* begeleiden bij zijn studie, in de vorm van hoor- en werkkolleges en praktika op de P.A. zelf, waarbij dit jaar 12 kolleges van 2 uren in beslag genomen werden door 'De Teerling';
* begeleiden van zijn didaktische aktiviteiten op de hospiteerscholen.

Begin september wordt een kollege gegeven over: het maken van een skriptie en van werkstukjes. Begin september moet de student ook te kennen geven of hij een skriptie zal maken. Zij die geen skriptie maken, zijn verplicht 3 didaktische werkstukjes te maken.
Een konkreet voorbeeld van een student X 1973:
- vergelijken van resultaten bij gestruktureerde en niet-gestruktureerde redaktiesommen in klas 6;
- een serie van 4 lessen in klas 3 over een afgerond geheel uit het werkblok 'De Teerling';
- deskriptie van aard en funktie van enkele leermiddelen bij het voorbereidend rekenen in een kleuterschool.

De begeleiding hiervan gebeurt in 'spreekuren', geheel vallend buiten de les- en hospiteeruren van de student.
De student die een skriptie maakt — dit jaar 10 van de 14, waarvan 4 over 'waarschijnlijkheid en statistiek' — eist een bizondere begeleiding. Een skriptie dient te bestaan uit een teoretisch en praktisch deel. Het teoretisch deel zal doorgaans uiteenvallen in een wiskundig- en een onderwijskundig deel. Het praktijkgedeelte moet bestaan uit een cyklus van 5 à 10 gegeven lessen. In hun eerste basisschoolperiode wordt hen de raad gegeven zich bezig te houden met het teoretisch deel zodat ze in hun tweede basisschoolperiode van 8 weken het praktijkgedeelte kunnen voltooien.

Hoe een skriptie ontstaat en waar de momenten van begeleiden liggen, kan misschien het meest reëel worden weergegeven door een

skriptoteek

HUUB JANSEN

WISKUNDE OP DE KLEUTERSCHOOL

In dit tijdschrift is al meermalen aandacht besteed aan wiskunde op de kleuterschool. Ook tijdens de Wiskobas-konferentie voor pedagogiek- en metodiekdocenten aan opleidingsscholen voor kleuterleidsters te Noordwijkerhout in maart j.l. werd nog eens de mogelijkheid èn wenselijkheid onderstreept om de kleuterschool te betrekken bij de vernieuwing van het wiskunde-onderwijs.
Verheugend is, dat in toenemende mate studenten van pedagogische akademies die wiskunde en didaktiek als spesialisatie gekozen hebben, ook de kleuterschool in hun aktiviteiten betrekken.
Een voorbeeld hiervan is het werkstuk:

Het aanvankelijk rekenen op de kleuterschool,

dat een viertal studenten van de gemeentelijke pedagogische akademie te Amsterdam tijdens hun laatste studiejaar hebben gemaakt.[1])

Uitgangspunt van dit werkstuk is de gedachte dat op de kleuterschool reeds een begin gemaakt kan worden met het aanleren van begrippen, die op de basisschool bij het rekenonderwijs gehanteerd worden.
Als doelstellingen van hun werkstuk vermelden de auteurs:

'* Onderzoeken of door middel van een klein aantal lessen – in een kort tijdsbestek gegeven – aan de leerlingen meer inhoud aan de begrippen kan worden gegeven.
* Onderzoeken of er tussen de scholen onderling een verschil in nivo aanwezig is.
* Onderzoeken of dit verschil door de lessen kan worden opgeheven.
* Onderzoeken of er verschil in nivo is tussen jongens en meisjes uit een klas.
* Onderzoeken of er verschil in nivo is tussen jongens en meisjes van de verschillende scholen.'

Er werd gewerkt op vier amsterdamse kleuterscholen, die gekozen waren uit verschillende wijken wat betreft het sociaal milieu.
Gedurende een zestal lessen werd onderwijs gegeven aan groepjes kleuters, bestaande uit 5 jongens en 5 meisjes van 4 à 5 jaar. Les 1 werd voorafgegaan door een test, terwijl ook de laatste les gevolgd werd door een test waarin dezelfde begrippen aan de orde kwamen.
De tests werden individueel afgenomen en bestonden uit een voorgelezen verhaal, waarbij de kinderen een aantal opdrachten moesten uitvoeren.
Hieronder het begin van het verhaal, gevolgd door een deel van de 'begrippenlijst' en enkele tekeningen waarop de kinderen door kleuren, aanstrepen of omcirkelen het goede plaatje moesten aangeven.

▸ *Het verjaarspartijtje van Jeroen*[2])

'Jeroen wordt vandaag heel vrolijk wakker, want hij is jarig. Hij gaat zich vlug wassen en aankleden. Dan poetst hij zijn tanden met tandpasta, daarna pakt hij de zeep en een washandje, droogt zich af en trekt zijn nieuwe kleren aan. (1, 2, 3, 4) Dan gaat hij naar de huiskamer en daar staat zijn kado. Jeroen krijgt een vogeltje in een kooi. (5) Hij gaat op zijn gemak zitten en kijkt de kamer rond. Alles ziet er vandaag leuk uit; de stoel, de tafel, de plant en de vaas. (6, 7, 8, 9) Moeder komt nu beneden en met haar gaat hij samen theedrinken. Vandaag krijgt hij er een lekker koekje bij. (10, 11) 's Middags geeft Jeroen een partijtje voor zijn vriendjes en vriendinnetjes. Er wordt een prachtige doos bezorgd en nog veel meer speelgoed. (12, 13) Iedereen bewondert de mooie slingers, die moeder zelf gemaakt heeft.'

---

[1]) Het aanvankelijk rekenen op de kleuterschool – J. Kegler, I. Hilhorst, M. Visser, J. Wallaart.

[2]) De nummers in het verhaal geven aan dat op dat moment de bijbehorende begrippen uit de begrippenlijst op de tekening moeten worden aangegeven.

stukje over te nemen uit een skriptie 1973, waar de student zelf boven heeft staan:

Een stukje ontwikkeling

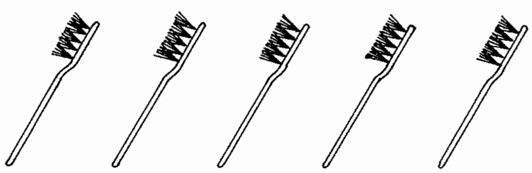
- lessen op de P.A. gegeven over 'De Teerling is geworpen';
- idee om de stof van de P.A. te 'vertalen' voor de basisschool;
- oriënterend gesprek met de docent;
- algemene verkenning van de beginsituatie op de hospiteerschool;
- gesprek met docent;
- opstellen van een vaag plan;
- gerichte vragen met betrekking tot beginsituatie;
- verwerking van de gegevens;
- doorspreken van de gegevens met mentoren;
- het in elkaar zetten van een voorlopige lessencyklus;
- doorspreken van deze cyklus met docent, met mentoren en met de groep studenten B3;
- verwerking van alle reakties op de voorlopige lessencyklus;
- try-out door kleine groepjes leerlingen (zes kinderen);
- opstellen van lessencyklus in grote lijnen;
- bespreking met de mentoren;
- definitieve opstelling en uitvoering les 1;
- na iedere gegeven les: planning in detail van de volgende (tussentijds: reaktieverwerking van kinderen, mentoren, observator);
- verwerking van het hele praktijkgedeelte;
- gesprek met docent over het teoretisch gedeelte;
- verwerking van het teoretisch deel;
- eindevaluatie.

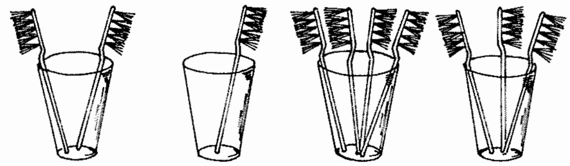
Deze begeleiding gebeurt op uren dat de studenten vrij zijn. Mijn agenda raadplegend zie ik, dat gemiddeld per student zowat 4 uur begeleid is. Dit maakt voor 14 studenten ongeveer 60 uren. Met mijn twee begeleidingsuren voor deze groep kom ik dus rond. Wel moet ik de supervisie op de hospiteerscholen geheel aan de mentoren en de pedagoog overlaten.
Maar er moeten altijd een paar niet verwezenlijkte wensen overblijven!

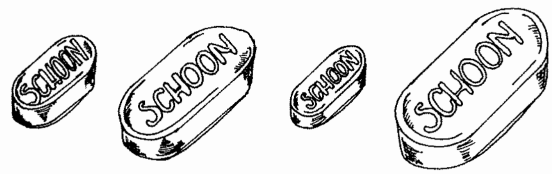
▸ *De begrippenlijst*

'1 De middelste tandenborstel
2 De laatste tube
3 De beker met de meeste tandenborstels
4 Het kleinste stukje zeep
5 De vogel in de kooi
6 De eerste stoel
7 De tafels die even hoog zijn
8 De achterste plant
9 De grootste vaas
10 De achterste theepot
11 De meeste koekjes
12 De voorkant van de doos
13 De minste driehoeken
14 De langste slinger
15 Het dikste rietje
16 Verdeel de lollies in twee gelijke groepen
17 Het laatste vlaggetje.'
(in totaal 40 stuks)

▸ *De eerste vier opdrachten,* zijn hier door een van de kleuters goed uitgevoerd:







In de eindtest, op dezelfde wijze afgenomen, werd een ander verhaal verteld met bijbehorende tekeningen, terwijl nu in plaats van 'de *middelste* tandenborstel' aangegeven moest worden: 'de *middelste* boom'.
In de 6 lessen werd geen rekening gehouden met de resultaten van de eerste test, maar werden achtereenvolgens een groot aantal begrippen aangeleerd.

▸ Hieronder *het schema van de lessen:*

	Leerstof	Didaktische werkwijze	Organisatie en hulpmiddelen	Leeraktiviteiten van de leerling
les 1	middelste eerste laatste groot klein	frontaal, klassikaal leergesprek	twee groepen van vijf; kwastjes, plaksel, papier, plakmatjes klaarleggen; plakkertjes;	memoriseren; uitvoeren van opdrachten; ordenen; verwerven van kennis; motorisch leren (plakken); spreken; luisteren; vragen beantwoorden;
les 2	groot klein kort lang meer minder even	klassikaal in spelvorm	bewegingsruimte kreëren in speellokaal; schoenen van de leerlingen en de leerlingen zelf;	luisteren; verwerven van kennis; ordenen; uitvoeren van opdrachten; spreken; vragen beantwoorden; motorisch leren; verwerven van kennis; opdrachten uitvoeren;

les 3	voorkant achterkant zijkant buiten in	verhaal klassikaal verwerking: groepswerk	kinderen in 1 groep zetten; schoenendoos, plaksel, kwastjes, dun karton, doorzichtig papier, aluminiumfolie, scharen, en plakzeiltjes klaar leggen; figuren voortekenen;	luisteren; knippen; spreken; plakken; motorisch leren;
les 4	hoog laag gelijk hetzelfde even	klassikaal in spelvorm	kreëren speelruimte; klaarleggen touw en balkjes;	bewegen; luisteren; opdrachten uitvoeren; vragen beantwoorden; verwerven van kennis;
les 5	dik dun	frontaal, klassikaal	klaarleggen: papier, potloden; kinderen in 1 groep zetten;	luisteren; tekenen; uitvoeren van opdrachten; vragen beantwoorden; verwerven van kennis;
les 6	eerste middelste laatste	klassikaal in spelvorm	bewegingsruimte kreëren; kinderen in 2 rijen van 5 zetten; blokjes klaarleggen.	luisteren; bewegen; uitvoeren van opdrachten; vragen beantwoorden; verwerven van kennis.

In de lessen werd aangesloten bij de belevingswereld van de kinderen, terwijl gezorgd werd dat

> 'niet alleen aan intellektuele (begripsvorming), maar ook aan kreatieve (knippen, plakken, kleuren, enz.) en motorische (geleid spel en kleutergymnastiek) vorming gedaan werd.'

Een voorbeeld van zo'n les.

▶ *Les 2*

* 'Bij het binnenkomen in het speellokaal moeten de leerlingen hun schoenen uittrekken. De schoenen worden naast elkaar tegen de muur gezet. De leerlingen moeten dan in een halve kring om de schoenen gaan zitten. Daarna mogen een aantal leerlingen het grootste paar schoenen aanwijzen en eruit halen. Door dit steeds te herhalen ontstaat er een aflopende rij van groot naar klein. Hierbij komt ook het begrip *even groot* naar voren omdat er altijd wel twee paar schoenen zijn, die even groot zijn.
* Hierna nemen we een middelgroot kind waarna we de groep in drie kleine groepjes naar lengte verdelen: kleiner dan, groter dan en even groot als het standaardkind. We hebben dan drie rijtjes gekregen, waarmee we verder gaan met de begrippen meer, minder en evenveel. Dit doen we door het aantal kinderen per rijtje te vergelijken.
* De kinderen lopen in een kring door de zaal. Op teken moeten ze zich klein maken (kabouters) en groot maken (reuzen).
* Op teken rennen de leerlingen nu naar een van de hoeken van het lokaal. De hoek mogen zij zelf uitkiezen. Daarna bespreken we in welke hoek er meer of minder zitten en of er in de hoeken even veel kinderen zitten.
* Nu volgt er een stiltespelletje. Zet een x-aantal kinderen neer, één kind kijkt naar het rijtje en draait zich daarna om, vervolgens worden er y-kinderen weggehaald. De leerling mag zich weer terugdraaien en moet nu zeggen of er meer of minder kinderen in het rijtje staan.

Nabeschouwing

De les verliep over het algemeen geanimeerd. Het schoenen passen duurde wat lang. Het meten van de leerlingen ging echter zeer leuk. De vragen over groot en klein werden allemaal goed beantwoord. Meer en minder moest herhaald worden.'

De resultaten van begin- en eindtoets werden tot slot vergeleken, waarbij de auteurs tot een paar voorzichtige konklusies komen.

▶ *Konklusies*

'Uit de resultaten blijkt dat er wel vooruitgang is te bespeuren bij de begripsvulling na het geven van de lessen. In aanmerking moet worden genomen dat

de kinderen bij de tweede test bekend waren met de testprosedure en met degene die de test afnam. Per testgroep is er ook een verschil in vooruitgang te bespeuren.
Uit deze gegevens kunnen we konkluderen dat de lessen wel enige invloed hebben gehad.
Er is een zeer duidelijk verschil in nivo bij de beginsituatie tussen de testgroepen.
Aan de hand van de resultaten van test 2 kunnen we konstateren dat de testgroepen elkaar in nivo niet veel meer ontlopen. De lessen zouden dus de verschillen hebben genivelleerd. Uit dit resultaat zou kunnen blijken dat kinderen van een zelfde leeftijd door een klein aantal lessen op gelijke nivo's kunnen komen ongeacht hun beginsituatie.'

We hebben aan dit werkstuk aandacht besteed, niet zozeer om de konklusies die uit de testgegevens volgen. Wij zijn van mening dat bij een dergelijk onderzoek zoveel variabelen een rol spelen, dat het voor P.A.-studenten met de beschikbare tijd en kennis nauwelijks mogelijk is om tot verantwoorde konklusies te komen.

Van veel groter belang vinden wij de opzet en beschrijving van het gegeven onderwijs, waarbij vooral de kreativiteit in het vinden van goede voorbeelden, de gevarieerdheid van de lessituaties en het bedrijven van essentieel wiskunde-onderwijs op kleuternivo een kompliment verdient.

Tot slot
De eksamens van het kursusjaar '72-'73 zijn al weer enige maanden achter de rug en werkstukken, die wellicht de moeite van het bespreken in deze rubriek waard zijn, liggen nog bij kollega's in de kast. Zoek eens en stuur naar IOWO, Tiberdreef 4, Utrecht.
Bij voorbaat .....

Oplossing 'Wim Wiedes' (pag. 996)
Laat de leerlingen vooral het probleem zelf oplossen: door te tobben volgt de ontdekking.
Als men de oplossing kent is deze ook vanzelfsprekend en bovendien toepasbaar op andere situaties (3 hoeden bijvoorbeeld).
De oplossing luidt:

Stop één rood kaartje in de ene hoed en alle overige kaartjes in de andere hoed.

En verder:
De kans om de hoed met het rode kaartje te pakken is 50%.
Dit leidt tot 'sukses'.
De andere hoed kàn ook nog tot sukses leiden: 5 van de 11 kaartjes zijn rood. Dit leidt tot 23%, omdat

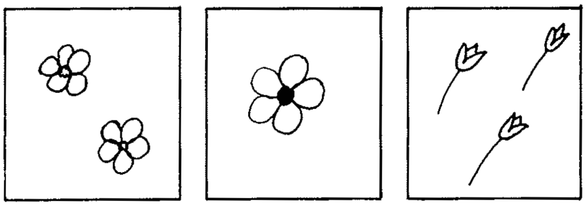
$$\frac{5}{11} \times 50\% = \frac{25}{11}\% = 22{,}7 \approx 23\%.$$

In totaal dus 73% kans op sukses.

kleuters en wiskunde

JES MELIS
HENNEKE DE LORME-BAKKER

Raden maar
Elke kleuter heeft een tiental kaartjes en een potlood gekregen.
Juf toont de achterzijde van een van haar eigen kaartjes en zegt:
'Op dit kaartje staan bloemen. Het aantal is onder de 5. Nu mogen jullie raden hoeveel het er zijn. Maar, pas op, niets zeggen. Pak een kaartje en teken ze er op.'



Sommige kinderen hebben het juiste aantal bloemen getekend, enkelen niet. Uit een gesprek blijkt dat allen het er mee eens zijn dat ieder kind gelijk kán hebben. Niemand weet immers nog wat er op juf's kaartje staat.
'Weet je nog een kaartje te maken dat ook goed zou kunnen zijn? Maak er nog maar een!'
Uiteindelijk maken alle kleuters 5 kaartjes. Op één ervan hoeven ze geen bloemetjes te tekenen, maar mogen ze stippen zetten of – als ze dat kunnen – een cijfer.
Tenslotte laat de juf haar kaartje zien.
'Hebben jullie deze er ook bij?'
De kleuters laten het betreffende kaartje zien.
Iedereen heeft het!

Machientjes
'Let op wat er gebeurt.'
Juf pakt met haar rechterhand een stuk papier, verscheurt het achter haar rug en laat de snippers uit de linkerhand vallen.
'Je hebt een blaadje verscheurd.'
De kinderen moeten precies beschrijven wat er gebeurd is. (taalontwikkeling)
'Jongens, ik lijk wel een machientje. Hoe zou je zo'n machine noemen?'
'Een scheurmachine.'

'Edo, ik ben een machine en jij mag er wat instoppen.'
Edo stopt juf weer een stuk papier toe. Juf verkreukelt het achter haar rug.
'Kijk eens achter m'n rug Edo en vertel wat er straks uitkomt.'
'Je hebt 't verkreukeld.'
'Dat heb ik niet gedaan, maar de machine.'
'O ja, natuurlijk, een verkreukelaarmachine.'
'Een kreukelmachine juf', korrigeert Marjo.

De kinderen gaan nu zelf aan het werk. Ingenieuze machines worden bedacht: vouwmachine, breekmachine, kleurmachine, tekenmachine.

Een keer daarop komt de grote doos met uttels (dopjes, fiches, e.d.) in de kring. Eén van de kinderen gaat in de doos zitten en speelt voor optelmachine of aftrekmachine.
De andere kinderen moeten er achter zien te komen wat voor machine het nu precies is.

'plakken, rekenen en dan komt er in één keer een fotograaf'

een jonge onderzoeker basje

DIK OORT

ZAND EROVER!

Als vader binnenkomt heeft Basje de volgende cijfers achter elkaar òpgeschreven: 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Basje : Kun je dat getal uitspreken?

Vader : Jawel hoor!

Basje : Hoe is dat dan?

Vader : Honderddrieentwintigmiljoen vierhonderdzesenvijftigduizend zevenhonderdnegenentachtig.

Basje : Er bestaan natuurlijk nog veel grotere getallen.

Vader : Nou en òf!

Basje : Je kunt dit getal bijvoorbeeld met drie vermenigvuldigen. 't Antwoord is dan veel groter.

Vader : Je kunt het getal ook kwadrateren, dus met zichzelf vermenigvuldigen.

Basje : En dat antwoord kun je weer kwadrateren; kun je het dan ook uitspreken?

Vader : Dat denk ik wel.

Basje : Kun je elk getal dat ik opschrijf uitspreken?

Vader : Ik weet niet hoeveel cijfers je achter elkaar wilt zetten; maar probeer 't eens.

Basje schrijft op: 1498760456843719824056419876543214564382 1.

Vader : Nou, dat is me er een!

Basje : Zou je zo ver kunnen tellen?

Vader : Ik denk 't niet.

Basje : Waarom niet?

Vader : Ik denk dat je tijd tekort zou komen.

Basje : Als je heel snel steeds maar doortelt?

Vader : Laten we eens aannemen dat iemand gaat tellen en elke minuut honderd verder komt. Dat is erg snel, want als de getallen groter worden, tel je er geen honderd per minuut meer.
We spreken dus af: honderd per minuut.
Dat is per uur?

Basje : Zesduizend.

Vader : En weer een gekke veronderstelling. We laten degene die telt dag en nacht doortellen. Dat is per etmaal, dus per 24 uur?

Basje : Honderdvierenveertigduizend.

Vader : Per jaar is dat?

Basje : Even uitrekenen! .....
Dat is precies 52560000.

Vader : Laten we 't maar afronden op 53 miljoen.
Hoe ver is-ie dan als hij 100 jaar heeft geteld?

Basje : Bij 5300 miljoen.

Vader : Dat is 53 met acht nullen erachter. Een heel klein getal vergeleken bij wat jij hebt opgeschreven.

Basje : Ik zie nu wel in, dat ik zo ver niet tellen kan, maar kun je het uitspreken?

Vader : Dat wel.

Basje : Hoe doe je dat dan?

Vader : Ik verdeel, rechts beginnend, het geschreven getal in groepjes van zes cijfers. Dan krijg ik:
14987 | 604568 | 437198 | 240564 | 198765 | 432145 | 643821
Links van het rechtse streepje staan de miljoenen, links van 't tweede streepje (van rechts) de biljoenen. Zo doorgaande krijgen we de triljoenen, de kwadriljoenen, de kwintiljoenen, de sekstiljoenen en meer hebben we voor dit getal niet nodig.

Basje : Spreek 't nou eens uit.

Vader : Daar gaat ie:
Veertienduizend negenhonderd en zevenentachtig sekstiljoen, zeshonderdvierduizend vijfhonderd en acht en zestig kwintiljoen, vierhonderd zevenendertigduizend honderd achtennegentig kwadriljoen ....

Basje : Stil maar; ik ga wel verder.
Tweehonderdveertigduizend vijfhonderd vierenzestig triljoen, honderdachtennegentigduizend zevenhonderd vijfenzestig biljoen, vierhonderdtweeendertigduizend honderd vijfenveertig miljoen zeshonderddrieenveertigduizend achthonderd eenentwintig.

Vader : Hé, hé dat was me even een verhaal!

Basje : Toch valt 't me mee voor zo'n knoert.

Vader : Ja, 't is wel een heel groot getal.

Basje : En dit getal kun je ook met zichzelf vermenigvuldigen.

Vader : O ja, bijvoorbeeld op de achterkant van een stuk behang. Dat moet je maar eens doen als je tijd en zin hebt.

Basje : Hoe groot is dat getal nu eigenlijk?

Vader : Dat is moeilijk te zeggen; groter dan het aantal geldstukken dat ik in m'n portemonnee heb.

Basje : En vast wel groter dan 't aantal haren op m'n hoofd.

Vader : Ook groter dan het aantal zandkorreltjes aan 't strand van Zandvoort?

Basje : Dat weet ik niet, ik denk dat 't aantal korreltjes zand in Zandvoort wel meer is. Ik weet trouwens niet hoe lang en hoe breed 't strand is daar; ook ken ik de diepte niet.

Vader : Toch is jouw getal veel groter dan 't aantal zandkorrels van Zandvoort.

Basje : Kun je dat bewijzen?

Vader : Ja, hoor!

Basje : Dat lijkt me sterk, kun je dan uitrekenen hoeveel zandkorreltjes er in Zandvoort liggen?

Vader : Nee, dat kan ik niet. Wel kan ik aantonen dat dit aantal minder is dan jouw getal.

Basje : Dat wil ik wel eens horen.

Vader : Als ik aantoon dat 't aantal zandkorreltjes van al 't zand van de hele wereld nog kleiner is dan jouw getal; wat zeg je dan?

Basje : Dan is 't aantal van Zandvoort zeker kleiner.

Vader : Ik overdrijf nog sterker: in gedachten neem ik een kubusvormige doos met een ribbe van 20 000 km.
Daar kan de aarde gemakkelijk in.

Basje : O ja, want de aarde heeft een middellijn van minder dan 14 000 km.

Vader : Dus de aarde kan makkelijk in die doos. Als ik nu de hele doos vol met zand doe dan is dat veel en veel meer zand.

Basje : Dan 't zand van Zandvoort.

Vader : Dat zou ik denken, en nu ga ik aantonen dat 't aantal korreltjes van al het zand in die doos kleiner is dan jouw getal.
Wat is de inhoud van de kubus?

Basje : 20 000 x 20 000 x 20 000 = 8 000 000 000 000.
De inhoud is dus 8 biljoen kubieke kilometer.

Vader : Laten we dat nog maar vergroten tot 10 biljoen kubieke kilometer. Dat is een 1 gevolgd door dertien nullen.
Hoeveel kubieke millimeters zijn dat?

