

Vrijdagavondquiz NWD 2014

Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade

vrijdag 31 januari 2014



Presentatie:

Marjolein Kool
Quintijn Puite

Jury:

Birgit van Dalen
Melanie Steentjes

Samenstelling:

Birgit van Dalen
Quintijn Puite



Voorronde



Spelregels

- Elke vraag is meerkeuze: A of B
- Elke vraag 20 seconden de tijd
- Bordje opsteken zodra de tijd om is
- Wie het fout heeft, legt stembordje onder stoel
- Wie het goed heeft, gaat door
- Ongeveer 8 finalisten



Vraag 0

Even inkomen



Vraag 0 – Even inkomen

De hoeveelste NWD is dit?

A

de 19e

B

de 20e



Uitwerking vraag 0

- Het is de 20e NWD!

Conclusie: B



Vraag 1

Uitbreiden



Vraag 1 – Uitbreiden

Een bepaalde tabel wordt 25% groter als je hem uitbreidt met een kolom, en 10% groter als je hem juist uitbreidt met een rij. Hoeveel groter wordt de oorspronkelijke tabel als je hem uitbreidt met zowel een rij als een kolom?

A

32,5%

B

37,5%



Uitwerking vraag 1

- De tabel wordt 25% groter als je hem uitbreidt met een kolom, dus hij heeft 4 kolommen.
- En 10% groter als je hem uitbreidt met een rij, dus hij heeft 10 rijen.
- Het aantal hokjes was eerst $4 \times 10 = 40$ en is daarna $5 \times 11 = 55$.
- Dus de tabel wordt $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ groter.
- Dat is 37,5% groter.
- Of in het kort: $1,25 \times 1,10 = 1,375$.

Conclusie: B



Vraag 2

Kilometerstand



Vraag 2 – Kilometerstand

Els noteert elke avond de kilometerstand van haar auto, zonder cijfers achter de komma. Op maandagavond is de stand 40 km hoger dan op zondagavond, en op dinsdagavond is hij weer 41 km hoger dan op maandagavond. Heeft Els op dinsdag noodzakelijk een grotere afstand gereden dan op maandag?

A

Ja

B

Dat hoeft niet.



Uitwerking vraag 2

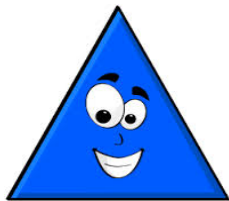
- De stand mét decimalen kan bijvoorbeeld op zondagavond 1000,0 zijn, op maandagavond 1040,9 en op dinsdag 1081,0.
- Dan heeft ze op maandag 40,9 km gereden en op dinsdag 40,1 km, dus minder.

Conclusie: B



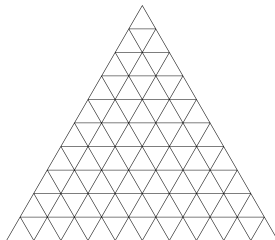
Vraag 3

Gelijkzijdige driehoek



Vraag 3 – Gelijkzijdige driehoek

In een gelijkzijdige driehoek trekken we 9 evenwijdige lijnen aan elke zijde, op gelijke afstand van elkaar. In hoeveel kleine gelijkzijdige driehoekjes is de figuur nu verdeeld?



A

90

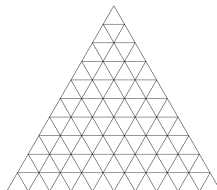
B

100



Uitwerking vraag 3

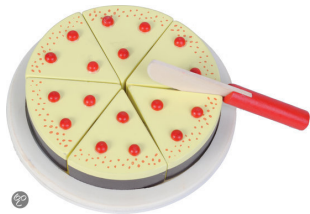
- De grote driehoek heeft zijden die 10 keer zo groot zijn als die van de kleine driehoekjes.
- Dus de oppervlakte is $10^2 = 100$ keer zo groot en bestaat dus uit 100 kleine driehoekjes.
- Alternatief: in de eerste rij zit 1 driehoekje, in de tweede rij 3, in de derde rij 5, enzovoorts. In de laatste rij zitten 19 driehoekjes.
- Dus totaal $1 + 3 + 5 + \dots + 19 = 10^2 = 100$.



Conclusie: B

Vraag 4

Deelbaarheid



Vraag 4 – Deelbaarheid

Is 1888887 deelbaar door 17?

A

Ja

B

Nee



Uitwerking vraag 4

- Bekijk de volgende optelling:

$$\begin{array}{r}
 1 \ 7 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 1 \ 7 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 1 \ 7 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 1 \ 7 \ 0 \ 0 \\
 1 \ 7 \ 0 \\
 1 \ 7 \quad + \\
 \hline
 1 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 7
 \end{array}$$

- Dus het is deelbaar door 17.

