Linda Brinkman
Edeseweg 96F
Bennekom
tel 6328

wiskobas bulletin

Jaargang 1, nr. 1
November 1971

WISKOBAS-BULLETIN – Bulletin ter begeleiding van het eksperiment "Wiskunde op de Basisschool".

– Verschijnt gedurende de eerste jaargang 5 keer (± 64 pagina's per aflevering).

JAARGANG 1, NR. 1 – NOVEMBER 1971

REDAKTIE : F. Goffree, R. A. de Jong (eindredakteur), G. H. Meyer, Drs. A. Treffers, Drs. E. J. Wijdeveld.

MEDEWERKERS : W. M. F. Bronnenberg, Prof. Dr. F. van der Blij, J. van Bruggen, K. Frenay, Prof. Dr. H. Freudenthal, H. ter Heege, Drs. K. B. Koster, F. du Maine, E. de Moor, D. W. Oort, L. Streefland.

VORMGEVING : interess reclame.

LAY-OUT : Rob Timmer.

CARTOON : Hans de Boer.

REDAKTIEADRES : INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4,
Utrecht.
t.a.v. R. A. de Jong.

ABONNEMENTENADMINISTRATIE: Zie inlegvel.

ABONNEMENTSPRIJS : f 25,– per jaargang.

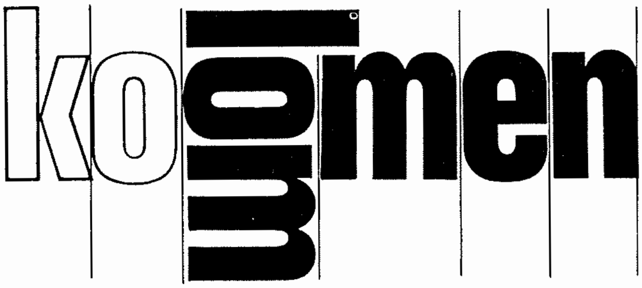
Verzamelabonnementen voor studenten Pedagogische Akademies en kursisten Heroriëntering f 15,– per jaargang.

EEN UITGAVE VAN HET INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS

INHOUD

INHOUD

vast boek



H. FREUDENTHAL

Het teken dat I.O.W.O. tot symbool heeft gekozen, is geen ornament, maar een meetkundige figuur. Wie moeilijkheden heeft om die figuur in 't juiste perspektief te zien, kan met een model ervan worden geholpen. Bij wiskundig "model" stelt men zich gauw iets voor van papier, ijzerdraad of gips, maar als de wiskundige die term gebruikt, denkt hij veeleer aan abstraktere maaksels. Neem bijvoorbeeld de rechthoek hieronder (Fig. 1). De twee opstaande zijden denk ik me aan elkaar geplakt,

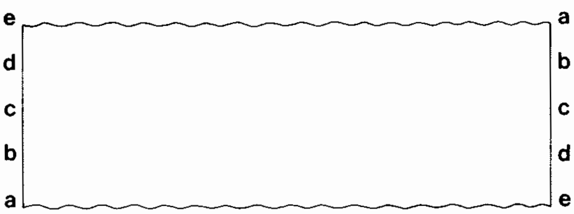


fig.1

en de letters ernaast duiden aan hoe het moet geschieden: niet recht maar averechts. Ik zei "ik *denk* het aan elkaar geplakt", maar men mag het ook echt doen (natuurlijk nadat men de rechthoek heeft uitgeknipt), en dan wordt het denkbeeldige model een echt konkreet model van wat ik abstrak bedoelde.

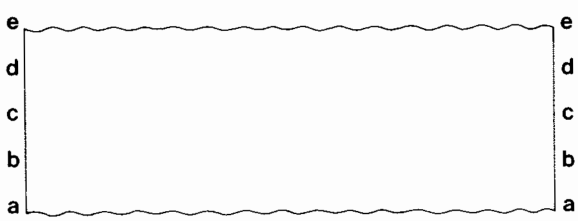


fig.2

Plakten we de twee opstaande zijden gewoon, recht, aan elkaar, dan (Fig. 2) ontstaat er een ring, ook cilinder genaamd, waaraan niet zoveel te beleven is. Doet men het, zoals we net deden, averechts, dan wordt het wat men een lint van Moebius noemt (naar een 19e eeuwse meetkundige). Een cilinder heeft twee randkrommen, boven en beneden. Een Moebius-lint heeft er, vreemd genoeg, maar één. De twee horizontale zijden van de rechthoek, die samen de rand voorstellen, vormen één stuk; immers als men onderaan van a links naar e rechts is gelopen, is men door de wijze van samenplakken bij de e boven links aangekomen om zijn weg naar boven rechts te vervolgen, waar men bij a aangekomen meteen weer tevens bij a links onderaan is.

Nog een verschil tussen de cilinder en een Moebius-lint: Geef er een knip in en wel langs de horizontale lijn die van c links naar c rechts loopt. De knip is een gesloten kromme, omdat door de wijze van plakken beide c hetzelfde zijn. Het lijkt nu of de figuur in twee stukken uiteenvalt: de smalle rechthoek boven en de smalle rechthoek onderaan. Voor de cilinder klopt dit ook, alleen moet je elk van die twee rechthoeken weer als een cilinder zien, wel te verstaan half zo hoog als de oorspronkelijke. Met een Moebius-lint is het heel anders gesteld. Wat eruit ziet als twee rechthoeken zit aan elkaar: neem maar de bewuste rechthoek en leg hem rechts naast de onderste neer zodat aan de voorschriften van het knippatroon is voldaan (Fig. 3), d.w.z. wentel hem eerst om de stippellijn alvorens hem naar rechts op

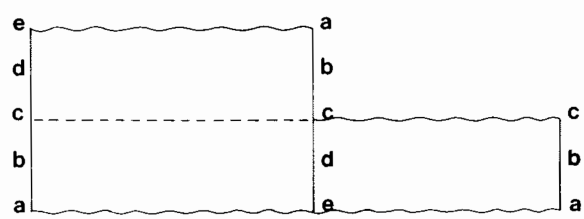


fig.3

te schuiven. Wat is de uitkomst? Niet twee cilinders van halve hoogte, maar één cilinder van halve hoogte en dubbele omtrek. Een vreemd geval› een Moebius-lint valt door een gesloten knip *niet* in twee stukken uiteen.

Neem een letter S, leg hem op het Moebius-lint en ga er op het Moebius-lint mee op reis (Fig. 4). Na een rondreis is de S in zijn spiegelbeeld veranderd.

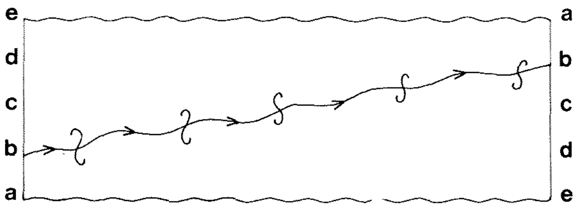


fig.4

Tot dusverre konden we het met het vlakke model van het Moebius-lint doen: voor wat nu volgt, moeten we het denkbeeldige plakken in de ruimte uitvoeren. Men vervolge op dit ruimtelijk model de horizontale lijn van c links naar c rechts. Ook op het ruimtelijk model is die lijn gesloten, maar als men hem doorlopen heeft, bevindt men zich ineens op de andere zijde van ons Moebius-lint, of beter gezegd: zo'n Moebius-lint heeft maar één zijde, niet twee zoals een cilinder. Het Moebius-lint behoort tot de *eenzijdige* oppervlakken (er zijn er meer van dan alleen het Moebius-lint).

Nog iets: geef er nu weer de knip in, van c naar c, zoals daarstraks. We weten al wat er ontstaat: één cilinder uit één stuk – abstrakt gezien tenminste. Konkreet is het een beetje meer genuanceerd. Om een Moebius-lint te plakken moeten we de uitgeknipte strook een halve slag wringen en dientengevolge zit er in de ring, die na het knippen is ontstaan, een *hele* slag. Het is een rechthoek waarvan ik de opstaande zijden met een hele slag recht aan elkaar heb geplakt (Fig. 5). Let nu op de twee randkrommen, d.w.z. de horizontale zijden

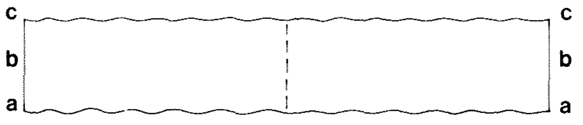


fig. 5

van a naar a en van c naar c. Beiden zijn gesloten krommen, maar hoe liggen ze in de ruimte tot elkaar? Kijk naar Fig. 6 en denk erom dat a aan a en c aan c is geplakt. Dit leidt tot Fig. 7. (Probeer het bijvoorbeeld met twee veters.) Het is een paar met elkaar "geschakelde" krommen, twee gesloten krommen die men niet uit elkaar kan halen, zonder één hunner te verbreken. Ze zijn enkelvoudig geschakeld.

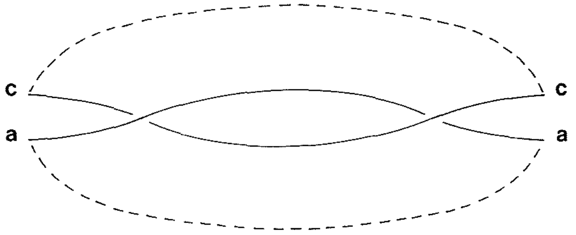


fig.6

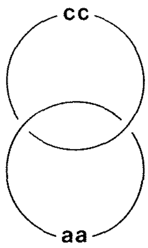


fig. 7

Kijk even naar de twee gesloten krommen van Fig. 8.

Wat valt hier op?

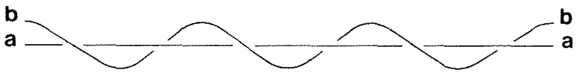


fig. 8

U hebt nu iets geproefd van een stuk wiskunde, dat men topologie pleegt te noemen. Smaakt het naar meer?

F. VAN DER BLIJ

wiskunst

Daar is geen kunst aan! Als U een wiskundig probleem eenmaal goed begrepen heeft, zult U soms deze uitroep laten horen. Is misschien aan de hele wiskunde geen kunst?

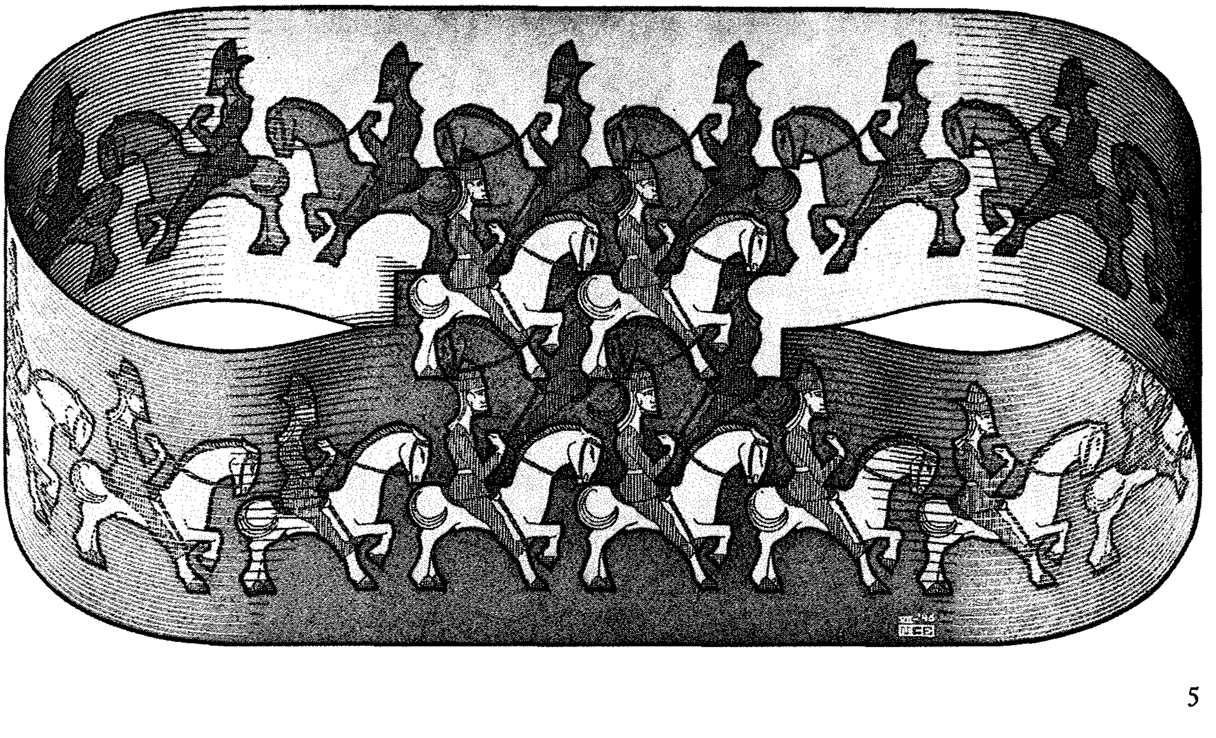
We willen onder de titel wis-kunst niet in de eerste plaats aandacht vragen voor kunstige wiskunde, maar voor wiskundige kunst. Al zullen we ook wel eens afdwalen naar wiskunde, die geen kunst is en kunst, die niet veel met wiskunde te maken schijnt te hebben.

Voor vandaag een eerste begin, en wel met een bij uitstek wiskundig kunstenaar, de graficus M. C. Escher (geboren 1898 te Leeuwarden). Ik kies een prent, die mooi aansluit bij het I.O.W.O. vignet en het artikel van prof. Freudenthal over dit vignet.

Hebben we hier ook te maken met een Möbius-lint? De titel helpt niet: Ruiter; het is gemaakt in 1946. In 1961 en 1963 maakte Escher prenten waarop we duidelijk een Möbiuslint vinden (Eén met in elkanders staart bijtende vissen, en één met een hekwerk waarop mieren rond lopen). Wat is een Möbius-lint ook weer? Ik grijp naar een andere kunstvorm, de literaire Hubert Lampo (geboren 1920 te Antwerpen) is bekend om zijn romans: Hélène Defraye, Terugkeer naar Atlantis (In de Winkler Prins beschreven als een werk in de vierdimensionale ruimte van het magisch-realisme) en De komst van Joachim Stiller. Maar in 1967 verscheen van zijn hand een bundel essays onder de titel: De ring van Möbius. Waarom deze titel? In een voorwoord lezen we:

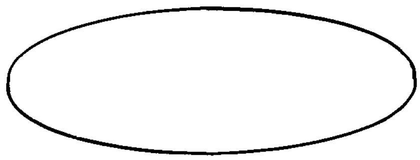
"Als geheel doen de in dit boek samengebrachte beschouwingen mij aan de beruchte ring van Möbius denken. Grosso-modo behandelen zij twee aspecten van de literatuur: het realisme en het magisch-realisme, doch beiden worden door het vlak van één en dezelfde per-

(met toestemming van de Escherstichting opgenomen)

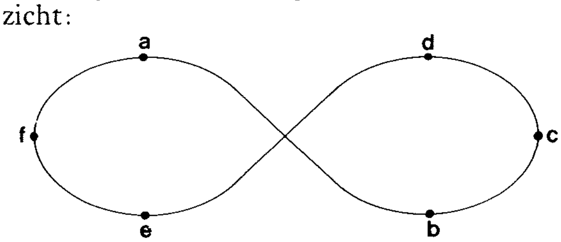


soonlijkheid gereflecteerd, zodat ik het gevoel heb, dat zij steeds weer in elkander voortlopen . . ."

Een opvallende eigenschap van het Möbiuslint is zijn éénzijdigheid. En is de band in de prent van Escher eenzijdig? Nee, want we zien zowel witte ruiters tegen een donkere achtergrond als donkere ruiters tegen een witte achtergrond. Het is als een doublé geweven stof, er zijn twee kanten. Uitgaande van een lint zijn de uiteinden dus zonder draaierij aan elkaar geplakt. Maar toch is het geen gewone armband(cilinder). Wat is er gebeurd? Eigenlijk moet U het zelf maar uitzoeken. Maar laat ik U nog een eindje op weg helpen. Als U het lint gewoon tot een cilinder maakt krijgt U als bovenaanzicht:



Maar bij het lint in de prent is het bovenaanzicht:



Hierbij gaat AB boven over DE heen. We zien dus nog iets aardigs. Van een strook kunnen we een cilinder maken, een Möbiusband, maar ook een band als in de prent van Escher. De laatste heeft twee kanten, is eigenlijk als "ding an sich" hetzelfde als de cilinder, maar ligt in onze ruimte in de knoop. Zou hij in een vierdimensionale ruimte (maar dan een wiskundige en geen magisch-realistische) uit de knoop te halen zijn?

Laat ik nog iets zeggen over het in elkaar passen van de zwarte en de witte ruiters, een centraal thema bij Escher. Het schema is eenvoudig, we geven nog even de struktuur (zie fig a).

De witte pijlen gaan over in de zwarte pijlen door een kombinatie van twee bewegingen namelijk eerst spiegelen (om van rechts wijzend nu links wijzend te worden) en dan nog een stukje verschuiven. De wiskundigen noemen dit een glijspiegeling of schuifspiegeling. Deze

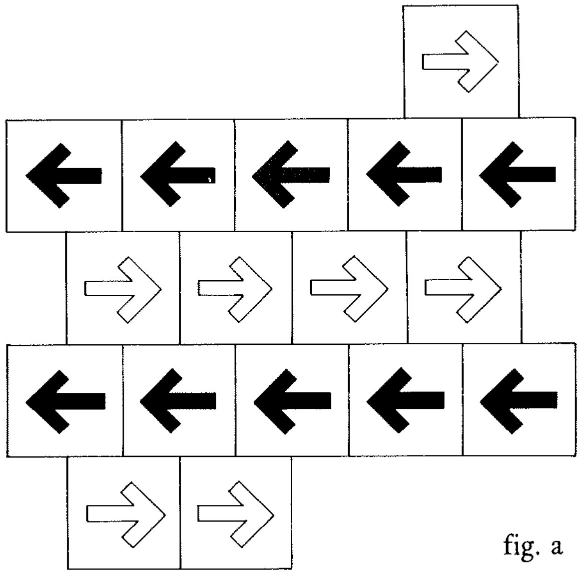
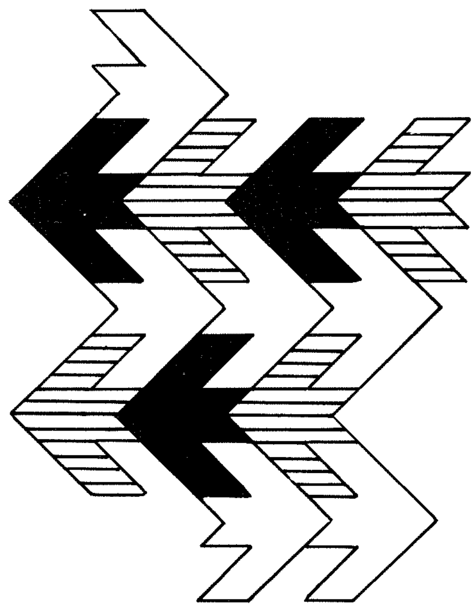
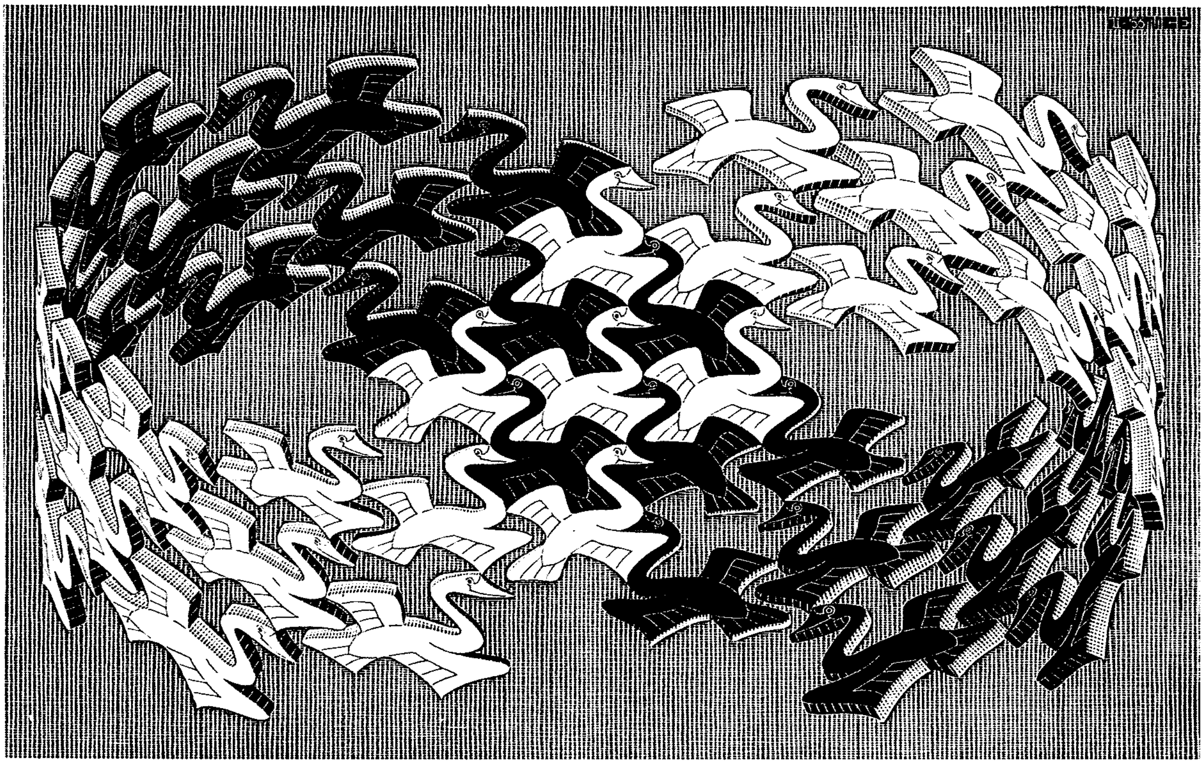


fig. a

beweging vinden we in veel vlakornamenten terug. We laten nu nog even een overgang van bovenstaande figuur naar de ruiters zien (fig b).



Het in elkaar passen van voor en achterkant van het ruiterslint berust nu precies op deze schuifspiegeling. Wilt U er meer aan doen? Beziet U dan b.v. de prent van de zwanen (1956) van Escher of leest U wat meer over glijspiegelingen in het boek Nieuwe Wiskunde II (hoofdstuk 7) van E. J. Wijdeveld. Maar dan bent U bezig met echte wiskunde.



(met toestemming van de Escherstichting opgenomen)

Litt: M. C. Escher: Grafiek en tekeningen (ed. Tijl, Zwolle)

Wiskobas bulletin

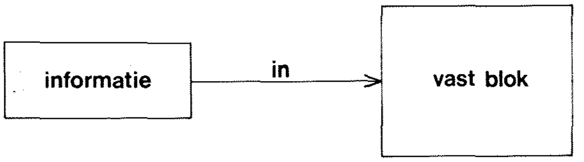
ROB DE JONG

Wiskobas-Bulletin heeft als meest belangrijke funktie: BEGELEIDING van het experiment "Wiskunde op de Basisschool", en is m.n. afgestemd op de in dit experiment betrokkenen (deelnemers heroriënteringskursussen, studenten van pedagogische akademies, leden van regionale werkgroepen, en andere participanten).

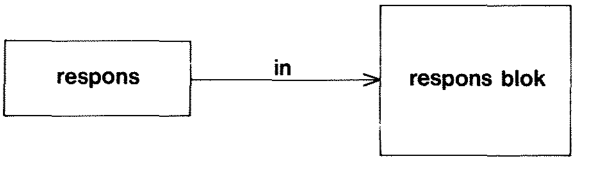
Eén van de ervaringen uit de innovatie-geschiedenis van het onderwijs is, dat de effekten van pogingen om uitsluitend via een tijdschrift te "vernieuwen" gering moeten worden geacht. Voorts is duidelijk geworden dat een aantal pogingen die toch effekten sorteerden, allerlei ontwikkelingen op gang brachten, die niet meer te kontroleren waren.

O.m. kan de genoemde scherpe afstemming van dit Bulletin op een bekende lezersgroep, een garantie vormen voor tijdige bijsturing. Daarbij komt dat het Bulletin geen zelfstandige pretenties heeft. Het maakt namelijk deel uit van een omvangrijk BEGELEIDINGS-PAKKET. In dit pakket is een grote hoeveelheid leerstofblokken, materialen, kursussen, programma's en konferenties te onderscheiden – nadere informaties vindt u elders in dit bulletin –.

Binnen dit totaalpakket heeft Wiskobas-Bulletin een eigen plaats. Deze plaats kan met behulp van de begrippen INFORMATIE en RESPONS bepaald worden.



Het Bulletin geeft INFORMATIES. Deze zijn in vaste rubrieken verzameld in het eerste gedeelte van het Bulletin. Dit informatieve gedeelte heeft als naam: VAST BLOK. Deze naam geeft aan dat bepaalde rubrieken in iedere aflevering terugkomen. Mededelingen m.b.t. de heroriënteringskursussen, informaties uit het buitenland, ideeën over "Wiskunst", gegevens betreffende de strategie, berichten uit de Ontwerpschool e.d. zijn steeds terug te vinden in het VAST BLOK. Het zal u echter duidelijk zijn dat een eerste aflevering een introducerend karakter heeft, waardoor het onmogelijk is om nu aan alle rubrieken aandacht te schenken. Dat kan niet anders, omdat de beginsituaties van de lezers (t.a.v. hun kennis omtrent het experiment) sterk uiteenlopen. En de redaktie voelt zich verplicht een zodanig bulletin samen te stellen dat het voor iedereen leesbaar is.



Het derde blok in het bulletin heet: RESPONS BLOK. Het begrip "respons" heeft in de psychologie een nauw omschreven betekenis gekregen. Ook in andere wetenschappen wordt het begrip gehanteerd – zij het met een variabele betekenis –.

In het derde blok duidt "respons" op de *forumfunktie* van het Bulletin.

Een forum was een plaats "waar het volk samen kwam om de publieke zaken te bespreken, recht te doen, enz." (Van Dale). Genoemde funktie kan op diverse wijzen gestalte krijgen. In het blok worden door de redaktie suggesties gedaan, maar de konkrete manifestering zal zonder meer van de inbreng der mede – forumleden (de lezers) afhangen.

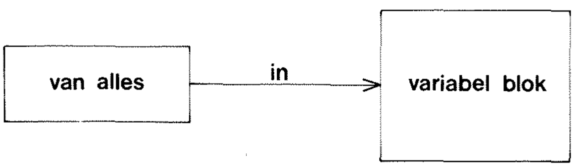
Het is misschien te vergelijken met een gemeenschappelijke konversatieruimte. Een ruimte waar ervaringen worden uitgewisseld, waar de dagelijkse praktijk ter sprake komt. Het is niet de bedoeling dat het een soort "ingezonden-stukken-rubriek" wordt, zoals we die kennen uit de dagbladpers. Het is beslist niet een aardigheidje voor querulanten (een "inspraakhoekje"), Het is wél een direkte konsekwentie van een essentieel uitgangspunt en van een belangrijke gegevenheid van het experiment.

Uitgangspunt: het samenwerkingsmodel bij leerplanontwikkeling. Hiermee wordt o.a. bedoeld dat een leerplan niet op één niveau ontwikkeld kan worden om het vervolgens aan degenen die er dagelijks mee moeten werken toe te sturen met een begeleidende brief: "voer het nu maar uit! " Nee, een zeer fundamenteel deel van de leerplanontwikkeling behoort juist in het onderwijsveld plaats te vinden. Er dient een voortdurende informatie- en sturingsstroom tussen alle betrokkenen te zijn.

De feitelijke onderwijssituatie: we werken allemaal nogal geïsoleerd en zijn nauwelijks op de hoogte van wat anderen doen. In de programma's van de heroriënteringskursussen en van de pedagogische akademies is de gelegenheid om elkaar te informeren over opgedane ervaringen ingebouwd. Nochtans blijft dit beperkt tot kleine groepen en al die – overal in het land – naast elkaar werkende groepen weten weinig van elkaar.

Om met elkaar verder te komen dient men van elkaars fouten en inzichten te kunnen leren, van elkaars probeersels kennis te nemen.

RESPONS en INFORMATIE staan beiden in dienst van de BEGELEIDING.

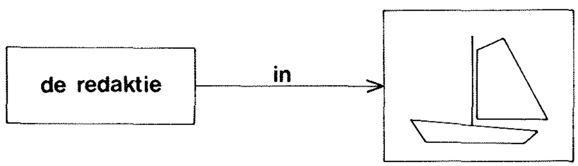


Het tweede en meest omvangrijke blok zal bij iedere aflevering een andere opzet en inhoud hebben. Het heet derhalve het VARIABEL BLOK.

