wiskobas bulletin

Jaargang 2, nr. 1
November 1972

WISKOBAS-BULLETIN

— Bulletin ter begeleiding van het eksperiment 'Wiskunde — op de Basisschool'.
— Verschijnt gedurende de tweede jaargang 6 keer

JAARGANG 2, Nr. 1 — NOVEMBER 1972

REDAKTIEADRES:
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

ABONNEMENTSPRIJS:
f 25,– per jaargang.
Men abonneert zich door dit bedrag over te maken op girorekening 500167 van Vlaer en Kol te IJsselstein, t.n.v. V.V.C., rek.nr. 218401450, onder vermelding van 'WISKOBAS-BULLETIN'.

Verzamelabonnementen voor studenten Pedagogische Akademies en kursisten Heroriëntering f 15,– per jaargang (aanmelden via docent).

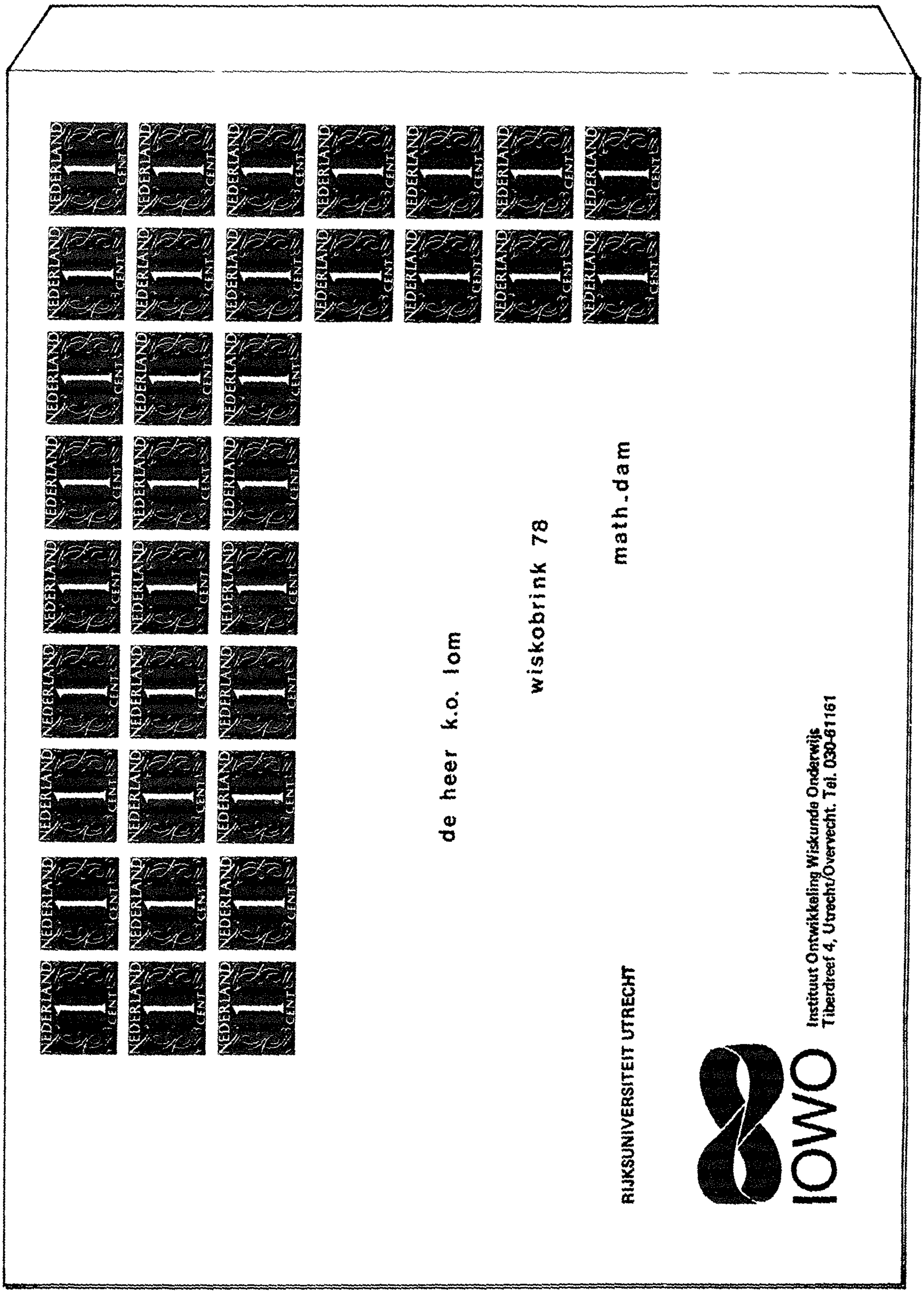
INHOUD

EEN UITGAVE VAN HET INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS

Trieke Brinkman

INHOUD

vastblok



'.... samen leveren ze het vereiste porto op ....'

H. FREUDENTHAL

GELIJKE MONNIKEN – GELIJKE KAPPEN

Geregeld wordt me – mondeling of schriftelijk – gevraagd:
'hoe komt het, dat in verzamelingen twee gelijke elementen als één element worden beschouwd'
en 'hoe zit dat nou, heeft een klasse van leerlingen maar één element, omdat ze allemaal leerling zijn? '
Van wat ik op dergelijke vragen antwoord, volgt hier een voorbeeld.

Behalve de gemeenzame taal kent het nederlands (en net zo elke andere taal) subtalen, die speciale doeleinden dienen – elk beroep, elk vak, elk klubje heeft zijn aparte taaltje dat op de gemeenschappelijke taal parasiteert. In de wiskunde is al lang zo'n aparte taalvorming aan de gang, niet alleen wat afzonderlijke woordjes, maar ook wat hele konstrukties betreft – denkt u maar aan konstrukties zoals 'de vierkantswortel uit een gegeven getal is het getal dat in het kwadraat verheven het gegeven getal oplevert' – een konstruktie waarvan men in de omgangstaal tevergeefs voorbeelden zou zoeken.
Zolang de wiskundige objekten nog zo nauw met de realiteit verweven zijn, dat men ze als het ware met de vingers kan aanwijzen, mag met een wat vage taal worden volstaan, maar naar mate de wiskunde abstrakter wordt, heeft zij behoefte aan meer precisie in het taalgebruik.

Het woord 'gelijk' heeft in deze ontwikkeling een nauwkeuriger betekenis gekregen. 'Alle mensen zijn gelijk', kan men zo maar in de omgang zeggen, om als iemand het er niet mee eens is, de toelichting te verstrekken: 'ik bedoel, voor de wet'.
Een postzegelverzamelaar mag best twee postzegels van 1 ct gelijk noemen, maar als hij een hele brief wil frankeren, kan hij het toch met 35 ervan doen, omdat ze nu eenmaal verschillend zijn en dus samen het vereiste porto opleveren.

Nog niet zo lang geleden noemde men in de meetkunde twee lijnstukken gelijk, als ze dezelfde lengte hadden, ook al lagen ze op verschillende plaatsen.
Van deze terminologie is men – terecht – afgestapt; men noemt ze tegenwoordig *kongruent*, of men zegt, dat de *lengte* van het ene stuk *gelijk* is aan die van het andere.

Een verzameling van drie appelen is zeker niet gelijk aan een verzameling van drie peren; evenmin is een verzameling van drie knikkers gelijk aan een verzameling van drie andere knikkers. Wel zijn hun *aantallen* gelijk.
In de omgangstaal worden twee objekten wel eens gelijk genoemd als ze in één of in een aantal kenmerken overeenstemmen.
In de wiskunde prefereert men, ze alleen gelijk te noemen als ze in *alle* kenmerken overeenstemmen. Zou men namelijk aan de gebruiken van de omgangstaal willen vasthouden en objekten al gelijk noemen als ze maar in een aantal kenmerken overeenstemmen, dan zou men voor de precisie van de wiskunde toch telkens er aan moeten toevoegen, in welk opzicht ze gelijk zijn. Men reserveert derhalve het woord 'gelijk' voor algehele overeenstemming. Twaalf 'dezelfde' borden, op elkaar in de kast gestapeld, zijn allemaal verschillend – op zijn minst al omdat ze verschillende plaatsen innemen.

Maar hoe zit het dan met
$3+2=5$,
met zijn gelijk-teken tussen de uitdrukkingen '3+2' en '5'?
Worden hier niet twee uitdrukkingen gelijk genoemd terwijl ze nog een beetje verschillen, namelijk t.a.v. het aantal tekens waarmee ze zijn geschreven?

Wel, de verklaring hiervoor luidt als volgt: '3+2' en '5' stellen hetzelfde ding voor, het getal, dat we het kortste '5' noemen. Het zijn namen voor hetzelfde ding. Men moet namelijk een ding wel onderscheiden van de namen, waarmee het kan worden opgeroepen.

In *Londen ligt aan de Theems*
en *'Londen' heeft zes letters*
hebben we met twee Londens te maken, een keer de stad, en de andere keer een nederlandse naam voor die stad, die ik in 't tweede geval veiligheidshalve al in zwevende komma's heb ingelijst om de stad van haar naam te onderscheiden.
Een andere naam voor Londen is 'de hoofdstad van Engeland' en derhalve mag ik ook best zeggen

De hoofdstad van Engeland ligt aan de Theems

terwijl de tweede uitspraak, omtrent de naam van die stad, fout wordt als ik 'Londen' door 'de hoofdstad van Engeland' vervang.
In de omgang zegt men ook 'is' i.p.v. 'gelijk aan'. Dit klopt bij

Londen is de hoofdstad van Engeland –

inderdaad zijn het dezelfde dingen. Maar het 'is' in

Londen is een stad

is van een ander karakter. 'Stad' vertegenwoordigt een verzameling, de verzameling van de steden en Londen is er lid van:

Londen $\in$ {*steden*}.

Laten we terugkeren tot ons uitgangspunt, namelijk dat in de omgang soms alle partiële gelijkheden door het woord gelijk worden weergegeven. Hoe zou je op een wijze, meer op de wiskunde geïnspireerd,

Gelijke monniken – gelijke kappen

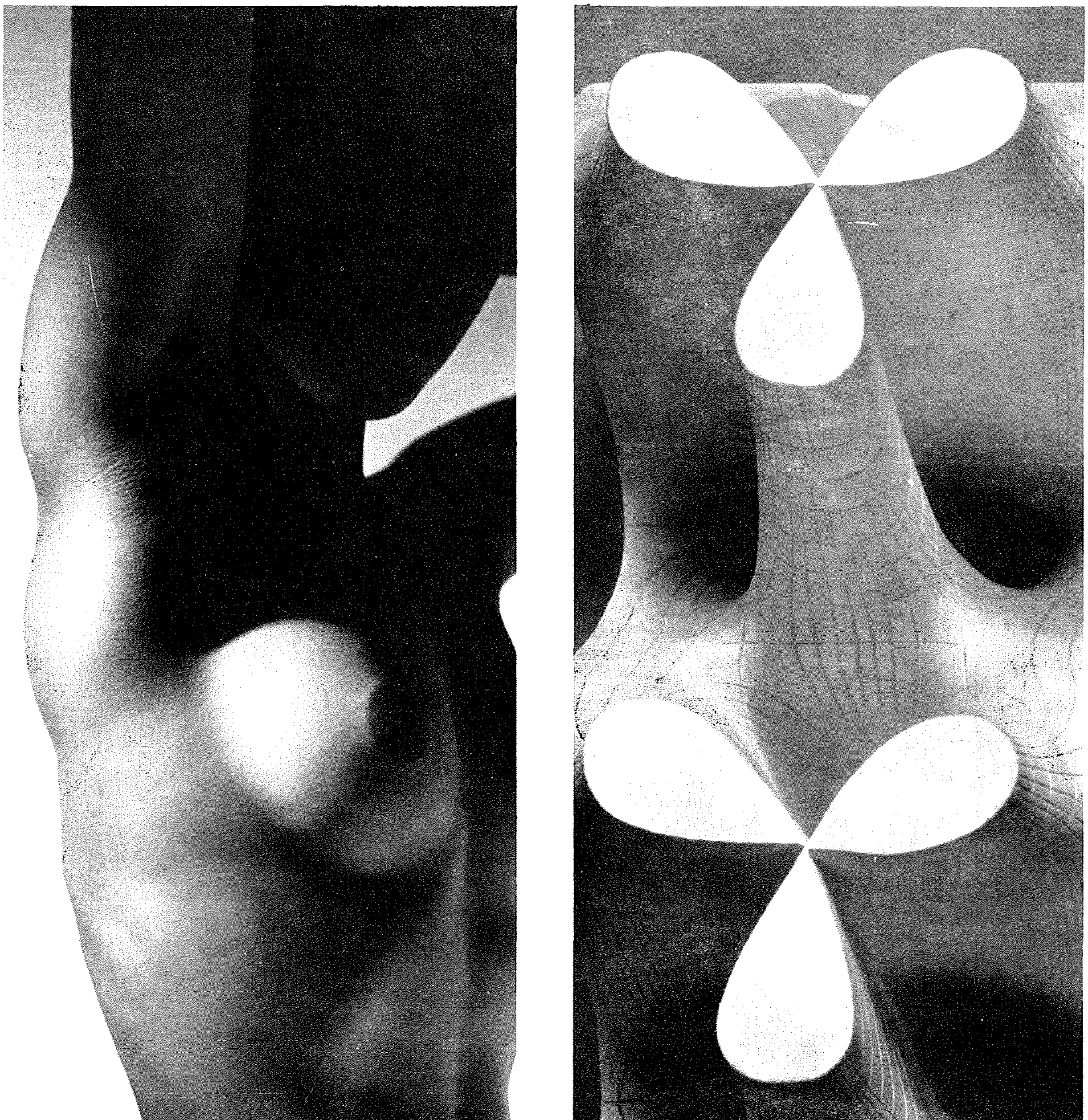
moeten zeggen?
Gelijke monniken – wat betekent dit? Ik dacht, dat ze tot dezelfde orde behoren. Gelijke kappen – kappen van dezelfde makelij. Dus

Monniken die lid zijn van dezelfde orde, dragen hoofddeksels, die uit hetzelfde produktieproces zijn voortgekomen.

Moet het zo? Neen, natuurlijk niet, want de taal moet ook nog aan andere eisen voldoen dan alleen maar wiskundig onberispelijk te zijn.

'gelijke kappen.... gelijke monniken....?'

fig.1



F. VAN DER BLIJ

WIE VAN DE TWEE?

Deze keer een reisverhaalachtig verslag. Eind augustus—begin september bezocht ik na elkaar het tweede internationale wiskunde-onderwijs kongres te Exeter en een enkel museum voor moderne kunst in Londen. De wiskunde-afdeling van het grote Science Museum werd gerekonstrueerd en was dus gesloten. Enkele jaren geleden werd in de Groene Amsterdammer nog eens de aandacht gevestigd op de fraaie kollektie gipsmodellen. Ik neem trouwens aan dat onder stof en achter spinrag in vele universiteiten ook nog een kollektie gips van allerlei grillige vormen te vinden is.
Is het feit dat men in de algebraïsche meetkunde meer aandacht is gaan besteden aan andere dan het reële koördinatenlichaam er mede schuld aan dat de wiskundige aandacht voor modellen van $z = f(x,y)$ in gips verdwenen is? Een eervolle vermelding verdient de omslag van de kollektie foto-kontraposities van E.A. Heiniger, *Masterpieces of Photography, 52 Photos*(zie afb. 1)*. Het onderschrift van de rechterhelft luidt:

> But there is beauty even in the expression of a mathematical formula in terms of a plastic body. This strange but fascinating shape is not the product of a surrealist sculptor's imagination, but a plaster model of the real part of the doubly periodic elliptic funtion $w = \rho'(u)$ (for $g_2 = 4$, $g_3 = 0$), the real part being plotted as an ordinate above the complex plane.

Onder de linker helft staat:
> Beauty is found . . . in many shapes.

Afgezien van het woordje 'even' toch een bemoedigende tekst.

Uit Exeter, uit de afdeling 'Tessalations' bracht ik een velletje 'Altaïr-paper' mee. Er zijn 10 verschillende, verrukkelijk om te kleuren en om uren op te turen om patronen te ontdekken. Als afbeelding 2 drukken we één pagina af. De mapjes zijn door Longman Group Limited 1972 in de handel gebracht (SBN 0582 18625 0).
12 velletjes (toch nog een residu van engelse eenheden!) van ieder soort voor 75 p.

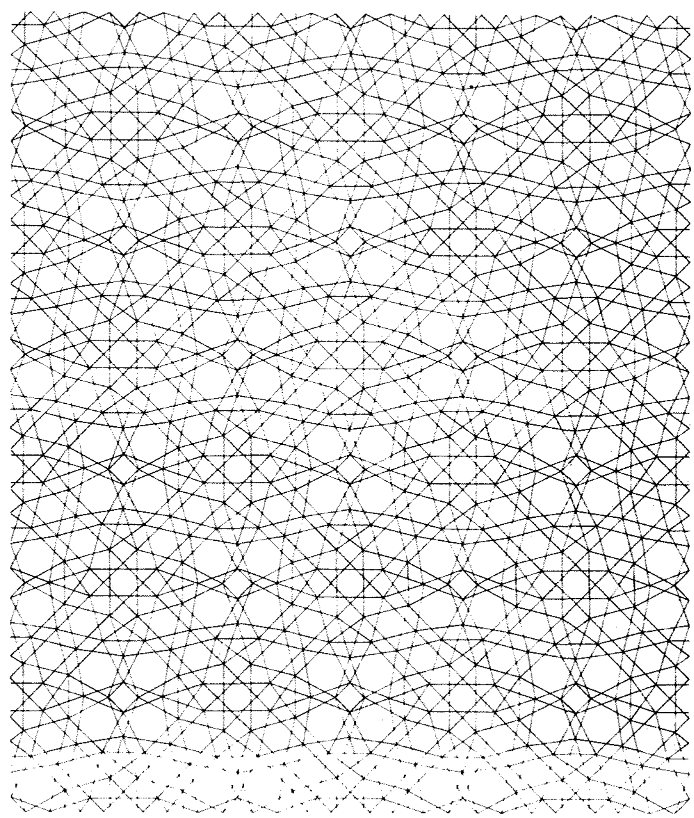


fig.2

Daarna drukken we een plaatsje af van Bridget Riley, *Disturbance 1964* (afb. 3). Het ene hoort thuis op een wiskunde (onderwijs) kongres, het andere in een museum.

---

* Transatlantic Editions, Vaduz/Liechtenstein, 1962.

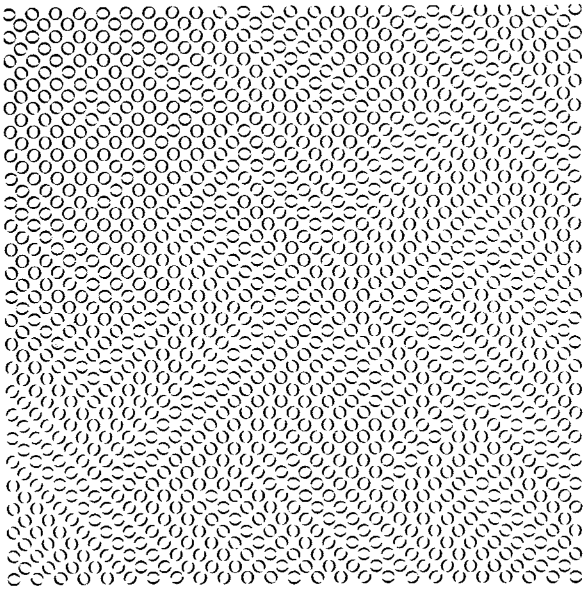


fig.3

Omdat het Science Museum het af liet weten, haalde ik uit m'n verzameling een reproduktie uit het Palais de la Découverte (Université de Paris) van een draadmodel van een *Cubique gauche avec ses tangentes* (afb. 4). En ik stel er onder uit de Tate-Gallery in Londen van Antoine Pevsner: *Maquette of a Monument Symbolising the Liberation of the Spirit, 1952* (afb. 5).

En nu begrijpt u de vraag 'wie van de twee? '. Waarom is het één een kunstwerk en het ander een gebruiksvoorwerp bij wiskunde-onderwijs? Misschien is er wel helemaal geen verschil, alleen vinden we de objekten op heel verschillende plaatsen, in de niet zo erg sakrosankte sfeer van de kunst-musea en in de werkplaatsen van het wiskunde-onderwijs.

Natuurlijk kunt u zelf tientallen andere voorbeelden aanvoeren. Voor de 'stadsplan'-gevel (zij het een alternatief stadsplan dat het vierkant onttroonde en de zeshoek koning liet kraaien) van de Rotterdamse Bijenkorf staat het draadskulptuur van Naum Gabo.

Nog een enkel ander voorbeeld wil ik toevoegen aan deze 'wie van de twee? '. In de Hayward Gallery in Londen (een museum van moderne kunst) vond ik de tentoonstelling 'The new Art'.

Er was *conceptual art*, kent u deze vorm van bijv. tien foto's van eenzelfde objekt maar met verschillende sluitertijden, tien foto's om het uur vanuit het raam van een saai straatje? Maar ook een rij portretten van alle museum-suppoosten of grote heksenkringen van reuze grindstenen, afgewisseld met voorstellen om de aardas te smeren, om de stad Utrecht vol

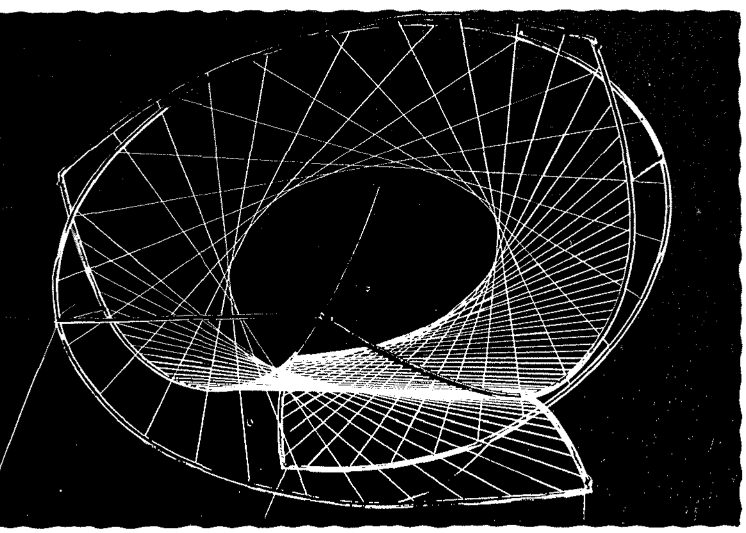
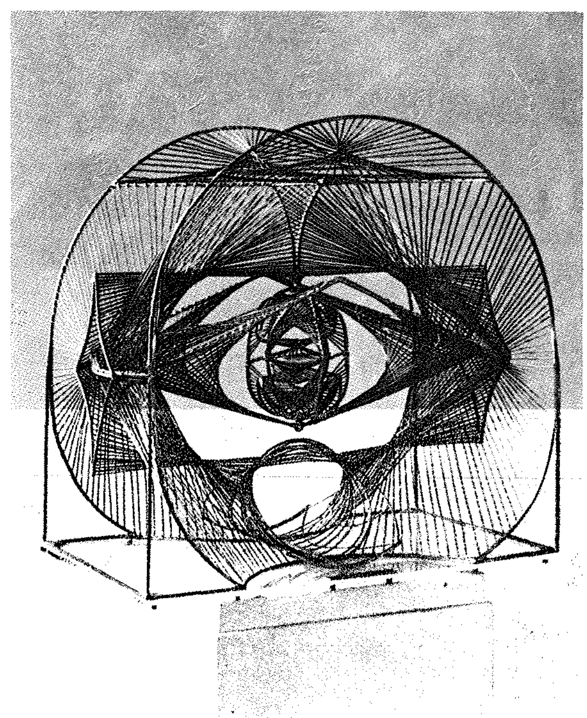


fig.4



.... wie van de twee ....?

fig.5

met bamboe wind-fluiten en/of orgels te hangen.
Maar daar is geen relatie met wiskunde in. Het Art-Language projekt geeft al veel meer aanknopingspunten. De taalschema's doen aan generatieve grammatika denken, de uitgestalde n x n matrix van relaties wordt weliswaar nauwelijks bewerkt, maar wel opgesteld. Eén bladzijde uit de katalogus handelende over deze Art-Language, laat u kwantoren zien, de namen Gödel en Hilbert.

I. A. Richard's argument for the a priori separateness of 'science' and art was based on the difference between the statements each makes about the world — whatever that is. Artists and critics seem less alienated by the mechanistic literal theories of earlier eras of science than by the more cautious operational ones now available. The pictures were clearer. It seems that our conversation(s) operates in the deep castellations of the interfaces between hard-to-identify rigorous and not-so-rogorous disciplines; in this sence we're presupposed.

Now, an idea basic to the index is that of sharing; another is that of learning. Now this makes for a formal limitation on a notion of sharing something through Art-Language. That is, we might want to say that a paradigm index catches the class of those things we've learned from each other. Some may be important, some trivial — and there may be some need of acceptance conditions learned from each other (and from others) ('worked on'?). We can suggest a (still provisional) definition of an item searched by the Art-Language Index = def. a $(\exists x)$ $(\exists y)$ (x is a member of A-L and x learns a from y and $x \neq y$). Here y may be a member of A-L in which case we would have y contributing to x's A-L heritage (index-providing status) or y need not to be in A-L.

An alternative definition which catches the notion of sharing (people might be happy about this) would be found in:

Searched by the index of = def. A-L (x) (if x is a member of A-L then $(\exists y)$ x learns a from y and $x \neq y$).

Now someone might want to go on to get rid of qualifying phrases; it is not necessary here. The point is to consider what we learn/share. Whilst not rejecting the notion out of hand, it seems that we do want a space more tractable than a Husserl-popularist 'empathetic/ethical' space. This desiderate seems to lead to transformations of spaces. It is required of the indices that they be rich enough to catch transformations in a given space and transformations of given spaces. The same index should support both intraspatial and interspatial transformations. Whatever we want to have, there is some point in looking diachronically for possible relations in such spaces. The interesting thing, however, is that we are dealing with transformations of 'logical space' — not just transformations in a logical space. . . . . . .

. . . What we've been concerned with is a method of indexing in which we can sort out some modalities associated with what we learn from one another.

The weakest requirement we might make on the index:[1] we might stipulate that an index-searched item belongs to the class of things 'a' such that for distinct x and y it is possible that x learns from y; i.e., a $(\exists x)$ $(\exists y)$ ($x \neq y$ and $\Diamond$ (x learns a from y)) — where either x or y are members of Art-Language etc. But even as a preliminary proposal the definition is defective (isn't it?); the notion of learning something from someone is obscure from most points of view: what about 'individuation'? Consider figuring something out for yourself. But the lack of an adequate learning theory needn't be all that inhibiting — it's methodologically quite alright to assume the problem has been solved (e.g. Godel and Hilbert on elementary number theory). Anyway, the identification of A-L learnables is sometimes easy and routine.

Tot slot nog één objekt van deze tentoonstelling, namelijk de bliksem en donderzaal van Gerald Newman: aan en uit flitsende lampen, vier sporen geluid en dit alles goed geprogrammeerd. (Let u even op de rol van het toeval in de tabel van *random units*).

Device (1972) Sound-Light
Recurring phase comprising 3 x 2
Sound Light groups:
1) (S/L/S);
2) (S/L/S/L/S);
3) (S/L/S/L/S/L/S)

Durations:
sound impulses: brief
light impulses + interval pauses:
3 measures of duration
short (3 Units of Duration)
medium (5 U.D.)
long (8 U.D.)