Basje : 1 kilometer is 1 miljoen millimeter dus 1 kubieke kilometer is 1 triljoen kubieke millimeter.
Er komen dus nog 18 nullen achter.
Als je de inhoud van die doos uitdrukt in kubieke millimeters, krijg je als getal een 1 gevolgd door 31 nullen.

Vader : Juist, dat kun je ook zo noteren: 10^{31} mm^3.
En nu moeten we nog afspreken hoe fijn we 't zand nemen, dat we in de doos stoppen.

Hoeveel korreltjes bevat één kubieke millimeter?

Basje : Ik zou 't niet weten.

Vader : Laten we aannemen 1000 zandkorreltjes; dat is dan wel erg fijn zand. Hoeveel zandkorreltjes bevat nu die grote doos?

Basje : 10^{34} zandkorrels.

Vader : Juist en dat aantal, dat getal is dus veel en veel groter dan 't aantal zandkorreltjes van Zandvoort. Schrijf jouw getal nu maar eens op en 't aantal zandkorrels uit de grote doos erboven.

Basje doet dat en krijgt dan:

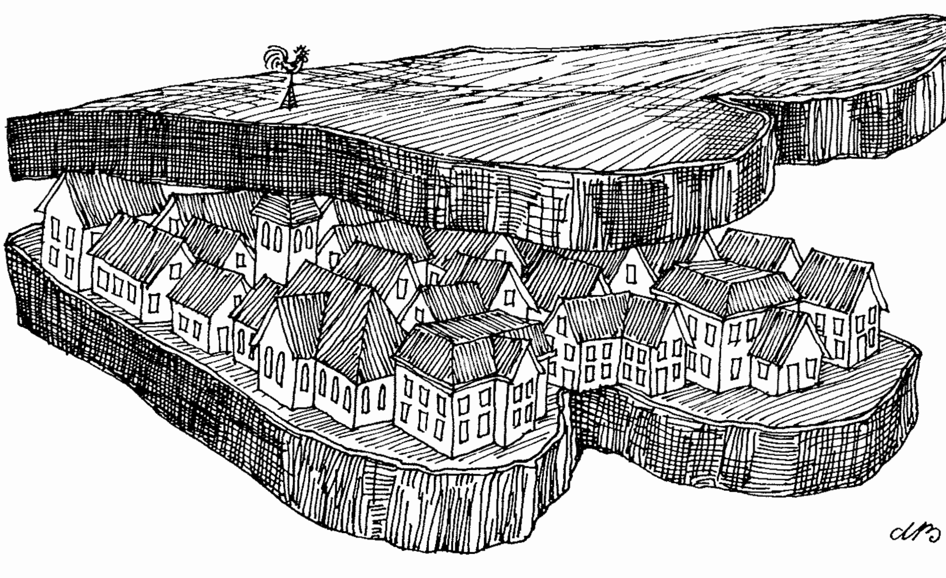
	10000	000000	000000	000000	000000	000000
14987	604568	437198	240564	198765	432145	643821

Basje : Niet te geloven! Het bovenste getal is groter dan 't aantal zandkorreltjes van al 't zand van de hele aarde. En dat is nog maar een klein getal vergeleken bij wat ik eerst had opgeschreven.

Vader : Dus 't zand van Zandvoort?

Basje : Dat betekent helemaal niets meer.

Vader : Behalve als je 't in de vakantie voor een gedeelte tussen je boterham krijgt.



'zandvoort tussen je boterham'

INHOUD

[1]) De artikelencyclus 6.5 t.e.m. 6.9. is samengesteld door een team bestaande uit: Jan van den Brink, Hans ter Heege, Leen Streefland, Adri Treffers.

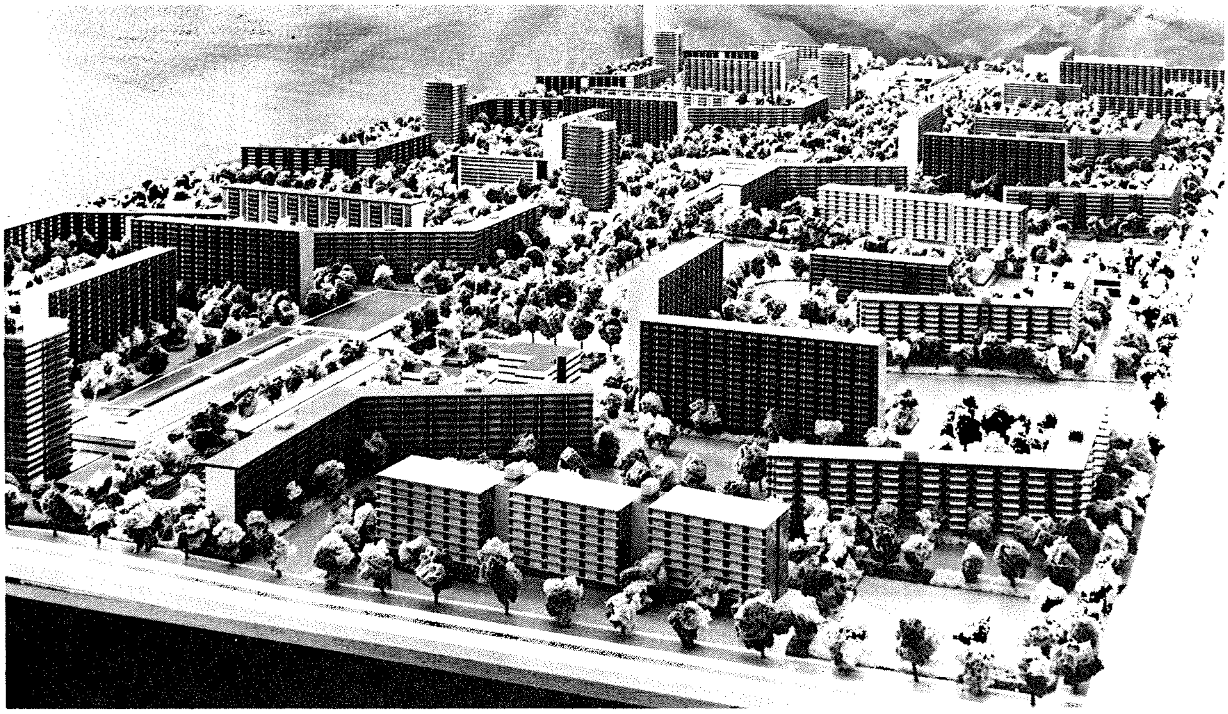
variabel blok

6.1 HET INTEGRATIEPLAN

INLEIDING EN LEESWIJZER

Bij integratie wordt nogal eens in zwart-wit tegenstellingen gedacht. Er is enerzijds het oude rekenen en anderzijds de moderne wiskunde. Hoe kun je die twee tot een eenheid smeden?
Hierover bestaan verschillende opvattingen.

'Het oude rekenonderwijs is afgetakeld. Onbewoonbaar. Niets meer mee te beginnen.'



'Je moet zonder meer iets nieuws bedenken. Maak een goede opzet, een maquette en voer het volgens plan uit. Het oude rekenonderwijs helemaal niet in je beschouwingen opnemen.'

In het algemeen wordt echter niet zo polair gedacht als we met de foto's suggereerden. Het denken binnen de termen 'oud' (schrappen) en 'nieuw' (bijvoegen) is veelal genuanceerder. Enkele nuances hebben we – gevisualiseerd in door de rotterdamse dienst van gemeentewerken beschikbaar gestelde foto's – op een aantal plaatsen in dit blok opgenomen

Dat Wiskobas vanuit een ander perspektief over integratie denkt – zij het gebrekkig en onvolledig – toch het beste door nevenstaande foto aan te geven.

Na lezing van de verschillende betekenisse die het woord integra in het wiskobas-projekt heeft (**6.3**), zult het ongetwijfeld eens zijn met de genoemd 'gebrekkigheid en onvolledigheid'. Eén afbeelding kan aan de ve scheidenheid onvoldoende recht doen.

Het voor u liggende blok is wat anders samengesteld dan de voorgaande. Deze keer geen achtergrondinformatie, lessuggesties en werkbladen over een bepaald *onderwerp* (breuken, operaties, statistiek en waarschijnlijkheid), maar een aantal bijdragen gegroepeerd rond een ***aktiviteit***, namelijk het ontwikkelen van een integratieplan.
In 1975/1976 zal het integratieplan 'wiskunde-onderwijs voor 5-12 jarigen' gereed moeten zijn.
Via de vragen 'waar is wiskobas nu?' en 'wat is reeds gebeurd?' plaatst Louis Gilissen de integratieplan-aktiviteiten binnen het totaal van het wiskobas-projekt. (**6.2**)
Hoe dit integratieplan er uit zal gaan zien en op welke wijze een dergelijk plan gemaakt zal worden, kunt u lezen in de bijdragen van Johan van Bruggen. (**6.3** en **6.4**)

Na deze eerste drie artikelen van min of meer teoretische aard, maar uniek, uiterst belangrijk en derhalve van harte ter lezing aanbevolen, kunt u in de bijdragen **6.5** t e.m. **6.9** kennismaken met een konkreet stuk leerplanontwikkeling. Jan van den Brink Hans ter Heege, Leen Streefland en Adri Treffers hebben met elkaar een produkt ontwikkeld dat zij uitdrukkelijk én principieel als onvolledig bestempelen. Verslaggeving van werkzaamheden in de praktijk met problemen op het gebied van het *ordenend tellen* is gekoppeld aan kommentaar en aanbevelingen. Een en ander is eksemplarisch voor de totale aanpak van het werk dat de komende jaren op de ontwerpschool zal worden verricht.

Verslaggeving van praktisch werk op steeds andere gebieden, zodanig aangeboden dat u er talloze ideetjes voor uw eigen klas kunt uitlichten, zal regelmatig in de derde jaargang van het Bulletin aan bod komen De vraag die in 3.9 geformuleerd is zal bij voortduring gesteld worden:
– vindt u dit iets voor de basisschool?
– welke ervaringen heeft u er mee?
De kwaliteit van het (uw) integratieplan is mede-afhankelijk van de mate waarin de aanwezige kennis en ervaring buiten de muren van het eigen klaslokaal komt *'ten nutte van het algemeen'*.

6.2 DE JAREN 1971 – 1975

LOUIS GILISSEN

Roepen we in herinnering het artikel van Adri Treffers in aflevering 4 van de eerste jaargang van het Wiskobas-Bulletin 'De voetbaltabel en de leerplanontwikkeling'. In dat artikel worden de verschillende fasen beschreven waarin de leerplanontwikkeling van wiskunde-onderwijs op de basisschool zijn beslag krijgt:

– eksploratie-fase	1971-1973
– integratie-fase	1973-1975
– fase van de fundamentele opbouw	1975-...

Op dit moment bevinden wij ons dus op de overgang van eksploratiefase naar integratie-fase.

Om nu een idee te krijgen van de sfeer die in die eerste fase geheerst heeft zou het goed zijn als u onderstaande willekeurige knipsels uit het responsblok van het Wiskobas-Bulletin eens vluchtig doorlas:

Vermenigvuldigen en delen van breuken lijkt me poppenkast waanzin, tenminste wanneer men er 'begrip' bij wil halen. Dit past wèl goed in het elementaire algebra-onderwijs (of dat nu in basisschool of brugklas is doet er niet toe). Het met elkaar in verband brengen van gewone en decimale breuken lijkt me goed mogelijk, als men er niet te moeilijk mee wil doen. Op de basisschool mag men nooit proberen iets te definiëren. Het onderwijzend personeel weet trou wens in het algemeen niet wat dat is.
(N.G. de Bruyn, Eindhoven).

HET PRAKTIKUM 'SPIJKERS EN OPPERVLAKTE
Dit praktikum heeft veel moeilijkheden voor de leerlingen met zich meegebracht. Vooral doordat de wijze van aanbieding van de opgaven de leerlingen moeilijkheden deed zoeken, die er niet waren. Meteen bij het begin op blz. 79/2 en 79/3 komt het eerste probleem al. (fig. 1)

Kollega's van de Hervormde School te Onstwedde[1]) hebben hun leerlingen intensief met het Spijkerbord laten werken. Van hun ervaringen in de verschillende leerjaren hebben ze een boekwerkje samengesteld. Het boekje zit boordevol ideeën en is opnieuw een bewijs dat er ongelooflijk veel kreativiteit in de nederlandse basisscholen aanwezig is.
We laten u kennismaken met enkele ideeën en ervaringen.

* * *

Klas 2
In deze klas is een serie van 5 lessen gegeven, waarbij het tellen – in allerlei variaties – met behulp van het spijkerbord centraal staat.
Tijdens de vierde les wordt een verhaaltje verteld over een kabouter die een stuk grond wil k
er een huisje op te bouwen.
'Eerst ziet hij een heel mooi st
omheen lopen om te kiik
daarop kan staan.'
Op het ruitjesb
2 x geteke
De k

Nadat ze in het Bulletin iets had gelezen over allerlei problemen die er aan het breuken-onderwijs vastzitten, wilde ze eens – zo tijdens een paar minuten voor het speelkwartier – nagaan hoe haar kleuters zouden reageren.
Ze begon met het verdelen van een appel.
'Hoe doe je dat eerlijk als je met z'n tweeën bent?'
Voor geen der kleuters was dit een écht probleem.
'Nu een taart, een ronde, die je met z'n vieren moet verdelen. Hoe doe je dat?
Denk er om: allemaal een even groot stuk!'
De taarten werden uitgedeeld in de vorm van rond stukjes karton.

Wat heeft dit hele verhaal met het breukenprobleem te maken?
Wel:
1 Wat we van breuken behandelen blijft beperkt tot datgene wat helder en dinamisch is uit te beelden.
2 Die uitbeelding mag geen illustratie, nog minder: fránje zijn, maar is de feitelijke grond waarop de kennis wordt gebaseerd.
De leerlingen worden doordrongen van deze regel:
3 De leerlingen worden doordrongen van deze regel: wat ik niet eenvoudig in een figuur kan demonstreren, daaraan brand ik mijn vingers niet door 'maar wat te doen'. (Als die kindertjes bij Nieland dat eens deden bij hun verhaal
4 Geplaatst voor de keuze: koekmetode (ontbijt- of pannekoek) of machientje, opteer ik voor het machinetje, als zijnde meer dinamisch.
In grove trekken zijn er twee manieren om de breuken in te leiden:
* de breuk als (*statisch*) resultaat van een bewerking (Nieland) en
* de breuk als signaal voor een (*dinamische*) bewerking.
Daarmee is meteen voor mij de keus bepaald. Een film doet het altijd beter dan een dia.

Geen lezer zal boosaardig genoeg zijn, het bovenstaande te willen beschouwen als een komplete teorie. Bij het neerschrijven borrelen ook bij mij van alle kanten de ja-maar's op. Als Leitmotiv bij de stofkeuze en -behandeling is er toch wel iets mee te beginnen. De tot nu toe verschenen blokken van Wiskobas — zijn er, meen ik, niet mee in strijd.

RESPONS: WERKBLADEN VOOR LEERLINGEN.
In één van de KO-boeken van de H.O.O. (Stadsplan) wordt gezegd: (deze aanpak) '...dient om (ons) iets van de ontdekkende werkwijze te laten ervaren'.
Weinigen zullen echter plezier beleven aan het ontdekken-om-te-ontdekken, zonder dat er verdere gebruiksmogelijkheden van 'het ontdekte' lijken te zijn.
Voegen we erbij: '...helpt (ons) de werkelijkheid via ordening beter te begrijpen en te gebruiken', dan hebben we in die twee uitspraken samen voldoende motivatie voor het ontwerpen en/of gebruiken van werkbladen voor leerlingen.
Daarom de volgende variatie op de negen werkbladen (voor de leerlingen) uit het Wiskobas-Bulletin nummer 1 (pag. 39-47).

De veranderingen in de werkbladen 1 t/m 5 hebben voornamelijk tot doel het ontdekkend karakter van het werk te vergroten.

Voorstel voor veranderingen in de werkbladen 1 t/m 5:

Werkblad 1
De tekening handhaven, maar de tekst vervangen door blanko ruimte (of: liniering met minimaal 8 regels).
De opdracht wijzigen in:
Probeer met elkaar een goede plaatsaanduiding van de ramen in het flatgebouw te geven.

Werkblad 2
De afspraak bovenaan wijzigen in:
'AFSPRAAK — Een goede plaatsaanduiding kan zijn: (zoveelste van links, zoveelste van onder).
Laten we in het vervolg van dit werkblad de plaatsen zo aanduiden. Let op het gebruik van de rangtelwoorden.

KLAS 6
Het uitgangsprobleem — planning bij Hoogovens — (Basboek 3, pag. 51 en v.) was te ver verwijderd van de gedachtenwereld der leerlingen. Het projekt is voor basisschool-leerlingen te groots opgezet. Het inzicht in de voorwaarden en noodzakelijke voorzieningen inzake de plaats van vestiging was onvoldoende aanwezig. Meer geschikte onderwerpen:
* Rekreatie. Kampeerterrein. Met of zonder caravanterrein. Wel of geen kampwinkel of kantine. Wel of geen speeltuin. Wel of geen speeltuin in de buurt.
* Schoolreis.
* Nieuw sportterrein.
* Nieuw schoolgebouw.
* Kaartsysteem ontwerpen van de eigen klas.

Hubert Winters, student aan de pedagogische akademie INSULA DEI (Arnhem), stuurde ons onderstaande ervaringen. In de drie hoogste leerjaren van de basisschool 'De Berkhaag' te Herwen en Aerdt nam hij een test af teneinde na te gaan hoe leerlingen zouden reageren op begrippen als 'zeker', 'waarschijnlijk', 'toevallig'. Zijn onderzoekje leverde gegevens op die van belang kunnen zijn bij overwegingen rond de eventuele invoering van 'Statistiek en Waarschijnlijkheid' op de basisschool. Zoals u wellicht weet is er voor de beroriënteringskursus van onderwijzers een blok 'Statistiek en Waarschijnlijkheid' ontwikkeld, terwijl op een aantal pedagogische akademies (waaronder 'Insula Dei' te Arnhem) met een eksperimenteel blok 'De Teerling is geworpen' wordt gewerkt.

Allerlei mensen uit het onderwijs hebben een bijdrage geleverd aan de vernieuwing van het wiskunde-onderwijs op de basisschool. Een meer volledig beeld van dat meewerken krijgt u bij doorneming van de responsblokken van de reeds verschenen afleveringen van dit bulletin.
Aan de hand van het volgende citaat uit het

artikel van Adri Treffers zullen we nu hetgeen in de afgelopen fase gebeurd is op een rij zetten.

- *Eksploratie-fase (1971-1973)*

'Ontwerpen van leerstofpakketten uit leerstofgebieden, die aanleiding geven tot een didaktisch relevante aanpak.
Samenwerking tussen ontwerpers en praktici. In de nieuwe onderwijsprodukten trachten om de doelstellingen te konkretiseren (zie de voetbaltabel).
Bezinning op het huidige leerstofprogramma van rekenen in verband met het kreëren van ruimte voor integratie van nieuwe elementen.'

'Ontwerpen van leerstofpakketten uit leerstofgebieden, die aanleiding geven tot een didaktisch relevante aanpak.'

Dit ontwerpen vond plaats ten behoeve van:

▸ *De heroriëntering van onderwijzers*
Er zijn een achttal blokken verschenen, elk bestaand uit een KO- en een BAS-boek. Het KO-boek bevat een stuk wiskunde uit één of meer van de 6 leerstofvlakken (taal en logika, relaties en funkties, meetkunde, meten, het rekensysteem, waarschijnlijkheid en statistiek) op het nivo van de onderwijzer. In deze KO-boeken, meestal in praktikumvorm, wordt niet alleen gepoogd de kursist nieuwe wiskunde-kennis te laten opdoen, maar ook hem iets te laten ervaren van de nieuwe didaktische aanpak die voortkomt uit de uitgangspunten voor het wiskunde-onderwijs die bij Wiskobas gelden.
In de BAS-boeken worden suggesties gegeven in de vorm van aktiviteiten, lessen, lessencykli, die de kursisten aanleiding geven deze nieuwe aanpak in praktijk te brengen.

▸ *De pedagogische akademie*
De blokken voor de pedagogische akademie zijn zo geschreven dat de studenten, geïnspireerd vanuit de basisschoolpraktijk, kennis nemen van een onderwerp uit de wiskunde op eigen nivo en van relevante onderwijskundige informatie. Van daaruit wordt dan een analise gepleegd van het huidige wiskunde-onderwijs met betrekking tot dat onderwerp en komt een eigen produktie tot stand in de vorm van opzetten van lessen en gesprekken met kinderen, waarna de bij deze produktie behorende aktiviteiten op de oefenschool plaatsvinden.

▸ *De basisschool*
De neerslag van de ontwerpaktiviteiten voor de basisschool is te vinden in de BAS-boeken van de heroriënteringskursus, in de variabele blokken van het Wiskobas-Bulletin en voor een belangrijk deel in de publikatie: ma-*TEMA*tika. Deze publikatie, geschreven ten behoeve van de heroriënteringskursisten, bevat naast een samenvatting van de in de kursus aan de orde gekomen wiskunde en een schets van de onderwijskundige achtergronden, een 'bron' van wiskundige aktiviteiten per leerjaar die aan het huidige wiskunde-onderwijs zouden kunnen worden toegevoegd, alsmede een aantal uitgewerkte tema's.[1])

'Samenwerking tussen ontwerpers en praktici. In de nieuwe onderwijsprodukten trachten om de doelstellingen te konkretiseren.'

Een samenwerking bij het konfronteren van ontwerp en de bijbehorende doelstellingen met de dagelijkse praktijk van het onderwijs. In deze samenwerking die de basis vormt voor het nieuw te ontwerpen leerplan zijn een drietal fronten te onderkennen.

▸ *De heroriënteringskursussen voor onderwijzers*
Een centrale plaats werd hier ingenomen door de BAS-boeken. De bedoeling was dat de wiskunde in het KO-boek waarmee de onderwijzer op deze kursus werd gekonfronteerd aan de hand van de suggesties voor lessen, lessencykli, leergangetjes, praktika, werd uitgeprobeerd op de basisschool.
De verslagen van lessen, toevoegingen en afwijzingen van suggesties werden vanuit een aantal kursussen naar Utrecht gestuurd.

▸ *De pedagogische akademie*
Vanuit de P.A.-blokken worden stukken wiskunde-onderwijs doordacht door docenten samen met hun studenten (ook een pedagogiekdocent had een aandeel in deze doordenking). Een aantal skripties van rekenspecialisten,

1) Onder een tema verstaan we een beschrijving (c.q. uitvoering) van een reeks onderwijs-leeraktiviteiten, die gegroepeerd zijn rond een onderwerp, dat aanleiding biedt tot wiskunde-ontdekken en wiskunde-toepassen en waarbinnen de spesifieke benaderingswijze van de wiskunde verhelderend werkt voor begrip van en inzicht in het onderwerp zelf.

waarin verslagen van onderzoekjes op de hospiteerschool en/of literatuuronderzoek, vonden hun weg naar Utrecht.
Een belangrijke plaats werd hierbij ingenomen door de Wiskobaswerkgroepen waarin is meegedacht over het wiskunde-didaktiek-onderwijs op de pedagogische akademie èn over het reken-wiskunde-onderwijs op de basisschool.

▸ *Het Wiskobas-Bulletin*

Eén van de funkties van dit bulletin is het kanaliseren van de respons. In het responsblok wordt een deel van de reakties, verslagen, suggesties vanuit de heroriëntering voor onderwijzers en vanuit de pedagogische akademie en van deskundigen, die niet direkt met een van beide te maken hebben, opgenomen om ieder op de hoogte te houden van de aktiviteiten van kollega's en om de diskussie open te houden.

'Bezinning op het huidige leerstofprogramma van rekenen in verband met het kreëren van ruimte voor integratie van nieuwe elementen.'

Voorbeelden van deze bezinning vindt u in de variabele blokken van de verschillende afleveringen van het Wiskobas-Bulletin.
Elk variabel blok is gewijd aan een onderwerp uit het wiskunde-onderwijs. Gepoogd wordt om aan te geven hoe nieuwe elementen nu al kunnen worden geïntegreerd in het huidige programma. Vaak zijn er ook werkkaarten afgedrukt die zo in de klas kunnen worden uitgeprobeerd. Tenslotte wijzen we in dit verband nog op de reeds vermelde publikatie: maTEMAtika.

Tot nu toe hebben we de nadruk gelegd op zaken als ontwerp, praktijkwerk, respons. De heroriëntering van onderwijzers en de pedagogische akademie namen hierbij een belangrijke plaats in beslag.
Wiskobas koos indertijd voor een *simultane ontwikkeling* van een leerplan voor de basisschool, een model voor heroriëntering van onderwijzers en een schoolwerkplan voor de onderwijzersopleiding.
Het ontwikkelen van een of meer modellen van heroriëntering is een van haar deeltaken. Als eenmaal de invoering van het nieuwe leerplan (het integratieplan) na 1975 zijn beslag krijgt zullen de innovatie-organen kunnen beschikken over die modellen en daarmee op adekwate wijze die scholen die op dit nieuwe leerplan willen overgaan kunnen heroriënteren.
De ontwikkeling van het schoolwerkplan voor de pedagogische akademie heeft tot doel de pas afgestudeerde en in de toekomst af te studeren onderwijzers in staat te stellen het nieuwe wiskunde-onderwijs te kunnen geven.

Samenvattend

De werkzaamheden ten behoeve van de heroriëntering van onderwijzers en het schoolwerkplan van de pedagogische akademie hebben in deze fase tot doel gehad enerzijds het ontwikkelen van mogelijkheden en instrumenten voor het kreëren van deskundigheid met betrekking tot het wiskunde-onderwijs op de basisschool bij de onderwijzer en anderzijds het mobiliseren van werkkracht, meedenken en kreativiteit in het onderwijsveld.
De resultaten hiervan, aangevuld met studie van leerplanontwikkeling, van leerpsychologie, van metoden uit het buitenland vormen een hechte basis voor de werkzaamheden in de volgende fase: de fase van het integratieplan.

Tot slot nog een citaat uit voornoemd artikel van Adri Treffers waarin kort enige wezenlijke kenmerken worden weergegeven van de *integratieplan-fase*.

- *Integratieplan (1973-1975)*

'Integreren van nieuwe leerstofeenheden in het oude programma en de totale onderwijsaanpak doordringen met mogelijkheden tot matematiseren (zie voetbaltabel).
Tijdschrift, T.V. (N.O.T. en TELEAC) en kursussen kunnen koördinatiepunten zijn.
Was de vorige fase gekenmerkt door uitbundige kreativiteit, deze fase is voor de pioniersgroep gekarakteriseerd door ingetogen realiteit.
Het probleem van integreren is wezenlijk anders dan het proces van 'schrappen' en 'bijstoppen'.
Het integratie-plan is geen minimumplan, maar een bron van integratie-mogelijkheden en het zal zowel kursorische, tematische als projektieve elementen bevatten.
De bron zal opwellen uit de lagen van PA, WIS, KO en BAS.
Met het integratie-plan zal de voorlopige eindfase van Wiskobas bereikt zijn. Het plan leent zich voor direkte en integrale toepassing in alle klassen.'

6.3 EEN LEERPLAN: WAT IS DAT EIGENLIJK?

JOHAN VAN BRUGGEN

1 Het probleem

Het IOWO heeft als taak gekregen de *leerplanontwikkeling* voor het wiskunde-onderwijs aan 5-18 jarigen. Met andere woorden: er moet een leerplan gemaakt worden.[1])
Naar analogie van woorden als 'reisplan' en 'spaarplan' en 'bouwplan' zouden we kunnen stellen dat het leerplan een plan voor het leren is, net zoals het spaarplan een plan voor het sparen is. Daarmee zitten we echter al in de problemen: gaat het om het leren van de onderwijzers ('lehren', onderwijzen) of om het leren van de kinderen ('lernen', leren)? Of gaat het om beide? Laten we eens wat begripsomschrijvingen die we hier en daar aantroffen, op een rijtje zetten:

Koenen – Endepols:
'leerplan: plan, volgens hetwelk de leerstof over de leertijd metodisch wordt verdeeld'

Dr. J. Bijl in een boekje 'Over leerplanonderzoek'.[2])
'Een leerplan voor een schoolsysteem is wel de meest ruime vorm van leerplan, die men zich denken kan. Een leerplan voor een afzonderlijk kind is ook denkbaar en dat is dan de meest beperkte vorm.' (blz. 12)
Men moet – vanuit de schoolprogramma's – komen tot leergangen, die het programma van stap tot stap en van dag tot dag voortgaande gaan realiseren.' (blz. 55)

Prof.Dr. L. van Gelder in 'Vernieuwing van het basisonderwijs'[3]) ziet het leerplan als
'concretisering van de nieuwe denkbeelden in een vorm, die een realisering in de praktijk veronderstelt en mogelijk maakt' (blz. 88)
'meer dan een systematische stofbepaling' (blz. 88)
'een wegwijzer voor de onderwijzer, waarin het doel van het onderwijs: het kind in te leiden in de kultuurgemeenschap, verenigd wordt met het doel van de opvoeding: het kind te leiden tot zedelijke en maatschappelijke zelfstandigheid.
Dit houdt in, dat het leerplan de werkwijze moet aangeven, waarin de onderwijskundige en de pedagogische momenten van de schoolopvoeding tot een hanteerbaar systeem van onderwijsaktiviteiten en tot een eenheid zijn gekomen.'
Verder wijst Van Gelder er op, dat het leerplan aanwijzingen moet bevatten voor:
- aanpassing van werkmetoden en leerstofinhouden aan het ontwikkelingsverloop van het individuele kind,
- de sociale ontwikkeling zowel binnen de school en de klas als daarbuiten,
- het praktisch handelen van de leerkracht in verband met schoolrijpheid, gevoelige perioden, stagnaties en retardaties in het leerproces,
- technieken van oefening, verbetering leerprestaties, leren studeren, werkmetoden voor het stillezen,
- integratie van het totaliteitsonderwijs in het totaal van het onderwijs; niet alleen door het aangeven van onderwerpen, maar ook door het geven van voorbeelden van schematisch uitgewerkte belangstellingscentra en projekten met de daarbij aansluitende leerstofonderdelen en de toepasbare leersituaties.

'Op deze wijze opgevat nadert het leerplan de omvang en de aard van een handboek voor de onderwijzers.' (blz. 89)
'een praktische handleiding voor de dagelijkse arbeid in de school' (blz. 90)

[1]) In dit artikel beperken we ons tot de basisschool
[2]) Groningen, 1970
[3]) Groningen, 1962

In een latere publikatie[1]) heeft Van Gelder de opvattingen uit 'Vernieuwing van het basis-onderwijs' opnieuw naar voren gebracht.

Hij wijst erop dat de ontwikkeling van deze 'praktische handleiding' tot dusver heeft plaatsgevonden in de konstruktie van het 'verborgen leerplan', dat is: het geheel van leerboekjes, oefenboekjes en hulpmiddelen die in de school gebruikt worden. Zolang de leerstof en de werkwijze in de school betrekkelijk stabiel zijn en de veranderingen van beperkte aard blijven zal dit mechanisme van leerplanverandering min of meer voldoen, maar in onze tijd zal een systematische leerplanontwikkeling ter hand genomen moeten worden. In deze systematische leerplanontwikkeling moeten als uitgangspunten gelden:
- aanpassing aan de veranderende funkties van het basisonderwijs
- longitudinale planning in verband met het voortgezet onderwijs
- verwerking van wetenschappelijke inzichten uit de vakgebieden
- aansluiting van de leerstof bij de belevingswereld van het kind

Dit leerplanontwikkelingswerk zal moeten plaatsvinden in een struktuur waarin onderwijs, wetenschap en samenleving betrokken zijn.

Een dergelijke struktuur is voorgesteld door de Commissie Organisatie Leerplan – Ontwikkeling (COLO), die in 1971 rapport uitbracht. We gaan nu voorbij aan de voorgestelde strukturen en de verdere politieke gang van de voorstellen van de COLO. Wel interesseert ons hier het gedeelte waarin de kommissie zich uitspreekt over het leerplan.[1])

Men onderscheidt het onderwijsleerplan van het schoolwerkplan. In het onderwijsleerplan worden doelstellingen en funkties van hèt onderwijs omschreven, onderwijsnivo's en schooltypen onderscheiden en kriteria voor het opstellen van schoolwerkplannen gespesifiseerd.

Het schoolwerkplan zelf geeft per school konkrete aanwijzingen inzake: doelstellingen, organisatie, leerervaringen, vormen en middelen waarmee de leerervaringen worden opgeroepen, evaluatie.

Overzien we bovenstaande uitspraken, dan zien we:
* Het leerplan (in COLO-termen: schoolwerkplan) is er voor de onderwijzer (zeker in het basisonderwijs).
* Het leerplan stuurt het didaktisch handelen van de onderwijzer (als hij of zij zich althans láát sturen....) in een zeer konkrete zin: de leerstof is verdeeld over de tijd; de werkwijzen worden aangegeven; aanwijzingen voor toetsing van bereikte resultaten of van vóórkennis worden gegeven, etc.
* Het leerplan is echter méér dan een systematische stofbepaling; het is een *'vertaling in de praktijk'* van een visie op het doel van de opvoeding zoals die in de school moet plaatsvinden. Deze visie kan uitkomen in de struktuur van een schoolsysteem, in de organisatie van het leren van de kinderen in een bepaald soort groep of bepaalde soorten groepen, in leerstofkeuze, in keuze voor bepaalde aktiviteiten die door de onderwijzer op gang worden gebracht, in materiaalkeuze, in de keuze voor bepaalde wijzen van evaluatie van het verrichte werk. En dit alles in samenhang met elkaar!

2 Problemen

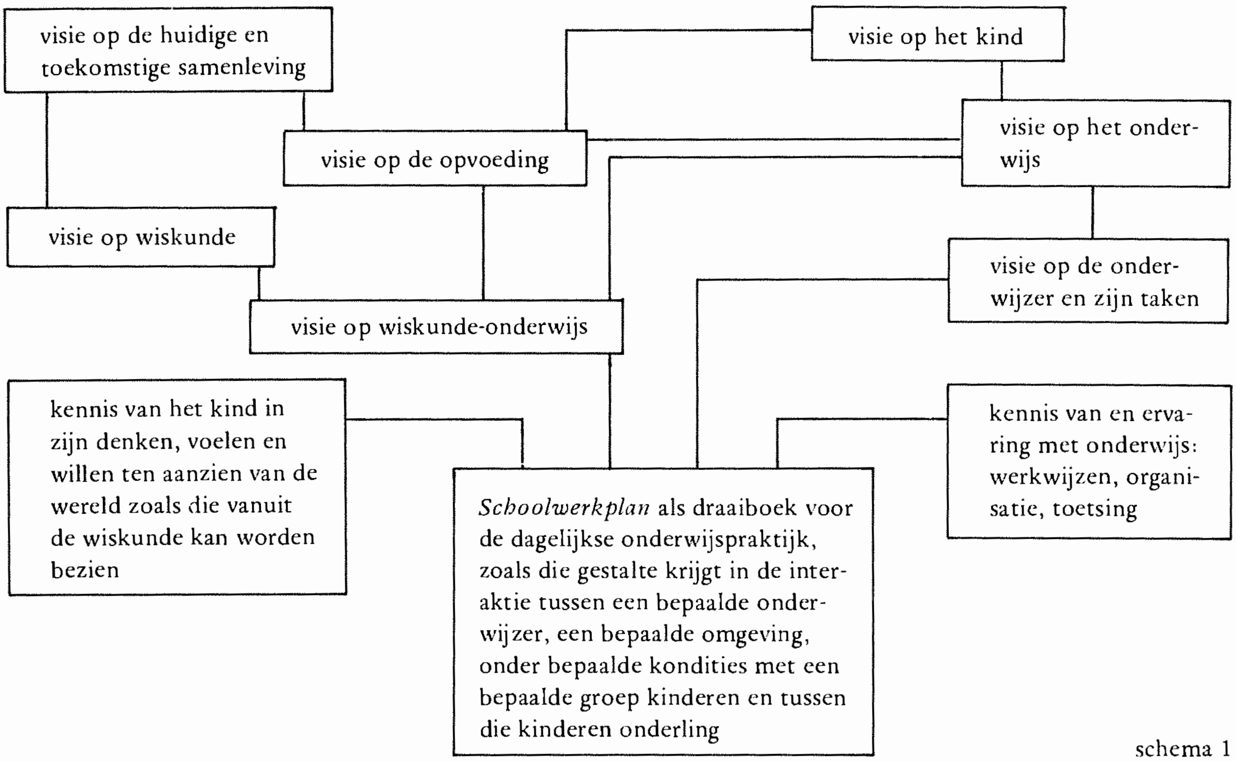
Als we nu – dit alles overdenkende – terugkeren naar de 'eenvoudige' taakstelling van het IOWO ('er moet een leerplan gemaakt worden voor het wiskunde-onderwijs in de basisschool'), dan duizelt het ons vanwege de kompleksiteit van dit werk, waarin we te maken hebben met zo vele beslissingsvelden en wetenschapsgebieden.

In een – tamelijk grof – schema zetten we er een aantal bij elkaar. (zie schema 1)

Een belangrijke vraag bij dit alles is de mate van konkreetheid van het schoolwerkplan en – daarmee samenhangend – de mate van *'voorschrijvendheid'* die het schoolwerkplan heeft. Het is principieel uitgesloten, dat de schoolwerkplan-opsteller(s) (wie dat ook is: een wetenschappelijk instituut, een overheidsinstantie, een schoolteam, een uitgever of kombinaties), kan voorzien wat er op bepaalde momenten in een groep kinderen moet

[1]) Van Gelder en Van der Velde: Kind, School, Samenleving – Groningen, 1968, blz. 135 e.v.

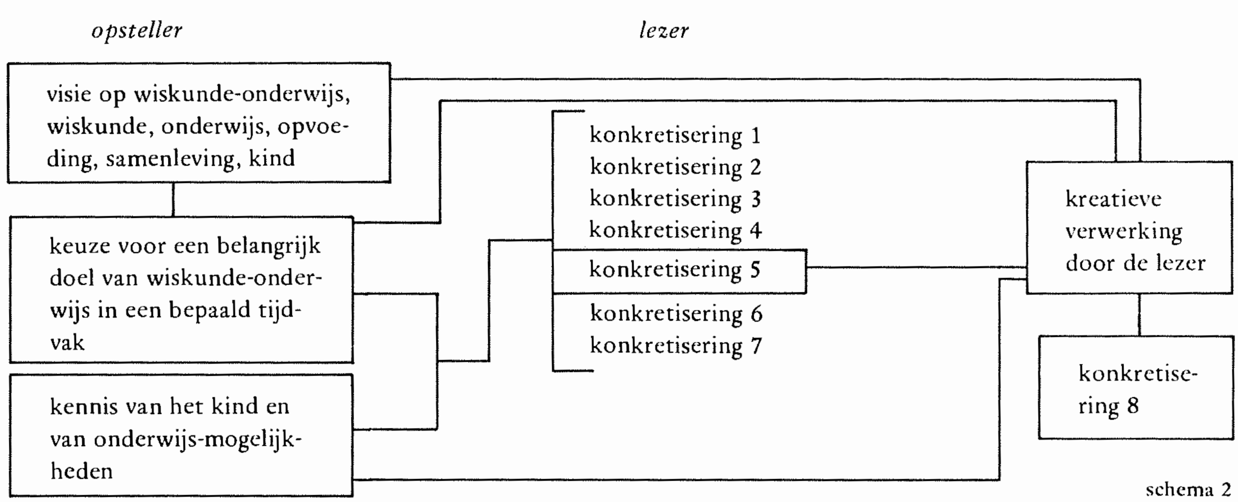
[1]) Zie 'Diskussienota van de C.O.L.O.' – Staatsuitgeverij, Den Haag, 1971, blz. 23 e.v. en blz. 76



schema 1

worden gezegd of gedaan. Wel kan men van te voren 'zich inleven in' de gang van zaken, men kan enige malen met groepen kinderen het onderwijsleerproces zoals dat in beginsel is gepland, doorlopen en eventueel veranderen. Toch kan het schoolwerkplan niet anders zijn dan een richtingwijzer en een voorbeeld. Als het rücksichtslos als resept zou worden toegepast, zou het zeker z'n doel voorbijschieten. Dit pleidooi voor een fleksibel gebruik van een schoolwerkplan is niet strijdig met een pleidooi voor een so groot mogelijke mate van konkreetheid. Immers juist in de konkrete lesgang moeten de schone woorden uit de teorie vlees en bloed krijgen en juist in dat 'vlees en bloed' kan de niet-opsteller het duidelijkst terugvinden wat de opsteller voor ogen stond. Als hij dan met het gekonkretiseerde idee gaat 'spelen' en het kreatief gaat verwerken in de ontmoeting met zijn leerlingen in zijn omstandigheden, is de bedoeling van de leerplanopsteller bereikt.

Aldus:



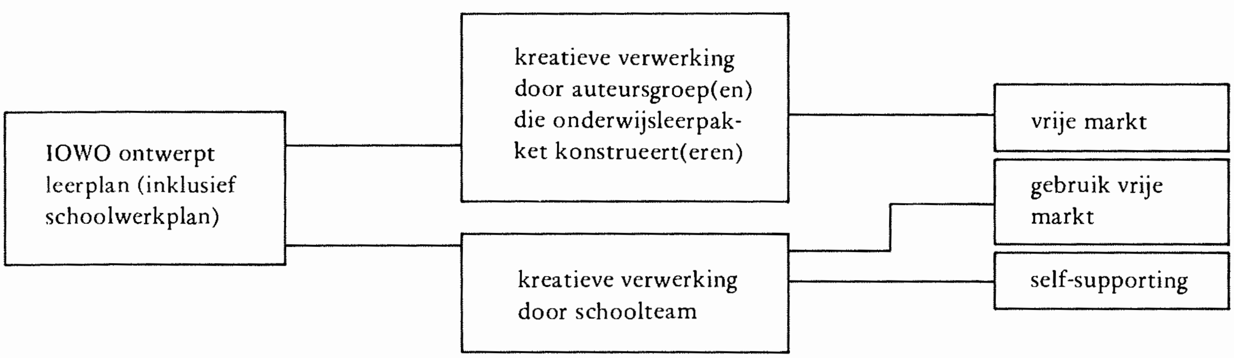
schema 2

De in het schoolwerkplan door de opsteller(s) aangedragen konkretisering (hopelijk zijn het er 2 of 3, zodat de lezer op méér ideeën wordt gebracht) is slechts één van de (vele) mogelijkheden. Als de lezer een andere mogelijkheid prefereert, is het enige wat voor de opsteller van belang is, dat een mogelijkheid wordt gekozen, die in overeenstemming is met de visie op wiskunde-onderwijs, zoals de opsteller die in zijn leerplan heeft neergelegd én met het 'belangrijke doel' in dat bepaalde tijdvak (hoewel ook daarover uiteraard nog wel valt te praten) én met de beschikbare kennis van kind en onderwijsmogelijkheden (hoewel hier geldt dat juist nieuwe ervaringen deze kennis kunnen doen toenemen).

Er zijn nog andere problemen, die uit de visie op het leerplan, zoals die in het bovenstaande onder woorden is gebracht, voortvloeien. We noemen er enkele, zonder er nu verder diep op in te gaan:

- ▸ Hoe kan de opsteller zorgen dat de visie op wiskunde-onderwijs die hij heeft, ook in de meest praktische onderdelen van het leerplan doorklinkt? Met andere woorden: hoe kan worden voorkomen dat het schoolwerkplan toch als recept wordt gezien?
- ▸ Hoe moet de verhouding gezien worden tussen een zo konkreet schoolwerkplan en de 'metoden, de boekjes e.d.'? Vervangt het schoolwerkplan dit 'verborgen leerplan', om nogmaals met Van Gelder te spreken? Of is naast het schoolwerkplan toch nog wel een metode nodig? Of is het schoolwerkplan niet geschreven voor de school maar voor de metoden-schrijvers? Of verwijst het schoolwerkplan naar bepaalde metoden en/of boekjes?
- ▸ De vorige vraag hangt nauw samen met de vraag, wie de opsteller van het schoolwerkplan zou moeten zijn. Naar onze mening is dit werk zo veelomvattend en kompleks en vereist het zoveel studie, onderzoek, ervaring met kinderen en doordenking, dat men dit werk niet – naast de normale taken – aan een schoolteam mag vragen. Wèl mag men van elk schoolteam vragen een aangeboden schoolwerkplan kreatief te verwerken (zie schema 2) en dit kàn betekenen dat zo'n schoolteam genoeg heeft aan het schoolwerkplan en geen metode ernaast nodig heeft, omdat het team voldoende steun van het schoolwerkplan (en eventueel begeleiding!) ondervindt om tot eigen produktie van leermaterialen te komen. De kreatieve verwerking van het aangeboden schoolwerkplan kan er echter ook toe leiden dat het schoolteam op zoek gaat naar een door anderen samengesteld onderwijsleerpakket (inclusief de 'metode'), dat door het team gezien wordt als konkrete uitwerking van het bestudeerde schoolwerkplan.

Aldus:



schema 3

- ▸ Hoe kan het schoolwerkplan beschreven worden op zodanige wijze, dat het prettig leesbaar is, hanteerbaar voor de praktijk, transparant naar de meer teoretische beschrijvingen van de visie op wiskunde, wiskunde-onderwijs etc., en ook nog 'draagbaar' blijft?

3 Het integratieplan

We schetsen nu in het kort hoe het integratieleerplan voor de basisschool, dat het IOWO in 1975/1976 hoopt te presenteren, eruit zal zien.

Eerst nog een opmerking over het woord *integratie*:

het wordt gebruikt om aan te duiden dat het in dit leerplan gaat om een integratie van elementen uit het traditionele nederlandse rekenonderwijs met beproefde elementen uit vernieuwd wiskunde-onderwijs; maar vooral ook om aan te duiden dat het leerplan doortrokken moet zijn van een duidelijke visie op het nederlandse wiskunde-onderwijs in de tachtiger jaren van deze eeuw.
En het is deze visie die het leerplan z'n konsistentie moet verschaffen.
Een derde betekenis van de term is, dat we hopen dat dit leerplan de 'redelijke eenheid' in het wiskunde-onderwijs in nederland zal waarborgen, die van belang is in verband met verhuizing, voortgezet onderwijs, begeleiding e.d.
De term wil niet suggereren dat het leerplan een integratie met andere 'vakken' bedoelt te geven, ook al zal het daartoe wel vaak mogelijkheden aanreiken.

Op dit moment zien we de inhoud van dit leerplan in vier hoofdkategorieën uiteenvallen, twee kategorieën van meer teoretische aard en twee van meer praktische aard.

▸ In het leerplan zal duidelijk moeten worden beschreven van welke visie op samenleving, opvoeding, onderwijs, wiskunde, wiskunde-onderwijs Wiskobas is uitgegaan bij de konseptie van het leerplan. Het gaat hier om de uitgangspunten voor de leerplanontwikkeling en de algemene doelstellingen voor het wiskunde-onderwijs, misschien ook om standpunten ten aanzien van de inrichting van het nederlandse onderwijs die als optimaal gezien worden in verband met de visie op de mens en het kind. Al moeten we wel oppassen dat we met beide benen op de grond blijven en is het helemaal niet nodig filosofisch-pedagogische beschouwingen te geven.
Bouwstenen voor dit eerste deel zijn in de afgelopen eksploratiefase verzameld via intensieve studie en doordenking, sprekend met onderwijzers, inspekteurs, pedagogen en werkend met de kinderen van de Dreesschool. Men kan ze vinden in 'maTEMAtika', (hoofdstuk 1), in de serie 'Leerplanologie' in het Wiskobas-Bulletin en in diverse andere artikelen en interne publikaties.

▸ Een tweede – meer teoretische – kategorie wordt gevormd door informerende beschouwingen van allerlei aard. We denken aan beschouwingen van fundamenteel wiskundig-didaktische aard, waarin bijvoorbeeld wordt nagegaan wat 'meten' nu eigenlijk is of 'tellen' of 'vermenigvuldigen' of 'kans' of 'breuk' etc. Voorbeelden van deze fundamentele beschouwingen zijn verspreid over verscheidene P.A.- en H.O.O.-blokken en ook in het Wiskobas-Bulletin zijn artikelen van deze aard verschenen (bijvoorbeeld het artikel over de rekenkundige operaties in jaargang 2, no. 3).
Daarnaast kunnen er beschouwingen worden opgenomen van meer leerpsychologische aard, bijvoorbeeld over het leren van bepaalde begrippen, over het leren van algoritmen, over het memoriseren, over het leren aan materiaal, over het zelf-ontdekken e.d. Ook in dit gebied is enig werk verricht (zie bijvoorbeeld het artikel over waarschijnlijkheidsrekening en kombinatoriek in jaargang 2, no. 4).
Ook beschouwingen van ontwikkelingspsychologische aard vallen binnen deze informatie-kategorie, bijvoorbeeld over de ontwikkeling van het getalbegrip bij het jonge kind, over de relatie tussen kognitieve operaties en matematische operaties, over het kansbegrip en de ontwikkeling daarvan e.d.
Men kan ook denken aan informatie over bepaalde didaktische werkvormen (het werken met een praktikum, het werken met opdrachtkaarten), over spesifieke differentiatieproblemen binnen het wiskunde-onderwijs, over leermaterialen e.d.

▸ Een derde – meer praktische – kategorie wordt gevormd door een omvangrijke verzameling suggesties, ideeën, voorbeelden, uitwerkingen met betrekking tot wiskunde-onderwijs in de basisschool, waarin het aksent valt op de praktische bruikbaarheid èn het transparant maken van wat we bedoelen met wiskunde-onderwijs, dat kan worden gekenschetst als een:

> *'aktief, gedifferentieerd, vertikaal gepland onderwijsgebeuren, waarin het struktuurkarakter van de wiskunde, het taalaspekt, de toepasbaarheid, de dinamiek en de spesifieke benaderingswijze van problemen centraal staan.'* [1])

Deze verzameling wordt wel aangeduid met 'De Bron' en is bedoeld als een reservoir van

---

[1]) MaTEMAtika – IOWO, 1973, blz. 22

ideeën, alternatieve leerstofkeuzen en leerstoftrajekten, stukken onderwijs die uitvoerig beschreven zijn om de lezer in staat te stellen via een proces van kreatieve verwerking zijn wiskunde-onderwijs op de gewenste wijze gestalte te geven.
Deze bron kan dus zeker niet als 'draaiboek voor de praktijk' gebruikt worden; daarvoor biedt hij veel te veel en op te ongeordende wijze.
Dit deel van het leerplan kan gekenschetst worden als 'een maksimaal beschrijvend leerplan'; je kunt eruit halen wat van je gading is.
Dat neemt niet weg, dat ook in dit deel een zekere programmering, zekere keuzen voor wat betreft de leerstofaktiviteiten zijn gedaan.
Een eerste zicht op deze keuzen geeft hoofdstuk 2 uit 'maTEMAtika' dat eveneens getiteld is 'De Bron'; het geeft per leerjaar en per leerstofvlak aan waar aksenten zullen worden geplaatst in een nieuw leerplan voor het wiskunde-onderwijs. In dit hoofdstuk vindt men bijvoorbeeld een stelling als de volgende: (onder het hoofd: klas 1 en 2 – het rekensysteem)

> *'we bereiden het begrip plaatswaarde voor met verschillende spelletjes: het driespel, het inpakspel, het inwisselspel, het vervangspel, het verkoopspel. We werken alleen in het tientallig stelsel.'*
>
> Verwezen wordt naar het BASboek van 'Tel-op-tal'.

In het BAS-boek 'Tel-op-tal' vinden we een vrij uitgebreid hoofdstuk over talstelsel waar de spelletjes beschreven worden met nog een aantal andere. Er worden namen genoteerd: d'Augustine, Dienes, Picard. We worden nieuwsgierig naar de voortgang van dit geheel bij het cijferen, want daar speelt die positiewaarde immers een grote rol. We gaan dus op zoek naar stukken over leergangen *cijferen* en vinden ook aanzetten daartoe: Tel-op-tal, Wiskobas-Bulletin 3 (jaargang 2), Cijferen anno 2000 (een P.A.-blok), etc. etc. etc.
Al lezend en studerend vormen we ons zo een steeds duidelijker beeld van de mogelijkheden, de wenselijkheden, het belang van de verschillende aktiviteiten binnen een bepaald leerstofvlakgedeelte. In het integratieplan nu zullen al deze mogelijkheden beschreven worden op een prettig-leesbare wijze, zodat het 'studeren' gemakkelijker wordt.
Welnu, dit is één van de voornaamste funkties van dit deel van het leerplan.
Daarnaast biedt het veel steun aan de konkrete praktijk door de vele voorbeelden van lesverslagen, werkbladen, opdrachtkaarten, leergangen.
Apart willen we even stilstaan bij de steun die het biedt door het geven van beschrijvingen van 'stukken onderwijs'.
Dit kan gebeuren in de vorm van lesverslagen, maar het zal ook en vooral gebeuren door het beschrijven van grotere gehelen: projekten en tema's.[1])

▶ Het is duidelijk dat het kreëren van 'dagelijks wiskunde-onderwijs' met alleen de 'bron' in de hand een bizonder zware opgave is. Het is echter wel mógelijk!
'De Bron' biedt (gekombineerd met de meer teoretische beschouwingen) genoeg om mensen in staat te stellen via een proces van studie en kreatieve verwerking te komen tot konkretisering in programma's voor de basisschool en/of onderwijsleerpakketten. Dat kan gebeuren zowel door een groep auteurs als door schoolteams zelf (zie schema 3). Maar ... dat kost veel studie, veel proberen en bijschaven, veel met kinderen praten en dus ... veel tijd.
Het is onjuist om deze tijd van elk schoolteam te vragen. Wiskobas zal dus een *konkretisering* aanbieden in een gedetailleerd programma voor de basisschool.
Hoè dit zeer konkrete schoolwerkplan, dit 'draaiboek', moet worden aangeboden, is een punt van nadere studie.
Dit konkrete schoolwerkplan zal een in de tijd gestruktureerde opsomming van de onderwijsleeraktiviteiten, die onderwijzer(es) en kinderen kunnen ondernemen, bevatten. De genoemde onderwijsleeraktiviteiten zullen in relatie gebracht worden met algemene en konkrete doelstellingen voor het wiskunde-onderwijs in de basisschool. Aanwijzingen zullen worden gegeven voor de keuze van de leerstof (in termen van kennis, begrip, vaardigheid, toepassing, analiseren, schematiseren e.d.), voor de onderwijsvorm (doceren, groepsopdrachten, individueel werk, leergesprek e.d.) en de leeraktiviteiten (luisteren, samenwer-

---

[1]) Zie maTEMAtika, blz. 34

[1]) Zie maTEMAtika – hoofdstuk 4, waarin een achttal tema's zijn opgenomen voor verschillende leerjaren

ken, eksperimenteren, enqueteren,....), voor de te hanteren onderwijs- en leermiddelen, voor de te hanteren klasse- of schoolorganisatie – mede in verband met de differentiatie tussen leerlingen – voor de vaststelling van de uitgangssituatie en het al of niet bereikt hebben van het onderwijsdoel.
Kortom, het schoolwerkplan geeft een gedetailleerde beschrijving van een mogelijk onderwijs-leerproces, waaraan de onderwijzer – lezer voldoende houvast heeft voor de planning van zijn eigen onderwijs-leerproces.
Over de struktuur van dit schoolwerkplan moeten we kort zijn; wellicht dat we daarop in komende nummers van het Wiskobas-Bulletin dieper kunnen ingaan. Het geraamte van het schoolwerkplan wordt gevormd door deelleergangen voor de belangrijkste begrippen en vaardigheden die in de algemene en vooral in de konkrete doelstellingen zijn vastgelegd.
We noemen een aantal willekeurige begrippen of vaardigheden, waarvoor dergelijke deelleergangen zijn (of worden) ontwikkeld: getalbegrip, optellen, meten van inhouden, begrip plaatswaarde, gebruiken van de distributieve eigenschap, afronden, begrip kongruentie, begrip apriori kans, interpreteren van sektordiagrammen, het begrip refleksiviteit, etc., etc.
Dit geraamte moet worden opgevuld met de beschrijving van *'konsentratiepunten'*: een stukje onderwijs dat niet zo sterk het longitudinale van de deelleergang heeft, maar meer een dwarsverbinding tussen allerlei deelleergangen vormt of een startpunt voor een nieuwe deelleergang.
Zo'n konsentratiepunt kan de vorm aannemen van een *tema*, waarin een fenomeen uit de kinderlijke werkelijkheid binnen het wiskunde-onderwijs wordt getrokken op grond van de veronderstelde rijkdom aan mogelijkheden tot het initiëren van wiskundige aktiviteiten, die voor een deel dwarsverbindingen tussen allerlei deelleergangen leggen; het geleerde laten funktioneren; startpunten voor nieuwe deelleergangen geven en voor een ander deel de algemeen-matematische doelen direkter transparant maakt. Het tema blijft binnen de wiskunde.
In het *projekt* hebben we een konsentratiepunt waarin vooral ook andere 'vakken' meespelen; het gaat dan vooral om de toepasbaarheid van de geleerde wiskunde en de spesifieke benaderingswijze. Een bizonder belangrijk aspekt ten aanzien van de struktuur van het schoolwerkplan is de onderlinge relatie van allerlei deelleergangen, tema's, projekten, startproblemen e.d.

Dit 'laatste' deel van het leerplan, namelijk het schoolwerkplan, is als het ware het kulminatiepunt van al het voorafgaande.
In het schoolwerkplan komen uitgangspunten, doelstellingen, visies, analises, ideeën, ervaringen, onderzoeksresultaten samen in een 'hanteerbaar systeem van onderwijsaktiviteiten' (om nogmaals Van Gelder te citeren).

'Het oude rekenonderwijs heeft de charme van het bekende en moet zeker gehandhaafd blijven. Plaats het nieuwe er achter, voeg het er aan toe.'

6.4 HOE MAAK JE ZO'N SCHOOLWERKPLAN?

JOHAN VAN BRUGGEN

Uit het voorgaande stuk *'Wat is dat eigenlijk, een leerplan?'* is duidelijk geworden, dat het ontwikkelen van een dergelijk plan geen eenvoudige taak is.
Bij het maken van het schoolwerkplan zijn er minstens vijf oriënteringspunten:

* de wetenschap van de wiskunde;
* een eksplisiete visie op de uitgangspunten en doelstellingen van wiskunde-onderwijs in deze en in de toekomende maatschappij;
* informatiewetenschappen als leerpsychologie en ontwikkelingspsychologie;
* de onderwijskunde in engere zin: het formuleren van operationele doelstellingen, de problematiek van de beginsituatie, de problematiek van de differentiatie, ...;
* de praktijk van het onderwijs: kan er met dit schoolwerkplan gewerkt worden?

Een ekstra moeilijkheid ligt in het feit, dat er een termijn is gesteld: in 1975/1976 moet er 'iets' liggen waar de nederlandse basisschool mee kan werken. Die termijn heeft Wiskobas *zichzelf* gesteld! De reden is eenvoudig: we zijn van mening dat langer wachten onverantwoord is – gezien de autonome ontwikkeling, die op den duur zou leiden tot een zo grote diversiteit in het rekenonderwijs op de nederlandse basisschool, dat men van een chaos zou kunnen spreken.
In nauwe samenwerking met de ontwerpschool van Wiskobas is in de maanden januari en februari 1973 een gedetailleerd plan ontworpen, waarin alle beschikbare mankracht en kennis en kreativiteit is gebundeld, zodat we zo goed mogelijk aan alle eisen, die we zelf aan het schoolwerkplan stellen, kunnen voldoen.

Dit prosedureplan schetsen we nu in hoofdlijnen.

Fase 1
Groepjes medewerkers van het IOWO stellen voor de zes leerjaren van de basisschool zogenaamde 'raamplannen' op, waarin – in hoofdlijnen – het onderwijsleerproces in zo'n leerjaar wordt geschetst (deelleergangen, tema's, projekten).

Fase 2
In intensieve besprekingen worden deze raamplannen (zes maal ± 50 bladzijden tekst) op elkaar afgestemd; er wordt geschrapt, verschoven en aangevuld tot een grove schets ontstaan is voor een bepaald leerjaar, waarvan alle betrokkenen vinden, dat men er het uitgangspunt voor het werk in kan vinden.

N.B.: In deze fasen wordt gebruik gemaakt van alles wat in de eksploratiefase (1971-1973) tot stand is gekomen: BAS-boekjes, artikelen in het Wiskobas-Bulletin, respons van heroriënteringskursisten, niet-gepubliseerde ervaringen en analises, fundamentele beschouwingen.

Fase 3
Vanaf april 1973 wordt gewerkt aan de konkretisering van de raamplannen tot in lesseries, werkbladen, differentiatiemogelijkheden, uitgewerkte tema's. Dit gebeurt in nauwe samenspreking tussen de ontwerpers van het IOWO en de onderwijzers van de ontwerpschool.
Echter: dit konkretiseringswerk geschiedt niet voor alle leerjaren; in de periode april 1973-januari 1974 alleen voor de leerjaren 1, 3 en 5.

Deze beperking heeft z'n redenen:

Het leerplan dat in 1975/1976 gereed moet zijn, moet bruikbaar zijn; dat wil óók zeggen dat men er in àlle leerjaren mee moet kunnen werken. Dit heeft weer als konsekwentie dat het leerplan niet al te revolutionair kan zijn, noch kwa leerstof noch kwa didaktische aanpak noch kwa schoolorganisatie.

Bij de konseptie van de raamplannen is uitgegaan van de gedachte, dat een *huidige* derde klas met het leerplan moet kunnen werken. Dat betekent dus bijvoorbeeld dat ervan uitgegaan is dat de kinderen kunnen optellen en aftrekken tot 20 – grotendeels uit het hoofd –, dat ze bezig geweest zijn met het memoriseren van de tafels van vermenigvuldiging, dat ze nooit iets ekspliciet aan logika gedaan hebben, etc. etc.
De basisschool is in drie 'moten' verdeeld:
klas 1 en 2
klas 3 en 4
klas 5 en 6.

Als we nu beginnen met de ontwikkeling voor klas 1, 3 en 5 is het niet zo zinvol (hoewel niet onmogelijk) om ook voor klas 2, 4 en 6 aan 't werk te gaan. Het is echter meer effisiënt om na een jaar nauw aan te sluiten bij de ervaringen in 1, 3 en 5. Wèl wordt in de leerjaren 2, 4 en 6 al gewerkt aan de ontwikkeling van tema's en projekten, die in de raamplannen zijn opgenomen. Vanaf januari/februari 1974 kan dan de konkretisering in *schoolwerkplan-zin* ook voor 2, 4 en 6 van start gaan.

Fase 4
Vanaf midden augustus 1973 werken de leerjaren 1, 3 en 5 volgens het nieuwe programma. In een zeer intensieve samenwerking en samenspreking tussen de betrokken klasse-onderwijzers en de betrokken IOWO-medewerkers wordt gewerkt aan verdere ontwikkeling en revisie. In de meeste leerjaren zijn drie parallelklassen. Dit geeft de mogelijkheid te starten in bijvoorbeeld 1a; gebruikmakend van de ervaringen te revideren en twee weken later in 1b en 1c te starten met een reeds éénmaal gerevideerd plan. Op grond van deze nieuwe ervaringen kan eventueel opnieuw herzien worden, waarna het schoolwerkplan voor deze periode voorlopig aan de kant wordt gelegd.

Fase 5
Vanaf midden augustus 1974 werken de drie nieuwe eerste klassen (met dezelfde onderwijzeressen als in 1973-1974) met het dan tweemaal gerevideerde plan. Eventueel kan dan nog een derde revisie plaats vinden. Tegelijkertijd vindt in leerjaar 2 de prosedure plaats als in 1973-1974 in leerjaar 1.

Fase 6
Vanaf juni 1975 ligt er dan voor de leerjaren 1, 3 en 5 een driemaal gerevideerd schoolwerkplan en voor de leerjaren 2, 4 en 6 een schoolwerkplan, dat tweemaal gerevideerd is. Dit schoolwerkplan kan vervolgens voor publikatie gereed gemaakt worden.

Tijdens het werk aan de fasen 1 tot en met 6 vindt een doorgaande bezinning en studie (gedwongen door de nood van het ontwikkelen!) plaats, die resulteert in een vulling van de beide teoretische delen van het integratieplan en van de bron. (**fase** 7)

Fase 8
Vanaf augustus 1975 kan gewerkt worden aan een meer fundamentele opbouw, voortkomend uit de ervaringen en studies van de voorbije jaren. Voor deze periode zijn nog geen konkrete werkplannen gemaakt.

Nog een opmerking bij fase 3. Het gehele schooljaar (eksklusief vakanties) is in vijf ongeveer gelijke perioden verdeeld. Tussen twee aaneensluitende perioden zijn 'rustperioden' van twee weken opgenomen, waarin de klassen niet erg veel aan wiskunde doen. De onderwijzers hebben dan wat tijd om op adem te komen en vooral om met de IOWO-ontwerpers te werken aan de revisie van de voorgaande periode en de verdere voorbereiding van de volgende.
Het volgende schema (voor klas 3) kan verhelderend werken. (zie pagina 1040)
Kenmerkend voor deze wijze van werken is de nauwe samenwerking tussen wiskundigen, onderwijzers en onderwijskundigen in een konstante uitwisseling van ideeën en ervaringen. De praktische haalbaarheid van het te ontwikkelen schoolwerkplan is daardoor gegarandeerd; althans in een gematigd-klassikale school met een entoesiast en deskundig team. In de eerste ronde wordt men intensief begeleid; in de tweede ronde niet meer. Desondanks zou het erg prettig zijn om met méér schoolteams ervaringen op te doen (ook in andere situaties: plattelandscholen, gekombineerde klassen, scholen in zwak-sociale wijken of in 'zeer goede' wijken, scholen met een afwijkend organisatiemodel). In het kursusjaar 1973-1974 is dat onmogelijk doordat alle nadruk moet vallen op het *ontwerp*. Hetzelfde geldt – gezien vanuit het IOWO – voor het

	januari 73	maart 73	april 73	13 augustus 73	27 augustus 73	24 september 73	8 oktober 73	22 oktober 73	26 november 73	10 december 73
3a				try-out periode 1		rust	try-out periode 2		rust	etc.
3b				rust	try-out periode 1		rust	try-out periode 2		etc.
3c				rust	try-out periode 1		rust	try-out periode 2		etc.
IOWO-ont-werpers	raamplan-produktie			-konkretisering periode 2 en 3 -revisie periode 1			-konkretisering perioden 3 en 4 -revisie periode 2			etc.
allen		raamplan-bespreking	konkretisering perioden 1 en 2			revisie periode 1			revisie periode 2	etc.

jaar 1974-1975 in de leerjaren 2, 4 en 6. Wachten met publiseren tot meer ervaring is opgedaan, is onverantwoord (zie boven).
De enige mogelijkheid om toch meer ervaring op te doen ligt in het inschakelen van andere begeleidingsinstanties; daartoe worden op dit moment plannen ontwikkeld en besprekingen gevoerd.

Overigens geloven we te mogen stellen dat het (voorlopige) resultaat van 2 + 2 jaar werken, zoals dat in 1975/1976 op tafel kan liggen, toch al zeer dienstbaar zal kunnen zijn aan de verbetering van het wiskunde-onderwijs in de nederlandse basisscholen.

'Vervang het oude helemaal door het nieuwe, met uitzondering van ..... duidelijk herkenbare en aansprekende onderwerpen.'

6.5 LEERPLANONTWIKKELING: ORDENEND TELLEN

INLEIDING

In dit deel willen we een stukje van het leerplanontwikkelingsproces beschrijven. Onvolledig weliswaar, omdat het sluitstuk van de beschrijving alleen met medewerking van de lezer (lees: onderwijspraktikus) gedaan kan worden.
Allereerst zal de gefaseerdheid van de ontwikkelingsgang opvallen:

* Het onderwerp dat we beschrijven bevindt zich in het raamplan van de ontwerpschool.
* De eerste fase van het ontwikkelingswerk bestaat uit de keuze van de problemen, de voorbereiding van de gesprekken met kinderen en het uitspreken van algemene verwachtingen omtrent het resultaat van die besprekingen.
* Vervolgens wordt een verslag van de gesprekken met kinderen gegeven, dat doorspekt is met didaktisch kommentaar.
* Tenslotte komen we tot een aanbeveling voor de opzet van enkele lessen met het desbetreffende onderwerp, waarbij vooral ook vragen en alternatieven eksplisiet naar voren komen.

Verslag van de onderwijsaktiviteiten, kommentaar en aanbeveling voor een meer definitieve aanpak vormen de afsluiting van dit stukje leerplanontwikkelingsproces. Wij willen de lezer en onszelf inschakelen om de uiteindelijke versie samen te stellen en daarom leveren we dit onvolledige produkt af.
Onvolledig omdat de ontwikkelingsgang nog niet afgerond is met de beproeving van de ontwikkelde versie in de klas, vervolgens onvolledig vanwege de duidelijk aanwijsbare faalmomenten in het eerste deel van het ontwikkelingsproces wat betreft verwachting en aanpak, en tenslotte onvolledig, omdat de beschrijving slechts een onderdeeltje vormt van ons werk op de ontwerpschool.

Deze driezijdige onvolledigheid zal in het komend jaar het Wiskobas-Bulletin beheersen: het vast blok zal het onderdeeltje in het licht van de totaliteit van ons leerplanwerk moeten tonen, het variabel blok de gefaseerde ontwerpgang met z'n faalmomenten en het respons blok dient de kiemen voor een rijp stuk onderwijs te bevatten.

Als eerste onderwerp voor het variabel blok hebben we een paar problemen van het *ordenend tellen* gekozen.
In 'De Bron'[1]) lezen we over dit onderdeel voor **klas 1**:

> 'We leggen wat meer nadruk op het ordenend tellen. We maken gebruik van het spijkerbord, het stadsplan, meetkundige figuren, voorwerpen en tekeningen. Het tellen wordt daarbij verbonden met optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, meten en het ontdekken of voortzetten van getalpatronen.'

Welnu, uit dit rijke gebied kozen we twee bekende problemen:
1) torens bouwen
2) poppen aankleden.

Over **klas 3** schreven we in 'De Bron':

> 'We brengen het ordenend tellen in verband met meten, meetkunde en waarschijnlijkheid:
> • oppervlakte, inhoud
> • wegen op 't stadsplan
> • diagonalen van een veelhoek
> • aantal handdrukken van n personen
> • kombinatorische problemen.'

De keuze van de problemen voor klas 3 is een vervolg op het vorige tweetal:
3) het wegenprobleem
4) het kaartjesprobleem
5) de kubuskruiper.

Voor **klas 5** hebben we geput uit de volgende overwegingen:

> 'We leggen nadruk op problemen van het ordenende tellen en laten de leerlingen isomorfe telproblemen opsporen.

---
[1]) MaTEMAtika, hoofdstuk 2

Bij kombinaties en permutaties gebruiken we het wegenmodel (muizenmodel), het boomdiagram en het rooster.'

In de gesprekken met vijfdeklassers stonden de volgende problemen centraal:

6) het wegenprobleem
7) het bruggenprobleem
8) het totoprobleem
9) het boomprobleem
10) het kaartjesprobleem.

Op de achtergrond bij de probleemkeuze stonden enkele belangrijke vragen:

* In hoeverre werken kinderen systematisch en hoe kunnen we de werkwijze beïnvloeden?
* In hoeverre kan het symboliseren de kinderen helpen om zich van knellende materiaal-faktoren te helpen ontdoen?
* In hoeverre zijn kinderen in staat de oplossing van een probleem te generaliseren en deze generalisatie te formuleren?
* In hoeverre kunnen kinderen de oplossing van het ene probleem benutten om een ander probleem aan te pakken?
* In hoeverre zijn kinderen in staat de isomorfie van enkele problemen te herkennen?
* In hoeverre redeneren kinderen op grond van symmetrie-overwegingen?

Met de gesprekken wilden we ons enigszins oriënteren in dit vragenveld om vervolgens didaktisch slagvaardiger te kunnen handelen als het gaat om de kwestie, in hoeverre we de kinderen een bepaald aanpakgedrag en een spesifieke redeneertrant kunnen leren. We beseften echter dat we geen gedegen onderzoek moesten verrichten, omdat we daarvoor in de ontwikkelingsgang geen voldoende tijd hebben en het voorbeeld te gunstig zou uitvallen. Dit verslag zou dan niet meer eksemplarisch zijn voor de totale aanpak van het werk op de ontwerpschool.

'Het oude rekenonderwijs is dan misschien wel oud, maar het is degelijk, goed opgezet en in de loop der jaren beproefd. Wellicht zijn er kleine inwendige veranderingen nodig – renovaties – maar meer ook niet.'

6.6 LEERPLANONTWIKKELING: ORDENEND TELLEN (klas 1)

WAT HEBBEN TORENS EN KLEDINGSTUKKEN MET ELKAAR TE MAKEN?

Inleiding

De gesprekken werden gehouden met twee kinderen uit een eerste klas: Ralf (6 jaar) en Annet (7 jaar).

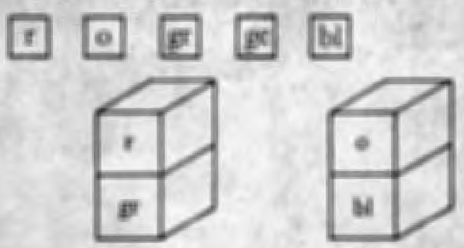
We hebben niet één maar juist twee kinderen genomen omdat we meenden dat het gesprek tussen kinderen onderling ons meer inzicht zou geven in de reakties van de kinderen op de problemen, dan tijdens een gesprek tussen één kind en de onderwijzer het geval zou zijn.

Het doel van deze gesprekken, dat we ons van te voren hebben gesteld, was drieërlei:

- de leerlingen verschillende *systematieken* laten ontdekken en laten formuleren bij het oplossen van kombinatieproblemen;
- de *isomorfie* tussen de verschillende problemen laten ontdekken;
- verschillende *notaties* aan de orde laten komen.

Torens bouwen en afbreken (1)

Er liggen 5 blokjes van 5 verschillende kleuren op tafel:



r = rood
o = oranje
gr = groen
ge = geel
bl = blauw

Hiermee gaan de leerlingen torens bouwen. Voor de eerste verdieping mag gekozen worden uit de kleuren geel, groen of blauw. Voor de tweede verdieping uit de kleuren rood en oranje.
Opdracht: Bouw zoveel mogelijk verschillende torens en breek ze steeds weer af.

We zijn hier met opzet begonnen met een moeilijk probleem. De kinderen moeten een mogelijkheid vinden om de torens te noteren omdat ze de toren die gebouwd is, weer moeten afbreken. We meenden, dat de kinderen dan 'op een natuurlijke wijze' naar meerdere blokjes zouden vragen of kleurpotloden en tekenpapier zouden gebruiken om de kombinaties zichtbaar te maken.

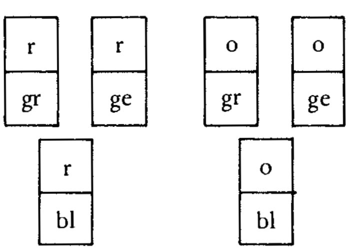
De ervaring leerde echter, dat de leerlingen zo sterk op het werken met de vijf blokjes gekonsentreerd waren, dat ze de mogelijkheden om te noteren (meerdere blokjes en kleurpotloden lagen op tafel) niet gebruikten. Ze wilden eenvoudig alle kombinaties onthouden.
Een andere ervaring was, dat de kinderen de voorgeschreven kleuren voor de eerste verdieping met die voor de tweede verdieping verwisselden.
Het volgende probleem werd toen ingelast om de blokkeringen ten aanzien van systematiek en notering weg te nemen.

Torens bouwen en niet afbreken (2)

> Op tafel liggen 5 groepen gekleurde blokjes. Elke groep bestaat uit blokjes van dezelfde kleur: rood en oranje (voor de tweede verdieping); geel, groen en blauw (voor de eerste verdieping).
> Weer de vraag: bouw zoveel mogelijk verschillende torens en laat ze staan.

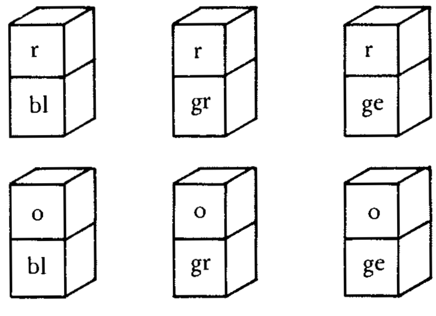
In deze oefening wordt het totaal aantal kombinaties verkregen: de torens blijven staan en elke volgende wordt vergeleken met de vorige. Omdat te verwachten is, dat de kinderen maksimaal verschillende torens gaan bouwen, zal deze oefening, zo meenden wij, niet tot systematisch bouwen leiden. De systematiek bestaat immers uit het vasthouden van een kleur op een verdieping en het variëren van de andere verdiepingskleuren, waardoor juist geen maksimale verschillen ontstaan maar slechts een verschil op één verdieping.

Hoe was nu de ervaring?
De twee leerlingen bouwden in het begin onafhankelijk van elkaar. In korte tijd hadden ze samen 8 torens. Ze schoven de torens vervolgens bij elkaar en braken de duplikaten af. Er bleven slechts 4 torens over. Ralf voegde de twee ontbrekende torens toe en zei: 'Ik geloof, dat ik ze allemaal heb.'
Daarna kwam er in het gesprek een belangrijk faset naar voren. We trachtten de kinderen te laten 'bewijzen' waarom er niet meer verschillende torens waren te bouwen.
Steeds drongen we aan om nóg een toren te maken. De leerlingen pakten dan de twee blokjes, maakten er een toren van en vonden dat hij al aanwezig was. Maar ze beschouwden dit, terecht, niet als bewijs.
Plotseling echter sorteerde Ralf de torens op de *tweede* verdieping:

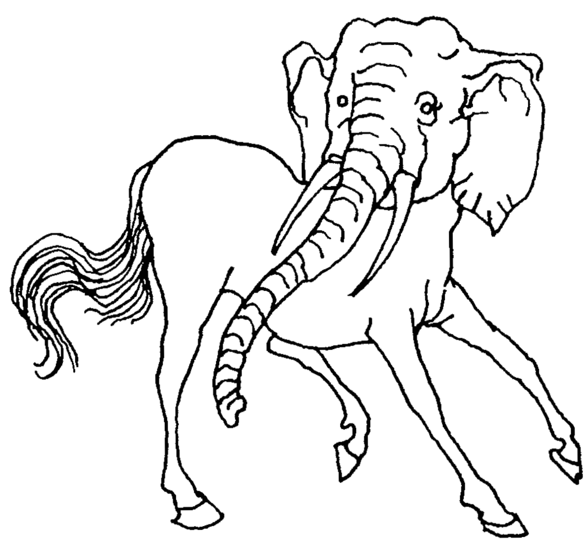


r = rood
o = oranje
bl = blauw
gr = groen
ge = geel

en zei: 'Boven mag alleen rood of oranje en van elk zijn er steeds drie'.
Na nog wat aandringen ordenden de leerlingen de torens naar de *eerste* verdieping en zetten ze op de volgende manier neer:



We hadden verwacht dat de kinderen al bouwend tot een ordening zouden komen om alle mogelijkheden te vinden. In het bovenstaande gesprek bleek echter, dat de kinderen allereerst vergelijkenderwijs de torens bouwen (Heb ik deze toren al? Even kijken! ').
Als men daarna de kinderen vraagt of inderdaad àlle kombinaties gevonden zijn, gaan ze het materiaal ordenen.
Wellicht gaat het 'vergelijkend bouwen' vooraf aan het ordenen in een sekwens, als een lokale ordening aan een totale strukturering. Het is mogelijk dat in dit geval de bouwhandeling een eksklusieve lokale ordening bevorderde en een totale aanpak blokkeerde.



Integratiebeestje 1

Aankleden (3)

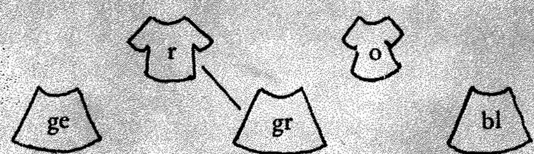
Dit poppetje is op een vel papier afgebeeld.
We hebben er kleding voor geknipt. Twee bloesjes: een rood en een oranje. Drie rokjes: een blauwe, een gele en een groene rok.
'Kleed het poppetje op zoveel mogelijk verschillende manieren aan door de bloesjes en rokjes op het papier te leggen.'
(Er werd een gesprek gehouden over garderobes).

Het doel van deze oefening was om de isomorfie te ontdekken tussen de struktuur van opgave 2 en die van opgave 3. In feite is opgave 3 een andere vorm van de zo moeilijke opgave 1, waarmee we van start gingen.

Hoe waren onze ervaringen?
Nadat de kinderen enige kombinaties hadden gelegd — die overigens *niet* maksimaal verschilden! — grepen de kinderen terug op de *torentjes* om te kontroleren en om alle kombinaties te vinden.
We hadden de indruk dat de kinderen niet de stukjes papier, die ze op de tekening moesten leggen als 'kledingstukken' zagen, maar juist de blokkentorens. Dit zou betekenen dat de isomorfie via symbolisering werd gevonden.
(Overigens hebben we dit sterk in de hand gewerkt door voor blokken en kledingstukken dezelfde kleuren te kiezen).

Lijnen trekken (4)

De 'kledingstukken' van het poppetje worden op een vel papier gelegd in deze formatie:



Een kombinatie wordt aangegeven door een lijn te trekken van r (rood) naar gr (groen), waarop de vraag volgt om alle kombinaties op die manier te tekenen.

Het doel van deze opgave was om een overzichtelijke manier van noteren te introduseren.

De leerlinge vond, dat zij de kombinaties nu best met haar ogen dicht (uit het hoofd) kon opzeggen en zij voegde de daad bij het woord. Systematisch werden ze opgenoemd, eerst de drie kombinaties met de rode bloes, daarna die met de oranje bloes.
Tot slot trok zij even de lijnen, omdat wij dit hadden gevraagd. Aan het einde van de les informeerde zij nog hoe het poppetje eigenlijk heette.

Nabeschouwing

Voordat we met de gesprekken begonnen, hadden we ons drie doelen gesteld betreffend:
— het systematisch te werk gaan
— het ontdekken van isomorfieën
— de notatie van de kombinaties.

Beschouwen we nu onze ervaringen dan is het volgende op te merken:
* Alle mogelijke torens bouwen met een beperkt aantal blokken, zodat de toren steeds moet worden afgebroken, levert de leerling geen zicht op systematisch tellen en evenmin komt hij tot een notatie die hem uit de chaos helpt: hij is te sterk bij het bouwen betrokken.

* Dit beginprobleem is weliswaar te moeilijk, maar leidt 'op natuurlijke wijze' het tweede probleem in: alle mogelijke torens bouwen zonder ze te hoeven afbreken.
* De leerlingen gaan bij het bouwen *vergelijkenderwijs* te werk en niet totaal-struktu-rerend. Na dringend vragen om na te gaan of ook inderdaad alle torens gevonden zijn, komen de kinderen – achteraf dus! – tot een soort kombinatie-systeem.
* Het kledingprobleem is isomorf met het moeilijke beginprobleem, waarvoor een oplossing is gevonden in het tweede vraagstuk.

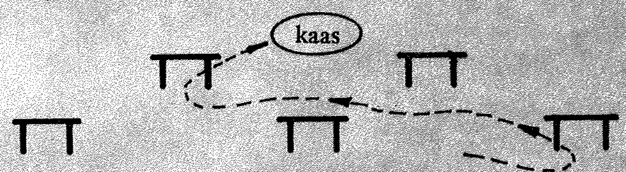
Het is dan ook te verwachten dat de kinderen die oplossing (alle mogelijke torens) als *notatie* gebruiken om alle kledingkombinaties te vinden en de *isomorfie* als 'vanzelf' aanvaarden.

Aanbeveling

Zoals te verwachten was, kunnen we uit het ene gesprek geen goed gefundeerde aanbeveling doen om een paar lessen aan deze problemen te wijden. Voordat we een aantal alternatieven geven voor een opbouw, eerst nog een vijfde probleem als een suggestie voor het vervolg:

Het muizenprobleem (5)

Dit probleem kan als een spelletje in de klas worden geintroduceerd. Laat een 'leerling-muis' onder tafels doorkruipen naar de 'kaas' en laat kinderen raden welke weg de muis heeft gevolgd.
Op bord kan een 'plattegrond' worden getekend, waarop de roetes worden aangegeven. We kunnen ook een symbolisering stimuleren door de tafels te benoemen (bijvoorbeeld: roete Jan-Carla).



Variaties:
* Laat 5 kinderen door de 'poorten' naar de kaas kruipen – elk kind moet een verschillende roete gaan. Laat ook 7 kinderen dit eens proberen.
* Sluit enkele poorten, zodat het aantal mogelijkheden vermindert.

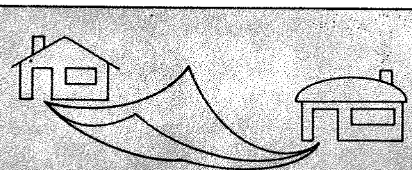
En nu de alternatieven:
- We kunnen de problemen in de aangegeven volgorde behandelen.
- We kunnen deze volgorde aanhouden, maar de problemen veranderen, door bijvoorbeeld de torens te laten kleuren in plaats van te bouwen.
- We kunnen de problemen 1 en 2 onderling verwisselen en ook 3 en 4.
- We kunnen andere kleuren gebruiken bij 3 en 4, waardoor de isomorfie met 1 en 2 minder opgelegd is.
- We kunnen starten met het muizenprobleem en daaraan de plattegrondtekening illustreren, het symboliseren met 'tafelnamen' stimuleren en de lijnentrekkerij trachten te benutten bij het bloesjes-rokjesprobleem en de torens.
- We kreëren zelf een andere opzet.

Wij zullen vooral het een na laatste punt uitproberen, omdat het muizenprobleem het meest transparant lijkt voor de drie genoemde doelstellingen, het model dermate fleksibel is (poortjes toevoegen, poortjes sluiten) dat een systematische aanpak gestimuleerd kan worden, de symbolisering met plattegronden, lijntjes, tafelnamen en dergelijke veel mogelijkheden heeft en het geheel in een motiverende didaktische kontekst geplaatst kan worden. Denk bijvoorbeeld aan Klein Duimpje en de roetes van kiezelstenen en brood. Wellicht kunnen deze muizen-ervaringen dan helpen om die torens te bouwen.
Laten we eerst nog een luchtkasteel afbreken: er is niet zoiets als dé beste aanpak bij deze lessencyklus. De muizen hebben ons geleerd dat er vele trajekten zijn die naar de didaktische kaas voeren.

6.7 LEERPLANONTWIKKELING: ORDENEND TELLEN (klas 3)

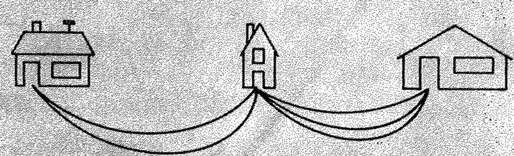
ROODKAPJE EN DE KUBUSKRUIPER

Over wegen (1)

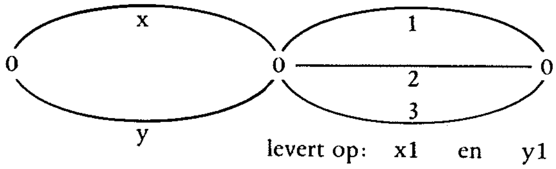


Hier zie je het huisje van roodkapje en het huisje van grootmoeder.
Als roodkapje naar grootmoeder gaat kan ze kiezen uit een aantal paden door het bos. Welk pad zou jij kiezen?

Gerrit zit op school. Als de school uit is, gaat Gerrit direkt naar huis. Moeder vraagt hem een boodschap bij de bakker te doen. Ze geeft hem geld mee. Gerrit kan van school naar huis uit twee wegen kiezen (let op de dubbele betekenis van 'wegen'!) en van huis naar de bakker uit drie wegen.
Vrij gemakkelijk ontstaat de indruk dat er 'dus' 5 wegen zijn. Het ligt er maar aan hoe je het bekijkt. We spreken af dat we met een weg een roete van de school naar de bakker via huis bedoelen.



Essentieel bij dit probleem — en bij de volgende problemen — lijkt ons dat er een notatie-wijze moet worden bedacht om alle mogelijke wegen vast te leggen; de 6 mogelijkheden kunnen door systematisch tellen en door analogie-redeneren worden ontdekt.
Ook is het mogelijk dat we aan de wegen symbolen toekennen en door konsekwent alle mogelijkheden na te gaan en uit te schrijven, tot de oplossing komen.



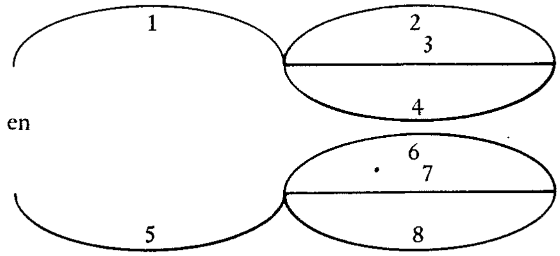
levert op:	x1	en	y1
	x2		y2
	x3		y3

De eerste reaktie van Hetty was: 'Er zijn 5 wegen.'
Daarop werd de afspraak opnieuw gemaakt dat een weg ...... enz. is.
Peter: 'Ik zou de kortste weg kiezen. Ik loop altijd dezelfde weg.'
Hetty wijst een weg aan, Peter een andere.
Op de vraag of er nog meer wegen zijn valt, even een stilte. De onderwijzer wijst op nog een mogelijkheid.
Peter: 'Het zijn er meer. Je moet ze eigenlijk opschrijven, zodat je het straks nog weet.'
Ondertussen schrijft Hetty de wegen op. Ze nummert de wegen van school naar huis met 1 en 2 en de wegen van huis naar de bakker met 1, 2 en 3 en noteert:

1 weg. 1 weg.
1 weg. 2 weg.
1 weg. 3 weg.
2 weg. 1 weg.
2 weg. 2 weg.
2 weg. 3 weg.

Op mijn vraag antwoordt Hetty dat er 6 wegen zijn en niet meer. Ze legt het Peter en mij nog eens uit, daarbij telt ze eerst het aantal mogelijkheden als je langs een bepaalde weg van school naar huis loopt en zegt dan: 'en via die andere weg is het net zo'.

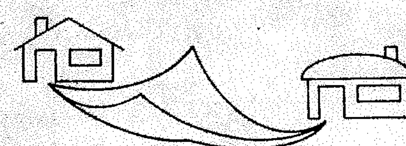
Peter ziet het nog niet direkt. Hij telt er 8, en wel als volgt:



Hieruit blijkt dat de definitie van 'weg' weer moeilijkheden oplevert.

Heen en terug (2)

Roodkapje gaat naar grootmoeder.
Ze kan verschillende paden door het bos kiezen.
Grootmoeder zegt: 'Ga maar direkt naar huis, dan ben je nog voor het donker thuis.'
We spreken af dat we naar grootmoeder èn terug één weg noemen.
Hoeveel wegen kan Roodkapje kiezen? (Even proberen of het direkt begrepen wordt.)
Wijs eens een weg aan. En nog een.

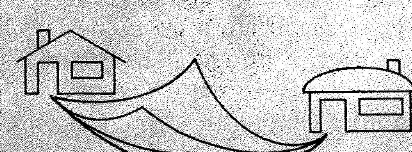


Hetty ziet al snel dat er 9 mogelijkheden zijn. Daarbij neemt zij zonder meer aan dat je dezelfde weg terug mag nemen als je op de heenweg koos. Ze zegt dat ook direkt. Peter ziet 6 wegen. Hij probeert met 2 viltstiften (rood voor heen en groen voor terug) het probleem te vereenvoudigen, maar hij loopt vast.
Hetty legt uit hoe zij tot de oplossing is gekomen: heen de bovenste weg en elk van de wegen terug, enz. enz.
Ze zegt ook: 'het is 3 x 3.'
Zij noteert het even systematisch als zij al eerder deed.

Uitbreiding (3)

Om na te kunnen gaan of de voorbeelden paradigmatische kenmerken hebben geven we twee problemen die veel op de voorgaande lijken en vragen: 'Kun je het antwoord ineens zeggen?'
Hetty zegt direkt: 'Dat zijn er 12 (3 x 4).'

Er is een nieuwe weg om het bos heen aangelegd.
Die weg kan Roodkapje ook kiezen.
Hetty doorziet het antwoord op de vraag hoeveel mogelijkheden er nu zijn opnieuw het eerst: 4 x 4 = 16 wegen.



Uit een en ander blijkt dat de voorbeelden inderdaad sterk paradigmatisch zijn: het eenmaal ontdekte in de eerste problemen is direkt toepasbaar en leidt tot goede antwoorden.

Opvallend is dat Peter weliswaar niet met de oplossingen komt maar de uitleg van Hetty wel begrijpt.

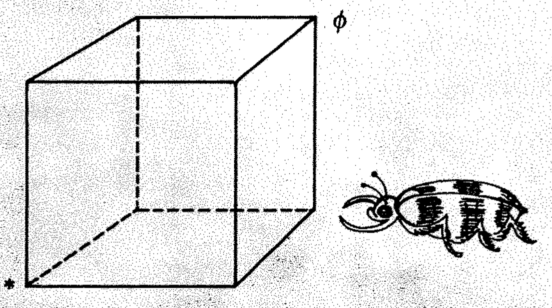
Kaartjes (4)

Peter en Hetty krijgen de beschikking over getallenkaartjes. Ik geef opdracht ze op een strook te leggen. De volgorde van de kaartjes kan worden gevarieerd.

Peter legt $\boxed{3}\boxed{2}\boxed{1}$ omdat hij altijd het grootste getal wil leggen (!).
Hetty legt de kaartjes in een andere volgorde. Op de vraag hoeveel mogelijkheden er zijn, zegt zij direkt: 6. Haar uitleg is systematisch: zij fikseert steeds het eerste cijfer en laat zien dat er dan nog 2 mogelijkheden zijn. Dit ging enorm snel. Vervolgens varieert zij het eerste cijfer.

Kubuskruiper (5)

Vanuit China is een raar beest naar ons land gekomen: de kubuskruiper.
Hij kruipt over de ribben van een kubus (aanwijzen!).

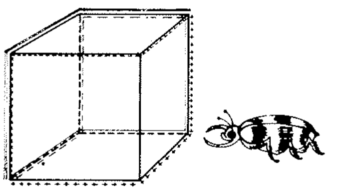


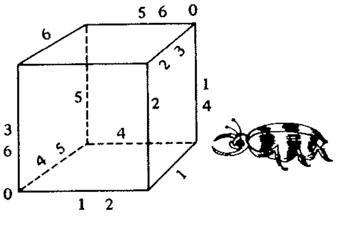
Hij wil van * naar ϕ langs de kortste weg.
Op hoeveel verschillende manieren kan hij dit doen?

Hierover hebben Hetty en Peter lang gezwoegd. Peter kwam er het eerst uit. Ofschoon ook hij eerst 5 wegen ontdekte in plaats van 6.
Een aantal zaken valt hierbij op:

- Het begrip (kortste) weg is hier weer onduidelijk. Soms kiezen de kinderen een weg van 5 ribben.
- Er ontbreekt een ruimtelijk inzicht dat nodig is om in de tekening een kubus te zien. Daarbij laten we nog in het midden of het begrip kubus gehanteerd had mogen worden.
- Na enig ploeteren komen de kinderen met goede representaties voor de verschillende wegen.

In de eerste tekening zijn de kleuren funktioneel gebruikt. In de tweede is een weg, bestaande uit 3 ribben, met cijfers aangegeven.



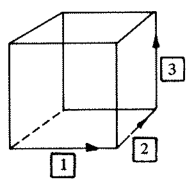


Nabeschouwing

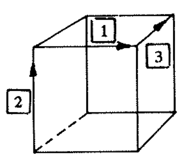
Kijken we nog eens terug, dan kunnen we konstateren:

* Het probleem van de kubuskruiper is niet funktioneel in dit verband. De leerlingen zien de isomorfie met het kaartjesprobleem in het geheel niet en zijn alleen met duidelijke steun in staat om het op te lossen.
  Welnu, achteraf is ook wel duidelijk, dat deze vraag niet gesteld kon worden. Hoe moet men immers redeneren om de isomorfie te zien? Dit gaat als volgt: Duiden we de trek naar rechts op de kubus (→) aan met $\boxed{1}$, een trek naar achteren (↗) met $\boxed{2}$ en naar boven (↑) met $\boxed{3}$, dan kunnen we iedere roete van de kubuskruiper beschrijven met de eerder gevonden kaartjesgetallen van drie cijfers.

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ is de roete:



$\boxed{3}\boxed{1}\boxed{2}$ is de roete:

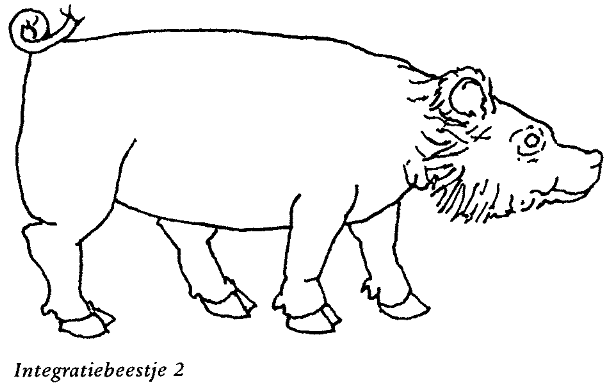


  Kortom, we geven aan het ene probleem een interpretatie die het andere probleem volledig dekt. Nu hadden we ook niet verwacht dat de leerling deze interpretatie zou vinden. Er zijn echter ook nog andere mogelijkheden om het verband met het voorgaande te zien: eerst 3 keuzen (wegen), daarna 2 en tenslotte nog maar 1, zou ook met het wegenmodel in verband gebracht kunnen worden.
  Hoe het ook zij, het probleem funktioneert hier niet en lijkt meer geschikt voor 't brugklasnivo.
* In plaats van te spreken over wegen kunnen we beter het begrip roete introduseren.
* Bij het heen- en terugprobleem moeten we vooraf niet eksplisiet stellen of dezelfde heen- en terugweg geoorloofd is. De leerlingen komen hier vanzelf op en stellen het ter diskussie.
* Ook bij deze problemen staat centraal:
  – het systematisch werken,
  – het symboliseren,
  – het generaliseren,
  – de isomorfie ontdekken.
  Het meisje werkte systematisch, reduseerde reeds op grond van symmetrie-overwegingen (zie volgende paragraaf), symboliseerde en generaliseerde. Het eksplisiet formuleren van de isomorfie gebeurt via opmerkingen als 'het is hetzelfde' of 'het zijn allemaal keersommen'.
* De jongen bleef duidelijk bij het meisje achter (uitgezonderd bij de kubuskruiper). Dit brengt ons tevens op het probleem hoe we de problemen in de klas laten verwerken.

Aanbeveling

Het lijkt het meest geschikt om de leerlingen de problemen klassikaal aan te bieden, individueel te laten verwerken en in een klassegesprek de verschillende wijzen van symboliseren, verwerken en generaliseren naar voren te laten komen.
De volgorde waarin de problemen hier aangeboden werden, kan heel goed aangehouden worden; de kubuskruiper laten we weg.
Het lijkt verstandig om de problemen niet allen in één les te behandelen.
Het is zeer wel mogelijk om het muizen- en bloesjesprobleem van klas 1 in de lessencyklus te betrekken.
Bij het probleem van de cijferkaartjes kunnen we een aantal rekenvragen stellen over de som, het verschil, de grootste, de kleinste, even, oneven, en dergelijke.
We dienen de grootste aandacht te besteden aan de verschillende wijzen van symboliseren en bij het generaliseren kunnen we gedifferentieerde opdrachten uitdelen.

Voor het overige sluiten we ons aan bij de aanbevelingen voor klas 1.

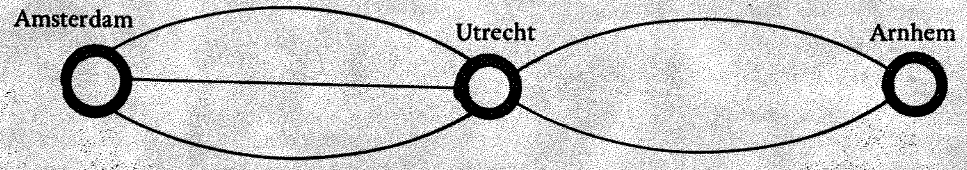


Integratiebeestje 2

6.8 LEERPLANONTWIKKELING: ORDENEND TELLEN (klas 5)

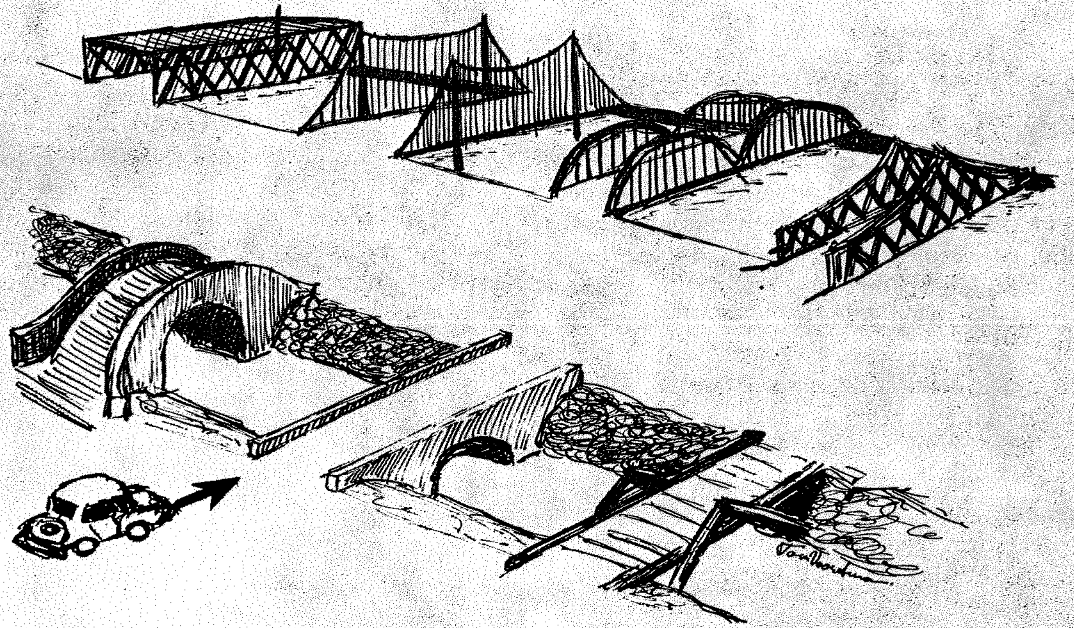
BOMEN OVER DE TOTO

Het wegenprobleem (2 x 3) (1)



Je ziet hier een stukje van een kaart. Er zijn twee wegen van Arnhem naar Utrecht. Er zijn drie wegen van Utrecht naar Amsterdam.
Hoeveel verschillende roetes zijn er van Arnhem naar Amsterdam via Utrecht? Praat er samen eens over. (Wat zou bijvoorbeeld met verschillende roetes bedoeld worden?)

Het bruggenprobleem (3 x 4) (2)



Door een vrij groot gebied stromen twee rivieren. Over de ene rivier liggen *drie bruggen* en over de andere *vier*. Het gebied tussen de rivieren is prachtig. Een gezin wil een autotocht maken door dit gebied. Langs hoeveel verschillende roetes kunnen deze mensen de beide rivieren oversteken?
Praat er samen eens over.

Toto met 3 wedstrijden (3^3) (3)

Op een woensdagavond zijn er drie Europacup-wedstrijden.
In een vijfde klas besluiten de kinderen met de onderwijzer een totoformulier voor deze drie wedstrijden in te vullen.

		1	2	3
Real Velp	– A.C. Rheden			
Sporting Dieren	– F.C. Oosterbeek			
Inter Malburgen	– Spartak Westervoort			

Als je een kruisje onder 1 zet betekent dit, dat de eerste klub op die regel gaat winnen. Vul je een kruisje onder 2 in, dan wint de tweede klub (volgens jou) en een aangekruiste 3 zou volgens de verwachting een gelijk spel opleveren.
Hoeveel verschillende mogelijkheden zijn er om een toto met drie wedstrijden in te vullen?
Praat er samen eens over.

Boom met appeltjes (4)

In een tuintje staat een appelboom. De stam splitst zich in drie takken. Elk van die takken splitst zich in drie dunnere takken, die zich elk weer splitsen in drie kleine takjes.
Aan elk van die kleine takjes hangt een appel.
Hoeveel appels hangen aan het appelboompje?

Cijferkaartjes (5)

Els heeft vier cijferkaartjes: $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$.
Zij wil eens uitzoeken hoeveel verschillende getallen met 4 cijfers ze hiermee kan leggen.
Hoeveel zijn het er?

Overwegingen en verwachtingen

Het plaatsen in bovenstaande volgorde kwam op grond van de volgende overwegingen tot stand:

* Het wegenprobleem laat een diversiteit van oplossingsnivo's toe en leidt gemakkelijk tot de generalisatie, '3 x 2' door de overzichtelijkheid.
  Het is paradigmatisch voor een grote groep van problemen welke zich in het 'wegenmodel' laten vertalen.
* Aansluitend op het wegenprobleem werd het bruggenprobleem gekozen, omdat verwacht mocht worden dat ontdekking van struktuurovereenkomst met probleem 1 en het direkt toepassen van de gevormde generalisatie bij het wegenprobleem door de leerlingen zou geschieden.
* Vervolgens kwam het totoprobleem met 3 wedstrijden als een geheel 'nieuw' probleem. Verwacht werd, dat de leerlingen hierbij moeilijkheden zouden ondervinden tijdens het oplossen.
  Als mogelijkheid om ze toch de juiste oplossing te laten vinden, werd in eerste instantie gedacht aan:
  teruggaan naar een lager nivo: een toto met 2 wedstrijden aanbieden en van daar – indien dit probleem met veel sukses werd opgelost – terug naar een toto met 3 wedstrijden, of naar:
* Het boompje met de appels.
  Wanneer de leerlingen het totoprobleem met 3 wedstrijden daarna opnieuw voor ogen kregen, zou ontdekking van struktuurovereenkomst met het boomprobleem voor

het eerste tot een oplossing kunnen voeren. Bovendien leent het boomprobleem zich tot een oplossing op laag nivo namelijk: het tekenen van de boom en het tellen van de takjes. Tevens mocht verwacht worden, dat vanuit de struktuur van de getekende boom de generalisatie '9 x 3' of misschien zelfs '3 x 3 x 3' zich zou opdringen.

* Tenslotte het probleem van de getallen van 4 cijfers met de kaartjes: $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ (van elk één eksemplaar).
Bij dit probleem was de behoefte aan een isomorf probleem minder groot, omdat het probleem op een lager nivo zou kunnen worden aangeboden, wanneer de leerlingen faalden, namelijk hetzelfde probleem met de kaartjes: $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ (van elk één eksemplaar).

Ervaringen in gesprekken met kinderen

Het wegenprobleem

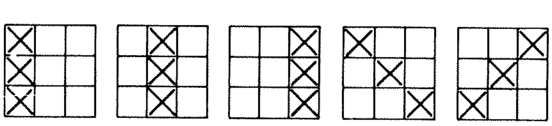
Oplossingen op verschillend nivo worden gegeven:
- systematisch tellen vanaf het plaatje;
- systematisch tellen gedeeltelijk vanaf het plaatje en daarna redeneren op grond van analogie;
- de generalisatie '3 x 2' komt bij de ene groep spontaan en bij de andere pas na het geven van diverse 'steuntjes'.

Het bruggenprobleem

Oplossingen ook hier op verschillende nivo's:
- generalisatie '3 x 4' op grond van het zien van struktuurovereenkomst (met het wegenprobleem), waarna systematisch tellen vanaf het plaatje ter kontrole;
- gedeeltelijk systematisch tellen vanaf het plaatje, waarna tot generalisatie '3 x 4' besloten wordt op grond van het zien van struktuurovereenkomst met het wegenprobleem.

Toto met drie wedstrijden

Beide groepjes van twee leerlingen komen er niet uit.
Er wordt systeemloos geteld in de tabel, waarbij opvalt, dat de leerlingen mikken op maksimale verschillen:



Bij beide groepjes wordt teruggegaan naar een toto met 2 wedstrijden.
Het ene groepje besluit te gaan *symboliseren*.
Dit geschiedt systematisch:
1-1; 1-2; 1-3
2-1; 2-2; 2-3
3-1; 3-2; 3-3.
Kennelijk is het probleem nu wezenlijk anders dan in het totoformulier.
Bij 3 wedstrijden loopt het 'oplossen' opnieuw vast.
Het andere groepje vult weer tabelletjes in (werkt met maksimale verschillen).

Het boompje met de appels

Beide groepjes beginnen met een oplossing op 't laagste nivo, namelijk:
- het tekenen van de boom en daarna het tellen van de takjes,
- generaliseren tot 9 x 3,
  en op de vraag 'en als je bij de stam begint?':
- generaliseren tot 3 x 3 x 3.

(N.B.: Bij het tweede groepje komt de 'tweede' generalisatie (3 x 3 x 3) er na moeizaam gevraag pas uit!)

Bij teruggang naar de toto met 3 wedstrijden 'ziet' het eerste groepje nu onmiddellijk de struktuurovereenkomst tussen 'toto' en 'boompje'. De tweede groep moet er op attent gemaakt worden. (De vraag is of ze daarna de overeenkomst wèl zagen!)

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$

Dit probleem is in eerste instantie met één groepje (van 2 leerlingen) gedaan. De oplossing kende een aantal nivo's:
- ze gingen 'systematisch' uitschrijven: 1234
  1324
  1243
  1432
  N.B.: 'alle' mogelijkheden met 1 voorop;
- besloten vervolgens op grond van analogie tot 16 mogelijkheden;
- de suggestie volgde toen om eens na te gaan welke getallen met 2, 3 en 4 gemaakt zouden kunnen worden;
- het groepje ging nu wél systematisch te werk en kwam van daaruit tot het juiste antwoord.

Later hebben we een ander groepje met dit probleem gekonfronteerd.

– eerst met $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$;
– de kinderen schreven de mogelijkheden systematisch uit en kwamen aldus tot de juiste oplossing;
– vervolgens met $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$.

Dit groepje kwam toen spontaan met 4 x 6 = 24 mogelijkheden op grond van de redenering: bij elk van de 4 kaartjes zijn er 6 mogelijkheden met de overige drie, dus totaal 4 x 6 mogelijkheden.

Nabeschouwing
Probleem 1: 3 x 2 wegen
* Nivo 1
Systeemloos tellen vanaf plaatje.
De verschillende roetes worden aangewezen. Door de overzichtelijkheid (beperkt aantal mogelijkheden) onthoudt het kind de roetes die het al gehad heeft.

* Nivo 2
Na een systeemloos begin ontwikkelt het kind een bepaalde systematiek.
Er wordt systematisch vanaf het plaatje geteld.

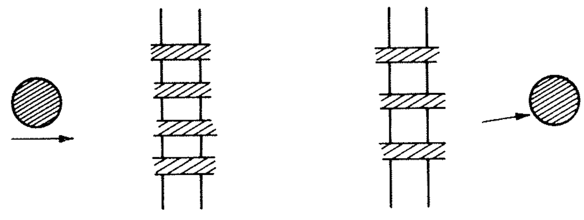
* Nivo 3
Er wordt direkt systematisch vanaf het plaatje geteld.

* Nivo 4
Het kind gaat symboliseren en schrijft de verschillende roetes
– systeemloos op
– systematisch op.
Eventueel kan vanuit de symbolisering tot een andere visualisering worden overgegaan: visualisering in een rooster bijvoorbeeld (associatie met koördinaten).

Integratiebeestje 3

* Nivo 5
Er wordt als volgt geredeneerd:
bij elke weg tussen A en B zijn twee mogelijkheden om verder te gaan, dus totaal: 3 x 2 roetes (wegen).
Het is ook mogelijk dat achteraf binnen de andere nivo's (met name 3 en 4) tot de '3 x 2 generalisatie' gekomen wordt.

Probleem 2: bruggen



* Nivo 1
Systeemloos tellen vanaf het plaatje.
De roetes worden aangewezen op het plaatje. Het aantal is minder overzichtelijk dan bij de '3 x 2 wegen', zodat zich hier mogelijk al 'tobbend' een bepaalde systematiek gaat ontwikkelen.
Of: het kind begint opnieuw, omdat het eraan twijfelt of een bepaalde roete 'al geweest is'. Het kan het probleem dan systematisch gaan aanpakken.

* Nivo 2
Er wordt systematisch vanaf het plaatje geteld.

* Nivo 3
Het kind gaat symboliseren en schrijft de verschillende roetes op
– hetzij systeemloos
– hetzij systematisch.
Eventueel kan vanuit de symbolisering tot een andere visualisering worden overgegaan: visualisering in het rooster (associatie met koördinaten).

* Nivo 4
Er wordt een oplossing gevonden door redeneren: na elke brug over rivier 1 zijn er nog 3 mogelijkheden, dus in totaal 4 x 3 mogelijkheden.

* Nivo 5
De isomorfie met het wegenprobleem wordt direkt gezien en de generalisatie '4 x 3' toegepast.

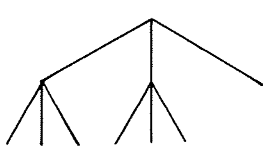
Probleem 3: toto met 3 wedstrijden

	1	2	3
A – B			
C – D			
E – F			

* Nivo 1
Er wordt opgemerkt dat 2 formuliertjes verschillend zijn ingevuld. Steeds wordt een nieuw formuliertje ingevuld, net zolang tot alle mogelijkheden zijn uitgeput. Dit gebeurt zonder enige systematiek.
Het aanvankelijk systeemloos werken kan zich wijzigen in een systematische aanpak (een tussen-nivo).

* Nivo 2
De formuliertjes worden nog wel ingevuld, doch nu gebeurt het systematisch.

* Nivo 3
Er kan, weer op verschillende nivo's, al dan niet met behulp van visualiseren, geredeneerd worden:
- Bij de eerste wedstrijd zijn drie mogelijkheden. Bij elk van die mogelijkheden zijn er bij de volgende wedstrijd ook drie, etc.
  De generalisatie wordt gevonden: 3 x 3 x 3.
- Ik houd de wedstrijden 1 en 2 op een '1'. Bij de derde wedstrijd zijn drie mogelijkheden, etc.
- Als de eerste, maar nu met een boomdiagram:



- Etc.

* Nivo 4
Isomorfie met wegen en bruggen wordt gezien, de generalisatie wordt toegepast en besloten wordt tot: 3 x 3 x 3.

Probleem 4 en 5: boom en cijferkaartjes
Ook hier kunnen we soortgelijke nivo's onderscheiden, die lopen van enerzijds het systeemloos uitzoeken van alle mogelijkheden tot anderzijds het systematisch redeneren op grond van symmetrie-overwegingen en het rekenen met kansen.
Beperken we ons tot het kaartjesprobleem met 3 en 4 cijfers.

* Nivo 1
Systeemloos werken met 3 kaartjes.

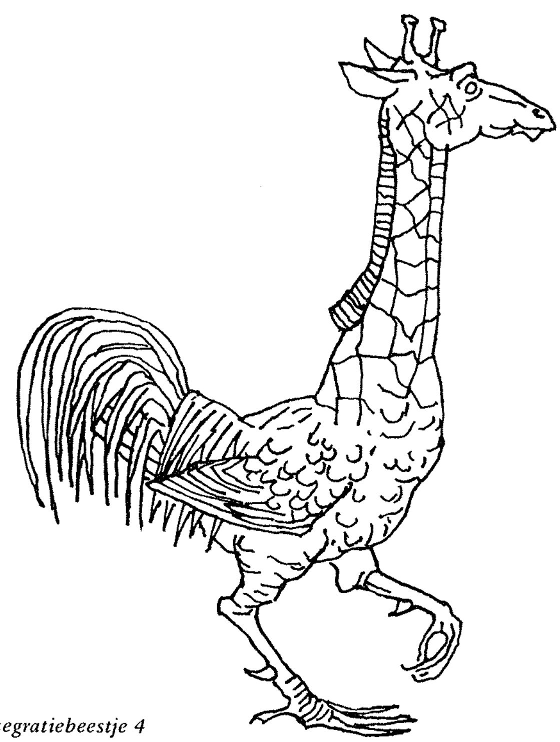
* Nivo 2
Systematisch werken met 3 kaartjes.

* Nivo 3
Het 4 kaartjes-probleem uitzoeken door 1 vast cijfer voorop te nemen en de overige drie systematisch te variëren.

1 2 3 4
1 2 4 3
1 3 2 4
1 3 4 2
1 4 2 3
1 4 3 2

6 mogelijkheden.

Met respektievelijk 2, 3 en 4 voorop zijn er *dus* (symmetrie-overweging) ook 6 mogelijkheden.
Totaal: 4 x 6 mogelijkheden.



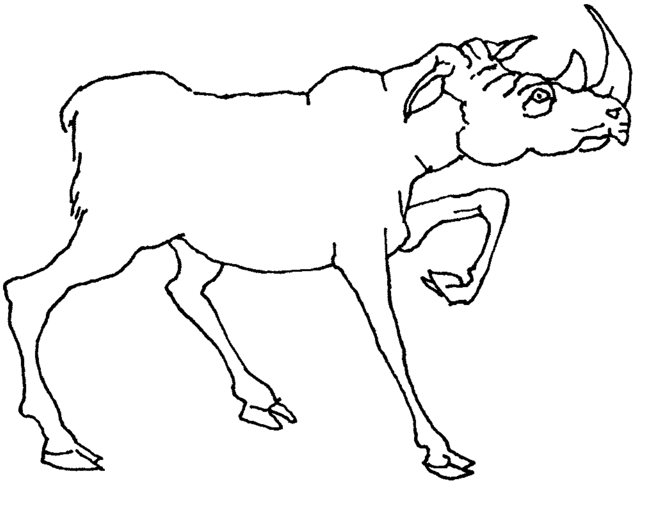
Integratiebeestje 4

* Nivo 4
Generalisatie voor 5 kaartjes, via 5 x 24 of 5 x (4 x 6).

* Nivo 5
Het rekenen met mogelijkheden aan de hand van bijvoorbeeld een 6 kaartjes-probleem.
Voor de eerste plaats hebben we 6 mogelijkheden (denk aan 't roosterdiagram) voor de tweede plaats dan nog 5, voor de derde plaats 4, etc.
Totaal zijn er dus 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 mogelijkheden.

Aanbeveling
De hier besproken voorbeelden zijn met uitzondering van het totoprobleem bruikbaar om het systematisch werken, symboliseren, generaliseren en isomorferen te stimuleren.

Klassikale aanbieding, individuele verwerking en gezamenlijke bespreking lijkt ook hier de gewenste volgorde. De mogelijkheden voor spontane differentiatie zijn groot en de leerlingen zullen vaak verrast zijn als blijkt dat hun medeleerling zonder al te veel telwerk alle mogelijkheden vond.
Willen we het toto-probleem toch behandelen, dan lijkt een goede werkwijze om eerst een variatie van het kaartjes-probleem te behandelen. Je hebt vier cijferkaartjes $\boxed{1}$, vier cijferkaartjes $\boxed{2}$ en vier cijferkaartjes $\boxed{3}$. We gaan nu getallen leggen met 3 cijfers.
Hoeveel mogelijkheden zijn er?
In een aanvullend gesprek met een groepje leerlingen bleek dat deze aanpak goede mogelijkheden bood om de knellende materiaalfaktoren van het totoprobleem te elimineren.



Integratiebeestje 5

6.9 LEERPLANONTWIKKELING: ORDENEND TELLEN

SLOT

In aansluiting op het leerplanologie-artikel in deze aflevering nog enkele opmerkingen.

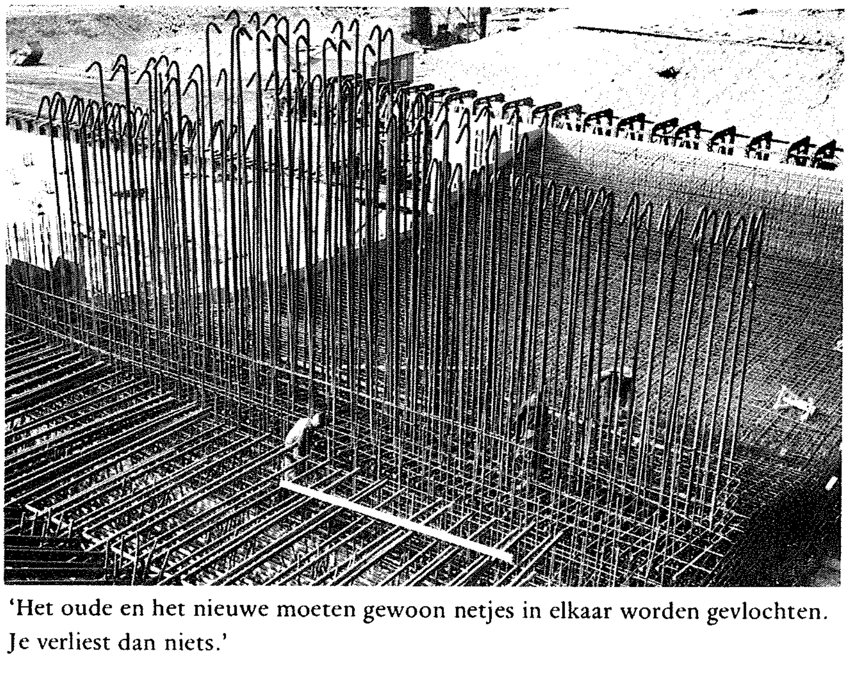
* De problemen van ordenend tellen zijn — leerstofinhoudelijk gezien — belangrijk voor het oplossen van allerlei kombinatorische problemen zoals die zich voordoen bij de waarschijnlijkheidsrekening.
* De problemen kunnen duidelijk in relatie gesteld worden met enkele algemene doelstellingen:
  het rekenaspekt
  — (dat je moet vermenigvuldigen);
  het taalaspekt
  — (dat je moet symboliseren);
  de toepasbaarheid
  — (van het wegenmodel op uiteenlopende gevallen: van de bloesjes tot de toto);
  het struktuur aspekt
  — (ontdekken van een patroon);
  het metodisch aspekt
  — (induktie, generaliseren, redeneren op grond van symmetrie-overwegingen en systematische aanpak);
  het dinamisch aspekt
  — (we kunnen op verschillende nivo's de probleemsituatie instappen; het probleem op een hoger nivo oplossen).

Het is in het kader van deze artikelencyklus (6.5 tot en met 6.9) evenzeer de bedoeling dat de lezer (lees: onderwijspraktikus) de relatie met de doelstellingen zelf legt.

Horen dit soort problemen binnen het onderwijs van de basisschool?

We kunnen deze vraag van onze kant nu wel uitgebreid beantwoorden in het kader van de algemene doelstellingen, maar 't is de vraag of u die doelstellingen wel kunt onderschrijven.

Kortom, reageert u zowel op de vragen van de mogelijke realiseerbaarheid als ook op de kwestie van de wenselijkheid.
Wij zien uw reakties met spanning tegemoet.



'Het oude en het nieuwe moeten gewoon netjes in elkaar worden gevlochten. Je verliest dan niets.'

INHOUD

MEDEWERKERS AAN DIT BLOK:
Roos in de Betouw, Tineke Brinkman, Rob de Jong, Daan Karman, J. Walhout.

respons blok

6.1 INLEIDING

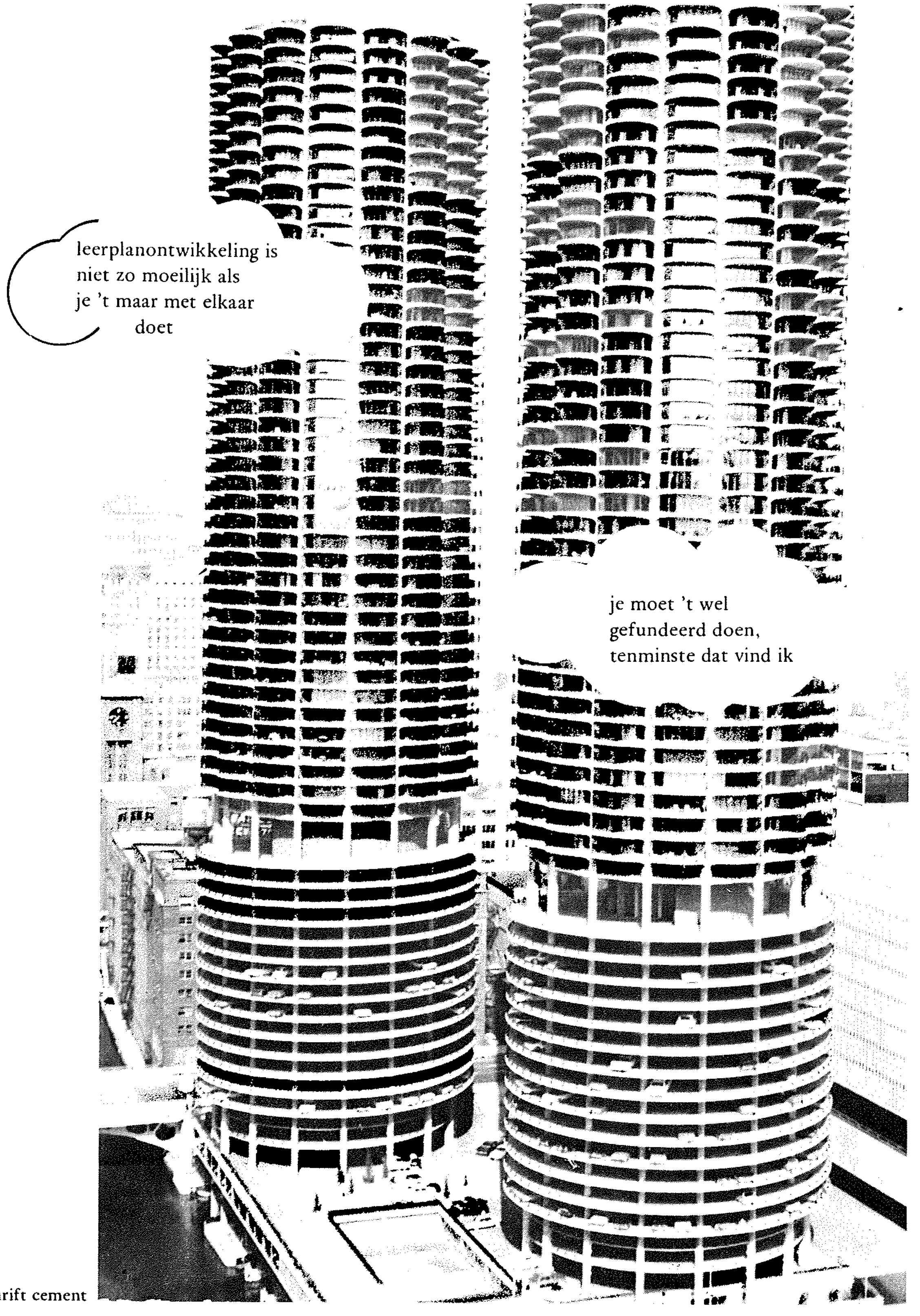


foto: tijdschrift cement

6.2 REKENTAAL

TINEKE BRINKMAN

Dat taal en logika een onderdeel van het wiskunde-onderwijzen dient te zijn, wordt internationaal in toenemende mate ingezien. Nochtans is de kennis hieromtrent nog bizonder gering. Intensief onderzoek is derhalve noodzakelijk. Diverse (prille) pogingen zijn/worden ondernomen. Eén van die pogingen vindt u in onderstaande bijdrage van Tineke Brinkman; een bijdrage waarin o.i. waardevolle aanzetten en voldoende aangrijpingspunten voor een fundamentele diskussie.

Inleiding
De volgende werkbladen 'Rekentaal' zijn in de eerste plaats bedoeld om leerlingen aan te sporen tot zorgvuldig en kritisch lezen en interpreteren van gegevens. De ervaring dat er in het rekenen nogal eens onzorgvuldig omgesprongen wordt met in het bizonder het 'is gelijk aan'-teken (zoals in 4 + 3 = 7 + 3 = 10 + 3 = 13) was een aanleiding tot het ontwerpen van Rekentaal.
We hebben in deze serie getracht het 'is gelijk aan'-teken als vergelijkingsteken te laten ervaren door ook andere vergelijkingstekens te introduseren. We hopen daarmee ook het '=' teken wat los te koppelen van zijn funktie van opdrachtgever ('bereken!')

Het gaat niet zozeer om het áánleren van de overige vergelijkingstekens, alswel om via hun 'introduktie' de 'is gelijk aan'-relatie in een wijder kader te plaatsen, om de kinderen te doen inzien dat deze relatie een heel spesifieke betekenis heeft.
De bedoeling van de serie is: bewustmaking en mede daardoor een nauwkeuriger gebruiken van symbolen.

De eerste eksperimentele versie van Rekentaal kwam tot stand op verzoek van en in samenwerking met onderwijzers en leerlingen van de klassen 5 en 6, Sint Alexanderschool te Bennekom. Een bewerking konden we in min of meer klassikaal verband toetsen in de 6e klas van de Sint Jozefschool te Oosterbeek, waarvoor dank aan de leerlingen en aan mevrouw Hoogstraten-van Hall (onderwijzeres van de klas en hoofd der school).

Kinderen en leerkrachten reageerden over het algemeen entoesiast.

We zijn erg benieuwd naar uw reakties. Onze ervaring is, dat de kinderen 't erg makkelijk vinden, nochtans veel fouten maken. Ze verkijken zich op de moeilijkheidsgraad.

Opmerkingen bij de werkbladen

Werkblad 0
Informatie in plaatjes is kultuurgebonden. We hebben er met elkaar bepaalde afspraken over die vaak niet vanzelf spreken. (Je moet de betekenis van verkeersborden bijvoorbeeld léren!)
In engeland betekent 'London 70' iets anders dan in nederland 'Amsterdam 70' – verschil in eenheidsmaten!

Werkblad 1
Rekentaal is 'teken'-taal, maar moedertaal is dat ook. Grieken, russen, arabieren (etc.) gebruiken andere tekens om hun woorden mee te schrijven. Door het gebruik van 'geheim'-taal (van andere symbolen voor bekende klanken) valt het op dat *a e i o u* ook 'tekentjes' zijn – we kennen er de betekenis zo goed van dat we dat soms vergeten –.

Werkblad 2
Er is geen 'vaste set antwoorden' te geven. Eigen interpretatie speelt mee.

Werkblad 3
Hier is wél duidelijk een bepaald brok informatie gegeven, terwijl andere spesifieke, aanwijsbare informatie ontbreekt.

Werkblad 4
In de laatste vragen wordt in de richting van de algemeenheid gewezen. (de generalisatie is hier nog onvolledig)

Werkblad 5
De rekenzinnetjes: 3 X 6 = 18, 83 X 1 = 83 etc., zijn een verarming van informatie ten opzichte van de in moedertaal gegeven informatie. Ze kunnen ook op andere situaties slaan en zijn dus een 'veralgemening'!

Werkblad 6
Er kan teruggegrepen worden (in groepsgesprek of als enrichment-opdracht) naar vorige mededelingen (de werkbladen 1 t/m 3). Zijn die 'waar' of 'niet waar' of 'iets er tussen in' – namelijk wèl waar, maar (misschien) misleidend.
Denk aan de 'verborgen misleiders' in de reklame.

Werkblad 7
'Som' of 'sommetje' wordt vaak slordigweg gebruikt voor 'opdracht tot berekening'. Anderzijds heeft 'som' een spesifiek rekenkundige betekenis. (zie werkblad 12)

Werkblad 8 en 9
Introduktie van de vergelijkingstekens via het meten en vergelijken van lijnstukken, die daartoe op een spesiale manier (evenwijdig) worden gepresenteerd.
N.B.: de vergelijkingstekens '>' '<' '=' etc. behoren in de rekentaal en slechts dáár.
Dus nièt: Piet > Klaas,
maar wel: (de lengte van Piet) > (de lengte van Klaas),
deze verwijzen dan ook naar getallen, namelijk 'aantallen eenheidsmaten'.

Werkblad 10
Toepassen van de geleerde vergelijkingstekens.

Werkblad 11
Het vergelijkingsteken '=' als koppelingsteken.
Let op: voor 42 uit vak A is geen 'partner' in vak B en 3 X 8 uit vak B blijft over.

Werkblad 11a
De vergelijkingstekens voor getallen – en daarmee de rekenzinnen – behouden hun geldigheid als je ze in antileesrichting leest, mits je de tekens zelf ook in anti-leesrichting leest.

Werkblad 12 en 13
Toepassingen.

Werkblad 14
Een veel gemaakte fout: 12 + 3 = 15 + 3 = 18, want als de 15 eenmaal verkregen is door optellen van 12 en 3 is het voorgaande voor de schrijver onbelangrijk geworden.
Een gevolg van het misbruiken van het '=' teken (als 'opdrachtgever')?

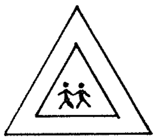
Werkblad 14 en 15
Poging tot bewustmaking van de spesifieke betekenis van het relatieteken voor de relatie '...is gelijk aan...' tussen het links geschreven getal en het rechts geschreven getal.
N.B.: 3 X 29 is ook een 'getal', namelijk een andere schrijfwijze voor 87.

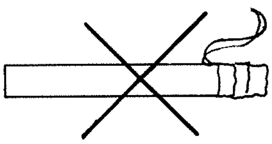
Werkblad 16
Toepassen.
Samenvatten om het geheel nog eens te overzien. Opschrijven wat niet begrepen is om tot analise te dwingen; bovendien wordt implisiet gesteld: het is mogelijk en legitiem om iets niet begrepen te hebben.
Het is overigens een taak van de onderwijzer (eventueel de medeleerlingen) om te zorgen dat je tenslotte alles gaat begrijpen.

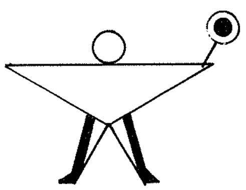
werkblad 0 naam . . . .

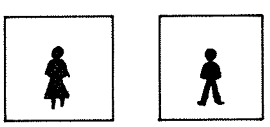
WAT STAAT DAAR?

▸ Wat lees je in onderstaande plaatjes?
Schrijf het er naast.









▸ Wat wordt in onderstaande hokjes medegedeeld?
Schrijf het er naast.

PEC – Heerenveen
6 – 2

utrecht	a	17.05
	v	17.09
arnhem	a	....
	v	....

ANWB

Leiden	20
Den Haag	35

werkblad 1 naam . . . .

MEDEDELINGEN

$\boxed{3 + 2 = 5}$

Als iemand je vraagt: Wat staat hierboven? dan zul je zoiets zeggen als:
drie en twee is vijf
òf: drie plus twee is vijf
òf: nou zeg, kun je zelf niet lezen?

Een ander zegt misschien: Ja dat is waar.

▸ Wat wordt meegedeeld in de hokjes:

$\boxed{3 + 2 = 5}$ $\boxed{3 + 4 = 9}$

. . . .
. . . .

▸ Wat vind je van die mededelingen?

. . . .
. . . .

▸ En nu hier, wat wordt hier meegedeeld?

Fr*ts *s □□n n△△m △mst□rd△m *s □□n v▽g□l

. . . .

▸ Wat vind je daarvan?

. . . .
. . . .

▸ Je hebt nu zinnen uit de 'rekentaal' en zinnen uit een 'geheimtaaltje' in woordentaal gezegd.
In elk van die zinnen werd iets meegedeeld. Maar... mededelingen kunnen wáár zijn, of niet waar.
We kijken nogmaals naar de mededelingen die in de hokjes gedaan zijn. Schrijf ze onder elkaar.
Welke zijn waar?

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

werkblad 2 naam . . . .

PRECIES LEZEN WAT ER STAAT

Mensen kunnen mededelingen doen in woordentaal. Dat wist je al. Je weet ook, dat het niet altijd eenvoudig is om precies te zeggen wat je bedoelt.

Veel van de opdrachten in deze serie hebben te maken met goed-kunnen-lezen en goed begrijpen wat er geschreven staat.

Je krijgt straks enkele zinnen in woorden-taal die je goed moet lezen. Er zijn vragen bij gesteld.

Wanneer je antwoord geeft op een vraag, moet je dat antwoord altijd zó opschrijven, dat iedereen precies weet wat jij bedoelde.

Hier is de eerste zin:

Joop ging gisteren niet met Teun mee naar het zwembad.

▸ Welke mededelingen worden in die zin gedaan?

. . . .
. . . .
. . . .

▸ **Kermis! Toegang tot het terrein 25 cent.**

Wat delen deze zinnen mee? En wat wordt er niet in gezegd?

. . . .
. . . .
. . . .

werkblad 3 **naam ....**

PRECIES LEZEN WAT ER STAAT

Mededelingen die waar zijn behoeven nog niet àlles te vertellen over het onderwerp.

De kinderen brachten één derde van de vakantie bij Opa en Oma door.

- Kun je in deze zin lezen hoeveel dagen de kinderen in de vakantie bij hun grootouders zijn geweest?

....

- Wat wil je nog meer weten over die vakantie?

....
....

- Als de kinderen vijf dagen bij hun grootouders logeerden, hoe lang was die vakantie dan?

....

- De vakantie was drie weken. Hoeveel dagen waren de kinderen bij hun grootouders?

....

Twee ons drop en een stuk zeep kosten samen *f* 1.95.

- Weet je hoeveel de zeep kost? ....

- Als je deze vraag met *Ja* beantwoord hebt vul dan in:

De zeep kost ....
En de drop ....

- Als je denkt dat er verschillende mogelijkheden zijn, schrijf dan enkele van die mogelijkheden op.

....
....
....

werkblad 4 naam . . . .

VERSCHILLENDE MOGELIJKHEDEN

Voor de volgende opdracht heb je een dobbelsteen nodig.

- Neem de dobbelsteen. Gooi drie maal. Schrijf de uitkomst van iedere afzonderlijke worp op en ook het totaal aantal ogen dat je haalde.

. . . .
. . . .

- Iemand gooide nog eens drie maal met een dobbelsteen. Het totaal aantal ogen dat hij gooide was 10.
  Weet je wat de afzonderlijke worpen waren?

. . . .

- Hij gooide nog eens drie maal met de dobbelsteen. Nu was het totaal aantal ogen 4.
  Weet je in dit geval wat de afzonderlijke worpen waren?

. . . .

- Hoeveel ogen kun je hoogstens in drie maal gooien?

. . . .

- Hoeveel ogen kun je minstens in drie maal gooien?

. . . .

- We kunnen de antwoorden op die laatste twee vragen in één zin samenvatten:
  als je drie maal met een dobbelsteen werpt, is het totaal aantal ogen dat je gooit

  minstens . . . . en hoogstens . . . .

- En als je vier maal gooit?
  Of drie en tachtig maal?

. . . .
. . . .
. . . .

werkblad 5 naam . . . .

REKENZINNEN

In rekentaal maken we niet zo vaak gebruik van woorden. We gebruiken getallen en we gebruiken een aantal tekens.
Hier zijn twee tekens uit de rekentaal die je al goed kent:

$\boxed{+}$ $\boxed{-}$

▸ Kun je zelf in woordentaal zeggen wat ze betekenen?

. . . .
. . . .

$\boxed{=}$ is ook een teken uit de rekentaal.

Het betekent: *is hetzelfde als* of *is gelijk aan*.
Met getallen en deze drie tekens kunnen we allerlei rekenzinnen opschrijven.

Bijvoorbeeld: $\boxed{7 + 3 - 2 = 8}$

▸ Geef zelf een ander voorbeeld van een rekenzin.

. . . .

▸ Is het waar wat je hierboven hebt opgeschreven?

. . . .

▸ Kun je ook een voorbeeld geven van een rekenzin die niet waar is?

. . . .

▸ Welke tekens uit de rekentaal ken je nog meer?

. . . .

▸ Probeer je antwoorden van blad 4 in rekenzinnetjes te schrijven.

. . . .
. . . .
. . . .

werkblad 6 naam . . . .

UITSPRAKEN

Piet eet een appel is een zin in woordentaal.

We noemen zo'n zin ook wel een *uitspraak* of een *mededeling*.

Eet Piet een appel? is een *vraag*.

Het is *geen* uitspraak, want er wordt niets meegedeeld.

Piet eet niet

▸ Is dit een uitspraak?

. . . .

Soms is een uitspraak waar.
We noemen het dan een *ware uitspraak*.

▸ Ga van de volgende uitspraken na of ze *waar* zijn of *niet waar* zijn.

	waar/niet waar
Amsterdam is de hoofdstad van Nederland	. . . .
Het sneeuwt altijd op 15 mei	. . . .
Arnhem ligt in Zeeland	. . . .
Er groeien bomen in een bos	. . . .
Het hoofd van onze school is een vrouw	. . . .

▸ Verzin zelf een ware uitspraak.

. . . .

▸ Ook een uitspraak die niet waar is.

. . . .

▸ En een zin (in woordentaal) die geen uitspraak is.

. . . .

6

werkblad 7 naam . . . .

UITSPRAKEN

▶ De rekenzin $\boxed{32 - 7 = 20}$ is ook een uitspraak.

Is het een ware uitspraak?

. . . .

▶ $\boxed{5 \times 13 = ...}$ is *geen* uitspraak.

Waarom niet?

. . . .

Pas als je het antwoord hebt ingevuld, heb je een uitspraak gedaan. Je hebt dan iets gezegd over 5 X 13.

▶ $\boxed{5 \times 13 = 80.}$

Deze uitspraak is . . . .(waar/niet waar)
Vul aan tot een ware uitspraak: 5 X 13 = ...

De rekenzin $\boxed{32 - 5 = 17}$ doet een uitspraak die niet waar is.

We zeggen dat meestal niet zo 'deftig'. We zeggen: die som is fout.
We bedoelen daarmee: de uitspraak in die rekenzin is niet waar.

▶ Geef zelf in een rekenzin een voorbeeld van een ware uitspraak.

. . . .

▶ Geef ook een voorbeeld van een uitspraak die niet waar is.

. . . .

werkblad 8 naam . . . .

VERGELIJKEN

▶ Meet de lengte van elk der onderstaande lijnstukken (in centimeters) en schrijf het getal eronder.
Teken in elk vakje een rechte lijn die de bovenkanten van de twee lijnstukken verbindt; teken ook een lijn die de onderkanten verbindt. Als het kan trek je de lijnen door tot hun snijpunt – maar niet verder.

①

. . . . . .

het linker getal (vul in)
. . . .[1])
het rechter getal

[1]) Kies het juiste: is groter dan
is kleiner dan
is gelijk aan

②

. . . . . .

het linker getal
. . . .
het rechter getal

▶ ③

. . . . . .

het linker getal
. . . .
het rechter getal

④

. . . . . .

het linker getal
. . . .
het rechter getal

▶ ⑤

. . . . . .

het linker getal
. . . .
het rechter getal

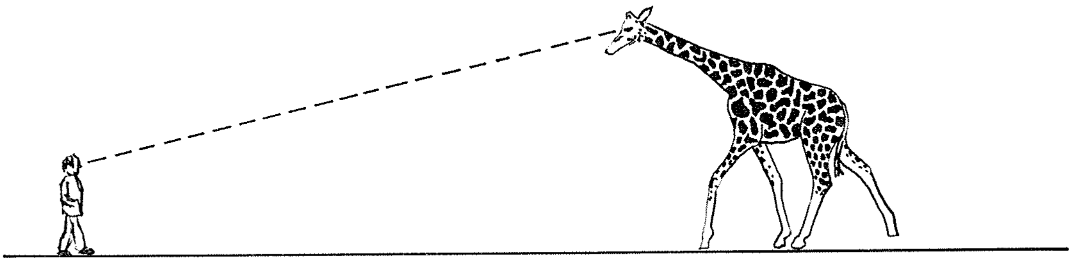
⑥

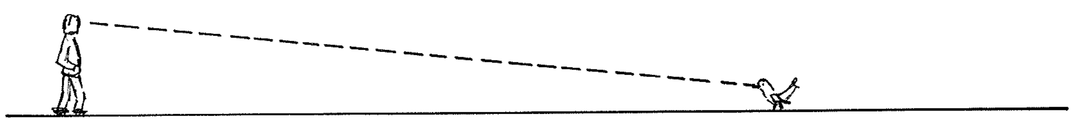
. . . . . .

het linker getal
. . . .
het rechter getal

werkblad 9 naam . . . .

VERGELIJKEN





▸ Je kunt in de plaatjes van het vorige blad drie soorten onderscheiden. Welke?

– Als het eerste . . . . het tweede, vormen de lijnen een figuurtje dat er zó uitziet: <

– Als het eerste . . . . het tweede, vormen de lijnen een figuurtje dat er zó uitziet: . . . . (tekenen)

– Als het eerste . . . . het tweede, vormen de lijnen een figuurtje dat er zó uitziet: . . . . (tekenen)

Deze figuurtjes hebben in de rekentaal een vaste betekenis.

$\boxed{>}$ betekent: . . . is kleiner dan . . .

$\boxed{<}$ betekent: . . . is groter dan . . .

$\boxed{=}$ betekent: . . . is gelijk aan . . .

Je weet: 3 is kleiner dan 5.
We schrijven dat in rekentekens zó: $3 < 5$

▸ Bij elk plaatje van blad 8 is een passende rekenzin te schrijven. Doe dat.

1 . . . . 2 . . . .

3 . . . . 4 . . . .

5 . . . . 6 . . . .

werkblad 10 naam . . . .

VERGELIJKEN

> < =

Deze tekens gebruiken we in de rekentaal als we getallen vergelijken.

Weet je nog wat we met die tekens bedoelen? Zo nee, kijk het dan nog even na op het vorige blad.

De volgende opdracht doe je met z'n tweeën. Je hebt een dobbelsteen nodig en een potlood.

▸ Neem de dobbelsteen. Werp om de beurt en vorm zo zes paren getallen. Noteer je worpen in het volgende schema:

	het aantal ogen dat de eerste speler heeft gegooid	het juiste teken: >, <, =	het aantal ogen dat de tweede speler heeft gegooid
1e worp			
2e worp			
3e worp			
4e worp			
5e worp			
6e worp			

Als je geen fouten hebt gemaakt, heb je zes ware uitspraken gekregen in het bovenstaande schema.
In ieder van die uitspraken worden twee uitkomsten met elkaar vergeleken.

6

werkblad 11 naam . . . .

HET GEBRUIK VAN TEKENS

Je kent al een heleboel tekens uit de rekentaal.

Allereerst de cijfers $\boxed{0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9}$

waarmee je getallen kunt schrijven.

Verder de tekens $\boxed{+\ -\ \times\ :}$

om te zeggen wat je met die getallen wilt doen.

En ook de tekens $\boxed{>\ <\ =}$

die je kunt gebruiken als je getallen vergelijkt.

Met deze tekens kunnen we rekenzinnen opschrijven.

$\boxed{=}$ Dit teken gebruik je vaak als je rekenzinnen schrijft.

Je gebruikt het om te zeggen:
het getal (het zinnetje) links van het teken *is gelijk aan* (is evenveel als, is hetzelfde als) het getal (het zinnetje) rechts van het teken.

6 + 1 is gelijk aan 21 : 3.
We kunnen dus schrijven: 6 + 1 = 21 : 3

▸ Vak A

3+5 **6+1** **42** **100−82** **56** **75 : 3** **7−2**

Maak ware rekenzinnen.
Gebruik het = teken.
Kies steeds eerst een getal uit vak A en zoek daarbij in vak B een getal dat er gelijk aan is. Schrijf de ware rekenzinnen op.

Vak B

16 : 2 **3X8** **42 : 6** **3+2** **5X5** **2X9** **7X8**

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

werkblad 11a **naam** . . . .
(enrichment)

▶ Lees van links naar rechts

stap	spat . . . .
lepel	negen . . . .
kruk	pink . . . .

▶ Lees nu elk woord van rechts naar links. Schrijf het nieuwe woord op de stippellijn ernaast. Niet ieder nederlands woord heeft een betekenis als je het van rechts naar links leest.

▶ Lees de volgende rekenzinnen eerst van links naar rechts.
Lees daarna elke zin van rechts naar links; lees daarbij ook het *teken* van rechts naar links.
Schrijf de nieuwe zin ernaast.

$3 < 5$	. . . .	$2 \times 4 < 9$	. . . .
$2 + 8 > 3 + 6$	. . . .	$3 \times 4 = 6 + 5$	. . . .
$10 = 5 + 5$	. . . .	$100 + 1 > 100 + 10$	. . . .

▶ Is elke zin waar van links naar rechts?

. . . .
. . . .

▶ Is een ware zin ook waar als je hem van rechts naar links leest?

. . . .
. . . .

▶ En een niet ware zin?

. . . .
. . . .

werkblad 12 naam . . . .

WAAR OF NIET WAAR?

- Bepaal de som van 113 en 527 en schrijf er een ware rekenzin over op.

. . . .

- Vermenigvuldig 19 met 8. Schrijf dat op in een ware rekenzin.

. . . .

- **De som van 34, 47, 28, en 69 is kleiner dan 200.**

Is dit waar of niet?

. . . .

- Schrijf de uitspraak die hierboven staat als een ware rekenzin.

. . . .

- Is deze rekenzin waar: $\boxed{5 \times 19 + 5 \times 2 > 5 \times 20}$

. . . .

- Verklaar je antwoord

. . . .
. . . .

- Is de onderstaande uitspraak waar of niet waar?

De som van drie getallen onder de twintig is kleiner dan 60.

- Verklaar je antwoord.

. . . .
. . . .

werkblad 13 naam . . . .

WAAR OF NIET WAAR?

Kunnen de volgende uitspraken waar zijn, of zijn ze niet waar?
Zet als antwoord een kruisje in de juiste kolom.
Bedenk ook enkele uitspraken en schrijf die onderaan op.

Uitspraak	is waar of kan waar zijn	is niet waar
$4 < 7$		
$3 + 2 = 4 + 1$		
Piet is een kanarie		
Piet is een jongetje		
$12 \times 12 = 4 \times 36$		
Grootmoeder is jonger dan moeder		
Grootvader is kleiner dan vader		
$17 > 2 \times 6 + 5$		
Mijn oudste zusje is jonger dan ik		
$17 + 34 + 51 = 6 \times 17$		
$3 + 8 = 11 + 3$		
Mijn zusje heet Marijke		
Mijn zusje heet Johan		
$101 - 11 = 8 \times 10 + 2 \times 5$		

werkblad 14 **naam . . . .**

EEN RIJ GETALLEN

- Je gaat een rij getallen maken. Doe de berekeningen uit je hoofd en schrijf alleen de antwoorden op.
  Doe het zo:
  Begin bij het getal 12. Schrijf het op. Tel er 3 bij en schrijf de uitkomst op. Tel bij dit getal weer drie en noteer weer de uitkomst. Ga door tot je een getal groter dan 25 hebt verkregen.

  . . . .

- Je kunt over die rij van alles opmerken, bijvoorbeeld met welk getal de rij begint.
  Wat kun jij allemaal zeggen over die rij getallen?
  Schrijf je antwoorden op in voor iedereen begrijpelijke zinnen.

  . . . .
  . . . .
  . . . .

- Kijk goed of elk 'is gelijk aan'-teken juist gebruikt is.

$\boxed{12 + 3 = 15 + 3 = 18}$

- Schrijf eens op welke sommetjes (rekenzinnen) jij er in ziet.
  Schrijf bij elke rekenzin of hij waar is of niet.

  . . . .
  . . . .
  . . . .
  . . . .

- Hoe komt het nu dat $\boxed{12 + 3 = 15 + 3 = 18}$ niet juist is?

  . . . .
  . . . .
  . . . .

werkblad 15 naam . . . .

EEN RIJ GETALLEN

- Is het $\boxed{=}$ teken juist gebruikt in deze rekenzin:

$\boxed{6 + 3 = 9 + 3}$

. . . .

- $\boxed{< \quad = \quad >}$

Vul het passende teken in, zodat je een ware uitspraak krijgt:

$\boxed{6 + 3 \ldots 9 + 3}$

- Ook: $23 - 3 \ldots 26 - 6 \ldots 16 + 4 \ldots 4 \times 5$.
  En ook: $24 + 3 \ldots 27 + 3 \ldots 30 + 3 \ldots 33$.

Hieronder staan twee koppels van rekenzinnen: ① en ②.
Eén ervan is onzin. Welke? En waarom?

① **27 – 24 = 24 – 21 = 21 – 18 = 18 – 15 = 15 – 12**
② **12 + 3 = 15 + 3 = 18 + 3 = 21 + 3 = 24 + 3 = 27**

. . . .
. . . .
. . . .

- Bekijk nogmaals de rij getallen van werkblad 14.
  Iemand neemt één van de getallen van die rij in gedachten en trekt er het voorgaande getal uit die rij van af.

  De uitkomst is . . . .

- Neem een getal van de rij en tel er 3 bij. Is de uitkomst weer een getal van de rij?

  . . . .

  Welke? Of: waarom niet?

  . . . .

- Neem een getal van de rij en tel er 4 bij.
  Is de uitkomst een getal van de rij?

  . . . .
  . . . .
  . . . .

werkblad 16 naam . . . .

WARE REKENZINNEN

Afspraak:
Voor 'is *niet* hetzelfde als' of 'is *niet* gelijk aan' wordt een teken gebruikt dat er zo uitziet: $\neq$
Bijvoorbeeld: $3 + 2 \neq 4$.

▸ Kies het juiste teken, zodat je een ware uitspraak krijgt.

$\boxed{= \ < \ >}$

$15 + 8$ .. $20 + 4$
$\frac{1}{3} \times 17 + 1$ .. $5 + \frac{2}{3}$
$99 + 1$ .. $10000 : 100$
$23 + 32$ .. $32 + 23$
$18 + 6$ .. 17×7

$\boxed{= \ \neq}$

$15 + 8$ .. $20 + 4$
$\frac{1}{3} \times 17 + 1$ .. $5 + \frac{2}{3}$
$99 + 1$ .. $10000 : 100$
$23 + 32$ .. $32 + 23$
$18 + 6$ .. 17×7

▸ Kies ook hier steeds een teken of een getal dat de twee uitspraken op dezelfde regel verbindt tot een ware rekenzin.

$13 + \ldots$ $>$ 15
$44 \ldots 4$ $=$ 40
17×2 ... 35
$124 \ldots 4$ $=$ 31
$48 - \frac{16}{2}$ ... 5×8
$100 : 10$ $=$ $\ldots \times 2$

$4233 : 17$ ... $3167 : 13$
$448 \ldots 4$ $<$ 11×11
193×127 ... 189×125
$\frac{98 \times 6 \times 5}{2 \times 15}$ $=$ $\ldots \times 49$
7×753 $>$ $\ldots \times 7$

▸ Schrijf hieronder een *korte samenvatting* van de serie opdrachten waarin moet staan welke nieuwe dingen je geleerd hebt.

Noteer eveneens wat je uit deze serie niet (goed) begrepen hebt.
Zorg dat je een goed antwoord krijgt op alle vragen die je nog over de serie hebt.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

6.3 EEN OUDERAVOND IN POORTVLIET

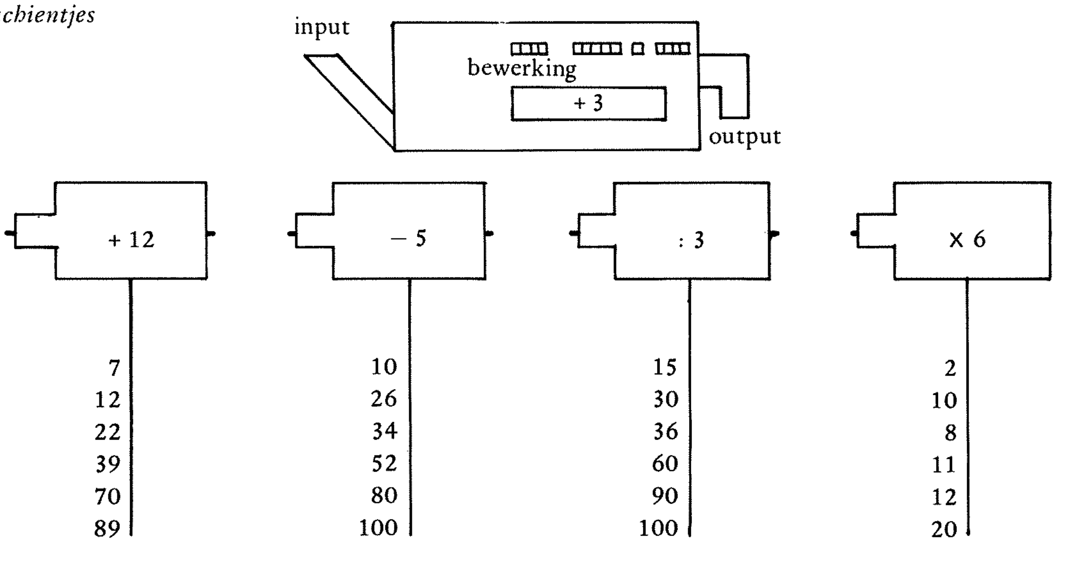
J. WALHOUT

De heer J. Walhout uit Poortvliet stuurde ons een programma van een ouderavond alsmede een verslag.
We hebben veel waardering voor zijn initiatief. Het is een verheugend verschijnsel dat de scholen in toenemende mate de ouders laten kennismaken met onderwijsveranderingen en hen ook konsulteren hierover.
Van verschillende kanten hoorden we dat er voorbereidingen getroffen worden om in het komende kursusjaar een wiskobas-ouderavond te organiseren. Opname van dit verslag en van fragmenten uit het programmaboekje leek ons derhalve gewenst.

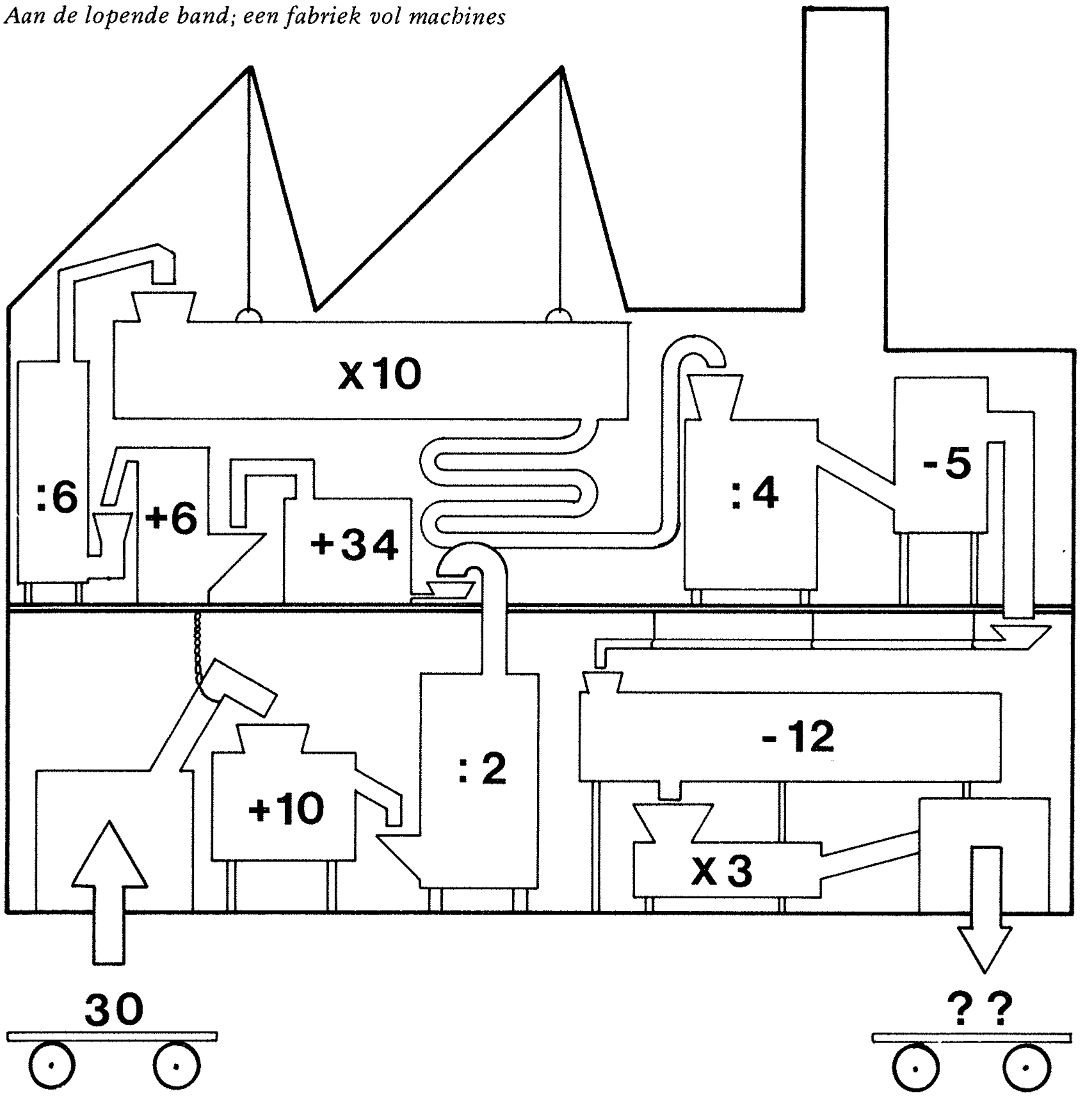
Geachte heren,

Als oud-kursist van de kursus Wiskobas te Tholen, waar de heer De Kok uit Middelburg onze kursusleider was, wil ik graag enkele reakties laten horen.
Deze kursus hebben we met veel plezier en interesse gevolgd en het leek ons wenselijk om ook de ouders hierover te informeren. We hebben dit gedaan op onze ouderavond van 8 mei j.l.
Op het bijgaande programma kunt u zien hoe deze avond verlopen is. De onderwijzer van klas 3 en 4, de heer A.J. Mol, heeft met zijn klassen gewerkt met het spijkerbord vanuit het blok 'Meten'. De figuren die gemaakt moesten worden hadden steeds dezelfde omtrek maar de oppervlakte kon variëren. Omdat er niet voldoende spijkerborden waren konden de ouders meetekenen op ruitjespapier.
Daarna hebben de leerlingen voor 'machientje' gespeeld met kaartjes op de borst, waarna ouders en kinderen dit ook op papier konden uitproberen.

Machientjes

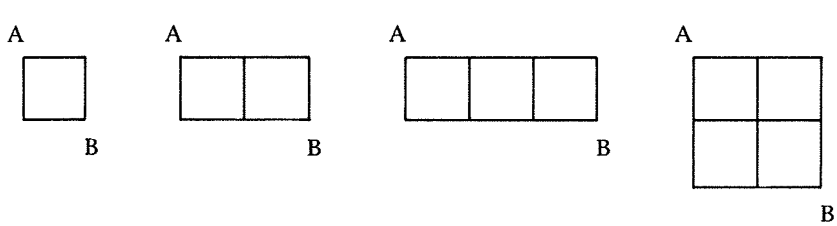


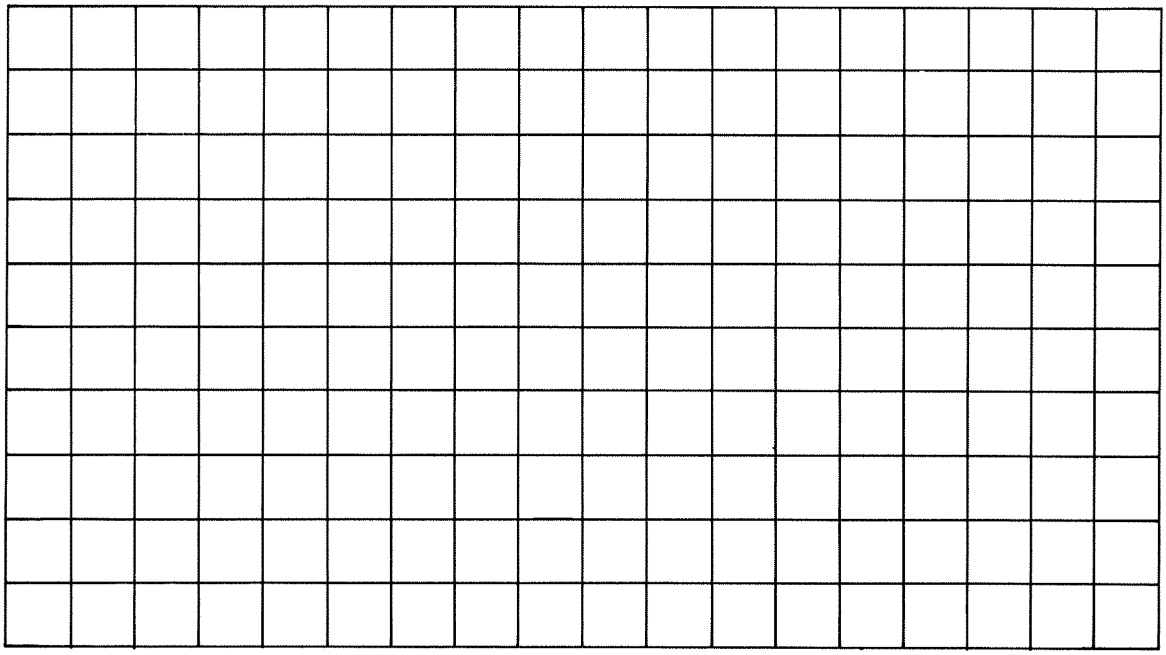
Aan de lopende band; een fabriek vol machines



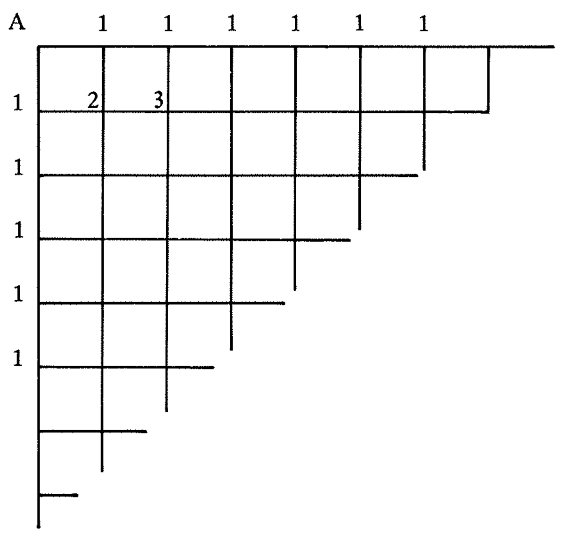
Na de pauze was het mijn taak om de ouders van dit alles iets duidelijk te maken. Evenals in de klas moest ook hier het zelf-ontdekken door zelf-doen centraal staan. Na een korte achtergrond-informatie heb ik enkele voorbeelden gegeven van dat zelf-ontdekken.
In verband met de tijd zijn alleen de onderstaande opdrachten behandeld.

De weg van A naar B
Bekijk onderstaande 'velden' goed en schrijf er bij op hoeveel manieren je van A naar B kunt. (Je mag die wegen ook tekenen op het volgende blad)

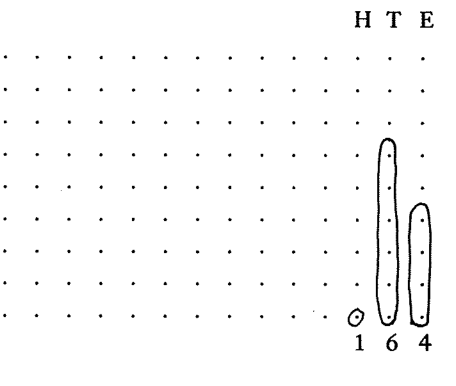




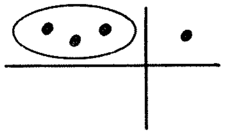
Probeer nu eens een systeem te bedenken, waardoor men kan zien op hoeveel manieren je van A naar 'elk' ander punt kunt gaan.
Begin bij A en ga steeds een hokje verder.



Getallen maken
Op het spijkerbord hiernaast is het getal 164 gemaakt
Maak ook de getallen 257, 100, 38 en 40.
Wat betekenen de letters H, T en E ?
H = ...
T = ...
E = ...
Eigenlijk maken we steeds groepjes.
Zo'n groepje wordt nooit groter dan 9.
Daarna wisselen we ze in voor een tiental.

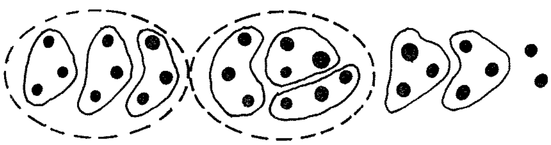


Maak nu eens groepjes van drie. Zet er een kringetje om.

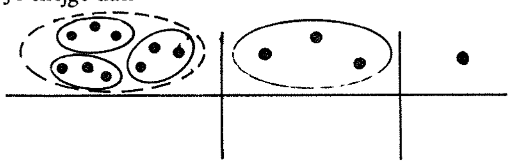


Er zijn . . groepjes.
Er blijven . . lossen over.

Weer groepjes van 3.
Zodra er drie van die groepjes zijn gaan die samen in een zak.



Je krijgt dan:



Opvallend was de verwondering (vooral bij oud-HBS-ers) over het ontdekken van de driehoek van Pascal en over het kunnen spelen met H, T en E in andere talstelsels.

Bij de nabespreking is vooral gevraagd naar en ingegaan op het verdere beleid om tot een nieuw leerplan te komen.

Wat houdt het in?
Het maken van een leerplan.
IOWO: Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde-Onderwijs.
WISKOBAS: Wiskunde op de basisschool.

1 ontwerp
2 uitproberen op de eksperimenteerschool in arnhem.
3 terug naar IOWO
4 kursus onderwijzers (2 jaar)
5 terug naar IOWO
6 nieuwe kursus onderwijzers (2 jaar)
7 terug naar IOWO
8 ontwerp leerplan (rekenprogramma) door IOWO
9 aanbieding leerplan
10 rekenmetode

IOWO behartigt WISKO niet alleen bij BAS, maar bij alle vormen van onderwijs.
Er komt dus een planning van kleuteronderwijs tot de hoogste tak van onderwijs. Iedere school weet wat het voorgaande en vervolgende onderwijs voor WISKO-programma heeft.

Globaal genomen was men blij en soms zelfs entoesiast over deze avond en over de kennismaking met deze voor velen vreemde materie. Men staat er niet afwijzend, maar wel afwachtend tegenover. De algemene tendens van de opmerkingen is: *'Maak eens waar en overtuig ons dat het goed is of beter dan wat we nu hebben!'*

Wij als leerkrachten doen ons best hierin, ook al sta je soms als voor een muur. Misschien kunt u in het Wiskobas-Bulletin of op andere wijze hier aandacht aan besteden en ons daarbij helpen.
Deze avond heeft wel geresulteerd in het verzoek om het volgend jaar een soort 'ouderkursus' te geven. We zijn hier natuurlijk erg blij mee en ik heb het dan ook toegezegd. Maar hoe ik het moet realiseren is me nog niet helemaal duidelijk. Misschien kunt u ook hierbij enkele aanwijzingen of ruggesteuntjes geven.
Ik heb deze opmerkingen en reakties aan u doorgegeven omdat ze voor ons, gezien vanuit het doel van onze ouderavond, positief waren en omdat ik meen dat opmerkingen uit het veld een goede graadmeter kunnen zijn voor ieder en voor alles wat met opvoeding en onderwijs te maken heeft.
Met vriendelijke groet,

hoogachtend,
w.g. J. Walhout.

KOMMENTAAR
We hebben al met de heer Walhout afgesproken dat we hem bij de opzet van zijn ouderkursus zoveel mogelijk terzijde zullen staan. Mocht blijken dat de behoefte aan tips voor dit soort kursussen algemeen is, dan willen we daar graag een keer plaatsruimte voor maken in het Bulletin.
De ervaringen die tot nu toe zijn opgedaan komen – samengevat – neer op:
- *niet te veel praten maar de twee-eenheid 'wiskunde-onderwijs' aan den lijve laten ervaren in groepswerk, spel, eksperiment en diskussie*
- *geef alle groepen verschillende opdrachten; de uitwisseling van ervaringen na afloop krijgt dan meer betekenis.*

De vraag 'overtuig ons dat het goed of beter is dan wat we nu hebben' wordt veelal gesteld vanuit een vrees voor het nieuwe.
U kunt er in dit verband op wijzen dat het programma inhoudelijk – althans voorlopig – niet zo ver afwijkt van het bestaande. Wiskobas vertrekt vanuit *het aktuele onderwijsgebeuren. Een vrees voor geweldig revolutionaire inhoudelijke veranderingen is voorshands ongegrond.*
Onderwijskundig verandert er wel heel wat en dat laat u de deelnemers nu juist ervaren tijdens de ouderavond of -kursus.
Voorts kunt u attent maken op de o.i. degelijke werkwijze bij het ontwerpen. Het Variabel Blok van dit bulletin geeft daarover veel informatie.

6.4 AMSTELVEENS CERTIFIKATENFEEST

Het was een feest op 19 juni jl. in Amstelveen. Zonder meer!
De uitreiking van de certifikaten aan de 91 deelnemers van de heroriënteringskursus Wiskobas in Amstelveen was de kern van het gebeuren.
Een tweejaarlijkse kursus die 40 bijeenkomsten bevat met een afvalpersentage van niet meer dan 10%, is zeker uniek te noemen.

Tijdens het eerste kursusuur werd in groepen aan een praktikum 'algoritmiek-blokschema's' gewerkt.
Na een door het gemeentebestuur aangeboden verfrissing volgde het meer officiële en feestelijke programma. Uiteraard vele sprekers, maar dat was deze keer niet vervelend; de toespraakjes waren gekruid met anekdotes.
De heer W.A. Steenbergen – gemeentelijk inspekteur van het onderwijs in Amstelveen en dè grote animator – verwelkomde ieder, bewonderde de trouw der kursisten en bedankte de docenten.
De slogan 'Snoep verstandig, eet een appel' bleek voor Edu Wijdeveld de bouwstenen voor 'wiskunde-onderwijs' en voor een verantwoord onderwijs-beleid te bevatten.
Ger Blaauw sprak namens de kursusdocenten[1]). De kwaliteit van de kursisten was bizonder goed en hun entoesiasme werkte aanstekelijk.
De burgemeester van Amstelveen, Jhr. Drs. P.A.C. Beelaerts van Blokland reikte vervolgens de certifikaten alsmede 'maTEMAtika' uit. Een vijftal kursisten werd letterlijk in de bloemetjes gezet omdat zij geen enkele bijeenkomst hadden gemist.

Het kiekje dat na afloop werd gemaakt willen wij u niet onthouden, mede omdat het aardige tel- en wie-is-wie-problemen bevat.

[1]) Het team kursusdocenten bestond uit: Ger Blaauw, Pim van Drooge, Ger de Haan en Dik Oort.

6.5 VISSEN MET POTEN

ROOS IN DE BETOUW

Roos in de Betouw, studente aan de gemeentelijke pedagogische akademie te Amsterdam heeft in een hospiteerverslag enkele ervaringen beschreven over intuitief kansbesef met zeer moeilijk lerende kinderen.
Doel van de twee door haar gegeven lessen: 'het aanleren van de begrippen: mogelijk, onmogelijk, zeker.'

Enkele fragmenten uit de eerste les
'Kun je twee maal per jaar jarig zijn?'
'Ja dat kan best.'
Mijns inziens hebben ze totaal geen tijdsbesef. Ze schrikken helemaal niet als je vertelt dat je 100 jaar bent.

'Is het zeker dat het morgen gaat regenen?'
De meesten weten het zeker; een enkeling betwist het. Niemand zegt dat het mógelijk is, dat er een kans bestaat.

Wel hebben ze door dat er verschil is in de overwinningskansen van bijvoorbeeld Ajax:
- de kans dat Ajax van Schellingwoude wint is erg groot
- de kans dat Ajax van De Volewijckers wint, is minder groot
- de kans dat Ajax van Feijenoord wint is nog kleiner.

Overigens is alles dat gek en grappig is, onmogelijk voor hen. Het is onmogelijk dat een baby een sigaret rookt, dat een jongen een rok aan heeft.

De tweede les
Hiervoor heb ik een stencil gemaakt met in de linkerkolom onmogelijkheden. Achtereenvolgens:
- een bloem met vierkante blaadjes
- een poppetje met bloemen in plaats van handen en voeten
- een auto zonder wielen
- een vis zonder vinnen, maar met poten
- een huis zonder deur en met een 'zwevend' dak

In de rechterkolom moeten de onmogelijkheden omgezet worden in mogelijkheden.
Uiteraard moeten de kinderen eerst aan de hand van voorbeelden attent gemaakt worden op de onmogelijkheid van bepaalde situaties. Het zelf bedenken van deze situaties wordt gewaardeerd.
Veel kinderen zien de fouten (de onmogelijkheden) wel, maar het natekenen levert problemen op.
Afbeelding 1 toont de resultaten van Martin (15 jaar).

onmogelijk	mogelijk