De redaktie zal voor de eerste jaargang een keuze doen uit de volgende – in een willekeurige volgorde geplaatste – blokken:

- Schetsen voor een leergangfragment betreffende een onderwerp dat niet te ver van het huidige basisschoolprogramma afstaat – met achtergrondinformatie, kommentaren en bevindingen –.
  In de 1e aflevering vindt u daarvan een voorbeeld ("koördinaten").
- Schetsen voor een leergang(fragment) van een onderwerp dat ontleend is aan het programma van de heroriënteringskursus en/of aan het programma van de pedagogische akademie.
- Een vergelijkende studie van moderne wiskunde – methoden voor de basisschool die verschenen zijn op de nederlandse markt.
- De situatie in het buitenland (een helikopterperspektief).
- Wiskunde in en om school en huis.
- Leerplanontwikkeling en Ontwerpschool.
- Een bijdrage voor en door de wiskunde-specialisten uit het derde studiejaar van de pedagogische akademie.
- Aan de hand van een stuk leerstof enige relevante "hoofdstukken uit de onderwijskunde".
-
-
-
-

Het is niet onmogelijk dat een aantal onderwerpen slechts fragmentarisch aan de orde worden gesteld.



De redaktie is van mening dat de lezers er als mede-forumleden recht op hebben om te

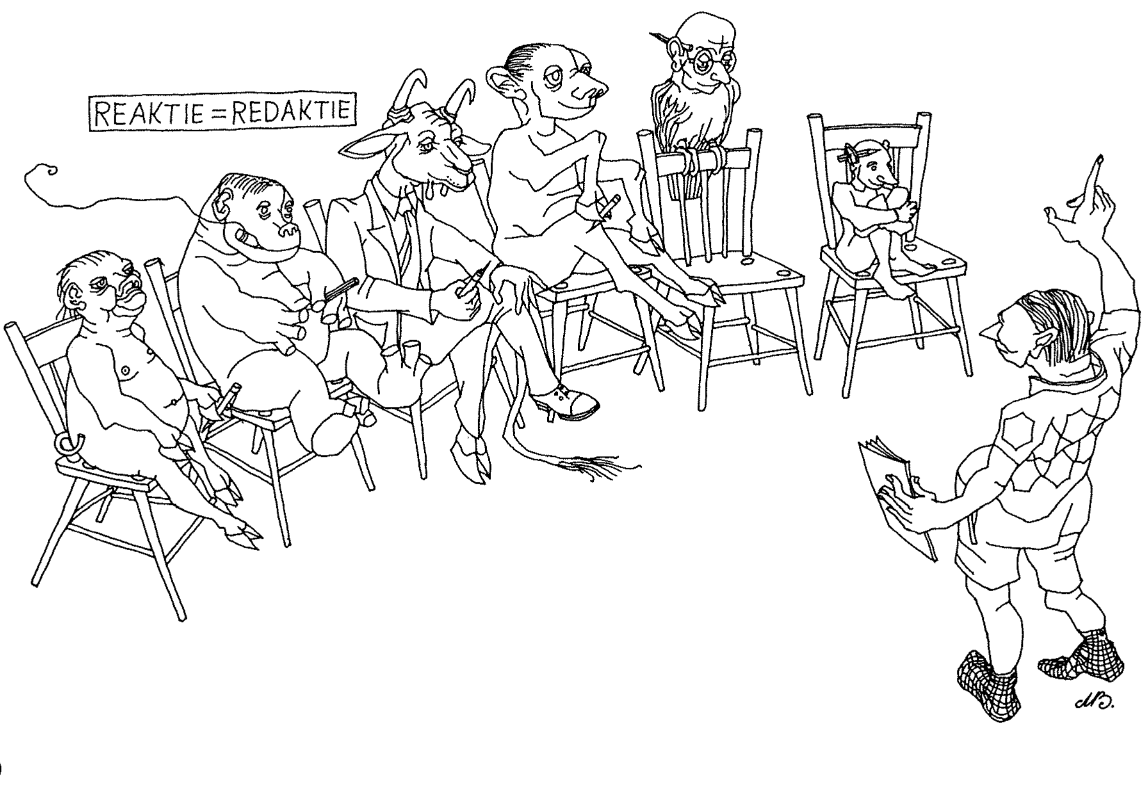
weten met wie zij samenwerken. Om in te gaan op een uitnodiging tot respons dient in ieder geval één voorwaarde te zijn vervuld, en wel: dat duidelijk is tot wie men spreekt of schrijft.
Aan Wiskobas-Bulletin wordt steeds door een team gewerkt: karakteristieken van dit team-als-geheel zijn relevanter dan allerlei informaties over de samenstellende delen. De twijfels en onzekerheden, de inzichten en benaderingswijzen zullen wel uit de bijdragen blijken. Opsommingen van alle publikaties, hobbies, titels, diploma's en gezinsgrootten zijn niet zo interessant – al wil elk teamlid ze u best mondeling meedelen –.

In de redaktie en in de groep vaste medewerkers hebben uitsluitend mensen met onderwijservaring zitting. Onderwijservaring op verschillend niveau: gymnasium, basisschool, mavo, universiteit, pedagogische akademie en buitengewoon onderwijs. Voorts hebben zij allemaal gestudeerd. De een wat meer, de ander wat minder. De een pedagogiek, de ander wiskunde en enkele bollebozen beide. De elementen van deze verzameling zijn met behulp van de volgende eigenschappen te karakteriseren:

- inkasseringsvermogen
- degelijkheid (op één na)
- nuchterheid
- zwijgzaamheid (op acht na)
- sportiviteit (op één na – inderdaad, dezelfde –)
-
- (bescheidenheid)

GEVRAAGD:
Kursisten heroriëntering en studenten pedagogische akademie die van zichzelf vinden dat zij binnen de aangegeven verzameling vallen en die bereid zijn om, hetzij als medewerker aan een vaste rubriek, hetzij als losse medewerker aan een bepaalde aflevering een wiskosteen bij te dragen.

Tijdens een konferentie in Egmond in oktober '69 voor wiskundeleraren en pedagogiekleraren aan pedagogische akademies sprak 98% der aanwezigen zich uit voor de noodzaak van een begeleidend tijdschrift. Nu, twee jaar later, verschijnt de eerste aflevering. De redaktie heeft er met veel enthousiasme en plezier aan gewerkt. Zij streeft ernaar om de volgende aflevering niet slechter te maken.



een blik op de toekomst

EDU WIJDEVELD

Bas Wisko zugte.

Nauwelijks was het nieuwe sgooljaar 1991/'92 een week oud, of hij zat al weer voor ernstige problemen.

De werkgroep van Wim Hagens uit afdeling 4* had binnen hun visafoonprojekt een onderzoek gedaan naar de lengte van visafoongesprekken uit openbare sellen. Ze waren tot de ontdekking gekomen, dat de tijdsduur van series van 10 gesprekken een zekere regelmaat vertoonden. Of dat toeval was, of dat zij nog een weekje verder moesten sleutelen . . .? Intuïtief begreep Bas het wel, maar hoe het nu precies zat . . .?

Uit "Background for primary statistics" kon hij het ook zo gauw niet destilleren en de tijd drong, omdat hij nog veel voorberijding voor volgende week moest verrigten.

Bas bladerde in zijn agenda.

Maandagmorgen:
Demonstratieles voor k en α-onderwijzers in de 1e afdeling, met nabespreking.
Onderwerp: getalpatronen.
Hier zou hij niet te veel moeite mee hebben, omdat 'getalpatronen' een hobbie van hem was. Zijn handboek van de Akademie bevatte hierover een sgat van gegevens: leerstof, leergang en vele voorbeeldlessen.

Dinsdag:
De wekelijkse dag van de voortgezette opleiding voor β-onderwijzers, met o.m. de voorbespreking van de T.V.-siklus, 3e-afdeling, voor oktober.

Dat kon wel eens interessant worden. De wiskundedosent van de Akademie had bovendien Prof. Math van het leraarsinstituut van Emmeloord nog uitgenodigd, om verslag uit te brengen over het leerstofeksperiment "Kleur en Wiskunde".
Volgend jaar zou zijn sgool deelnemen aan het tweede-ronde-eksperiment.

Woensdagavond:
Ouderkursus over siemetriejen.

Hiervoor had hij het praktikum gelukkig al klaar gemaakt. Als de tekenman in hemelsnaam nou maar opsgoot met zijn suggesties voor de kreatieve verwerking.

Vrijdagmorgen:
De werkgroep 'Wiskunde-te-velde' uit afdeling 4 zou verslag uitbrengen voor de nivogroep.

Als hij het goed bekeken had, hadden zij zelfs een inhoudsformule voor bomen erbij gesleept.
Dat moest ie nog eens goed nakijken in 'Fiesieka voor het basisonderwijs'.

En hier tussendoor moest hij dan nog zijn drie gewone lessen per dag geven, terwijl zijn skripsie 'Getallen' voor de derdegraadsbevoegdhijd, ook eens af moest.

Enfin voor dat statisties probleem moest Wim Hagens c.s. eerst nog maar eens een aantal waarnemingen doen.

★

Zou het bovenstaande een beeld weerspiegelen van het basisonderwijs anno 1991?
Geen idee . . .
Naar huidige maatstaven, zeker in ideële zin, laten we het hopen!

---

* Afd. 1: Leeftijdsgroep 4–6
Afd. 2: Leeftijdsgroep 6–8
Afd. 3: Leeftijdsgroep 8–10
Afd. 4: Leeftijdsgroep 10–12

Duidelijk zichtbaar in het programma van Bas Wisko zijn namelijk elementen aanwezig van datgene, wat Wiskobas nu al nastreeft.

Om eens wat te noemen:

- vernieuwde didaktische werkvormen, ook (en vooral) binnen het wiskunde-onderwijs;
- de relatie tussen wiskunde-onderwijs en de praktijk van het dagelijks leven;
- integratie van audiovisuele hulpmiddelen;
- vakintegratie;
- het werken met niveaugroepen;
- de relatie leerling – ouder – onderwijzer;
- vakspecialisme, ook in het basisonderwijs;
- wederzijdse informatie van en door kollega's;
- de (vanzelfsprekende) voortgezette opleiding, onder leiding en met medewerking van docenten van opleidingsinstituten;
- de relatie leerstofontwikkeling – begeleiding en voortgezette opleiding;
- etc.

Hoe één en ander anno 1971/1972 in elkaar grijpt, kunt U elders in dit nummer lezen.

Duidelijk komt daarin ons uitgangspunt naar voren: de noodzakelijke en onverbrekelijke relatie tussen *opleiding* (P.A.) – *heroriëntering* (H.O.O.) en *begeleiding* bij de leerstofontwikkeling in het Basisonderwijs (B.O.) en de rol die ontwerp- en experimenteerscholen daarbinnen spelen.
De (nu nog) utopie van de agenda van Bas Wisko geeft echter al de aanduiding, dat wij binnen het projekt Wiskobas alle mogelijkheden willen openhouden voor zich nu reeds aftekenende ontwikkelingen op 't terrein van leerplanontwikkeling, onderwijstechnologie, onderwijsorganisatie etc.

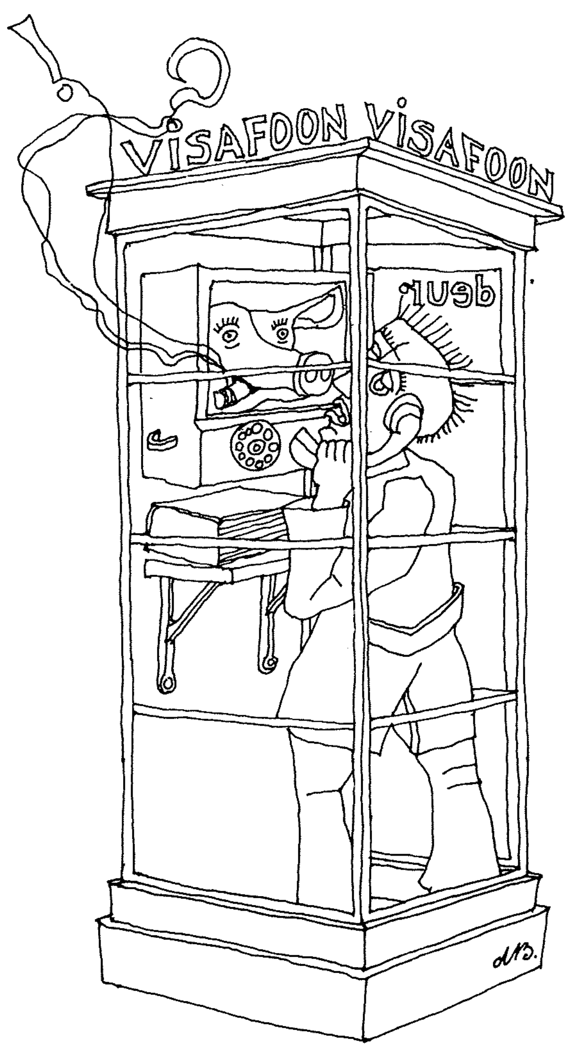
Dat te realiseren vereist een zodanig flexibele planning en een zodanig flexibel beleid, dat nieuwe initiatieven op genoemde terreinen onmiddellijk opgevangen kunnen worden.

Of we daartoe in staat zullen blijken . . .? We doen ons best!

Duidelijk echter is, dat de ervaring in 'het veld', van zowel leerling, leraar, opleider als begeleider ons daarbij primair de weg moeten wijzen.
Ervaringen anno 1971/1972 zullen reeds een bepalende bijdrage leveren voor de situatie anno 1991/1992.

Om die reden roepen we alle huidige en toekomstige medewerkers in, naast en buiten het veld op, om ons hun ervaringen door te geven en mede initiatieven te ontwikkelen om een zinvolle vulling te geven aan de agenda van Bas Wisko, de wiskundeonderwijzer anno 1991/1992.

Alleen op die manier kan onze 'BLIK op de toekomst' een 'GREEP op de toekomst' worden.



kursusjaar '71-'72

ADRI TREFFERS

VERLEDEN EN HEDEN VAN WISKOBAS

I. INLEIDING

In het voorjaar van 1971 kwamen bij het I.O.W.O. (Instituut Ontwikkeling Wiskunde-Onderwijs) een aantal aanvragen binnen voor een leerplan "Wiskunde op de basisschool". In een begeleidend schrijven kwamen herhaaldelijk de volgende punten voor:

1) Wij hebben in Nederland een enorme achterstand ten opzichte van onze buurlanden, wat de vernieuwing van het (wiskunde)-rekenonderwijs op de basisschool betreft.
2) Het wordt tijd, dat Wiskobas een leerplan voor wiskundeonderwijs op de basisschool verstrekt, zodat we aan 't werk kunnen.
3) Waarom houdt Wiskobas de verspreiding van moderne wiskundemetoden tegen?

Op verschillende plaatsen hebben we uiteengezet, waarom we geen leerplan gepubliceerd hebben, waarom we op dit moment tegen een verspreiding van moderne wiskundemetoden op grote schaal zijn en ook waarom we op het gebied van rekenen-wiskunde geen grote achterstand hebben.

Als we dit zo lezen lijkt het wel alsof alles prima voor elkaar is en je vraagt je af waar Wiskobas dan eigenlijk wel zijn bestaansrecht aan ontleent. Immers, ze wil blijkbaar geen wiskunde op de basisschool, en oordeelt de publikatie van een leerplan niet gewenst; ze heeft bestaan, daarna zichzelf opgeheven, verscheen toen in het boek der hippe woorden van Paul van Vliet en blijkt nu binnen het I.O.W.O. te opereren.

Wat is Wiskobas eigenlijk, waar komt ze vandaan en waar wil ze naar toe?

II. HET VERLEDEN VAN WISKOBAS

Er was binnen de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde – de kommissie, die onder meer de vernieuwing van het wiskunde-onderwijs bij het voortgezette onderwijs realiseerde – een werkgroep die van mening was, dat een fundamentele vernieuwing van het wiskunde-onderwijs slechts doorgevoerd zou kunnen worden vanuit het basisonderwijs. De leden van deze werkgroep hadden hierbij een didaktische vernieuwing op het oog, die vooral ook doorgevoerd zou kunnen worden aan nieuwe leerstofinhouden.

Men koos de term Wiskobas als naambordje om daarmee aan te geven dat men meer wenste dan rekenen, nl. wiskunde op de basisschool. Zou dat dan een nieuw vak worden naast het vak rekenen? Nee, want rekenen is wiskunde, maar zo werd gesteld: wiskunde is meer dan rekenen. Naast het rekenen zijn er immers allerlei matematische bezigheden, die minstens even fundamenteel en even zinvol zijn als rekenen, denk daarbij aan meten, meetkunde, grafische verwerking, ontdekken van regelmatigheden, enz. Maar komt dat dan allemaal boven op de huidige rekenleerstof? Welnu, al deze aktiviteiten kunnen veelal niet eens plaatsvinden zonder rekenen, maar het gaat ook niet zozeer om er allerlei leerstof bij te stoppen, 't gaat veel meer om de aanpak van het onderwijs, zo werd van 't begin af aan verkondigd.

Het was echter moeilijk om over te brengen wat de bedoeling in feite was; er waren namelijk ook internationaal allerlei ontwikkelingen op gang gebracht, die het hele gebeuren rond "wiskunde op de basisschool" bizonder ondoorzichtig maakten.

We noemen er enkele om wat orde op zaken te stellen:

1) Een vernieuwing van de leerstof in de richting van wiskunde als denkvak. De vernieuwing van het wiskunde-onderwijs kwam daarbij zo vertekend over, dat ze gelijk gesteld

werd met het tekenen van kringen rond voorwerpen (venn-diagrammen) en het manipuleren met logiblokken (denkblokken!) Sommige waarnemers waarschuwden tegen de verschraling van het onderwijs, die ons te wachten zou staan bij de uitvoering van wiskunde op de basisschool: de tijd zou immers honderd jaar teruggedraaid worden!

2) Een aanpassing van de leerstof bij de vernieuwing van het wiskunde-onderwijs op het voortgezette onderwijs of nauwkeurig: een aanpassing van de leerstof van de basisschool bij de leerstofverandering op het voortgezette onderwijs. Voor de rest blijft alles bij het oude: het boekje, de sommenrijtjes, de weetjes.

3) Het koor van de optimisten ging geleidelijk een toontje lager zingen toen bleek, dat:
- de onderwijstraditie in een bepaald land een scherpe scheiding met het bestaande rekenonderwijs niet toelaat: vertaalt men b.v. een Engelse leerstofeenheid en zet men het uit in het Franse onderwijsveld, dan zal blijken, dat de empirische aanpak van de Engelsen niet strookt met de meer rationele werkwijze van de Fransen (ondanks Marianne);
- de achtergrondskennis van de onderwijzer en het handelen in de klas een grondige heroriëntering in wiskundige en onderwijskundige zin noodzakelijk maken.

4) Voeg daarbij de denkbeelden die vanuit de 15 Wiskobaswerkgroepen verspreid werden en het chaotische beeld is kompleet. Immers vanuit deze werkgroepen werd verkondigd, dat er vele mogelijkheden waren voor wiskunde op de basisschool en dat het noodzakelijk was om heroriënteringskursussen te volgen, (H.O. géén risiko). Echter, de invoering van moderne wiskundemetoden werd afgeraden en de heroriënteringskursussen vonden geen doorgang, terwijl tenslotte Wiskobas van het toneel verdween en in het genoemde hippe woordenboek terecht kwam. Daarnaast kon men in de vakpers de meest tegenstrijdige beoordelingen omtrent de gewenstheid van de vernieuwing lezen.

Het wordt hoog tijd om duidelijkheid te verschaffen en het lijkt gewenst om dit — voor de kortheid — in een aantal stellingen weer te geven met daarbij af en toe een historische aantekening tussen haakjes:

* Wiskunde-onderwijs op de basisschool is zowel didaktisch, maatschappelijk als wiskundig gewenst. De Nederlandse situatie vereist een aanpak, die landelijk opgezet dient te worden.
  [*Rapport van de werkgroep aan de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde. In augustus 1968 werd er een subkommissie basisonderwijs ingesteld.*]
* Het projekt dient opgezet te worden in een grove planning om allerlei voorzieningen te "voor-zien".
  [Augustus *1968. Tienjarenplan ontworpen.*]
* Het projekt zal vanuit de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde uitgevoerd worden door leraren wiskunde en pedagogiek van de Pedagogische Akademie in samenwerking met allerlei betrokkenen.
  [Oktober 1968 *instelling van 15 Wiskobaswerkgroepen, als een netwerk verspreid over heel Nederland. Voor de goede orde dient opgemerkt te worden, dat de plaatselijke en regionale onderwijs-adviesdiensten — op enkele uitzonderingen na — nog van de grond moesten komen.*]
* Het projekt staat of valt met de aanwezigheid van een kader van deskundigen.
  [Oktober 1969 *konferentie te Egmond aan Zee van 100 leraren rekendidaktiek aan Pedagogische Akademies.*]
* De vernieuwde onderwijsaanpak zal centraal dienen te staan.
  [Vanaf 1968 *worden wiskunde-praktika ontwikkeld en de aanvragen voor wiskundewerklokalen gestimuleerd.*]
* Een groep pioniers dient vanaf het begin via heroriënteringskursussen mee te werken aan de leerplanontwikkeling.
  [1969—1970. *Eén jaar herorienteringskursus voor 450 onderwijzers.*]
* Kadervorming, leerplanontwikkeling basisonderwijs, vernieuwing van het rekenonderwijs op de Pedagogische Akademie en heroriëntering van de onderwijzers dienen integraal aangepakt te worden.
  [Juni 1970. *Materiële en personele voorzieningen kunnen niet gegarandeerd worden. Het projekt wordt stopgezet. In* januari

1971 *worden besprekingen met de Staatssekretaris afgerond en wordt het Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde-onderwijs (I.O.W.O.) ingesteld.*]

* Invoering van modern-wiskunde-onderwijs is ongewenst als heroriëntering en begeleiding niet verzekerd zijn.
  [Vanaf februari 1971 *wordt de veranderingsstrategie gepland: 1971–1975 verlevendiging van het huidige rekenonderwijs, daarna – als aan voorwaarden van deskundigheid in opleiding en begeleiding voldoen wordt – kan geleidelijk overgegaan worden tot een leerstofinhoudelijke vernieuwing op basis van een nieuw leerplan.*]
* Invoering van modern wiskunde-onderwijs is slechts mogelijk als vele participanten samenwerken.
  [Vanaf mei 1971 *worden besprekingen gevoerd met uitgevers, inspekteurs, vertegenwoordigers van Onderwijsadviesdiensten, leden van landelijke Pedagogische Centra e.a. om over te gaan tot de instelling van een samenwerkingskommissie.*]

Kortom, uit het voorgaande moge U duidelijk geworden zijn dat Wiskobas niet "zonder meer" wiskunde op de basisschool gepropageerd heeft, maar juist de noodzaak van een aantal voorwaarden beklemtoond heeft om tot de gewenste verandering van het wiskunde-*onderwijs* te kunnen overgaan.

Laten we de stand van zaken op dit moment (sept. '71) eens bekijken.

III. HET HEDEN VAN WISKOBAS

Schrijven we Wiskobas dan kunnen we doelen op een samenstel van:

* De onderwijskundige grondgedachten, mede tot uiting komend in de voorzichtige planning van de vernieuwing vanuit een verlevendiging van het huidige rekenonderwijs.
* De personen, te weten leden van de Wiskobaswerkgroepen en een tiental medewerkers van het I.O.W.O.
* De produkten in de vorm van leerstofblokken voor de heroriëntering van onderwijzers, studenten P.A., tijdschriftpublikaties e.d.

Goed, hoe is nu de uitgangssituatie anno september 1971?

We geven u een overzicht van de uitstalling:

1) DE DIDAKTIEK VOOR HET WISKUNDE-ONDERWIJS OP DE PEDAGOGISCHE AKADEMIE kan vernieuwd worden op basis van de leerstofblokken (4) die ontwikkeld zijn:

Blok I Grafische verwerking
Blok II Meten
Blok III Verzamelingentaal
Blok IV Meetkunde
Blok V Cijferen anno 2000 (eksperimentele versie)

Bij het samenstellen van deze blokken is rekening gehouden met de leerstof, de metodiek en de didaktiek van het vak rekenen, maar tevens is geanticipeerd op het programma wiskunde op de basisschool.

In ieder blok zijn opgenomen: praktika, kolleges, opdrachten voor analyse van bestaande reken- en wiskunde-metoden en suggesties voor onderzoek en eigen produktie.

Het is niet mogelijk voor de student om alle blokken, die op den duur ter beschikking komen door te werken in drie jaar. Iedere school kan op basis van het reservoir van beschikbaar materiaal een eigen school-werkplan samenstellen.

▸ Kortom, het onderwijs van de wiskundedidaktiek op de P.A. (klas I) kan starten.

2) DE HERORIËNTERING VOOR DE ONDERWIJZERS kan eveneens beginnen. Vanaf februari 1971 zijn op de ontwerpschool – Dr. Willem Dreesschool te Arnhem – de eerste leerstofblokken ontwikkeld. Ieder leerstofblok bevat een Wisboekje voor de opleider, een Koboekje voor de onderwijzer en een Basboekje voor de onderwijspraktijk.
De volgende blokken zijn beschikbaar:

Blok I Het stadsplan. Introduktie van koördiniaten
Blok II Grafische verwerking
Blok III In orde. Verzamelingentaal, relaties
Blok IV Open beweringen. Funkties
Blok V Het spijkerbord. Meetkunde
Blok VI Talstelsels

Deze blokken moeten echter eerst door de zeef van de ontwerpschool, voordat ze ter beschikking komen voor de 1500 onderwijzers die de kursussen bezoeken in het schooljaar 1971–1972.

▸ De heroriëntering van onderwijzers (H.O.O. I.) kan beginnen.

3) DE LEERPLANONTWIKKELING, verkeert nog in een beginstadium. In februari 1970 verscheen intern de eerste publikatie. Op basis van algemene doelstellingen werden een honderdtal meer gespecificeerde doelstellingen ontworpen verdeeld over ongeveer 10 kategorieën.

Op basis van deze publikatie werd – intern – in augustus 1971 een tweede oriëntatiepunt in de leerplanontwikkeling geproduceerd. Op basis van dezelfde algemene doelstellingen werden ongeveer 700 doelstellingen als aktiviteiten ter diskussie aangeboden. De kategorieën zijn: verzamelingentaal, relaties, grafieken, koördinaten, meetkunde, tellen, plaatswaarde, optellen, aftrekken, meten, patronen, mathematische spelen, vermenigvuldigen, delen, algoritmiek, strukturen, wetten, statistiek en waarschijnlijkheid, logika en redeneren.

▸ De ontwikkeling van een leerplan is reeds enkele markeerpunten gepasseerd, te weten de leerstofopsomming en de aktiviteiten.

4) Met KADERVORMING bedoelen we de aktiviteiten, die leiden tot de vorming van een groepering deskundigen met betrekking tot opleiding en begeleiding. De kadervorming nu heeft zich voornamelijk beperkt tot bijeenkomsten van Wiskobaswerkgroepsbesturen en had zelfs dan nog een incidenteel karakter. In het algemeen kan gezegd worden, dat de kadervorming nog helemaal van de grond dient te komen. Op dit moment zijn de eerste voorwaarden vervuld: denk daarbij aan de zgn. Wisboekjes voor de heroriëntering en de komende konferenties.

▸ De kadervorming kan gedeeltelijk van start gaan.

5) DE ORGANISATIE VAN DE WISKOBAS-WERKGROEPEN begint gestalte te krijgen: de besturen zijn gekozen en de uren verdeeld in verband met te vervullen taken, te weten: ontwerpen teksten basisonderwijs, revisie van leerstofblokken P.A. en H.O.O. en het ontwerpen van leerstofblokken. De konferentie te Egmond aan Zee vormt het officiële startpunt van de werkzaamheden. De bijeenkomsten zijn geregeld en de taakomschrijving is als volgt:

5.1. *Doelstelling algemeen:*

Volgens haar doelstelling behartigt het I.O.W.O. als uitvoerend instituut van de CMLW:

– de leerplanontwikkeling van het wiskundeonderwijs van 5–18 jaar,
– in samenwerking met alle betrokken onderwijsinstanties,
– op basis van kadervorming.

Met "Wiskobas" wordt het projekt aangegeven dat deze doelstelling wil realiseren voor de leeftijdsgroep 5–12 jaar. De Wiskobaswerkgroepen vervullen regionaal taken, die uit deze doelstelling voortvloeien.

5.2. *Specifiek:*

5.2.1. *P.A..:*
– introduktie van een schoolwerkplan voor de Pedagogische Akademie,
– taken t.a.v. specifieke aspekten hiervan – zoals revisie van blokken, het maken van toetsen – worden in overleg met "W-centraal", per werkgroep vastgesteld.