Application:

1) (S/L/S/) *2) (S/L/S/L/S)* *3) (S/L/S/L/S/L/S)*
i) – 3 – *i) – 8 – 3 –* *i) – 5 – 8 – 3 –*
ii) – 8 – *ii) – 5 – 3 –* *ii) – 3 – 8 – 5 –*

Group progressions + interval pauses:

a) 1 → (3 U.D.) → 2
b) 1 → (3 U.D.) → 3
c) 2 → (5 U.D.) → 1
d) 2 → (5 U.D.) → 3
e) 3 → (8 U.D.) → 1
f) 3 → (8 U.D.) → 2

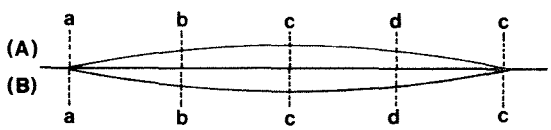
Phase (group sequence):

$$\begin{bmatrix} -\ 1(i) - 2(i) - 3(i) - 2(ii) - 1(ii) - 3(ii) - \\ e) \quad (a) \quad (d) \quad (f) \quad (c) \quad (b) \quad (e \end{bmatrix}$$

2. Sound Layers (1972–30.III.)
stereo tape loop: 141.33 seconds

Comprising 2 tones (pitches)
one high (A), the other, lower (B)

Superimpositions:
Synchronization + 8 different displacements



1) A at a, B at a
2) A at b, B at a
3) A at c, B at a
4) A at d, B at a
5) A at e, B at a
6) A at a, B at b
7) A at a, B at c
8) A at a, B at d
9) A at a, B at e

Contrapositions:
1 2 3 4 5
6 7 8 9

Group sequence + channel changes (speakers I & II):

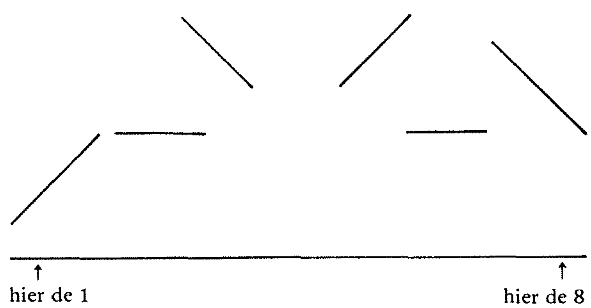
$$\begin{array}{ll} (A): & \left[\begin{array}{l} \text{- I - I - II - I - I - II - I - II - I -} \\ \text{– 1 – 3 – 5 – 4 – 2 –7– 9 – 8 – 6 –} \\ \text{-II - II I - II -II - I -II - I -II -} \end{array}\right] \\ (B): & \end{array}$$

Maar ook in nederland is veel te zien geweest op dit gebied, ik noem bijvoorbeeld de tentoonstelling *Geluid ⇔ Kijken* in 1971 in het Stedelijk Museum te Amsterdam.

Ten slotte een puzzle (de oplossing is op de londense tentoonstelling bij Michael Craig-Martin te vinden). Loodrecht op een muur brengen we een horizontaal spiegelvlak aan met er op:

Onder bepaalde hoeken er boven zetten we spiegels, op één het cijfer 2, op de volgende 3, en zo voorts tot en met 7.

Van voren ziet het er dan ongeveer zo uit:



De spiegels moeten nu zo geplaatst worden dat we van bovenaf langs de muur in de lange spiegel kijkend door allerlei herhaalde spiegelingen zien:

1 2 3 4 5 6 7 8

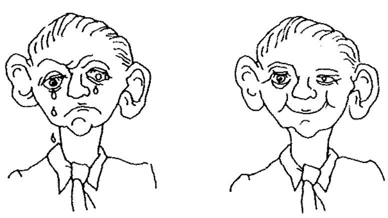
Kunt u als wiskundige berekenen (of tekenen) hoe de spiegels staan?
De tentoonstelling in Londen sloot op 24 september!

Wiskobas bulletin

ROB DE JONG

UITHUILEN EN OPNIEUW BEGINNEN

Uithuilen en opnieuw beginnen – een liedje van één van onze grote kabaretiers. In het onderstaande willen we beide momenten kombineren:
Uithuilen – het signaleren van gemaakte fouten.
Opnieuw beginnen – lering trekken uit die fouten.



'uithuilen en opnieuw beginnen'

Het is, dachten we, een goede gewoonte om aan het begin van een nieuwe jaargang nog even terug te kijken, nog wat te filosoferen over vragen als:
Hoe is het gegaan?
Zijn de voorspellingen uitgekomen?
Maar ook over:
Wat kan geleerd worden uit één jaar Bulletin-geschiedenis?
Zijn we een doodlopend pad ingeslagen of komen we terecht in royale avenuen?

We willen dit zo open mogelijk doen, u inzage gevend in achtergronden en problemen, u daarmee uitnodigend tot meedenken en meebeslissen.

Een mogelijkheid om antwoorden op deze vragen te vinden is: te rade gaan bij 'besprekers' in onderwijsbladen, bij deskundigen in de kommunikatie-wetenschap, bij professionele voorlichters, bij vormgevers, enz.
Alhoewel we hiermee reeds incidentele kontakten hebben en deze in de komende jaren willen intensiveren, gaat het ons nu toch eigenlijk meer om het oordeel van anderen, om de mening van studenten aan pedagogische akademies, van heroriënteringskursisten. Wat vinden zij?

Wel, we hebben daar gelukkig een vrij duidelijk beeld van. Gesprekken van medewerkers met lezers tijdens kursussen, ouderavonden, voorlichtingsbijeenkomsten leveren steeds opnieuw waardevolle informatie op. Uit het lezersonderzoek[1]) zijn eveneens tendenzen af te leiden.

Drie opmerkingen over de inhoud van de eerste jaargang komen herhaaldelijk naar voren:
* Het Bulletin is te dik.
* Sommige artikelen zijn te moeilijk[2])
* Er staan te weinig bijdragen voor de lagere leerjaren in.

Het Bulletin is te dik
Inderdaad, 488 pagina's in de eerste jaargang, verdeeld over 5 afleveringen – waarvan één dubbelnummer – is te veel. U heeft 168 pagina's meer gekregen dan waarop u recht had.
Te dikke produkties zijn onjuist, zowel om financiele (hoe dikker hoe duurder – maar daar merkt u in de abonnementsprijs niets van –), als om taktische redenen (wie leest in deze tijd een serieus – ahum! – boekwerkje van 144 pag. achter elkaar uit?).
Allerlei oorzaken van de *dikke bullen* zijn aanwijsbaar, bv.:
– een te enthousiaste redaktie
– de luchtige opmaak.
Kollega's van andere tijdschriften zijn wel eens jaloers. Zij zitten met het probleem: hoe kom ik aan voldoende (in dubbele zin) kopij?

---

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 1, nr. 5 (pag. 363-365).

[2]) De kombinatie 'dik én moeilijk' zou het Bulletin helemaal onverteerbaar maken.

2

Voor dit probleem moet u rustig de tijd nemen. Nu is tegenwoordig het bezitten van tijd en rust een nauwelijks nog gekende rijkdom en om deze luxe te bereiken, kunt u zich het beste naar een onbewoond eiland begeven.

Ons probleem speelt zich trouwens af op zo'n onbewoond eiland, alwaar na een hevige storm een vijftal schipbreukelingen zijn aangespoeld.
Om het omkomen van honger te vermijden hebben zij zoveel mogelijk kokosnoten verzameld en zij besluiten 's nachts beurtelings de wacht te houden teneinde dit kostbare bezit tegen hongerige apen te beschermen.

Echter, de schipbreukeling die de eerste wacht houdt, besluit over te gaan tot voorlopige verdeling van de buit. Hij verdeelt de stapel kokosnoten in 5 gelijke delen, houdt daarbij 1 kokosnoot over, die hij naar de apen gooit en verstopt vervolgens zijn deel van de noten.

De volgende wachtloper, onkundig van de aktiviteiten van zijn voorganger, ziet de resterende stapel en besluit ook tot verdeling over te gaan. Hij maakt weer 5 gelijke stapels, houdt eveneens 1 noot over, die weer naar de apen gaat, verstopt zijn deel en geeft de wacht over aan zijn opvolger.

Deze haalt eveneens zijn deel van de overblijvende noten binnen. Ook zijn opvolgers doen dit en steeds gebeurt dit op dezelfde wijze en iedere keer blijft weer een noot voor de apen over.

De vraag, die na dit lange verhaal gesteld wordt, heeft u reeds lang zien aankomen:
Wat is het kleinste aantal noten waaruit de oorspronkelijke stapel heeft bestaan, opdat dit alles mogelijk is?

HANS TER HEEGE

wiskunde werkhoeken

OPDRACHTKAARTEN VOOR EEN SPEL

Het is mogelijk om met vrij weinig kosten een begin te maken met een wiskundewerkhoek. Eigenlijk moeten de leerlingen, maar vooral de onderwijzer met de opzet en de uitbreiding van de wiskundewerkhoek *meegroeien.*
In de eerste plaats omdat het gebruik van wiskundewerkhoeken het aksepteren van een 'andere', niet-klassikale of wellicht anti-klassikale organisatie van de klas met zich meebrengt. Ook de sfeer in de klas is anders: men laat de leerlingen zelf de wiskunde ontdekken. Dit heeft een kreatief, inventief aspekt.
In de tweede plaats is het duidelijk dat in wiskundewerkhoeken wezenlijk andere leerstof-inhouden centraal staan dan in het traditionele rekenonderwijs. Het is voor de onderwijzer zonder twijfel noodzakelijk om zich goed op de hoogte te stellen van deze leerstofinhouden. Temeer omdat zijn opleiding over het algemeen niet 'wiskundig' - georiënteerd is geweest.
Het is dan ook niet verwonderlijk dat het voor vele kollega's moeilijk is het waardevolle in deze leerstof direkt te onderkennen, de moeilijkheden te signaleren, het nivo vast te stellen en de resultaten te evalueren.

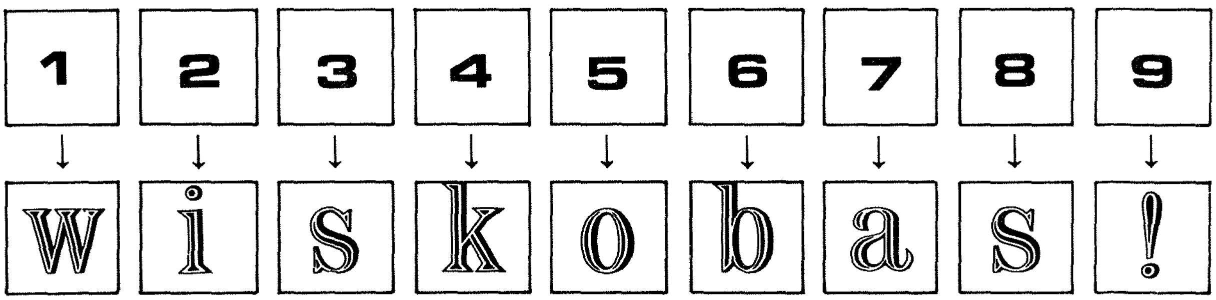
Eén van de mogelijkheden voor de onderwijzer om er in thuis te raken is het doorwerken van de leerlingenopdrachten, gevolgd door het ontwerpen van nieuwe opdrachten voor leerlingen. Het laatste leidt tot inzicht in de moeilijkheidsgraad van het materiaal. Het ontwerpen van software biedt de mogelijkheid de waarde van het materiaal en de bijbehorende software te onderzoeken.

Het bovenstaande klinkt allemaal nogal zwaarwichtig. Dat is het niet. Enerzijds omdat de onderwijzer in de komende jaren op informatie en op een grote (?) hoeveelheid leerlingenteksten van het IOWO en van uitgeverijen kan rekenen, anderzijds omdat het in een groot aantal scholen niet ongewoon is dat het schoolteam aan teksten voor de leerling (opdrachtkaarten, werkbladen voor aardrijkskunde-, geschiedenis- en biologie-onderwijs) werkt.

Het onderstaande spel WISKOBAS! is een voorbeeld. Het is vrij gemakkelijk te ontwerpen. De waarde is voor iedere onderwijzeres uit de eerste klas duidelijk. En realisering is zowel in de klassikale als in de individualiserende klassesituatie mogelijk, zonder veel inbreuk op de dagelijkse gang van zaken te maken. Het spel is zonder meer te integreren in het normale rekenprogramma van de eerste klas.

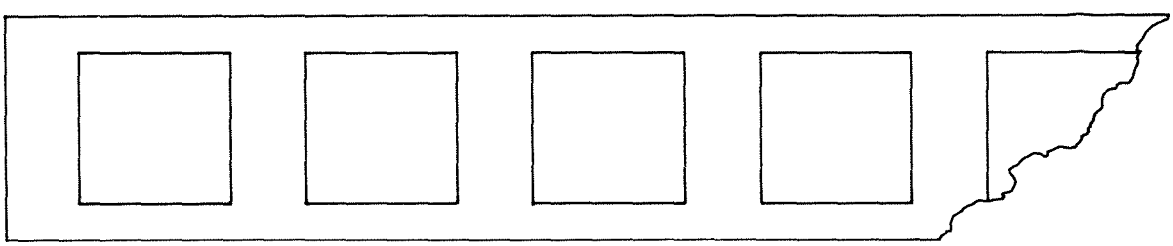
HET SPEL 'WISKOBAS! '

Dit is een zeer eenvoudig spel voor klas 1 (laatste kwartaal) of klas 2. De leerlingen oefenen met dit spel het optellen van kleine getallen en het splitsen van getallen (tot en met 12). Uiteindelijk kan er een spelstrategie worden ontwikkeld.
Het hele spel kan opgeborgen worden in een sigarendoos.
Het bestaat uit een strook voor 9 getalkaartjes, deze kaartjes zelf en twee dobbelstenen.
Op karton:



De voorzijde van de kaartjes moeten de getallen 1 t/m 9 bevatten, de achterzijde het woord WISKOBAS!
Men kan de gebruiksduur verlengen door de kaartjes te plastificeren.

De strook bevat 9 hokken en ziet er als volgt uit:



Als de strook klaar is, kan men haar – i.v.m. het opbergen in de sigarendoos – in twee stukken snijden, en vervolgens met boekbinderslinnen weer samenvoegen. De strook kan dan dubbelgevouwen worden.

De opdrachtkaart bij dit materiaal kan er zo uitzien:

Opdrachtkaart spel 'wiskobas'

▶ Doe deze spelkaart met z'n tweeën.

▶ Zoek in de kast het doosje met het spel.

▶ Ook een pen en papier heb je nodig.

▶ Lees eerst alles goed.

OPDRACHT **1**

▶ Leg de strook uit.

▶ Leg alle kaartjes op de hokken. Van 1 tot en met 9.

Kijk zó:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

▶ Spreek af wie mag beginnen.

▶ Speler 1 begint.
Gooi met twee dobbelstenen. Gooi je bijvoorbeeld 7?
Kies dan welke kaartjes je omdraait:
- je mag 7 omdraaien
- of 1 en 6
- of 2 en 5
- of 3 en 4.

▶ Werp nog eens. Kies weer.

▶ Werp net zo lang tot je niet meer kan omdraaien.

▶ Zijn alleen de kaartjes 1, 2, 3, 4, 5 of 6 nog niet omgedraaid? Werp dan met één dobbelsteen verder.

▶ Zijn alle kaartjes omgedraaid? Roep dan WISKOBAS. Je hebt het spel gewonnen!

z.o.z.

- Kun je niet verder en zijn nog niet alle kaartjes omgedraaid? Tel dan de getallen van die kaartjes op. Je hebt zoveel punten.

- Nu komt de andere speler aan de beurt.

- Hoeveel punten heeft die?
  Wie de minste punten heeft, wint het spel.

OPDRACHT 2

- Speel het spel 10 keer.

- Schrijf op wie het spel wint. Kijk, zó:

wint	1e	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e	9e	10e
Wim	X	X		X						
Joke			X							

OPDRACHT 3

- Speel het spel 5 keer.

- Schrijf op hoeveel punten je steeds overhoudt. Kijk, zó:

punten	1e	2e	3e	4e	5e
Wim					
Joke					

- Tel al je punten op.
  Schrijf dat in het laatste hokje.

ENKELE OPMERKINGEN

* Een opdrachtkaart moet door de leerlingen gelezen kunnen worden. Dat wil zeggen dat zij de tekst moeten begrijpen, dat hen de gang van zaken (de opdrachten, de spelregels, enz.) duidelijk moet zijn.
Over het algemeen houdt dit voor 2e klassers in dat de tekst eenvoudig en uiterst summier moet zijn. De hier opgenomen opdrachtkaart voldoet zeker niet aan deze eisen. Men kan zich dan ook de vraag stellen of de introduktie van dit spel in de vorm van een opdrachtkaart moet geschieden. Waarschijnlijk niet. Dat dit hier toch is gebeurd, heeft geen andere bedoeling dan het geven van een illustratie van een werkwijze.

Vanaf klas 3 is de opdrachtkaart in deze vorm in de wiskundewerkhoek op te nemen. Voor klas 2 kan men volstaan met de opdrachten 2 en 3. De introduktie van het spel kan hier klassikaal worden gedaan.

* De beschreven opdrachten moeten gezien worden als voorbeeld. Vele kollega's zullen al denkend en proberend tot andere opdrachten komen, die alleszins bruikbaar zijn.
Het verdient zelfs de voorkeur materiaal om te werken tot materiaal dat precies past in de eigen situatie.
Het is eveneens duidelijk dat een onderwijzer van een 4e 5e of 6e klas de opdrachtkaart zoals deze hier is afgedrukt niet ver genoeg vindt gaan. Hij zal de problemen meer diepgang willen geven.
Ook hierbij ligt de nadruk op de eigen situatie.
Daar waar leerlingen in klas 4 nog problemen hebben met de opteltafels uit het aanvankelijk rekenen vindt de hier opgenomen kaart wellicht een enthousiast onthaal.

* Aanvankelijk zullen de leerlingen met dit spel het optellen en splitsen van kleine getallen beoefenen.
Er zit meer in.
Later zullen leerlingen trachten een strategie voor dit spel te ontwikkelen.

3

Een probleempje, dat heel duidelijk thuis hoort in het basisschool-rekenen en dat de leerlingen van een 5e, 6e klas geweldig kan stimuleren in het zoeken naar oplossingen is het volgende:
Probeer met gebruikmaking van de getallen 1, 2, 3 en 4 èn de bekende rekenkundige bewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) sommetjes te maken waar achtereenvolgens uitkomt: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... èn tracht daarmee zo ver mogelijk te komen.
De eis is wel dat in *elke* som de getallen 1, 2, 3 en 4 gebruikt worden, maar niet meer dan éénmaal.
Voorbeeld:

$$\frac{4-3}{2-1} = 1$$

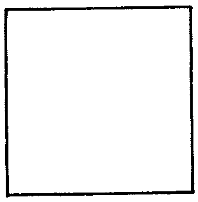
$$3-(4-2-1) = 2$$

$$(2 \times 3)-(4-1) = 3$$

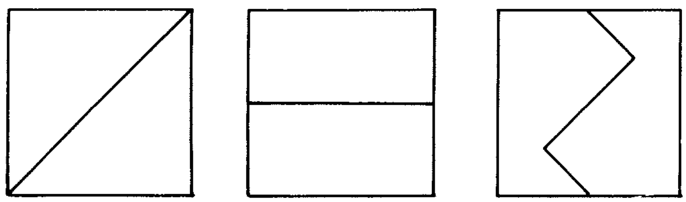
enz.

De bedoeling is natuurlijk om de uitkomstenrij 1, 2, 3, ... zo lang mogelijk te maken.

4



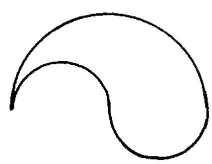
Dit vierkant in twee kongruente delen verdelen is nauwelijks een probleem te noemen. Vele oplossingen zijn zelfs mogelijk:



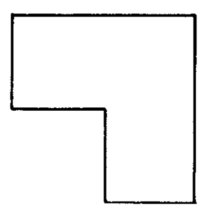
enz.

Onder *kongruente delen* verstaan we hier gemakshalve delen van de figuren die na uitknippen en op elkaar leggen, elkaar precies kunnen bedekken.

Minder eenvoudig echter is de vraag om de bekende Jin-Jang-figuur in twee kongruente delen te verdelen.



Daarentegen is het verdelen van nevenstaande figuur in twee kongruente delen weer kinderlijk eenvoudig. Ook verdelen in drie kongruente delen is nauwelijks een probleem. In vier kongruente delen verdelen kost daarentegen meer tijd en inzicht. Om nog maar niet te spreken over verdelen van de figuur in vijf kongruente delen.



Kan dit laatste zelfs wel? ?
Kinderlijk eenvoudig durven we dit zeker niet te noemen.
Overigens moeten we hierbij bedenken, dat kinderen voor dit soort meetkundige problemen dikwijls van een verbluffend inzicht blijk geven. Ze weten vaak niet hoe ze tot de oplossing komen, ze doen het gewoon!

leerplanologie

ADRI TREFFERS
EDU WIJDEVELD

DOELSTELLINGEN EN LEERPLANONTWIKKELING

Gedurende de tweede jaargang zullen een zestal bijdragen van Adri Treffers en Edu Wijdeveld over het onderwerp 'Doelstellingen en leerplanontwikkeling' opgenomen worden.
De eerste bijdrage draagt een historisch-oriënterend karakter; de stand van zaken in de eerste helft van de twintigste eeuw wordt beschreven.
Nadat in de tweede bijdrage ingegaan wordt op de situatie na de tweede wereldoorlog, zullen de vier daarop volgende artikelen meer positie-zoekend-en-kiezend van aard zijn; de ideeën van Wiskobas over doelstellingen en leerplanontwikkeling komen dan ekspliciet aan de orde.

1 ALGEMENE DOELSTELLINGEN IN DE EERSTE HELFT VAN DE TWINTIGSTE EEUW

Aanloop
In de 17e en 18e eeuw werd wiskunde vooral gegeven om de praktische waarde. De leerstof was doorweven met toepassingen. In de 19e eeuw ging men wiskunde als onderwijsvak vooral aanprijzen om de vormende waarde, die er van kan uitgaan. Door wiskunde te beoefenen zou – zo werd gesteld – het verstand gescherpt en de hele persoonlijkheid veelzijdig gevormd worden.

Deze denkbeelden voortkomend uit het neo-humanisme en versterkt door psychologische overtuigingen (ontwikkeling van vermogens als geestelijke spierballen) en pedagogische uitwerkingen (Pestalozzi), leidden er onder meer toe, dat een vak als *vormleer* op de basisschool geïntroduceerd werd. Vormleer als denkvak wel te verstaan, want de voorbereidende waarde voor meetkunde kwam volkomen in het gedrang door de zogenaamde oefeningen in het leren denken. Dit leidde ertoe, dat het vak verdorde en in 1889 van het programma van de basisschool werd afgevoerd.

Er was dus sprake van een drietal argumenten ter aanprijzing van de noodzaak van wiskunde-onderwijs:

- Het praktische nut, de toepasbaarheid op vele gebieden.
- De voorbereidende waarde: vormleer op de basisschool ter voorbereiding van het meetkunde-onderwijs.
- De vormende waarde: leren denken, doorzettingsvermogen aankweken, nauwkeurigheid bewerkstelligen, geduld oefenen e.d.

Deze drie motiveringen blijven in de 20e eeuw hun aantrekkingskracht behouden. Ook dan wordt de vormende waarde genoemd en vooral de *intellektuele betekenis* (leren denken) benadrukt. Waaruit leidde men deze betekenis af?
Hoe weet men, dat je door beter wiskunde-onderwijs beter leert denken binnen en buiten dit terrein?
We noemen enkele – oude – motiveringen:

* Het feit, dat je door goed wiskunde-onderwijs logisch leert denken is af te leiden uit de struktuur van het vak (vooral meetkunde!). Heb je het vormingsgoed tot je genomen, dan is het resultaat van het onderwijs, dat de manier van denken bij de leerling gelijkvormig is met de manier van denken, die noodzakelijk was om het – deduktieve – systeem op te bouwen.
  Kortom, de struktuur van het vak is *indrukwekkend*, d.w.z. laat afdrukken achter in de denkstruktuur van de leerling. Het onderwijs is bepalend voor de helderheid en nauwkeurigheid van de afdrukken.

* Het tweede argument spreekt zich niet uit over de isomorfie tussen vakstruktuur en denkwijze, maar beperkt zich tot de vaststelling, dat de intellektuele betekenis door de psychologie als *'transfer of training'* onderkend is.[1])
Zo zou gekonstateerd zijn, dat oefening van de kritische zin en het eksakt formuleren binnen het vak wiskunde een gunstiger invloed heeft op deze kritische zin dan eksakte formulering in allerlei andere vakgebieden.

* De derde motivering tenslotte is gestoeld op ervaringen uit de eigen schoolpraktijk. Misschien, zo luidt de redenering, heeft de wetenschap de 'transfer' niet aangetoond, maar op grond van de eigen schoolervaring neem ik het bestaan van de vormende waarde aan.

'....de vormende en stilerende waarde van het wiskunde-onderwijs....'

Deze drie motiveringen zijn door de jaren heen gebruikt. In krisistijden werd de vormende waarde zelfs nog aangedikt en opgeblazen. Zo prees men de wiskunde onder meer als wapen tegen:

- de onrust en koncentratie-vermindering van de dertiger jaren;[2])
- het nationaal-socialisme;

  'Het zou dwaas zijn te denken, dat alleen de wiskunde het denken styleeren zal. Niet alleen, maar toch wel voor een groot deel. Als wetenschap verheven boven dwaalweg en misleiding, kan ze het individu waarschuwen tegen het speculeren op zijn romantisch gevoel door de duistere machten van het kwade. Het wordt tijd dat weer het nuchtere verstand ook een plaatsje bekleedt in de geestelijke vorming.'[3])
- de achterstelling van de vrouw;

  'Dit is een van de grote voordelen van het wiskunde onderwijs voor meisjes: het leert haar redeneren! Wij hebben in onze tijd behoefte aan mensen (ook vrouwen) die zuiver redeneren; eigen fouten inzien; bedaard te werk gaan; zich beheersen kunnen; werk van anderen weten te waarderen en doorzettingsvermogen hebben.'[4])

Ook zeer recent zijn er publikaties verschenen, die een opsomming van tientallen formele doelen geven om de veelzijdige weldaad van het wiskunde-onderwijs te onderstrepen.

Naast deze vormende kwaliteiten is wiskunde-onderwijs mede gemotiveerd vanuit een wat andere gedachtengang. We doelen hier op de *prognostische funktie*: wiskunde met vrucht beoefend is een aanwijzing voor toekomstige maatschappelijke kwaliteit.
Het is deze voorspellende waarde, die het wiskunde-onderwijs vooral het karakter van selektie-middel kan geven:
registreren en selekteren krijgen meer aandacht dan leren.

> 'ik wil echter een stap verder gaan en mijn overtuiging uitspreken, dat de resultaten van het wiskunde-onderwijs in den tegenwoordigen vorm gegeven een degelijk criterium bieden voor de vraag of onze leerlingen later in de maatschappij een werkelijk betekenisvolle plaats zullen kunnen innemen. Zorgvuldig volg ik mijn oud-leerlingen gedurende 42 jaren en vergelijk hun maatschappelijke beteekenis met mijn cijferlijsten en ik kan zeggen, dat mij slechts één geval is voorgekomen, dat op het eerste gezicht niet klopte: . . .'[5])

2 *HISTORISCH KADER*

2.1 Groep van de vormende waarde

Laten we een en ander nu weer in een historisch kader plaatsen: *De vormende waarde van het wiskunde-onderwijs* krijgt in de eerste helft van de 20e eeuw sterke nadruk.

