

**Werkgroep 33**

# **Elektriciteit: een empirische benadering**

**Bertho Driever (PUCofScience Radboud Universiteit Nijmegen)**

## 1. Elektrische stromen

Elektrische cellen en batterijen zijn vertrouwde alledaagse dingen. Graaf Alessandro Volta was de eerste die een elektrische “cel” heeft gemaakt door een vochtige doek tussen een koperen en een zinken plaat te leggen. Strikt genomen is een batterij een serie cellen maar het woord “batterij” wordt doorgaans gebruikt voor elektrische cel.

Als de uiteinden van een cel door een metalen draad worden verbonden dan kunnen de volgende drie effecten worden waargenomen:

- **Warmte ontwikkeling (experiment)** De draad die de uiteinden van de cel verbindt wordt warm en dit effect blijft zolang de verbinding in stand wordt gehouden. Hoe “sterker” de cel, des te meer warmte wordt er ontwikkeld. Het effect wordt groter als de draad dunner is, in dat geval kan de draad zelfs gaan gloeien. Dit is het principe van de gloeilamp. Ook de cel zelf wordt een beetje warm.
- **Krachtwerking (experiment)** Als twee zulke draden dicht bij elkaar worden gebracht dan gaan de draden bewegen, wat betekent dat de draden een kracht op elkaar uitoefenen. De kracht kan afstotend of aantrekkend zijn.
- **Magnetisch effect (experiment)** Als een kompas dichtbij de draad wordt gebracht dan zal dit kompas gaan draaien. Hieruit blijkt dat er een magnetisch veld is in de omgeving van de draad. De richting die het kompas aanwijst noemen we de richting van het magnetisch veld.

### Model van elektrische stroom

De effecten treden alleen op als er een elektrische kring (circuit) is. Dit suggereert een model om deze verschijnselen te verklaren, namelijk het model van een *elektrische stroom*. In dit model worden de draden die de aansluitpunten verbinden gezien als een soort buis waardoor een stroom vloeit. Op dit moment is het nuttig om de elektrische stroom voor te stellen als een “vloeistof” die door een “buis” stroomt en die wordt aangedreven door een “pomp” (de batterij). Het bestaan en de aard van zo’n vloeistof is op dit moment niet van belang; een bevredigende verklaring van de meeste elektrische verschijnselen kan gegeven worden op basis van dit simpele model. Later zal nader bekeken worden wat datgene is dat stroomt.

De metalen draad, of ieder ander materiaal waardoor een stroom kan vloeien, wordt een **geleider** genoemd. In simpele gesloten kringen vereist het model dat de stroom hetzelfde is op alle plekken in de kring, met andere woorden dat er geen lek in het systeem zit. Dus een eigenschap van geleiders is dat de stroom beperkt blijft tot de ruimte binnen de geleider.

### Afspraak voor de richting van de stroom

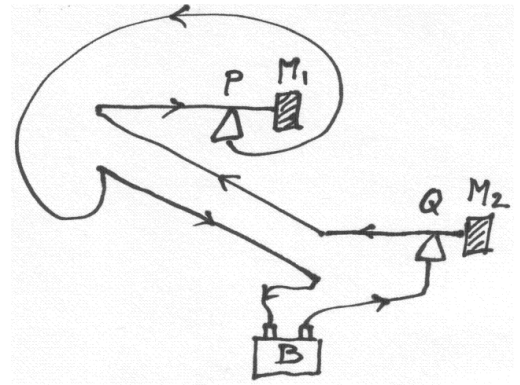
In het model is het niet duidelijk in welke richting de stroom zou moeten gaan. Die keus is willekeurig en dus wordt, bij internationale afspraak, de richting van de stroom gekoppeld aan de richting van het magnetisch veld dat door de stroom wordt opgewekt. Deze afspraak is als volgt:

*Als de draad wordt vastgepakt door de rechterhand op zo’n manier dat de vingers in de richting van het magnetisch veld wijzen, dan wijst de duim in de richting van de stroom.*

## 2. Kracht tussen stromen

Met behulp van een stroombalans kunnen we de kracht tussen twee stroomdraden meten. Zie de tekening hiernaast.

De onderste draad is vastgemaakt en de bovenste kan draaien op de punten P en Q. De twee draden zullen elkaar afstoten en de kracht kan gemeten worden door de gewichtjes M1 en M2 naar voren te verplaatsen. Dit experiment kan gedaan worden met verschillende afstanden tussen de twee draden en met verschillende stromen. De stroom wordt gemeten met een stroommeter.