5.2.2. *H.O.O.:*
– de werkgroepen organiseren heroriënteringskursussen voor onderwijzers(s) (essen).

N.B. Per regio wordt nagegaan in hoeverre nù reeds tegemoet gekomen kan worden aan de noodzaak kleuteronderwijzeressen in deze kursus te betrekken.

5.2.3. *Kadervorming:*
– de werkgroep organiseert studiebijeenkomsten voor haar leden (zie 5.3.1.).

5.2.4. *Voorlichting, kontakten:*
– de werkgroep verzorgt waar mogelijk voorlichting voor belangstellenden in de regio,
– de werkgroep verzorgt kontakten met onderwijsinstanties op regionaal niveau,
– vanuit het kader der gestelde doelen, wordt regelmatig wederzijds kontakt onderhouden tussen de werkgroep en Wiskobascentraal.

5.3. *Samenstelling en werkwijze:*

5.3.1. *Samenstelling:*

Leden van Wiskobaswerkgroepen kunnen zijn:

– leraren wiskunde en pedagogiek van de betrokken P.A.'s,

– medewerker(s) van regionale/lokale Pedagogische Centra en/of Schooladviesdiensten (zie ook 5.4.),

– leden van overige bij de ontwikkeling betrokken onderwijsinstanties.

Een definitieve samenstelling van de werkgroep wordt gerealiseerd in overleg met Wiskobas-centraal.

5.3.2. *Werkwijze:*
De Wiskobaswerkgroepen kiezen uit hun midden twee tot drie funktionarissen met als specifieke taken:
– kontakt met Wiskobas-centraal (zie 5.2.4.),
– interne koördinatie, kommunikatie en organisatie.
Tenminste één van deze funktionarissen is wiskundige.
In overleg met W-centraal kunnen leden van werkgroepen andere specifieke taken worden opgedragen (zie 5.2.1.)

5.4. *Samenwerking:*
Uit de opstelling van de Wiskobaswerkgroep als bepaald onder 5.1. en 5.2. vloeit voort de noodzaak tot optimale samenwerking met regionale onderwijsinstanties, i.h.b. met regionale Pedagogische Centra en/of Schooladviesdiensten.

6) DE SAMENWERKING MET ALLE MOGELIJKE INSTANTIES, die in het uitvoerende vlak een taak hebben is op dit moment in bespreking. De op te richten samenwerkingskommissie zal speciaal geformeerd worden voor de leerplanontwikkeling 5–18 jaar. Haar taak is:

1) mede-beleidsinstantie te zijn,
2) een demokratische ontwikkelingsstruktuur te garanderen,
3) een kader van onderwijsmensen van brede samenstelling te vormen,
4) op het terrein van de betrokken instantie/organisatie optimale medewerking en medeontwikkeling te bereiken.

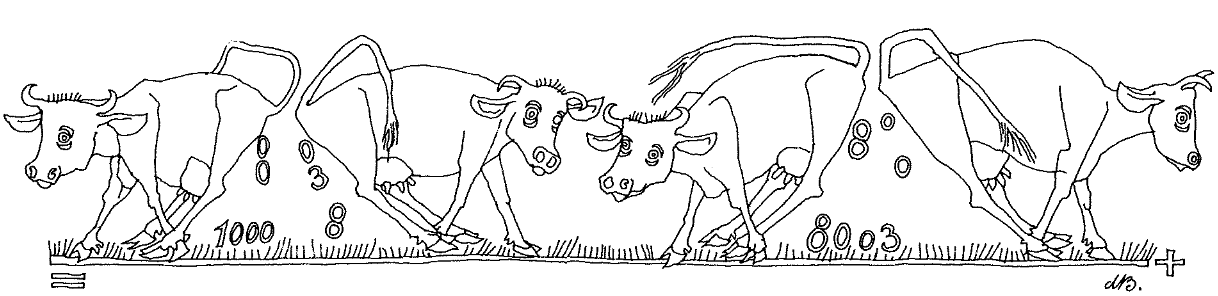
▶ Besprekingen over de instelling van een samenwerkingskommissie zijn lopende.

7) DIVERSEN:

De Wiskobasaktiviteiten worden begeleid door een Wiskobasbulletin, dat 5 maal per schooljaar zal verschijnen. De eerste kontakten met de N.O.T. zijn gelegd omtrent de uitzending van een serie van 10 T.V. lessen.

▶ Pers en media zijn binnen de gezichtskring gekomen.

Hiermee is het beeld van het heden geschetst en de hoofdlijnen kunnen doorgetrokken worden naar de toekomst. Over deze toekomst van Wiskobas zult u in de tweede aflevering van Wiskobas-Bulletin geïnformeerd worden.



ouders en wiskunde

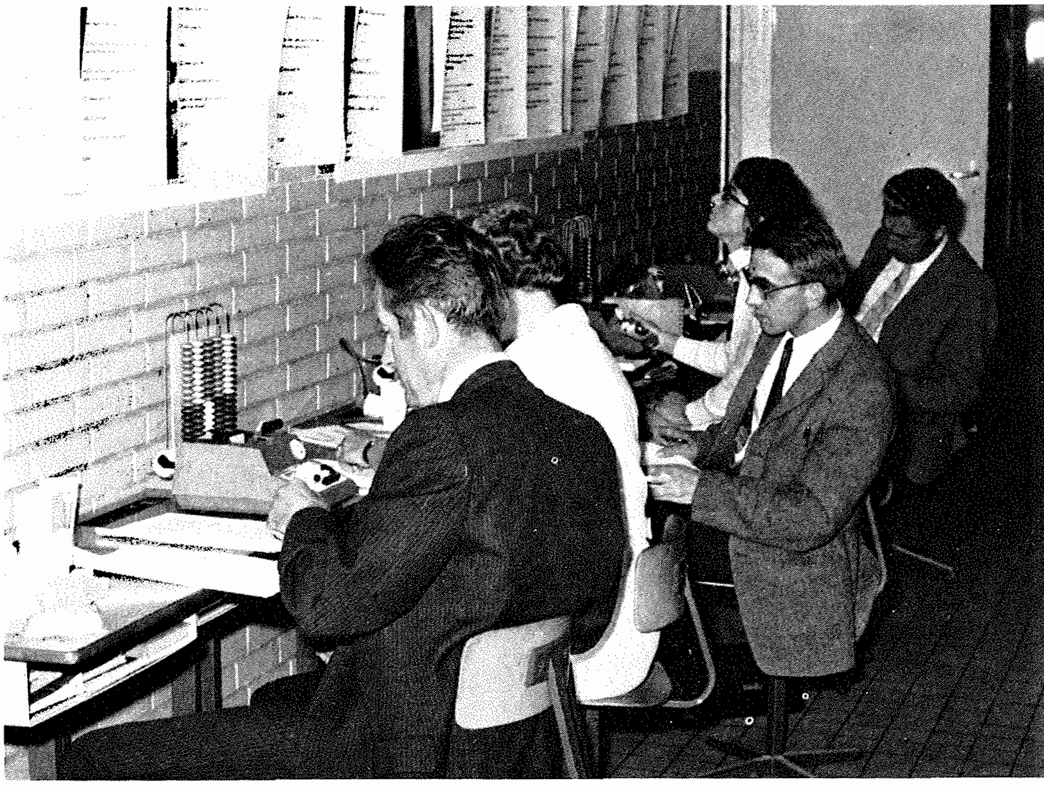
Op donderdagavond 10 juni 1971 verzorgden Fred Goffree en Rob de Jong een ouderavond van de Dr. J. Th. de Visserschool in Hengelo onder de titel: "WISKINDEREN, EEN NIEUWE GENERATIE?" Eén van de aanwezige ouders – de heer K. Ekkelboom – schreef een verslag van deze avond.

Na de opening geeft de heer de Jong het woord aan de heer Fred Goffree, welke een inleiding geeft over de oude en nieuwe methodiek van wiskunde. De heer Goffree geeft in zijn inleiding voorbeelden aan de hand van de kabinetsformatie van prof. Steenkamp. Het kwam mij voor dat de heer Goffree met zijn uiteenzetting over wiskunde wel iets te hoog gegrepen heeft. Zelf heb ik maar twee jaar wiskunde gehad en ik had nogal eens moeite om het te bevatten. Vooral wanneer je er niet dagelijks mee te maken hebt en het al 15 à 20 jaar geleden is dat men het geleerd heeft. Toch is voor mij wel naar voren gekomen dat wiskunde een zeer noodzakelijk vak is, waar we in deze tijd met zijn snelle vernieuwingen steeds meer mee te maken krijgen.

De heer de Jong bracht in zijn betoog naar voren dat het een menselijke aangeborenheid is dat men gaat ordenen. Hij bracht dit met enkele sprekende uitspraken naar voren. Hij noemde hierbij vragen van kinderen, bv.
Wat is het sterkste dier op de wereld?
Wie is ouder, juffrouw de Veen of meester Willems?

Hierna werden we in groepjes van 4 personen bij elkaar gezet, om wat "praktijk" op te doen. Elke groep van 4 personen kreeg een verschillende opdracht.
De opdrachten luidden:

- Tussen wiskunde en dagelijks leven.
- Cijferen anno 2000.
- Statistisch onderzoek



- Meten in onze omgeving.
- Rekenen op basis van drie.

Ondergetekende was ingedeeld bij één van de groepen "Tussen wiskunde en dagelijks leven". We moesten met logiblokken werken. Er werd met enorm veel elan en inzet gewerkt en ondertussen kwam ook de koffie onze geest nog een beetje versterken.

We hebben met veel plezier onze opdracht volbracht en wanneer men zo bezig is dan komt toch wel naar voren dat men een bepaalde éénheid vormt. En dat men ook zijn partner die er misschien niet zo in thuis is, ook wat kan bijbrengen.

Na drie kwartier werken moesten we ophouden en konden we onze bevindingen naar voren brengen. Van iedere groep bracht één deelnemer rapport uit. Mijn indruk was, dat er wel uitgekomen was, wat de heren van ons verwacht hadden. Er werden ook nogal wat vragen afgevuurd.

Nadat iedereen een tevreden antwoord had gekregen, dankte de voorzitter de beide heren voor hun werk dat ze deze avond voor het onderwijs gedaan hadden.

Een slotkonclusie: het was een leerzame avond en naar mijn mening is het niet alleen belangrijk, maar ook noodzakelijk dat tijdens het basisonderwijs aan wiskunde wordt gedaan.

K. Ekkelboom

een jonge onder basje zoeker

DIK OORT

BEREKENINGEN MET LOGIBLOKKEN.

Vader kwam net binnen toen Henk zijn logiblokkendoos op tafel omkeerde en de figuren zou gaan tellen.

Vader: Zo Henk, ga je weer eens met de logiblokken spelen?

Henk: Nee Pa, ik ga tellen of ze kompleet zijn en dan geef ik de doos aan Iowietje, ik ben er op uitgekeken.

Vader: Ik geloof niet dat je op deze dingen gauw uitgekeken raakt: er is vast nog wel 't een en ander dat je met dit materiaal nooit hebt gedaan. Hoeveel logiblokken zitten er in de doos?

Henk: Als ie kompleet is 48.

Vader: Juist, heb je dat wel eens uitgerekend?

Henk: Wel geteld.

Vader: Maar weet je dat je dit ook kunt berekenen.
Als ik een logiblok uit de doos pak en hem jou niet laat zien, wat moet ik dan zeggen zodat je toch weet welke 't is.

Henk: U moet me de kleur vertellen, en of hij groot of klein is. Bovendien welke vorm hij heeft en of ie open of dicht is.

Vader: Precies: elk logiblok heeft vier kwaliteiten groot of klein ('t formaat), open of dicht (we zullen dat maar even de 'vulling' noemen; is hij in 't midden leeg of vol), verder is hij rood, geel of blauw (de kleur) en tenslotte is 't een cirkel, een vierkant, een rechthoek of een driehoek (de vorm).
Ik zal die vier kwaliteiten eens opschrijven:

FORMAAT VULLING KLEUR VORM

Zet jij onder elke kwaliteit afgekort maar eens alle mogelijkheden.

Na wat hulp komt Henk tot 't volgende lijstje:

FORMAAT	VULLING	KLEUR	VORM
GR	O	R	C
K	D	G	V
		B	RE
			DR

Vader: Pak eens een logiblok.

Henk pakt de grote, dichte, rode driehoek.

Vader: En nu zal ik met een lijntje laten zien welke logiblok je gepakt hebt.

In bovenstaand overzicht komt nu het volgende (gebroken) lijntje:

FORMAAT	VULLING	KLEUR	VORM
GR	O	R	C
K	D	G	V
		B	RE
			DR

Vader: Bij elk logiblok hoort zo'n lijn van links naar rechts en bij elke lijn past net één logiblok.
Hoeveel lijnen kun je nu trekken?

Henk pakt z'n potlood en wil beginnen met 't trekken van lijnen maar Pa houdt hem tegen en zegt: Dat doen we niet, maar gaan we uitrekenen.

Vader: Op hoeveel manieren kun je links beginnen?

Henk: Op twee manieren: bij GR of K.

Vader: Juist en naar hoeveel letters van de vulling kun je 't eerste (linkse) stuk van de lijn trekken?

Henk: Ook twee: naar O of naar D.

Vader: Dus op hoeveel manieren kun je 't linker stuk lijn trekken?

Henk: Op 2 x 2 = 4 manieren

GR → O
GR → D
K → O
K → D

Vader: En hoe, denk je, gaan we verder?

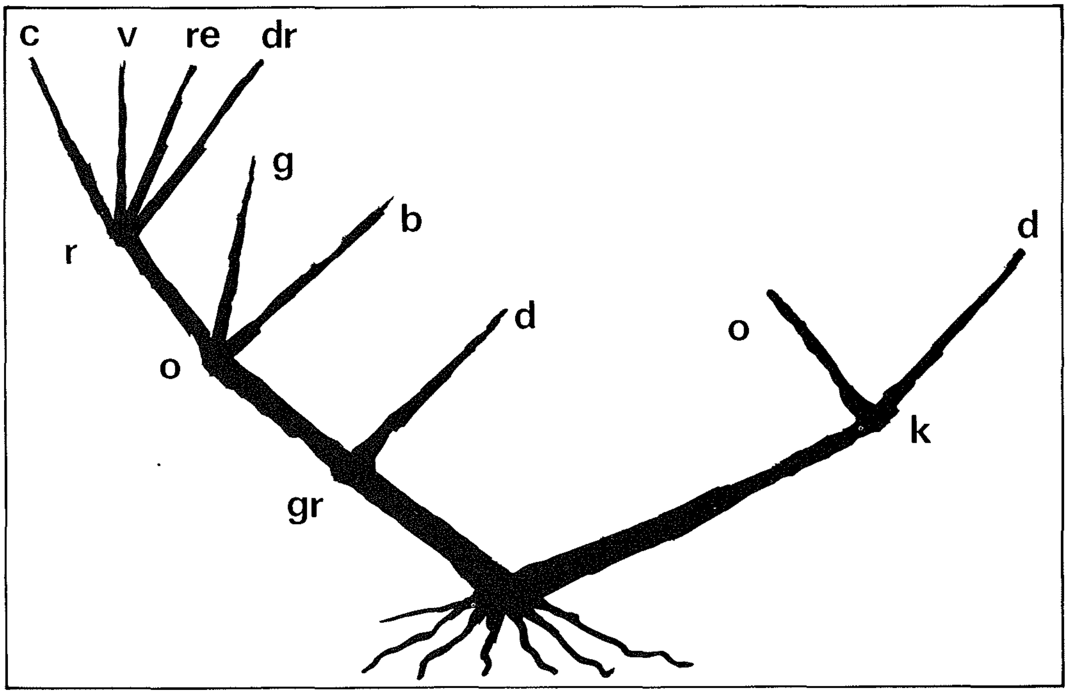
Henk: Ik heb 't door.
Bij de kleur hebben we drie eindpunten voor het volgende stukje lijn en van elk eindpunt van dat stuk kunnen we als beginpunt naar vier eindpunten van het rechtse lijnstuk, want er zijn vier vormen.

Vader: We zijn nog steeds aan het rekenen, dus?

Henk: Als ik alle verbindingslijnen moet trekken komen er 2 x 2 x 3 x 4 = 48 lijnen, die van links naar rechts lopen.
O, dus er zijn 48 logiblokken.

Vader: Goed zo, en nu zal ik een andere tekening maken, waaruit ook gemakkelijk is af te lezen dat er 48 logiblokken zijn.

Vader maakt daarna de volgende tekening:



Vader: Hier heb je een stuk van de logiboom: Uit de grond komen de twee takken, die 't formaat aanduiden; één tak voor de grote, één tak voor de kleine logiblokken.
Uit elk van deze takken ontspringen weer twee takken, één voor de dichte, één voor de open logiblokken.

Aan de uiteinden van deze takken verschijnen bij elk drie takken (drie kleuren) en daarna bij elk uiteinde vier takken (vier vormen).
Maak jij nu de boom maar af, dan zul je zien dat er aan de bovenkant 48 takken komen, die elk bij een logiblik behoren.
Als je van de wortel naar 't linker uiteinde klimt kom je dus bij een logiblok (de bloesem) terecht. Zeg maar welk.

Henk: Ik klim en noem alle namen, die ik tegenkom: dus de grote open rode cirkel.

Vader: Goed zo, en nu gaan we nog even een spelletje spelen. Doe alle logiblokken in de doos en pak er dan een uit en leg die op tafel.

Henk stopt alles weer in de doos en legt de grote, dichte, rode cirkel op tafel.

Vader: Nu leg ik er een naast, die één kwaliteit van deze verschilt. Welke zou ik bv. kunnen nemen?

Henk: O, dat spelletje hebben we vaak gespeeld.
Nou bijv. de kleine, dichte, rode cirkel of de grote, open, rode cirkel. En er zijn er natuurlijk nog veel meer.

Vader: Heb je enig idee hoeveel logiblokken één kwaliteit verschillen van de grote, dichte, rode cirkel, die op tafel ligt?

Henk: Nee, maar ik wil ze er wel even uitzoeken.

Vader: Zonder te zoeken kunnen we ook dat eerst uitrekenen.
Je moet één van de kwaliteiten veranderen.
Wat kan bij 't formaat maar op één manier (groot wordt klein)?
Bij de vulling ook (dicht wordt open).
Bij de kleur op twee manieren (rood wordt geel of blauw) en de vorm kan op drie manieren veranderen (cirkel wordt vierkant, rechthoek of driehoek).
Er zijn dus $1 + 1 + 2 + 3 = 7$ logiblokken die één kwaliteit verschillen van die op tafel ligt.

Henk: Kun je nu ook uitrekenen hoeveel er twee, drie of vier kwaliteiten verschillen?

Vader: Ja, maar dat is lastiger. Probeer 't maar eens met vier verschillen: dat is nog het minst lastig. Nou leg nu eindelijk maar een logiblok dat in één kwaliteit verschilt van de grote, dichte, rode cirkel.

Henk pakt de grote, dichte, rode driehoek en legt die er bij.

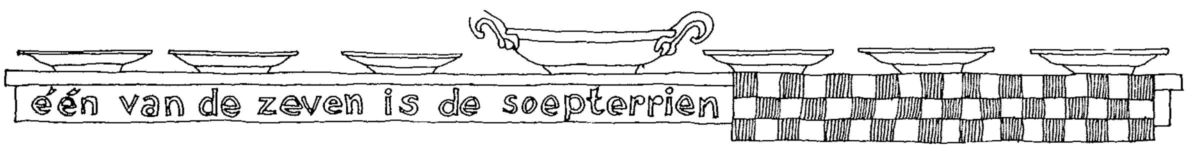
Vader: Mooi en nu leggen we daarnaast weer een die in één eigenschap verschilt van de tweede.
Hoeveel liggen er in de doos, die je nu kunt gebruiken?

Henk: Bij de tweede passen natuurlijk ook zeven logiblokken, dus zeven.

Vader: Je begon goed: er passen er inderdaad zeven bij maar toch zitten die zeven niet alle in de doos.

Henk: Natuurlijk, één van die zeven is 't beginblok dat 't eerst op tafel gelegd is, dus er zijn nog zes bruikbare in de doos.

Vader: Precies, maar nu is 't etenstijd.
Volgende keer gaan we eens wat anders doen: je ziet 't: geef je doos nog maar niet weg.



Egmond.

Wanneer u dit leest is waarschijnlijk de grote Egmontkonferentie aan de gang of net afgelopen. Gedurende de week van 4–9 oktober konfereren een honderdtal wiskunde – en pedagogiekleraren aan pedagogische akademies samen met anderen onder het motto:

"WISKOBAS–'71"

In de volgende aflevering van Wiskobas-Bulletin zal een uitgebreid verslag met nabeschouwing opgenomen worden.

INHOUD

variabel blok

I. INLEIDING KOÖRDINATEN

MEDEWERKERS AAN DIT BLOK

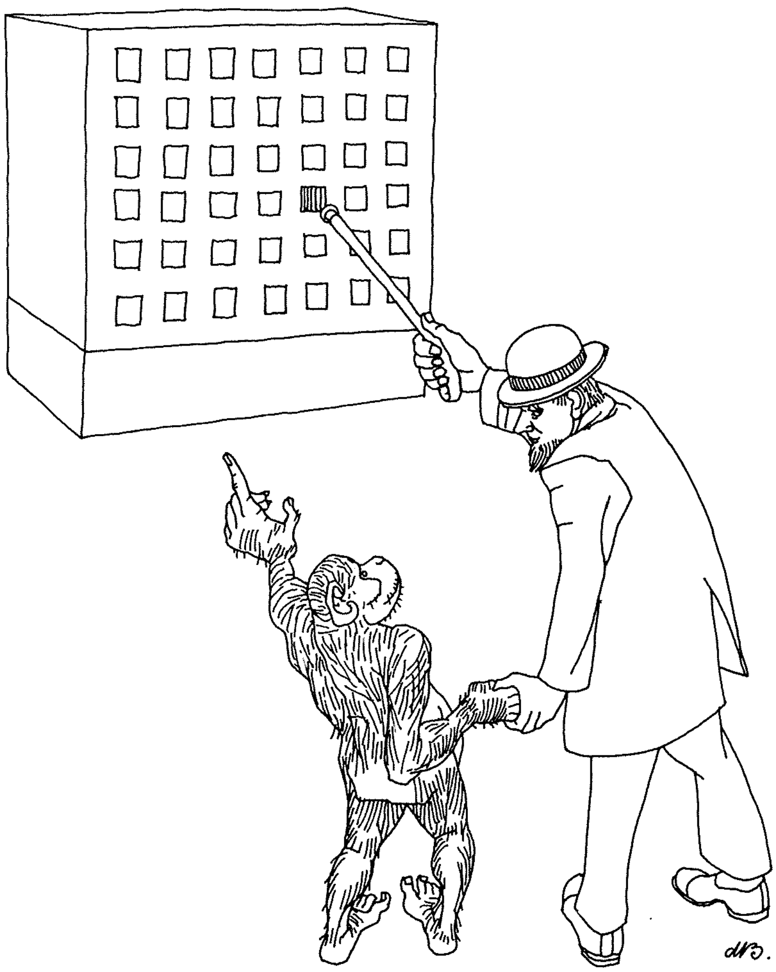
Johan van Bruggen, Hans ter Heege, Rob de Jong, Ed de Moor, Leen Streefland, Adri Treffers.

(foto met toestemming overgenomen uit dagblad "Tubantia")

I.1 LEZEN, WERKEN, BEGRIJPEN

WERKBLADEN VOOR DE LEZER

OPDRACHT A

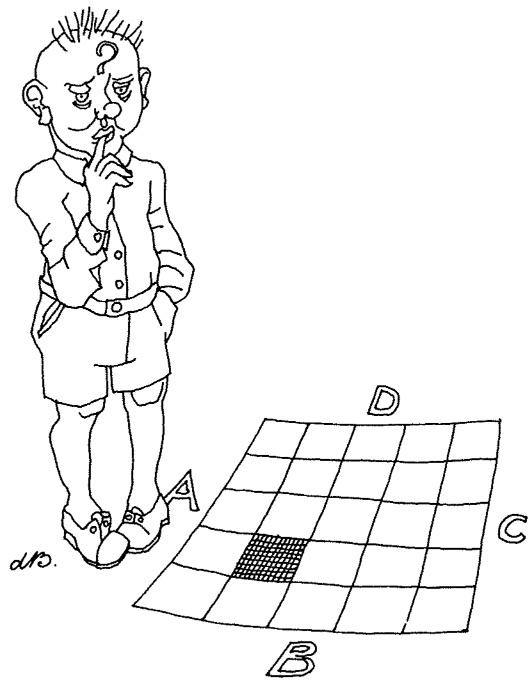


1 Het raam met het kruisje is het . . . . van links en het . . . . naar boven.

2 U kunt ook zeggen: het . . . . van rechts en het . . . . naar beneden.

3 Er zijn nog 2 manieren. Welke?
a) het . . . . van . . . . en het . . . . naar . . . .
b) het . . . . van . . . . en het . . . . naar . . . .

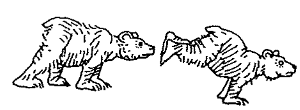
OPDRACHT B



1 Bas zegt: Het zwarte vakje is *het vierde van links* en het *tweede naar boven.*
Geredeneerd vanuit de plaats (A) waar hij staat is dit juist.
Stond hij in B, dan zou hij zeggen:
het . . . . van links en het . . . . naar boven
In C:
het . . . . van links en het . . . . naar boven.
In D:
het . . . . van links en het . . . . naar boven.

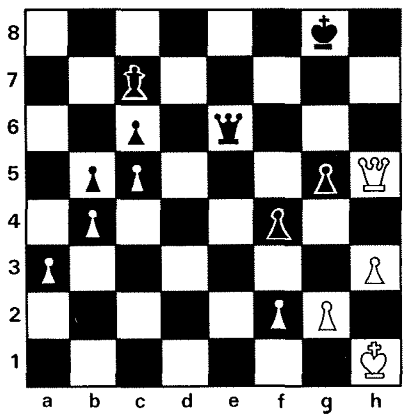
Bovendien zou Bas het zwarte vakje vanuit A, B, C en D op nog drie andere manieren kunnen aanduiden.
Vanuit B gezien zou hij ook gezegd kunnen hebben:
het . . . . van . . . . en het . . . . naar . . . . ,
het . . . . van . . . . en het . . . . naar . . . . ,
het . . . . van . . . . en het . . . . naar . . . .

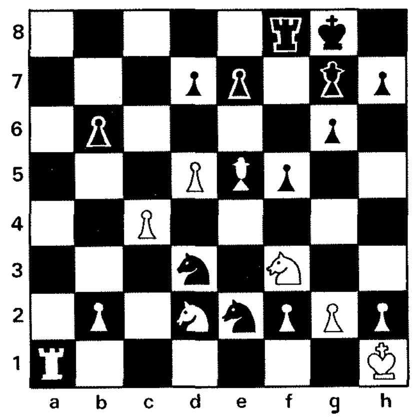
Afspraak: In het vervolg zullen we steeds zeggen:
zoveel van links en zoveel naar boven.



OPDRACHT C

Een goed voorbeeld uit de denksporten, waarbij een soortgelijke vakjesaanduiding belangrijk is, is de schaaksport.





Op bovenstaande schaakborden zijn 4 stukken (kwa soort en kleur hetzelfde) die op beide borden in dezelfde vakjes staan.

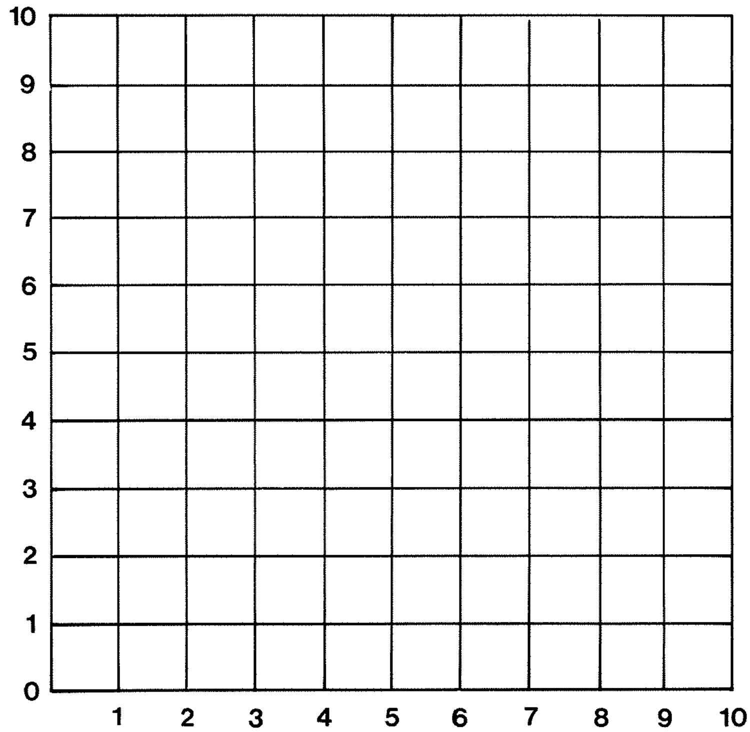
1 Noteer de aanduidingen van deze vakjes.