De intellektuele, etische, kulturele en sociale waarden werden breed uitgemeten.[6])
Het nuttigheidskarakter kreeg weinig aksent en het onderwijsdoel was sterk pedagogisch-vormend gekleurd. Het rekenonderwijs wemelde van onpraktische denksommen en het mechanika-onderwijs stond in z'n kwasideduktieve opzet ver van de fysische realiteit. Tenslotte kwamen deze matematisch-didaktische opvattingen los te staan van de psychologisch-didaktische meningen. Zo gaven — in de dertiger jaren — Kohnstamm (hanteren van oplossingsmethoden) en Langeveld (teorie van de kenniskringen) de mogelijkheid van negatieve transfer aan: men zou juist door het bedrijven van wiskunde een verkeerde instelling kunnen krijgen t.a.v. anders gestruktureerde kennisgebieden. Dit zou zich bijvoorbeeld uiten in een diskussie over maatschappelijke problemen, waarbij de wiskundige niet anders doet dan navragen wat men precies met de gebruikte begrippen bedoelt. Kortom, men eist in zo'n geval eksaktheid op gebieden waar geen hoge graad van eksaktheid haalbaar is en zodoende belemmert men bij zichzelf de voortgang in het denken: *negatieve transfer.*

2.2 Groep van de selektie en prognose
Naast de dominerende vormende groep was er een groepering, die de nadruk legde op de *voorspellende en selektieve kracht* van het onderwijs. In deze kring neigde men ertoe de slechte resultaten van het wiskunde-onderwijs voornamelijk toe te schrijven aan een verkeerde selektieprocedure (toelatingseisen) en niet zo zeer aan een falende didaktiek.
Men leze er de kommentaren op de vele onderzoeken uit de twintiger jaren m.b.t. het geven van cijfers bij wiskunde-onderwijs maar op na om te konstateren, dat deze 'harde' lijn duidelijk aanwezig was.[7])

2.3 Groep van de voorbereiding
Ongetwijfeld bestond er ook een 'zwijgende' groep, die zich geen illusies maakte over de waarde van het wiskunde-onderwijs, voorzover het de vormende kwaliteiten betrof. Deze groep heeft met de vorige groepering gemeen, dat de beïnvloedingsmogelijkheden van het onderwijs vrijwel geheel op rekening gezet worden van het bevattingsvermogen van de leerling; de strijdbaarheid en de 'hardheid' zijn hun echter vreemd.
Men legt zich neer bij het vermeende feit van de onvoldoende aanleg en probeert de leerling d.m.v. training en dril door het eksamen te slepen, zich daarbij troostend met de gedachte, dat men de maatschappelijke ontplooiing van de leerling niet in de weg heeft gestaan en zich koesterend in de hoop, dat de leerling later — achteraf — toch ontdekt dat hij 'iets' van de lessen meegenomen heeft.

Deze eksklusieve nadruk op de voorbereidende waarde van het wiskunde-onderwijs, gemengd met een zekere skepsis leidde tot een onderwijsaanpak, die gekwalificeerd werd als *'niet-inzichtelijk'* of *'niet-epistemisch' onderwijs.*
De zwijgende groep (tenminste zwijgend in de officiële vakliteratuur) kon wel gelokaliseerd worden.
Men raadplege de leerboeken vluchtig: weinig teorie, veel vraagstukken gericht op het aankweken van vaardigheden en het oplossen van stereotype sommen.[8])

2.4 Groep van het praktische nut
Na de vormende, de selekterende en de skeptische groepering noemen we de eenzijdige voorstanders van het praktische nut. Eenzijdig, omdat we doelen op groeperingen binnen het voortgezette (beroeps)onderwijs die het praktische nut benadrukken, maar de wijze waarop ze het onderwijs gestalte geven toont verwantschap met de werkwijze van de vorige groep: truukjes, toepassen van onbegrepen formules e.d.
Kortom, er is sprake van *opleiden tot toegepaste wiskunde-kennis*, zonder dat dit resulteert in toepasbare kennis.

2.5 Groep van de zuiverheid en toepasbaarheid
Vooral binnen het algemene voortgezette onderwijs vertonen de voorstanders van het praktische nut zich als pleiters voor matematisch waardevol onderwijs. Ze behoren niet rechtstreeks tot de vormende groep, omdat zij de intellektuele waarde slechts willen beperken tot het gebied van het wiskundig handelen. Het gaat hun erom dat de leerling goed wiskunde geleerd wordt; hoewel zij niet betwisten dat er een bredere diepere vormende kracht van het wiskunde-onderwijs kan uitgaan.

Ze behoren ook niet tot de voorstanders van nuttige kennis in de zin van kennis van toegepaste wiskunde, omdat zij de fleksibiliteit van deze kennismiddelen juist beperkt achten. De nadruk wordt door hen gelegd op het wiskundig handelen, het aankweken van een *wiskundige habitus*, een wiskundige probleemaanpak: toepasbare wiskunde.
We zetten deze groepering onder het hoofd 'matematische waarde'.[9])

3 SCHEMATISCH OVERZICHT: FORMELE EN MATERIELE WAARDEN

Ingepast in de aloude tweedeling van formele en materiële waarden kunnen we de genoemde opvattingen over doel en waarde van het wiskunde-onderwijs gedurende de eerste helft van deze eeuw aldus in schema plaatsen:

A FORMELE WAARDE:
- * voor de persoon, in
  - – intellektueel
  - – kultureel
  - – sociaal
  - – etisch
  - – en estetisch opzicht.
- * voor de kennis, binnen
  - – de wiskunde zelf { matematische waarde, fleksibiliteit }
  - – andere vakken { transfer, toepasbaarheid. }
- * voor de maatschappij, in
  - – technologisch
  - – ekonomisch
  - – sociaal
  - – en ideologisch opzicht m.b.t. toepasbaarheid en transfer.

B MATERIËLE WAARDE:
- * toegepaste kennis (wiskunde als hulpwetenschap)
- * voorbereidende kennis (voor 't vervolgonderwijs)
- * selekterende leerstof (voor determinatie).

4 ALGEMENE DOELSTELLINGEN EN LEERPLAN

Op de vraag 'Wat betekent deze diversiteit van doelstellingsopvattingen in de leerplanontwikkeling?'[10]) moet het antwoord zijn: weinig! Doelstellingen hadden überhaupt weinig vat op de leerstofkeuze en -ordening.

- * De leerstof lag vrijwel onwrikbaar vast. Men kon vanuit zijn basisovertuiging deze stof met verschillende instrumenten bewerken. Meer niet.
  Het ontwerp bestond uit kleine – soms fundamentele – veranderingen.
- * De leerstofkeuze is – principieel – niet

rechtstreeks afleidbaar uit de algemene doelstellingen; of anders gezegd: de algemene doelstellingen zijn niet afbreekbaar tot één bepaald leerstofgebied.

* Het leerplanparfum vervluchtigde — vanwege zijn ijle samenstelling — in het onderwijsveld.

* Leerplanontwikkeling was een ontwikkeling langs de lijnen der historie en geen ontwikkeling binnen de perken van een projekt.

* De doelstellingen waren vormings- en onderwijsdoelen, geen leer- of lesdoelen.

Door de formulering van de algemene doelstellingen verhelderde de leerplankommissie haar bedoelingen: het 'waarom' van het 'wat'. En daarbij bleef het. Misschien werkte de toelichting motiverend voor een enkeling. Veelal echter zal de werker in het veld er weinig aandacht aan geschonken hebben.[11])

Laten we — dit gekonstateerd hebbend — in de volgende bijdrage onze verkenningstocht door de geschiedenis voortzetten en de ontwikkelingen na de tweede wereldoorlog (niet chronologisch, maar tematisch) nader beschouwen.

5 *NOTEN*

[1]) *Onder 'transfer' verstaan we: overdracht van kennis en vaardigheden op andere gebieden.*

[2]) *Turkstra, H. — Psychologisch-didaktische problemen bij het onderwijs in de Wiskunde aan de Middelbare School (Groningen-Den Haag 1926, p.19).*

[3]) *Cuypers, K. — Het aankweken van het wiskundig denken (Antwerpen 1940, p.29).*

[4]) *F. — De Wiskunde op de M.M.S. (In 'Euclides' 14 (1937-1938), p.31).*

[5]) *Verrijp, D.P.A. — Resultaten bij het onderwijs in de wiskunde (In 'Euclides' 11 (1934-1935), p.121).*

[6]) *Beth, E.W. — Doel en zin van het Meetkunde-onderwijs (In 'Euclides' 14 (1937-1938), p.236 en v.).*

[7]) *Een onderzoek op 87 H.B.S.-en en Lycea (4221 leerlingen) in de kursus 1926-1927, waarbij het percentage onvoldoenden voor Meetkunde 29,4% bedroeg, gaf aanleiding tot de volgende verzuchting:*

> *'Voor alles echter is er een keer te meer licht geworpen op de onvoldoende geschiktheid van de toegelaten leerlingen tot het volgen van de leerstof, die de drie onderzochte vakken hun bieden.'*

Een en ander was echter geen aanleiding om het cijfers geven te analyseren of om de juistheid van bepaalde onderwijsmetoden in het geding te brengen. Het selektiesysteem werd algemeen aangevochten!
Zie hiervoor:
Mels, W.H. van, en Bazendijk, C.W.M. — Onderzoek naar resultaten van het onderwijs in de klassen 1 en 2 van H.B.S. en Lycea in den cursus 1926-1927 (In 'Paedagogische Studiën' IX-1928, p. 245).

[8]) *In feite was de oprichting van het tijdschrift 'Euclides' het gevolg van de veelvuldig gekonstateerde skepsis t.a.v. de waarde van het wiskunde-onderwijs als ook van de niet-epistemische aanpak.*

[9]) *De matematische waarde komt duidelijk tot uitdrukking in de diskussie tussen Mevr. Ehrenfest-Afanassjewa en H. Freudenthal — Kan het Wiskunde-onderwijs tot de opvoeding van het denkvermogen bijdragen? (Purmerend 1951).*

[10]) *In onderwijskundige zin werd het begrip leerplan in de eerste helft van deze eeuw gebruikt om een leerstofprogramma aan te duiden, waarin kort de leerstofkategorieën opgesomd worden en voorzien van een korte toelichting. Hierbij achtte men zich zelfs verplicht de gegeven volgorde diskutabel te stellen.*

[11]) *Zie voor een algemeen overzicht van leerplans in traditionele zin: Goffree, F. — H.B.S.-leerplan voor meetkunde bij het V.W.O. (1863-1971) (interne publikatie I.O.W.O. - Utrecht, 1971).*

Er staat:
'de kans dat A bij elke uitgebrachte stem voor staat op B is $\frac{y}{n}$'
– waarin n het aantal uitgebrachte stemmen is en y het aantal stemmen dat A meer heeft dan B;
in dit getallenvoorbeeld: n = 4, y = 2.

► Welke paden nu geven aan, dat A steeds voorstaat?

Misschien hebt u ontdekt dat dit de paden zijn, die de X-as **niet** raken of snijden.
Raakt of snijdt een pad deze as wél, dan is bij die stem het aantal stemmen uitgebracht op A gelijk aan het aantal uitgebracht op B.
Kijkt u maar:

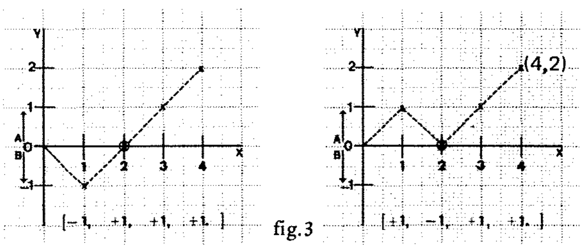


fig.3

Bij de tweede uitgebrachte stem bezitten A en B een gelijk aantal stemmen (nl. elk één stem).

Zoals u ziet (fig. 2) liggen twee van de vier paden geheel boven de X-as.
De kans op zo'n pad is dus $\frac{2}{4}$, en dit is dus de kans dat A steeds voor staat op B.

4 Om het 'algemene' bewijs in te leiden, bespreken we nu eerst het volgende **spiegelingsprincipe**:
Elk pad (P_1) door (1,1) naar (n,y), dat de X-as raakt of snijdt correspondeert ééNduidig met een pad (P_2) door (1, –1) naar (n,y) waarvan het gedeelte tussen (0,0) en het eerste raakpunt of snijpunt van pad (P_1) het spiegelbeeld is van (P_1) t.o.v. de X-as.
Hier volgen enkele voorbeelden:

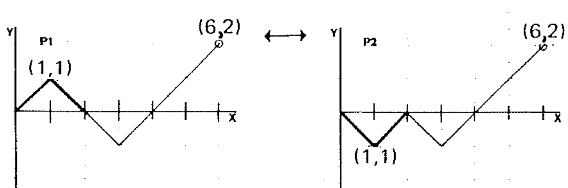


fig.4

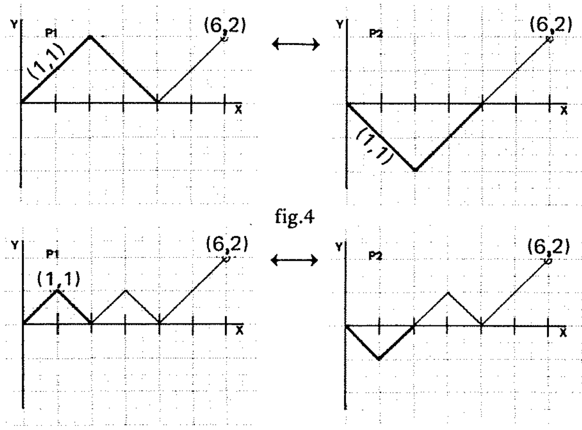


fig.4

Opmerking
Dit spiegelingsprincipe geldt alleen voor paden die (door (1,1)) de X-as **raken** of **snijden**.

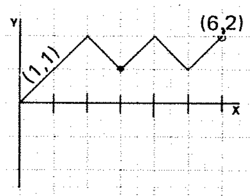


fig.5

Dit pad bijv. correspondeert **niet** eenduidig met een pad **door (1,–1) naar (6,2)** volgens hetzelfde principe.

5 We willen het aantal paden van (0,0) naar (n,y) door (1,1) vinden die de **X-as niet raken of snijden**.
(Immers, dan heeft A steeds meer stemmen dan B).
De paden die de **X-as wel raken of snijden corresponderen** volgens het spiegelingsprincipe ééNduidig met paden door (1,–1) naar (n,y).

Bewering:
Als we nu het aantal willekeurige paden van (0,0) naar (n,y) door (1,1) verminderen met het aantal van (0,0) door (1,–1) naar (n,y) dan vinden we het aantal paden dat geheel boven de X-as ligt.

► Is die bewering juist?

DAN NU HET 'ALGEMENE' BEWIJS:

6 *Stel er zijn* n *stemmen uitgebracht, en A heeft* y *stemmen meer gekregen dan B.*

Bewering: *de kans dat bij het één voor één tellen van de stemmen A voor staat op B is* $\frac{y}{n}$.
($n \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$, $y \neq o$*).*

Bewijs:

We definiëren de stappen omhoog en omlaag als volgt:

$$E_k = \begin{cases} +1 \text{ als de } k^e \text{ stem aan A behoort} \\ -1 \text{ als de } k^e \text{ stem aan B behoort} \end{cases}$$

$k = 1, 2, 3, \ldots, n.$

$\{[E_1, E_2, E_3 \ldots\ldots E_n];\ E_k = +1 \text{ of } E_k = -1\}$
is dus de kollektie paden bij **n** *uitgebrachte stemmen.*

Bijvoorbeeld: $[-1, -1, -1, \ldots, -1]$ *behoort er toe (B heeft alle stemmen gewonnen).*

7 *We eisen nu dat de paden punt* **(n,y)** *op het rooster tot* **eindpunt** *hebben.*

Hoeveel van dit soort paden zijn er?

Er zijn **n** *stemmen uitgebracht.*
Laten we veronderstellen dat **a** *stemmen op A en* **b** *op B zijn uitgebracht.*
Dus **a + b = n.** ①
We veronderstellen nu dat u weet dat we die **a** *stemmen van kandidaat A op* $\binom{n}{a}$ *verschillende manieren uit* **n** *kunnen kiezen.*
Elke manier geeft ons een pad op het rooster van (0,0) naar (n,y).
Dus er zijn ook $\binom{n}{a}$ *paden van (0,0) naar* **(n,y)**. ②

Elke stem voor A zorgt voor 'een stap omhoog'; elke stem voor B voor 'een stap omlaag' in het pad.
Als we in **(n,y)** *willen uitkomen zullen we dus moeten eisen dat*
a − b = y. ③

$$\left.\begin{array}{l} ①\ a + b = n \\ ③\ a - b = y \end{array}\right\} 2a = n + y,$$

$a = \frac{n+y}{2}$ *gesubstitueerd in* ② *geeft:*

Er zijn $\binom{n}{\frac{n+y}{2}}$ *paden van (0,0) naar (n,y).* ④

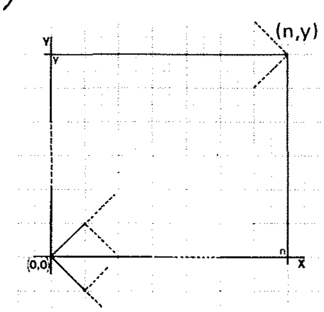


fig.6

8 *We vermelden nog eens de bewering onder 6 genoemd:*
Als we het aantal paden van (0,0) naar **(n,y) door (1,1)** *verminderen met het aantal van (0,0) naar* **(n,y) door (1,−1)** *dan vinden we (op grond van het spiegelingsprincipe) het aantal paden dat geheel boven de n-as ligt.*

9 *Door de* **verschuiving** $\begin{cases} n' = n - 1 \\ y' = y - 1 \end{cases}$ *toe te passen kunnen we met* ④ *het aantal paden vinden van (1,1) naar* **(n,y)**.

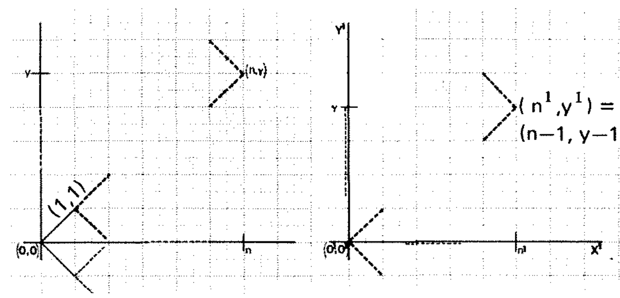


fig.7

$$\binom{n}{\frac{n+y}{2}}$$

$$\binom{n-1}{\frac{(n-1)+(y-1)}{2}} = \binom{n-1}{\frac{n+y}{2} - 1} \text{ paden van } (0^1, 0^1) \text{ naar } (n^1, y^1)$$

ofwel:
van (1,1) naar (n,y). ⑤
Op analoge wijze vinden we dat het aantal paden **van (1, −1) naar (n,y)** *gelijk is aan:*

$$\binom{n-1}{\frac{(n-1)+(y+1)}{2}} = \binom{n-1}{\frac{n+y}{2}}. \qquad ⑥$$

10 *We wensen het aantal verschillende paden te weten van (0,0) naar* **(n,y)** *die boven de stemmen-as blijven (dan staat A nl. steeds voor!).*

Die paden gaan alle door (1,1).

Onder de **willekeurige** *paden van (1,1) naar* **(n,y)** *zijn er die de stemmen-as raken of snijden.*
Die paden korresponderen éénduidig met paden vanuit (1,−1) naar **(n,y)** *(spiegelingsprincipe).*

Het aantal paden door (1,1) dat **niet** *de stemmen-as raakt of snijdt is dus:*

$$\binom{n-1}{\frac{n+y}{2} - 1} - \binom{n-1}{\frac{n+y}{2}}$$

het aantal willekeurige paden van (1,1) naar (n,y) *verminderd met het aantal paden van (1,−1) naar* (n,y).

Met enig rekenwerk kunt u vinden, dat

$$\binom{n-1}{\frac{n+y}{2}-1} - \binom{n-1}{\frac{n+y}{2}} = \frac{y}{n}\binom{n}{\frac{n+y}{2}}.$$

d.i. dus het aantal paden van (0,0) naar (n,y) *die een voortdurende voorsprong van A op B aangeven.*

Het aantal **mogelijke** *paden van (0,0) naar* (n,y) *is*

$$\binom{n}{\frac{n+y}{2}}.$$

Dus de kans dat bij telling van de stemmen A steeds voorstaat op B is

$$\frac{\frac{y}{n}\binom{n}{\frac{n+y}{2}}}{\binom{n}{\frac{n+y}{2}}} = \frac{y}{n}.$$

11 *Een opgave:*

EERSTE KLASSE

Feyen.–FC D.Haag	*5–2*
Cambuur–Volend.	*0–3*
NEC–Telstar	*2–3*
FC Utrecht–Ajax	*1–0*
PSV–FC Twente	*4–2*
Haarlem–Den B.	*0–0*
AZ'67–FC Dordr.	*2–3*

TWEEDE KLASSE

A *Groning.–Heerenv.*	*2–1*
PEC Zw.–Veendam	*2–1*
Heracl.–Go Ahead	*0–2*
B *Wagening.–Vitesse*	*3–3*

– *Bereken de kans dat Feyenoord tijdens de wedstrijd bij elk doelpunt voor stond op FC Den Haag.*
– *Teken zo nodig de 'mogelijk' paden en de 'gezochte' paden in een rooster.*

berichten uit het buitenland

KLAAS KOSTER
LEEN STREEFLAND

EXETER '72

Van 29 augustus tot 3 september 1972 vond in Exeter (Engeland) het tweede internationale kongres over het wiskunde-onderwijs plaats.
De konferentie werd bezocht door ongeveer 1500 deelnemer uit 70 landen.
Deze gigantische happening van schoolmeesters had in eerste plaats ten doel een ontmoeting tot stand te brengen tussen al diegenen, die bij het wiskunde-onderwijs en de ontwikkeling daarvan betrokken zijn. Een ontmoeting die zou leiden tot uitwisseling van gedachten, het elkaar informeren over de stand van zaken in eigen land en het beschikbaar stellen van ideeën uit en gegevens over lopende, geplande of voltooide projekten.
Om tot deze doelstelling van de konferentie te geraken werden behalve andere aktiviteiten een veertigtal werkgroepen georganiseerd. Deze werkgroepen behandelden alle een verschillend onderwerp. Iedere konferentiedeelnemer kon van te voren kennisnemen van de te behandelen onderwerpen, waardoor het mogelijk werd dat ieder zijn eigen trajekt *door het konferentie-programma bepaalde, gebaseerd op persoonlijke voorkeur en interesse.*

Twee vaste medewerkers van het Bulletin rapporteren van wat zij in hun werkgroepen hebben meegemaakt.
Klaas Koster beschrijft zijn indrukken van de bijeenkomsten der werkgroepen:

'Pre School and Primary Mathematics'
'The Psychology of Learning Methematics'
'Research in the Teaching of Mathematics'

In zijn verslag komen o.m. de volgende punten aan de orde:

- *de invloed van Piaget*
- *relationeel denken*
- *de rol van de 'intuïtie' bij het leren van wiskunde*
- *de kloof tussen teorie en praktijk.*

Waar Klaas Koster globaal enkele tendenzen m.n. in de teorievorming schetst, gaat Leen Streefland daarentegen uitgebreid in op één enkele aktiviteit in de werkgroep 'The Teaching of Probability and Statistics at School level'. Zijn beschrijving van het 'spel' DOBBELSTENENLOOP laat u kennismaken met een stukje onderwijs op praktisch nivo. De bijdrage van Leen Streefland vormt aldus een zinvolle aanvulling op het verslag van Klaas Koster.

KLAAS KOSTER

Allereerst viel op dat de zwitserse ontwikkelingspsycholoog *Jean Piaget* (in nederland nog in juni gehuldigd met de Erasmusprijs 1972) in veel referaten en papers naar voren kwam als de grote autoriteit op het gebied van het leren van wiskunde.
Onder invloed van de huidige trend in het denken over onderwijs om 'teaching' ondergeschikt te maken aan 'learning' is die belangstelling ook wel verklaarbaar. Piaget's beschrijving van de ontwikkeling van het denken kan immers goed gebruikt worden om vast te stellen wat de eigenaardigheden zijn in het redeneren van kinderen. Leraren en onderwijzers kunnen dan in hun lesgeven rekening houden met deze manier van denken van hun leerlingen en desgewenst naar middelen zoeken om die denkmanier te doorbreken.
Helaas bleven de meeste besprekingen van Piaget's teorie steken in het onkritische opsommen van de bekende stadia-indeling.[1]) en bleven vervolgens implikaties voor het wiskunde-onderwijs achterwege.

Een plezierige uitzondering vormde het verhaal van Thomas C. O'Brien van de Southern Illinois University in Edwardsville, Illinois, U.S.A. Hij sluit aan bij de kritiek, die al in 1965 door de gewezen voorzitter van de Mathematical Association of America, Carl B. Allendoerfer, werd geuit op de vernieuwde wiskundeprogramma's voor de basisschool.
Deze kritiek kwam er op neer dat bij de konstruktie van leerplannen en leerboeken vrijwel geen aandacht besteed werd aan de vraag hoe jonge kinderen wiskunde leren. O'Brien gaat nog een stapje verder en zegt dat kennis over de ontwikkeling van het denken van jonge kinderen zelfs kan helpen nieuwe doelen voor het wiskunde-onderwijs te vinden. Eén van die doelen zou bv. kunnen zijn de atomistische (d.i.: verbrokkelde, ongekonstruktureerde) denkhouding van de leerlingen te doorbreken via oefeningen in *relationeel denken,* bv. door de volgende opgave te presenteren:

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 1, nr. 4 (pag. 273, 274).

Klassifikatie, logische noodzakelijkheid, transitiviteit

1 Ik denk aan een getal tussen 1 en 100. Probeer het getal te raden. Je kunt de volgende soort vragen stellen:
'Is het kleiner dan 20? ' of
'Is het groter dan 75? '

2 Ik denk aan twee getallen tussen 1 en 100. Zelfde regels als bij 1. Als je vraag ('kleiner dan 42? ') voor beide getallen geldt, dan antwoord ik met 'ja'. Anders geef ik 'nee' als antwoord.

3 Twee getallen tussen 1 en 100.
Als je vraag voor één getal geldt, dan antwoord ik met 'ja'. Anders met 'nee'.

4 Twee getallen van 1 tot 100. Als je vraag geldt voor precies één getal, dan antwoord ik 'ja'. Anders 'nee'.

Bij zijn voorstellen maakt O'Brien twee kanttekeningen: in de eerste plaats meent hij dat het niet verstandig is rechtstreeks te oefenen op specifieke Piaget-taken. Misschien leren de kinderen dan nog wel proefjes op te lossen met behulp van bepaalde truukjes, maar de 'onderliggende kognitieve struktuur' wordt toch niet beinvloed. En om dat laatste gaat het.
Vandaar dat O'Brien er in de tweede plaats op wijst dat 'relationeel denken' niet kan worden onderwezen op de traditionele manier.

Behalve over Piaget's teorie werd ook veel gediskussieerd over de rol van de *'intuïtie'* bij het leren van wiskunde, zonder dat deze diskussies overigens tot afgeronde konklusies hebben geleid. Tegen een vroegtijdig symbool-gebruik en het formaliseren van redeneringen werden veel bezwaren aangevoerd. Problemen oplossen verloopt voor een deel bewust, maar voor een ander deel ook onbewust.

Typerend was de afwezigheid van de behavioristisch georiënteerde kongresdeelnemers. Zo kon Seymour Papert van het Massachusetts Institute of Technology (hetzelfde instituut waar ook het rapport van de 'Club van Rome' vandaan komt) zonder tegenspraak de begrip-

pen 'leren' en 'transfer' als onbruikbaar terzijde schuiven.
Algemeen leek men het er over eens dat ook binnen de zogenaamde nieuwe wiskundeprogramma's terdege gewaakt moet worden voor 'verbalisme'.

Een belangrijk gesprekspunt in de werkgroep 'Research in Mathematics Education' betrof de kloof tussen de 'researchers' en de 'teachers', tussen onderzoeker en leraar, *tussen de teorie over en de praktijk van het wiskundeonderwijs*.
Pasklare oplossingen om de kloof te overbruggen waren niet voorhanden. Wel werd gesuggereerd dat onderzoekers bij de keuze van hun research-projekten meer overleg moeten voeren met mensen in de praktijk. Sommige deelnemers meenden dat de beste manier om de kloof te overbruggen is om met een groep vrijwilligers, bestaande uit onderzoekers en mensen in het veld, bepaalde problemen ter hand te nemen.
Daarbij zou men een institutionalisering van dat werk zoveel mogelijk moeten zien te voorkomen, omdat daardoor de kloof tussen researchers en teachers weer snel groter kan worden. Andere deelnemers meenden dat via de produktie van leerboeken met uitvoerige handleidingen het kommunikatieprobleem 'research-praktijk' grotendeels kan worden opgelost.

LEEN STREEFLAND

Tijdens de laatste zitting van genoemde werkgroep[1]) werd het woord gevoerd door Prof. Varga uit Hongarije over 'Probability in Hungarian Primary Schools'.
Prof. Varga is verbonden aan het Hongaarse Nationale Instituut voor Opvoeding en Onderwijs in Budapest en o.a. één van de samenstellers van 'MUNKALAPOK'[2]).
Alhoewel een P.A.-blok over 'Statistiek en Waarschijnlijkheid' momenteel op een aantal akademies geëvalueerd wordt en een H.o.o.-blok over hetzelfde onderwerp in ontwikkeling is, wil ik toch de lezers van dit bulletin reeds laten kennismaken met een idee uit Varga's lezing. Vooral omdat sprake is van aktiviteiten die heel goed passen binnen de sfeer van het 'gewone' rekenen.
Bovendien kan het spelletje – want daar gaat het om – uitstekend dienen om te laten zien, dat vanuit een totaal andere 'ingang' dan de traditionele, allerlei aktiviteiten geïnitieerd worden, die tot de traditionele rekenstof gerekend moeten worden. Hiermee wordt dan tevens nog eens beklemtoond dat t.a.v. het oude programma niet gesproken kan worden van 'schrappen' en 'bijstoppen' maar veeleer van aksentverschuiving.
Het spelletje 'Two dice walk' (een letterlijke vertaling klinkt niet zo leuk; 'Dobbelstenenloop' misschien?) wordt gekenmerkt door mogelijkheden tot integratie van verschillende gebieden uit de wiskunde.

---

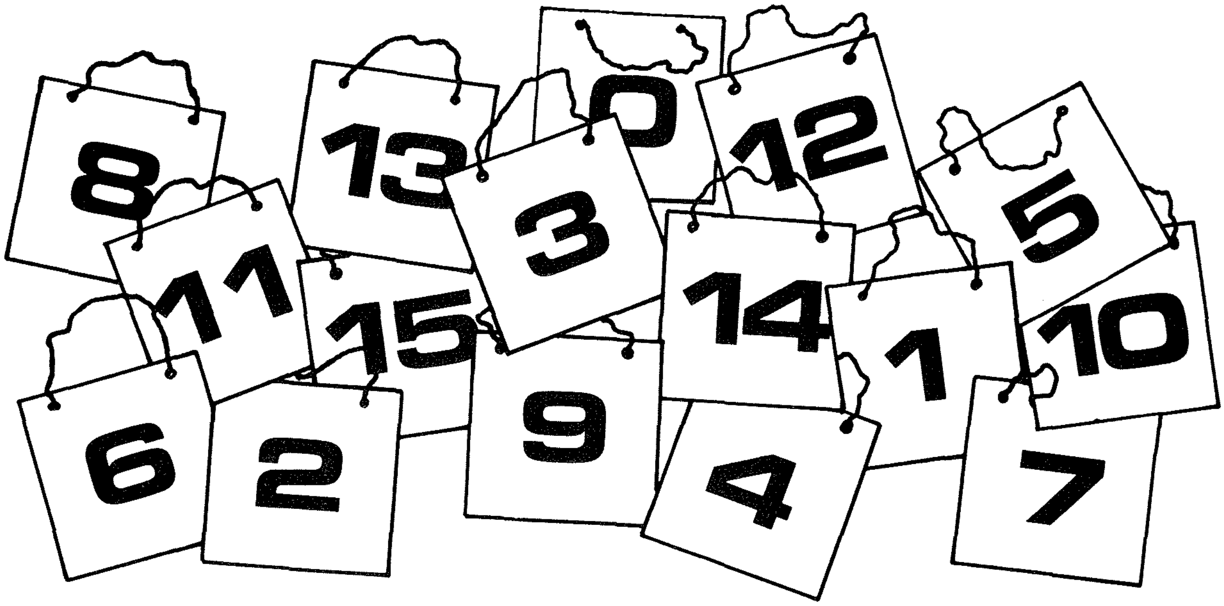
[1]) 'The Teaching of Probability and Statistics at School level'.

[2]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 1, nr. 4 (pag. 314-316).

DOBBELSTENENLOOP (voor leerlingen van 6 à 7 jaar).

FASE 1

In een korte inleiding wordt de leerlingen verteld, dat straks met twee dobbelstenen van verschillende kleur (bv. rood en blauw) gegooid zal worden. 16 kinderen mogen nu een kaart kiezen met daarop één van de getallen van 0 t/m 15.

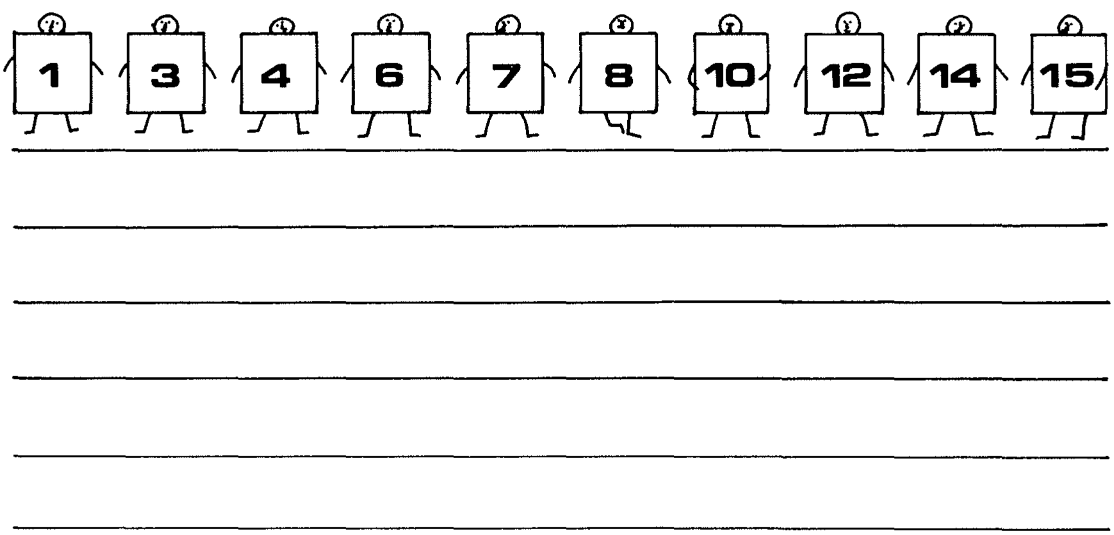


Aan de kaarten zijn touwtjes bevestigd zodat de kinderen deze om hun nek kunnen hangen. Zij hebben hun getal gekozen naar aanleiding van de opdracht:

'We gooien met twee dobbelstenen. Daarna tellen we het aantal ogen. De ene keer gooi je 3 ogen en de andere keer bv. 12. Kies nu een kaart met een getal. Kies het getal, waarvan je denkt dat het vaak zal voorkomen bij het gooien van twee dobbelstenen.'

Van iedere getallenkaart zijn meerdere eksemplaren, zodat verschillende kinderen hetzelfde getal kunnen kiezen.
De kinderen worden nu uitgenodigd de getalkaart om te doen en op volgorde te gaan staan voor een veld met evenwijdige lijnen.

Aldus:



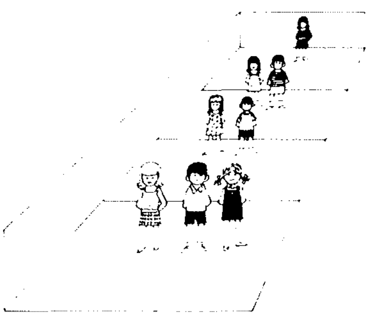
Het ordenen van getallen op een 'levende getallenrechte', waarbij
— is groter dan;
— is kleiner dan;
— is gelijk aan (hoe moeten de kinderen gaan staan, die hetzelfde getal kozen?);
— komt voor;
— komt na;
ter sprake kan komen.

Vervolgens gaat een groepje van twee leerlingen met de beide dobbelstenen werpen. De één gooit, de ander roept de som van de ogen af. Zodra een kind het getal hoort, dat het gekozen had, mag het een stapje voorwaarts doen tussen de eerste twee evenwijdige lijnen. Wie het eerst aan het eind van het veld met evenwijdige lijnen komt, heeft gewonnen.

N.B. Het spel is zo te organiseren, dat iedere leerling van de klas erbij betrokken raakt, bv.: één leerling werpt met de dobbelstenen, een ander leest per dobbelsteen het aantal ogen af. Telkens kan een ander kind dus de beurt krijgen om de som te bepalen.

Merk op dat de volgende aktiviteiten hierbij aan de orde komen:
- *eenvoudige teloefeningen;*
- *optellen van natuurlijke getallen $\leqslant 6$, met daarbij 'optellen over de tien';*
- *het hanteren van de kommutatieve eigenschap van de optelling: $6(r) + 4(b) = 10$ en: $4(r)$ en $6(b) = 10$;*
- *het plaatsen van getallen op de getallenrechte.*

M.n. geldt dit voor de kinderen, die het getal kozen. Zij moeten immers een stapje naar voren doen.



FASE 2
Zonder dat er verder over het resultaat van het spel gesproken is, wordt het in een volgende les herhaald. De kinderen mogen opnieuw beginnen met het kiezen van een getalkaart. Veelal gaan de leerlingen nu selektiever te werk dan de eerste keer. 0, 1, 13, 14 en 15 blijven liggen, zo die al gekozen waren. Anderzijds zullen diverse leerlingen nu het winnende getal van het vorige spel willen hebben.

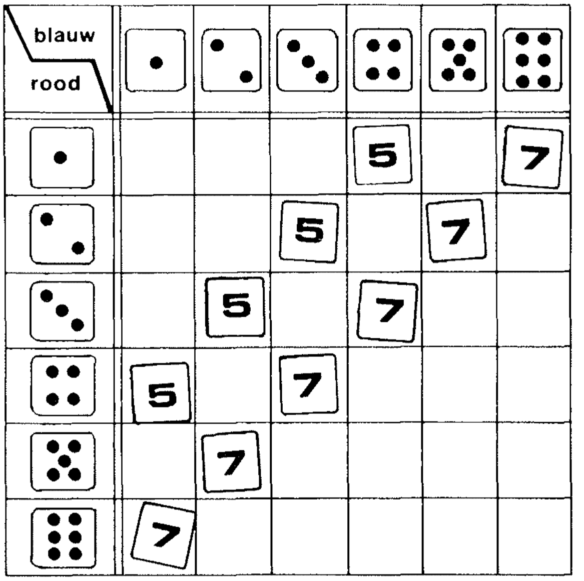
FASE 3
Na het spelen van het tweede spel vindt een klassegesprek plaats. De diskussie (m.b.t. de waarschijnlijkheidsrekening) speelt zich af op een kwalitatief nivo.

Bijvoorbeeld:
Het is niet verstandig bij dit spel 0,1, 13, 14 of 15 te kiezen want:
0 (1, 13, 14 15) kun je niet gooien met twee dobbelstenen. Dit is *onmogelijk*.

Ook worden de resultaten van het eerste spel vergeleken met die van het tweede. Juist de verschillen zullen bij de leerlingen intuïtief idee van het kansbegrip doen ontwikkelen.
Bij het eerste spel 'won 7' en bij het tweede spel 'won 6'.
Hoe kan dat?
'7 wint het spel is *mogelijk*, maar het is niet *zeker*, daarom kan 6 best het tweede spel winnen en dat is ook gebeurd'.

Wanneer de leerkracht tot de konklusie komt, dat de leerlingen het spel door hebben en aanvoelen, dat de uitslag van te voren niet met zekerheid te voorspellen is, wordt het probleem nog eens via een andere 'ingang' benaderd. Alvorens hierop in te gaan, dient opgemerkt te worden,
- dat *de leerlingen in de eerste plaats* beargumenteren, waarom 'dit zó is' en 'dat zó is' en
- dat de onderwijzeres zoveel mogelijk het initiatief en de verklaringen aan de leerlingen laat en slechts als gespreksleidster optreedt.

FASE 4
De andere benadering van het probleem, zonder dat overigens op de relatie met de 'dobbelstenenloop' gewezen wordt, geschiedt via een *'tabel met twee ingangen'*.

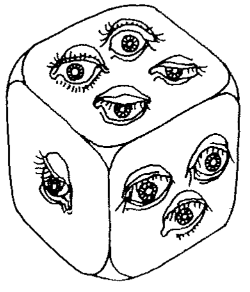


De leerlingen beschikken over meerdere eksemplaren van kaartjes met de getallen van 2 t/m 12. Ze gooien met een rode en een blauwe dobbelsteen. De som van de ogen wordt telkens via een getalkaartje ingelegd in het roosterdiagram.

Merk op, dat hier sprake is van aktiviteiten als:
- *eenvoudige teloefeningen;*
- *optellen van natuurlijke getallen ≤ 6, waarbij in sommige gevallen de 10 overschreden wordt;*
- *invullen van een (optel)tabel;*
- *toepassen en (her-)ontdekken van de kommutatieve eigenschap van de optelling.*

Wanneer het diagram is volgelegd, wordt weer een klassegesprek gehouden over vragen als:

Heeft dit iets te maken met ons spel?
Zo ja, wat dan?
Welk aantal ogen komt vaker voor: 6 of 7?
Welk aantal komt het minst vaak voor?



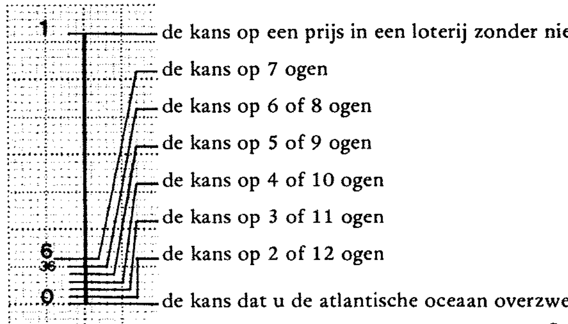
'welk aantal ogen?'

In een later stadium wordt dan nagegaan of het *mogelijk* is dat '2 het spel wint' of dat '12 het spel wint'.
Hierbij begint dan de mate van waarschijnlijkheid van de verschillende uitkomsten, zij het nog steeds op kwalitatief nivo, een rol te spelen.

TERUGKEER VAN HET PROBLEEM OP HOGER NIVO

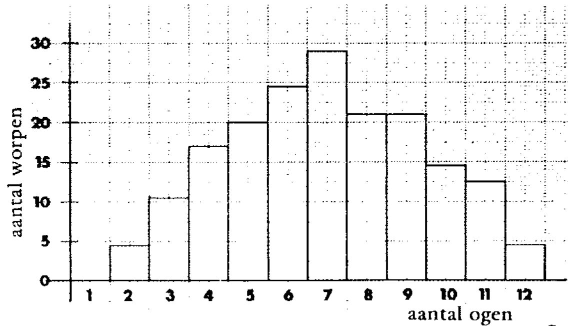
Van belang voor een vertikale leerstofplanning is het beschikbaar hebben van problemen, die op verschillende nivo's kunnen terugkeren.
Het onderhavige dobbelspel is zo'n probleem.

In een wat later stadium, wanneer de leerlingen beschikken over het teoretische kansbegrip, kan het spel opnieuw ter sprake komen. Een verklaring als '7 wint het spel' bleek te verwachten. De kans immers op 7 bij het werpen met twee dobbelstenen is he grootst, nl. $\frac{6}{36}$ of $\frac{1}{6}$. De struktuur van het spe wordt aldus volledig blootgelegd.
De verschillende kansen worden eksakt be paald en op een kansschaal afgezet. (fig. 1).



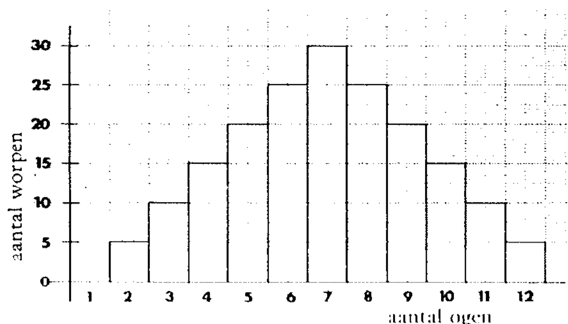
fig

Bovendien kunnen de resultaten van he spel (na bv. 180 worpen met beide dobbe stenen) in een staafdiagram verwerkt worde (fig. 2),



fig

alsmede de teoretische kansverdeling n 180 worpen (fig. 3).



fig

Empirie en teorie worden vergeleken.

Is men zover dan kan het staafdiagram van d teoretische kansverdeling van het spel (na b 180 worpen) opnieuw ter sprake komen, a een voorbeeld van een symmetrische kan verdeling en later als voorbeeld van een bino miale kansverdeling.

nieuw op de markt

ED DE MOOR

In de vorige aflevering van het Bulletin besprak ik de nummers 1 t/m 4 van *'Wiskunde in Wording'*, een nederlandse bewerking door W. den Hartog van Stuart Bell's *'Mathematics in the Making'*, een uitgave van Malmberg.

De eerste vier deeltjes:
1 Mozaïek, oppervlakte en omtrek,
2 Talstelsels,
3 Veelhoeken en Veelvlakken, en
4 Hoeken
lijken niet onaardig voor de Wiskundewerkhoek.

De serie is nu gekompleteerd met de deeltjes 5 t/m 12, geheten:
5 Kromme lijnen
6 Kaarten en Plattegronden
7 Transformaties
8 Topologie
9 Getallen
10 Relaties
11 Grafieken
12 Statistiek

De boekjes zijn aantrekkelijk uitgevoerd en verschillende deeltjes bevatten ook weer interessante problemen om eens in de Wiskundewerkhoek uit te proberen.
Naar mijn mening zal echter nog al wat deskundige begeleiding nodig zijn en misschien zijn sommige zaken alleen maar voor de 'knapperds' weggelegd.
Vooral de deeltjes 6 (Kaarten en Plattegronden), 7 (Transformaties), 9 (Getallen) en 11 (Grafieken) lijken mij geschikt en niet alleen voor de leerling. Ook de onderwijzer zal hier zeker wel weer het een en ander uit kunnen leren. Een goede voorbereiding bij het gebruik van deze boekjes is beslist noodzakelijk.

Wanneer wij ons thans richten op wat details, dan valt op, dat het taalgebruik uiterst kompakt is.

Ik vermoed, dat Co van Calcar's haarbos nog verder te berge zal rijzen als hij in het deeltje *Topologie* zal lezen:

> 'De netwerken, die afgereisd kunnen worden zonder een weg meer dan één keer te gebruiken zijn de netwerken met niet meer dan twee 'oneven knooppunten.'

Voorwaar een volzin, waarbij iedere volwassene toch even zal moeten nadenken. Ik ben benieuwd welk kind dit op eigen 'kracht' zal kunnen begrijpen.
Overigens vallen dergelijke regels zonder meer uit de lucht, regels die ons in staat stellen om op zichzelf leuke topologische puzzles op te lossen.
Natuurlijk ben ik geen voorstander om hier met 'bewijzen' te komen aandragen maar een opening naar zoiets als *'Is dat nou altijd waar? '* was hier toch mogelijk geweest.

Het dualiteitsprincipe: 'vlak door punt vervangen' en 'punt door lijn' wordt even gemakkelijk gehanteerd als het ruilen van geld voor snoep.
Zouden kinderen (10, 11, 12 jaar) dit zonder meer aksepteren?
Het is beslist te proberen, want het blijven leuke problemen.

In het deeltje *Getallen* is te weinig gebruik gemaakt van de getallenlijn. Tevens vind ik matematisch en didaktisch de schrijfwijze '7a + 4v = 3a' onjuist.
U moet zelf maar eens bedenken wat die **a** en die **v** hier betekenen.
Misschien komt u erachter als ik zou voorstellen te schrijven:

$$\overleftarrow{7} \oplus \overrightarrow{4} = \overleftarrow{3}\,.$$

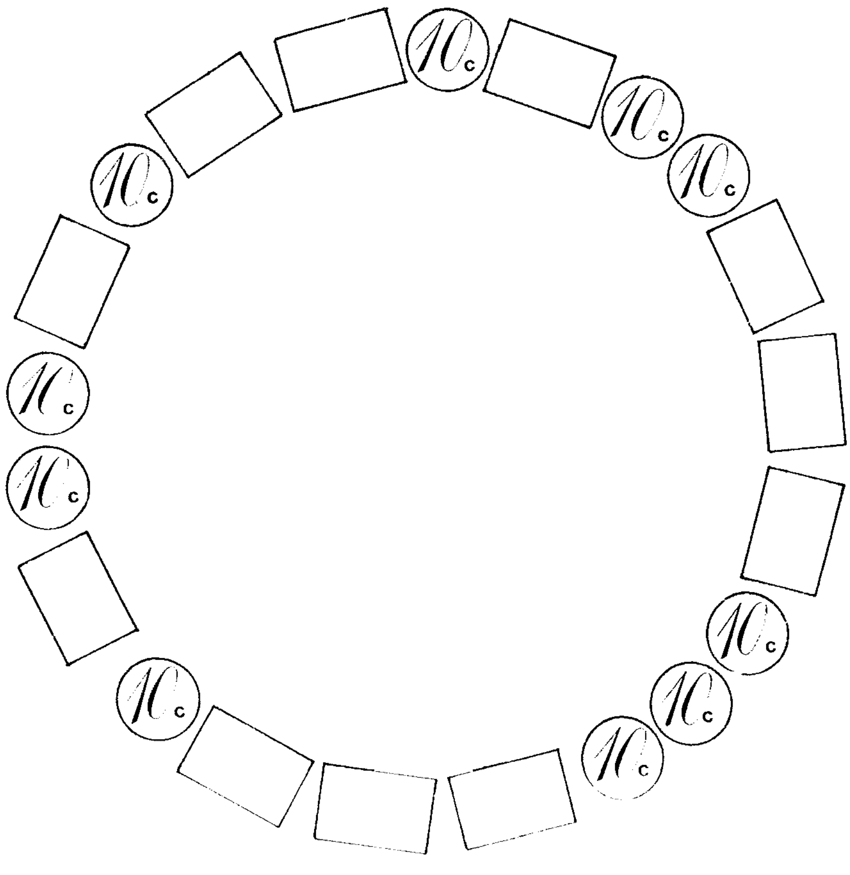
In het deeltje *Statistiek*, waar lustig met termen als frekwentiediagram, normale kromme, modus, mediaan e.d. wordt gestrooid, lezen wij nog een interessante boodschap:

'De overheid dient ervoor te zorgen, dat er op den duur geen woningtekort is, dat het wegennet voor het toekomstig verkeer toereikend is, dat er voor ieder werkgelegenheid blijft, dat er voldoende voorzieningen voor het steeds groeiende aantal bejaarden getroffen worden, enz.'

en dan komt het Centraal Bureau voor de Statistiek.
Nou, dat kan de overheid in z'n zak steken, denk ik dan.
Toch maar aanschaffen deze boekjes, al is het maar voor u zelf.

6

Uit het duitse tijdschrift 'Bild der Wissenschaft' van april j.l. haalden we het probleem van de eenzame kafébezoeker, die wat speelt met de dubbeltjes waarmee hij zijn kopje koffie moet betalen en met de suikerklontjes uit de schaal voor hem.



De kelner was nog fris en vertoonde zelfs matematisch inzicht, want hij was in staat de kring van dubbeltjes en klontjes zodanig in de rondte af te tellen, dat steeds bij de vijfde tel een dubbeltje werd aangewezen, dat dan ook prompt in zijn zakken verdween. Doe het die kelner maar eens na!

skriptoteek

HENK MEIJER
JOHAN VAN BRUGGEN

Van een aantal studenten aan pedagogische akademies ontvingen we rechtstreeks of via hun wiskunde-docent skripties over zeer gevarieerde onderwerpen.
Enkele voorbeelden:

▶ *Een onderzoek naar de mogelijkheden van de bandrekorder in het rekenonderwijs.*[1])
Op vier fronten is gewerkt:
- rekendiktee
- hoofdrekenen

band en korrektiekaart voor de leerling;
- toelichting bij rekenparagrafen, waarbij voor elk 'type' sommen een aanwijzing wordt gegeven (goed te gebruiken bij inhaalwerk);
- aanleren van begrippen 'omtrek' en 'procent', waarbij naast de band ook visueel materiaal en oefeningsmateriaal wordt gegeven; de band stuurt de leerling door het materiaal.

Konklusie: de bandrekorder is vooral bruikbaar bij remedial teaching en bij instruktie voor bepaalde 'skills' die getraind moeten worden. Een meer ontdekkende werkwijze is moeilijker te realiseren.

▶ Een skriptie over: *Modernisering van het rekenonderwijs*[2]), toegepast op een aantal praktijkvoorbeelden van ontdekkend leren in groepswerk bij het onderwerp 'grafische verwerking'.
De schrijver geeft enkele aardige voorbeelden van onderzoekjes door leerlingen, die een uitbreiding vormen van de voorraad, die in de betreffende P.A.- en H.O.O.-blokken reeds is gegeven.

▶ Een zeer uitgebreide en interessante skriptie ontvingen we uit Friesland, getiteld: *Hoofdbewerkingen met negatieve getallen in de hoogste klassen van de basisschool.*[3])

Aan deze skriptie willen we dit keer wat meer aandacht besteden, omdat de schrijver zelf aan het eind een aantal interessante vragen stelt – interessant uit een oogpunt van leerplanontwikkeling – die nog kunnen worden vermeerderd en misschien anderen kunnen stimuleren tot nieuwe skripties.
De indeling van het werk van Sijtsma is als volgt:

1 Algemene opmerkingen over negatieve getallen; de kennis van de leerlingen (beginsituatie); de voorlopige doelstellingen; de te kreëren onderwijsleersituaties; de verdeling van de stof over de lessen.
2 Beschrijving van lessen rondom de komponenten:
   - begrip van negatief getal (via boodschappen doen, thermometer, N.A.P., wegen);
   - begrip 'negatief' in de taal (erg moeilijk voor de 5e- en 6e-klassers met wie werd gewerkt);
   - het tegengestelde;
   - de optelling;
   - de aftrekking;
   - de vermenigvuldiging;
   - de deling.
3 Evaluatie van het onderwijsleerprogramma met als hulpmiddelen:
   - eigen observatie en beleving;
   - toets (vooral gericht op vaardigheden met de hoofdbewerkingen);
   - enquête (gericht op de beleving door de kinderen van het nut van het onderwerp, de gebruikte materialen en onderwijsleersituaties).
4 Op basis van konklusies uit deel 3 en nadere doordenking van deel 1 volgt een 'bescheiden proeve van een didaktiek', waarin overwegingen met betrekking tot

[1]) Door J.W. Antheunissen en A.H. de Jonge uit Middelburg.
[2]) Door L. Bosselaar uit Middelburg.
[3]) Door Douwe Sijtsma, Boslaan 33, Beetsterzwaag (Fr.).

doelstellingen, beginsituatie, leerstofkeuze, keuze van werkvormen en leeraktiviteiten, te gebruiken onderwijsleermiddelen en een beknopt overzicht van de stappen in een leergang, worden gegeven.

5 In een slotbeschouwing worden een aantal onderzoeksvragen gesteld, waarop de schrijver in zijn studie stuitte.

We geven enkele bevindingen en opmerkingen van de schrijver door met daarbij een aantal opmerkingen.

I IN DE EERSTE PLAATS
de belangrijke kwestie van de doelstellingen: waarom zou je in het basisonderwijs aandacht besteden aan negatieve getallen? Sijtsma wijst op het nut bij berekeningen met temperatuur en N.A.P.; dus *de funktionering bij de zaakvakken.*
Het gaat daarbij vooral om het idee dat we wel eens getallen gebruiken die kleiner zijn dan nul. M.a.w.: wijzen op het gebruik van negatieve getallen in de praktijk voert wèl tot de stelling dat introduktie van negatieve getallen zinvol is voor wat betreft het begrip 'negatief getal' maar nìet tot de stelling, dat het uitvoeren van de vier hoofdbewerkingen met negatieve getallen zinvol is.
Naast deze bron van doelstellingen (het praktische nut, het dagelijks leven), wijst Sijtsma nòg een bron aan, nl.
het voorbereiden op het vervolgonderwijs.
De redenering is ongeveer als volgt: bijna alle leerlingen van het basisonderwijs krijgen in het voortgezet onderwijs wiskunde; daarin wordt gewerkt met negatieve getallen; waarom zouden we een stuk voorbereiding daartoe niet reeds in de basisschool geven als de leerlingen dat aankunnen en er plezier in hebben? Beide aspekten blijken volgens de toets en de enquête te gelden.
Deze bron voert dus tot het invoeren van bewerkingen met negatieve getallen in de basisschool.
De redenering lijkt ons juist: wiskunde is een belangrijke wetenschap en de basisschool heeft o.a. tot taak in een aantal gebieden van de wiskunde in te leiden. Wél moet men zich dan afvragen of dìt gebied (rekenen met negatieve getallen) dan zo belangrijk is binnen de wiskunde, dat alle leerlingen van het basisonderwijs er mee kennis moeten maken.