De kracht blijkt dan evenredig te zijn met de stroom en omgekeerd evenredig met de afstand tussen de twee draden. De evenredigheidsconstante wordt zodanig gekozen dat bij een stroom van 1 Ampère en een afstand van 1 meter de kracht gelijk is aan  $2 \cdot 10^{-7}$  N. Dit is de definitie van de Ampère. De Ampère is een basisgrootte die dus niet van andere bekende grootheden kan worden afgeleid, maar die door deze constante is vastgelegd.

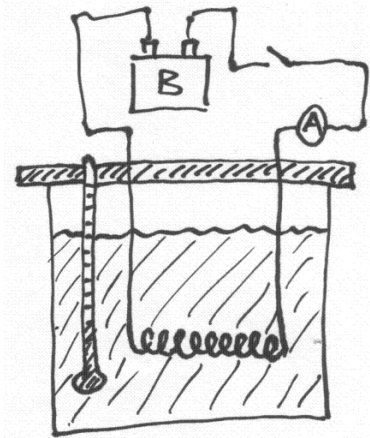
Bij de stroombalans is de stroom in de twee draden gelijk. Als de stroom in twee draden niet gelijk is dan geldt:

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot I_2 / r$$
 waarin  $I_1$  en  $I_2$  de stromen zijn,  $r$  de afstand tussen de draden en  $F$  de kracht.

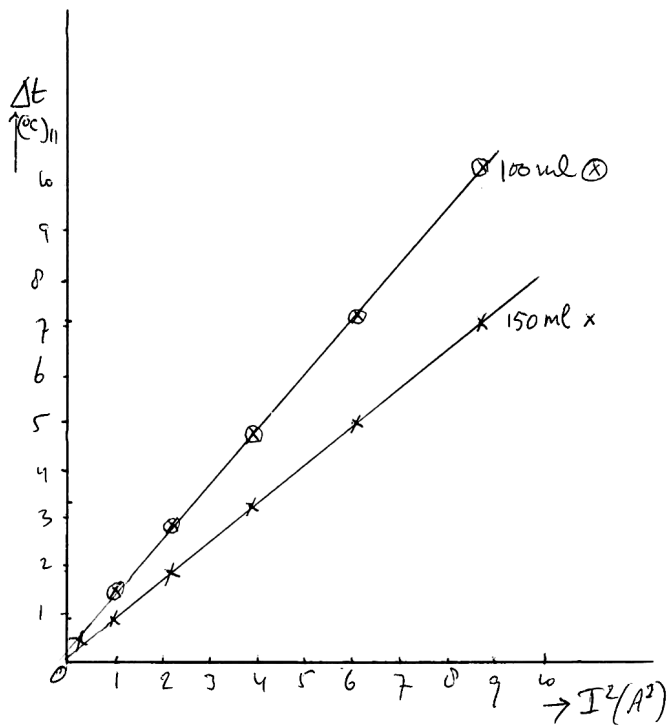
## 3. Warmteontwikkeling

Met een calorimeter kunnen we de warmteontwikkeling door een stroomdraad onderzoeken. Zie tekening.

Het onderste gedeelte van de draad is als een spoel gewikkeld en bevindt zich in water. Met een thermometer meten we de temperatuurstijging die het water krijgt gedurende een bepaalde tijd, bijvoorbeeld één minuut. Als we de stroom variëren (door de sterkte van de batterij te vergroten of te verkleinen) kunnen we telkens de temperatuurstijging meten die het water na één minuut krijgt. De temperatuurstijging is een maat voor de hoeveelheid warmte (warmte energie in Joules) die het water opneemt en die is gelijk aan de hoeveelheid energie die de stroomspoel produceert, en, als we delen door de tijd, het vermogen dat de stroomspoel levert. We verwachten namelijk dat de temperatuurstijging evenredig is met de opwarmtijd. Voorwaarde is wel dat er geen warmteverliezen naar de omgeving zijn. Die kunnen we zo klein mogelijk maken door de calorimeter goed te isoleren en de opwarmtijd kort te houden.



Het blijkt dat het vermogen dat de draad levert evenredig is met het kwadraat van de stroomsterkte.



steilheid 100 ml : 1,2 °C/A<sup>2</sup>  
 steilheid 150 ml : 0,80 °C/A<sup>2</sup>

In formule:

$$P / I^2 = \text{constant}$$

Deze constante wordt de *weerstand* (R) van de draad genoemd. De eenheid van weerstand is dus W/A<sup>2</sup>, dit wordt de Ohm (Ω) genoemd. Weerstand is dus als het ware het vermogen van een draad om warmte te ontwikkelen.