2 Op het rechterbord staat op het vakje (d,3) een paard (zwart). Welke stukken van wit zou zwart met dit paard kunnen slaan?

Geef ook de vakjesaanduidingen voor deze stukken.

* Voor het aanduiden van de ramen in een flatgebouw en de velden op een schaakbord is het voldoende om met een vakjesaanduiding te werken. Voor nauwkeuriger plaatsbepaling in een plat vlak en om een uitgangspunt voor een wiskundige beschouwing te kreëren moeten we anders te werk gaan.

OPDRACHT E



1 Teken alle roosterpunten in het bovenstaande rooster waarvan de tweede koördinaat 1 groter is dan de eerste.

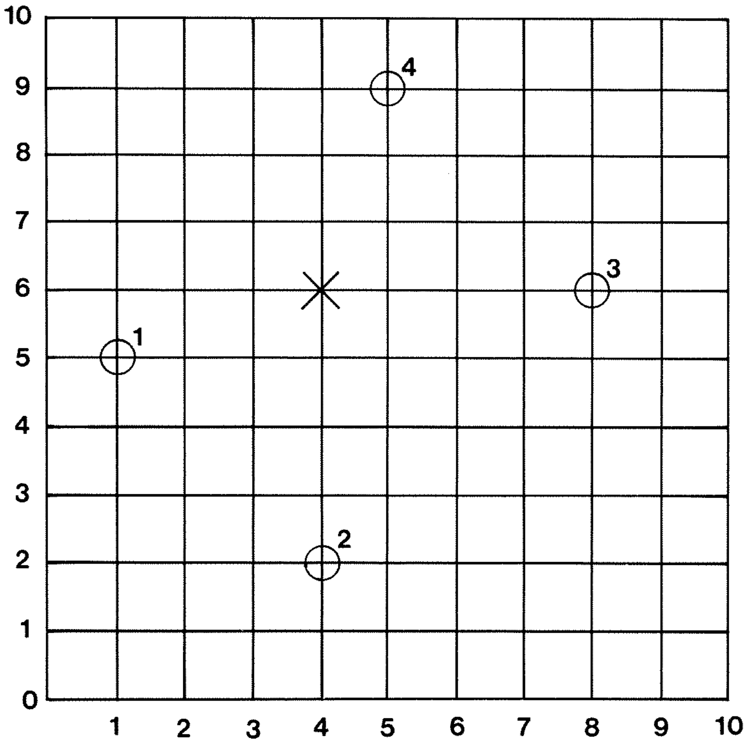
Wat valt U op aan deze punten?

2 Wat merkt U op aan de koördinaten van een willekeurige horizontale roosterlijn en wat aan de koördinaten van een willekeurige vertikale roosterlijn?

3 Geef de roosterpunten in het rooster aan, waarvan de eerste koördinaat gelijk is aan de tweede.

Wat merkt U op?

OPDRACHT D



Behalve de vakjes kunt U ook de lijnen nummeren als in het bovenstaande *rooster.* De horizontale en vertikale (genummerde) lijnen heten *roosterlijnen.* Hun snijpunten heten *roosterpunten.* In het bovenstaande rooster is op het roosterpunt (4,6) een kruisje gezet. (Denkt U vooral ook aan de eerder gemaakte afspraak; deze is ook hier van kracht). (4,6) heet een *geordend getallenpaar.* Geordend, omdat de volgorde van belang is. Het zijn de *koördinaten* van het punt met het kruisje.

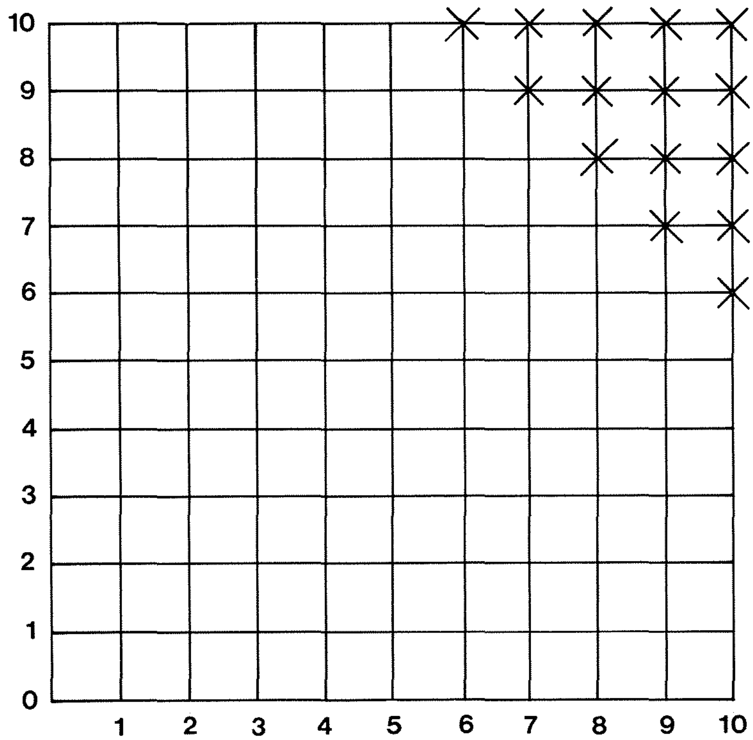
1 Probeert U de punten (7,3), (2,8), (5,5) en (6,2) eens in het rooster aan te geven.

2 Noteer nu de koördinaten van de punten, die in het rooster zijn aangegeven met een rondje. Verbind ze daarna eens in de volgorde van de cijfers die er bijstaan. (Ook de laatste met de eerste verbinden.)

3 Welke meetkundige figuur is nu ontstaan?

4 Hoe weet u dat zo precies?

OPDRACHT F



1 Geef de punten in het rooster aan, waarvan de koördinaten *samen* niet groter dan 5 zijn (dwz. samen gelijk aan 5 of kleiner dan 5).

2 In het bovenstaande rooster is een aantal punten door kruisjes aangegeven. Aan welke voorwaarde(n) voldoen de koördinaten van deze punten? Is deze verzameling punten daarmee volledig bepaald?

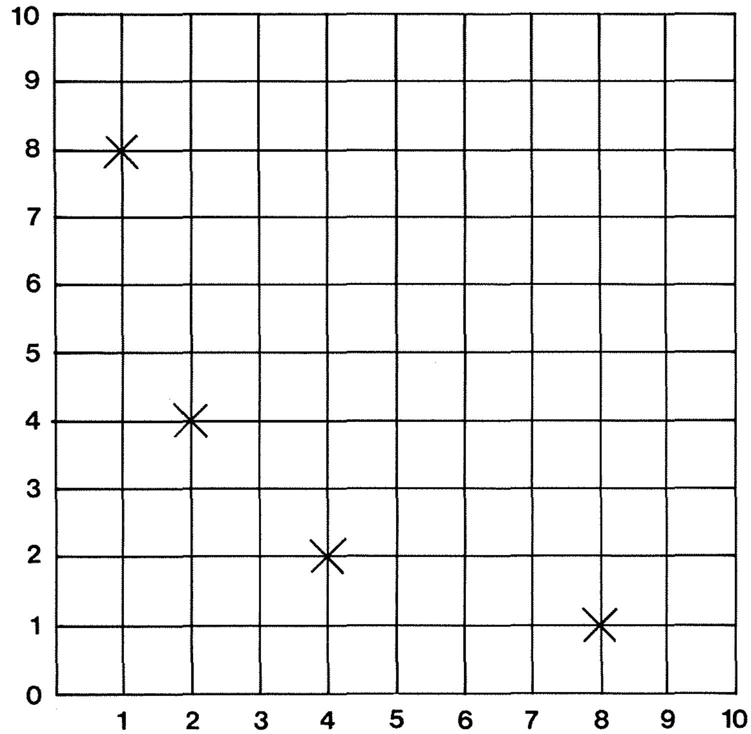
3 Teken de roosterpunten, waarvan de som van de koördinaten minstens 8 en hoogstens 10 is (gebruik verschillende kleuren in de diverse opdrachten).

4 Teken ook de roosterpunten waarvan de som van de koördinaten minstens 10 en hoogstens 12 is.

5 Omcirkel de roosterpunten, welke tot de oplossing van zowel vraag 3 als vraag 4 behoren.

Wat valt U op?

OPDRACHT G



1 Tracht een voorschrift te formuleren, waaraan de koördinaten van de roosterpunten met een kruisje voldoen.

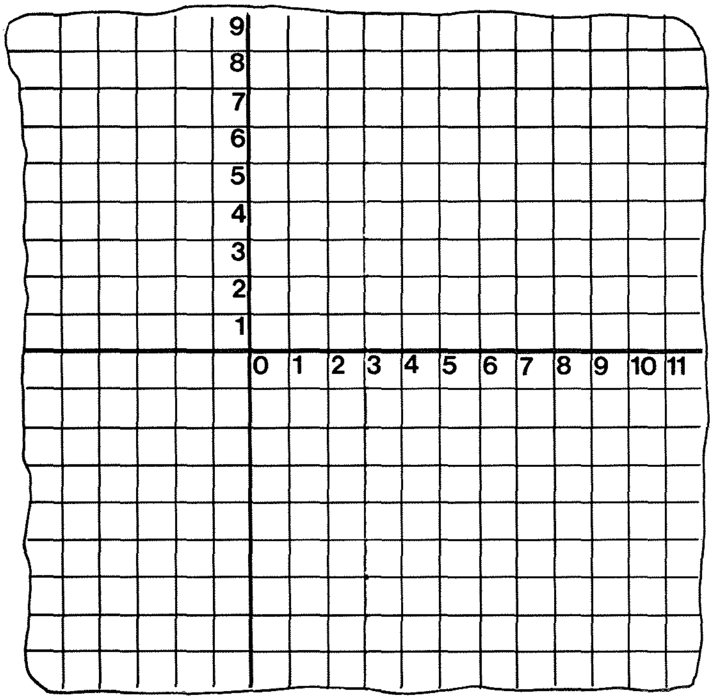
2 Zijn er nog meer roosterpunten die aan het bovengenoemde voorschrift voldoen? Teken ze allemaal.

3 Zijn er nog meer geordende getallenparen die aan het voorschrift voldoen? U mag ook gebroken getallen gebruiken.

4 Verbind alle gevonden punten.

5 Tracht de onder 1 geformuleerde eis ten aanzien van de koördinaten te veralgemenen. N.B. Noem bv. de eerste koördinaat x en de tweede y.

OPDRACHT H

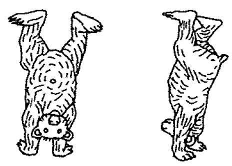


Tenslotte een kijkje op het vervolg in de wiskunde. We leggen een oneindig groot rooster over het vlak; geen vlakdeel wordt niet door het rooster bereikt.

1 Welke getallen hebben we nu in eerste instantie nodig om alle roosterpunten van een getalpaar te voorzien? Zet ze in het rooster erbij.

2 Teken alle punten (x,y) van het vlak waarvoor geldt:

$$x - y = 2.$$



3 Eveneens de punten (x,y) waarvoor geldt:

$$-x + y = 2.$$

4 Welke punten voldoen aan beide wetmatigheden?

5 Moeilijk: teken alle punten die voldoen aan $x - y < 2$ en $-x + y < 2$.

★ Zoals u ziet hebben we het vlak in een zeker opzicht in onze macht gekregen met behulp van de getallen.

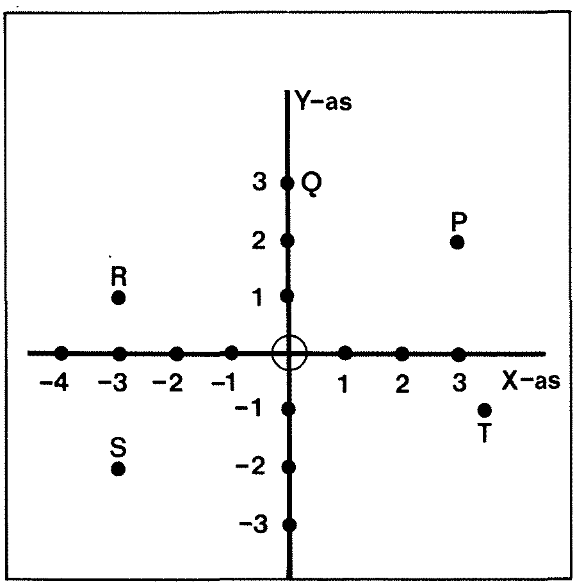
I.2 WAT VOOR WISKUNDE ZIT ER ACHTER?

A) *WAT ZIJN KOÖRDINATEN?*
B) *WAT IS EEN ROOSTER?*

A) Hoewel de meeste lezers wel bekend zullen zijn met de koördinatenleer, willen wij toch, zonder mathematisch al te streng te zijn, eerst even enkele begrippen en (termen) opfrissen.

We veronderstellen, dat de lezer bekend is met de begrippen *getallenrechte* (ook wel *getallenlijn* genoemd) en *negatief getal.*

We houden ons in dit artikel aan het platte vlak en leggen de punten daarin op algebraïsche wijze vast. Hoewel dit op verschillende wijzen mogelijk is, beperken wij ons tot één manier, namelijk de methode van Descartes (1596 – 1650). Wij spreken dan ook nog steeds over een *cartesisch koördinatenstelsel,* ook wel *orthogonaal* of *rechthoekig* koördinatenstelsel genaamd. In bijgaande figuur zijn twee onderling loodrechte *getallenrechten* getekend met gemeenschappelijk nulpunt. Dit gemeenschappelijk punt O heet de *oorsprong.*



De horizontale rechte heet de *X-as,* de verticale de *Y-as.* De eenheid van lengte is op beide assen gelijk. Bij draaiing van de X-as om O over +90° (tegen de klok in) zal de "positieve X-as" samenvallen met de "positieve Y-as" Het punt P ligt nu vast door het *getallenpaar* (3,2). We bedoelen: vanuit O eerst 3 naar rechts, daarna 2 naar boven. We noteren: P(3,2).
De volgende regel spreekt dan voor zichzelf: Q(O,3); R(–3,1); S(–3,–2); O(0,0); T($3\frac{1}{2}$,–1)
Omdat de volgorde in zo'n getallenpaar een rol speelt, spreken we van een *geordend getallenpaar.*
Merk maar op, dat (2,3) een ander punt aanduidt dan (3,2).

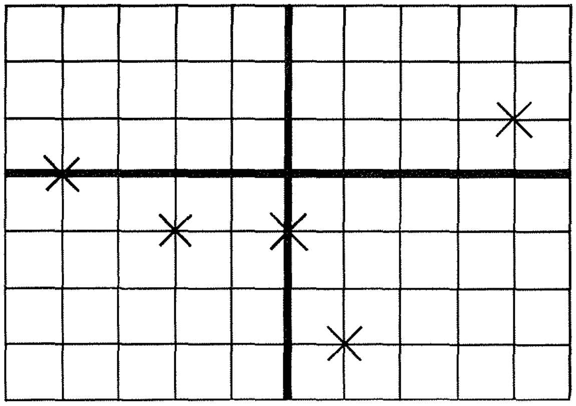
Het eerste getal heet de *x-koördinaat* van het punt. Het tweede getal heet de *y-koördinaat* van het punt.

Er ontstaat volgens deze afspraak een *één-éénduidige afbeelding* (of *bi-jectie*) van de punten van het platte vlak op de verzameling van de geordende getallenparen (a,b).

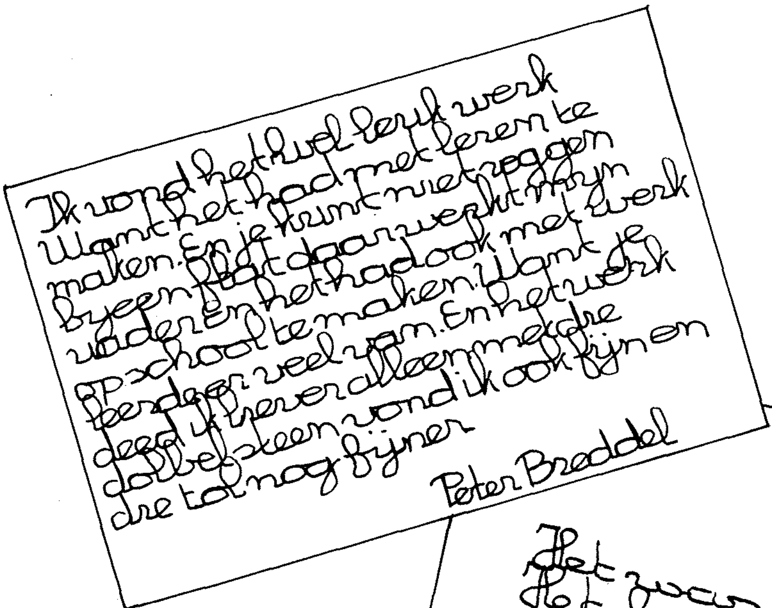
Dit betekent, dat bij elk punt van het vlak precies één getallenpaar hoort en dat bij elk getallenpaar precies één punt hoort.
Op deze wijze wordt de verbinding geschapen tussen de meetkunde en de algebra.
In de ontwikkeling van de *synthetische meetkunde* (denk bijvoorbeeld aan de alom bekende schoolmeetkunde of de "Euclidische meetkunde") naar de "analytische meetkunde" is de invoering van het begrip koördinaten van essentieel belang geweest.

B) Het praktisch werken met een koördinatensysteem gaat het prettigst op zogeheten *roosterpapier.* Dit is papier met hokjes (vierkantjes) van bv. 1 x 1 cm.
De figuur die zo het platte vlak opvult noemen wij een *rooster.* De punten waarvan de koördinaten *gehele getallen* zijn, heten de

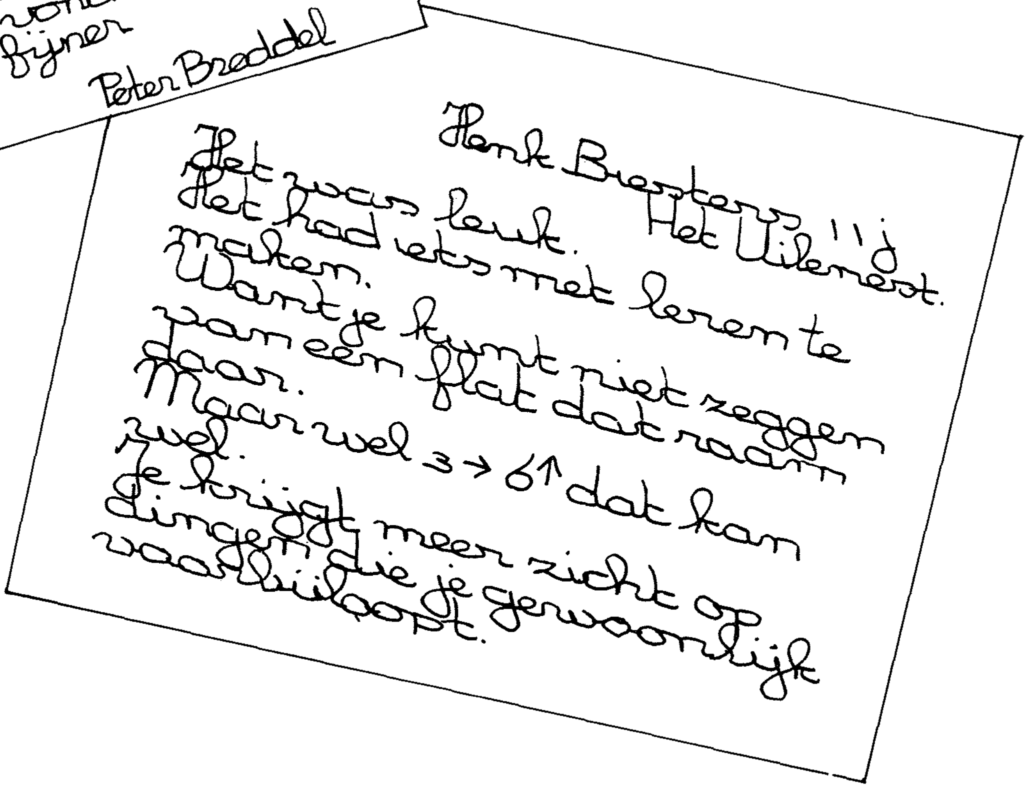
roosterpunten. Om alle punten van het platte vlak van een getalpaar (koördinaten) te kunnen voorzien, zullen we gebruik moeten maken van gebroken getallen en zelfs irrationele getallen. Daarover echter een andere keer.



Rooster met enkele *roosterpunten*



Ik vond het wel leuk werk
want het had met leren te
maken. En je kunt niet zeggen
bij een flat daar werkt mijn
vader en het had ook met werk
op school te maken. Want je
leerde er veel van. En het werk
deed ik hier alleen maakte
dobbelsteen vond ik ook fijn en
die tol nog fijner
Peter Breddel



Henk Biesters 11 j
Het Uilenest.
Het was leuk.
Het had iets met leren te
maken.
Want je kunt niet zeggen
van een flat dat raam
daar.
Maar wel 3 → 6↑ dat kan
wel.
Je krijgt meer zicht op
dingen die je gewoonlijk
voorbijloopt.

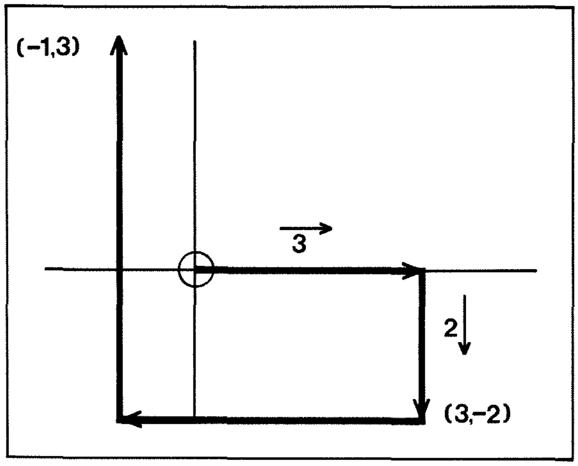
I.3 WAAROM IS DIT ONDERWERP GEKOZEN?

1 Afgezien van de *praktische waarde,* die de koördinatenleer voor de zuivere en toegepaste wiskunde, de natuurwetenschappen en de ekonomie heeft, waarvan de bespreking dit kader te buiten gaat, kan men leerlingen op de basisschool al op allerlei toepassingen bij plaatsbepaling wijzen, zoals het opzoeken van een straat of een plein op een stadsplattegrond, de notatie op een schaakbord, koördinaten op de kaart, etc. (zie noot)

2 Voor de meeste leken is wiskunde zoiets als moeilijk rekenen. Maar als we gaan rekenen is het wiskundewerk eigenlijk al gebeurd; we hebben al ontdekt hoe het rekenen gaat. Bij de aanpak hebben we eerst *orde* op zaken gesteld. Wij bedoelen, dat *ordenen* een onderdeel van de wiskunde is. Problemen als: een aantal woorden alfabetiseren of ponskaarten sorteren zijn voorbeelden, waarbij men moet ordenen.
Het werken met tabellen en een koördinatensysteem is een belangrijke aanzet tot dit ordenen.

3 Bij het ordenen komt het *tellen* ter tafel, dat een sterk visuele vorm kan hebben. Wij bedoelen met tellen niet alleen het opzeggen van de rij der natuurlijke getallen (1, 2, 3, 4, 5, ...), maar ook bv. het tellen met tweetallen, drietallen (lees 2 hokjes, 3 hokjes v.h. rooster); het aantal getallen tellen vanaf 4 tot en met 31; het tellen van de kwadraten 1, 4, 9, 16, ... (die door vierkanten worden voorgesteld in het rooster); maar vooral het "de andere kant uittellen", namelijk: de uitbreiding van de positieve getallen met de *negatieve getallen.*

Met dit begrip behoeft men in het algemeen niet te wachten tot het kind 12 jaar is.
Het kan op vrijwel natuurlijke wijze geschieden in een koördinatensysteem door bijvoorbeeld het begrip *trek* te introduceren. Als we even naar bijgaand plaatje kijken, dan zal het een ieder duidelijk zijn, wat hiermee bedoeld wordt.



Voer vanuit O de trek $(\vec{3}, 2\downarrow)$ uit en daarna de trek $(\overleftarrow{4}, 5\uparrow)$. Dus ga vanuit O eerst 3 naar rechts, daarna 2 omlaag. Vanuit het punt, dat dan bereikt is 4 naar links en daarna 5 omhoog. Zo komen we in het punt (−1,3).
Na deze 3 argumenten, *praktische waarde,* het *ordeningsaspekt* en het *telaspekt*, noemen wij nu enkele didaktische en praktische mogelijkheden, die het gebruik van rooster en koördinatensysteem met zich meebrengen.

Bij de introduktie van het begrip *oppervlakte* is het rooster bijna onontbeerlijk, omdat men daarbij steeds vergelijkt met de *één-heid van oppervlakte* (één hokje bijv.). Oppervlakte meten wordt dan via het bedekken met een rooster tot het tellen van een aantal "hokjes". Begrippen als *breuk* en *procent* worden al sinds lang *gevisualiseerd* als delen van een rechthoek bv. Ook hier biedt het gebruik van het rooster dus praktische mogelijkheden.

Eenvoudige *meetkundige figuren* kunnen in het rooster getekend worden door bv. de koördinaten van de hoekpunten te geven. Wij denken aan vierkant, rechthoek, parallellogram, vlieger, gelijkbenige driehoek. Allerlei eigenschappen als symmetrie, gelijkheid van lijnstukken en hoeken kunnen gemakkelijk ontdekt worden.

Met behulp van het begrip trek kan men *routes* (bv. via de roosterpunten) laten beschrijven. Als men zo'n route door een taxi laat uitvoeren die per lengteeenheid *a* cent kost, kan men de kosten van zo'n rit laten berekenen, zodat het *rekenen,* dat voortdurend moet worden geoefend, ook in dit onderdeel weer aandacht krijgt. Door het rooster als *tabel* te gebruiken kunnen allerlei *spelletjes* worden bedacht, waarvan men enkele voorbeelden bij de opdrachtkaarten kan vinden. Goede leerlingen kunnen gestimuleerd worden door *differentiatie* in de vraagstukken aan te brengen: bv. Laat alle roosterpunten tekenen waarvan de 2de koördinaat 3 is of alle roosterpunten, waarvan de koördinaten twee aan twee gelijk zijn. Als je hier even over nadenkt, liggen er legio problemen, die kunnen bijdragen tot een echte wiskundige opvoeding.

4 Deze didaktische en praktische mogelijkheden leiden naar ons 4de argument, namelijk de mogelijkheid, dat met behulp van dit onderwerp het huidige rekenonderwijs *verlevendigd* kan worden.

Ik vond het een leuk spel.
Je leert er ook ook van.
Maar het is wel makkelijk
En de vragen waren ook makke
lijk. En het zou leuker zijn
als we dat nog eens meer
keer kregen per jaar ongeveer
15 keer per jaar
Rinie van Hemert
9 jaar Het Uilenest

*** noot**

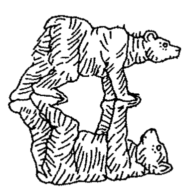
Naast deze voorbeelden uit het dagelijks leven van nu, waarin men in zekere zin gebruik maakt van koördinaten om een plaats aan te duiden, heeft het werken met koördinaten nog een belangrijke funktie.

Wiskundigen hebben door de eeuwen heen altijd getracht een beschrijving te geven van de werkelijkheid zoals die zich aan ons voordoet. Dat doen vele "wetenschappen", zult u zeggen. U heeft gelijk. Het specifieke van de wiskundige beschrijving van de wereld is – niet het voor sommigen onbegrijpelijke maar – het abstrakte karakter ervan. De optelling $5 + 7 = 12$ kan als een dergelijke abstraktie beschouwd worden. Vele konkrete situaties worden er dan ook mee beschreven:

> Jan heeft 5 knikkers, Piet heeft er 7. Samen . . . .
> Het is nu 5 uur. Over 7 uur zitten we hopelijk in Spanje . . . .
> Over 5 dagen is het vrijdag de zeventiende. En dan nog een week . . . .
> Enz.