Conclusie: A



Vraag 5

Breuken



Vraag 5 – Breuken

Als voor vier positieve getallen a , b , c en d geldt dat

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b},$$

welke van de volgende twee beweringen moet dan noodzakelijk gelden?

A

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$$

B

$$c = d$$



Uitwerking vraag 5

- Voorbeeld: $\frac{1+10}{2+20} = \frac{1}{2}$, maar er geldt niet $10 = 20$. Dus $c = d$ hoeft niet te gelden.
- Kruislings vermenigvuldigen geeft $(a + c)b = (b + d)a$, dus $ab + bc = ab + ad$.
- Dus $bc = ad$, oftewel $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$.

Conclusie: A



Vraag 6

Foutje



Vraag 6 – Foutje

Bij een dictee is door de nakijkers een foutje gemaakt. De deelnemer die aanvankelijk op de 25e plaats was geëindigd, blijkt toch wat minder fouten te hebben en daarmee op plaats 12 te komen. (Ga ervanuit dat er nergens twee mensen hetzelfde aantal fouten hebben.) Hoeveel andere deelnemers gaan er door deze wijziging een plekje op achteruit?

A

12

B

13



Uitwerking vraag 6

- De nummer 12 wordt nummer 13, enzovoorts, tot en met de nummer 24 die nummer 25 wordt.
- Dus 12 t/m 24 veranderen van plek.
- Dat zijn 13 mensen.

Conclusie: B



Vraag 7

Boerenland



Vraag 7 – Boerenland

Een boer heeft 30 hectare land, in twee stukken verdeeld door een sloot. Van al het land ligt 30% braak. Aan de linkerkant van de sloot ligt 20% van het land braak, aan de rechterkant van de sloot 35%. Hoeveel hectare beslaat het land aan de rechterkant van de sloot?

A

18

B

20



Uitwerking vraag 7

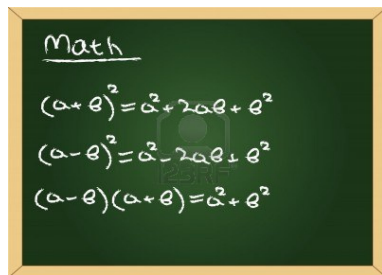
- Vergelijk het met een cijfer 6 en een cijfer 9 dat twee keer zo zwaar telt. Het gemiddelde is dan 8, wat op tweederde tussen 6 en 9 ligt.
- Het overall gemiddelde van 30% ligt hier ook op tweederde tussen 20% (links) en 35% (rechts).
- De rechterkant telt dus twee keer zo zwaar, wat betekent dat er twee keer zoveel land aan de rechterkant ligt als aan de linkerkant.
- Totaal 30 hectare, dus 10 hectare links en 20 hectare rechts.

Conclusie: B



Vraag 8

Merkwaardig product



(Zoek de fout.)



Vraag 8 – Merkwaardig product

Bereken de uitkomst van

$$\left(1 - \frac{2}{k+1}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{k-1}\right)$$

A

$$1 - \frac{4}{k^2 - 1}$$

B

1



Uitwerking vraag 8

$$\begin{aligned} & \bullet \left(1 - \frac{2}{k+1}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{k-1}\right) \\ &= \left(\frac{k+1}{k+1} - \frac{2}{k+1}\right) \cdot \left(\frac{k-1}{k-1} + \frac{2}{k-1}\right) \\ &= \left(\frac{k-1}{k+1}\right) \cdot \left(\frac{k+1}{k-1}\right) = 1. \end{aligned}$$

Conclusie: B



Finale



Spelregels

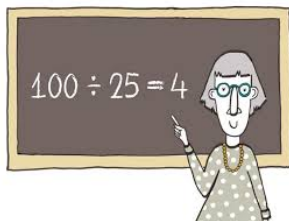
- Zeskeuzevragen
- Antwoord weergegeven met dobbelsteen
- Aantal punten variabel per vraag
- Totaal 95 punten



Vraag 1

Delen

- 18 punten



Vraag 1 – Delen

Het getal $10!$ is gelijk aan 3628800. Door welke van de getallen 63, 64 en 65 is $10!$ deelbaar?



63



64



65



63 en 64



63 en 65



64 en 65



Uitwerking vraag 1

- $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$.
- Dus zeker deelbaar door $9 \cdot 7 = 63$ en door $8 \cdot 4 \cdot 2 = 64$.
- Maar niet door 65, want dan zou het deelbaar door 13 (priemgetal) moeten zijn.