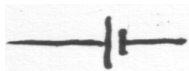
Materialen waarvoor bovenstaande formule geldt worden ohmse weerstanden genoemd. Het blijkt dat de meeste metalen ohmse weerstanden zijn, mits de temperatuur niet te hoog oploopt.

Als we bovenstaand experiment uitvoeren dan blijkt dat de batterij ook warm wordt. Dat betekent dat de batterij zelf ook een weerstand heeft, dit noemen we de *inwendige weerstand* van de batterij.

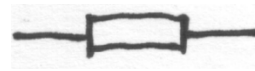
### Symbolen

De volgende symbolen worden gebruikt:

Batterij



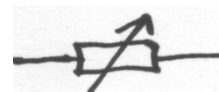
Weerstand



Stroommeter

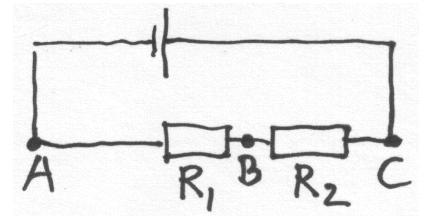


Variabele weerstand



## Weerstanden in serie

In de tekening hiernaast zijn twee weerstanden achter elkaar geplaatst, we noemen dat *in serie*.



De vraag is nu: welke weerstand kunnen we in plaats van  $R_1$  en  $R_2$  aansluiten op de batterij om dezelfde warmteontwikkeling te krijgen?

Het totale vermogen dat in de kring wordt geleverd is  $P_{AB} + P_{BC} = R_1 \cdot I^2 + R_2 \cdot I^2 = (R_1 + R_2) \cdot I^2$  dus als we een weerstand  $R_v = R_1 + R_2$  nemen dan wordt er door  $R_v$  dezelfde warmte ontwikkeld.

$R_v$  noemen we de vervangingsweerstand van de twee weerstanden  $R_1$  en  $R_2$ . Dit kunnen we uitbreiden naar meer dan twee weerstanden, en de vervangingsweerstand van een aantal weerstanden in serie is dus de som van alle weerstanden.

### 4. Sterkte van een batterij: spanning

We houden nu de sterkte van de batterij constant en gaan weer de stroomsterkte variëren, maar nu door de lengte van de weerstandsdraad groter of kleiner te maken. De weerstand  $R$  wordt dan groter of kleiner. We onderzoeken nu de totale warmte die in de kring wordt ontwikkeld. Het blijkt dan dat het door de batterij geleverde vermogen evenredig is met de stroomsterkte.

In formule:  $P_{\text{kring}} = \text{constante} \cdot I$

Deze constante is een maat voor de sterkte van de batterij wordt de *spanning* van de batterij genoemd.

In formule:  $U = P_{\text{kring}} / I$

De eenheid van  $U$  is  $W/A$  en wordt de Volt (V) genoemd.

We kunnen spanning vergelijken met het drukverschil dat nodig is om water door een buis te laten stromen.

### 5. De weerstand van een kring

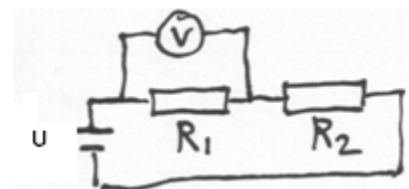
Uit de definitie van weerstand wordt de weerstand van een kring gegeven door  $R_{\text{kring}} = P_{\text{kring}} / I^2$

Aangezien ook  $P_{\text{kring}} = U \cdot I$  volgt  $R_{\text{kring}} = U \cdot I / I^2 = U / I$  en dus  $I = U / R_{\text{kring}}$

Deze laatste formule staat bekend als de wet van Ohm. Deze wet voorspelt dus welke stroom er gaat lopen bij een gegeven sterkte van de batterij door een draad met weerstand  $R$ .

Als de weerstand van een draad constant is (een ohmse weerstand) dan is de spanning over de draad evenredig met de stroomsterkte.

In een kring kunnen we twee weerstanden in serie schakelen zoals in bijgaande figuur.



De spanning over  $R_1$  is  $R_1 \cdot I = R_1 \cdot U / (R_1 + R_2) = U \cdot R_1 / (R_1 + R_2)$  en de spanning over  $R_2$  is  $U \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$  en de totale spanning  $U$  wordt dus verdeeld over  $R_1$  en  $R_2$ . Zo'n schakeling noemen we een spanningsdeler. Door  $R_1$  of  $R_2$  te veranderen kunnen we iedere gewenste spanning krijgen tussen 0 en  $U$ . De spanning over een weerstand kunnen we meten met een voltmeter.