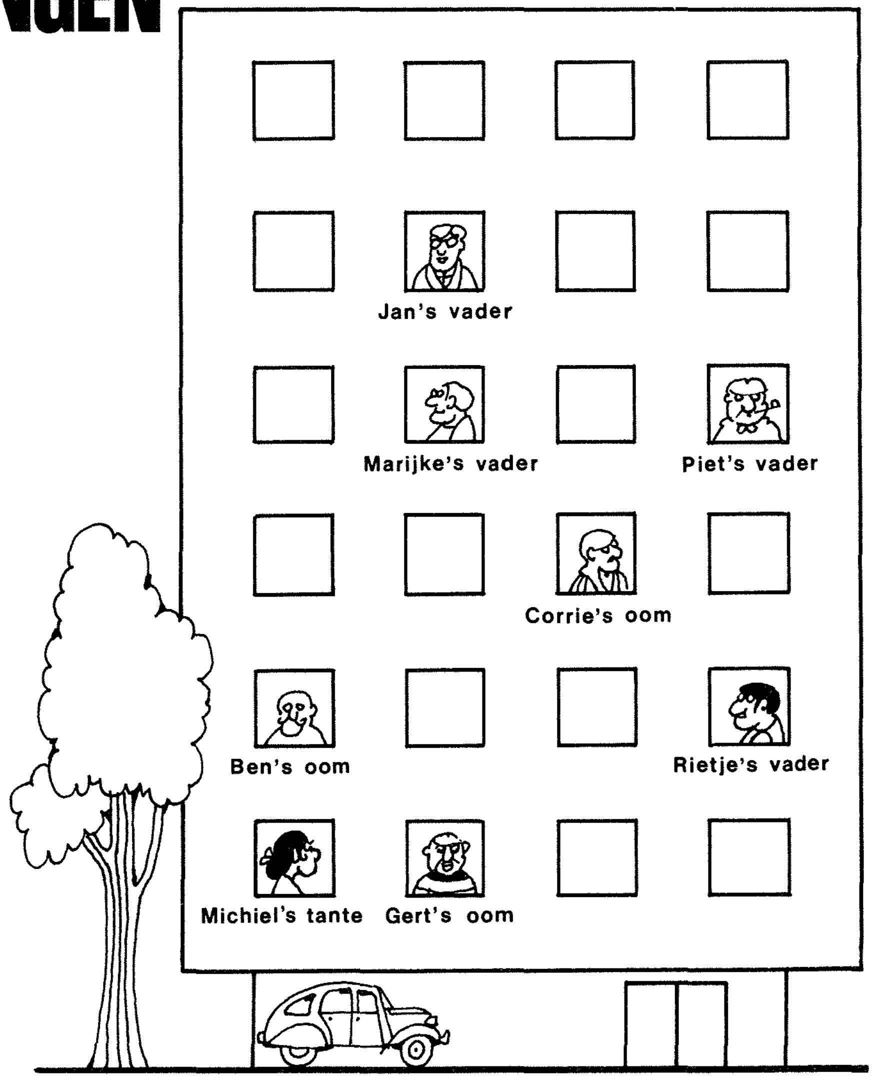
Met het leggen van een rooster over het platte vlak wordt de wiskundige in staat gesteld om de wereld v.h. platte vlak met getallen te beschrijven. Hij maakt een model van de werkelijkheid. Dit model is niet de hele werkelijkheid. Op bepaalde momenten moet hij zich bewust zijn van het feit dat hij slechts de macht heeft over zijn model en niet over de echte empirie.

Welnu, het beschrijven van de werkelijkheid, het scheppen van een model, het werken in dat model, het ervaren van de beperkingen van het model en het naar waarde schatten van de uitkomsten, vormen een deel van het wiskunde onderwijs, zoals ons dat voor ogen staat.



I.4 WERKBLADEN VOOR DE LEERLINGEN

WERKBLAD 1



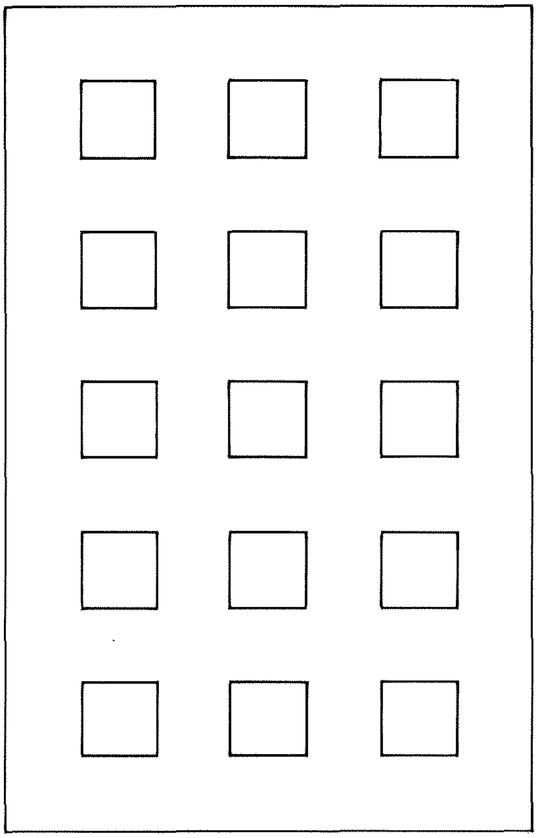
Hierboven zie je een tekening van het gebouw waar de vader van Jan werkt.
Hij zit op de . . . . . verdieping achter het . . . . . raam van links.

Het raam van Jan's vader geven we een naam met twee nummers:
Geef nu ook de ramen hieronder zo een naam:

Gert's oom	(. . . . . links, ... onder)
Piet's vader	(. . . . . links, ... onder)
Rietje's vader	(. . . . . , ... onder)
Marijke's vader	(. . . . . links, ...)
Ben's oom	(. . . . . , ...)
Corrie's oom	(. . . . . , ...)
Michiel's tante	(. . . . . , ...)

WERKBLAD 2

AFSPRAAK We tellen dus eerst welk raam het van links is en daarna, op welke rij het van onder af ligt.



Kleur nu raam
(3 links, 4 onder) rood.
Ook kleuren:
raam (2 links, 1 onder): groen
raam (1 links, 4 onder): geel
raam (3 links, 2 onder): blauw

Zet een kruis in raam (1 links, 3 onder).

Zet ook een kruis in raam (3 links, 3 onder).

Wat is de naam van het raam tussen de aangekruiste ramen in? (. . . . ., ...)

Wat is de naam van het gele raam? (. . . . ., ...)

Wat is de naam van het raam tussen het gele en het rode raam? (. . . . ., ...)

Wat is de naam van het raam onder het blauwe raam? (. . . . ., ...)

Hoe heet het raam boven het gele? (. . . . ., ...)

WERKBLAD 3

AFSPRAAK

Je ziet wel dat je veel moet schrijven als je de namen van de ramen op gaat noemen. Dat komt omdat je elke keer "links" en "onder" op moet schrijven. Daarom spreken we af dat we dat niet blijven doen; het eerste cijfer geeft steeds aan hoeveel plaatsen we van links af tellen; het tweede cijfer hoeveel plaatsen we van beneden af tellen.

	(2,5)		
	(2,3)		
(1,1)			(4,1)

Weet je de vorige afspraak nog? Hier is een pleintje getekend met grote tegels. Van enkele tegels staat de naam al aangegeven. Zet alle namen er maar in!

Bij hoeveel tegels is het eerste cijfer van de naam een 2?

Antwoord:

Bij hoeveel tegels is het eerste cijfer van de naam een 4?

Antwoord:

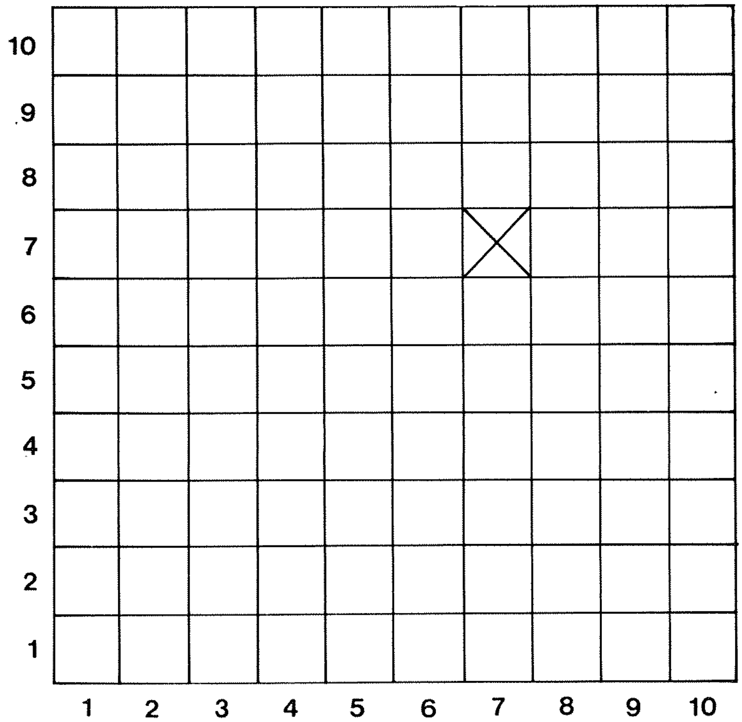
GROEPSPRAATJE

Praat in je groepje met elkaar over de volgende vragen en schrijf de antwoorden achter de vragen.

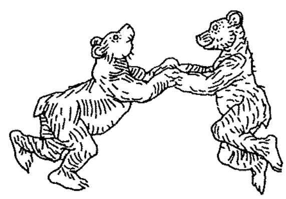
Hoe komt het dat de getallen in de antwoorden op de twee laatste vragen gelijk zijn?

We hebben nu namen gegeven aan de ramen van een flat en aan de tegels van een plein. Kun je nog andere dingen noemen, waaraan je net zulke namen kunt geven?

WERKBLAD 4



Hierboven zie je weer een tekening waarin je aan de hokjes op de afgesproken wijze namen kunt geven. Zo'n tekening heet een *rooster.*

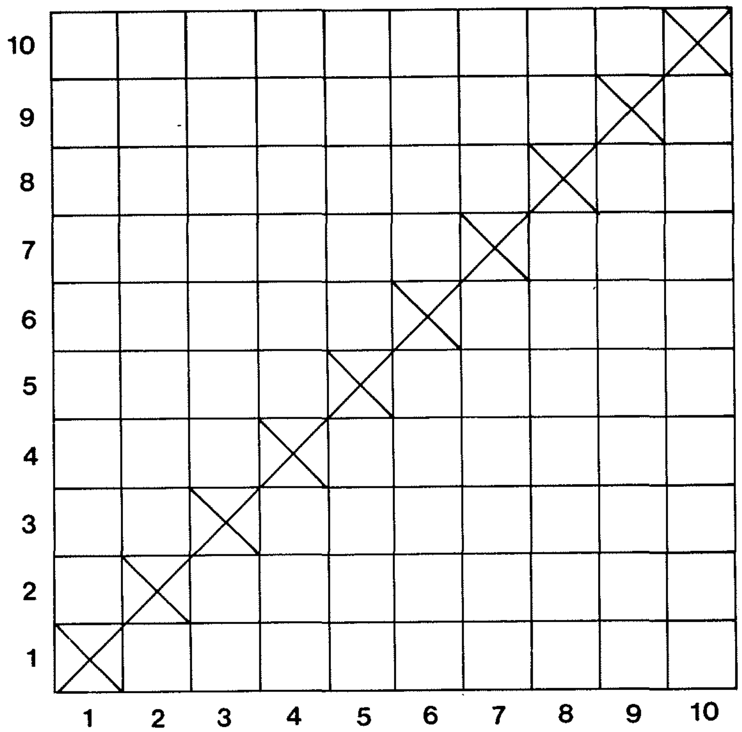


Wat is de naam van het rooster-hokje met het kruis erin?
Antwoord: (. . . . ., ...)

Je ziet wel dat dit een bijzondere naam is, want de twee cijfers zijn gelijk.
Zet nu een kruis in alle hokjes met een naam van twee gelijke cijfers en schrijf de namen van die hokjes op achter de pijl:

Als je het goed gedaan hebt, zie je dat er een mooie rechte "baan" door het rooster loopt.

WERKBLAD 5



Op het rooster hierboven is weer de "baan" getekend van de hokjes met namen van twee gelijke cijfers. Je hebt straks al opgeschreven wat de namen van die hokjes zijn.

Ze staan hieronder in de linkerrij.

(1,1) ⟶
(2,2) ⟶
(3,3) ⟶ 6
(4,4) ⟶
(5,5) ⟶
(6,6) ⟶
(7,7) ⟶
(8,8) ⟶
(9,9) ⟶
(10,10) ⟶

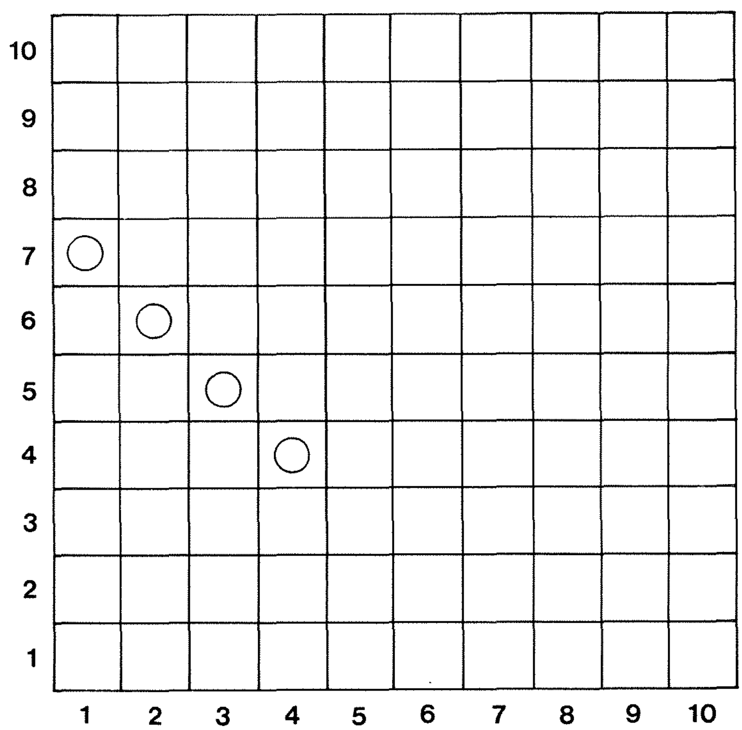
WERKBLAD 6

Van (3,3) zijn de twee getallen opgeteld en achter de pijl staat wat er uitkomt: 6.

Doe datzelfde eens met alle namen uit de rij.

Als je goed kijkt naar de getallen die er uitkomen, kun je iets leuks ontdekken!

Mijn ontdekking is:



We gaan eens kijken of we nog andere leuke "banen" kunnen ontdekken op het rooster!
Hierboven staat een stuk van een "baan" getekend. Teken hem zelf maar verder en schrijf de namen maar weer onder elkaar.

WERKBLAD 7

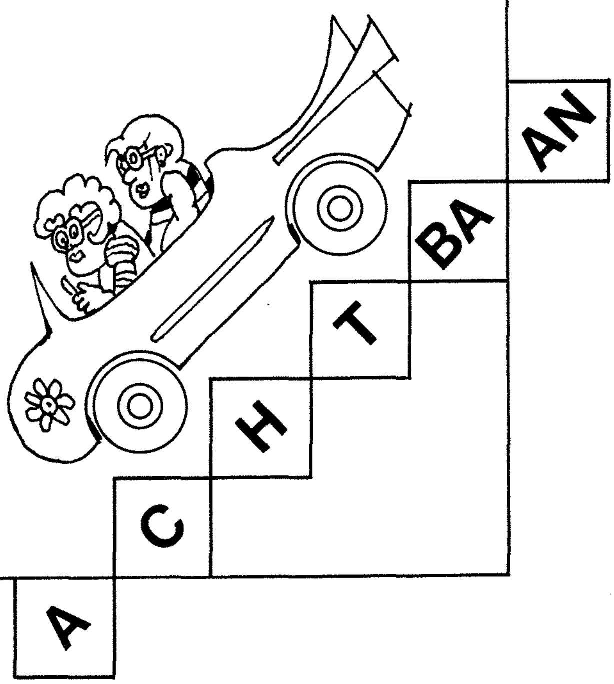
Hier de namen

Wat kun je ontdekken aan deze namen?

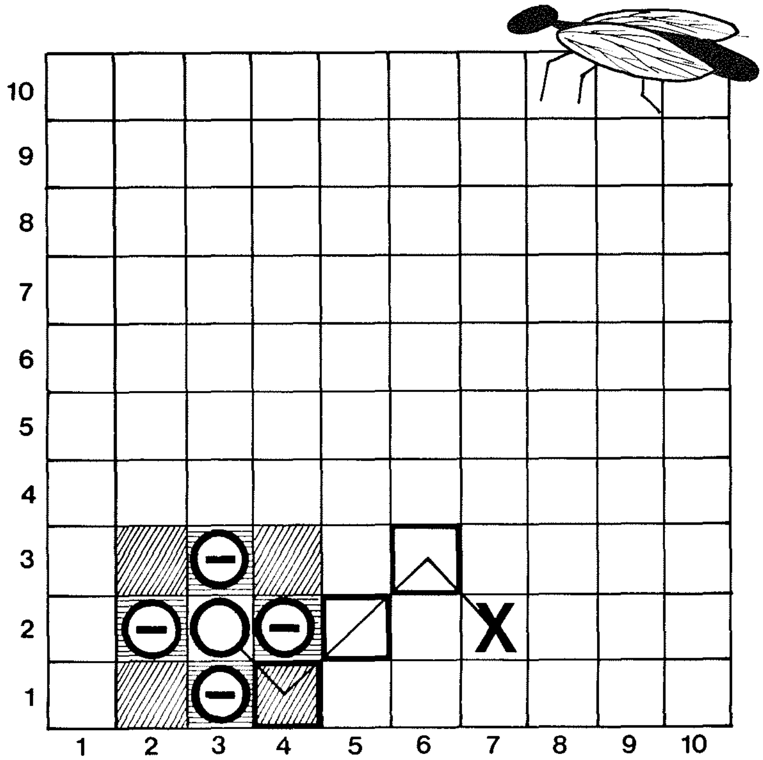
Ontdekking:

Dit was de "Acht-baan".

Zoek eens of je nog meer van zulk soort "banen" kunt vinden. Teken ze maar in het rooster met verschillende kleuren en schrijf hieronder welke banen je hebt ontdekt.

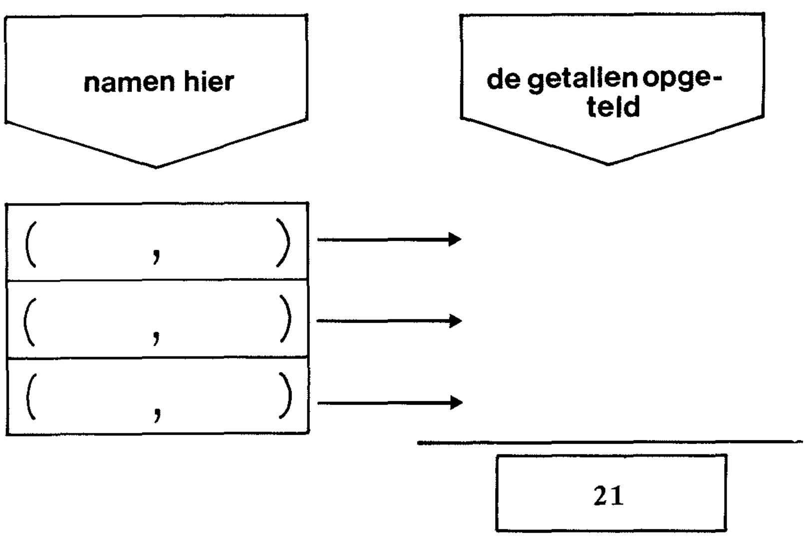


WERKBLAD 8



Zoek hierboven het hokje (3,2). Je ziet dat er een rondje in is getekend.
In (7,2) staat een kruisje.
Als er een vlieg over de getekende lijn van (3,2) naar (7,2) loopt, passeert hij drie hokjes.
Zet de namen van die hokjes onder elkaar en tel de getallen twee aan twee op.

Als je de drie getallen uit de rechterrij optelt, moet er 21 uitkomen.



WERKBLAD 9

AFSPRAAK

Als we de vlieg over het rooster laten lopen, mag hij alleen maar door de "hoeken" van een hok gaan, niet door de "zijkanten".

VOORBEELD

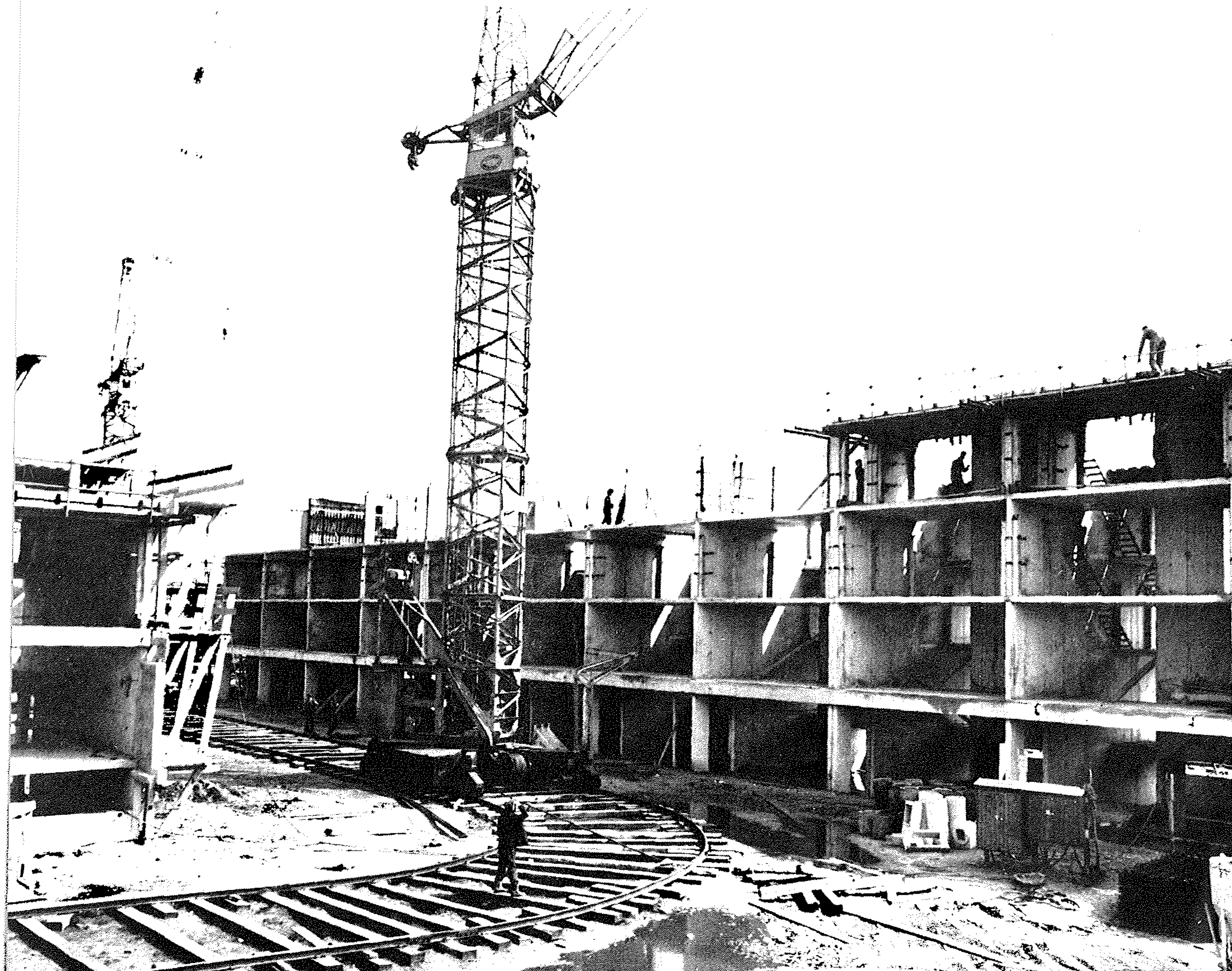
Vanuit hokje (3,2) mag hij wel naar de schuingestreepte hokjes [dus de hokjes (2,1), (4,1), (4,3), (2,3)], maar niet naar de rechtgestreepte hokjes [dus de hokjes (3,1), (4.2), (3,3), (2,2)].

GROEPSPRAATJE

a. Is er een weg van (3,2) naar (7,2), die als je de getallen allemaal optelt, een kleinere uitkomst geeft dan bij de getekende lijn (dus waar minder dan 21 uitkomt)?
b. Zoek de kortste weg van (3,2) naar (8,9) — waarbij de som van alle getallen dus zo klein mogelijk is —.

De glazen wasser heeft er een makkie bij, die kan met twee cijfertjes zeggen tegen zijn baas: dat heb ik gedaan.

Henk v. Zuilekom 11 jaar



I.5 LESVERSLAG EN KOMMENTAAR

Ongetwijfeld vraagt u zich af of deze werkbladen geschikt zijn voor leerlingen van de basisschool. Om hier een indruk van te krijgen zijn ze door leerlingen van een vierde leerjaar gemaakt. Van de les waarin deze werkbladen gebruikt werden is een uitgebreid verslag met bijbehorend kommentaar gemaakt. U treft tevens een aantal kanttekeningen bij de werkbladen aan.

KENNISMAKING MET DE SCHOOL.

PLAATS VAN HANDELING:	Ede, wijk Veldhuizen. Veldhuizen is een moderne stadswijk, waarin afwisselend flats (galerijtype) en ééngezinswoningen (drive-in).
TIJD VAN HANDELING:	Woensdag, 18 augustus 1971, van 10.50 tot 12.15.
WEERSGESTELDHEID (belangrijk voor het verhaal):	Zonnig, warm, met matige wind uit richtingen tussen noordoost en oost.
SCHOOL:	Prins Johan Frisoschool, een C.N.S. school. Aan de school zijn 5 leerkrachten verbonden. De leerjaren 5 en 6 zijn gekombineerd. Modern schoolgebouw met veel licht, lucht en ruimte. De leerlingen zijn afkomstig uit diverse maatschappelijke lagen. Leerlingen uit de "lower-middle" en "upper-middle" lijken het meest frekwent voor te komen.
KLAS:	4^e leerjaar – 25 leerlingen. Opstelling: carré Vanuit het lokaal uitzicht op een torenflat.
ONDERWIJZER EN LEERLINGEN:	De heer de Vries staat pas een week voor deze klas. De leerlingen zijn – tijdens de les – rustig, aktief en redelijk spontaan. Ze maken de indruk i.h.a. behoorlijke schoolprestaties te leveren.
LES "KOÖRDINATEN" GEGEVEN DOOR:	Johan van Bruggen.

LESVERSLAG EN KOMMENTAAR.

VERSLAG	KOMMENTAAR
Introduktie: (10.50 – 10.52) De leerkracht stelt zich voor en zegt "Noem me maar meester". "Vandaag gaan we iets anders doen dan jullie gewend zijn. Een nieuw vak. Ik weet niet precies hoe het heet. Welke vakken hebben jullie?" De leerlingen noemen een twaalftal vakken. "Zullen we dit het 13^{e} vak noemen?"	1. De leerlingen zijn wat losgekomen. Ze gaan er nu echt voor zitten.
Leergesprek (10.52 – 11.07) "Ik heb deze school speciaal gekozen, omdat ik dacht dat er veel kinderen in een flat zouden wonen. Wie woont er in een flat?" Twaalf leerlingen steken hun vinger op.	2. Met deze antwoorden is een beelden/of staafdiagram te maken.
Vijf leerlingen hebben vroeger in een flat gewoond. Alle leerlingen hebben wel eens een flat gezien.	3. De leerlingen reageren vlot op de vragen.
"In deze wijk, in Veldhuizen staan veel flats". De leerkracht vraagt wie er in de diverse flatgebouwen (Langenhorst, Groenendaal, Mariëndaal) wonen.	4. Een zinvolle aansluiting bij een aardrijkskunde-projekt over de eigen wijk is hier mogelijk: • maquette, • plattegrond, • "wonen – werken – rekreëren" als geografisch model, • "planologie-des-kinds".
"Nu een moeilijke vraag: wat voor soort flats zijn dat, er zijn ook andere flats?"	

Leerling: "Ze zijn door van Elst gebouwd."
"Ja, sommigen zijn door van Elst gebouwd, anderen niet. We willen al die flats één naam geven. Wie?"
Leerling: "sterflats".

Leerkracht verwijst naar een andere flat. Hij helpt: "Bij de Slotlaan wordt ook gebouwd."
Meerdere leerlingen: "Oh ja, bejaardenflats."
"Hoe kunnen we nu déze flats noemen?"
Leerlingen: "Flats voor jonge mensen – Gezinnenflats."
Leerkracht noteert op het bord:

– bejaardenflat
– gezinnenflat.

"Er is nog een andere flat in Veldhuizen."
De leerlingen noemen: sterflat, vrijgezellenflat. "Vrijgezellenflat" komt op het bord.
Met behulp van de leerkracht wordt geconstateerd dat dit ook flats zijn, waar mensen in wonen.
"Ik bedoel een flat waar geen mensen in wónen."
Leerlingen noemen: verzekeringskantoor, belastingkantoor.
Victoria: "Een kantoorflat".