Conclusie:  63 en 64



Vraag 2

Windmolen

- 15 punten



Vraag 2 – Windmolen

Als de uiteinden van een windmolen te snel gaan, kan er geluidsoverlast ontstaan. De snelheid van de uiteinden van de wieken mag daarom niet groter worden dan 315 m/s . De windmolen maakt 2 omwentelingen per seconde. Hoe lang mogen de wieken maximaal zijn, afgerond op hele meters?



10



13



15



20



25



50



Uitwerking vraag 2

- Als een wiel r meter lang is, legt het uiteinde een weg af van $2\pi r$ meter per omwenteling.
- Per seconde is dat $4\pi r$ meter.
- Uit $4\pi r = 315$ volgt ongeveer $4r = 100$, dus $r = 25$ meter.

Conclusie:



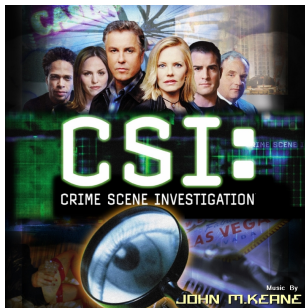
25



Vraag 3

Moord

- 25 punten



Vraag 3 – Moord

Er is een moord gepleegd. Birgit zegt dat Melanie het heeft gedaan. Melanie zegt dat Quintijn het niet heeft gedaan. Quintijn zegt dat Birgit of Melanie het heeft gedaan. Precies één van de drie liegt. Wie kunnen de moord hebben gepleegd?



Birgit



Melanie en Quintijn



Melanie



Birgit en Melanie



Quintijn



Birgit en Quintijn



Uitwerking vraag 3

- Melanie en Quintijn zeggen eigenlijk hetzelfde: dat Birgit of Melanie het heeft gedaan.
- Dus Melanie en Quintijn kunnen niet liegen, omdat er maar één leugenaar is.
- Dus Melanie en Quintijn spreken de waarheid en Birgit liegt.
- Dus Birgit of Melanie heeft het gedaan (volgens Melanie en Quintijn), maar Melanie heeft het niet gedaan (omdat Birgit liegt).
- Dus Birgit heeft het gedaan.

Conclusie:



Birgit



Vraag 4

Bestek

- 16 punten



Vraag 4 – Bestek

Sietske heeft vier identieke messen, vier identieke vorken en vier identieke lepels, die ze wil verdelen over het linkerlaasje en het rechterlaasje in de keuken. Beide laasjes zijn groot genoeg om al het bestek te bevatten. Op hoeveel manieren kan ze het bestek verdelen?



12



24



64



120



125



4096



Uitwerking vraag 4

- De vier messen kunnen verdeeld worden als 4-0, 3-1, 2-2, 1-3 of 0-4, dus op vijf manieren.
- Hetzelfde geldt voor de vorken en voor de lepels.
- Dus totaal $5^3 = 125$ manieren.

Conclusie:  125



Vraag 5

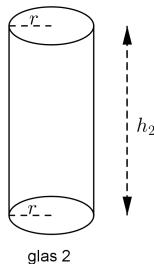
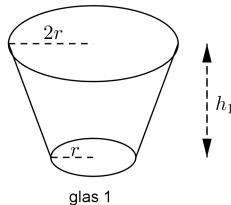
Glazen

- 21 punten
- Let op: twee keer zoveel tijd



Vraag 5 – Glazen

De twee frisdrankglazen hiernaast hebben dezelfde inhoud. Glas 1 heeft de vorm van een afgeknotte kegel. Glas 2 heeft de vorm van een cilinder. Wat is het verband tussen h_1 en h_2 ?



$$h_2 = \frac{4}{3} h_1$$



$$h_2 = 2h_1$$



$$h_2 = \frac{5}{3} h_1$$



$$h_2 = \frac{9}{4} h_1$$



$$h_2 = \frac{7}{4} h_1$$

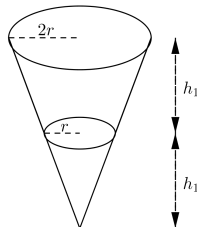


$$h_2 = \frac{7}{3} h_1$$



Uitwerking vraag 5

- We maken het afgeknotte glas af tot een kegel. Het kleine kegeltje onderin heeft $\frac{1}{3}$ van de inhoud van een cilinder met hoogte h_1 en straal r . De grote kegel is 8 keer zo groot, dus het afgeknotte deel 7 keer zo groot.



Dus het afgeknotte glas heeft als inhoud $\frac{7}{3}$ van een cilinder met hoogte h_1 en straal r .

- Glas 2 moet dus $\frac{7}{3}$ keer zo hoog zijn als een cilinder met hoogte h_1 .
- Dus $h_2 = \frac{7}{3} h_1$.

Conclusie:  $h_2 = \frac{7}{3} h_1$



Einde