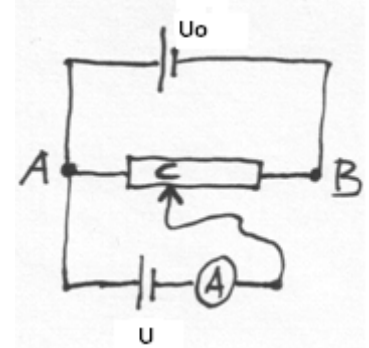
Als we een aantal batterijen in serie, dus achter elkaar plaatsen dan is de totale spanning de som van de spanningen van de batterijen.

### Bronspanning en de potentiometer

De inwendige weerstand  $R_i$  van een batterij beperkt de stroom die de batterij kan leveren. Als we de batterij kortsluiten, dus de polen verbinden door een draad met weerstand = 0, dan is de stroom die de batterij levert  $I = U/R_i$ . Dit wordt de *kortsluitstroom* van de batterij genoemd. De stroom die de batterij levert kan nooit groter worden dan de kortsluitstroom.

De spanning van een losse batterij wordt de *bronspanning* genoemd en kan alleen gemeten worden als de batterij geen stroom levert, anders zal de batterij vermogen leveren door zijn inwendige weerstand en zal de spanning die de batterij levert kleiner worden.

De bronspanning  $U$  van een batterij kan gemeten worden door deze te vergelijken met de bekende spanning van een standaardbatterij met spanning  $U_0$ . Dat gebeurt met de volgende schakeling, de *potentiometer* (zie figuur).



Het schuifcontact C wordt zo verschoven dat de stroommeter 0 aanwijst. De weerstand van AC zal een evenredig deel zijn van de totale weerstand AB dus de verhouding van de spanningen  $U$  en  $U_0$  is dan gelijk aan de verhouding van de gevonden afstanden  $AC/AB$ . Voorwaarde is dat  $U_0$  groter is dan  $U$ . Omdat de batterij in deze situatie geen stroom levert meten we ook echt de bronspanning.

### 6. Soortelijke weerstand

De weerstand van een draad is evenredig met de lengte  $l$  van de draad en omgekeerd evenredig met de doorsnede  $A$  ervan. De evenredigheidsconstante wordt *soortelijke weerstand* ( $\rho$ ) genoemd.

Dus  $R_{\text{draad}} = \rho \cdot l/A$  De eenheid van  $\rho$  is  $\Omega\text{m}$ ,  $l$  is in meter en  $A$  is in  $\text{m}^2$ .

De soortelijke weerstand hangt af van de temperatuur. Voor metalen geldt dat de soortelijke weerstand toeneemt met stijgende temperatuur. Dit worden PTC-weerstanden genoemd, een afkorting van *positieve temperatuur coëfficiënt*. Bij een aantal materialen (halfgeleiders zoals germanium en silicium maar ook koolstof) neemt de soortelijke weerstand juist af met stijgende temperatuur, dit worden NTC-weerstanden genoemd. Doordat bij deze materialen de soortelijke weerstand zeer sterk daalt bij een kleine temperatuurstijging worden ze toegepast in thermometers.

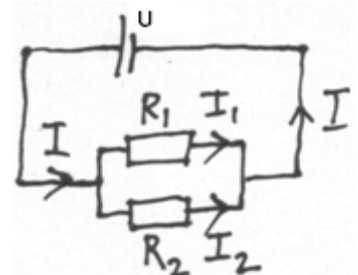
### 7. Vertakte stroomkringen

In de figuur hiernaast is een vertakte stroomkring getekend.

De hoofdstroom  $I$  vertakt zich in twee *takstromen*  $I_1$  en  $I_2$ .

Het is duidelijk dat  $I_1 + I_2$  gelijk is aan  $I$  aangezien er geen stroom verloren kan gaan.

Als we  $R_1$  en  $R_2$  samen vervangen door  $R_v$  dan moet  $I_1 + I_2 = U/R_1 + U/R_2 = U/R_v$  dus  $1/R_v = 1/R_1 + 1/R_2$ .

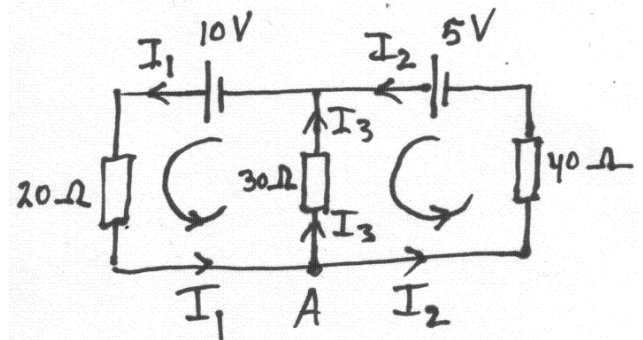


## De wetten van Kirchhoff

De eerste wet van Kirchhoff luidt: *de som van alle stromen die een punt van een schakeling ingaan is gelijk aan de som van de stromen die dat punt uitgaan.*

De tweede wet van Kirchhoff luidt: *de som van alle batterijspanningen in een kring is gelijk aan de som van alle spanningen  $I \cdot R$  in de kring.*

Als voorbeeld bekijken we de schakeling in de bijgaande figuur. We kiezen de stroomrichtingen in de twee kringen zoals aangegeven in de figuur en geven dan de spanningen  $I \cdot R$  een + of - teken al naar gelang ze al dan niet overeenkomen met de stroomrichtingen. Het maakt in principe niet uit hoe we de stroomrichtingen kiezen.



- (1)  $I_1 = I_2 + I_3$  (eerste wet voor punt A)
- (2)  $10 = I_1 \cdot 20 + I_3 \cdot 30$  (tweede wet voor de linkerkring)
- (3)  $5 = -I_3 \cdot 30 + I_2 \cdot 40$  (tweede wet voor de rechterkring)

Invullen van (1) in (2) geeft:  $10 = (I_2 + I_3) \cdot 20 + I_3 \cdot 30 = I_2 \cdot 20 + I_3 \cdot 50$  (4)

(4) vermenigvuldigen met 2 en combineren met (3) geeft:

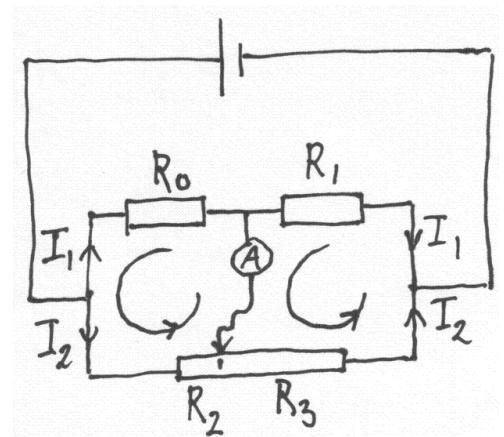
$20 = I_2 \cdot 40 + I_3 \cdot 100$  en  $5 = -I_3 \cdot 30 + I_2 \cdot 40$  dus  $20 - I_3 \cdot 100 = 5 - I_3 \cdot 30$ .

Uit die laatste vergelijking volgt  $15 = I_3 \cdot 130$  dus  $I_3 = 0,12$  A.

Daaruit volgt met (2) weer  $I_1 = 0,33$  A en met (1)  $I_2 = 0,21$  A.

## De brug van Wheatstone

Om de waarde van een onbekende weerstand te bepalen kan in principe een experiment met warmteontwikkeling gedaan worden zoals in paragraaf 3 is beschreven. Dit is nogal omslachtig en het is eenvoudiger om die onbekende weerstand te vergelijken met bekende weerstanden. Dit gebeurt met de *brug van Wheatstone* (zie tekening).  $R_0$  is de onbekende weerstand,  $R_1$  is bekend en de onderste weerstand is een schuifweerstand die door de schuif wordt verdeeld in  $R_2$  en  $R_3$ . De schuif wordt zó ingesteld dat de stroommeter nul aanwijst ("de brug is stroomloos").



Volgens de tweede wet van Kirchhoff moet dan gelden:

$$-I_1 \cdot R_0 + I_2 \cdot R_2 = 0 \text{ en } -I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_3 = 0 \text{ dus } I_1 \cdot R_0 = I_2 \cdot R_2 \text{ en } I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_3 \text{ en dus } I_2/I_1 = R_0/R_2 = R_1/R_3$$

$$\text{Dus geldt: } R_0 = R_1 \cdot (R_2/R_3)$$

Op deze manier kunnen we  $R_0$  bepalen uit  $R_1$  en de verhouding van het linker- en rechtergedeelte van de schuifweerstand.