Leerkracht wijst op kantoorflats in Arnhem (girokantoor), Utrecht, Amsterdam.
Leerlinge: "Die zijn zo hoog dat het net lijkt of ze omvallen."

5. In aansluiting op bovenstaande opmerking zou een verzameling "hoge gebouwen" kunnen worden aangelegd, waarmee de hier gesuggereerde partities (woon-kantoor) makkelijker kunnen worden aangebracht.

6. De leerkracht schuift de antwoorden van de leerlingen te veel aan de kant; vooral de tweede (sterflats) leent zich voor verdere bespreking (ster, galerij, portiek, kasbah).

7. Het duurt vrij lang voor dit begrip genoemd wordt.

8. Duidelijk blijkt hier dat het "leergesprek" te los in de lucht hangt.

a. gemeenschappelijke ervaring (ekskursie, film, dialessen, maquette, enz.) – zie opm. 4 –,

b. leergesprek ter strukturering van a,

↓

c. gerichte ervaring (interview, ekskursie, dia's) – zie opm. 5 –,

↓

d. leergesprek ter generalisering.

Getracht wordt om leergesprek **d** te voeren, zonder voldoende vulling van **a** en **c**. Dit valt vooral op, wanneer de leerkracht wijst op Arnhem, Amsterdam e.d. Dit komt niet over, omdat teruggegrepen wordt op een deel uit **a**, wat kennelijk geen gemeenschappelijk bezit is.

"Nu praten we niet verder over deze drie flats (leerkracht wijst op het bord). Hoe noemen we ze bij elkaar?"
Leerling: "Inwonersflat."
"Ja, of: woonflat. We gaan nu praten over kantoorflats. Ik heb zo'n flat op het bord getekend."
Het bord wordt omgedraaid. Een tekening van een flat wordt zichtbaar (zie: Werkblad 1).
"Hoeveel verdiepingen?"
Leerlingen mogen voor het bord met één, twee of drie tegelijk tellen:

1, 2, 3, 4, 5 . . .
2, 4, 6, 8 . . .
3, 6, 9, . . ., 11.

9. Het zou hier – en ook op andere momenten – zinvol zijn geweest om de antwoorden op een werkblaadje te laten noteren.
Misschien is het niet goed om te vragen naar andere telmanieren dan "met tweeën", omdat niemand het bij dit voorbeeld zal doen.

"Hoeveel kantoren zitten er in deze flat?"

10. De relatie naar een bezig-zijn met oppervlakte is duidelijk. Deze wijze van oppervlakte-vaststelling ligt echter tamelijk ver in het leerproces (zie: Handboek voor de lespraktijk – een les over oppervlakte).

Carla: "Vijf kantoren." Andere leerlingen: "55."
"Toch is dat antwoord van Carla niet zo gek. Hoe komt Carla aan die 5?"

11. Een dergelijke opmerking kan waardevol zijn:

Carla legt op het bord uit hoe ze aan het antwoord is gekomen. Ze heeft 5 kolommen geteld.
Een andere leerling toont aan hoe hij aan 55 is gekomen; hij kan het niet goed vertellen.

Jan Willem: "Nou er zijn elf verdiepingen, hè, en overal vijf, dus: 5 x 11."
Alle leerlingen begrijpen het. Twee leerlingen mogen het nog een keer zeggen.
Leerkracht schetst een andere flat op het bord (15 verdiepingen; elk 11 ramen).
Op de vraag "hoeveel kantoren in deze flat?" reageert geen enkele leerling direkt. Na enige tijd menen 8 leerlingen het te weten. De antwoorden die gegeven worden, zijn: 150, 155, 115, 105, 165.
De leerling die 165 had, mag het uitleggen.
"Gewoon 15 x 11 gedaan."

Leerkracht vertelt een verhaaltje bij de bordtekening. Chris wil Jan uitleggen in

a. pedagogisch,
b. de andere leerlingen wordt gevraagd om afstand te nemen van de konkrete vraag naar het aantal verdiepingen en zich te bezinnen op "een manier van denken", "een aanpak". Het appeleert op het abstraktievermogen.

12. Een algemeen probleem komt hier naar voren: kinderen zien soms wel eens oplossingen, een verband, een struktuur, maar kunnen niet verbaliseren.
Groepsgesprekken, waarin leerlingen hun antwoorden moeten uitleggen – zie opm. 11b –; het uitleggen aan een buurman (bij het uitvoeren van de werkbladenopdrachten veel gestimuleerd), zijn aansporingen tot verbaliseren.
Het hele gebied van het taaldenken is in het geding.

13. De vraag is didaktisch onjuist. Er wordt een probleem gesteld, dat niet aan de orde is (l x br. = opp.). Bovendien wordt al meteen naar toepassing van de formule gevraagd, zonder dat de leerkracht er zeker van was dat de leerlingen er voldoende meet – en telervaring mee hadden. Wellicht is positief dat enkele leerlingen geïnduceerd worden tot ontdekking van de formule.

welk kantoor vader werkt. Er ontstaat ruzie. Een andere jongen legt het uit.

Probleemstelling: Hoe kun je heel makkelijk vertellen waar de vader van Chris werkt? Probeer zoveel mogelijk manieren te vinden.

Organisatie groepswerk duurt ± 1 minuut.

14. Het verhaaltje was niet "echt" genoeg: uitvoeriger schetsen, meer "aanloop" ervoor, zodat het dynamischer wordt. Het overstappen van het verhaal naar de klas en de erop volgende uitdaging kwam goed over.

15. Technisch gezien wordt de opdracht niet duidelijk genoeg gegeven; men zou zich kunnen voorstellen dat lang niet alle leerlingen begrijpen waar ze over moeten praten. Toch blijkt dat wel mee te vallen. Faktoren daarvoor:

a. toevallig een behoorlijke verdeling van intelligente leerlingen over de groepen,

b. zeer snelle groepsorganisatie, zonder "moeilijk-doenerij"' van leiders, sekretarissen, mooi in een kringetje zitten e.d. – was hier ook helemaal niet nodig –.

Groepsgesprekken (11.08 – 11.11)

"Ga maar praten!"

16. In de meeste groepen wordt geanimeerd gewerkt. In enkele groepen wordt individueel naar een oplossing gezocht. Eén groep van vier valt uiteen in twee groepjes van twee.
De klas is kennelijk niet voldoende aan groepswerk gewend om de onder 15b genoemde losse vorm goed toe te passen (er was nog te weinig echt overleg), zodat er vooral later bij de werkbladen weinig van echt groepswerk terecht kwam.
De opdracht om bv. een ander raam op 9 manieren aan te duiden en te laten noteren zou ook zinvol geweest zijn.

Leergesprek II (11.11 – 11.24)

"We gaan nu eens kijken welke manieren er allemaal zijn."

De leerkracht maakt een invertarislijst op het bord.

1. 7e verdieping, 2e van links.
   Leerling: "Hoe bestaat het precies dezelfde als ons."
   Alle groepen hebben deze manier.
2. 5e verdieping van boven, 2e van links.
   Vijf groepen.
3. 7e verdieping, 4e van links.
   Jan Willem: "niet goed, moet 4e van rechts zijn."
   Alle groepen hebben deze manier.
4. 6e verdieping, 4e van rechts en daarboven.

Leerkracht: "De eerste manier is erg logisch. Waarom denk je?"

Leerling: "Dat zeg je haast altijd."
Leerkracht: "Goed, dat spreken we dan even af.

Er worden nu enige oefeningen gedaan:

a. Piets vader werkt op de 5e verdieping, 3e raam van links. Een leerlinge moet in de bordtekening op de juiste plaats een kruis zetten. Dat gaat goed.

b. Idem bij Joke's tante (10e verd.; 5e van links). Een leerling merkt een fout (10e verd.; 5e van rechts).

17. Het is mogelijk dat de groepen alleen maar zèggen deze oplossing te hebben gevonden.

18. Er is sprake van een onderdrukking der eigen inventiviteit van de kinderen, ten gunste van een te snelle invoering van de afspraak: " . . . . van links, ... van onder." Een ernstige didaktische fout!

19. Een fundamentele fout, die inherent is aan de opzet van deze les. Er wordt *alleen maar* uitgegaan van de flat. Dus geen *"multiple embodiment"*, maar "uni-embodiment"'. Verlangd wordt dat de leerlingen na één konkreet voorbeeld tot abstraktie komen. Dat leidt er toe dat die abstraktie sporen blijft vertonen van het konkrete voorbeeld. Daarom hebben de leerlingen geen moeite met de vraag naar het "logisch-zijn" van de aanduiding ("7e verdieping, 2e van links"), want dat doe je nu eenmaal zo bij flats. Deze aanduiding is echter tegengesteld aan de wiskundige aanduiding.

20. Deze fout wordt door de andere leerlingen nauwelijks opgemerkt.

c. Idem (3e verd.; 1e van links).

Nu andersom:

a. Leerkracht zet in een raam een kruis (2e van links; 4e verd.) "Moeten we het andersom zeggen of niet? Maakt de volgorde wat uit?"
De afspraak: "... van links, .. verdieping" wordt gemaakt.

21. Bij deze vergissing wordt de wiskundige aanduiding geïntroduceerd. De overgang kwam te abrupt, te ongemotiveerd aan. De leerlingen namen de afspraak wel over (leve de anti-autoritaire opvoeding!), maar het is niet duidelijk gemaakt dat het een *afspraak* was, die gemaakt *moet* worden, omdat er zoveel konkrete gevallen zijn, die telkens anders liggen. Voor de leerlingen was het niet anders dan een grillige wens van de onderwijzer.

b. "Er werkt iemand in dit kantoor." (aanwijzing op bord). "Schrijf eens op in je werkschrift, hoe je het moet aanduiden."

22. Dit duurt nogal lang. De leerkracht geeft ondertussen individuele hulp. Ook hier zou meer oefening noodzakelijk zijn geweest.
Er worden veel schrijffouten gemaakt *(lings, lingks).*
Ook enkele volgorde fouten (... verdieping ... links)

c. Idem met: 2e van links; 9e verdieping.

23. Enkele leerlingen proberen al om korter te formuleren: 2e van links, 9e verd.
Ook dit is een afspraak-kwestie, zij het met minder problemen als bij 21. Meer oefening zou ook hier nodig zijn geweest.

Afgesproken wordt om de volgende formulering te gebruiken: 2 links, 9 onder. De afspraak wordt als volgt gemotiveerd: het woordje "onder" is korter, dan het woord "verdieping."

OPDRACHTEN WERKBLADEN.
(11.24 – 12.15).

De werkbladen worden uitgedeeld. De leerlingen moeten hun naam opschrijven. Ze mogen bij elkaar blijven zitten.

24. De ramen in de op het bord getekende flat raken steeds meer gevuld met kruisjes. Het is voor de leerlingen moeilijk om te onthouden welk raam het deze keer betreft.

1.6 BIJDRAGE GEVRAAGD

1. *Welke opgaven zou u aan de groepsopdrachten (zie kommentaar 21) willen toevoegen?*

2. *Een andere volgorde in de les is mogelijk. Bv. tijdens het eerste leergesprek de gevonden oplossingen op het bord noteren en de groepen naar de meest adekwate oplossing laten zoeken. Welke argumenten kunnen voor en tegen deze volgorde genoemd worden?*

voor :	*tegen:*

3. *In het kommentaar (punt 21) wordt gesteld dat de "afspraak" te ongemotiveerd aan de orde kwam. Hoe is een meer geleidelijke aanpak mogelijk?*

Het Uilennest

Ik vond het erg leuk.
Het een leuk spelletje en
erg leerzaam. Als je de
grafiek vergelijkt met een
landkaart lijkt het veel
op elkaar. Ik denk dat er
in de toekomst geen reken-
of taal boekjes meer zijn
maar zulke (spelet) spelletjes.
Het was eenvoudig maar
toch knap uitgedokterd,
ook die top was leuk.

Voor degenen die nadere informaties over Wiskobas willen ontvangen zijn nog enige exemplaren à f 2,50 beschikbaar van

**"WISKOBAS
WERK
WEEK"**

Bestellingen kunnen bij het instituut gedaan worden.

I.7 KANTTEKENINGEN BIJ DE WERKBLADEN

De kombinatie van individueel werk en groepswerk is in deze serie werkbladen niet gelukt. Al werkend bleken de oorzaken hiervan.
Werkblad **1** is klassikaal doorgewerkt, d.w.z. onder vrij strakke leiding en in "drill-tempo". Toen de leerlingen begonnen aan werkblad **2**, mochten ze in hun eigen tempo verdergaan. "Als je het niet weet, vraag je het aan iemand uit je groepje. Gaat het dan nog niet, dan vraag je het aan mij." De opdracht gaf verder geen problemen. Wel bleek dat de afstand tussen deze start en de eerste groepsopdracht op werkblad **3** te groot was. Een te sterke tempo-differentiatie ging optreden. De leerlingen moesten derhalve te lang op elkaar wachten. Individueel werk en groepswerk moesten elkaar sneller afwisselen.

WERKBLAD 1

18 deelantwoorden moesten ingevuld worden door 25 leerlingen.
Van de 450 foutmogelijkheden zijn er 5 gemaakt. Het geringe aantal fouten is niet verwonderlijk, gezien de klassikale werkwijze. Wel was een zekere "invulangst", "onzekerheid over de plaatsing" te konstateren. Enkele leerlingen meenden dat de antwoorden op de vragen in de regels 5 t/m 11 genoteerd moesten worden achter de dubbele punt op regel 4.

WERKBLAD 2

Er moesten 14 antwoorden ingevuld worden door 25 leerlingen. In totaal zijn 11 fouten gemaakt en is op 5 plaatsen geen antwoord ingevuld.
Het kwam niet voor dat een leerling alles fout had en dus duidelijk blijk gaf van onbegrip.

WERKBLAD 3

De bovenste regel van dit blad hoorde in de gestencilde werkbladen nog bij blad **2**. Deze plaatsingsfout had, behalve het terugbladeren, geen gevolgen.
Een merkwaardige fout: 4 leerlingen schreven i.p.v. (1 links, 5 onder): (1 links, 4 onder). Waarschijnlijk hebben ze bij het tellen van onder af, de onderste regel niet meegeteld.
Het doel van werkblad **3** is: het introduceren van een verkorte notatie (de wiskundig-gebruikelijke) en enige oefening, met daarnaast een poging tot generalisering van de roosterstruktuur.
Het is interessant om na te gaan wat de groepsopdrachten opleverden.

Opdracht 1: "omdat het dezelfde rijen zijn",
"er zijn 5 rijen",
"er zijn 5 verdiepingen",
"omdat het allebei even ver omhoog gaat".

Opdracht 2: "stenen van een muurtje",
"planken en paaltjes van een schutting",
"tegels van een douche",
"honingraten van de bijen",
"dambord",
"rekenblaadjes".

WERKBLAD 4

Vanaf dit werkblad dragen alle opdrachten het karakter van exploratie van het hokjesrooster en de koördinatenaanduiding daarin. Op de eerste twee opdrachten zijn weinig fouten gemaakt. De derde opdracht is door slechts 2 leerlingen juist uitgevoerd. De haken om de geordende paren zijn vergeten. 1,1, 2,2, 3,3 i.p.v. (1,1), (2,2), (3,3).

De oorzaak van deze fout ligt in het werkblad. De opbouw zou moeten zijn:

- enkele keren (. . . . ., ...)
- vervolgens (. . . . ., ...)
- dan ( )
- ten slotte

WERKBLAD 5, 6

Vanaf werkblad **5** zijn er steeds leerlingen die niet klaar zijn gekomen. Het is duidelijk dat deze twee werkbladen bij elkaar horen.
Voor de leerlingen was dit echter niet zo duidelijk: de opdracht bij het onderste deel van blad **5** was op blad **6** terechtgekomen.

Het optellen van de cijfers en de ontdekking van de rij even getallen daarin, leverde niet veel problemen. Er was één leerling die de koördinaten steeds met elkaar vermenigvuldigde en dus een kwadratentafel opstelde. Hij ontdekte er geen struktuur in.

WERKBLAD 7

Bij de overgang van blad **6** naar blad **7** is eenzelfde onzorgvuldigheid als boven te konstateren. Bijna alle leerlingen tekenden de "banen" juist. De naamgeving werd slechts door 8 leerlingen goed uitgevoerd.
De struktuur in de rij namen werd slechts door één leerling korrekt geformuleerd. Hij paste de analogie toe met de "baan" van blad **5**.

WERKBLAD 8, 9

In groepsopdracht a van blad **9** wordt geprobeerd om het begrip "kort" los te maken van de alledaagse betekenis. "Een weg a is korter dan een weg b als de som van alle koördinaten van de hokjes die op weg a liggen, kleiner is dan de som van de koördinaten van alle hokjes die op weg b liggen."
Het is duidelijk dat deze twee werkbladen erg moeilijk zijn, zelfs voor volwassenen.

SAMENVATTEND:

1. De techniek van de koördinaten-aanduiding is niet zo moeilijk jonge leerlingen aan te leren.
2. Men zal veel tijd moeten besteden aan oefeningen van gevarieerd karakter en met een wisselende konkrete achtergrond, teneinde een te snelle abstrahering te vermijden.
3. Deze abstrahering is mogelijk — ook in klas 4 —, mits men de leerlingen voldoende tijd gunt en de opdracht voldoende duidelijk struktureert.

1.8 VAN ONDERWIJSPRAKTIJK NAAR LEERPLANONTWIKKELING

1. Herschrijf de serie werkbladen na bestudering van de kanttekeningen.
2. Werk de bladen met uw klas door.
3. Stuur de gegevens naar IOWO, Tiberdreef 4, Utrecht.

I.9 OVER HET GEBRUIK VAN WERKBLADEN

We vinden overal in het onderwijs een groeiende behoefte aan "flexibiliteit". Zo wordt er gezocht naar een flexibele groepering van leerlingen waardoor het soms te starre jaarklassenverband wordt doorbroken (takensystemen, niveaugroepen, niveaukursussen — al of niet in kombinatie met stamgroepen —). Men experimenteert hier en daar met een meer flexibele inzet van de beschikbare man- (of: vrouw-) kracht via een of andere vorm van specialisering en/of teamteaching. Men zoekt naar flexibeler ruimtegebruik met grotere en kleinere lokaliteiten, gemakkelijk verplaatsbaar meubilair, e.d.

In deze ontwikkeling past ook het werken met flexibeler vormen van schriftelijk leermateriaal: werken met ringbanden, waarin gemakkelijk gewijzigd en aangevuld kan worden — zowel door leerling als leerkracht; werkblokken met oefenbladen; verzamelingen van keuzetaakjes (Exempla, Loco, Schakelboekjes met een geprogrammeerde instruktie).

De in dit blok gebruikte werkbladen vallen binnen deze tendens. Men kan zich enkele toe te passen organisatievormen voorstellen, die in sommige scholen reeds worden/zijn gerealiseerd.

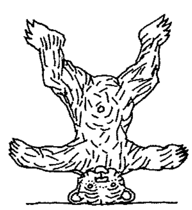
A. Er zou achterin het lokaal een tafel kunnen staan met wat stoelen. Enkele leerlingen die klaar zijn met het opgegeven schriftelijk werk kunnen een werkkaart uit een kaartenbak pakken en de daarop staande oefeningen of puzzels gaan maken in een speciaal schrift of ringband. De werkkaarten zijn genummerd, wat een eenvoudige administratie van de doorgewerkte kaarten per leerling mogelijk maakt. Men kan werkkaarten maken met meer oefenstof over een bepaald onderdeel dat aan de orde is geweest. Met viltstift op een stuk wit karton en plastificeren, of door opplakken van gedeelten uit andere methoden zijn de kaarten zelf te vervaardigen.

Een ander soort werkkaart is de kaart waarop moet worden gepuzzeld aan opgaven die niet direkt met de behandelde stof in verband staan: meet- en weegopdrachten, oefeningen in het honderdveld, cijferopgaven, oefeningen met dobbelstenen, met Cuisenaire-materiaal, met Logi-blokken, opgaven bij een stuk tekst uit krant of tijdschrift met veel kwantitatieve gegevens — bv. over vakantie, verkeer.

Een derde soort kaart is de "serie-kaart": een beperkt aantal werkbladen die aan elkaar zijn geniet en waarop een bepaald onderwerp wordt geïntroduceerd of uitgediept. Tot deze soort horen de voorgaande werkbladen voor leerlingen.

B Men kan werkbladen ook gebruiken bij een klassikale les, waarbij dan de leergang ligt opgesloten in de door te werken bladen. De werkbladen mogen dan niet alleen oefenstof geven, ze moeten ook informatie bieden. De werkbladen kunnen in groepjes doorgewerkt worden; het is tevens mogelijk dat elk kind in eigen tempo werkt — de serie begint dan op een geprogrammeerde instruktie te lijken, echter zonder de strakke eis van zelfkorrektie —. De onderwijzer loopt immers rond en stuurt bij.

Bij de werkbladen voor leerlingen is geprobeerd om individueel werk en groepswerk te kombineren.



I.10 VERSLAG VAN EEN ORIENTATIETOCHT

De stroomversnelling in het onderwijs t.a.v. opvattingen over didaktische aanpak en werkvorm, leerstofpakketten, toepassing van apparatuur, en wat dies meer zij, worden veelal samengevat met de slogan: *"Het onderwijs is in beweging."* Deze beweging gaat gepaard met een vloed van nieuwe vaktermen. Eén daarvan is de term "wereldoriëntatie", een woord, dat zo langzamerhand tot modernisme gedegradeerd is door overvloedig gebruik.

Toch geeft dit woord de bedoeling van deze bijdrage vrij zinvol weer vanwege het – overigens beknopte en onvolledige – overzicht, dat het wil bieden t.a.v. de invoering van koördinaten op het niveau van het basisonderwijs in het buitenland, m.n. de Augelsaksiche landen.

We nemen de nederlandse situatie als uitgangspunt.

1. Analyse van een recent verschenen zogeheten traditionele rekenmethode leert, dat van de invoering van koördinaten op geen enkele wijze sprake is. Dit mag overigens van een traditionele methode ook niet verwacht worden.

Wel zijn in incidentele gevallen opdrachten opgenomen, welke als voorbereiding op de invoering van koördinaten gebruikt kunnen worden. Voorbeelden hiervan zijn:

a) Het gebruik (van een deel) van de getallenrechte om de ordeningsrelaties binnen de

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Gedeelte van een rooster als honderdveld.
Omslag "Computation and Structure 2" (Nuff. Math. Proj.)

beschikbare getallenverzameling aan te geven en ter visualisering van teloefeningen.

b) Het gebruik van het rooster als tabel i.v.m. magische vierkanten, schaakbord, kalenderblad.

c) Grafieken betreffende het temperatuurverloop in een bepaalde periode. Kurven van de skores in het rekenwerk gedurende een afgebakend tijdvak (zie illustratie).

Tenslotte zij nog vermeld, dat het gebruik van het rooster als honderdveld binnen deze methode goede toepassingsmogelijkheden biedt, temeer, daar in de delen voor de lagere leerjaren het honderdveld een niet onaanzienlijke rol speelt.

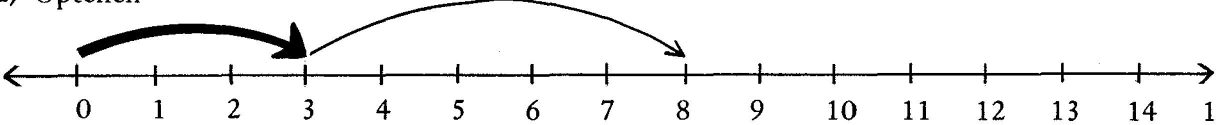
Overigens wordt later in deze bijdrage op het rooster als honderdveld nog teruggekomen.

2. Van de getallenrechte als visualiseringsmiddel ter introduktie van onderwerpen in de sfeer van het bekende rekenen zoals bv. de inoefening van de hoofdbewerkingen met eenvoudige getallen, wordt in enkele buitenlandse leergangen veelvuldig gebruik gemaakt.

"Elementary School Mathematics"[1]) is hiervan een representatief voorbeeld.

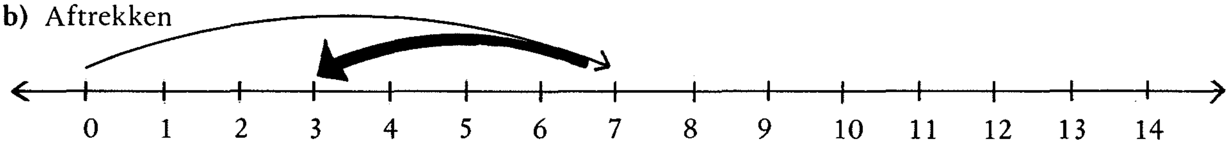
Ter illustratie de volgende voorbeelden:

a) Optellen



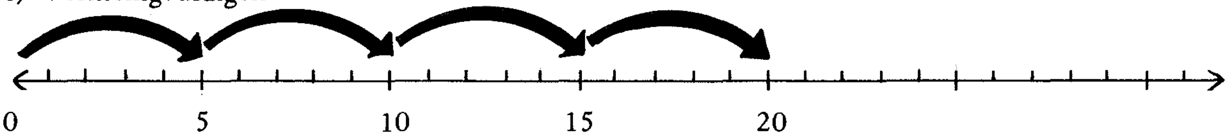
3 + 5 = 8

b) Aftrekken



7 — 4 = 3

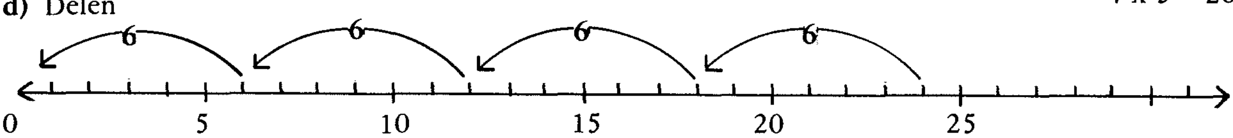
c) Vermenigvuldigen



5 + 5 + 5 + 5 = 20

4 x **5** = 20

d) Delen

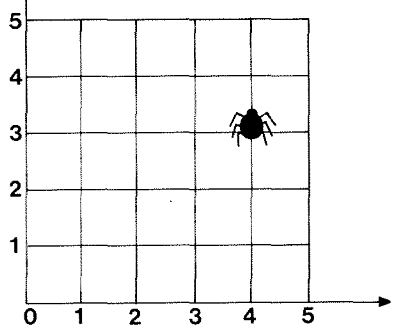


d_1 Hoeveel maal 6 in 24?

d_2 24 : 6 = 4

Het is evident, dat een frekwent gebruik van de getallenrechte als in het voorafgaande gesignaleerd, ingebed ligt in de komplexiteit van de totale leergang. M.a.w. invoering van koördinaten, hetgeen (uiteraard) geschiedt in een later stadium, wordt geënt op de kennis van en de vaardigheid in het werken met (het rekenen met) de getallenrechte.

Het rooster wordt dan ook rechtstreeks geïntroduceerd, waarbij aan de onderwijzer de suggestie gegeven wordt om het gedetailleerd op het bord stap voor stap te laten ontstaan.



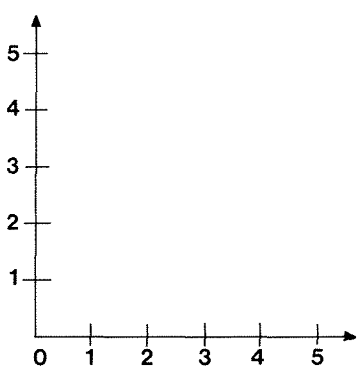
"Waar is de spin?"
4 van links en **3** naar boven.
Zijn **koördinaten** zijn (**4,3**)

Feitelijk is hiermee de introduktie van koördinaten tot stand gebracht.

3. In *"Discovering Mathematics"* [2]) speelt de getallenrechte eveneens een zeer belangrijke rol. Een facet hiervan, dat in **2** nog niet aan de orde gesteld is, verdient nader belicht te worden.

Op de getallenrechte wordt een getal gerepresenteerd door een punt; omgekeerd stelt ieder punt een bepaald getal voor. Er is een zgn. *één-éénduidige afbeelding* tussen de punten van de rechte en de getallen uit de beschikbare getallenverzameling.

Om nu de mogelijkheid te openen op soortgelijke wijze de punten in een vlak vast te leggen (aan de getallenrechte is nu een dimensie toegevoegd) worden twee getallenrechten aldus loodrecht op elkaar geplaatst:



Daarmee is het koördinatensysteem ingevoerd. Bij ieder punt van het vlak(deel) hoort nu een geordend getallenpaar (geordend, omdat de volgorde van belang is) en ieder geordend paar (positieve) getallen kan gerepresenteerd worden door een punt van het vlak(deel).