Daarmee zijn we aangeland bij een derde bron van doelstellingen die door de schrijver niet wordt genoemd. Behalve doelstellingen voor wiskunde-onderwijs, die gemotiveerd worden vanuit praktisch nut en vanuit de voorbereiding op het vervolgonderwijs, kan men zich ook *doelstellingen* voorstellen *vanuit de struktuur van de wiskunde zelf:*
Wat zijn de essentiële aktiviteiten, begrippen en inzichten van de wiskunde?
Wat is dat eigenlijk: wiskunde bedrijven? .
Eén van de belangrijkste aspekten bij deze kwesties is dat de wiskunde probeert de werkelijkheid te beschrijven door een model te kreëren waarin de verschijnselen samenhang krijgen en welk model maakt dat onze mogelijkheden tot beheersing van de werkelijkheid vergroot worden.
Dit soort overwegingen moet leiden tot een grondig doordenken van het stuk wiskunde waar men op zeker moment mee bezig is:
wat is de essentie ervan?
Alleen op grond van een dergelijke matematisch-didaktische analyse, gekombineerd met de beide andere bronnen van doelstellingen (praktisch nut, vervolgonderwijs), kan men beslissingen nemen over de wenselijkheid van introduktie van bepaalde stukken wiskunde in het basisonderwijs.
Na de vaststelling van de wénselijkheden moet natuurlijk ook aandacht geschonken worden aan de mógelijkheden:
Kunnen de kinderen het op een adekwate wijze leren?
Kost het niet teveel tijd?
Welke didaktische mogelijkheden zijn er?

Het is hier niet de plaats om een dergelijke matematisch-didaktische analyse t.a.v. 'bewerkingen met negatieve getallen' uit te voeren. Bovendien is het een onderwerp waarover nog veel gestudeerd en nagedacht wordt binnen het IOWO.

Eén aspekt is echter zeker belangrijk:
Het 'rekenen' binnen de natuurlijke getallen heeft z'n begrenzingen: optellen kun je altijd, maar aftrekken niet (10—15 'kan niet'); vermenigvuldigen kan altijd, maar delen niet (8: 5 'kan niet' en 'dus' voer je breuken in).
M.a.w.: de verzameling van de natuurlijke getallen is niet gesloten t.a.v. de aftrekking en de deling.

Zoiets vindt de wiskundige jammer: als je een regel of bewerking gevonden hebt of gedefinieerd, wil je dat het *altijd opgaat*. Desnoods breid je je oorspronkelijke verzameling natuurlijke getallen uit door de invoering van een nieuw systeem:
de negatieve getallen, want dan kun je de aftrekking wèl altijd uitvoeren.

$$\left.\begin{array}{l}\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\} \\ -1, -2, -3, -4, \ldots\end{array}\right\} \mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

$\mathbb{N}$ – de natuurlijke getallen
$\mathbb{Z}$ – de gehele getallen

Op eenzelfde wijze voeg je bij de gehele getallen de breuken – postieve en negatieve – zodat je de verzameling *rationale getallen* krijgt.

Dit aspekt nu: het gesloten maken van je systeem, is de belangrijkste wiskundige motivering van de introduktie van negatieve getallen. We kunnen het ook omdraaien: als we in de basisschool negatieve getallen introduceren, moeten we dat doen op een wijze die het mogelijk maakt dat de kinderen een belangrijk aspekt van wat wiskunde-bedrijven is, nl. het gesloten maken van het systeem, kunnen ervaren (eenzelfde redenering gaat natuurlijk ook op voor wat betreft de breuken).

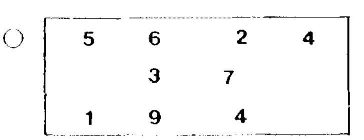
Het is duidelijk dat overwegingen van deze aard (en het bovenstaande is wel een uiterst summiere aanzet!) vèrstrekkende konsekwenties hebben t.a.v. zowel de bepaling van doelstellingen als van de aanpak van een stuk wiskunde in de basisschool.
Men kan de vraag stellen of in een rekendidaktiekskriptie voor de P.A. dergelijke overwegingen een hoofdrol moeten spelen. Naar onze mening moet er toch iets van doorklinken in het werkstuk. De wiskunde-docent zal daarbij vanuit zijn kennis van de wiskunde de helpende hand moeten bieden.
De skriptie kan er alleen maar diepgang door krijgen en de waarde ervan – zowel voor de schrijver als voor de leerplanontwikkeling in het algemeen – wordt groter.

II

De overwegingen onder I heel kort weergegeven, spelen helaas in de skriptie niet zo'n grote rol. Toch zijn er een aantal INTERESSANTE BEVINDINGEN EN VRAAGSTELLINGEN:

* Leerlingen van de 5^{e} en 6^{e} klas vinden de introduktie van het negatieve getal een voor de hand liggende zaak.
* Werken met de thermometer geeft geen beter inzicht, omdat de leerlingen te veel denken in termen van 'het vriest 2°' of '2° onder nul' i.p.v.: 'het is -2°'. Bovendien hebben ze slechts een vaag idee van wat een thermometer is en hoe hij werkt.
* De schrijver doet een poging om de bewerkingsregel bij het aftrekken (teken van aftrekker veranderen en dan optellen bij aftrektal) te introduceren en te laten vinden via de
  winkelaftrekking:
  de opgave $(+10) - (+8) = \square$ wordt omgezet in
  $(+8) + \square = 10$,
  en hetzelfde gebeurt dan met
  $(+5) - (-7) = \square$,
  wat wordt geschreven als $(-7) + \square = (+5)$.
  Deze benadering blijkt redelijk sukses te hebben. Nader onderzoek lijkt gewenst.
* Het begrip 'negatief' in de nederlandse taal blijkt moeilijk. Uitdrukkingen als: 'een negatieve jongen', 'de uitkomsten van het onderzoek waren negatief' werden slecht begrepen. Men kan zich afvragen in hoeverre deze 'dagelijkse taal' betrokken moet worden bij de introduktie van negatieve getallen en hoe dat dan moet gebeuren.
* Nà zijn onderzoek bemerkt Sijtsma met enige schrik, dat hij in zijn benadering de getallenlijn niet heeft gebruikt. Hij vermoedt dat werken met de getallenlijn veel moeilijkheden zal voorkomen. Men kan zich een leergang voorstellen die bijna geheel uitgaat van het werken met de getallenlijn.
* Sijtsma ziet in, dat oefening noodzakelijk is en geeft enkele voorbeelden van oefenvariaties, die hij niet verder heeft ontwikkeld.

Voorbeelden:



Zoek twee getallen hieruit die samen 2 zijn.
Hoeveel paren kun je vinden?

○ Werken met tovervierkanten.

		6
12	5	−2

Voltooi het tovervierkant, zodat de som van de getallen in elke rij, kolom en diagonaal gelijk is.
De leerlingen kunnen ook zelf zulke vierkanten opbouwen.

○ Vul in: = of ≠

$5 - 7 \;\square\; -2$

$-3 - 7 \;\square\; -4$

$3 \times (-5) \;\square\; -15$

$4 - 5 \;\square\; -3 + 2$

$3 \times (-2) \;\square\; -3 - 1 - 2.$

Wie geeft meer oefenvariaties?

Konklusie:
We gingen vrij uitgebreid op deze skriptie in. In de eerste plaats, omdat het werkstuk vele interessante didaktische vondsten toont en openingen maakt naar nieuwe werkstukken van kollega-studenten.
Vervolgens omdat naar ons gevoel een fundamentele dimensie te weinig nadruk krijgt. Een dimensie, die in te veel skripties wordt verwaarloosd, wat jammer is, omdat de studie aan diepgang zou kunnen winnen.
Bizonder graag geven we in een volgend nummer plaatsruimte aan uw reaktie op het geschetste (zowel reakties van onderwijzers, studenten als leraren P.A.).

CIJFEREN ANNO 2000

FRED GOFFREE
HENK MEYER

Eens in de twee jaar komen de schoolboekuitgevers met vele klein-, midden- en groothandelaren in leer- en hulpmiddelen tezamen om hun uitgaven aan het nederlandse onderwijs te tonen. Deze manifestatie heet Nationale Onderwijs Tentoonstelling en werd anno 1972 – als voorheen – in de Utrechtse jaarbeurshallen gehouden.

Hoewel dit alweer bijna een half jaar geleden is durven we te stellen, dat nog maar weinig nederlandse onderwijsmensen – ondanks deze tijd van bezinning – inzicht hebben gekregen in zin en onzin, van wat daar werd tentoongesteld.
Als je je als eenvoudige schoolmeester waagt tussen de leergangen, de individuele en klassikale leermiddelen, de naslagwerken voor de wereldoriëntatie, de audio-visuele hulpmiddelen, de moderne klasse-inrichtingen, de . . ., dan wil de gedachte aan de goede, oude en vooral rustige tijd in het onderwijs nog wel eens opkomen. Maar je zet deze, met enige tegenzin, toch van je af. Onderwijzen, je weet het al sinds de kweekschool, is vooruit zien. Kinderen van nu zijn de volwassenen van morgen . . .

De mens in deze en de toekomende tijd moet waarschijnlijk zeer fleksibel zijn. Zijn opvoeding en onderwijs moeten zo zijn dat hij zich in zijn volwassenheid zelfstandig kan handhaven, zich sociaal kan bewegen, eventueel gemakkelijk van beroep kan veranderen. De 'education permanente' zal hem levenslang volgen in het streven naar meer kennis . . .
Ongemerkt ben je voor een leermiddelenstand blijven staan, waar men aankondigt reeds te denken aan het jaar met het magische getal 2000. Je ziet jeugdige en bejaarde bezoekers vol ijver werken aan opdrachten met houten blokjes, telramen; je ziet iemand kralen verschuiven op een abakus en bemerkt dan eindelijk waar het om gaat: telmachines, rekenmachines en zelfs een mikro-computer, waaruit onder een geheimzinnig tikken allerlei getallen worden getoverd. Geïnteresseerd in alles wat het vak rekenen (en als het moet: ook het vak wiskunde) betreft, wil je er toch meer van weten.

Het dikke boek, *Cijferen anno 2000*, belooft kwa titel en omvang veel. Of men beide 'waar' kan maken, is een vraag die je graag beantwoord wilt zien. De mededeling dat Mr. C. van Veen, Minister van Onderwijs, met belangstelling kennis blijkt te hebben genomen van dit boek, kan je weetgierigheid slechts versterken . . .
Cijferen anno 2000 is een leerstofblok voor studenten aan pedagogische akademies. Binnen het vak Wiskunde en Didaktiek (rekendidaktiek) heeft men jarenlang aandacht besteed aan het onderdeel cijferen.
De slimme wijze waarop men in de westerse (en oosterse) kulturen de getallen pleegt te noteren – in een positioneel systeem – schept goede mogelijkheden om de hoofdbewerkingen technisch snel en feilloos uit te voeren. Ieder kent de algoritmen voor optellen (met onthouden), aftrekken (met lenen), vermenigvuldigen (onder elkaar) en delen (staartdeling). Kennis van wat eenvoudige sommen, verschillen en produkten, naast het kunnen toepassen van de bewerkingsschema's was voldoende om een akkurate rekenmeester te zijn.

De noodzaak van deze kennis is, bekeken vanuit de *praktijk van het dagelijks leven*, nauw verbonden aan de eisen die de maatschappij stelt. De nauwkeurige boekhoudende klerk heeft in de eerste decennia van deze eeuw zijn eisen aan het rekenonderwijs gesteld.
Onderwijskundige inzichten, die zich in deze eeuw van het kind op vele nivo's ontwikkelden, leidden tot het aanbrengen van

inzichtelijke kennis. De algoritmen werden met inzicht geïntroduceerd en met enorme vlijt en doorzettingsvermogen ingeoefend. Het hierdoor verdwenen inzicht werd pas voor diegenen, die onderwijzer wilden worden, weer opnieuw aangebracht . . .
De belangstelling, die het onderwijs opnieuw kreeg in de jaren na de tweede wereldoorlog, leidde tot het signaleren van veel overbodig en inefficiënt werken in de lagere school. Echte cijferaars werden steeds minder nodig, mechanische en elektrische rekenapparaten namen dit werk, sneller en betrouwbaarder, over.

Eenvoudig cijferwerk was nuttig, lange oefenuren leken niet nodig. Inzicht in struktuur van getallen en cijfers bleef wel in de aandacht. De motiverende kracht van het maatschappelijk nut op de achtergrond was echter verdwenen. *Cijferen werd bijzaak*.
Een oude onderwijzer deed het soms nog met een uit vroeger dagen stammend entoesiasme. Bij vragen van kollega's en ouders verdedigde hij zich met de *vormende waarde*, die het gekoncentreerd werken aan een duidelijk omschreven opdracht, moest hebben. De eigenlijke aanstichter van deze onderwijsverandering, de rekenmachine zelf, werd in de nederlandse basisschool niet toegelaten. Financiële èn emotionele faktoren speelden hierbij een rol van betekenis.

In engeland begon men omstreeks 1960 met een revolutionaire verandering van het rekenonderwijs. Dit rekenen anno 1960 in engeland was nog steeds gericht op de opleiding van de reeds beschreven klerk. De Nuffield Foundation stelde geld beschikbaar voor een geheel nieuwe aanpak, reeds voorbereid door mensen als de energieke Miss E.E. Biggs van het Nuffield Mathematics Teaching Project. Grote eisen aan inventiviteit, kreativiteit (en vooral *tijd*) werden aan de leerkrachten gesteld.
In deze aanpak, waarin wiskunde (rekenen) in de omgeving van kind en volwassene werd gezocht om als uitgangspunt van het onderwijzen te dienen, ontstond de gedachte aan de rekenmachine voor kinderen.

De eerste ontdekkingen aan de machine (als technisch apparaat) werden gevolgd door ontdekkingen met behulp van de machine aan de getallen, de cijfers hierin en de bewerkingen ermee. De rekenmachine (telmachine) blijkt vele didaktische mogelijkheden te bezitten. Inzicht in de genoemde aspekten kan ermee verworven worden, en wel door eigen inspanningen en ontdekkingen. In de toepassingen bespaarde het gebruik veel tijd en frustraties.

In nederland begint omstreeks 1968 een aantal wiskundeleraren aan kweekscholen te werken aan een leerstofpakket voor studenten. De ervaringen in engeland hadden ze laten volgen door eigen ervaringen en gesprekken met kinderen. Eén en ander was voor hen voldoende om de a.s. onderwijzers en onderwijzeressen de nieuwe mogelijkheden te presenteren. Hierin achtte men het opdoen van eigen ervaringen door de studenten van het grootste belang.
Na enige suggesties over gebruik van de machines wordt het doen van eigen vondsten — kreatieve voortzetting — gestimuleerd. De volgende stap *'met de machine naar de basisschool'*, is hiermee goed voorbereid. Deze stap is echter een zaak van student, leerling, leerkracht en docent tezamen. De grote onbekendheid met deze materie wordt als sterk punt van dit leerstofpakket naar voren gebracht. De student kan zijn ervaringen in dienst stellen van het rekenonderwijs in het algemeen.

Op vijf pedagogische akademies is nu gedurende één jaar een eksperiment aan de gang. Middel daartoe is het al genoemde blok *Cijferen anno 2000* en een aantal nader te vermelden machines. Het is de bedoeling, dat de studenten — in eigen tempo — gedurende hun opleidingstijd het leerstofpakket doorwerken en verwerken.
Primair doel — hoe kan het anders — is na te gaan in hoeverre het didaktisch handelen kan worden geaktiveerd, beter gericht en meer gemotiveerd. Daartoe is getracht de inhoud van het blok gevarieerd te doen zijn in aanbiedingsmogelijkheden, verscheiden in stof, inhoud en rijk aan kreatieve mogelijkheden.

Een opsomming van de hoofdstukken kan enig inzicht in het behandelde geven:

1 Doelstellingen
2 Inleiding
3 Eksperimenten
4 Ons positioneel stelsel g.i. (= gepro-

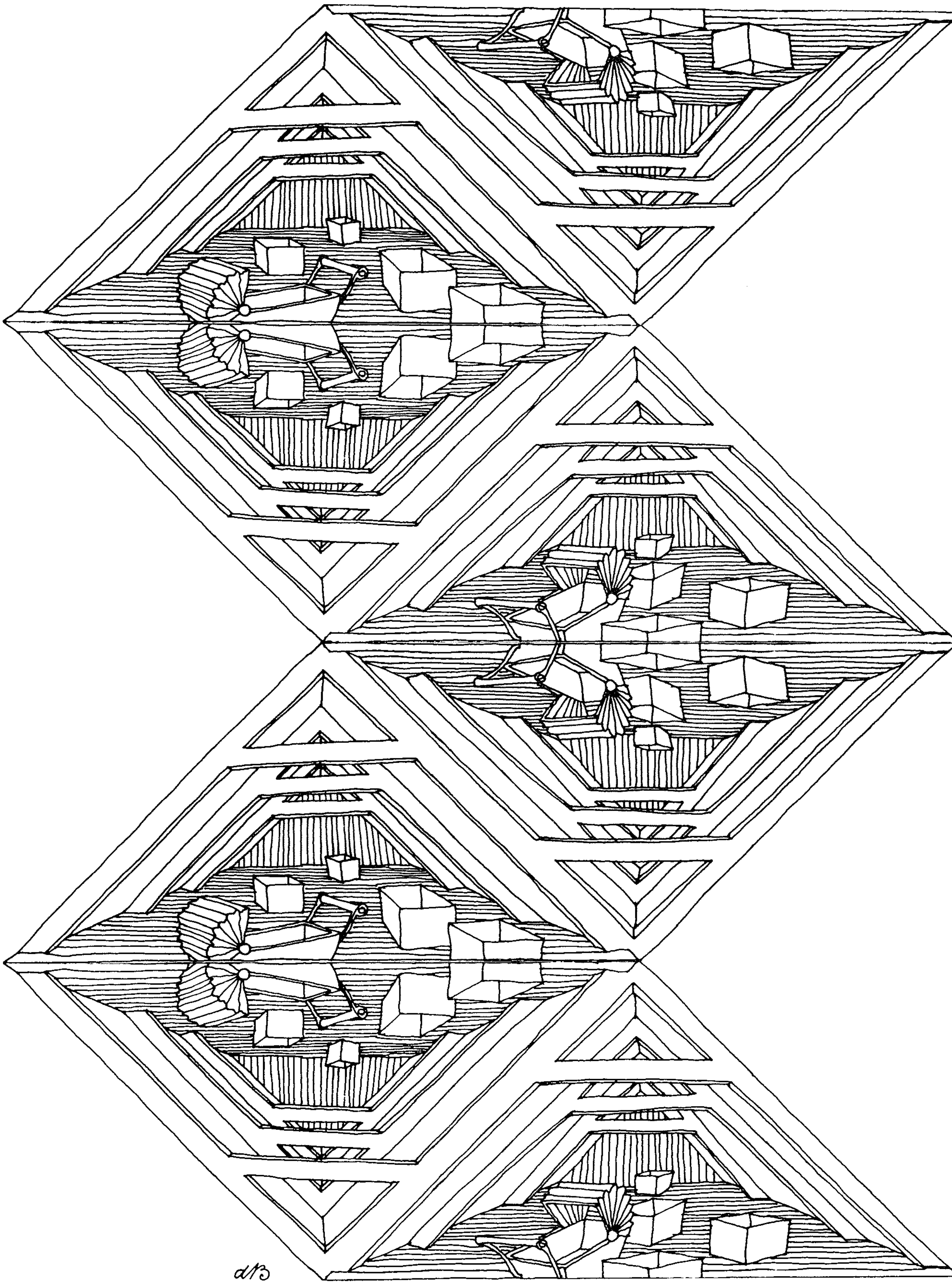
grammeerde instruktie)
5 De magic adder g.i.
6/7 Rekenlessen: optellen en aftrekken
8 Opgaven uit oude cijferboeken
9/10 Wat is vermenigvuldigen? Wat is delen?
11 Opdrachten voor eigen praktijk
12 Strategieën in schema g.i.
13 Ontdekken met de telmachine g.i.
14 Ontdekken met de handrekenmachine g.i.
15 Ontdekken met de vermenigvuldigmachine g.i.
16 Ontdekken met de 4-funktie machine g.i.
17 Suggesties voor de basisschool
18 Schatten
19 Analyse
20 Eigen produktie
21 Kolleges
22 Vraagstukken
23 Voorbeeld van een toets

De benodigde apparatuur voor dit eksperiment werd welwillend door Olivetti Nederland N.V. ter beschikking gesteld, terwijl Olivetti tevens de uitgave van het blok verzorgde.

Te zijner tijd zal een rapport over dit eksperiment verschijnen. Doel van het geheel is om na te gaan of, en zo ja hóé, een dergelijke approach van dat gedeelte van het wiskundeonderwijs op de pedagogische akademie, dat als *de didaktiek van het cijferen* kan worden betiteld, zinvol is.

In later verband kan eventueel worden nagegaan of de basisschool baat kan hebben bij invoering van een machinematig-georiënteerde, inzichtelijke benadering. Voorlopig ziet het er naar uit, dat de studenten van de betreffende pedagogische akademies sterk gestimuleerd worden door de nieuwe mogelijkheden. Deze mogelijkheden liggen primair op hun eigen nivo, maar laten uiteraard de gelegenheid open voor een 'vertaling' naar de basisschool.
En blijkens de reakties is het dit aspekt wat het meest aanslaat. Op basisscholen is al met apparatuur en ontworpen materiaal gewerkt. Een aantal skripties van derdejaars-studenten is ook hierop gebaseerd. Moge dit misschien wat prematuur lijken, gezien in het licht van het doel dat wij schetsen is opleiding vooruitzien, zeker op de pedagogische akademie. In het kader van de leerplanontwikkeling op de pedagogische akademie is een blok als *Cijferen anno 2000* een waardevolle bijdrage.

Het is de vraag hoe men daar in het jaar 2000 tegenover zal staan.



! Wim Wiedes !

HANS TER HEEGE

SCHETS VAN HET VERHAAL

Ken je Wim Wiedes? Nee?
Dat is jammer!
Maar ik zal jullie iets over hem vertellen.
't Is een rare hoor! Luister maar.

Als je het huisje van Wim voorbij loopt, tikt hij vast en zeker tegen het raam. Hij vraagt of je even binnen wil komen om een praatje te maken.
Zijn vrouw Wies zet dan een heerlijk kopje koffie. En je krijgt er ook nog een lekkere koek bij.

Eens kreeg Wim Wiedes van zijn oude tante Agaath 40 guldens. Daar was Wim erg blij mee. Hij wou ze eerst in een oude kous onder zijn kussen verstoppen. Maar Wies wilde dat niet. Zij wilde er een mooie jurk of een paar nieuwe schoenen voor kopen. Maar dat wilde Wim weer niet. En ze kregen er warempel ruzie over! Wim wou het geld bewaren en Wies wou er een nieuwe jurk voor kopen. Dat was me wat.
Wim kon er niet van slapen. Hij lag de hele nacht te denken en te denken. 's Morgens toen hij opstond had hij er wat op gevonden. Wat deed die slimme Wim?
Hij kocht een geldkist en deed het geld in de geldkist.

* *Kijk zo ziet die geldkist eruit. Er waren 9 vakjes in.*
* *En zo deed Wim die 40 guldens erin:*

1	9	1
9		9
1	9	1

* *Hoeveel geld zit er nu in de geldkist? Tel het eens na!*

Je zult vragen waarom Wim het geld er zo in deed.
Nou, dat is logisch.
Hij kon het geld zò gemakkelijk tellen. Kijk maar:
1 + 9 + 1 = 11
1 + 9 + 1 = 11, enz.
En dus: *'rondom 11'*.
Makkelijker kan het niet! Hij roept Wies erbij en zegt: Denk erom dat je niet aan het geld komt. Ik kan het gemakkelijk natellen!

Wies vindt het vreselijk, want ze wil zo graag een nieuwe jurk kopen!
Elke dag loopt ze langs de geldkist.
Wim kontroleert de kist elke dag.
'Ja, hoor, *rondom 11*' zegt hij dan ''t klopt'.

Wies heeft er veel verdriet van. Ze ligt nachtenlang wakker. Ze piekert hoe ze aan het geld kan komen.
Dan, op een nacht, krijgt ze een idee. De volgende dag loopt ze naar de kist, haalt het geld eruit en stopt het weer in de kist.

Kijk, zó:

2	7	2
7		7
2	7	2

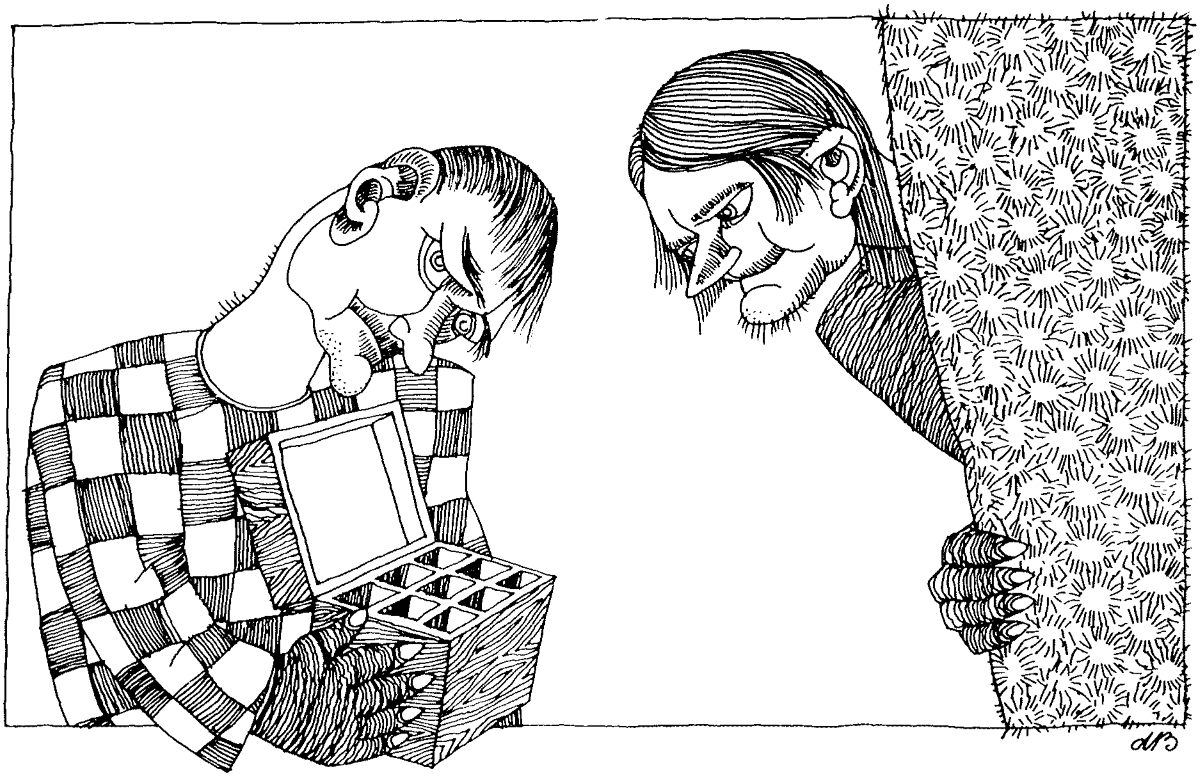
Ze zegt 'Ja, *rondom 11*'.
* *Klopt dat? Is het rondom 11?*
* *Tel na hoeveel geld er nog in de kist zit.*

's Avonds kontroleert Wim de geldkist.
Hij zegt: 'Het lijkt wel of er iemand aan het geld heeft gezeten.'
Maar als hij het geld geteld heeft zegt hij: 'Nee, het klopt. *Rondom 11*'.

OPDRACHTEN

- *Teken op een blaadje de geldkist van Wim Wiedes. Kan Wies nog eens geld uit de kist wegnemen zonder dat Wim dat merkt? Laat dat zien!*

- *De leerlingen maken een 'nieuwe' geldkist. Enkele leerlingen komen een op het bord getekende geldkist invullen. En dan volgt de opdracht: Hoeveel geld kan Wies wegnemen zonder dat Wim het merkt?*



'wim en wies wiedes'

een jonge□onder basje zoeker

DIK OORT

Toen vader binnen kwam had Bas net z'n honderdveldje uitgepakt.

Vader: Zo Bas, heb je al gezien wat het grootste vierkant is, dat je kunt leggen?

Bas: Ja, dat is het vierkant van tien bij tien; dan heb ik honderd tegeltjes.

Vader: Juist, daarom noemen we 100 wel 'tien kwadraat'; dat betekent eigenlijk het vierkant van tien. We schrijven het als volgt: 10^2.

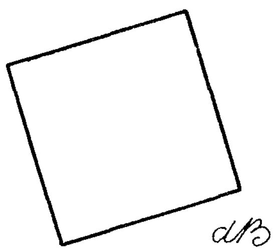
Bas: Dus 3 kwadraat is negen.

Vader: Mooi, en wat is nu het kleinste vierkant dat je kunt leggen?

Bas: Dan neem ik één tegeltje; $1^2 = 1$.

Vader: Misschien zou je nul tegels kunnen nemen.

Bas: $0^2 = 0$, maar een vierkant van nul tegels vind ik een vreemd vierkant.



'....vierkant van o tegels....'
conceptual art

Vader: Dat is zo, maar toch zullen we die nul in de gaten houden.
Je moet nu maar eens bij het kleinste vierkant beginnen en steeds de volgende leggen en tellen hoeveel tegeltjes er in dat vierkant zitten.
Schrijf het resultaat maar eens op.

Bas: Dat kan ik zo wel opschrijven.
Dat wordt:
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100.

Vader: Mooi, voor een groter vierkant heb je natuurlijk meer tegeltjes nodig. Schrijf er eens onder hoeveel er steeds bijkomen. En zet aan het begin van je rij dan ook maar de 0.

Basje noteert dat als volgt:

	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
erbij:	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	

Vader: Kun je nu ook iets van de onderste getallen zeggen?

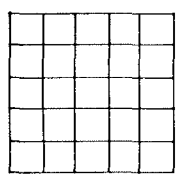
Bas: Die worden steeds groter.

Vader: Nog iets meer?

Bas: Ze worden steeds 2 groter en ze zijn allemaal oneven.

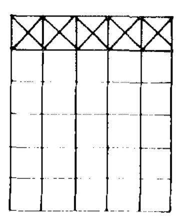
Vader: Precies, 't is de rij van de oneven getallen van en met 1 tot en met 19.
Nu zullen we eens kijken of we gemakkelijk kunnen zien hoeveel tegeltjes we nodig hebben als we van een vierkant van 5 bij 5 een vierkant van 6 bij 6 maken. Leg eerst maar eens een vierkant van 25 tegeltjes.

Bas legt de volgende figuur:



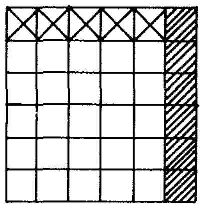
Vader: En wat ga je nu doen?

Bas: Eerst leg ik bovenaan een rij van 5.



Vader: En dan?

Bas: Dan aan de rechterkant nog een rij.
Maar dat zijn er dan 6.



Vader: Dat is dus samen?

Bas: $5 + 6 = 11$.

Vader: Prachtig; je bent nu van 5^2 naar 6^2 gegaan. En hoeveel komt er dan bij?

Bas: Als je van 5^2 naar 6^2 gaat komt er $5 + 6 = 11$ bij.

Vader: En als je van 6^2 naar 7^2 klimt?

Bas: Dan komt er $6 + 7 = 13$ bij.

Vader: Je hebt 't door. Nu kun je een heleboel kwadraten uit 't hoofd uitrekenen. Probeer eens om gemakkelijk uit te rekenen hoeveel maal 21×21 dus hoeveel 21^2 is.

Bas denkt na, maar ziet 't niet.

Vader: Welk mooi getal ligt vlak bij 21?

Bas: O, wacht even; ik moet aan 20 denken:
$20^2 = 400$ dus 21^2 is $20 + 21 = 41$ meer.
21^2 is dan $400 + 41 = 441$.

Vader: En nu een heel grote: hoeveel is 61^2?

Bas: Ik snap 't: $60^2 = 3600$;
daar komt $60 + 61$ bij;
$61^2 = 3600 + 121 = 3721$.
Ik kan nu alle getallen van twee cijfers die op een 1 eindigen kwadrateren.

Vader: Mooi, we hebben steeds het vierkant groter gemaakt, maar nu gaan we het vierkant kleiner maken.
Hoeveel is 19^2?

Bas: Van 19^2 naar 20^2 betekent dat er 39 bijkomen, dus nu begin ik bij 20^2 en trek er $20 + 19$ af.
$19^2 = 400 - 39 = 361$.

Vader: Welke getallen kun je nu gemakkelijk kwadrateren?

Bas: Nou, dat zijn alle getallen, die eindigen op een 0 — dat kon ik al — en nu ook alle getallen die eindigen op een 1 of op een 9.

Vader: Juist, maar dan nemen we steeds getallen van hoogstens twee cijfers.
Nu gaan we een grotere sprong nemen en een vierkant overslaan.
We gaan eens van 5^2 naar 7^2.

Bas: Van 5^2 naar 6^2 komt er $5 + 6$ bij.

Vader: Ja, en van 6^2 naar 7^2?

Bas: Dan komt er $6 + 7$ bij; dus van 5^2 naar 7^2 komt er $5 + 6 + 6 + 7$ bij.

Vader: Daar kun je nog iets moois van maken.

Bas ziet het niet.

Vader: Haal van de 7 maar eens 1 af.

Bas: Ja, en die stop ik bij de 5.
Dus $5 + 6 + 6 + 7$ is evenveel als $6 + 6 + 6 + 6$ en dat is 4×6.
Dus van 5^2 naar 7^2 sla ik het vierkant van 6 over en komt er 4×6 bij.
7^2 is dus $25 + 24$.

Vader: Hoeveel is 12^2?

Bas: $10^2 = 100$; ik sla 11 over, dus komt er 4×11 bij.
$12^2 = 100 + 4 \times 11 = 100 + 44 = 144$.
Dat wist ik trouwens uit mijn hoofd.

Vader: Jawel, maar hoeveel is dan 22^2?

Bas: $20^2 = 400$. Ik sla 21 over, dus er komt $4 \times 21 = 84$ bij.
22^2 is dus 484.
Nu kan ik alle getallen, die op een 2 eindigen kwadrateren.

Vader: Juist, en welke ook?

Bas: Ik kan ook het vierkant kleiner maken en één vierkant overslaan.
Dus ik kan alle getallen, die op een 8 eindigen, kwadrateren.

Vader: Mooi, we gaan het proberen: hoeveel is 18^2?

Bas: $20^2 = 400$; ik sla 19 over, dus er komt 4×19 bij; dat is 76.

Vader: Je bedoelt?

Bas: Ja, natuurlijk; er gaat 76 àf.
Dus: $18^2 = 400 - 76 = 324$.

Vader: Prachtig; we houden er mee op.
Volgende keer gaan we eens kijken naar de kwadraten van de getallen die eindigen op een 5.

Bas: Kun je die gemakkelijk uitrekenen?

Vader: Heel gemakkelijk.

Bas: Als ik dat kan, dan kan ik ook de getallen die eindigen op een 4 of op een 6 en ook die eindigen op een 3 of op een 7 kwadrateren.

Vader: Juist, en dan hebben we ze allemaal gehad.

INHOUD

variabel blok

1 WISKUNDE, HIER EN DAAR

1.1 INLEIDING EN LEESWIJZER

ROB DE JONG

Wat dacht je nu wel?
Voor een kind is er toch veel meer dan de school.
De school is maar één van de 'belevenissen' in zijn dagelijks bestaan. Een bestaan waarin naast
- de lekke achterband
- vanavond Swiebertje
- die ellendige meid uit de zesde
- straks nog even verstoppertje spelen met Eddie
- de elektrische trein, waarvoor nog vijf gulden sparen
- Feyenoord of Twente
- Hansje Bunschoten

de school in beeld komt bij: 'O, ja nog oud papier voor de meester.'
Eigenlijk geen tijd om naar school te gaan.
Wat dacht je nu wel?
Klagen dat ze (tegenwoordig) zo weinig belangstelling hebben voor Amalia van Solms en onvoltooide tijden, voor bladstrukturen en breuken?

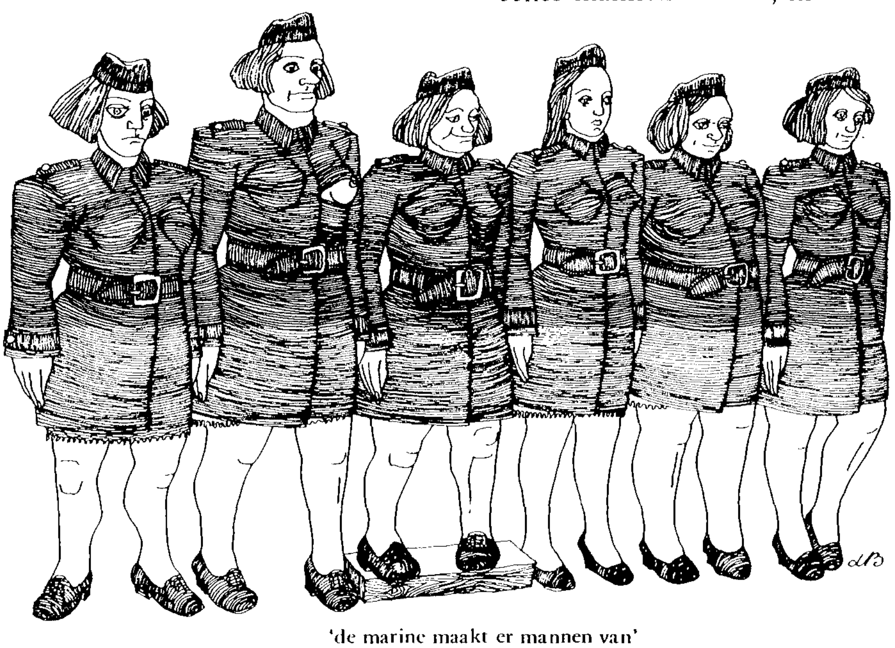
Als onderwijzer ben je soms geneigd om de school een centrale plaats in de wereld van het kind en het leren op school een monopoliepositie toe te kennen. In de school zal het moeten gebeuren . . . dáár vindt het échte leren plaats. En een uitspraak van MacLuhan die veel geciteerd wordt vind je ongenuanceerd:

> 'In vroeger tijden kon een kind de school nog serieus nemen. Het deed daar informatie op, waar het elders niet aan toe kon komen. Nu is het andersom: door naar school te gaan onderbreekt het kind hinderlijk zijn vorming.'

Tja, wat overdreven, maar toch . . . als waarschuwing! ?
Laten we nog even verder gaan met een overdrijving naar de andere kant:

> De padvinderij maakt kerels.
> De marine maakt échte mannen.
> Scholen maken mensen.

Zonder scholen kun je wel aan kerels en échte mannen komen, maar niet aan mensen.



'de marine maakt er mannen van'

Wat dacht je nu wel?
Het verhaal wordt wat zuur en kribberig.

Je zou kunnen zeggen dat *uitgangspunt* en *doelstelling* van alles wat op school gebeurt buíten de school ligt. 'Niet voor de school, maar voor het leven', werd al zo'n tweeduizend jaar geleden geschreven. Je zou dat een *doelstelling* kunnen noemen. Er is echter ook een oude en goede onderwijstraditie die tot *uitgangspunt* heeft om situaties uit het dagelijks leven van het kind als startpunten voor stukjes onderwijs te gebruiken. Denk maar eens aan weinig spektakulaire maar veel voorkomende 'entree's' als

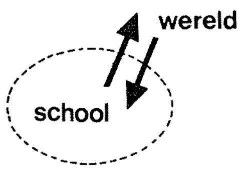
- schrijf eens een opstel over . . .
- je bent met Nicolien aan het knikkeren en . . .
- als je met de trein van . . .

REAL WORLD; uitgangspunt en doelstelling! Vanzelf-sprekend! Het kind leert immers meer **buiten** de schooluren als er **binnen**. Hoeveel uur is een kind per kalenderjaar op school?
Akkoord, op school vindt een systematisering plaats van het buitenschoolse leren.

In dit BLOK hebben we ons bij genoemd uitgangspunt en doelstelling aangesloten. We hebben dingen, situaties, aktiviteiten uit de omgeving van het kind bekeken en zijn vervolgens nagegaan in hoeverre deze aanleiding kunnen geven tot, een opening kunnen maken naar *verlevendiging van* een stuk wiskunde-onderwijs.
Een andere weg was eveneens mogelijk geweest. Nádat een stuk wiskunde-onderwijs is gegeven, geef je de opdracht:

> *'Ga nu eens kijken wat je buiten voor problemen tegenkomt die je, met behulp van wat je aan wiskunde hebt gedaan, kunt oplossen.'*

En een schakeling van beide trajekten kan ook nog plaatsvinden: nadat het onderwijs dat in real world is gestart heeft plaatsgehad, kun je weer naar real world terug.



Het is onmogelijk om uit de talloze dingen, situaties en aktiviteiten precies die momenten te kiezen die door alle lezers als zinvol voor hún klas worden ervaren. Het is wel mogelijk om een systematische opzet te maken door bijvoorbeeld eerst te inventariseren op welke stukken wiskunde-onderwijs je je wilt konsentreren en om daarna bij die stukken geschikte situaties te zoeken.
Je kunt ook beginnen bij de situaties en dan maar zien waar je uitkomt in de wiskunde.
De redaktie is laatstgenoemde weg ingeslagen.

In dit BLOK treft u bijdragen aan over sport, spelletjes, fietsenstalling, afpotten en helikopters.

Het schoolplein ligt vlak bij het kind. Hij staat, praat en speelt er. Bij dat spel moeten de rollen zo eerlijk mogelijk verdeeld worden. Wie is hem? Wie speelt met wie? Het aftellen, het 'poten' e.d. zijn belangrijke aktiviteiten die aan vele spelen voorafgaan. In **1.2** hebben Louis Gilissen en Leen Streefland hier aandacht aan besteed en daarbij enkele werkbladen voor de leerlingen ontworpen.

Op of bij hetzelfde schoolplein staat vaak een fietsenstalling. Een ding waarvan je je afvraagt: wat kun je daar nou mee doen in het onderwijs? Toch zijn het soms juist die heel gewone dingen die mogelijkheden bieden. Johan van Bruggen en Edu Wijdeveld geven in **1.3** een paar 'handreikingen'.

Wat verder van school ligt het sportveld. Dat sport 'in' is bij het wiskunde-onderwijs moge blijken uit een onlangs verschenen boekje, getiteld 'Sportsmaths'. Een boekje waarin honderden opgaven staan die op de een of andere manier met sport te maken hebben en die hier en daar wat 'cijferen' vragen. Henk Meyer is in **1.4** op een meer oorspronkelijke manier te werk gegaan, uitgaande van een finish-foto.

Gezelschapsspelletjes spelen een belangrijke rol in de wereld van het kind. In twee bijdragen komen deze spelletjes aan de orde. In **1.5** beschrijft Piet Scholten een nieuw – door hem ontworpen – spel.
De eerste ervaringen geven aan dat het spel zowel door kinderen als door volwassenen gewaardeerd wordt en dat het meer denkwerk vraagt dan je op het eerste gezicht vermoedt.

Adri Treffers heeft een genuanceerd artikel over spelletjes geschreven (**1.6**). Een artikel dat tevens de voorafgaande bijdragen enig reliëf geeft.

Tenslotte geeft het oriëntatietochten-team, bestaande uit Jan van den Brink en Leen Streefland, een verslag van hun metodenstudie. In **1.7** vindt u iets over termometers, elektromagneten (met werkbladen!), kiesdelers en kookboeken.

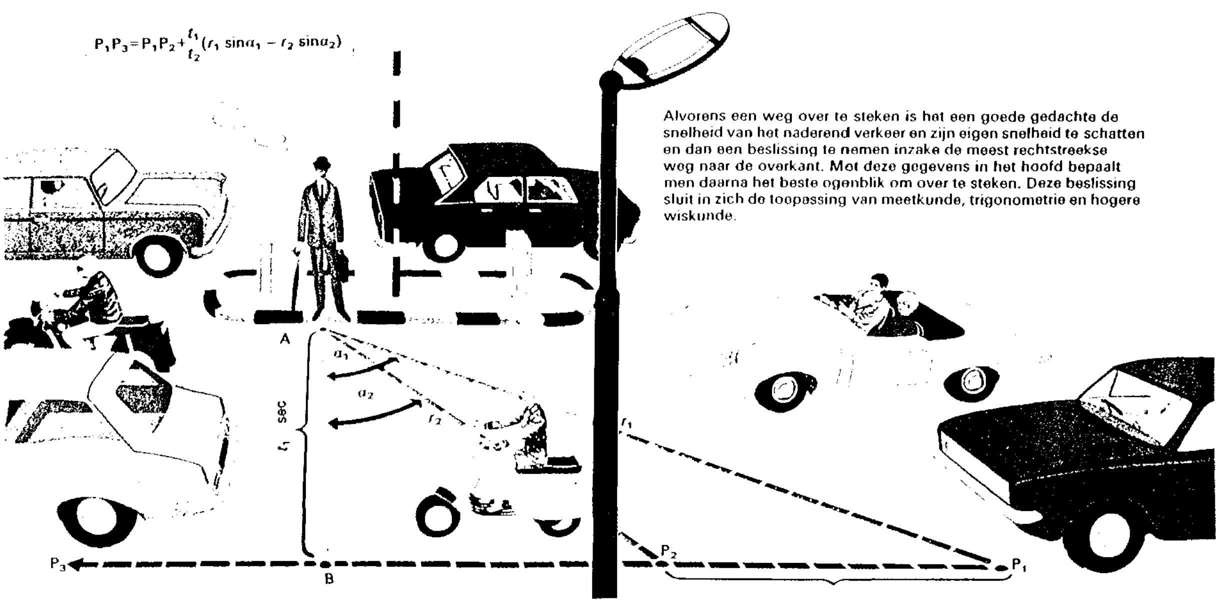
Wat voor wiskunde zit er nu in al die bijdragen?

Wel, de hoofdmomenten zijn direkt te herkennen:

telproblemen, telstrategieën, meten, statistiek en waarschijnlijkheid.

U maakt in dit blok kennis met een paar mogelijkheden. Er zijn meer en betere voorbeelden. Mocht u na lezing zèlf iets gaan produceren, dan zouden we inzending van uw produkt — liefst met ervaringen in uw klas — zeer op prijs stellen.

De foto's in dit BLOK zijn ontleend aan het fotoarchief van het tijdschrift CEMENT, alsmede aan het boek 'For sportens skyld', van Henning Nielsen.



Met toestemming van de uitgever overgenomen uit 'Wiskunde in woord en beeld' – C. Solomon (Uitg.: Elsevier).

1.2 AFPOTTEN

LOUIS GILISSEN
LEEN STREEFLAND

Ge	: Goed, nou gaan we heel gek beginnen hoor. Iene, miene, mutte, tien pond grutte, tien pond kaas, iene miene mutte is de baas. Kennen jullie dat niet?
Joh	: *Ja.*
Ge	: Wat is dat voor iets?
Jud	: *Nou, dat is een afpotversje.*
Ge	: Een afpotversje, ja. En wat doe je daarmee, met een afpotversje?
Jud	: *Afpotten.*
Ge	: Wanneer doe je dat afpotten?
Jud/Joh	: *Als je een spelletje doet.*
Ge	: En waarom doe je dat dan?
Joh	: *Weet ik niet.*
Ge	: Weet je het niet? Weet jij het?
Jud	: *Ja, omdat een hem altijd moet zijn.*
Ge	: Een moet hem altijd zijn, ja. En dat kun je afpotten. Maar waarom ga je niet zeggen, jij bent 'm?
Jud	: *Dat is niet eerlijk.*
Ge	: Dat is niet eerlijk en afpotten wel?
Jud	: *Ja.*
Ge	: En toen ik de baas was, was ik eerlijk de baas?
Jud	: *Ja.*
Ge	: Of kun je het ook nog stiekem een beetje anders doen?
Jud	: *Ja.*
Ge	: Hoe dan?
Jud	: *Kun je uittellen.*

Uit bovenstaand fragment van een gesprekje over *toeval en waarschijnlijkheid* dat Fred Goffree (ge) had met twee kinderen van de 4e klas van een school in Hengelo, Judith (jud) en Johan (joh), blijkt dat er kinderen zijn die aftelversjes 'n eerlijk middel vinden om degene die 'hem is' aan te wijzen (het kind dat overblijft 'is hem'), maar tegelijkertijd het idee hebben dat er enige invloed is uit te oefenen op het eindresultaat, omdat men kan 'uittellen'.

Nu moet wel opgemerkt worden dat het hier ging om een klein groepje van drie personen. Het is dan inderdaad niet moeilijk om vast te stellen dat – als we ons bedienen van het aftelvers *Iene Miene Mutte* waarin 18 'telwoorden' voorkomen en we bij A beginnen te tellen (met de klok mee) – C er het eerste uit ligt en A tenslotte overblijft.

We gaan er hier vanuit dat 'jij bent de baas' betekent 'jij bent weg'.

a

b c

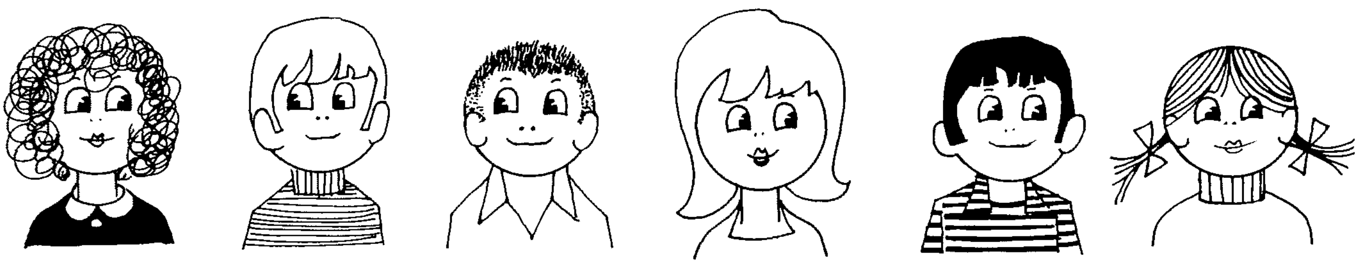
Een slim kind zal in het geval dat er meer kinderen (bijv. 6) aanwezig zijn een kort aftelrijm kiezen; bijvoorbeeld:

Iet, wiet, waait, weg
jij bent weg.

Een mogelijke strategie om 'hem' zelf te worden is dan om iedere keer bij de linkerbuurman te beginnen. De afteller zal overblijven.

Nu is deze strategie niet volgens de regels; men moet iedere keer na het uitspreken van het vers doortellen (opnieuw beginnen) bij de buurman van degene die 'weg is'. Houden we deze regel in acht dan wordt het moeilijker om uit te tellen en de goede strategie te bepalen.

Laten we een poging wagen om — bij 6 mensen — uit te tellen 'wie hem is'.
We hebben in dit vers 7 'telwoorden'.



Ans	Hans	Ed	Ineke	Jan	Marieke
1	2	3	4	5	6
7 (6+1)	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.

Na de eerste ronde is Ans uitgeschakeld; de 7e of de 6 + 1e af-tik komt bij haar terecht, zij is weg.
Bij de volgende ronde is hij of zij die de 7e, of anders gezegd de 5 + 2e, tik krijgt uit.

	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.
	1	2	3	4	5
	6	7 (5+2)			
			1	2	3
	4		5	6	7 (4+3)

enz.

We zien de regelmaat: hij (of zij) die in de vierde ronde de 3^e tik krijgt, krijgt ook de 7^e (de $4 + 3^e$). Gaan we nu verder aftellen dan blijkt dat Jan tenslotte overblijft.
Bovenstaande bedenkende kunnen we nu zeggen:
na de eerste ronde valt hij/zij af die de $6 + 1^e$ tik dus ook de 1^e tik krijgt;
bij de tweede ronde valt hij of zij af die de 2^e ($5 + 2^e$) tik krijgt;
bij de 3^e ronde hij die de ($4 + 3^e$) 3^e tik krijgt;
bij de 4^e ronde hij die de ($2 \times 3 + 1^e$) 1^e tik krijgt;
bij de 5^e hij die de ($3 \times 2 + 1^e$) 1^e tik krijgt.

Jan

Ineke Marieke

Ed Ans

Hans

Wanneer Jan mag uittellen en hij wil 'hem zijn' dan moet hij bij Ans beginnen af te tellen.

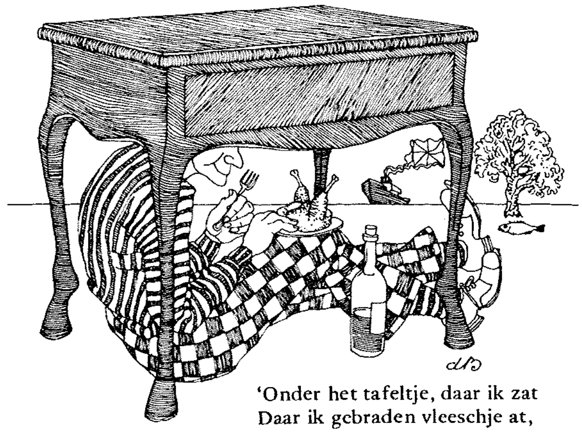
U kunt zich voorstellen dat bij andere aantallen kinderen op dezelfde wijze *'uitgeteld'* kan worden.

Het probleem is alleen: waar blijft nu het toeval? Op deze manier is aftellen niet eerlijk meer. Het gaat erom dat iemand door het 'lot' moet worden aangewezen 'om hem te zijn'.

Misschien is het een mogelijkheid om gebruik te maken van een lang aftelvers, waarbij de 'telwoorden' niet eenduidig vastliggen.

Een voorbeeld:

Onder het tafeltje, daar ik zat
Daar ik gebraden vleeschje at,
Daar ik rooie wijntje dronk
Die al in mijn hartje klonk,
In mijn hartje, in mijn hoofdje,
Buiten ligt een schelvis dood;
Ik zal hem gaan begraven
Onder de groene haven,
Onder de groene lindeboom
Daar leidt een Engels schip op stoom
De Franschen zijn gekomen,
Zij zijn zoo rijk als ik,
Zij dragen hoeden met pluimen,
En jasjes van terpentijn
Wie zal hem zijn?
Ik . . . of . . . jij.



'Onder het tafeltje, daar ik zat
Daar ik gebraden vleeschje at,
. . .'

In bovenstaande tekst zijn niet alle geponeerde strategieën gesteund door een volledige berekening. Wij willen dat graag aan de lezer overlaten.

Wij menen dat er in die aftelrijmpjes een aantal – ook voor kinderen – leuke telprobleempjes zitten.

We hebben daarom enkele werkbladen samengesteld voor de 2e of 3e klas, alhoewel leerlingen uit de hogere leerjaren er ook met veel plezier aan hebben gewerkt.

Het doel van de werkbladen:

- Het aanbieden van een aantal telprobleempjes aan de hand van aftelversjes die de kinderen kennen.
- De kinderen strategieën leren bepalen.
- Om die strategieën te bepalen moeten de kinderen gaan redeneren.
- Het intuïtief door de kinderen beoordelen van de eerlijkheid van een aftelversje.

Laat uw leerlingen deze werkbladen eens doorwerken. Wij horen graag welke ervaringen u ermee had.

INHOUD

MEDEWERKERS AAN DIT BLOK: Deelnemers aan heroriënteringskursussen, leerlingen Apolloschool Hoevelaken. Jan Bakker, Ton van Hagen, Frans van der Heijden, Rob de Jong, Jenneke de Lorne-Bakker, Pierre Knops, Jes Melis, Jan Nieland, Dirk Stevens.

respons blok

Misschien bij wiskunde heb je ze nodig. Maar verder vind ik het onzin. Zelf vind ik het makkelijk. Maar voor de dommeren lijkt mij het moeilijk. In het begin moet je erg opletten. Als je dat mist snap je er niks meer van

Ik vind breuken zo rottig. Je moet er zo lang over denken. Ik vind breuwens ook ~~nooi~~ niet dat nut te leren. Hoeven te leren. Ik gebruik ze toch nooit. Je moet breuwens zo klein schrijven, dan wordt het ontzettend slordig.

Ik vind breuken (niet zo leuk) (rot) om te maken als ze erg moeilijk zijn. Toch vind ik het fijn dat we ze hebben anders zouden we een heleboel sommen niet kunnen maken. Eerst vond ik het wel leuk om ze bij elkaar op te tellen. Maar dan moest je gelijknamig maken. Dat was in het begin ook wel leuk maar op de duur begon het te vervelen. Want we kregen het zo vaak.

En wanneer je ze nodig hebt?? Ik geloof één keer in de 5 jaar. Je hebt ze b.v. nodig bij iets in zoveel stukken te delen als je zelf maar wil. En toch vind ik ze niet leuk.
$6\frac{3}{5} - 4\frac{1}{5} = 2\frac{2}{5}$

Later als ik in hogere scholen zit, ja, dan heb ik ze denk ik wel ~~leuk~~ nodig. En later als ik kleuterleidster wordt (dat hoop ik tenminste) zal ik ze geloof ik niet zo veel met breuken maken werken. Die kleintjes weten er natuurlijk niks van af.

1.1 INLEIDING

Dat het RESPONS-BLOK ook nu weer voor een groot deel in het teken van de breuken zou staan, was te verwachten. Ook in de komende afleveringen zal dat, denken we, het geval zijn. De diskussie is immers nog maar net begonnen. Zo weten we van een tweetal onderzoekingen die naar aanleiding van de breuken-nummers zijn gestart en waar op dit moment aan gewerkt wordt.
In Breda heeft de werkgroep van wiskundeleraren bij het lager beroepsonderwijs onder voorzitterschap van F.F.J. Gaillard, een 'breuken-enquête' opgesteld. Het is de bedoeling dat deze enquête verspreid zal worden onder alle docenten bij het l.t.o. die aangesloten zijn bij de werkgroep. Verslaggeving volgt!
Tijdens praktika 'wiskunde-didaktiek' aan de T.H. te Eindhoven zullen de breuken-afleveringen aan de orde komen. Ook hierover zult u geïnformeerd worden.
Tevens hoorden we van enkele kollega's dat sommige P.A.-studenten – geinspireerd (!) door het Bulletin – speciaalstudies over breuken aan het maken zijn. We hopen dat de resultaten van deze studies te zijner tijd bij de samenstellers van de rubriek Skriptoteek terecht zullen komen.

1.2. We zijn erg blij dat we in dit BLOK een ervaring uit het *kleuteronderwijs* kunnen opnemen.

1.3. Jan Nieland reageert op het artikel van P. Woestenenk uit aflevering 5. *Fundamentele zaken* komen in deze reaktie naar voren. Het laatste woord hierover is o.i. nog niet gesproken.

1.4. De wijze waarop een door leerlingen veel gemaakte *fout gekorrigeerd* kan worden, staat in een stukje leergesprek dat Dr. Cronjé met een kind voerde. Het gaat hier om een fout van het type $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{18}$. Het aardige is dat dezelfde soort fout ook in de bijdrage van Jan Nieland aan de orde komt.

1.5. Van Pierre Knops – leraar wiskunde aan een mavo-school te Heerlen – ontvingen we twee bijdragen.
Een van de reakties, nl. DE BREUKEN-T.V. is al eerder in Euclides verschenen. Toch hebben we deze bijdrage in het Bulletin opgenomen, aangezien het een aanvulling vormt op de suggesties die in aflevering 5 van de eerste jaargang staan.
De andere reaktie bevat lesverslagen en ervaringen op een LOM-school. Heel interessant. Gezien de omvang van deze bijdrage is besloten om het in een volgende aflevering te plaatsen.

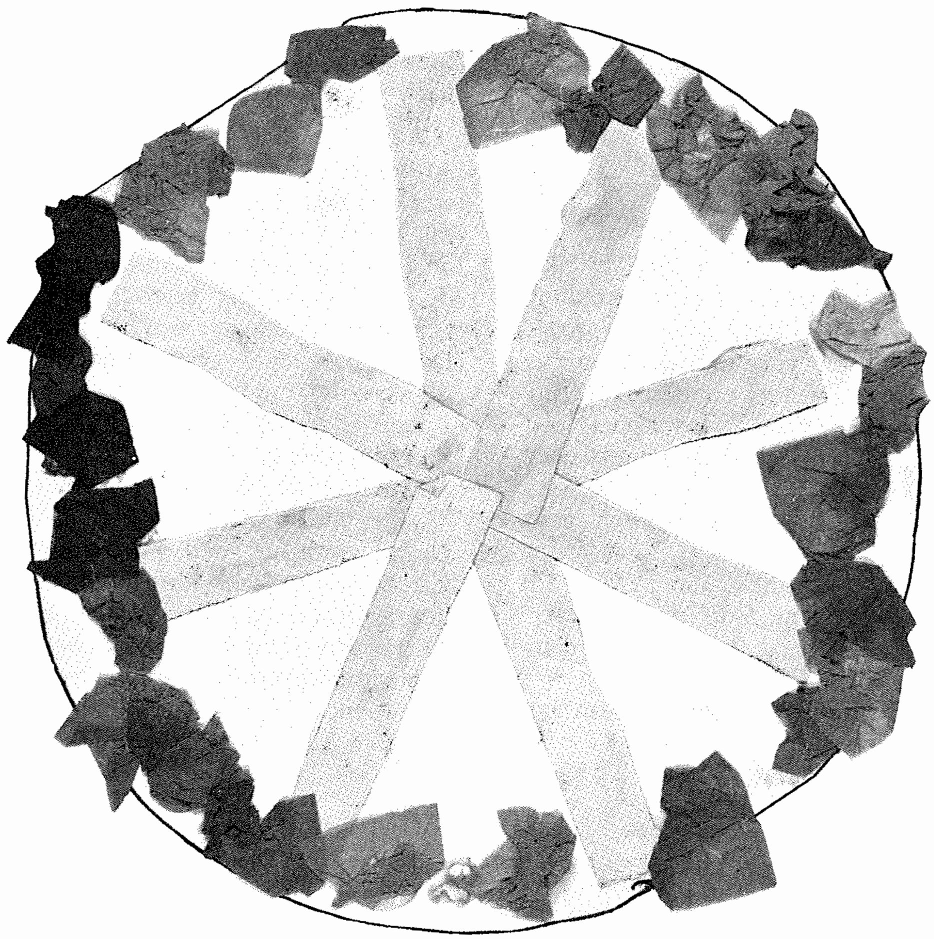
1.6. Hoe *docenten* bij het lager huishoud- en nijverheidsonderwijs denken over de resultaten van breukenonderwijs en over de wijze waarop hun leerlingen het onderwerp waarderen staat in 'Cijfermateriaal'.

1.7. *Dat kinderen vinden* dat je breuken gewoon nodig hebt voor je latere leven blijkt uit een reeks opstellen die leerlingen uit basisscholen te Putten, Soest en Hoevelaken hebben gemaakt. We hebben een serie uitspraken uit die opstelletjes gehaald en bij elkaar geplaatst. Verder zijn hier en daar in het BLOK opstellen integraal opgenomen.

Behalve breuken komen in dit BLOK ook nog enkele andere zaken aan bod.

1.8. Uit Enschede stuurden Jan Bakker en Dirk Stevens – kursusdocenten – een verslag over hun kursus. De in dit verslag genoemde praktijkervaringen zijn o.i. belangrijk genoeg om kennis van te nemen.

1.9. Tenslotte komen Ton van Hagen en Frans van der Heyden uit Oirschot aan het woord. Hun *spijkerbord-avonturen* willen we u niet onthouden.



'papieren stroken en versiering van dotjes crèpe-papier' fig. 2

---

[1]) Kleuterleidsters: Jes Melis en Henneke de Lorme-Bakker.

1.3 VIER BLOKJES RESPONS

In zijn artikel 'aanschouwelijk-dinamisch' [1]) stelt de heer Woestenenk enkele zaken aan de orde, waarop ik graag wil ingaan.

▶ Ik neem even over:

'In grove trekken zijn er twee manieren om de breuken in te leiden:
- de breuk als (statisch) resultaat van een bewerking (Nieland) en
- de breuk als signaal voor een (dinamische) bewerking.

Daarmee is voor mij de keus bepaald. Een film doet het altijd beter dan een dia.'

Ik moet hier op een misverstand wijzen en draai daartoe de film even terug. In mijn artikel[2]) heb ik de breuken zo niet ingevoerd. De breuken worden daar in klas 1 en 2 al ingevoerd als getallen, die de kinderen zelf scheppen doordat wij hen konfronteren met meetproblemen. Alleen om nader kennis te maken met deze nieuwe getallen, worden ze in klas 3 via een bewerking nogmaals opgeroepen: er is dan al een (vaag) idee aanwezig!

Kan de breuk ingevoerd worden als *signaal voor een bewerking*? Ik hoop nu niet al te spits te zijn, maar voorzover mijn kennis van zaken reikt, krijg je dan nog geen breuk. Een signaal voor een bewerking is in mijn ogen een operator, 'een machientje' om met Nicole Picard te spreken. Nu is $\frac{1}{2}$x een operator of een machientje, maar het is m.i. geen breuk, evenmin als 'de helft van ...' een breuk is. Breuken zijn getallen; operatoren, machientjes, signalen voor bewerkingen, zijn m.i. geen getallen. Hiermee wil ik niet zeggen, dat het onmogelijk is om bij introduktie van breuken het machientjes-idee te benutten. Natuurlijk wel, en het loont de moeite om dit nader uit te zoeken. Het gaat er mij om, dat alleen datgene wat uit een machientje komt een breuk kan zijn.

Zo bekeken krijgen we dan dacht ik het volgende: wie breuken wil inleiden door te beginnen met signalen voor een (dinamische) bewerking, moet noodgedwongen wel uitkomen op breuken als (statische) resultaten van bewerkingen.

▶ De heer Woestenenk is een fervent voorstander van *aanschouwelijk onderwijs*. Ik ook. Hij ziet de aanschouwing, voorzover ik kan beoordelen, als feitelijke grond waarop kennis is gebaseerd. Hierbij plaats ik een vraagteken.
Aanschouwelijk onderwijs wil dacht ik zoveel mogelijk voordeel halen uit zinnelijke waarnemingen (alle zintuigen) en uit konkrete voorstellingen. M.i. kun je onaanschouwelijke dingen niet op een aanschouwelijke manier bijbrengen, vaak nog wel verhélderen.
Breuken zijn m.i. onaanschouwelijk. Het lijkt me daarom onmogelijk ze op aanschouwelijke manier bij te brengen.
Ik vraag me zelfs af of ze in de letterlijke zin van het woord bij-ge-bracht kunnen worden. Daarom, dat ik voorstel een beroep te doen op het kreatieve vermogen van de kinderen bij met name meetproblemen. Het breukbegrip en de breukbewerkingen kunnen daarna verhelderd worden in uiteenlopende modellen.

Om deze reden is aanschouwelijkheid voor mij geen grond waarop alle kennis is gebaseerd. Zelfs niet als basisschoolkennis. Waar staat de aanschouwelijkheid dan wél?

Ik hoop dat een deskundige lezer hierover nog eens een teoretisch-praktisch betoog op papier zet. Voorlopig houd ik het op het volgende. Wanneer iemand met iets kennis maakt dan benadert hij het in eerste instantie van buiten af, namelijk met zijn vóórkennis en ook met zijn vóóroordelen. Pas bij nadere kennismaking leert hij het 'objekt' kennen, zoals het zich voor hem min of meer opent.
Deze weg wordt dacht ik algemeen gevolgd: van ónze kijk op de dingen naar de kijk op deze zelfde dingen, zoals zij die langzamer-

hand prijsgeven, zoals zij zichzelf tonen. Aanschouwelijk onderwijs is nu, dunkt me, ondergeschikt aan deze eerste kennis en deze vóóroordelen, aan één der wegen naar het eindpunt (er zijn er waarschijnlijk meer), aan het eindpunt zelf.
Hiermee hebben we dacht ik een algemene norm, die van geval tot geval uit kan maken of we aanschouwelijk moeten zijn, ja dan nee.
Op deze manier wordt er, dacht ik, ook plaats ingeruimd voor het werkbeginsel van Piaget: *van handelen naar inzicht*. Het lijkt me moeilijk om dit beginsel onder het hoofd 'aanschouwelijk' te plaatsen.
In de praktijk zie je nogal eens dat dit beginsel door aksentuering van het typisch aanschouwelijke wordt weggedrukt. Men denke maar aan de manipulaties met de abakus van voorheen en aan de didaktiek van het cijferend optellen.
Het materiaal van Montessori en – nog royaler dacht ik – het M.A.B.-materiaal, halen iets terug van wat wij in ons streven naar aanschouwelijkheid uit het oog verloren hebben.

▸ Als kinderen uit $\frac{4}{5} + \frac{5}{6}$ krijgen $\frac{9}{11}$, dan zegt Woestenenk: maak deze som aanschouwelijk. In dit geval stel ik iets anders voor. Een kind dat deze fout maakt, mist m.i. de vráág in dit probleem: het begrijpt de opdracht zelf niet, maar weet alleen dat het een som is en sommen hebben nu eenmaal uitkomsten!
Een kind dat het probleem wél ziet zitten, denkt bijvoorbeeld dat het twee getallen op moet tellen, die beiden bijna 1 zijn. Ook dát kind kan vastlopen en dan vind ik de aanpak van Woestenenk één van de mogelijke werkwijzen. Hoe brengen we echter dat eerste kind tot het inzicht, dat het gaat om twee getallen, bijna 1, die opgeteld moeten worden?

Om deze reden heb ik voorgesteld in de leergang uitdrukkelijk aandacht te besteden aan een kennismaking met breuken en hun námen. Niet alleen de natuurlijke getallen (Dienes, Picard e.a.) met hun typische namen vragen een dergelijke behandeling, maar evenzeer dacht ik de breuken. Het lijkt me verstandig om in bv. klas 3 te laten ervaren, dat achter de naam '$\frac{5}{6}$' een getal schuil gaat, dat bijna 1 is, dat achter $\frac{10}{12}$ en $\frac{15}{18}$ hetzelfde getal schuil gaat.

Als dat eenmaal leeft, en wanneer de rekenwetten eenmaal leven, dan zijn er in klas 4 en hoger meerdere aanpakmogelijkheden voor het probleem: $\frac{4}{5} + \frac{5}{6}$.

▸ Ik wil hier graag nog even wijzen op een punt, dat ik in het breukenartikel wat oppervlakkig aangeroerd heb.
Het traditionele rekenen geeft m.i. voor de gewone breuken een zó eksklusieve metodisch-didaktische benadering, dat er een psychologische kloof ontstaat tussen de gewone breuken en de decimale breuken: er worden voor gewone breuken allerlei gevallen onderscheiden; dit geval behandelen we wel en dat niet; de gedachte dat voor beide soorten breuken dezelfde rekenwetten gelden, leeft niet voldoende in de metodes; wie zich afvraagt of er nog gewone breuken gegeven moeten worden, vergeet al te gemakkelijk dat hij het ook heeft over $\frac{3}{10}$ en $\frac{27}{100}$.

Het lijkt me daarom zinvol om in de metodes juist die breukmodellen te benadrukken, die beide typen meer bij elkaar brengen. Woestenenk geeft in zijn *Rekendidaktiek*[3]) een dergelijk model: de getallenrechte.
Dit model lijkt me erg fundamenteel omdat het de breuken plaatst waar ze thuishoren: tussen de natuurlijke getallen. Het idee is eenvoudig. Op meetlatjes staan vaak streepjes om de halven en de tienden aan te geven. Het is zinvol om meetlatjes te maken met indelingen in drieën enz. Het optellen en aftrekken van breuken krijgt daarmee een prachtige aanschouwelijke steun. En de afstand tussen gewone en decimale breuken is zo kleiner geworden.

---

[1]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 1, nr. 5 (pag. 467 en 468).
[2]) Zie: Wiskobas-Bulletin, jaargang 1, nr. 4 (pag. 324 en v.).
[3]) Culemborg 1970 (pag. 47).

14 EEN STUKJE LEERGESPREK

In het proefschrift van Dr. A.P. Cronjé[1]) staan een aantal protokollen van gesprekken die de auteur met kinderen had.
Het gaat Cronjé bij deze gesprekken om oorzaken van moeilijkheden die leerlingen met bepaalde delen uit het rekenprogramma hebben, op te sporen, en hen zover te brengen dat ze hun eigen fouten kunnen korrigeren.
Via toetsen wordt eerst vastgesteld waar de fouten zitten. Vervolgens vinden de gesprekken plaats. En tenslotte wordt een nieuwe toets afgenomen teneinde de effektiviteit van de gesprekken te meten.
Een fragment uit zo'n gesprek met een leerling (G.K.) nemen we hier op.
We hopen dat u het grondig bestudeert en voor uzelf een antwoord probeert te vinden op de vraag:

Zou u het probleem op eenzelfde wijze aanpakken of besluit u uit de respons-bijdrage van Jan Nieland tot een andere werkwijze?

Cronjé schrijft over G.K.:

Volgens die klasonderwyser (wat ook aantekeninge gemaak het tydens die individuele ondersoek) is G.J.K. 'n seun wat van 'n ander skool, teen die einde van die eerste kwartaal, ingekom het.
Hy het so te sê geen insig of begrip van breuke gehad nie. Hy is ook 'n skugter en skaam seun en blykbaar sosiaal ontspoor. Hy staan ook heeltemal antagonisties teenoor rekene. Volle besonderhede het die proefleier van sy klasonderwyser ontvang – die kind is natuurlik heeltemal onbewus daarvan.

Na Toets I het die proefleier 'n deeglike analise van sy foute gemaak en gevind dat hy heeltemal 'n verkeerde begrip van breuke (optelling) het en dit is verder bevestig met die individuele ondersoek. By nie-soortgelyke en verwante breuke (Tipe B) was dit duidelik dat hy nie geweet het hoeveel sewendes in 'n geheel is nie, of hoeveel agstes 'n geheel is nie, ens. Verder kon hy ook nie die gemeenskaplike noemer bepaal nie, omdat hy nie 'n begrip van die bepaling van die K.G.V. van twee of meer getalle besit nie.

Het eerste gedeelte van het gesprek met G.K.:

Proefleier: Nouja klas, soos julle self sien (vraestelle is voor hulle op die banke) het julle glad nie te goed in hierdie eerste toets (T_1) gevaar nie. Daar is veral 'n paar van julle wat blykbaar glad nie breuke verstaan nie. Ek wil nou graag met 'n paar van julle individueel gesêls en kyk of ons die *oorsake* van julle foute kan vasstel en kyk of ons in die volgende toets (T_2) nie al ons sommetjies kan reghê nie. Ek vra net julle samewerking, aandag en belangstelling. Hoe lyk dit, klas gaan julle almal saamwerk?

Klas: Ja, meneer! (in koor).

P.L. Proefleier: G.K., kom jy nou swartbord toe en bring jou vraestel saam. (Hy het maar 12% in die hele toets). Die res van die klas kyk nou julle vraestelle deur en kyk of julle kan uitvind waar julle foute is en waarom julle dié foute gemaak het. G.K. maak nou die tweede sommetjie van Tipe A op die swartbord en sê ook wat jy gedoen het. (Hy maak die sommetjie). $\frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2+1}{9+9} = \frac{3}{18}$ (Vereenvoudig ook nie).

P.L. Sê nou vir my wat jy gemaak het.

G.K. Meneer, ek het 2 en 1 bymekaar getel asook 9 en 9.

P.L. Waarom het jy dit dan so gemaak, is dit dan nie breuke nie?

G.K. Ja meneer, dit is breuke maar 'n plus beteken tog optelling, daarom het ek almal bymekaar getel, bo en onder die lyn (Net soos gewone getalle dus).

P.L. Kan jy nie $\frac{3}{18}$ vereenvoudig of anders ook skrywe nie?

---

[1]) 'n Psigologiese Foute-Analise Rekene met spesiale verwijsing na Heelkundige Didaktiek (Kaapstad, 1960).

G.K. Nee meneer, ek kan nie.

P.L. G.K. sê vir my wat 'n breuk beteken.

G.K. Dit is 'n deel meneer.

P.L. Van wat is 'n breuk nou 'n deel?

G.K. Ek weet nie.

P.L. As ek nou 'n koek of 'n perske tussen twee van julle verdeel, hoe moet ek dit sny (verdeel)?

G.K. In twee stukke.

P.L. Moet hulle ewegroot wees of maak dit nie saak nie?

G.K. In ewegroot dele meneer.

P.L. Wat kan ons die gelyke dele nou noem?

G.K. Halwes.

P.L. Met ander woorde, 'n breuk is 'n gelyke deel van 'n geheel, nie waar nie? Of 'n breuk of deel is die opsplitsing van die geheel in gelyke dele, nê?

G.K. Ja meneer.

P.L. As ons nou die twee dele of halwes bymekaar sit, wat kry ons dan?

G.K. Weer 'n hele.

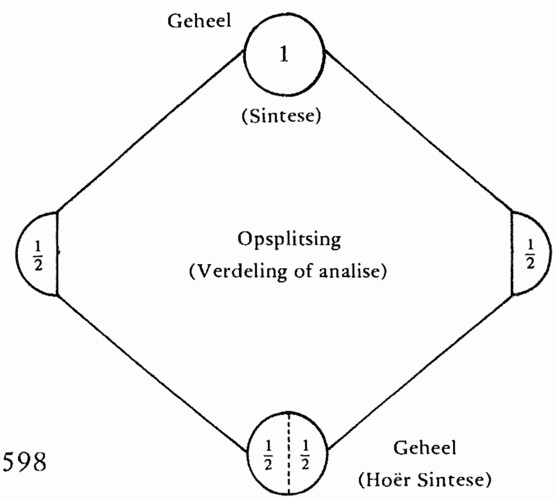
P.L. Met ander woorde, G.K., 'n halwe plus nog 'n halwe, is gelykaan hoeveel halwes?

G.K. Twee halwes?

P.L. En twee halwes is . . .?

G.K. 'n Hele.
(Proefleier skryf dit op die swartbord terwyl hy voorsê wat hy doen):
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{?}{2} = \frac{2}{2} = ? = 1.$
(G.K. antwoord waar die vraagtekens staan.)

P.L. G.K., ek gaan dit nou vir jou op die swartbord as volg voorstel: (Verduidelik wat gedoen word).



'n Breuk bestaat dus uit 3 dele, bv.
1 ---- (1)
– ---- (2)
2 ---- (3)
Die lyn beteken, deling. (Die geheel word verdeel). Die 1 (of syfer) bo die lyn, noem ons die teller (die aantal dele wat jy neem: ons tel hoeveel gelyke dele ons neem).
Die 2 (of syfer) *onder* die lyn, noem ons die noemer (dit sê vir ons in hoeveel *gelyke* dele die geheel verdeel is).

M.a.w. $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ of $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$= \frac{2}{2}$

$= 1 \longrightarrow \quad (1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}).$

Verder;

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Afleidinge: (G.K. moet dit self aan P.L. se, terwyl hy skryf):

$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ (Ook die omgekeerde).
$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$ (Ook die omgekeerde).
$1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$ (Ook die omgekeerde).
$1 = (\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6})$
$= (\frac{3}{6}) + (\frac{3}{6})$
$= (\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})$
$= \frac{2}{2}$
$= 1 \longrightarrow$ (Gelijksoortige breuke)
Tipe A probleme.

Daarom $\frac{1}{2} = \frac{?}{6} = \frac{3}{6}$ en $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Vereenv.)
$\frac{1}{3} = (\frac{1}{6} + \frac{1}{6})$ (Sien skema)
$= \frac{2}{6}$

Nou is $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ (Ongelyksoortig maar verwant)
$= \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$ (Gelyksoortig)
$= \frac{3}{6}$ (Vereenvoudig: onegte breuk)
$= \frac{1}{2}$

(Gemeenskaplike noemer kan op sig bepaal word by ongelyksoortige en verwante breuke: Tipe B probleme).

P.L. G.K., wat is $\frac{6}{7} + \frac{2}{7}$ (Tipe A: No. 4).

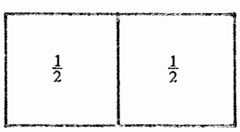
G.K. Dit is $\frac{8}{7}$ meneer. Nou verstaan ek dit.'

Het gesprek gaat verder met de optelling van 'nie-soortgelyk en ook nie-verwante' breuken, met K.G.V. en met ontbinden in faktoren. Hoe interessant dit vervolg ook is, gebrek aan plaatsruimte maakt opname ervan onmogelijk.

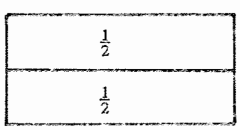
1.5 DE BREUKEN-T.V.

In Didaktische Orientatie deel II wijdt Wansink een aantal pagina's aan het onderwerp: breuken. We lezen er o.a.
'Hoewel de leerlingen op de lagere school reeds breuken hebben ontmoet, blijft de voortgezette behandeling ervan voor het vervolgonderwijs een onderwerp van voortdurende zorg.' (pag. 176 e.v.)
In Moderne Wiskunde deel I (pag. 78 e.v.) worden onze brugklassers weer met dit onderwerp gekonfronteerd. Enkele voordelen van de behandeling zijn: plaatsing op de getallenrechte, het niet vasthouden aan een bepaalde figuur b.v. vierkant, de twee-kleurendruk van de metode geeft hier het voordeel, dat de aanschouwelijkheid nog beter tot uitdrukking kan komen. Algemeen is men het erover eens dat konkreet materiaal zeer aan te bevelen is. Ook voor dit onderwerp. Het inzicht kan erdoor verbeterd worden. We hebben dit proberen te bereiken op de volgende manier. De metode wordt verder gewoon gevolgd.

De leerlingen maken zelf op transparant papier een twintigtal 'breukenblaadjes' en wel op de volgende manier:



zo ook: derden, vierden, enz. tot en met tienden



zo ook: derden, vierden, enz. tot en met tienden

De leerlingen zorgen ervoor deze transparanten steeds ter beschikking te hebben.
We geven oefeningen in het optellen van breuken bv. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ en maken de volgende afspraak: 'bij de eerste breuk die je opschrijft behoort het transparant met horizontale verdeling en bij de tweede breuk het transparant met vertikale verdeling.'
Hoeveel stukken zijn het nu geworden als de transparanten op elkaar gelegd worden?
18.
$\frac{1}{3}$ is hoeveel stukken?
6, dus: $\frac{6}{18}$.
$\frac{1}{6}$ is hoeveel stukken?
3, dus: $\frac{3}{18}$.
Hoeveel stukken is dat samen?
9 stukken, dus: $\frac{9}{18}$.

Wat valt je op?
$\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$.
Pak de transparant van de tweeden en leg die erop. Klopt het? Op deze manier verhelderen we de begrippen: gelijke breuken, gelijknamige breuken enz. Aan deze begrippen kan men zo een meer konkrete inhoud geven.

In een later stadium laten we de leerlingen de kommutatieve eigenschap ontdekken:

$\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$	$=$	$\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$
derden horizontaal vierden vertikaal		vierden horizontaal derden vertikaal

Het spreekt vanzelf dat er velerlei oefeningen mogelijk zijn. Het aftrekken gebeurt op dezelfde manier.

Om het geheel nog meer aantrekkelijk te maken, werd het volgende toestelletje gemaakt, de zg. *breuken-t.v.*
In de achterkant van een rechthoekige doos van multipleks bevestigden we een lamp met fitting. Aan de voorzijde werd rondom aan drie zijden een lat bevestigd met twee sponningen van 5 mm. Bij de glashandelaar lieten we een twintigtal rechthoeken van gezandstraald glas (melkglas) snijden, die precies in de twee sponningen geschoven kunnen worden. Op de glazen rechthoeken wordt dezelfde verdeling aangebracht als op de transparanten van de leerlingen.
De 'breuken-t.v.' is klaar.
Doordat we de glazen rechthoeken in de sponningen voor elkaar kunnen schuiven, kun-

nen we weer optellen en aftrekken met breuken. De leerlingen werden erdoor gestimuleerd. Op een andere manier hadden ze weer eens kennis gemaakt met breuken.

Het is interessant om de resultaten van de leerlingen voor de behandeling te vergelijken met de resultaten erna. Heel geschikt om dit te toetsen zijn de testbladen 7 en 8 van de Schiedamse Rekentest (Heesen, Strelitski, van der Wissel) een uitgave van Wolters-Noordhoff.

Peter

Ik vind breuken wel leuk.
Ze zijn niet zo moeilijk.
Vooral als je ze eenmaal snapt
zijn ze zeker gemakkelijk
Er zijn ook wel eens moeilijke breuken
bij waar je soms wel een kladblaadje
voornodig heb.
Maar ik doe het liever zonder
kladblaadje.
In de vijfde klas krijg je de meeste
breuken.
Later als je een baan het zal je ze
vaak tegen komen.
Bijvoorbeeld winkelier of in een
showroom en als geleerde als eerste-
steurman bij het & losse en laade
bij een kappietein en een
scheepsvaart-maatschappij
vooral ook bij meesters en juffrauws
op de lagereschool en natuurlijk
ook huisvrauw kortom in alle
beroepen.
Natuurlijk ook met geld

1.6 CIJFERMATERIAAL

Wil een diskussie niet verzanden in 'standpunterigheid' dan dienen regelmatig feitelijke gegevens te worden aangedragen.
Punten als:
Wat zijn de resultaten van breuken-onderwijs?
Hoe staan de leerlingen tegenover het onderwijs in breuken?
dienen we mede in de diskussie te betrekken.
Cijfermateriaal hieromtrent kunnen we vinden in het verslag van het SVO-projekt 096[1])
Uit de uitvoerige verslaggeving – inklusief de bijlagen ruim 300 pagina's – bekijken we de gegevens die op een drietal enquête-vragen zijn binnengekomen.[2]) Aan deze enquête is door 96 docenten rekenen in de eerste klassen van het lager huishoud- en nijverheidsonderwijs (l.h.n.o.) deelgenomen.

Welke onderdelen van de leerstof krijgen een ruime aandacht?

de vier hoofdbewerkingen	100% der leraren
procentberekening	100%
breuken	99%
wegen en meten	90%
redaktiesommen	83%
inkoopsommen	82%
kostprijsberekeningen	72%
Door de volgende percentages leraren wordt geen aandacht besteed aan:	
verhoudingen	42%
eenvoudige administratie	55%
lezen van grafieken en tabellen	60%

Van enkele andere onderdelen (geldrekenen, moderne wiskunde) zijn geen gegevens bekend.

tabel 1.

Hoe waarderen de leraren de resultaten van hun leerlingen op de verschillende leerstofgebieden? (in %).

waardering der resultaten	goed	matig	slecht	niet behandeld
de vier hoofdbewerkingen	56	43	1	0
inkoopsommen	23	55	3	16
procentberekeningen	20	70	8	1
kostprijsberekeningen	20	44	7	26
lezen van grafieken en tabellen	19	19	2	59

wegen en meten	18	59	20	2
eenvoudige administratie	15	29	1	52
breuken	10	60	27	1
rentesommen	8	56	16	17
redaktiesommen	6	54	27	9
verhoudingen	1	34	23	30
gemiddeld	18	48	12	20

tabel 2.

Welke voorkeuren hebben de leerlingen voor bepaalde leerstofgebieden? (in %).
Geen voorkeur betekent hier 'afkeur'.

	wel voorkeur	geen voork.	geen mening	geen antwoord
de vier hoofdbewerkingen	87	6	7	
inkoopsommen	47	25	14	14
kostprijsberekeningen	43	23	8	26
wegen en meten	37	51	9	2
procentberekeningen	33	58	8	1
eenvoudige administratie	32	6	10	51
redaktiesommen	32	51	6	10
lezen van grafieken en tabellen	30	9	4	56
rentesommen	23	50	12	16
breuken	19	74	6	1
verhoudingen	12	41	12	35
gemiddeld	36	36	9	19

N.B. deze percentages betreffen de 'indrukken' van de leraren!

tabel 3.

Vragen aan de lezer:

- *Vindt u de gegevens verrassend?*
- *Bevestigen de gegevens hetgeen A. Marinus in Wiskobas-Bulletin 5 (jaargang 1) schreef?*
- *Kunt u overeenkomsten/verschillen tussen de drie tabellen konstateren?*
- *Kunt u ze verklaren?*
- *Zou een dergelijk onderzoek bij het basisonderwijs sterk afwijkende tendenzen opleveren? Waarom wel/niet?*
- *Zou zo'n onderzoek de moeite waard zijn?*
- *Hoe kan van dit soort gegevens gebruik worden gemaakt voor de dagelijkse onderwijspraktijk?*

[1]) 'REKENPROJEKT – Verslag van een onderzoek naar de invoering van een onderwijsleerpakket voor het vak rekenen in het brugjaar van het nijverheidsonderwijs voor meisjes' (Groningen 1972).

[2]) De enquête bevat uiteraard meer dan deze drie vragen.

1.7 BREUKEN HEB JE NODIG

Uit opstellen van kinderen uit vijfde en zesde klassen hebben we een paar uitspraken gelicht:

Je moet breuken leren dan wordt je erg knap. Het kan je later ook van pas komen.

Als je het nou niet leert dan heb je er later nog meer moeite mee. Dan sta je verschut.

Ook moeder heeft het nodig. Als ze 8 kinderen heeft dan moet ze die in 8 stukjes snijden en als ze dan niet weet hoe ze het moet doen krijg je geen taart.

Je kunt er melkboer mee worden als je dat wilt. Sommigen vragen naar een kwart liter room en dan moet je weten waar ze het over hebben.

Je moet breuken leren omdat je ze nodig hebt. Als je later b.v. burgemeester bent en een van de wethouders zegt: 'De helft van de bevolking is katholiek', moet je weten wat dat is.

Bij een fabriek bijvoorbeeld zijn tientallen mensen die voor breuken speciale cursusen hebben gevolgd wand de breuken zijn erg nodig.

We moeten breuken leren want als je dan dokter wil worden, moet je weten hoeveel een drieachtste liter hoximatrium is of zo.

We hebben het nodig om alles goed te kunnen verdelen.

Breuken heb je nodig als je ouder wordt.

Je kunt het later goed gebruiken als je een cursus moet volgen voor een beroep. En als je een premie moet betalen en je krijgt korting dan moet je het uitkunnen rekenen.

Als je acicente van een dierenarts bent dan moet je de dieren pillen geven die je in ¼ moet delen en dan moet je ze ook kunnen.

Als je snel breuken leert wordt je misschien architect, anders wordt je straatveger of nog een ander naar beroep.

Mijn vader is een architect. Hij moet altijd naar gebouwen kijken en dan tekenen. Of hij moet ze zelf ontwerpen. En dan gaan kijken hoe ver ze zijn. Soms komen er mannen bij mijn vader omdat er een plaat niet past. En dan moet er $\frac{1}{3}$ stukje af. En mijn vader krijgt ook veel telefoon en kan nooit werken.

Als je je breuken goed kent dan kun je steeds naar een hogere school. Dan heb je meer keus wat voor beroep je kiest.

Je kunt altijd bij een som breuken gebruiken, met breuken is het veel makellijker.

Je moet breuken leren zodat je later iemand die ze niet kent, uitleggen.

1.8 KURSUSREAKTIES UIT ENSCHEDE

OVER HET EERSTE KURSUSJAAR:

Tijdens de laatste kursusmiddag werd de kursisten onvoorbereid en individueel gevraagd welke mogelijkheden zij nu reeds zagen om de opgedane ideeën het volgende jaar in hun onderwijs te integreren. Doel was na te gaan wat er was blijven hangen van de eerste blokken, tevens een terugkoppeling naar vorige blokken om de daarin aangeboden ideeën te reaktiveren opdat er een grotere kans zou ontstaan dat het volgende jaar doorwerking plaats zou vinden in het gewone onderwijs.

Klas 1
Het blijkt dat men veel praktische toepassingsmogelijkheden ziet voor de ideeën welke bij de blokken: Stadsplan, In Orde, en Spijkerbord naar voren zijn gebracht. Men acht de situatie in klas 1 zelden zo dat er zinvol gewerkt kan worden in de geest van het blok Grafieken.

Klas 2
Hier ziet de ene leekracht veel meer mogelijkheden dan de ander. In één geval wordt een groot aantal punten genoemd waar zeer zinvol de hier aan de orde gestelde leerstof en werkvorm gebruikt kunnen worden waardoor een meer optimale onderwijsleersituatie gekreëerd kan worden.

Klas 3
Ook hier weer individuele verschillen. Toch noemt een ieder minstens een aantal onderwerpen waar men het in de kursus aan de orde gestelde denkt te integreren.

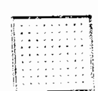
Klas 4
Opvallend is dat slechts één kursist mogelijkheden noemt i.v.m. In Orde en dit dan ook het belangrijkste onderwerp noemt. Het bevordert o.a. systematisch werken. Hij gebruikt het op diverse punten in het leerproces. Bij deze kursist treft men trouwens ook de meeste, konkrete toepassing van de andere blokken, o.a. in de vorm van werkkaarten welke in het nivorekenen worden opgenomen.

Klas 5
De werkkaarten worden als zinvol ervaren, vooral als er sprake is van een longitudinale opbouw van het rekenen waarin deze nieuwe gedachten zijn opgenomen. Deze werkkaarten passen heel goed in het nivorekenen. Sommige leerkrachten willen ook zelf werkkaarten gaan maken.

Klas 6
Verschillende kursisten zien het nog niet zitten. Zij ervaren het nog als gekunsteld, moeilijk, onnodig. Hier speelt sterk de *behoefte aan longitudinale opbouw*. Nu moest nog veel kennis worden aangebracht, alvorens op 6e klas-nivo verder te kunnen. Daardoor wordt het lang niet steeds als zinvol ervaren. Er zijn leerkrachten die mogelijkheden noemen voor grafieken, ponskaarten, spijkerbord, klassificeren, ordenen.

Samenvattend kan gezegd worden dat de meeste leerkrachten duidelijk van plan zijn hun op de kursus opgedane ervaringen door te laten werken in hun onderwijs. Heel belangrijk is de instelling van het hoofd van de school en de sfeer in het schoolteam. Sommige schoolteams pakken gezamenlijk alles aan, andere schoolteams zijn moeilijker in beweging te krijgen.
Toch menen wij dit eerste kursusjaar met een gematigd optimisme te mogen afsluiten.

OVER HET SPIJKERBORD:



De leerkrachten van de **eerste klas** waren van mening dat met behulp van het spijkerbord

- het waarnemingsvermogen verscherpt wordt;
- het tellen zinvol aan de orde komt;
- oriëntatie in de ruimte plaatsvindt;
- allerlei taalbegrippen gebruikt moeten worden: meer, minder, breder, smaller, hoog, laag, groot, klein, even groot.

Ze vonden het jammer dat veel instruktie in de eerste klas nog klassikaal moest gebeuren.

Uit de groep **tweede klas** leerkrachten werd naar voren gebracht dat
- allerlei meetkundige begrippen aangekweekt kunnen worden;
- je de leerlingen zelf opdrachten kunt laten uitvoeren als
  'maak iets de helft kleiner',
  'maak iets twee keer zo groot';
- wellicht oriëntatie in de ruimte plaatsvindt — het ruimtelijk inzicht wordt vergroot —.

De opdrachten op de kaarten (S 201, 202, 203) bleken voor de meeste leerlingen te moeilijk.

Ervaringen in de **derde klas**:
- de leerlingen waren enthousiast;
- het werk kan goed door leerlingen van deze klas worden uitgevoerd;
- bij rechthoeken geen grote problemen;
- bij vierkanten waarvan de oppervlakte geen kwadraat is, ontstaan moeilijkheden.

In het algemeen hebben de leerlingen vrij veel steun van de leerkracht nodig.

De leerkrachten uit de **vierde klas** hebben een positieve waardering voor het Spijkerbord, omdat het mogelijkheden geeft tot
- verlevendiging van het rekenonderwijs;
- veraanschouwelijking bij introduktie van bv. omtrek en oppervlakte;
- een motorisch bezig zijn met de leerstof;
- zelf-ontdekken in plaats van passief luisteren;
- groepswerk.

Het zou gewenst zijn wanneer er kaarten waren met opdrachten voor het hele schooljaar. Verder zou een spijkerbord met grote afmetingen voor bordgebruik gemaakt moeten worden.

Vraag: kunnen niet voor alle HO-onderwerpen kaarten ontwikkeld worden, eventueel in boekvorm of losbladig systeem?

De mogelijkheden die de leerkrachten uit de **vijfde klas** naar voren brachten, zijn:
- gebruik bij klassikale uitleg oppervlakteberekening;
- gebruik als leermiddel voor kinderen die moeilijkheden hebben met oppervlakteberekening (individueel);
- gebruik als ekstra werk voor gevorderden;
- gebruik ter verlevendiging van het rekenonderwijs.

Algemeen: het is prettig dat de werkkaarten er zijn, maar een opbouw vanuit de lagere leerjaren is onmisbaar.

In de **zesde klas** funktioneerde het nog niet, omdat begonnen moest worden met kaarten uit het tweede leerjaar.
Het is wel mogelijk om de zaak sprongsgewijs op te bouwen; in verkorte vorm kunnen de begrippen dan snel aangebracht worden. Na enige voorbereiding kunnen de leerlingen in groepjes verder. 't Is allemaal wel tijdrovend. De kinderen vinden het fijn.

Nog een paar kritische opmerkingen van kursisten:

* *Het liefst zag ik echter het invoeren van een rekenmetode, waarin deze stof verwerkt is.*

* *Bij mij blijft de vraag bestaan of het nu zo nodig moet in de basisschool.*

* *Het besteden van 40 kursusavonden aan het opdoen van* enkele *ideeën om je normale rekenonderwijs te verlevendigen vind ik verspillen van kostbare tijd.*
Hier worden suggesties gegeven om je lessen op een andere manier te geven, maar of nu juist 'Wiskobas' het rekenen leuker maakt, weet ik niet. In het begin is het voor de meeste leerlingen een nieuwtje, maar na enige tijd wordt ook dit weer begroet met 'alweer stadsplan' of iets dergelijks.

1.9 SPIJKERBORD IN OIRSCHOT

VERSLAGGEVING
Aan het Spijkerbord werd aandacht besteed op de volgende data:
20–4, 27–4, 4–5, 8–5, 18–5–'72.
Op deze kursusdata was het presentiegemiddelde (totaal aantal kursisten bedraagt 28) rond 85%.
Kursusleiders: Ton van Hagen (pedagogiek) en Frans van der Heijden (wiskunde).

20 april 1972
WAT ER GEBEURDE.
– ontvangst, mededelingen;
– bespreking toets en evaluatie van het blok In Orde;
– inleiding op blok V, Het Spijkerbord;
– inleiding op BAS-aktiviteiten rondom het nieuwe blok;
– pauze;
– praktikum blz. 1 t/m blz. 19.

OPMERKINGEN
* Men kan niet anders zeggen, dan dat de kursisten met geweldig veel plezier aan het praktikum hebben gewerkt. Men was blijkbaar toch wel enigszins opgelucht, even niet te hoeven 'ordenen of klassificeren'. Opvallende problematieken deden zich verder niet voor. De meeste kursisten kwamen overigens tijdens de kursustijd niet verder dan t/m blz. 14. Het resterende gedeelte van het geplande praktikum, plus een voorbestudering van de in het BAS-boek opgenomen werkkaarten en praktika, werd als *huiswerk* voor de volgende kursusavond opgegeven.

* er werd verder een prijsopgave gegeven voor de vermenigvuldiging van de praktika en werkkaarten, die in het BAS-boek zijn opgenomen.

PEDAGOGISCHE ACADEMIE 'DE KEMPENHORST'
WISKOBAS C–KURSUS 1971/72

BESTELKAART HET SPIJKERBORD

SCHOOL : ....
T.A.V. : ....

... series werkkaarten 'oppervlakte' 0_1-0_{17} á f 0,75

... praktika 'spijkers en oppervlakte' (79/1–79/18) á f 0,60

... praktika 'oppervlakte en omtrek (Ralph de zeerover)' (80/1–80/16) á f 0,40

... praktika 'oppervlakte en omtrek' (80/15-80/16) á f 0,15.

... verzamelingen 'opdrachtkaarten spijkerbord' S 201–S 606 á f 1,50

... spijkerborden á f 6,75

... lesvoorbereidingsschema's

... lesverslagformulieren.

De bestellingen die later werden opgegeven, bedroegen 8500 vellen afdrukken!

27 april 1972
WAT ER GEBEURDE.
– ontvangst, mededelingen;
– nabespreking praktikum t/m blz. 20;
– bespreking rondom 'praktika op de basisschool', en de funktie van werkkaarten en opdrachtkaarten;
– pauze;
– praktikum blz. 20 t/m blz. 30.

OPMERKINGEN
Tijdens de nabespreking van de stelling van Puig ($O = \frac{1}{2} R + B - 1$) bleken wel meerdere kursisten de tabel en formule gevonden te hebben, maar een *strategie* op het Spijkerbord om dit te demonstreren, kwam er bij vrijwel niemand helemaal uit.
De kursusleiders beschikten overigens bij hun uitleg over een zelfgemaakt-model- school-spijkerbord van 1 x 1 m!

* Als aanvulling op de stelling van Puig, werd nader ingegaan op de induktieve en deduktieve processen.

* Tijdens het praktikum (blz. 20 t/m 30) leverden de opgaven 23 en 26b nogal wat moeilijkheden op. Vaak in verband met wat men zich van vroeger over 'vierkant, rechthoek, ruit en vlieger' herinnerde.

* De meeste kursisten kwamen niet verder dan blz. 27. De rest van het 'geplande' werd als huiswerk opgegeven.

4 mei 1972
WAT ER GEBEURDE.
– nabespreking praktikum blz. 20 t/m 30;
– pauze;
– praktikum blz. 31 t/m blz. 38;
– nabespreking praktikum 31–38;
– praktikum blz. 39–40
(dit praktikum was wel gepland, maar aan uitwerking ervan is men nauwelijks of niet toegekomen).

OPMERKINGEN
* In het algemeen leverde het Pythagoras-praktikum niet al te veel moeilijheden op. Bij de nabespreking ervan werd kort even ingegaan, op het 'irrationale getal' en op de opbouw van de getalverzamelingen.

* Het 'pi-praktikum' (blz. 39 en 40) werd als huiswerk opgegeven. Een stencil met diverse cirkels en een meetrooster werd daartoe meegegeven.

8 mei 1972
WAT ER GEBEURDE.
– ontvangst, mededelingen;
– nabespreking praktikum blz. 39 en 40;
– praktikum blz. 45-46 (47-48);
– korte nabespreking praktikum 45-46 en korte verklaring rondom blz. 41-44 uit het KO-boek;
– pauze;
– toets 'Het Spijkerbord';
– evaluatie 'Het Spijkerbord'.

OPMERKINGEN
* Naar aanleiding van het 'pi-praktikum' werd nader ingegaan op oppervlakte en omtrek van de cirkel, op benaderingen van het getal 'pi' en op het 'verband' tussen oppervlakte en omtrek van een cirkel.

* Het laatste spijkerbordpraktikum (blz. 45–46) leverde geen noemenswaardige problemen meer op. De oplossingen van de opgaven voor liefhebbers – blz. 47 en volgend – werden zonder verdere bespreking aan de kursisten meegegeven.

* De toets die na de pauze werd afgenomen, was door de kursusleiders zelf ontworpen, maar bleek later aan de nogal gemakkelijke kant te zijn!

* De evaluatie van de toets werd niet verder uitgevoerd, daar allen de eerste 4 opgaven goed hadden opgelost, en er slechts bij de laatste opgave enige 'verschillen van mening' waren.

* De evaluatie van Het Spijkerbord werd nog vergeleken met eerder gemaakte evaluaties van de eerste 4 blokken.

18 mei 1972
WAT ER GEBEURDE.
– ontvangst, mededelingen;
– verslaggeving praktijkervaringen van diverse kursisten;
– afsluiting van het eerste Oirschotse WISKOBAS-jaar;
– ludiek gebeuren in restaurant DE ZWAAN in Oirschot.

Vooromslag van de uitnodiging voor het 'ludiek gebeuren'.

WISKOBAS OIRSCHOT NODIGT U UIT

Frans v/d Heijden

donderdag 18 mei 1972

SLOTOPMERKINGEN

Het Spijkerbord kan een der meest geslaagde blokken genoemd worden. De oorzaak is zowel op de KO- als op de BAS-aanpak terug te brengen:

- de praktika van het KO-boek zijn erg boeiend voor de kursisten, niet te moeilijk, aantrekkelijk, en niet te ver van 'bekende zaken' afliggend;
- het BAS-boek geeft diverse kant-en-klare lessen, praktika, werkkaarten, die direkt in de basisschool uitgewerkt kunnen worden; dit geeft de leerkrachten een grote tijdsbesparing.

Ook voor de kursusleiders was Het Spijkerbord uitermate geslaagd.

DE EVALUATIE VAN HET SPIJKERBORD

Tijdens de laatste kursusbijeenkomst ontvingen de kursisten de volgende vragen. In de rechthoekjes moesten zij een cijfer aankruisen.

1 Vindt u het stofdeel uit het KO-boek te moeilijk of te gemakkelijk?

TE GEMAKKELIJK

1	2	3	4	5

1	2	3	4	5

TE MOEILIJK

2 Wat is uw mening over de opdrachten die u tijdens de praktika te verrichten kreeg?

ZINLOOS1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ZINVOL

3 Hoe is uw oordeel betreffende de praktische bruikbaarheid van de aangeboden stof, voor uw eigen lespraktijk?

ONBRUIKBAAR | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | BRUIKBAAR

4 Wat denkt u van de werk- en opdrachtkaarten en praktika, die rondom Het Spijkerbord en Oppervlakte voor de basisschool zijn ontworpen?

GESCHIKT | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ONGESCHIKT

5 Bent u van plan, deze werk- en opdrachtkaarten en praktika, geheel of gedeeltelijk op uw basisschool te gaan introduceren?

ZEKER NIET | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ZEKER WEL

6 Wat denkt u van de mate, waarin de onderwijsproblematieken aan de orde zijn gekomen?

ONVOLDOENDE | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | VOLDOENDE

7 Wat denkt u van de wijze, waarop de kursusleiders de stof presenteren en behandelen?

SLECHT	1	2	3	4	5	GOED

8 Vindt u het werktempo te hoog of te traag?

TE TRAAG	1	2	3	4	5	
	1	2	3	4	5	TE HOOG

9 Hoe ervaart u het groepswerk, zoals het bij het KO-werk is opgezet?

NEGATIEF	1	2	3	4	5	POSITIEF

10 Bent u akkoord met de door de kursusleiders gehanteerde groepenindeling?

NIET AKKOORD	1	2	3	4	5	AKKOORD

11 Wat denkt u van de opdrachten, die u ter bestudering worden opgegeven? ('huiswerk').

ZINLOOS	1	2	3	4	5	ZINVOL

12 Is vervulling van deze opdrachten voor u in het algemeen realiseerbaar?

NIET REALISEERBAAR	1	2	3	4	5	WEL REALISEERBAAR

13 Vindt u het gebruikte deel van de aula geschikt als lesruimte?

ONGESCHIKT	1	2	3	4	5	GESCHIKT

14 Is — na opgedane ervaringen — het tijdstip waarop de kursus wordt gegeven, gunstig voor u?

ONGUNSTIG	1	2	3	4	5	GUNSTIG

15 Wat vindt u van de koffie?

PRUT	1	2	3	4	5	GEWELDIG

16 Hoe beoordeelt u het hanteren van de toets tijdens de kursus?

NIET TERZAKE	1	2	3	4	5	TERZAKE

Ongeacht uw antwoord op de laatste vraag — graag nu eerst de bijgaande toets maken, en dan slotvraag beantwoorden!

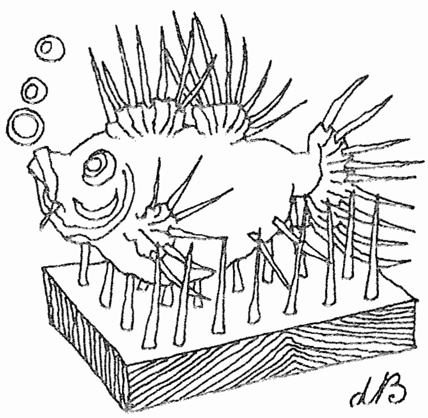
17 Vindt u de toets te moeilijk of te gemakkelijk?

TE GEMAKKELIJK	1	2	3	4	5	
	1	2	3	4	5	TE MOEILIJK

Wat **I**n **S**tenen **K**an, **O**ntmoet **B**ijna **A**ltijd **S**tiefmoeders.

(dat was waarschijnlijk wel bekend).

Toch bedankt.



DE RESULTATEN

1	KO-stof te moeilijk – gemakkelijk?	4,8
KONKLUSIE:	uitstekende moeilijkheids- makkelijkheidsgraad!	
2	KO-opdrachten praktikum zinvol?	4,5
KONKLUSIE:	zeer zinvol!	
3	Hoe is de praktische bruikbaarheid?	3,3
KONKLUSIE:	we hebben er toch wel wat aan!	
4	Zijn BAS-praktika/opdrachtkaarten geschikt?	4,1
KONKLUSIE:	geschikt!	
5	Gaat u BAS-praktika/opdrachtkaarten op basisschool introduceren?	3,8
KONKLUSIE:	er zijn 8500 afdrukken voor de basisschool gemaakt en . . . verkocht!	
6	Onderwijsproblematieken voldoende aan de orde gekomen?	3,2
KONKLUSIE:	gelukkig! : (net) voldoende!	
7	Hoe doen de kursusleiders het?	4,8
KONKLUSIE:	wat hebben we nou toch weer fout gedaan?	
8	Hoe is het werktempo?	4,5
KONKLUSIE:	erg goed!	
9	Hoe ervaart u groepswerk?	4,9
KONKLUSIE:	wat schieten we goed met elkaar op!	
10	Akkoord met groepsindeling?	5,0
KONKLUSIE:	Eindelijk! De eerste 5 van het hele jaar!	
11	Is het huiswerk 'zinvol'?	4,2
KONKLUSIE:	nou, nou, dat is ooit slechter geweest!	
12	Is het huiswerk 'realiseerbaar'?	3,2
KONKLUSIE:	matig!	
13	Is aula geschikte lesruimte?	3,8
KONKLUSIE:	we hebben niks anders!	
14	Is tijdstip gunstig?	4,6
KONKLUSIE:	tijdstip is gunstig!	
15	Hoe is de koffie?	4,2
KONKLUSIE:	bedankt Jo (koffiezetster)!	
16	Hanteren van de toets terzake?	3,7
KONKLUSIE:	geen kommentaar (er wordt overigens te veel gespiekt)!	
17	Was toets te moeilijk (makkelijk)?	4,8
KONKLUSIE:	(zelfgemaakte toets) erg goed!	

Bob lebbink 2

Wat vind je van breuken?

Ik vind breuken maken leuk werk.
Ik hoef bijna mijn hoofd niet meer te gebruiken.
Wel eens moet ik me hoofd gebruiken.
Bijvoorbeeld bij nieuwe breuken moet ik mijn hoofd gebruiken.
Maar die ken ik dan weer gauw uit me hoofd.

Zou je ze wel eens nodig hebben?

Later (mes) meschien (wel) wel.
Bijvoorbeeld half kilo suiker moet halen.
Dan heb ik ze wel nodig.
Het is niet alleen bij suiker maar (hij) bij brood of worteltjes.
Dus ik heb ze toch nodig.

Marc

Ik vind het vreemde sommen. Alles deel je in stukken. Je kan er van alles bij halen, Appels en peren en pannekoekken. Somige vind ik moeilijk, andere niet.

Ja, bij verscheidene vakken heb je ze nodig bijv: kippenslachter; een mevrouw zegt; ik wil een vierde kip. Dan moet je het (ma) maar uitrekenen. Schoenmakers; de delen waar ze meegaan werken. loodgieters; ik leer een tien meter pijpstaal, ze moetten [illegible] (wan) er van hebben. Timmermannen; planken afzagen op maat. en er zijn nog veel meer vakken.

Omslag: Hans Gauw
Druk: De Gulden Pers N.V.