4. In *"Seeing through Arithmetic"* [3]) wijkt de voorbereiding op de introduktie van koördinaten af van de werkwijze als besproken in **2** en **3**.
De leerstof richt zich hier duidelijk op de betekenis van het gebruik van geordende getallenparen.

Ter illustratie weer enige voorbeelden:

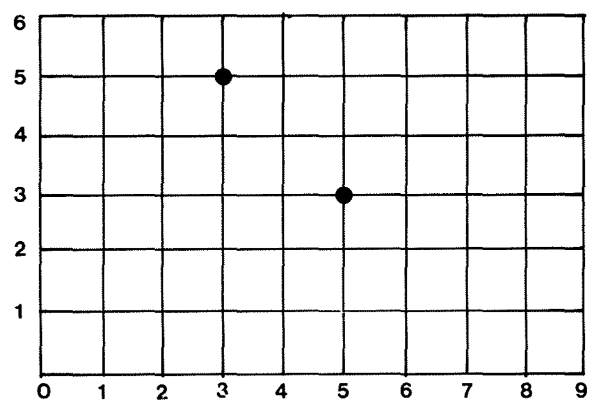
a) Een auto rijdt 20 km in 30 min. De notatie (20,30) wordt nu gehanteerd om deze gegevens kompakt vast te leggen. Het essentiële belang van de volgorde van de getallen 20 en 30 springt hier direkt naar voren.

Een voorbeeld waarbij de notatie van bepaalde gegevens met geordende getallenparen meer zinvol tot uitdrukking komt is het volgende:

b) 8 september is met (8,9) op ondubbelzinnige wijze vastgelegd, mits de eerste komponent van het paar de dag van de maand representeert en de tweede komponent de maand van het jaar.

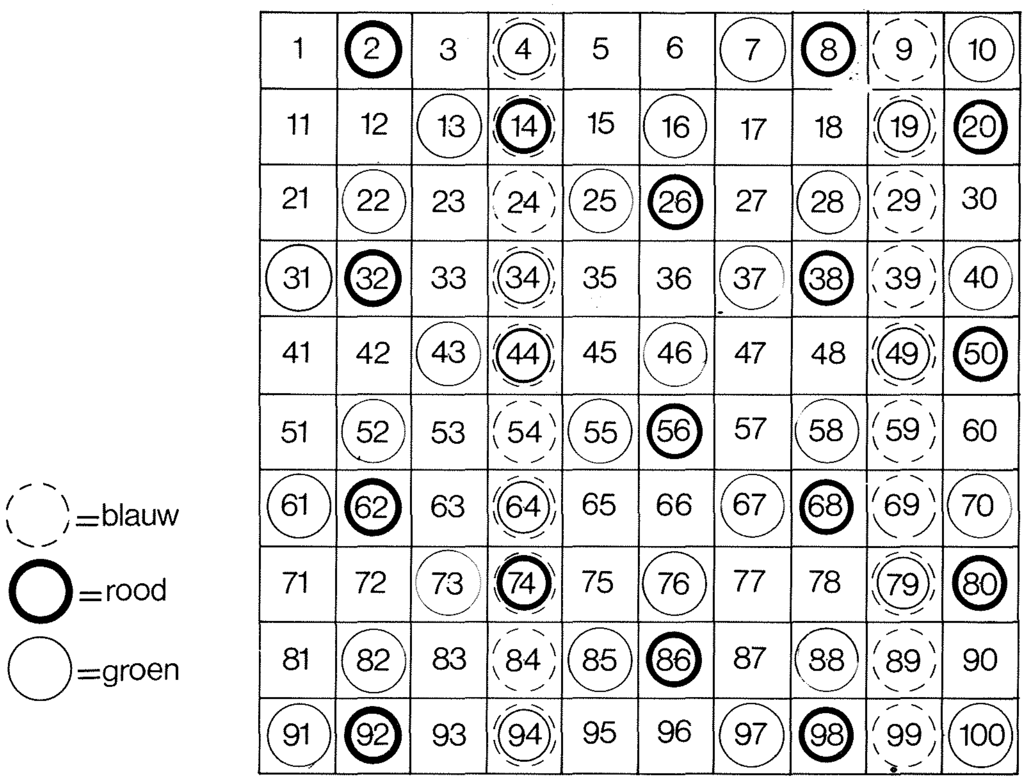
Een gedetailleerde bespreking van de oefenstof, waardoor de leerlingen zich op zinvolle wijze het begrip geordend getallenpaar eigen maken, zou te ver voeren. Feit is echter, dat langs deze weg de introduktie van een koördinatensysteem tot stand komt.

Dit geschiedt op de volgende wijze:



Hierboven zie je een rooster. Je kunt een punt op een rooster gebruiken om een geordend getallenpaar te laten zien.
A Zoek het punt voor (5,3). Dit punt is aangeduid op het rooster 5 stapjes van links en .... naar boven.
B Zoek het punt voor (3,5). Dit punt is aangeduid op het rooster .... stapjes van links en 5 stapjes naar boven.

5. Het is buiten diskussie, dat het voorgaande afgestemd is op de hogere leerjaren van het basisonderwijs. Met een verwijzing naar **A** en **B** volgt tenslotte een korte uiteenzetting van de wijze waarop het rooster als honderdveld het rekenen in een traditioneel programma in de lagere leerjaren zou kunnen verlevendigen. Daarbij dient aangetekend te worden, dat het hanteren van het rooster als tabel op zichzelf reeds een zinvolle bezigheid is als vroegtijdige voorbereiding op de latere introduktie van koördinaten.
Beschouwen we onderstaande tabel, waarin de volgende opdrachten zijn uitgevoerd:



a) Teken een rode ring om elk zesde getal te beginnen bij 2.
b) Tel vanaf 4 steeds met 3 verder. Teken om elk getal dat je zo krijgt een groene ring.
c) Tel vanaf 99 telkens met 5 tegelijk terug. Teken om elk getal dat je vindt een blauwe ring.

Dergelijke opdrachten zijn didaktisch gezien zeer zinvol, omdat ze aanleiding geven tot:
a) oefening van de tafels van vermenigvuldiging,
b) het ontdekken van de samenhang tussen de hoofdbewerkingen, bv. vermenigvuldigen als herhaald optellen of delen als herhaald aftrekken.

Ze geven ook aanleiding tot vragen als:
a) Om welke getallen staat een groene en een blauwe ring?
b) Om welke getallen staat een blauwe en een rode ring?
c) Vertel wat je opvalt aan de getallen met een blauwe ring?

Zo kan het werken met het rooster als honderdveld mogelijkheden gaan bieden voor de behandeling van bv. verzamelingtheoretische begrippen, kenmerken van deelbaarheid, ontbinding in faktoren.

Voor meer uitgebreide informatie zij verwezen naar *"Computation and Structure 2"* [4] *(Nuffield Mathematics Project)*

Samenvattend mag gesteld worden, dat de introduktie van koördinaten in een aantal buitenlandse leergangen tot de normale leerstof voor de basisschool behoort en niet op eensluidende wijze geschiedt.

Bij *"Elementary School Mathematics"* en *"Discovering Mathematics"* ligt het aksent op het gebruik van de getallenrechte als visualiseringsmiddel met de *één-éénduidige afbeelding* tussen de punten van de rechte en de getallen uit de (beschikbare) getallenverzameling. Uitbreiding hiervan met een dimensie heeft automatisch de aanduiding van een punt in het vlak met een geordend getallenpaar (koördinaten) tot gevolg.

In *"Seeing through Arithmetic"* springt men a.h.w. bij de voorbereiding op de introduktie van koördinaten over het doel heen.

Men werkt naar de *één-éénduidige afbeelding* tussen de punten van het vlak en geordende getallenparen toe, door in alle mogelijke toepassingsgebieden binnen de voorafgaande stof de notatie van gegevens met geordende getallenparen te introduceren en dan later te stellen, dat dergelijke geordende paren van getallen grafisch voorgesteld kunnen worden.

Kortom, beide wijzen van introduceren van koördinaten vullen elkaar aan. Gekombineerd brengen ze de één-éénduidige afbeelding tussen de punten van het vlak en de verzameling van geordende getallenparen pas volledig tot uitdrukking.

Dat het rooster als honderdveld goede diensten aan het huidige rekenonderwijs op de basisschool kan bewijzen en daarbij tevens een grondige oefening met het rooster als tabel impliceert, behoeft geen nader betoog.

LITERATUUR.

1) Elementary School Mathematics, door Robert E. Eicholz, Phares G. O'Daffer. Uitg. Addison-Wesley Publishing Company, California, Massachusetts (V.S.), London (England), Ontario (Canada).

2) Discovering Mathematics, door M. Vere de Vault, Roger Osborn, Hazel B. Forester. Uitg. Charles E. Merrill Publishing Co., Ohio. V.S. (1968).

3) Seeing through Arithmetic, door Maurice L. Harting, Henry v. Eugen, E. Glenadine Gibb, James E. Stochl, Lois Knowles, Ray Walch. Uitg. Scott, Foresman and Company, Illinois. V.S. (1967).

4) Computation and Structure 2. (Nuffield Mathematics Project). Uitgave van de Nuffield Foundation. Uitg.: Chambers and Murray, London (1969 derde druk).

I.II EEN WERKBOEK MET SUGGESTIES

"ACTIVITIES IN MATHEMATICS"
(second course); *GRAPHS* (102 pagina's).

SCHRIJVERS: Johnson, Hansen, Peterson, Rudnick, Cleveland, Bolster.

UITGEVER: Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois (1971).

Uitgaande van tabellen die in het dagelijks leven voorkomen, worden in dit boek de begrippen "geordend getallenpaar" en "koördinaten van een punt" ingevoerd. Aan de hand van allerlei spelletjes worden deze begrippen ingeoefend. Al spoedig komt men dan tot het maken van lijndiagrammen vanuit praktische situaties, zoals bv.: het aantal polsslagen tellen in 10, 20, 30 sec. enz.

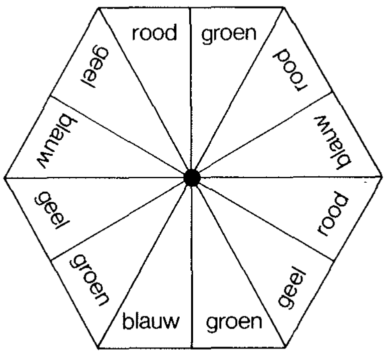
Voordat men een grafiek gaat tekenen door een flink aantal punten te bepalen en deze door een "vloeiende kromme" te verbinden, worden zeer terecht nog even de breuken herhaald, en wel op een zo gezellige manier, dat ik bijna zin kreeg de vragen in te vullen. Het boek is namelijk als een werkschrift geschreven en daarom zeer geschikt voor zelfwerkzaamheid of groepswerk. In het laatste deel van het werkschrift wordt men gekonfronteerd met eenvoudige funkties als $y = x + 2$, $y = 2x$ etc. Ook worden hierbij weer grafieken getekend. Er zijn praktische toepassingen toegevoegd, welke men zelf dient uit te voeren, zoals bijv. het verband tussen de intrekking van een veer en de daarop uitgeoefende kracht trachten te vinden.

Verschillende opdrachten zijn in de marge nog eens vertaald in een zogenaamd "blokschema," een soort ruw komputerprogramma.

I.12 NOG EEN PAAR SPELLETJES

TOLBESCHRIJVING

TOL NR. 1:



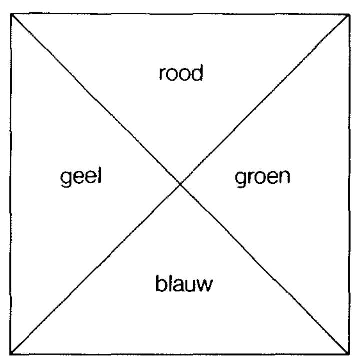
De tollen zijn eenvoudig uit niet te dun karton te snijden. Op het snijpunt van de diagonalen draait men een 1½ duims bolkopschroef in de tol, zó dat de tol op de bolle kop draait.

De zeskants-tol:

Men trekt met een passer een cirkel met een straal van ongeveer 3 cm. Door op de cirkelomtrek de straal 6 maal af te passen, verkrijgt men de 6 hoekpunten van een 6-hoek. Door de overliggende hoekpunten met elkaar te verbinden ontstaan 6 (gelijkzijdige) driehoeken. Men deelt elke driehoek zó dat er in totaal 12 rechthoekige driehoeken ontstaan. Men kleurt de 12 rechthoekige driehoekjes zó dat alle kombinaties met de kleuren *rood, groen, blauw* en *geel* voorkomen.
Deze tol wordt gebruikt bij het eerste spel.

TOL NR. 2:

De vierkants-tol:



Men tekent een vierkant waarvan de zijden ongeveer 3 cm zijn. Als men de diagonalen tekent ontstaan er 4 driehoeken, die de kleuren *rood, groen, blauw en geel* krijgen.

De vierkants-tol wordt met één dobbelsteen bij het derde spel gebruikt, terwijl voor het tweede spel twee vierkants-tollen nodig zijn.

Tussen de opgaven door zijn verschillende puzzles en "enrichments" bijgevoegd voor de "slimmerdjes", terwijl ook een drietal "multiple-choice" toetsen de mogelijkheid bieden om te kontroleren of men het verwerkte heeft begrepen. De goede antwoorden op deze toetsen staan achterin het boek, waar zich ook een aantal kartonnen kaarten bevinden met materiaal dat uitgescheurd kan worden om bij de opdrachten te gebruiken, zoals: tolletjes, wijzers, meetlatjes en zelfs een helling met wielstel.

Het boek is geillustreerd met tekeningen en foto's zonder opdringerig te zijn. Voor diegenen, die weinig van doen gehad hebben met grafieken lijkt het mij bijzonder nuttig dit boek eens door te werken. Men late zich daarbij niet afschrikken door het feit, dat het geschreven is voor leerlingen van 12 – 13 jaar.

SPEELBLAD 1.

We spelen een spel met een tol. Neem daarvoor tol nummer 1.

SPELREGELS:

1. Ieder in het groepje draait de tol *op zijn beurt.*
2. Ieder vult zijn eigen rooster in.
3. Stopt de tol, dan geldt het vakje dat op de tafel ligt.
   Voorbeeld: Jan draait en de tol stopt met geel/blauw op de tafel. Dan heeft Jan geel/blauw gedraaid.
4. Jan zoekt dan een gele rij en een blauwe rij op.
   Hij zet een kruis (X) in het hokje dat in beide rijen ligt. Zo vul je alle hokjes.
5. Wie zijn hele rooster het eerst vol heeft, heeft het spel gewonnen.
   De andere spelers spelen door.

r					
g					
b					
gl					
		R	G	B	GL

KLAAR?

Beantwoord nu de volgende vragen: 1. Hoeveel hokjes blijven er over?

Waarom?

2. *R* of *r* betekent rood
   G of *g* is groen
   B of *b* is blauw
   GL of *gl* is geel

   Ik zeg nu: het hokje links boven wordt (*R*,*r*) genoemd. Kleur dat hokje.

3. Hoe heten de 4 hokjes van de bovenste rij? Denk aan de volgorde:
   (*R*,*r*); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .).

4. Hoe heten de 4 hokjes van de eerste rij van links?
   (*R*,*r*); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .).

SPEELBLAD 2

We spelen een spel met twee tollen. Neem daarvoor de twee vierkants-tollen.

SPELREGELS:

1. Ieder mag op zijn beurt de tollen draaien.
2. Ieder vult zijn eigen tekening in.
3. Stoppen de tollen bijvoorbeeld met rood en geel, dan zoek je in je tekening naar een hokje in een rode en in een gele rij. Zet in dat hokje een kruis (X).
4. Wie in alle hokjes een kruis (X) heeft, heeft het spel gewonnen. De andere spelers spelen door.

r					
g					
b					
gl					
		R	G	B	GL

KLAAR?

Beantwoord nu de volgende vragen:

1. Hoeveel kruisjes heb je gezet?

2. *R* of *r* betekent rood
   G of *g* is groen
   B of *b* is blauw
   Gl of *gl* is geel

   Ik zeg nu: het hokje links boven wordt (*R*,*r*) genoemd. Kleur dat hokje.

3. Hoe heten de vier hokjes van de bovenste rij? Denk aan de volgorde:
   (*R*,*r*); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .).

4. Hoe heten de vier hokjes van de eerste rij van links?
   (*R*,*r*); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .).

5. Neem alle hokjes van links boven naar rechts onder.
   Hoeveel zijn er dat?
   Hoe heten ze?
   (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .).

SPEELBLAD 3.

We spelen een spel met een tol en een dobbelsteen.
Neem daarvoor een vierkants-tol.

SPELREGELS:

1. Ieder mag als hij aan de beurt is de tol draaien en de dobbelsteen gooien.
2. Ieder vult zijn eigen tekening in.
3. Stopt de tol met rood, dan moet je de rode rij hebben.
   Werp je met de dobbelsteen 4, neem dan rij 4.
   Zet in het hokje dat in de rode rij èn in rij 4 ligt een kruis (X).
4. Wie in alle hokjes een kruis (X) heeft, is de winnaar.
   De anderen spelen door.

6					
5					
4					
3					
2					
1					
		R	G	B	GL

KLAAR?

Beantwoord nu de volgende vragen:

1. Hoeveel kruisjes heb je gezet?

2. *R* betekent rood
   G is groen
   B is blauw
   Gl is geel

   Ik zeg nu: het hokje links boven wordt (*R*,6) genoemd.
   Kleur dat hokje.

3. Hoe heten de vier hokjes van de bovenste rij?
   Denk aan de volgorde:

   (*R*,6); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .).

4. Hoe heten de zes hokjes van de eerste rij van links?

   (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .); (. . . . .,. . . . .);
   (. . . . .,. . . . .).

I.13 HET STADSPLAN: EEN 'VREEMDE' LEERGANG

Het is geen toeval dat dit eerste VARIABEL BLOK aan koördinaten is gewijd. In het waarom-gedeelte (zie pag. 37) zijn een aantal argumenten genoemd. De heroriënteringskursisten worden in HET STADSPLAN (blok I H.O.) meteen al gekonfronteerd met een "introduktie van koördinaten".

Bij de benadering in de voorgaande werkbladenseries is bewust gestreefd naar een zodanige konstruktie, dat er weinig of geen overlappingen zijn met de Stadsplan-aanpak. Er zijn als het ware twee verschillende – zij het soms parallel lopende – trajekten door het leerstofgebied uitgezet. En wel om de volgende redenen:

1. De leerkracht verkrijgt een keuze-mogelijkheid. Het wiskundige begrip "koördinaten" heeft meer konkrete achtergronden dan alleen maar de plaatsaanduiding van ramen in een flat.

2. In het algemeen wordt aangenomen dat kennis en inzichten, die ontstaan uit een gevarieerde benadering in een wisselende kontekst algemener en daardoor funktioneler zijn, dan kennis en inzichten die gebaseerd zijn op één enkele werkwijze.

Hoe het ook zij, de achterliggende wiskunde is in elk van deze benaderingswijzen dezelfde. Een eerste uitzicht hierop gaven we al op pag. 35.

Het Bulletin biedt de mogelijkheid om kennis te maken met een paar ideeën uit HET STADSPLAN. Alhoewel we van mening zijn dat het hier uitsluitend om een beeldvorming gaat en niet om stimulering van een toepassing in de klasse-praktijk, achten we het opnemen ervan met name voor *niet-kursisten* van belang.

Een opmerking voor de "wel-kursisten" is hier nog op zijn plaats: in HET STADSPLAN wordt van meet af aan de blik gericht op de wiskundige bruikbaarheid van het begrip koördinaten. D.w.z. dat de *punten* in het rooster van een geordend getallenpaar worden voorzien, en niet de *"hokjes"*, zoals dit hiervoor veelal het geval was.
Alleen nadat niet het KO-boekje tijdens de kursus heeft doorgewerkt, heeft een dergelijke toepassing enige kans van slagen. We hopen wel dat velen – in het kader van de reservoir-idee (zie pag. 16) – zullen reageren op HET STADSPLAN. We ontlenen aan het BAS-boekje een tweetal onderdelen:

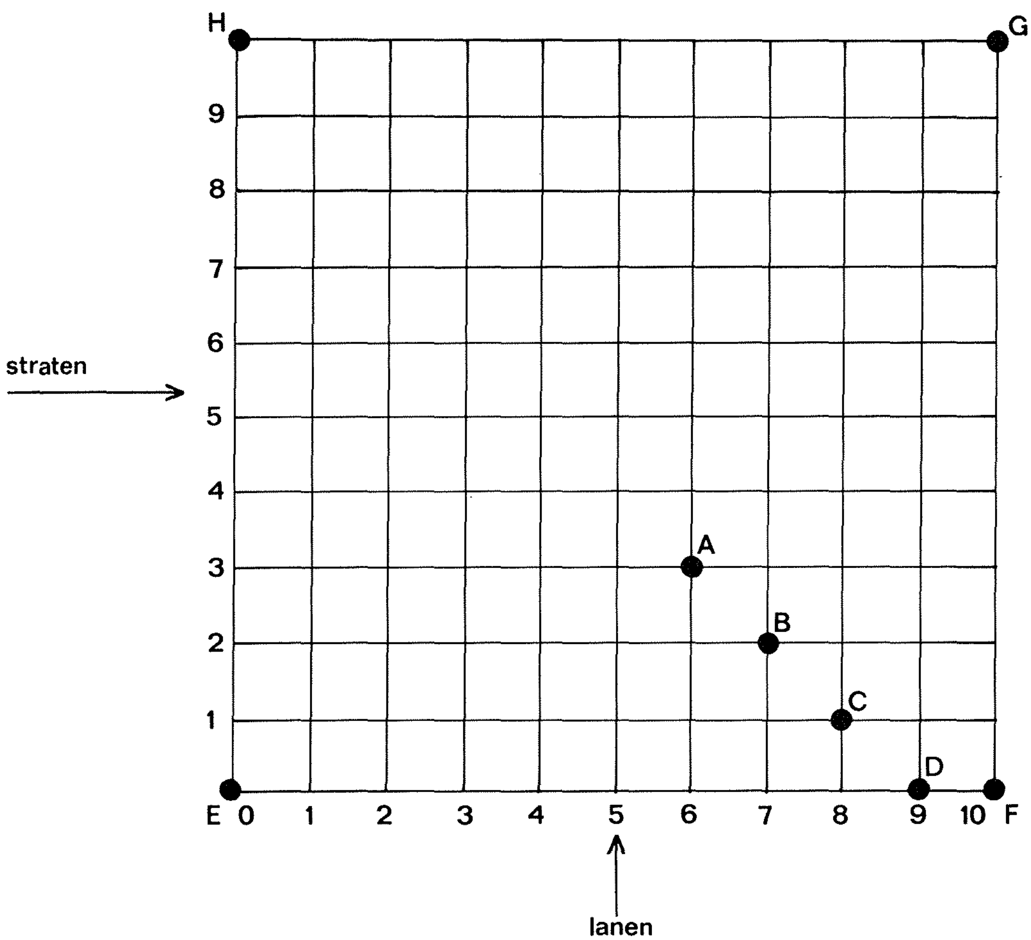
1. AKTIVITEITEN ALS DOELSTELLINGEN.
"Aktiviteiten" duidt erop dat het niet in de eerste plaats gaat om een vergroting van het kennisbezit der leerlingen, maar om een stimulering van de "ontdekkende werkwijze". De aktiviteiten zijn zo geordend dat het later behandelde het voorgaande veronderstelt. De reeks is zodoende de afspiegeling van een leergang.

2. DRIE TOETSEN.
Het bereiken van de aktiviteiten als doelstellingen dient gekontroleerd te worden. De opgaven moeten derhalve een goede afspiegeling zijn van de stof waarvan de kontrole bedoeld is.

Uit de titel is op te maken dat de aanpak in HET STADSPLAN afwijkt van wat we gewend zijn. Eigenlijk is het een heel "vreemde" meetkunde, waarvoor enige kennis van de spelregels nodig is.

SPELREGELS:

- We kunnen ons in het stadsplan alleen langs lanen en door straten bewegen (dus niet "binnendoor").
- We gebruiken bij het bepalen van de afstand – d.w.z. de lengte van de kortste verbinding – de zijde van een roostervierkantje als eenheid.
- De wegen, waarlangs de afstand tussen twee punten kan worden afgelegd, noemen we afstandswegen.
- Een punt T lig *tússen* twee punten S en U als het op één van de afstandswegen SU ligt.



Ons stadsplan bevat lanen (vertikale lijnen), straten (horizontale lijnen) en hoekpunten (snijpunten van lijnen).

Spreken wij in dit praktikum van punten, dan bedoelen we deze *roosterpunten* (hoekpunten); andere punten zijn er niet in het stadsplan!

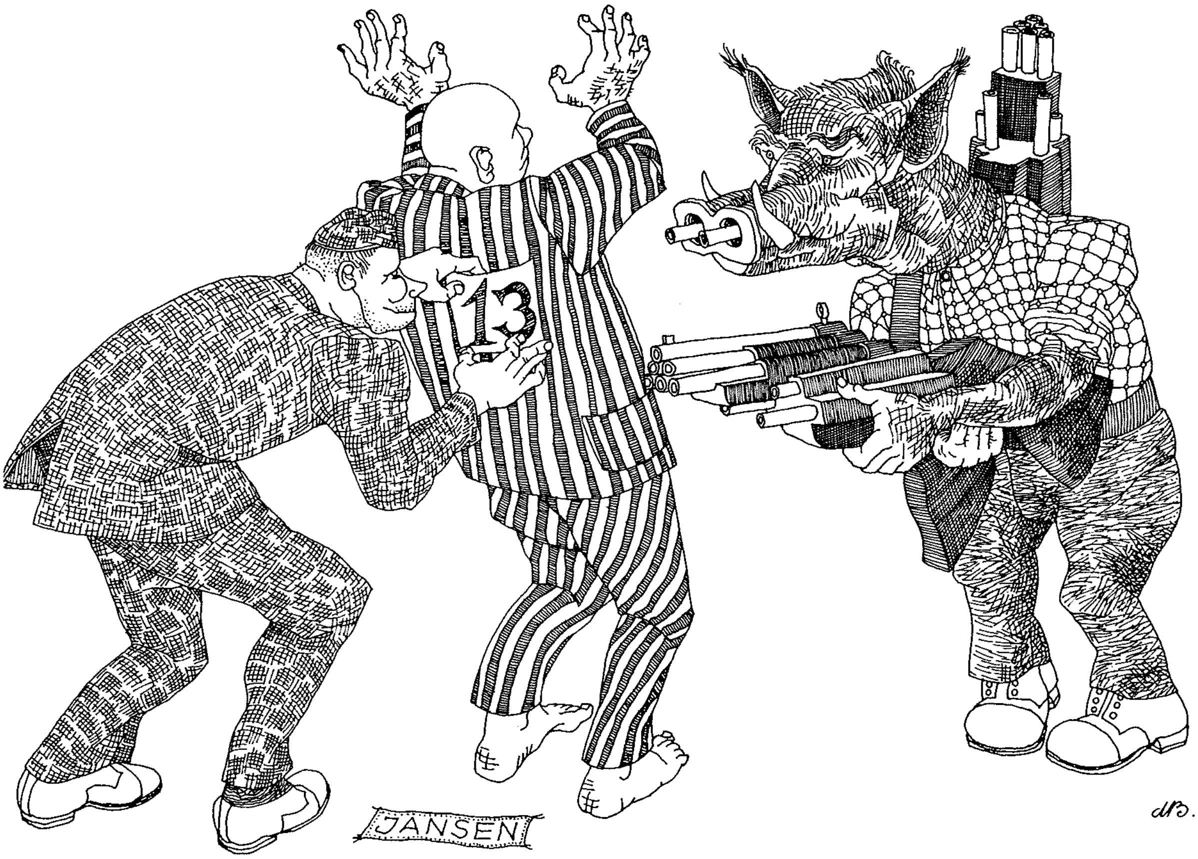
1. AKTIVITEITEN ALS DOELSTELLINGEN

1.1. *Het onderscheiden van lanen en straten*

Een wandeling kan een goede introduktie zijn. Natekenen met verschillende kleuren voor de "lanen" en "straten" op het bord. Ook op het flanelbord kan men "wandelen".

1.2. *Het aangeven van straat nr . . . en laan nr . . .*

Dit kan in het klaslokaal, waarin tafeltjes huizen voorstellen en de gangetjes straten en lanen. Het kan op maquette, flanelbord, zwartbord of eigen tekening.
Aan de notatie, b.v. straat nr. 3, is duidelijk dat de getallen hier als naam worden gebruikt. Dit heeft aanvankelijk de voorkeur.



1.3. *Het aanduiden van een hoekpunt of kruispunt m.b.v. een laangetal en een straatgetal: een geordend getallenpaar*

Men kan hier ook nog met verschillende kleuren werken b.v. de laangetallen geel en de straatgetallen groen, waarbij dan geel steeds het eerst komt: (geelgetal, groengetal). Een opdracht is b.v.: Jan staat op dit kruispunt. (De onderwijzer(es) wijst aan). Wie kan zeggen waar Jan staat?

1.4 *Bij een gegeven getallenpaar het bijbehorend (kruis)punt aanwijzen of aanstrepen.*

Welk punt hoort bij (4,3)?

1.5. *Het aangeven van enkele afstandswegen tussen twee punten*

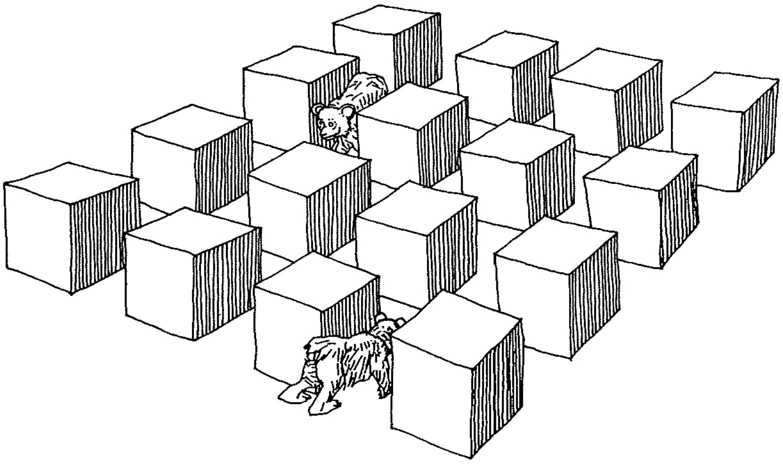
Men kan op het flanelbord de opdracht geven om van het huis op (2,3) langs de kortste weg naar (4,4) te gaan.
Waarom zijn er meerdere kortste wegen? Probeer het kind te verlokken een redenering te geven.

Dit kan met verschuiven of vergelijken van woldraadjes die precies langs de wegen zijn aangebracht.

1.6. *Het bepalen van de afstand tussen twee punten d.m.v. tellen*

1.7. *We variëren de afspraak en staan toe dat er hemelsbreed wordt gewandeld. Wat is de kortste weg, de hemelsbrede (door parken en tuintjes) of de geblokte weg (langs de wegen).*

Tracht ook hier de leerling te verleiden tot een "redenering": een touwtje of draadje is zeer dienstig.
Het ene draadje is in de meeste gevallen duidelijk langer dan het andere.



HOE NAAR (0,0)?
GEBLOKT?
HEMELSBREED?

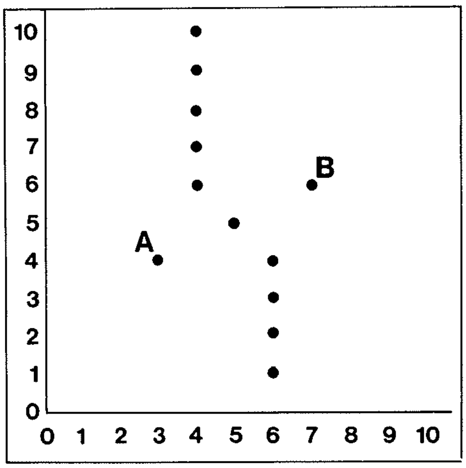
1.8 *Gegeven koördinaten intekenen en in volgorde verbinden volgens een afstandsweg zò, dat het resultaat een leuke of bekende figuur kan worden*

Men kan b.v. een huis met trapgevel dikteren.

1.9. *Het bepalen van enkele punten, die op een gegeven afstand van een gegeven punt liggen*

1.10 *Het bepalen van enkele punten die dezelfde afstand tot twee gegeven punten hebben*

B.v.: Een leerling kiest een punt; een tweede leerling kiest een ander punt; een derde kiest nu een punt dat dezelfde afstand heeft tot de twee vorige punten.



1.11 *Opsommen van enkele punten binnen, op en buiten een bepaalde figuur*

Men kan b.v. de eerste leerling een binnenpunt, de tweede een "op-punt" en de derde een buitenpunt laten opnoemen.

1.12 *De kinderen een manier laten vinden om de afstand van een punt tot (0,0) "zo te zien"*

We kunnen hier drie benaderingen als volgt aangeven:

a. De onderwijzer: "De afstand van (3,5) tot (0,0) is gewoon (3 + 5)". Enz.

b. Op het bord staat: De afstand van (3,5) tot (0,0) is 8
De afstand van (1,2) tot (0,0) is 3
De afstand van (8,7) tot (0,0) is 15
De afstand van (5,2) tot (0,0) is ?

c. De kinderen zelf laten zoeken. Tips geven als:
- Teken een afstandsweg van (0,0) naar (3,5).
- Het vergelijken met een rooster dat als oorsprong (c,d) met c ≠ o ≠ d heeft. De leerling ontdekt misschien het gemak van (0,0).
- Aan welke afstandsweg kun je de afstand het makkelijkst zien? ( )
- Wat heeft (3,5) te maken met ? (5 3)

1.13 *Het bepalen van alle punten, die op een gegeven afstand van een gegeven punt liggen (Vgl.* **1.9***)*

1.14 *Het bepalen van alle punten, die dezelfde afstand hebben tot twee gegeven punten (Vgl.* **1.10***)*

1.15 *Opsommen van alle punten, die binnen, op of buiten een figuur liggen (Vgl.* **1.11***)*

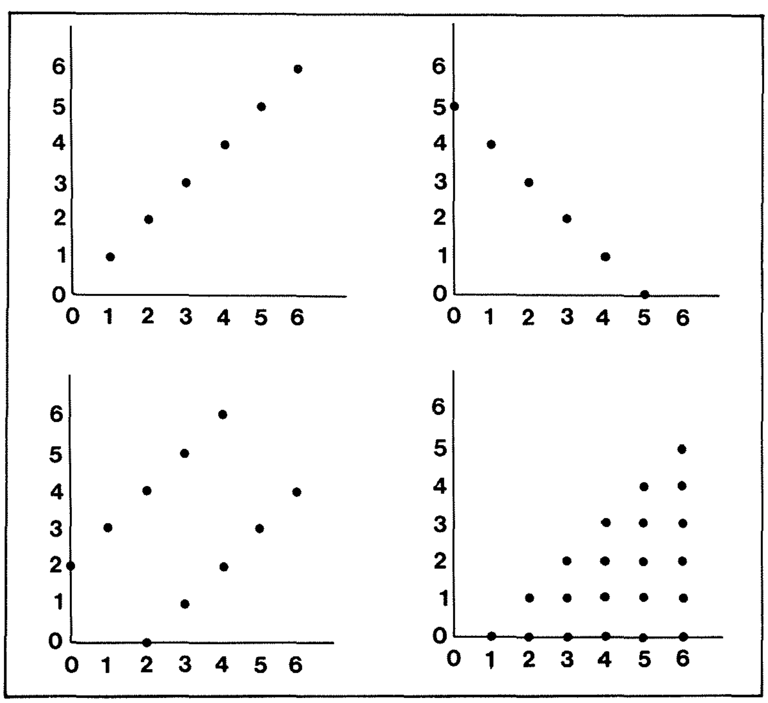
1.16 *Oefenen van de tafels d.m.v. een taxirit*

Neem een afstandsweg tussen A en B of laat een leerling die kiezen. De prijs is 8 cent per stukje. Hoeveel kost de rit?
We gaan van C naar D met de taxi. Over elk stukje doet hij twee minuten. Hoe lang duurt de rit? Enz.

1.17 *Spelletje om vijf kruisjes of vijf nulletjes op een rijtje te krijgen, waarbij de aanduidingen d.m.v. koördinaten gebeuren*

1.18 *Teken alle hoekpunten, waarvan "laangetal" en "straatgetal" gelijk zijn. Alle punten waarvan de kentallen samen vijf zijn. Alle punten waarvan de kentallen 2 verschillen*

Dit door de leerlingen zelf laten uitproberen. Wie vindt ze echt allemaal?



(a,b)
1. $a = b$
2. $a + b = 5$
3. $|a - b| = 2$
4. $b < a$

1.19 *Het vinden van een routekaart*

Het startpunt is (1,3). Loop nu de volgende route. $\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 2 & 4 & 3 & 7 \end{array}$. Teken die route. Wat is het eindpunt? Zal iedereen dezelfde route lopen volgens deze kaart? Wat moeten we doen als we de route precies willen nagaan? Bedenk voor dit geval een soortgelijke aanduidingswijze.

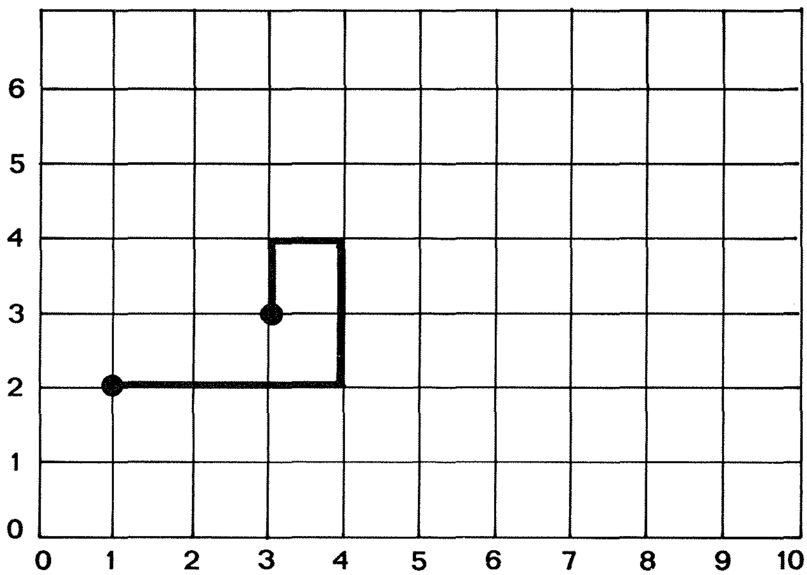
Stel, je loopt eerst vanuit (3.2) $\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 3 & 1 & 1 & 0 \end{array}$ en nu loop je door volgens $\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 4 & 5 & 2 & 1 \end{array}$. Hoe kun je de hele route nu kort opschrijven?

$\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 3 & 1 & 1 & 0 \end{array} + \begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 4 & 5 & 2 & 1 \end{array}$ En als we alleen op het eindpunt letten . . . . .?

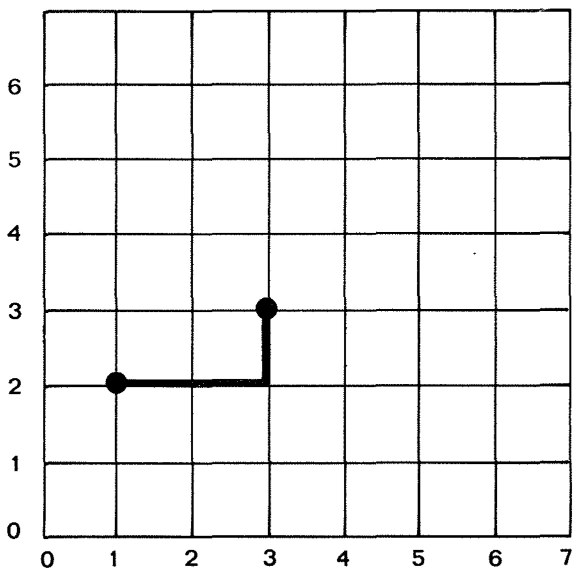
1.20 *Het vereenvoudigen van een routekaart*

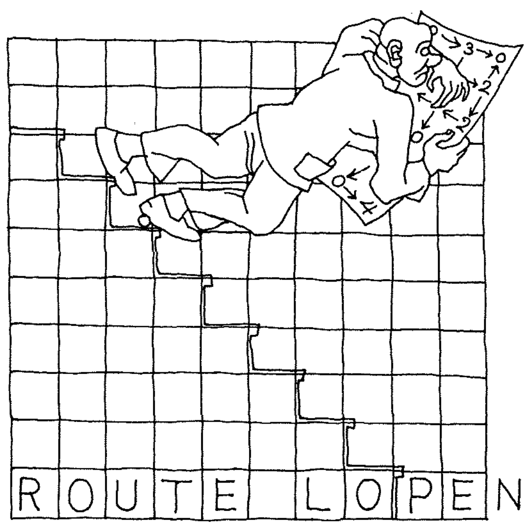
Let erop, dat het niet alleen gaat om een eenvoudiger notatie, maar ook een kortere route (waarbij slechts op begin en eindpunt gelet wordt).

$\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 3 & 2 & 1 & 1 \end{array}$ betekent vanuit (1,2)



Na vereenvoudiging: $\begin{array}{c|c} \rightarrow & \uparrow \\ \hline 2 & 1 \end{array}$





1.21 *Het hanteren van de begrippen 'tussen" en "niet tussen"*

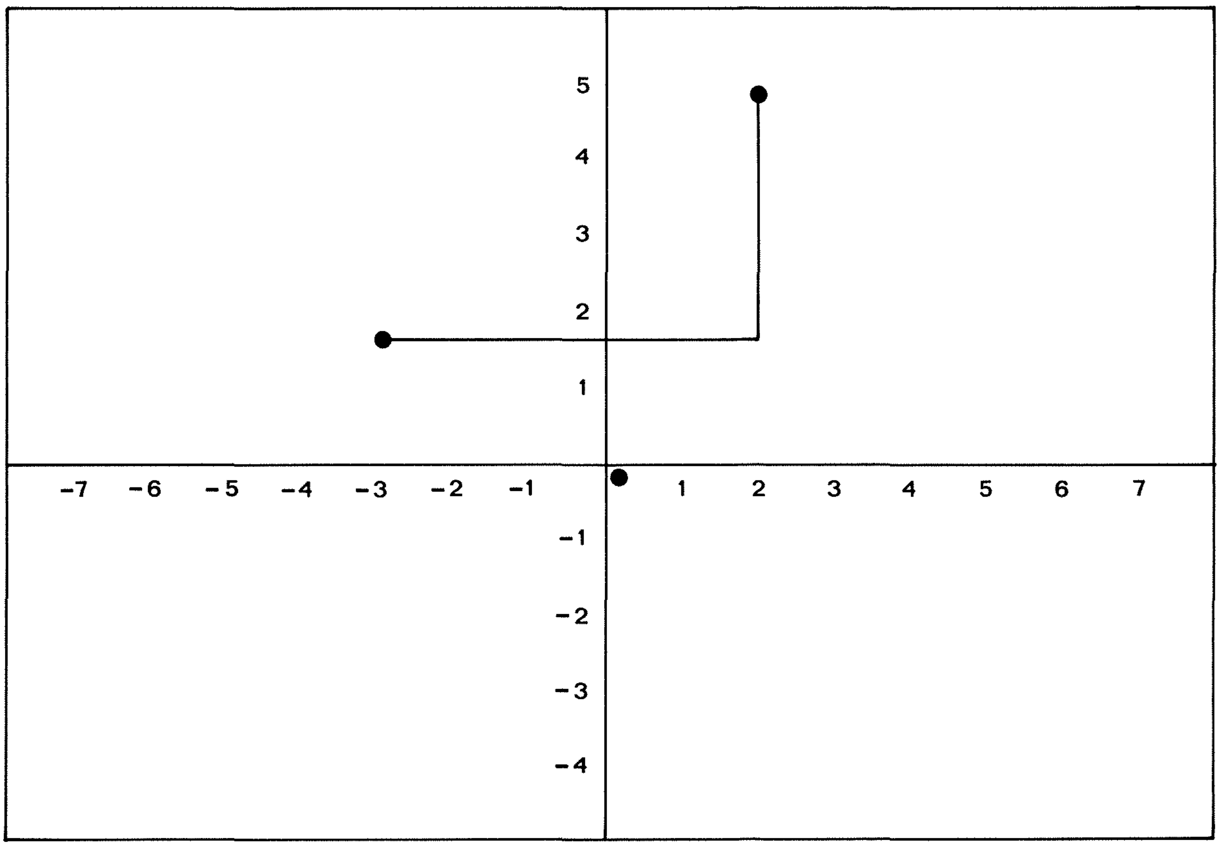
1.22 *Het bepalen van punten tussen "lanen" en "straten". Breuken*

Hier wordt afgeweken van de afspraak op pag. 72 dat slechts roosterpunten als punten worden beschouwd.

1.23 *Introduktie van het assenkruis. Het werken met positieve en negatieve getallen. (De assen worden gevormd door de hoofdstraat en hoofdlaan)*

1.24 *Het beoefenen van alle voorgaande aktiviteiten op het uitgebreide rooster*

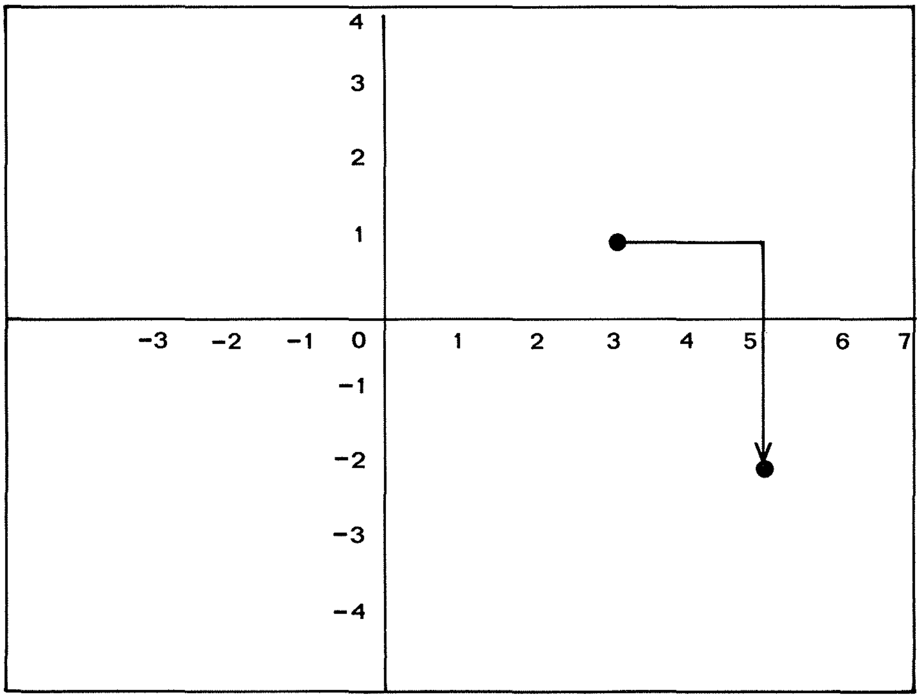
B.v. Wat is de afstand van (-3,2) naar (2,5)?



1.25 *Teken alle punten waarvan het "laangetal" kleiner is dan het "straatgetal". Alle punten waarvan het "laangetal" precies 3 kleiner is dan het "straatgetal". Alle punten waarvan het "laangetal" minstens (of hoogstens) 3 kleiner is dan het "straatgetal"*

1.26 *Routes aanduiden met vektoren*

Hoe kun je de volgende route kort beschrijven?

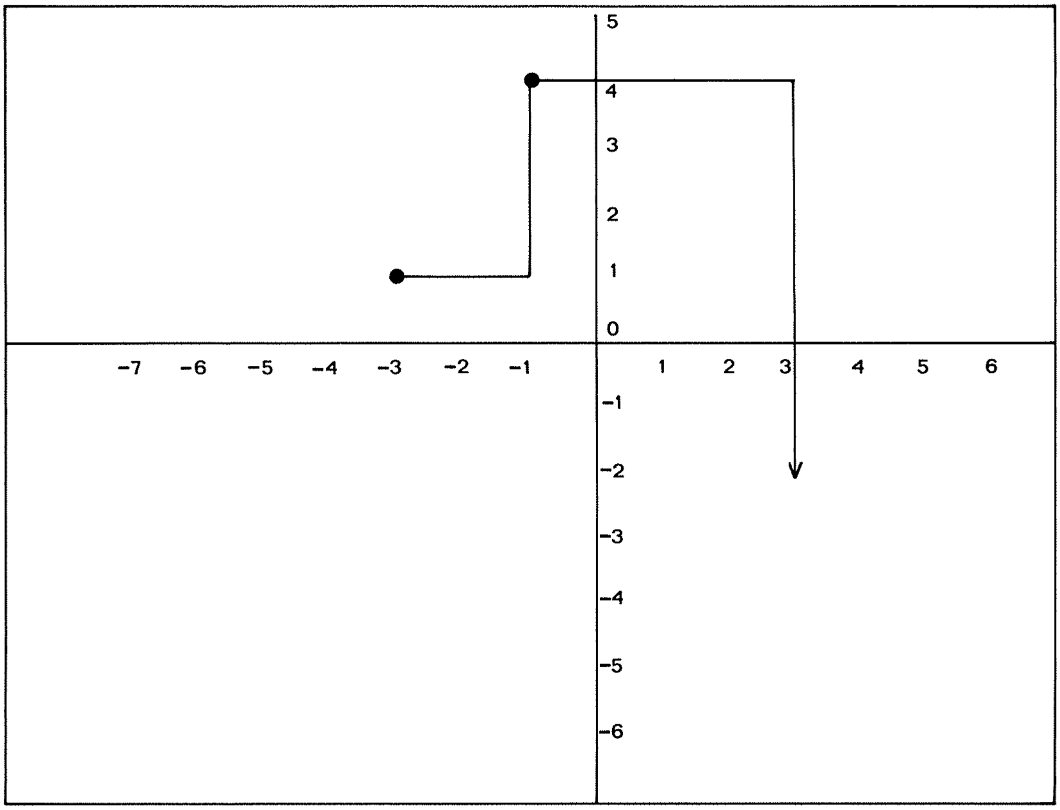


$\left[\begin{array}{lcr} (+2,-3) & \text{of} & \begin{matrix}+2\\-3\end{matrix} \\ \text{vanuit } (3,1) & & \end{array}\right]$

1.27 *Het optellen van vektoren*

1.28 *Het aftrekken van vektoren*

Omschrijf de volgende route, waarbij we even afzien van het beginpunt.

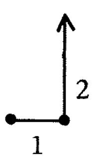


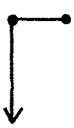
Er komt $\begin{pmatrix}+2\\+3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}+4\\-6\end{pmatrix}$

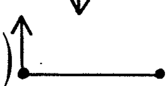
Wie kan door een kleine verandering een andere beschrijving vinden die ook goed is?

Zoek eens uit of $\begin{pmatrix}+2\\+3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-4\\+6\end{pmatrix}$ ook goed is!

Toelichting: Wat betekent " − "? (Ga de tegenovergestelde richting).

Als dan $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$  betekent. dan

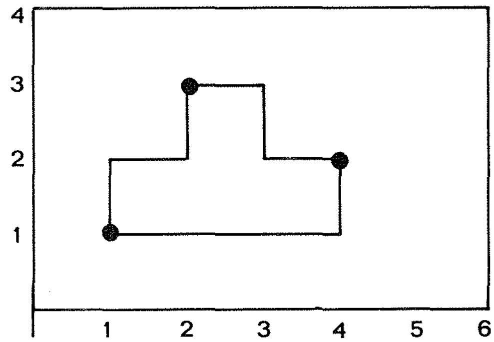
betekent $\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$  en dat is precies $-\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

Als $\begin{pmatrix}-3\\+2\end{pmatrix}$  betekent, dan

betekent $-\begin{pmatrix}-3\\+2\end{pmatrix}$  en dat is precies $\begin{pmatrix}+3\\-2\end{pmatrix}$

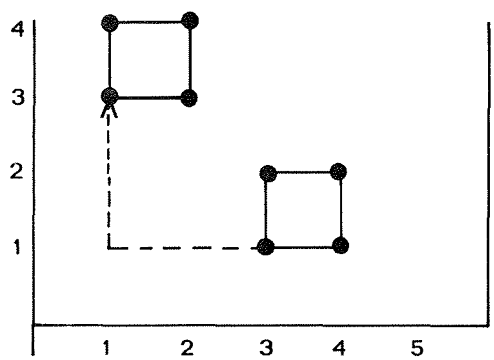
1.29 *Meetkunde bedrijven op het rooster*

Twee punten zijn gegeven. Teken een derde punt, zodat we een gelijkbenige roosterdriehoek krijgen.



Het lukt niet steeds! Waarom?

1.30 *Verschuiven van een getekende figuur over de vektor* $\begin{pmatrix} -2 \\ +2 \end{pmatrix}$



1.31 *Aanduiden van een verplaatsing in omgekeerde richting*

– $\begin{pmatrix} -2 \\ +2 \end{pmatrix}$ of $\begin{pmatrix} +2 \\ -3 \end{pmatrix}$ als omgekeerde van $\begin{pmatrix} -2 \\ +3 \end{pmatrix}$

1.32 *Spiegelen van een gegeven figuur*

OPMERK ING: Geschikte doelstellingen voor

klas 1 en 2: tot ± 1.15
klas 3 en 4: tot ± 1.23
klas 5 en 6: tot ± 1.32

2. TOETSEN

2.1. *TOETS 1*

Dit is een taak voor klas 2. Iedere leerling heeft een rooster.

1. Teken met verschillende kleuren de afstandswegen tussen (*2,4*) en (*4,6*)
2. Schrijf de afstand van (*2,4*) tot (*4,6*) op:. . . . .
3. Maak de volgende opgaven zonder het rooster te gebruiken
   De afstand van (*2,3*) tot (*0,0*) is . . . . .
   De afstand van (*7,5*) tot (*0,0*) is . . . . .
   De afstand van (*1,6*) tot (*0,0*) is . . . . .
   De afstand van (*0,4*) tot (*0,0*) is . . . . .
   De afstand van (*9,8*) tot (*0,0*) is . . . . .

2.2 *TOETS 2*

(Dit is een toets voor klas 4. Iedere leerling heeft een rooster).

1. Geef alle punten die op een afstand van 4 van (*6,5*) liggen, aan door een kruisje.
2. Geef alle punten die op een afstand van 1 van (*8,4*) liggen, aan door een rondje.
3. Noem de punten die zowel op een afstand van 4 van (*6,5*) liggen als een afstand van 1 van (*8,4*): . . . .
4. Noteer de punten waarvan het "laangetal" precies 2 groter is dan het "straatgetal": . . . .
5. Je hebt de punten (*0,2*), (*2,3*, (*4,4*), (*6,5*), (*8,6*), (*10,7*). Bedenk eens een regel, een afspraak die opgaat voor deze rij: . . . .
6. We starten in (*6,5*) en lopen de volgende route: $\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 1 & 3 & 4 & 6 \end{array}$. Wat is het eindpunt? . . . .
7. Geef een eenvoudige route aan van (*6,5*) naar dit eindpunt. . . . .
8. Hoe lang is de eerste route?
9. Hoe lang is de eenvoudige route?
10. Wat is de afstand van (*6,5*) tot het eindpunt? . . . .

2.3. *TOETS 3*

(Dit is een toets voor klas 6. Iedere leerling heeft twee 10 x 10-roosters met vier kwadranten).

Maak 1 t/m 4 op één rooster; 5, 8 en 10 op een ander.

1. Noteer alle punten met een afstand van 5 tot (*1,1*)
   . . . .
2. Zet een flinke stip bij de punten waarvan de kentallen precies 6 verschillen.
3. Zet een flinke stip bij (*–5,+3*) en (*–1,+5*). Zet ook een flinke stip bij alle punten die tot (*–5,+3*) dezelfde afstand hebben als tot (*–1,+5*).
4. Kruis alle punten aan waarvan de kentallen samen 14 zijn.
5. Kruis alle punten aan waarvan het eerste kental 2 of meer kleiner is dan het tweede.
6. Hieronder staat de sleutel van een kode, een geheimschrift.

Ontcijfer nu het volgende bericht:

(*5,4*)	(*5,2*)	(*2,3*)	(*2,3*)	(*4,4*)	(*5,5*)
j	u	l	l	i	e

(*3,4*)	(*5,5*)	(*2,5*)	(*2,5*)	(*5,5,*)	(*4,3*)
h	e	b	b	e	n

(*3,4*)	(*1,5*)	(*2,2*)	(*4,5*)
h	a	r	d

(*2,4*)	(*5,5*)	(*2,1*)	(*5,5*)	(*2,2*)	(*1,3*)	(*4,2*)
g	e	w	e	r	k	t

7. Maak zelf een zinnetje van ten hoogste vier woorden in een andere kode.
8. Teken de volgende route, waarbij je start in (+5,–2):

$$\begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 3 & 8 & 12 & 5 \end{array} + \begin{array}{c|c|c|c} \rightarrow & \uparrow & \leftarrow & \downarrow \\ \hline 2 & 2 & 6 & 10 \end{array}.$$

9. Noteer het eindpunt:
10. Teken de trek van (5,–2) naar het eindpunt van 9.
11. Noteer deze trek: