

Digitaal authentiek toetsen van wiskunde

Monica Wijers
Vincent Jonker

april 2007

Freudenthal Institute for Science and
Mathematics Education

Universiteit Utrecht
Aidadreef 12
3561 GE Utrecht

Onderzoekscentrum Leren in
Interactie
Langeveld Instituut voor Pedagogisch
en Onderwijskundig Onderzoek
Universiteit Utrecht
Heidelberglaan 1
3584 CS Utrecht

Onderwijskunde
Onderzoekscentrum
Leren in Interactie

Freudenthal Institute
for Science and
Mathematics Education

Universiteit Utrecht
Heidelberglaan 1
Postbus 80140
3508 TC Utrecht

Universiteit Utrecht
Aidadreef 12
Postbus 9432
3506 GK Utrecht

telefoon: 030 - 253 49 40
fax: 030 - 253 23 52
e-mail: ipedon@mail.fss.uu.nl

telefoon: 030 – 263 55 55
www.fisme.uu.nl

website: <http://www.fss.uu.nl/ico-isor/internereeks.html>

Dit onderzoek is gefinancierd uit het budget dat het ministerie van OC&W jaarlijks beschikbaar stelt aan de LPC ten behoeve van het Kortlopend Onderwijsonderzoek, dat uitgevoerd wordt op verzoek van het onderwijsveld.
Projectnummer: 06.1.3.I.

ISOR-rapportnummer 07.02

ISSN 0924-0217
ISBN-13: 978-90-6709-076-6

Druk: Drukkerij Zuidam & Uithof B.V. - Utrecht

© 2007 Universiteit Utrecht/Onderwijskunde/
Onderzoekscentrum Leren in Interactie
Utrecht University/Dept. of Educational Sciences

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van Onderwijskunde/Onderzoekscentrum Leren in Interactie.

No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission of the Department.

Inhoudsopgave

Voorwoord	7
Hoofdstuk 1: De vraag van het Amadeus Lyceum	9
Inleiding	9
Aanleiding voor aanvraag door het Amadeus Lyceum	9
Vraagstelling	15
Hoofdstuk 2: Theoretische kader	17
Inleiding	17
Authentiek onderwijs	17
Authentiek onderwijs en toetsing	18
Digitaal toetsen	23
Authentiek digitaal toetsen	27
Samenvatting	29
Hoofdstuk 3: Onderzoek op het Amadeus Lyceum	31
Inleiding	31
Groepsinterview en vragenlijst	31
Cyclisch experiment op het Amadeus Lyceum	38
Hoofdstuk 4: Samenvatting en conclusie	55
Literatuur en verwijzingen	57
Verklarende woordenlijst	59
Bijlage 1 - Meetkunde toets van het Amadeus Lyceum	61
Bijlage 2 - Handreiking voor docenten	63

Voorwoord

Toetsing maakt deel uit van het onderwijs. Onderwijs en toetsen beïnvloeden elkaar. Een goede toets past bij het gegeven onderwijs. Een goede toetsingspraktijk kan de uitgangspunten en de feitelijke uitvoering van het onderwijs positief beïnvloeden.

Dit onderzoek gaat over het digitaal toetsen van wiskundeonderwijs. Preciezer gezegd: de vraag staat centraal hoe met digitale toetsen het authentieke karakter van het wiskunde-onderwijs tot zijn recht kan komen.

Een onderliggende vraag daarbij is: welke aanwijzingen hebben docenten nodig bij het ontwerpen van dergelijke digitale toetsen?

In dit verslag beschrijven we allereerst de achtergrond van de vraag vanuit de vragensteller: het Amadeus Lyceum in Leidse Rijn (De Meern). Dit gebeurt in Hoofdstuk 1. Vervolgens gaan we in Hoofdstuk 2 in op de theoretische achtergronden. We doen dit naar aanleiding van een verkenning van de literatuur. In Hoofdstuk 3 beschrijven we de uitvoering van het onderzoek en de resultaten. In Hoofdstuk 4 sluiten we af met de samenvatting en conclusies.

Dit onderzoeksverslag en de bijbehorende producten, waaronder een handreiking voor de docenten, zijn beschikbaar via de website WisWeb. Het internet-adres is www.fi.uu.nl/wisweb/kloo/digitaaltoetsen/.

Wij hopen dat dit boekje een ondersteuning kan zijn voor docenten wiskunde, en andere betrokkenen bij het wiskundeonderwijs, die overwegen binnen hun authentiek onderwijs gebruik te maken van digitaal toetsen.

Utrecht, maart 2007

Hoofdstuk 1: De vraag van het Amadeus Lyceum

Inleiding

Het Amadeus Lyceum (Leidsche Rijn, Utrecht/De Meern) is de aanvrager van dit kortlopend onderwijsonderzoek naar het digitaal toetsen bij authentiek leren van wiskunde. Het onderzoek is door het Freudenthal Instituut op deze school en in samenwerking met de docenten wiskunde van deze school uitgevoerd in de periode maart 2006 - februari 2007. Bij een deel van de uitvoering zijn docenten van een aantal andere vernieuwende scholen betrokken die tezamen het netwerk 'Scenario5'¹ vormen.

Aanleiding voor aanvraag door het Amadeus Lyceum

Het Amadeus Lyceum

Het Amadeus Lyceum is als nieuwe school in schooljaar 2004/2005 gestart en werkt volgens de principes van sociaalconstructivistische leertheorieën, soms wordt dit aangeduid met de term 'het nieuwe leren', maar het is beter om deze term te vermijden, omdat dit te veel associaties oproept die geen relatie hebben met de feitelijke schoolpraktijk van het Amadeus Lyceum. Leerlingen werken vanuit hun natuurlijke interesse en hun eigen verantwoordelijkheid en er wordt recht gedaan aan verschillen tussen leerlingen en individuele leerstijlen. Door het individuele aanbod van de leerstof kan elke leerling op zijn eigen niveau werken. Hieronder een kenmerkende paragraaf uit de schoolgids van het Amadeus Lyceum.

¹ Scenario5 is ontstaan in 2004 als samenwerkingsverband van vernieuwende scholen voortgezet onderwijs in de regio Utrecht. De scholen werken samen met APS en Freudenthal instituut binnen dit verband (www.fi.uu.nl/nl/vo/scenario5).

Het Amadeus Lyceum benadert leerlingen met respect. Als expert van zijn leven is de leerling onze volwaardige onderwijspartner. Wij baseren ons onderwijs op de wetenschap dat mensen van nature willen leren. Ze hebben daarbij de behoefte om kennis, vaardigheden en gedrag te ontwikkelen, wij noemen dat **competenties**. We weten dat ieder mens, dus ook onze leerlingen, graag laat zien wat hij kan: **autonomie**. Mensen hebben de behoefte om samen te leren, te ontdekken en zich individueel te ontwikkelen: **relatie**. De drie pijlers competentie, autonomie en relatie vormen de basis waarop onze leerlingen zich ontwikkelen. Ieder mens is anders. Het Amadeus Lyceum gaat nadrukkelijk uit van verschillen tussen leerlingen en van hun eigen verantwoordelijkheid. Onze leerlingen krijgen zoveel mogelijk de keuze op welk moment ze met welk onderdeel van de leerstof aan het werk gaan. Daarbij zijn ze omringd door onderwijsprofessionals die zich als expert, begeleider en onderwijsassistenten inzetten om het leren te stimuleren en te begeleiden.

Onze leerlingen ondersteunen we bij het nemen van de eigen verantwoordelijkheid en zelfstandig werken. Zo heeft ons onderwijs in de onderbouw, het eerste, tweede en derde leerjaar, een aanbodgestuurd karakter door heldere leerstofpakketten te bieden en de planning te bewaken. Wel is dit dusdanig georganiseerd, dat leerlingen voor een behoorlijk deel zelf kunnen kiezen en plannen wat ze wanneer doen en met wie.

Een individuele leerstijl vraagt om flexibele leerstof. Daarom leren de leerlingen van het Amadeus Lyceum niet alleen maar allemaal tegelijkertijd uit een 'traditioneel' lesboek. Onze leerlingen werken ook binnen een elektronische leeromgeving (ELO) op hun eigen laptop met lesmateriaal dat aansluit bij wat ze aan kunnen. De elektronische leeromgeving biedt alle leerstof en opdrachten op het niveau van de leerling. De ELO is vanaf iedere computer met een internetverbinding te bereiken, zodat de leerlingen op ieder moment thuis kunnen werken.

Een weekbrief geeft elke leerling instructies welke lesstof hij binnen een bepaalde periode moet beheersen en welke opdrachten af moeten zijn. Aan de hand van deze instructiebrief maakt de leerling voor zichzelf een planning. De weekbrief staat op de ELO-site, zodat het thuisfront mee kan kijken. In zijn digitale portfolio op de laptop verzamelt de leerling behaalde schoolresultaten, zoals werkstukken, presentaties, toetsuitslagen en verslagen. De begeleider kan de planning en de voortgang van de leerlingen volgen. Zo wordt duidelijk hoeveel tijd de leerling aan specifieke opdrachten en lesstof heeft besteed. Leerlingen die moeite hebben met bepaalde lesstof, krijgen extra begeleiding. En leerlingen die specifieke lesstof sneller beheersen, kunnen verdiepingsopdrachten doen en boven hun niveau uitstijgen. Op verantwoorde wijze biedt de elektronische leeromgeving onze leerlingen alle ruimte om in hun eigen tempo en op hun eigen niveau te werken.

Figuur. Uit de schoolgids van het Amadeus Lyceum (seizoen 2006-2007)

De leerstof wordt aangeboden in vijf leergebieden waarin vakken in samenhang worden aangeboden. Er wordt gewerkt aan leerstof in afgeronde modulen en aan projecten. Binnen de modulen zijn er verplichte onderdelen en keuzeonderdelen. In een project werken leerlingen aan één vraagstuk waarin ze actief de stof uit verschillende vakken gebruiken. Leerlingen werken naast zelfstandig ook een deel van de tijd in vaste kleine groepen van zo'n 4 of 5 leerlingen

De onderwijsvisie van het Amadeus Lyceum en de uitwerking daarvan in leergebieden en projecten hebben enkele kenmerken van authentiek onderwijs: het leren is betekenisvol voor de leerlingen, er wordt aangesloten bij de individuele leerstijl en er zijn keuzes mogelijk zodat het leren aansluit op eigen kennis en interesses van de leerling; met name projecten vertonen kenmerken van complexe taaksituaties. Kenmerken van authentiek onderwijs worden nader toegelicht in Hoofdstuk 2.

Wiskunde op het Amadeus lyceum

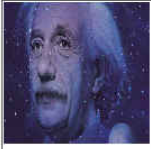

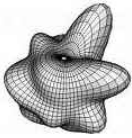





De school ziet graag dat wiskunde goed voorbereidt op de tweede fase, en ook goed aansluit op het gekozen onderwijsconcept. Dat houdt in dat het leren moet aansluiten bij leervragen van de leerling zodat het leren betekenis heeft, en dat de leerling verantwoordelijk is voor het leerproces. De vakinhoudelijke expert begeleidt het leerproces.

De leerlingen, die allemaal beschikken over een eigen laptop, bepalen aan de hand van digitale leerstofpakketten hun eigen tijdspad en leerroute. De leerstof wordt aangeboden binnen de Elektronische Leer Omgeving 'Moodle' (Moodle, 2005). In 2005 is in samenwerking met het Freudenthal instituut een afstudeeronderzoek uitgevoerd op het Amadeus lyceum naar de vernieuwing van het wiskundeonderwijs. Linders (2005) beschrijft in haar thesis de praktijk van wiskundeonderwijs en toetsing.

"De leerlingen van het Amadeus Lyceum werken allemaal met hun eigen laptop in een grote centrale ruimte; het domein. Het is de bedoeling dat het lesmateriaal steeds meer digitaal aangeboden wordt aan de leerlingen. Naast digitaal lesmateriaal, staan er boeken van lesmethodes in de kast, waaruit de leerlingen opdrachten maken, of waarin zij iets kunnen nalezen. [...]
Bij deze school speelt ICT een belangrijke rol. Er is één computer per leerling beschikbaar. De opdrachten en deadlines haalt de leerling uit de digitale leeromgeving. Veel van de prestaties kunnen ook elektronisch ingeleverd worden. Het gebruik van digitale leermiddelen, zoals bijvoorbeeld applets en gebruik van internet, is dus geen enkel probleem." (Linders, 2005)

Wiskunde is geplaatst in het leergebied Mens en Natuur maar ook deels apart aangeboden. In het leergebied wordt gewerkt met zeven thema's per jaar.

Het wonderkind in de natuurwetenschappen

Mens en Natuur leerjaar 1	Thema 1. Ik en mijn omgeving	Thema 2. Vorm en Functie	Thema 3 Rijkdom aan vormen
			
Thema 4. Klimaat en milieu	Thema 5. Energie Ontdekken	Thema 6. Informatie communicatie	Thema 7. Burgers ZOO
			

Figuur. Thema's van het Amadeus Lyceum uit het leergebied Mens en Natuur.

De bedoeling is dat de wiskunde aansluit bij de thema's van het leergebied Mens en Natuur. Er wordt daarom eigen materiaal ontwikkeld en ontsloten in Moodle. Belangrijke initiator van deze ontwikkeling en ontwerper van lesmateriaal was in het schooljaar 2004/2005 de wiskundedocent van het Amadeus Lyceum. Naast eigen materiaal wordt gebruik gemaakt van de (deels digitaal beschikbare) wiskundemethode Getal en Ruimte.

“Tot nu toe wordt voor wiskunde voornamelijk de methode Getal en Ruimte gebruikt. De leerlingen gebruiken zowel de boeken als de Cd-rom, die op de laptops geïnstalleerd is. Na afloop van een hoofdstuk maken zij een toets op papier. De toetsen bestaan uit een aantal korte vragen of opdrachten en zijn voor de leerlingen in ongeveer een kwartiertje te maken. Voor de docent zijn ze snel na te kijken, zodat de leerling, wanneer dit nodig is, meteen door kan gaan met het extra oefenmateriaal. Eventueel kunnen de leerlingen een cijfer krijgen voor de toets.” (Linders, 2005)

Elektronisch toetsen kan volgens de wiskundedocent een handig onderdeel zijn van de dossiervorming per leerling. Als belangrijke voordelen van digitale toetsen werden een flexibele afname (leerlingen maken de toets

wanneer zij eraan toe zijn), het automatisch nakijken en de daarmee samenhangende directe feedback naar de leerling gezien.

In het schooljaar 2004/2005 is enige ervaring opgedaan met het gebruik van elektronische toetsen voor wiskunde in de omgeving 'Moodle'. Er zijn enkele toetsen ontworpen als onderdeel van speciaal voor de school ontwikkeld lesmateriaal². Daarbij is de inzet van ICT belangrijk en daarbij hoort ook dat de leerlingen een beeld kunnen krijgen van wat ze kunnen. De ontwikkelde digitale toetsen zijn daartoe een middel.

"Het Amadeus Lyceum is benieuwd naar de toetsingsmogelijkheid die binnen de leeromgeving Moodle beschikbaar is. De toetsen die bij het materiaal horen worden daarom in een digitale vorm in Moodle aangeboden, waarna de leerlingen deze via de leeromgeving kunnen maken. Zij krijgen dan meteen de resultaten van de toets te zien en de computer berekent ook een cijfer."
(Linders, 2005)

Rondom deze toetsen is een onderzoek uitgevoerd (Linders, 2005), daaruit kunnen de volgende conclusies worden getrokken.

1. Leerlingen gaan handig om met de computer, ook met plaatjes, symbolen en formules.

"Ook wanneer er een plaatje getekend moet worden, doen de leerlingen dit het liefst op de computer. [...] Het is lastig om sommige wiskundige symbolen als \times , \cdot , 2 in te vullen. Veel leerlingen lossen dit handig op door de symbolen via het menu in te voegen en vervolgens steeds te kopiëren en plakken. [...] Leerlingen die dyslectisch zijn vinden het heel prettig om op de computer te werken, omdat ze de instellingen zó kunnen aanpassen dat de tekst groter wordt." (Linders, 2005)

2. Het soort vragen dat in Moodle gemaakt kan worden is (voor wiskunde te) beperkt. Sommige soorten vragen kunnen niet of moeilijk gesteld worden; bijvoorbeeld open vragen waar een zin of lange uitwerking als antwoord verwacht wordt of vragen waarin leerlingen tekeningen (bijvoorbeeld van grafieken of meetkundige situaties) moeten maken. Dit heeft vervelende gevolgen. Zo bleken veel leerlingen zich bij het doorwerken van de lesstof op de toets en de verwachte toetsvragen te richten. Omdat op de digitale toets met name gesloten vragen gesteld

² De toetsen, afgedrukt in word, zijn te vinden op de website.

konden worden, bleken leerlingen die onderdelen en vaardigheden die niet in de digitale toets te passen zijn, in het lesmateriaal over te slaan;

3. Het invoeren van antwoorden en digitaal scoren ervan levert voor wiskunde specifieke problemen op.

“Een groot nadeel van toetsen op de computer (met Moodle) is vooral zichtbaar bij de ‘korte antwoord’ vragen. Het antwoord dat de leerling geeft moet letterlijk overeenkomen met het gewenste ingevoerde antwoord, anders rekent de computer het fout. Wanneer gevraagd wordt naar een formule en het gewenste antwoord is $y = ax + b$, zal de computer $y = b + ax$ en $y = a * x + b$ niet goed rekenen. Doordat het mogelijk is om bij een kort antwoord vraag 10 correcte (of half correcte) antwoorden in te voeren, kan dit probleem deels verholpen worden.

Een soortgelijk probleem ontstaat er bij eenheden bij numerieke vragen. Wanneer er in het gewenste antwoord geen eenheid opgegeven is, zal de computer antwoorden waar wel een eenheid bij staat fout rekenen en vice versa. Dit kan worden opgelost door bij de alternatieve eenheden de eenheid te zetten met factor 1 (=100% goed) en de gewone eenheid leeg te laten.

Een fout gespelde term wordt door de computer uiteraard ook niet goed gerekend; in één van de toetsen schreef een aantal leerlingen *dalent* in plaats van *dalend*. Ook het antwoord *de grafiek is dalend* rekent de computer niet goed. Dit soort antwoorden zijn van te voren niet allemaal te bedenken en komen dus niet in de lijst met correcte antwoorden voor. Een oplossing hiervoor is om achteraf te zoeken naar foute antwoorden van leerlingen die met een gewone toets wel goed gerekend zouden worden en deze foute antwoorden in de vraag toe te voegen aan de lijst met correcte antwoorden. Vervolgens kunnen alle resultaten van de leerlingen *herberekend* worden op basis van de nieuwe antwoorden en zullen voor sommige leerlingen de cijfers hoger worden.

Veel leerlingen noemen het letterlijk moeten invullen van een (vooraf bedacht) antwoord als nadeel van de digitale toetsen. Ze zijn bang dat hun antwoorden ten onrechte fout gerekend worden. Vooral met de diagnostische toetsen kwam dit naar voren, omdat de leerlingen niet begrepen waarom het antwoord fout was en hier onzeker van werden.” (Linders, 2005)

4. Het ontwerpen en maken van een digitale toets vraagt van de docent een andere aanpak en nieuwe vaardigheden. Er is een leercurve, waardoor het maken van een toets in eerste instantie meer tijd zal kosten. Daartegenover staat een reductie in correctietijd.

“Een digitale toets ontwerpen vraagt een andere aanpak dan het maken van een gewone toets. De vorm en soort van de vragen in de toets, is anders dan in een toets die de leerlingen op papier maken. Gesloten vragen kunnen worden

gegoten in een van de vraagsjablonen die in *Moodle* beschikbaar zijn; *meerkeuze-*, *waar/onwaar-*, *numeriek-*, *kort antwoord-*, *koppel-*, *berekenende-* en *close vraag*. Op de laatste twee soorten na, is het invoeren van een vraag redelijk gebruikersvriendelijk. De gebruiker krijgt een soort tekst editorveld te zien waarin de opmaak aangepast kan worden en afbeeldingen en links toegevoegd kunnen worden. Afhankelijk van het soort vraag kan eronder aangegeven worden welk antwoord correct is, hoeveel punten voor elk antwoord gehaald kunnen worden, of er een foutmarge toegestaan is en of er een eenheid gewenst wordt bij het antwoord. Voor het invoeren van een berekenende- of close vraag – waar in één vraag meerdere van de andere vragen gecombineerd of tussen de tekst geplaatst kunnen worden – zal de gebruiker wat codering moeten gebruiken die in de *help* terug te lezen is. Met een close vraag is het mogelijk om bijvoorbeeld een tabel te maken.” (Linders, 2005)

5. Als belangrijke voordelen noemen de leerlingen: het meteen na afloop krijgen van feedback en het cijfer; de korte duur van de toets; de meerkeuze vragen, waarbij je kunt gokken; de beschikbaarheid van digitale tools zoals de rekenmachine van Windows en specifieke online wiskundesoftware.

Deze eerste gemengde ervaringen leiden tot de wens om de mogelijkheden van het gebruik van digitale toetsen nader te onderzoeken.

Vraagstelling

Samengevat luidt de vraagstelling van dit onderzoek:

Welke aanwijzingen en ondersteuning heeft een docent wiskunde nodig om een digitale toets te ontwikkelen die aansluit bij de principes van het authentiek leren van wiskunde.

Deze vraag is uiteengelegd in de volgende twee deelvragen:

1. Wat zijn belangrijke kenmerken van (digitale) toetsen die aansluiten bij principes van authentiek leren.
2. Welke aanwijzingen, op het gebied van technische kennis en vaardigheden, heeft een docent nodig om een goede digitale toets te maken?

Hoofdstuk 2: Theoretische kader

Inleiding

In dit hoofdstuk verhelderen we wat wij in dit onderzoek zullen verstaan onder digitaal toetsen en authentiek leren. We baseren ons daarbij op onderzoeksliteratuur over dit onderwerp.

Authentiek onderwijs

Er zijn verschillende definities en omschrijvingen in omloop van authentiek onderwijs en authentiek leren.

Authenticiteit duidt, wanneer het in de context van het competentiegericht beroepsonderwijs wordt gebruikt vaak op het 'echt' zijn van de taak, in die zin dat de taak sterke overeenkomst vertoont met of representatief is voor een kerntaak uit de praktijk van een beroep (Merriënboer 2005, Gulikers e.a. 2005). Het is dan een complexe taak, die een beroep doet op kennis, vaardigheden, inzicht, attitude en andere persoonlijke bekwaamheden.

De term authentiek wordt echter ook buiten het beroepsonderwijs veelvuldig gebruikt in combinatie met termen als leren, onderwijs, en onderwijzen. Daarbij is de directe relatie met de professionele praktijk van een beroep losgelaten. Belangrijke elementen van authentiek leren zijn dan dat de leerling (lerende) centraal staat, dat het gaat om leren dat betekenisvol is voor de leerlingen, dat situaties en problemen 'echt' zijn.

Op basis van literatuur (Roelofs en Houtveen 1999; Mensink 2004) destilleren we het volgende viertal kenmerken.

Authentiek onderwijs kenmerkt zich door:

- productieve leeromgeving met complexe taaksituaties;
- aansluiting bij bestaande kennis en eigen interesses;
- relevantie ook buiten school; levensecht, professioneel probleem, opdrachtgevers;
- noodzaak van interactie, communicatie en samenwerking.

Authentiek onderwijs en toetsing

Bij authentiek onderwijs hoort authentieke toetsing die recht doet aan authentiek leren. Dit is des te belangrijker omdat, zoals de Engelsen het zeggen, “*assessment drives education*”.

Wiggings (1990) definieert in zijn artikel *The Case for Authentic Assessment* authentic assessment als volgt:

Assessment is authentic when we directly examine student performance on worthy intellectual tasks.

Wiggings gaat uit van de opvatting dat toetsing in de eerste plaats de lerenden in het leerproces moet ondersteunen en hen de kans moet bieden hun prestaties te verbeteren. Om verder te verhelderen wat hij onder authentiek toetsen verstaat vergelijkt hij authentiek toetsen met traditionele gestandaardiseerde toetsen. We vatten zijn vergelijking samen:

Authentic assessments....	Traditional tests....
...require students to be effective performers with acquired knowledge.	...tend to reveal only whether the student can recognize, recall or "plug in" what was learned out of context.
...present the student with the full array of tasks that mirror the priorities and challenges found in the best instructional activities: conducting research; writing, revising and discussing papers; providing an engaging oral analysis of a recent political event; collaborating with others on a debate, etc.	...are usually limited to paper-and-pencil, one- answer questions.
...attend to whether the student can craft polished, thorough and justifiable answers, performances or products.	...typically only ask the student to select or write correct responses--irrespective of reasons.
...achieves validity and reliability by emphasizing and standardizing the appropriate criteria for scoring such (varied) products	...standardize objective "items" and, hence, the (one) right answer for each.
"Test validity" should depend in part upon whether the test simulates real-world "tests" of ability	Validity on most multiple-choice tests is determined merely by matching items to the curriculum content
...involve "ill-structured" challenges and roles that help students rehearse for the complex ambiguities of the "game" of adult and professional life	...are more like drills, assessing static and too-often arbitrarily discrete or simplistic elements of those activities.

Figuur. Vergelijking van Wiggings tussen authentiek en 'traditioneel' toetsen.

In andere literatuur over authentiek toetsen wordt erop gewezen dat het niet een kwestie is van het óf wel óf niet authentiek zijn van een toets. Authenticiteit wordt op een schaal gemeten, dit is een continuüm. Daarbij is het van belang om aspecten aan een toets te onderscheiden die ieder voor zich meer of minder authentiek kunnen zijn. Gulikers, Bastiaens en Kirschner (2004) ontwierpen bijvoorbeeld een vijfdimensionaal model voor authentiek toetsen uitgaande van de beroepspraktijk, waarin onder andere de taak (toetsopdracht), de sociale context (interactiemogelijkheden) en de vorm (manier van toetsen) meer of minder authentiek kunnen zijn.

Ook in andere publicaties worden modellen of schema's gehanteerd om authentiek toetsen te onderscheiden van traditioneel toetsen op een aantal aspecten. De aspecten worden op een schaal geplaatst van minder naar meer authentiek. Het volgende model - gebaseerd op Wiggings (1990)- wordt gehanteerd door Mueller (2006).

Traditional	Authentic
Selecting a Response	Performing a Task
Contrived	Real-life
Recall/Cognition	Construction/Application
Teacher-structured	Student-structured
Indirect Evidence	Direct Evidence

Figuur. Model van Mueller (2006): onderscheid tussen traditioneel en authentiek toetsen

Varianten op dit model zijn ook in Nederlandstalige literatuur te vinden. Zo formuleert Kuhlemeier (2002) in een serie artikelen kenmerken voor wat hij praktijktoetsen noemt.

Een toets is pas een praktijktoets als deze tenminste enkele van de volgende kenmerken bezit:

- open vraag- of probleemstelling
- authentiek
- inbedding in het onderwijs
- meer tijd
- complexe vaardigheden
- integratie van vakken en vaardigheden
- praktisch handelen
- samenwerking tussen leerlingen
- meer opdrachten
- beoordelingscriteria van tevoren bekend

- zelfreflectie en –evaluatie
- registreren van progressie
- beoordeling

Authenticiteit is één van de kenmerken waaraan volgens Kuhlemeier een praktijktoets moet voldoen. Hij doelt daarmee op authenticiteit van de context. De andere kenmerken passen ook bij wat wij zullen verstaan onder authentieke toetsing.

Bij authentiek leren past dus niet het ‘aftoetsen’ van eindtermen of losse doelen, maar toetsing die het leren reflecteert. Eindtermen kunnen natuurlijk wel dienen als ‘afstreeplijstje’ ter legitimering om na te gaan of in de toetsing aan alle inhoudelijke eisen is voldaan. Authentieke toetsing en beoordeling zijn, net als het leren zelf, gericht op alle relevante aspecten in samenhang. Leerlingen worden zowel bij het leren als bij de toetsing geconfronteerd met realistische, betekenisvolle situaties en problemen waarin ze kennis en vaardigheden toepassen.

In het beroepsonderwijs (vmbo en mbo) wordt voor toetsing bijvoorbeeld gewerkt met zogenaamde prestaties die leerlingen leveren voor een opdrachtgever. Deze hebben betrekking op het beroepsgerichte programma. Omdat het bij deze prestaties gaat om authentieke complexe taken zijn ook kennis en vaardigheden uit andere vakgebieden nodig en wordt een beroep gedaan op diverse algemene competenties als presenteren, samenwerken, communiceren, probleem oplossen en dergelijke. Voor algemeen vormende schoolvakken kan authentieke toetsing vorm krijgen in onderzoekjes, practica, essays, presentaties. Ook portfolio’s zijn hierbij belangrijke instrumenten.

Als we authentiek leren en toetsen toe willen passen op het vakgebied wiskunde zullen we de relevante kenmerken moeten toepassen op het inhoudelijk gebied van rekenen/wiskunde.

Authentiek leren en toetsen van wiskunde

Hoewel in de wiskundeboeken voor het voortgezet onderwijs veel wordt gewerkt met betekenisvolle contexten, bieden ze toch weinig ondersteuning voor het realiseren van authentiek leren (Kemme e.a. 2003, Wijers e.a. 2004). In de standaardopdrachten in de boeken is zelden sprake van een complexe taaksituatie, ook worden er zelden ‘levensechte’, vanzelfsprekende problemen

gesteld. Aansluiting bij persoonlijke kennis en interesse wordt evenmin via het gebruik van een wiskundeboek gerealiseerd: de sequentie van vraagstukken is vastgelegd in het boek en daar wordt door de docent zelden van afgeweken; ook op vaardigheden op het gebied van interactie en communicatie doen de gewone opgaven in de wiskundeboeken geen beroep.

Dit alles wil niet zeggen dat er geen authentiek wiskundeonderwijs bestaat. Als wiskunde in navolging van onder andere Freudenthal (1991), Treffers (1986) en Gravemeijer (1994) wordt opgevat als een menselijke activiteit, als een vak dat je moet leren door het te doen; waarbij actieve constructie en productie van kennis belangrijk zijn; waarin leerlijnen verstrengeld zijn en waarbij voor het leren interactie noodzakelijke voorwaarden zijn, dan zal duidelijk zijn dat ook wiskundeonderwijs veel mogelijkheden biedt authentiek te worden ingevuld.

De wiskundemethoden voor de onderbouw bevatten naast de reguliere opgaven ook nog zogenaamde Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten (GWA). GWA's vertonen meer kenmerken van authentieke leertaken, hoewel ook deze taken vaak tekort schieten - zo bleek in eerder onderzoek (Kemme e.a., 2003) - doordat ze bijvoorbeeld te open of te gesloten zijn, of niet betekenisvol zijn voor leerlingen. Het gaat echter meestal wel om een complexe taaksituatie, ingebed in het onderwijs, waarin leerlingen hun wiskunde betekenisvol kunnen gebruiken en waarin sprake is van constructie of toepassing en minder van reproductie.

Op scholen die, zoals het Amadeus Lyceum, voor nieuwe vormen van leren kiezen, kan het wiskundeonderwijs een meer authentiek karakter krijgen door leerlingen in teams te laten werken aan complexe open opdrachten, waarbij wiskunde op een authentieke manier moet worden ingezet om tot een oplossing of resultaat te komen. Dit kan bijvoorbeeld in de vorm van onderzoeksprojecten, keuzethema's, praktische opdrachten (vergelijkbaar met de opdrachten van de wiskunde Olympiade en de wiskunde Bdag voor de bovenbouw³) en webquests op het gebied van wiskunde of door middel van

³ Dit zijn authentieke problemen die met inzet van wiskunde kunnen worden opgelost en waaraan leerlingen een dag lang werken in een team. Ze worden door veel scholen beoordeeld als praktische opdracht in het kader van het schoolexamen. Zie <http://www.fi.uu.nl/olympiade> en <http://www.fi.uu.nl/wisbdag>

vakoverstijgende thema's waarin een beroep wordt gedaan op authentiek gebruik van wiskunde.

Ook voor authentiek leren van wiskunde geldt dat de toetsing daaraan recht moet doen. Dit kan onder andere door het werk dat een leerling heeft gedaan in het kader van bijvoorbeeld een onderzoeksproject, keuzethema of praktische opdracht, te beoordelen en mee te laten tellen als toetsresultaat.

Ook binnen traditionelere vormen van toetsen kunnen authentieke elementen worden ingebouwd. Zo kan een open onderzoeksvraag of een vraag naar eigen producties of constructies onderdeel uitmaken van een meer traditionele toets.

Een vorm van toetsing die in literatuur over wiskundeonderwijs regelmatig voorkomt en die we niet onvermeld willen laten in dit kader is de zogenaamde 'balanced assessment'. Balanced assessment (o.a. De Lange, 1995) is een vorm van toetsing die wat een aantal kenmerken betreft goed past bij principes van authentiek toetsen, maar die ook deels vorm kan krijgen in meer traditionele schriftelijke vormen van toetsing.

Balanced assessment houdt in dat een toets evenwichtig moet zijn samengesteld, onder andere wat betreft verschillende cognitieve niveaus waarop een beroep wordt gedaan. Zo zullen er naast reproductievragen ook vragen moeten zijn die een beroep doen op het kunnen leggen van verbanden (connections) en ook taken die om reflectie (reflection) vragen. Onder andere de toetsen op het gebied van wiskundige geletterdheid van het Program for International Student Assessment (PISA) van de OESO zijn van dit soort. Ze worden aangeduid als authentiek. In het framework van PISA (OECD, 2003) wordt aangegeven wat hieronder wordt verstaan:

PISA mathematics uses the term "authentic" to indicate that the use of mathematics is genuinely directed to solving the problem at hand, rather than the problem being merely a vehicle for the purpose of practising some mathematics. (p.81)

Andere principes van 'balanced assessment' zijn (Schoenfeld, Burkhardt, Daro, & Stanley, 1993):

- Content—assessment should reflect content in a broad sense and include concepts, senses, procedures and techniques, representations, and connections.
- Thinking processes—assessment should engage students in a wide range of thinking processes that include conjecturing, organizing, explaining, investigating, formulating, and planning.
- Student products—assessment should require a variety of student products that include models, plans, and reports.
- Mathematical point of view—assessment should present mathematics as an interconnected body of knowledge, by engaging students in mathematics that is connected to realistic, illustrative, and pure contexts.
- Diversity—assessment should be sensitive to issues of access.
- Circumstances of performance—assessment should vary according to time allocated, whether it is performed individually, in pairs, or in groups, and whether there is opportunity for feedback and revision.
- Pedagogics and aesthetics—assessment tasks should be engaging, believable, and understandable, and should not disenfranchise the common sense of the student

We herkennen in een aantal van deze kenmerken een vertaling naar wiskunde van de meer algemeen geformuleerde principes van authentieke toetsing zoals die door onder andere Wiggings (1990), Kuhlemeier (2002) en Mueller (2006) naar voren worden gebracht.

Voor dit onderzoek gaan we uit van het volgende: toetsing passend bij authentiek wiskundeonderwijs hoort gebalanceerd te zijn, gericht te zijn op gebruik van wiskunde voor het oplossen van echte problemen, en recht te doen aan het proces.

Digitaal toetsen

Met de grotere inzet van de computer in het onderwijs en de toename van het gebruik van elektronische leeromgevingen is het toetsen met de computer snel in opkomst. Hiervoor wordt vaak de term elektronisch of digitaal toetsen gebruikt. In literatuur over elektronisch toetsen worden vaak de volgende voordelen genoemd:

- tijd- en plaatsonafhankelijkheid
- onmiddellijke feedback
- efficiëntere en snellere afname en verwerking van resultaten
- gebruik van beeld en geluid (multimediaal, simulaties)
- interactiviteit
- adaptiviteit

Er zijn ook nadelen: die kunnen te maken hebben met veiligheid en organiseerbaarheid maar ook met specifieke vakinhoudelijke aspecten. Denk bij wiskunde bijvoorbeeld aan het omgaan met formules zowel wat betreft de invoer als het beoordelen. Bij dat laatste speelt bijvoorbeeld het al dan niet kunnen herkennen door de software van equivalente formules.

Voordat we wat dieper ingaan op het digitaal toetsen van wiskunde gaan we eerst nader in op wat we onder digitaal toetsen zullen verstaan. Bij digitaal toetsen zal er een combinatie van één of meer van de volgende situaties zijn.

- De toets wordt digitaal aangeboden. Dat zou dus ook in de vorm van een downloadbaar worddocument kunnen zijn.
- Gegevens of hulpmiddelen zijn digitaal beschikbaar. Denk daarbij voor wiskunde aan bijvoorbeeld gegevensbestanden, een rekenmachine of een animatie.
- De antwoorden moeten op de computer worden ingevoerd;
- De antwoorden worden elektronisch verwerkt dan wel nagekeken en/of beoordeeld en de antwoorden en/of de resultaten worden opgeslagen;
- Er is inhoudelijke feedback op de antwoorden en acties van de leerlingen. Dat kan variëren van goed/fout tot gerichte inhoudelijk feedback als reactie op een (verkeerd) antwoord;
- Itemconstructie en toetsconstructie of -samenstelling vinden plaats met behulp van of door de computer. Denk hierbij aan het genereren van verwante vragen (bij wiskunde: bijvoorbeeld eenzelfde type opgave met andere getallen) of het samen laten stellen van een toets uit een toetsenbank.

Deze kenmerken kunnen afzonderlijk of in combinatie met elkaar voorkomen. We zullen in dit onderzoek van een digitale toets spreken als de toets digitaal wordt aangeboden en als daarnaast aan tenminste één van de andere kenmerken is voldaan.

Overigens maakt het hebben van één of meer van deze kenmerken iets nog niet tot een toets. Zo voldoen bijvoorbeeld veel computerspelletjes aan het merendeel van bovenstaande criteria (als je tenminste ‘antwoorden’ en ‘nakijken’ wat ruim opvat). Deze worden echter zelden gebruikt om ‘formeel’

te toetsen. Of iets een toets is wordt dus mede bepaald door de context, het gebruik en het doel.

Voorbeelden van digitale wiskundetoetsen

Ook in wiskundeonderwijs spelen digitale toetsen een steeds grotere rol. Diverse wiskundemethoden bieden een cd-rom aan met digitaal aangeboden toetsen, en enkele methoden hebben een compleet (diagnostisch) digitaal toetspakket, waarbij de toetsen digitaal worden aangeboden, afgenomen en beoordeeld en waarin de resultaten worden opgeslagen. Daarnaast zijn er ook on-line allerlei digitale toetsen voor wiskunde beschikbaar, deze worden onder andere aangeboden door uitgevers bij een methode; door expertisecentra (zoals het Freudenthal Instituut) in het kader van projecten of als onderdeel van een digitaal onderwijsaanbod; door scholen voor hun eigen leerlingen als extra oefentoetsen; door docenten en onderwijsontwikkelaars als voorbeeldtoetsen bij bepaalde toetspakketten. Een bijzondere toepassing van digitaal toetsen zijn digitale centrale examens. Cevo en cito experimenteren al een aantal jaar hiermee, ook voor wiskunde.

Hier geven we informatie over enkele voorbeelden van digitale wiskundetoetsen bruikbaar in de onderbouw van het VO. We beschrijven elke toets zeer kort. Een uitgebreidere bespreking is te vinden op de website bij deze publicatie (www.fi.uu.nl/wisweb/kloo/digitaaltoetsen).

DITwis

DITwis is een verzameling Digitale Interactieve Toetsen wiskunde voor de onderbouw, on-line beschikbaar via het wiskundelokaal van de digitale school. Bij verschillende onderwerpen (zoals breuken en procenten, hoeken, kans) is een volledige digitale toets beschikbaar met inhoudelijke feedback op een onjuist antwoord. De toetsen zijn gemaakt opdat leerlingen er zelfstandig mee kunnen oefenen en zichzelf ten allen tijde kunnen toetsen. De tekst aan de leerlingen luidt als volgt:

"Deze test/toets verschilt nogal van 'normale' toetsen. De getallen (en andere gegevens!) in de opgaven staan niet vast. Je kunt - als oefening - de toets, of een deel daarvan, opnieuw maken zonder dat je antwoorden al kent. Je krijgt meteen te zien of je het antwoord goed hebt. Je kunt foute antwoorden verbeteren, en soms krijg je een aanwijzing. Er wordt bijgehouden hoeveel tijd je aan de toets besteed hebt, en aan het eind krijg je een overzicht. Het is verstandig om de toets een aantal keren te maken. Succes !"

Binnen het Galois project (Galois, 2005) is onderzoek gedaan (Bokhove e.a. 2006) naar deze toetsen, met name naar de mogelijkheden en de effecten van de lokale intelligente feedback.

- <http://www.digischool.nl/wi/iaoef.php>

Toetsen in de Digitale Wiskunde Oefenomgeving (DWO)

In deze on-line digitale omgeving, ontwikkeld door het Freudenthal Instituut, kunnen leerlingen en hun docenten een account aanmaken met een eigen gebruikersnaam en wachtwoord. Er zijn oefeningen en (diagnostische) toetsen bij diverse onderwerpen beschikbaar. De toetsen kunnen in veel gevallen door de docent worden aangepast, door bijvoorbeeld andere opgaven in te voeren (wel passend bij het onderwerp). Het leerlingenwerk wordt automatisch nagekeken en van een score voorzien. De leerlingen krijgen goed/fout feedback op deelstappen en op het eindantwoord. De acties en resultaten worden bewaard en zijn ook zichtbaar voor de docent, zowel per klas als per individuele leerling.

- <http://www.wisweb.nl> (dwo)

Reken/wiskunde toetsen in klasCement (Belgie)

Deze verzameling kant en klare toetsen is gemaakt met het toetsprogramma 'Hot Potatoes'⁴ en wordt on-line aangeboden. De toetsen bevatten verschillende gesloten vraagtypen (drag and drop, hotspot, numeriek invulveld). Ze zijn afkomstig van diverse scholen en opleidingen. De beschikbare toetsen zijn niet aan te passen, de resultaten worden niet opgeslagen, de leerling krijgt goed/fout feedback en een score (percentage).

- <http://hotpot.klascement.net/wi.htm>

Beeldschermexamens wiskunde vmbo beroepsgerichte leerweg

Deze beeldschermexamens zijn op dit moment niet digitaal beschikbaar, we kunnen er in deze publicatie geen voorbeeld van tonen of naar verwijzen. De toetsen worden ontwikkeld door het Cito. Als de pilots, die momenteel (2006/2007) lopen voor de basisberoepsgerichte en kaderberoepsgerichte leerweg positief uitpakken zullen alle algemene vakken in 2008 via beeldschermexamens worden afgenomen. In de beeldschermexamens wordt gebruik gemaakt van beeld (foto's, video) en geluid en een enkele keer van een animatie of digitaal gereedschap. Ze bevatten voornamelijk gesloten

⁴ http://www.fi.uu.nl/wiki/index.php/Hot_potatoes

vraagtypen zoals meerkeuze, waar/niet waar en kort antwoord, die worden ook automatisch nagekeken. Op dit moment kijken docenten de antwoorden na op de vragen waarop leerlingen met een ingetypte uitleg moeten antwoorden. Door de beperking van de digitale toetsomgeving is het op dit moment nog niet mogelijk leerlingen bijvoorbeeld grafieken te laten tekenen, of meetkundige constructies te laten maken, ook kunnen leerlingen in hun antwoord niet alle wiskundige notaties gebruiken zoals voor machten en wortels en breuken. Hierdoor komt niet alle aspecten van de wiskunde op het examen voldoende tot zijn recht. Dekker (2006) noemt naast deze nadelen ook een aantal voordelen van beeldschermexamens waaronder, flexibele afname, gesproken tekst, minder nakijkwerk.

Alle bovengenoemde voorbeelden zijn toetsen die vooral kennis en (kale) vaardigheden toetsen, het gaat zelden om inzicht, betekenisvolle probleemstellingen of complexe taaksituaties. Ze vertonen meer kenmerken van traditionele toetsen dan van authentieke toetsen.

Dat wil niet zeggen dat dergelijke toetsen geen rol kunnen spelen in authentiek wiskundeonderwijs. Ze kunnen bijvoorbeeld onderdeel uitmaken van een gebalanceerd toetsinstrumentarium. Het geven van inhoudelijke feedback zoals dat in digitale toetsen, soms ook op tussenstappen, gebeurt, sluit aan bij de principes van authentiek leren en ook de mogelijkheid dat leerlingen zelf bepalen of en wanneer ze zichzelf toetsen past daarbij. Ook, of misschien wel juist, in authentiek onderwijs kunnen toetsen waarmee leerlingen zelf kunnen zien hoe het staat met hun wiskundige kennis en vaardigheden een belangrijke rol spelen. Als leerlingen in complexe authentieke taaksituaties vaardigheden adequaat moeten kunnen inzetten, kan het nuttig zijn dat ze zicht hebben op hun beheersing van die vaardigheden op zich. Een vraag die daarbij wel speelt is of beheersing van de vaardigheden op zich voldoende garantie biedt voor het kunnen toepassen ervan in een complexe situatie.

Authentiek digitaal toetsen

In voorafgaande paragrafen zijn authentiek toetsen en digitaal toetsen los van elkaar aan bod geweest. In deze paragraaf gaan we kort in op de combinatie: authentiek digitaal toetsen toegespitst op het vakgebied rekenen/wiskunde. We bespreken enkele voorbeelden en mogelijkheden. Zie ook de website bij deze publicatie.

Compex examens

Bij deze computerexamens (Compex) van het Cito wordt een deel van de opgaven met de computer gemaakt en een deel op papier. In het VWO is met deze vorm van digitaal toetsen geëxperimenteerd voor het vak wiskunde A. In het digitale deel van het examen krijgen leerlingen bronnen, animaties, simulaties en soms andere gereedschappen zoals spreadsheets digitaal aangeboden. Dit betekent dat een opgave authentiever kan worden ingebed in een context doordat bijvoorbeeld makkelijker gebruik kan worden gemaakt van grote hoeveelheden echte data.

Dat dat niet altijd leidt tot een goede toets mag blijken uit de volgende reactie (wiskundeEbrief nr. 386, 4 juni 2006⁵).

Het compex examen 'wa1' voor vwo dit jaar heeft veel vragen opgeroepen over de zin van het gedeelte waarbij de computer door leerlingen wordt gebruikt. Het gaat dan om het gebruik van excel door de examenkandidaten. Bij een paar vragen konden ter illustratie van de vraagstelling simulaties worden uitgevoerd, maar bij de beantwoording speelde dit geen rol. Bij de vragen waar excel moest worden gebruikt was de vraagstelling dermate complex dat te vrezen valt dat weinig leerlingen hun excel-vaardigheden zinvol hebben kunnen inzetten.

Het is duidelijk dat deze vorm van toetsing nieuwe mogelijkheden biedt voor authentieke toetsing, maar dat dit in het kader van het compex vwo examen nog verder moet uitkristalliseren.

Webquests

Een webquest is meestal een uitgebreide complexe opdracht die digitaal wordt aangeboden en waarbij leerlingen gebruik maken van digitale informatiebronnen op het web. Diverse scholen ontwikkelen hun eigen webquests. Voor wiskunde in de onderbouw is een aantal interessante webquests online te vinden, die kenmerken vertonen van authentieke toetsing. We bespreken een voorbeeld.

<http://www.meridiaan-hsl.nl/wiskunde/webkwesties/griep/hsl1.html>

In deze webquest onderzoeken leerlingen het verloop van de griep en of er een verband is tussen het weer en het verloop van de griep. Er is sprake van een complex realistisch probleem op het gebied van wiskunde. De hele opdracht inclusief het beoordelingsmodel staat op het web. De digitale

⁵ <http://www.digischool.nl/wi/WiskundeE-brief/>

bronnen die de leerlingen gebruiken zijn: de website van de grote griepmeting met kaarten en grafieken van de verspreiding van de griep gedurende een bepaalde periode en de website van het KNMI met gegevens in grafieken en tabellen over het weer. Het resultaat wordt niet digitaal ingeleverd of beoordeeld.

Authentieke digitale toetsen ontwerpen

Hier komen we bij de oorspronkelijke vraag die gesteld werd op het Amadeus Lyceum. Is het mogelijk om dergelijke toetsen zelf te maken en op te nemen in de schoolpraktijk? En wat moet je daar als docent allemaal voor weten? Dit is de tweede deelvraag uit dit onderzoek.

Bij het ontwerpen van authentieke digitale toetsen zijn twee aspecten van belang voor de docent.

- Inhoudelijk:
Goed kunnen interpreteren welk type toetsing op welk moment nodig is; idee hebben welke mate van authenticiteit noodzakelijk is;
- Technisch/organisatorisch:
Afstemming met de ict-koers van de school, zoals het ELO-gebruik; eventueel invoeren van de toetsitems (als bestaande digitale toetsen niet toereikend zijn); de organisatie in de klas.

We zullen in hoofdstuk 3 deze aspecten van de docentvaardigheid belichten.

Samenvatting

Onder authentiek wiskundeonderwijs verstaan we wiskundeonderwijs dat betekenisvol is voor leerlingen en aansluit aan bij bestaande kennis en interesses. Het gebruik van wiskunde is relevant voor het oplossen van een probleem dat gepresenteerd wordt in of vanuit levensechte complexe taaksituaties. In het onderwijs zijn interactie, communicatie en samenwerking van belang.

Bij authentiek leren hoort authentiek toetsen. Dat kan vorm krijgen in een gelanceerd toetsinstrumentarium, waarmee leerlingen kunnen laten zien wat ze kennen en kunnen. De complexe toetsvragen vertonen overeenkomst met de situaties die gebruikt worden voor het leren, daarbij kan er in de schoolpraktijk sprake zijn van integratie van diverse gebieden van de wiskunde en van wiskunde met andere vakgebieden. Daarnaast is er ook plaats voor meer op kennis en vaardigheden gerichte toetsing. Het is van belang dat de leerling zelf kan bepalen of en wanneer hij/zij aan een toets toe

is. Gerichte inhoudelijke feedback maakt deze vorm van toetsing ondersteunend voor het leren. Deze vorm van toetsing kan goed digitaal worden aangeboden. Voor wiskunde zijn er diverse voorbeelden. Digitale toetsen worden in ieder geval digitaal aangeboden. Verder kan er bij digitaal toetsen sprake zijn van een of meer van de volgende mogelijkheden: digitaal invoeren van antwoorden, beschikbaarheid van digitale tools of gegevens, automatisch gegenereerde opgaven, automatisch nakijken, scoren en van feedback voorzien van het leerlingenwerk.

Hoofdstuk 3: Onderzoek op het Amadeus Lyceum

Inleiding

Naast het literatuuronderzoek waarvan de uitkomsten zijn beschreven in Hoofdstuk 2 zijn de volgende onderdelen van het onderzoek uitgevoerd in samenwerking met docenten:

- groepsinterview en vragenlijst naar opvattingen over en ervaringen met toetsing bij authentiek wiskundeonderwijs en met digitale toetsing (met docenten van 5 scholen);
- een cyclisch experiment om zelf te komen tot bruikbare digitale toetsen (met de docenten van het Amadeus Lyceum).

Van deze twee onderdelen doen we in dit hoofdstuk verslag. Daarbij ligt de nadruk op de situatie en de ervaringen op het Amadeus Lyceum.

Groepsinterview en vragenlijst

Gebaseerd op het literatuuronderzoek (Hoofdstuk 2) is een vragenlijst gemaakt om zicht te krijgen op de kennis en opvattingen over en de ervaringen met authentiek toetsen van wiskunde. In een bijeenkomst met tien docenten van vijf vernieuwende scholen waaronder de aanvragende school, die samenwerken in een netwerk onder de naam ‘scenario 5’ is deze vragenlijst voorgelegd. Daaraan voorafgaand is een groepsinterview gehouden om zicht te krijgen op de toetspraktijk op school, vervolgens heeft elke docent de vragenlijst ingevuld. Hiermee trachten we een beeld te krijgen van de kenmerken waaraan volgens deze docenten een goede authentieke toets moet voldoen.

Groepsinterview

De vijf scholen werken volgens principes die soms worden samengevat onder de noemer van ‘het nieuwe leren’ (de scholen kiezen overigens zelf niet voor dit label, dat doet de buitenwacht). Alle scholen delen het uitgangspunt dat in hun onderwijs de lerende centraal staat en dat het leren voor de leerling betekenis moet hebben. Het onderwijs op de scholen vertoont kenmerken van authentiek onderwijs al geldt dit in veel gevallen niet of slechts in mindere mate voor wiskunde. Vaak heeft dit vakgebied een uitzonderingspositie. Het

voert in het verband van dit onderzoek te ver om daar voor elk van de vijf scholen aandacht aan te besteden. Voor het Amadeus Lyceum gaan we later in dit hoofdstuk uitvoeriger in op de positie van wiskunde en de toetsing ervan (zie ook Hoofdstuk 1). Hier beperken we ons tot een korte samenvatting van de toetspraktijk met betrekking tot wiskunde op de vier andere scholen, zoals die in het groepsinterview naar voren kwam. Een uitgebreider verslag is beschikbaar via de auteurs.

UniC, Utrecht



Unic heeft in 2006/2007 drie leerjaren. Toetsing op UniC gebeurt op allerlei manieren, dit kan per vakgebied of leergebied verschillen. Voor wiskunde worden toetsen uit de wiskundemethodes gebruikt, met name om basisvaardigheden te toetsen. Af en toe werken leerlingen voor wiskunde aan grotere complexe opdrachten. Er is geen tussentijdse beoordeling buiten de toetsen. Leerlingen kunnen werken op de niveaus: trainee, junior of senior. Testresultaten staan op de ELO (een elo speciaal ontwikkeld voor UniC) ook ouders kunnen die inzien en erop reageren. Voorlopig ligt de nadruk voor wiskunde op de basisvaardigheden.

Vathorst College, Amersfoort



Er wordt gewerkt in vakoverstijgende thema's met een afsluitende themaopdrachten. Deze wordt meestal beoordeeld aan de hand van een presentatie van het resultaat. Verschillende docenten doen deze beoordeling samen, een enkele keer is ook wiskunde betrokken in de themaopdracht. Bij een onvoldoende moet het werk worden verbeterd, bij een 'matig' mag dat als

de leerling(en) het wil(len). De beoordeling brengt veel administratieve rompslomp met zich mee voor elke docent.

Voor wiskunde apart zijn er ook grotere complexe opdrachten waarbij een product hoort of een prestatie moet worden geleverd. Ook deze worden in een gesprek beoordeeld met onvoldoende, matig, of voldoende. Daarnaast zijn er onderdelen die op zichzelf staan, los van thema's, zoals rekenen met negatieve getallen en vergelijkingen oplossen. Deze worden meestal beoordeeld met een kleine toets op papier, waarbij een leerling net zolang doorgaat tot het resultaat voldoende is. Vaak komen de opgaven voor een dergelijke toets uit een wiskundemethode, vanwege de "ijking" van het resultaat. In het eerste leerjaar zijn alle toetsvragen voor iedereen hetzelfde in het tweede leerjaar zijn er opdrachten op twee niveaus vmbo-t/havo en havo/vwo.

Een voorbeeld van een goede bij de onderwijsvisie passende toetsopdracht voor wiskunde was een themaopdracht waarbij leerlingen zelfstandig uit moesten zoeken hoe oppervlaktes van verschillende vlakke figuren moesten worden berekend en welke formules daarbij gebruikt konden worden. Het resultaat werd verwerkt in een 'spiekbriefje', dat een klasgenoot bij een toets over oppervlakte mocht gebruiken. De leerling die het spiekbriefje gebruikte gaf ook feedback erover aan de leerling die het gemaakt had. Het geheel werd afgesloten met een klassikale terugblik.

De Nieuwste School, Tilburg



De Nieuwste school in Tilburg heeft in 2006/2007 twee leerjaren en het onderwijs is nog sterk in ontwikkeling. Er worden geen toetsen afgenomen. Leerlingen worden beoordeeld in de les en op grond van hun werk op inzet, tempo en diepgang met onvoldoende-matig-voldoende-goed. Voor wiskunde krijgen leerlingen in de zogenaamde kennisweek van te voren een omvangrijke vraag/opdracht mee naar huis, waarop ze zich kunnen voorbereiden. In de kennisweek moeten ze deze dan uitwerken en inleveren of presenteren en wordt deze beoordeeld. Verder zal in de nabije toekomst ook de wiskunde die leerlingen in projecten gebruiken, worden beoordeeld.

Werkplaats de kindergemeenschap, Bilthoven



De Werkplaats is onlangs voor de hele school overgestapt naar het werken in domeinen. Daarbij is er een grotere mate van zelfstandigheid voor de leerlingen en zijn er minder 'lessen'. Toetsing gebeurt per vak. In elk leerjaar zijn er voor wiskunde naast gewone toetsen uit de methode ook projecten en praktische opdrachten. Soms wordt een aantal hoofdstukken gecombineerd tot een grote wiskundeopdracht (bijvoorbeeld een wiskundewandeling) die leerlingen in een vastgestelde tijd bijvoorbeeld binnen drie dagen moeten afronden. Er zijn dan vooraf eisen en beoordeling geformuleerd. Er zijn voor wiskunde ook kleine praktische opdrachten waarbij leerlingen een korte presentatie houden die dan beoordeeld wordt. Tenslotte worden ook toetsen uit de wiskundemethode gebruikt. In het eerste leerjaar krijgen de leerlingen een beoordeling in woorden: onvoldoende-matig-voldoende-goed. In hogere leerjaren worden cijfers gegeven.

Vragenlijst

De vragenlijst bestaat uit twee onderdelen: Deel A gaat over authentiek toetsen en Deel B gaat over digitaal toetsen. De vragenlijst is ingevuld door de docenten wiskunde van het Vathorst College, Amadeus Lyceum, UniC, de Nieuwste school en de Werkplaats.

Deel A – Over authentiek toetsen

Vraag 1 - Is het wiskundeonderwijs op uw school zo vormgegeven dat er sprake is van authentiek leren van wiskunde?

De meeste docenten geven aan hier aan te twijfelen, hoewel sommige docenten openingen zien:

"Binnen projecten worden vragen die vanuit de leerling komen behandeld. De leerling wordt geprikkeld om de wiskunde hieruit te halen. Het leren van de wiskunde is dan betekenisvol"

Het beeld dat uit de beantwoording van deze vraag naar voren komt is ook het beeld dat wij als onderzoekers hebben. Het is nog helemaal niet eenvoudig om op scholen die voor scenario 4 (ook wel 'natuurlijk leren' genoemd) kiezen te komen tot goed betekenisvol authentiek wiskundeonderwijs. Dat vraagt een flinke investering en het blijft de vraag hoe ver je wilt (en ook hoe ver je kunt) gaan.

Vraag 2 - Kan volgens U authentiek leren van wiskunde passend getoetst worden?

Hier geven de docenten een bijna unaniem 'ja' als antwoord met onder ander de volgende toelichtingen:

"Ja. Mondeling en via presentaties of schriftelijk in een verslag, met bespreken met de leerling"

"Ja. Je kan op verschillende manieren terugvragen en vragen stellen die betrekking hebben op: inhoud, volledigheid, (soms) samenhang, toepassing."

Opvallend dat men op deze vraag (direct na vraag 1) zo makkelijk aangeeft dat het authentiek toetsen van wiskunde mogelijk moet zijn. Oftewel, als de school er in slaagt om de wiskunde goed te positioneren (en authentiek aan te bieden), dan zal de toetsing daarvan in principe geen probleem zijn, zo is de verwachting van deze docenten.

Vraag 3 - Kunt U een in uw ogen goed voorbeeld geven van een authentieke toets of toetsvraag?

Dit valt blijkbaar niet mee, want er komen weinig voorbeelden of suggesties. Eén concrete suggestie willen we vermelden.

"Hoeveel prullenbakken zijn er nodig in 't domein, zodat we niet omkomen in de rommel (bijv. als je de opruimbeurt hebt)?"

Het 'domein' is dan de plek waar de leerlingen werken. In deze scholen werken de leerlingen vaak niet meer in lokalen, maar in grotere ruimtes, de zogenaamde 'domeinen'. Het lijkt ons inderdaad een mooie vraagstelling, met zinvol gebruik van (eenvoudige) wiskunde, goed in de context geplaatst, en betekenisvol voor de betreffende leerlingen.

Deel B - Over digitaal toetsen

Vraag 1 - Gebruikt u digitale toetsen of heeft u ze gebruikt?

Hier is nog relatief weinig ervaring mee. Er wordt hier en daar gebruik gemaakt van digitale toetsen, maar de ervaring is beperkt. De omgeving 'Moodle' wordt genoemd als een omgeving waarin toetsen gemaakt worden, maar daarbij wordt opgemerkt dat er alleen korte kennisvragen met een ja/nee antwoord werden gesteld.

Vraag 2 – Zou u in de toekomst gebruik willen maken van digitaal toetsen?

Hier volgt een volmondig unaniem 'ja' op. De argumenten die hiervoor opgevoerd worden zijn: bestaande toetsen kunnen eenvoudig aangepast worden; leerlingen kunnen zelf – diagnostisch of als oefening – met toetsing aan de gang; het nakijkwerk is aanzienlijk minder.

Vraag 3 - Wat ziet u als belangrijkste voordeel van digitaal toetsen?

De zaken die hier genoemd worden zijn:

- Leerlingen kunnen zelfstandig aan het werk en nagaan welke kennis zij hebben opgedaan. Bij automatische feedback kunnen zij dit op ieder moment doen
- Snelheid/gemak
- Tijdwinst bij beoordeling
- leuker, handiger, kan meer testen in dezelfde tijd. Meteen in computer opslaan
- kinderen kunnen zelf moment kiezen om de toets te doen
- het blijft bewaard
- extra oefenen
- tijdsbesparend
- Werk uit handen
- computer is heden/toekomst

Vraag 4 – Wat ziet u als belangrijkste beperking van (digitaal) toetsen?

Er is een sterke twijfel of de huidige digitale toetsen ook het proces ('hoe komt de leerling tot het antwoord?') goed in beeld kunnen brengen. Als dat niet kan is digitaal toetsen een achteruitgang ten opzichte van het huidige schriftelijke toetsen.

"Leerlingen gebruiken het als afvinklijst. 'Als ik deze toetsen kan maken, dan ben ik klaar'."

Ook worden enkele pragmatische zaken genoemd (invoer van toetsitems zou nog wel eens drempelig kunnen zijn; de afhankelijkheid van beschikbare apparatuur, etc.).

Vraag 5 – Welke aspecten van digitaal toetsen vindt u belangrijk?

Deze vraag werd aangeboden met een voorgestructureerde antwoordmogelijkheid, nl. een score-mogelijkheid van 0 (niet belangrijk) t/m 3 (zeer belangrijk). Hieronder de items in volgorde van belang (de gemiddelde score).

<i>item</i>	<i>score</i>
opslag resultaten	3,0
automatische feedback	2,7
digitale tools beschikbaar	2,7
automatisch genereren van opdrachten	2,6
digitale bronnen beschikbaar	2,6
automatische beoordeling	2,6
digitale aanbieding van toetsopdrachten	2,5
digitale invoer antwoorden	2,4

Figuur. Welke aspecten van digitaal toetsen vinden docenten belangrijk?

Hier komt naar voren dat men het belangrijk vindt dat de scores bij digitaal toetsen makkelijk kunnen worden vastgelegd voor beoordeling en diagnostiek.

Vraag 6 - Welke randvoorwaarden moeten vervuld zijn bij invoering (of gebruik) van digitale toetsen?

Zaken die genoemd worden zijn:

- De toetsing moet passen binnen de ELO die door de school gekozen is
- De leercurve voor de leerling moet laag zijn
- De leercurve voor de docent moet laag zijn

Vraag 7 - Aan welke eisen zou een digitaal toetspakket – of elektronische leeromgeving – voor u moeten voldoen? (o.a. wat moet het zeker kunnen, etc.)?

Zaken die genoemd worden zijn:

- Open vragen, automatische feedback
- Fungeren als toetsenbank: eenvoudig aan te vullen en uitwisselbaar met andere gebruikers (scholen)
- Instelbaarheid van categorieën/niveaus (zoals deze op school worden gebezigd)
- Aanpasbaar voor de docent (gebruiksvriendelijk; commentaar kunnen toevoegen)
- Resultaten opvraagbaar door leerlingen
- Eenvoudig te gebruiken

Vraag 8 - Welke ondersteuning zou u willen krijgen bij het gebruiken en/of ontwerpen van digitale toetsen?

Zaken die genoemd worden zijn:

- Vraagbaak/helpdesk
- Goed systeembeheer ter ondersteuning
- Cursus (en handleiding) in het maken en vormgeven van opgaven
- Een databank waar je eens wat af kan halen
- Kant en klare toetsen

Samenvattend kan gesteld worden dat uit deze vragenlijst en het interview het beeld naar voren komt dat alle scholen positief staan ten opzichte van het gebruik van digitaal toetsen. Ze worstelen met het vormgeven van authentiek wiskunde onderwijs en daarbij passende toetsing.

Cyclisch experiment op het Amadeus Lyceum



Lokale situatie nader beschouwd (nulmeting)

Het Amadeus Lyceum werkt zoals in Hoofdstuk 1 is toegelicht volgens principes van sociaalconstructivistische leertheorieën. De beoordeling van leerlingen is daaraan aangepast. Leerlingen krijgen geen cijfers, maar in plaats daarvan elke zes weken een rapportage met daarin voor elk vak en leergebied een advies: vmbo-t of havo/vwo. De leerling moet dit advies steeds 'waarmaken' door op het bijbehorend niveau te presteren. Mede op verzoek van ouders wordt het advies tegenwoordig aangevuld met een aanduiding zwak-voldoende-goed. Dit geeft meer zicht op de voortgang.

Door het vertrek van de aanvragende wiskundedocent met ingang van schooljaar 2006/2007 kwam het ontwikkelen van eigen lesmateriaal en bijpassende toetsen op het Amadeus Lyceum nagenoeg tot stilstand. Dit had tot gevolg dat er nauwelijks meer een relatie bestond tussen de themaopdrachten binnen het leergebied mens en natuur (waaronder ook wiskunde valt) en de opdrachten voor wiskunde. Voor wiskunde ontstond een eigen spoor dat bestond uit de digitaal beschikbare hoofdstukken uit de wiskundemethode Getal en Ruimte aangeboden via de eigen ELO met daarbij een door de docent geschreven studiewijzer. Van authentiek wiskundeonderwijs was amper meer sprake.

Toetsing

De experimenten met digitaal toetsen zoals uitgevoerd in schooljaar 2004/2005 (zie Hoofdstuk 1) werden in het schooljaar 2005/2006 nog op beperkte schaal voortgezet. In dat schooljaar werd bijvoorbeeld in Moodle een meerkeuzetoets gemaakt over basale feitenkennis op het gebied van statistiek. De investeringen bleven echter beperkt met name vanwege de eerder teleurstellende ervaringen met wiskundetoetsen in Moodle.

Ook bij de aanvang van het onderzoek in schooljaar 2006/2007 stond het digitaal toetsen op een laag pitje. Er is nog één keer door een stagiaire een digitale toets in Moodle gemaakt voor het onderwerp rekenen met negatieve getallen. De voordelen van automatisch nakijken leken te kunnen opwegen tegen de investering. Ook leken voor dit onderwerp de eerder geconstateerde nadelen (Linders, 2005) minder groot. De gebruikte vraagvormen waren meerkeuze en kort antwoord. Opnieuw bleek dat de elementaire vaardigheden van het maken van toetsen in Moodle snel te leren zijn en dat daarmee wellicht tijdwinst wordt geboekt door het wegvallen van het nakijkwerk. Ook bij dit onderwerp echter bleken de specifieke problemen met wiskunde groot te zijn. Zo was er geen breukensymbool beschikbaar en deden zich opnieuw problemen met het intypen en beoordelen van antwoorden voor:

Ook werkt het automatisch nakijken niet heel goed. Typen de leerlingen maar één leesteken anders, dan wordt het al fout gerekend. Kortom, je moet heel veel mogelijke antwoorden intypen, wil je er zeker van zijn dat de computer foutloos nakijkt. Stel het goede antwoord is -4,6; dan kan een leerling ook – 4.6; -4.6; -4,6 invullen!

Als voordelen bleken: het ‘mixin’ van vragen door de computer, de besparingen op het nakijkwerk en het overzicht van de leerling-resultaten. Deze voordelen wogen echter opnieuw niet op tegen de nadelen.

Het toetsen voor wiskunde gebeurde gedurende de periode dat het onderzoek liep voornamelijk traditioneel, met schriftelijke toetsing. Hiervoor werden hoofdzakelijk de toetsen gebruikt die geleverd worden bij de wiskunde methode Getal en Ruimte. De toetsen zijn doorgaans via de ELO beschikbaar voor de leerlingen, maar worden vervolgens op papier gemaakt. De docenten kijken de toetsen met de hand na en beoordelen het resultaat. Deze methodetoetsen worden, in ieder geval vanaf leerjaar 2, aangepast door de docenten om gedifferentieerde beoordeling mogelijk te maken. Daartoe worden er verschillende opgaven voor verschillende niveaus (vmbo-t, havo, vwo) in de toets opgenomen. Bij elke opgave staat de nivea aanduiding, leerlingen mogen zelf kiezen of ze ook vragen van een hoger niveau willen maken. Bij elk niveau hoort een eigen beoordeling, er wordt niet omgerekend. De bewijslast voor het behaald hebben van een leerdoel en een bepaald niveau ligt bij de leerling. De leerling kan zo’n bewijs soms ook leveren door het maken van een open opdracht in plaats van een toets. Er worden tevens voortgangstoetsen van het Cito gebruikt om het niveau te ijken.

Plannen en wensen

Deze situatie waarin het wiskundeonderwijs inclusief de toetsing vooral door de methode (Getal en Ruimte) wordt gestuurd, wordt door de huidige wiskundeleraars gezien als een onwenselijke maar door de omstandigheden onvermijdelijke tussenfase. Het streven is nog steeds om op termijn zowel het wiskundeonderwijs op een authentieke manier in te richten binnen het leergebied Mens en Natuur, als om ook met passende toetsvormen recht te doen aan authentiek leren.

De docenten hebben hun toekomstwensen met betrekking tot de rol van digitaal toetsen bij (authentiek) wiskundeonderwijs geherformuleerd en zijn gekomen tot het volgende.

In het ideale geval is in de toekomst de docent steeds vaker buiten beeld en neemt de leerling de verantwoordelijkheid en de bewijslast voor waar hij/zij staat. Toetsing vindt dan gedifferentieerd plaats zowel wat betreft inhoud, vorm, niveau als tijd. Als dat middels schriftelijke toetsing moet gebeuren brengt dat veel extra werk voor de docent met zich. Een mogelijkheid voor het

realiseren van een vorm van flexibele door leerlingen zelf te plannen toetsing zou een (digitale) toetsenbank kunnen zijn, die bij voorkeur binnen de ELO (Moodle) beschikbaar is. Onder elke toetsvraag ligt dan een leerdoel op een bepaald niveau en zijn inhoudelijke feedback en gerichte herkansingen beschikbaar.

Hier formuleren de docenten echter meteen ook bedenkingen bij. Toetsen met een dergelijke toetsenbank brengt een risico van versnippering en oppervlakkige beheersing van losse leerdoelen zonder overzicht en zicht op samenhang met zich mee. Het kan dan een afstrepen van vaardigheden worden, hetgeen totaal geen zicht meer geeft op waar de leerling staat. Dit risico is des te sterker als binnen een dergelijk systeem slechts gesloten vragen mogelijk zijn. Ook is duidelijk dat een dergelijke vorm van toetsing geen (of maar beperkt) recht doet aan het gewenste authentieke karakter van het wiskundeonderwijs en de toetsing.

De uitvoering van dit kortlopend onderzoek levert een nieuw startpunt voor een ‘interventie’ waarbij de docenten van Amadeus Lyceum en de onderzoekers van het Freudenthal instituut gezamenlijk trachten een concrete invulling te geven aan digitaal authentiek toetsen binnen het systeem van het Amadeus Lyceum.

Cyclus stap 1: Een bestaande (schriftelijke) toets analyseren

In deze eerste stap van het ontwerpexperiment zijn we begonnen met de analyse van een bestaande schriftelijke toets. Dit is een meetkundetoets waarover de docenten van het Amadeus Lyceum tevreden zijn. Het is een bewerking van een toets uit de methode Getal en Ruimte, bij het hoofdstuk 1 uit deel 1 havo/vwo 1. De leerdoelen van dit hoofdstuk en deze toets zijn:

- leerlingen weten wat ruimtefiguren zijn
- leerlingen kennen de namen van ruimtefiguren
- leerlingen kunnen een uitslag van een ruimtefiguur maken en controleren
- leerlingen kunnen vlakke figuren construeren met passer en geodriehoek
- leerlingen kunnen redeneren over vormen in de ruimte

Om de toets beter aan te laten sluiten bij het onderwijs is de toets zo aangepast dat er vragen en een normering op twee niveaus zijn (voor vmbo-t en voor havo/vwo). Zie de bijlage (achterin het boekje) voor een afdruk van de toets. Deze toets wordt in de huidige onderwijspraktijk schriftelijk afgenomen bij een hele klas en vervolgens nagekeken door de docent. De ervaringen met deze toets zijn goed: de resultaten zijn naar verwachting en het werken met vragen op niveaus wordt zowel door docenten als leerlingen gewaardeerd. Het geeft meer zicht op waar de leerling staat.

Als we deze toets leggen naast de kenmerken van authentieke en gebalanceerde toetsen constateren we dat deze toets niet hoog scoort op authenticiteit. Leerlingen voeren weliswaar taken uit waarbij ze ook actief construeren (in plaats van dat ze slechts antwoorden kiezen), deze zijn echter niet in levensechte of betekenisvolle situaties gesitueerd. Het zijn ook geen grote complexe taken. Het product is beperkt tot antwoorden op vragen, wel is er in een aantal opgaven aandacht voor het proces. Er zitten reproductievragen in en ook een enkele vraag waarin leerlingen verbindingen moeten leggen. Een goed voorbeeld daarvan is opgave 5b waarin meetkunde en algebra verbonden worden.

Als groot nadeel van deze vorm van schriftelijk toetsen wordt door de docenten het gebrek aan flexibiliteit genoemd. Alle leerlingen maken op hetzelfde moment dezelfde toets. Dit sluit niet goed aan bij de visie en werkwijze van de school. Een ander nadeel dat hiermee samenhangt is de hoeveelheid werk die nodig is om een leerling in staat te stellen zijn of haar resultaat te verbeteren. Dit betreft het geven van goede inhoudelijke feedback, constructie van extra toetsopdrachten en het nakijken en beoordelen ervan.

Cyclus stap 2: Analyse ten behoeve van digitaliseren

In deze stap 2 hebben de onderzoekers een eerste analyse gemaakt van de opdrachten in de meetkundetoets met het oog op omzetting naar een digitale variant. De resultaten van deze analyse zijn vervolgens weer voorgelegd aan de docenten. De analyse leverde het volgende beeld op.

Het is eenvoudig de meer gesloten vragen (1, 2, 5) om te zetten in een digitale vorm. Neem bijvoorbeeld opgave 2.

Opgave 2

a. Welke van de onderstaande bouwplaten zijn uitslagen van een kubus?

Figuur. Opgave 2 uit meetkundetoets

Deze opgave kan bijvoorbeeld in ‘multiple choice’ vorm, daarmee verandert noch de vraag, noch de leerling-activiteit. De scoring kan dan ook automatisch gebeuren en de kans op missers daarbij is nagenoeg uitgesloten. Alle bekeken toetspakketten (zie de bijlage over de handreiking voor docenten) bieden dit vraagtype en de mogelijkheid illustraties op te nemen.

Opgave 1

a. Zie de vijf ruimtefiguren hiernaast. Geef de wiskundige namen.

Figuur. Opgave 1 uit meetkundetoets

Opgave 1, waarin de namen van ruimtefiguren gevraagd worden, kan eenvoudig uitgevoerd worden als een open vraag met een kort antwoord. Nadeel bij automatische scoring is dat een tyfout tot gevolg kan hebben dat een antwoord fout wordt gerekend. Afhankelijk van de doelen van de toets is dit meer of minder wenselijk. Het is lastig alle tyfouten te voorzien en als alternatief goed antwoord in te voeren. Een ander nadeel van automatische scoring kan zijn dat er geen onderscheid is in soorten fouten. Als een leerling bijvoorbeeld een kubus een vierkant noemt is dat een ander soort fout dan wanneer hij/zij de kubus een piramide noemt. Bij voor de hand liggende fouten kan inhoudelijke feedback worden toegevoegd. Bij een leerling die de

kubus de naam 'balk' geeft (wat niet fout is) zou je willen doorvragen en nagaan of de leerling een naam kent voor dit speciale type balk.

Als deze opgave omgezet wordt in een matchingsvraag - wat ook in alle bekeken pakketten mogelijk is- wordt automatische scoring eenvoudig en is die niet meer foutgevoelig. Een nadeel van omzetting in een matchingsvraag is dat dan de namen van de figuren zijn gegeven en dat een leerling een naam kan selecteren in plaats van deze zelf te produceren. Of dit een bezwaar is zal afhangen van het doel van de toets.

De constructievragen (3, 4, 6) zijn niet goed digitaliseerbaar in de bekeken pakketten. Voor een digitale versie van vraag 4, waarin leerlingen meetkundige figuren moeten construeren, zou een meetkundeomgeving nodig zijn, denk aan Cabri⁶, GeoGebra⁷ en dergelijke.

Opgave 4

- a. Teken een rechthoek ABCD met $AB=6$ cm en $BC=4$ cm
- b. Teken de cirkel met middelpunt A en straal 3 cm
- c. Teken een cirkel met diameter 4 cm. Neem B als middelpunt

Figuur. Opgave 4 uit meetkundetoets

Daarnaast speelt bij deze constructieopgaven de vraag mee of het niet juist wenselijk is dat leerlingen ook leren een meetkundige constructie op papier te maken met geschikt wiskundig gereedschap. Als dat een doel is, kan dat per definitie niet bereikt worden door deze opgave digitaal aan te bieden.

⁶ <http://www.cabri.com/>

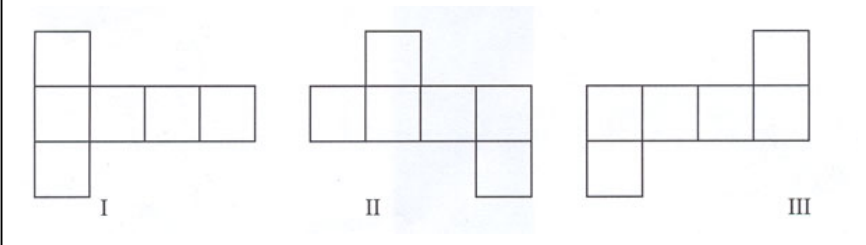
⁷ <http://www.geogebra.org/>. Geogebra wordt o.a. gebruikt bij WIMS (<http://wims.math.leidenuniv.nl/wims/>)

Alternatieven

Voor een aantal van de toetsvragen hebben we bekeken wat de mogelijkheden zijn als we ook andere aspecten, dan aanbidding, invoer en scoring, van de toets digitaal willen maken. Zo is één van de mogelijkheden het aanbieden van digitale tools. Met name in een situatie waarin de toets diagnostisch wordt gebruikt biedt dat de leerling steun en feedback.

Voor vraag 2 bijvoorbeeld kan het beschikbaar stellen van een bouwplaten-animatie de leerling steun bieden bij het beantwoorden van de opgave.

Welke van de onderstaande bouwplaten zijn uitslagen van een kubus?



Gebruik eventueel 'Bouwplaten' (een interactieve toepassing van WisWeb⁸)

Figuur. Aangepaste opgave 2 uit de meetkundetoets

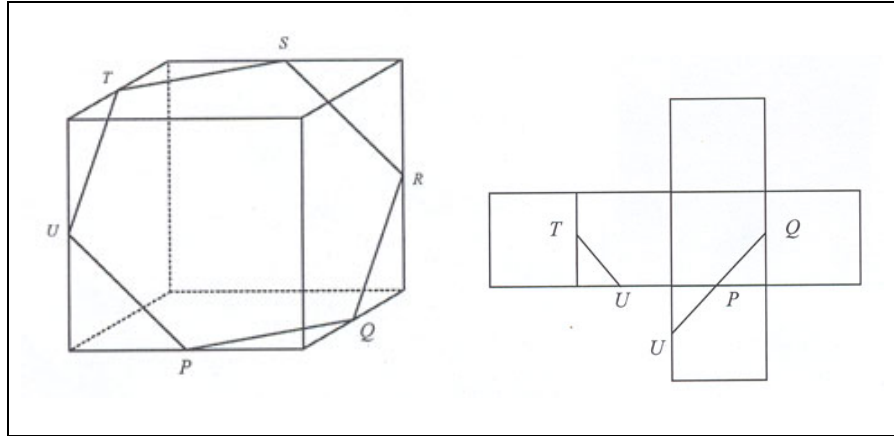
Opgave 6 zou bijvoorbeeld met hulp van het meetkundeprogramma Doorzien⁹ kunnen worden gedaan.

Opgave 6

Op de grensvlakken van een kubus met ribben van 3 cm zijn lijnen getekend die samen een zeshoek vormen. De lijnen verbinden middels van ribben met elkaar. Zie de figuur hiernaast. Hiernaast zie je een uitslag van de kubus met daarin lijn PQ. Teken in de uitslag de andere lijnen van de zeshoek. Zet de letter erbij.

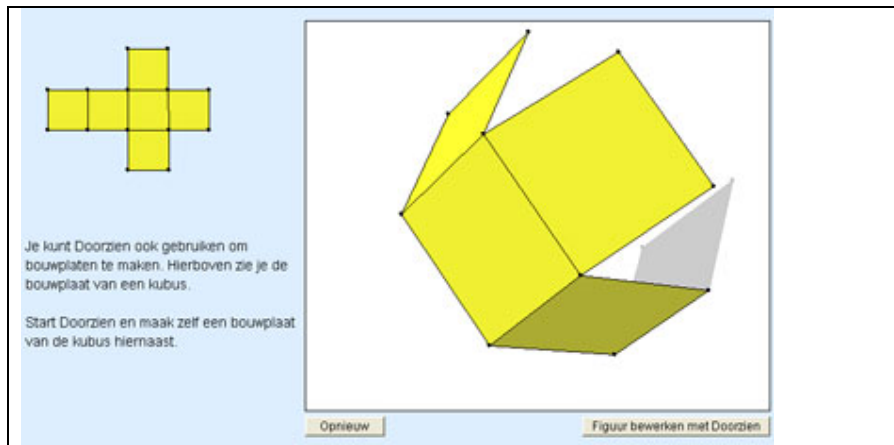
⁸ http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00297/toepassing_wisweb.html

⁹ http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00349/toepassing_wisweb.html



Figuur. Opgave 6 uit meetkundetoets

Hiermee kunnen onder andere snijvlakken in ruimtefiguren worden aangebracht en kunnen uitslagen worden getoond.



Figuur. Schermafbeeld van DWO. Vanuit Doorzien kan een figuur in de DWO geladen worden.

Het totaalbeeld dat deze analyse oplevert is dat het lastig is om met behoud van de doelen en de leerling-activiteiten die in de papieren toets zitten, de meetkundetoets in zijn geheel digitaal aan te bieden. De reproductievragen waar het gaat om kennis lenen zich goed daarvoor, maar de meetkundige

constructievragen passen slecht in een digitale toets. De conclusie is dat het veel werk zal zijn, met maar een beperkte winst, om deze toets te digitaliseren. Een bestpassende digitale omgeving waarin ook constructies kunnen worden gemaakt en beoordeeld zou dan eerst ook nog gevonden moeten worden. Of die vervolgens weer in de ELO van het Amadeus Lyceum, Moodle, te gebruiken is, is dan nog een punt van zorg¹⁰.

Cyclus stap 3: Andere digitale meetkundetoetsen

De volgende stap was het zoeken naar bestaande digitale meetkundetoetsen en na te gaan in hoeverre die dezelfde doelen dekken en voldoen aan de wensen van het Amadeus. Die zoektocht leverde weinig direct bruikbaar op. De gevonden digitale toetsen hebben eigenlijk vaak ‘papieren’ vragen (soms wel met feedback en opslag resultaten) en maken nauwelijks gebruik van tekeningen of tools voor bijvoorbeeld meetkundige constructies¹¹. Twee van de bekeken digitale (toets)pakketten proberen de geconstateerde barrière te slechten. Die twee zijn met de docenten samen bekeken op hun bruikbaarheid. Een korte beschrijving volgt hier.

Wims

Wims is de afkorting van WWW Interactieve Mathematica Server. Op de Nederlandse site van WIMS bij de afdeling wiskunde van de universiteit van Leiden <http://wims.math.leidenuniv.nl/wims/> zijn diverse digitale wiskundemodules en -toetsen te vinden. WIMS voldoet aan de diverse eisen en wensen op het gebied van omgaan met formules en wiskundige symbolen. Gebruikers van WIMS kunnen zowel bestaande modules en toetsen gebruiken als deze aanpassen, ook kunnen eigen modules en toetsen worden aangemaakt en kunnen deze in de eigen ELO worden gehangen. Daarbij zijn veel vormen van vragen en van hints en feedback mogelijk. In WIMS kan voor meetkunde gebruik worden gemaakt van een tekenpakket GeoGebra. In de module meetkunde I zitten bijvoorbeeld opgaven met GeoGebra waarbij leerlingen bepaalde figuren moeten natekenen.

Een exacte match tussen de meetkundetoets van het Amadeus Lyceum en een bestaande module of toets in WIMS is er niet. Wel zou de toets grotendeels in

¹⁰ Ondanks edu-standaards zoals SCORM e.d. is dit nog geen sinecure.

¹¹ Voor een overzicht verwijzen we naar de docenten-handreiking die in bijlage 1 van dit boekje wordt verwezen

WIMS kunnen worden nageemaakt. Dit vereist echter, zo bleek, een behoorlijk grote investering van de docenten.

Dwo

In de Digitale Wiskunde Oefenomgeving DWO (www.wisweb.nl) zijn modules beschikbaar op diverse gebieden van de wiskunde onder andere rekenen, algebra en meetkunde. Daarin worden vragen en opdrachten digitaal aangeboden, meestal zijn er ook tools in de vorm van interactieve online toepassingen beschikbaar en wordt er goed/fout feedback gegeven op antwoorden en op tussenstappen. De uitwerkingen van de leerlingen en de resultaten in de vorm van een score worden digitaal opgeslagen en kunnen door de leerling en de docent worden bekeken. De DWO biedt naast kant en klare modules (vaak met een toets erbij) ook de mogelijkheid modules aan te passen door bijvoorbeeld zelf opdrachten te wijzigen of in te voeren. De DWO voldoet net als WIMS aan de eisen en wensen op het gebied van omgaan met formules en wiskundige symbolen (zowel door docent als leerling).

Voor meetkunde zijn er diverse tools en modules beschikbaar die een rol zouden kunnen spelen in de meetkundetoets van Amadeus. Een volledige match tussen een bestaande DWO module en de toets is er niet. De mogelijkheden om een geheel eigen toets te maken binnen de DWO zijn nog beperkt. Het klaarzetten en aanpassen van bestaande modules bleek echter zeer eenvoudig te leren. De feedback en leerling-registratie werden gezien als belangrijke voordelen.

Cyclus stap 4: Terugkoppeling, keuze en vervolgstappen

Vanuit de analyses en de inventarisatie is in overleg tussen onderzoekers en docenten geconstateerd wat binnen Amadeus Lyceum het beste zou kunnen werken. Duidelijk is geworden dat digitaal toetsen zeker op dit moment niet alomvattend zal zijn. Zo is uit de analyse van de meetkundetoets bijvoorbeeld naar voren gekomen dat sommige doelen – zoals het construeren van figuren - bij voorkeur niet digitaal getoetst zouden moeten worden. Ook is de docenten gebleken dat er wel degelijk mogelijkheden zijn digitale toetsen in te zetten, waarbij als een geschikt pakket wordt gekozen de voordelen opwegen tegen de nadelen.

Dit leidt tot een nadere specificering van de eisen en wensen met betrekking tot het (digitaal) toetsingsaanbod op het Amadeus.

Het zou een gebalanceerd (digitaal) toetsingsinstrumentarium kunnen zijn. Daarin zijn enerzijds grotere opdrachten aanwezig (bijvoorbeeld in de vorm van een project of onderzoek) waarmee authentiek wordt getoetst. Daarin kunnen bijvoorbeeld meetkundige constructies een plaats krijgen of het uitvoeren van een statistisch onderzoek. Deze opdrachten hebben waar dat mogelijk digitale onderdelen: zo kunnen ze bijvoorbeeld aangeboden worden als webquest; er kunnen digitale bronnen en tools en simulaties beschikbaar, ook kan een product digitaal zijn (een website, een powerpoint presentatie). Daarnaast zijn volledig digitale toetsen beschikbaar waarmee leerlingen hun kennis en vaardigheden kunnen toetsen.

De eisen van de docenten daarbij zijn dat het pakket waarin die toetsen gemaakt en aangeboden worden makkelijk te leren en te gebruiken is, dat het kan omgaan met wiskundige symbolen en formules, dat het zowel door leerlingen als docenten flexibel is te gebruiken, dat er inhoudelijke feedback wordt gegeven en dat er niet alleen scores worden opgeslagen maar ook leerlingenwerk.

Keuze voor DWO

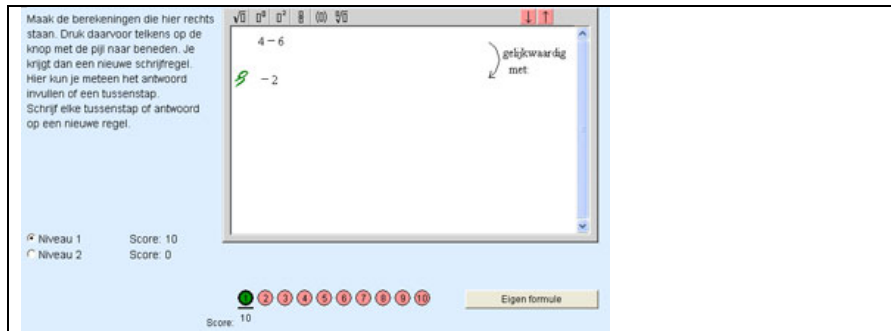
Hieruit is de beslissing gekomen om verder te gaan met de DWO als toetsomgeving voor de kennis- en vaardigheidstoetsen. De doorslag is gegeven door de volgende elementen:

- het registreren en terugzien van leerling-werk (ook het proces)
- eenvoud in het aanmaken van een klas en het beheer van resultaten door de docent
- de eenvoudige bediening door zowel leerling als docent (algeleercurve)
- de natuurlijke manier waarop wiskundige symbolen en formules kunnen worden ingevoerd
- de feedback mogelijkheden
- de aanwezigheid van zowel kant en klare als aanpasbare modules en toetsen

Enkele bestaande toetsen uit de DWO (van WisWeb) zijn voor het Amadeus Lyceum geschikt gemaakt. De eerste ervaringen met het gebruik in de klas (zowel een toets over negatieve getallen als een meetkunde toets) zijn positief

(afgezien van enkele technische aanloopproblemen, die gelukkig snel opgelost zijn).

Negatieve getallen



Figuur. Schermafdruck van DWO (negatieve getallen).

De leerlingen kunnen in dit systeem eenvoudig inloggen en hebben allemaal zelfstandig een diagnostische toets over negatieve getallen gemaakt, waarmee ze na konden gaan of hun voorkennis op peil was voor een vervolghoofdstuk over negatieve getallen. Leerlingen zijn positief over toetsen in deze omgeving. De feedback op tussenstappen bood de leerlingen directe ondersteuning. Een foute tussenstap kan verbeterd worden en zo kan een leerling toch nog op goed antwoord uitkomen. Tevens biedt dit de leerling inzicht in de waarde van verschillende oplosstrategieën.

Het overzicht van de resultaten per opgave in de vorm van een rood (onjuist antwoord), groen (juist antwoord) of rood/groen (verbeterd antwoord) rondje met daaronder een score en tevens een totaalscore op het scherm spreekt leerlingen aan.

Per toets wordt de score vastgelegd, deze kan door de docent worden opgevraagd en op diverse manieren worden gebruikt. De docent heeft zelf geen nakijkwerk. Er zijn overzichten per klas met per leerling een totaalscore op toets in procenten.

Resultaten						U bent ingelogd als: Felix Maseland Uitloggen
Modules						
n	+	+	+	+	+	+
	Waarmakers	Getallenlijn	Aanzichten	Negatieve getallen	Vergelijkingen met bordjes	C
leerling 1				7 %		
leerling 2						
leerling 3		16 %		100 %		
leerling 4				50 %		
etc.		95 %		98 %		
		90 %		87 %		
		76 %		50 %		
		97 %		99 %		
				87 %		
		95 %		94 %		
		45 %				
				81 %		
		66 %				
				99 %		

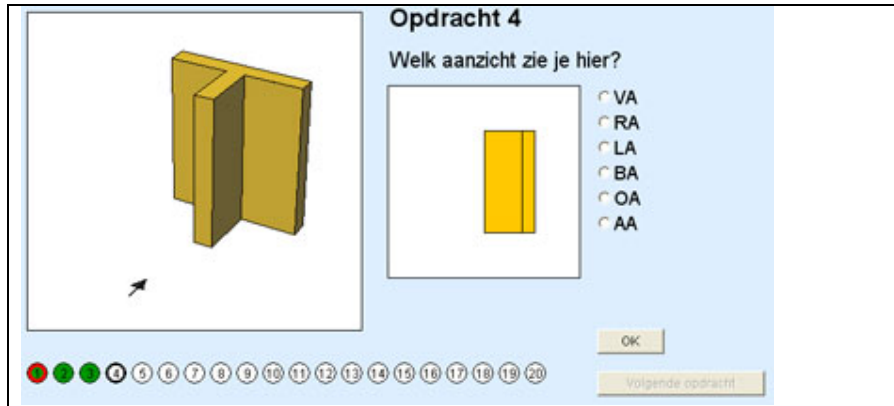
Figuur. Weergave van resultaten per klas per module in de DWO.

Tevens is het mogelijk voor de docent om voor elke leerling ‘de diepte in te gaan’ door te klikken op de score van die leerling, en dan in detail de gemaakte opgaven te bekijken. De docent ziet dan exact wat de leerling heeft ingetypt, met de goed/fout feedback die is gegeven. Zo is het voor de docent mogelijk om snel na te gaan wat een leerling wel en niet beheerst en of de leerling een adequate oplosstrategie gebruikt.

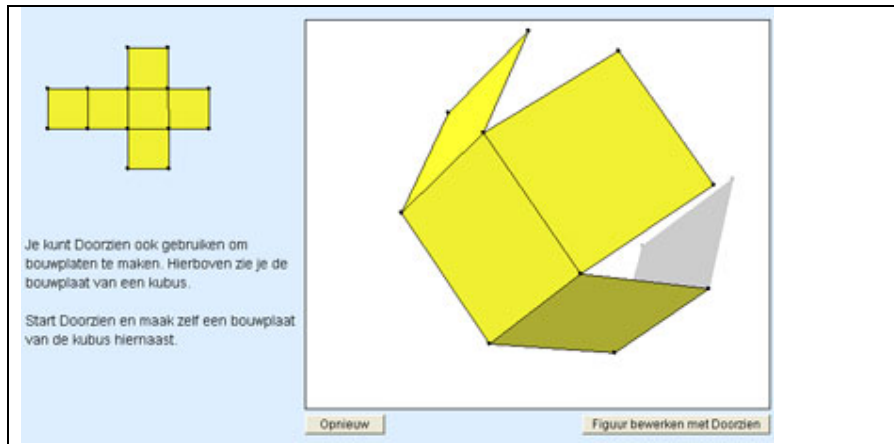
Meetkunde

Docenten beoordeelden de beschikbare meetkundetools als één van de sterke punten van de DWO. Hoewel het niet mogelijk is zelf op roosterpapier vormen te tekenen (wat een van de doelen in de geanalyseerde meetkundetoets was) kunnen leerlingen wel in andere modules en toetsen constructies met ruimtelijke figuren maken. Ze kunnen onder andere bouwen met blokken, voorwerpen draaien en aanzichten bekijken, ruimtelijke objecten doorsnijden en er uitslagen van maken.

De docenten hebben in de DWO een meetkundoets samengesteld waarin de leerlingen zelf konden nagaan hoe het met hun ruimtelijk inzicht was gesteld. Daarin hebben leerlingen onder andere gewerkt aan aanzichten raden en het maken van uitslagen (bouwplaten) van ruimtelijke figuren.



Figuur. Schermafdruck van Aanzichten raden



Figuur. Schermafdruck van Doorzien

Over deze meetkundoets waren de leerlingen positief, met name over de eenvoudige bediening en het ruimtelijk beeld en ook over de feedback en de scoring op het scherm.

Andere toetsvormen

Voor het andere type toetsen die meer authentiek zullen zijn en ook digitale aspecten zullen hebben is de DWO niet geschikt. In overleg met de docenten is afgesproken te onderzoeken wat de mogelijkheden zijn om voor statistiek een authentieke digitale toets te maken. Zo'n toets zou dan volgend jaar voor de vmbo-t leerlingen een onderdeel van het schoolexamen kunnen zijn.

We hebben de volgende karakteristieken voor een dergelijke toets vastgesteld:

- Vorm
Grote open onderzoeksopdracht, waarin dataverzameling en – analyse een rol spelen. Het product en de eisen ten aanzien van het gebruik van statistische begrippen en technieken, worden in de opdracht helder gespecificeerd.
- Authenticiteit
Er zal sprake zijn van een voor de leerlingen betekenisvolle en ‘echte’ onderzoeksvraag, waarbij echte data worden gebruikt (of verzameld) en geanalyseerd met bijvoorbeeld een statistisch pakket of tool (als bijvoorbeeld Excel). Met dit alles wordt gewaarborgd dat er zowel sprake is van een betekenisvolle situatie, als van een echt probleem (een complexe taak) en van authentiek gebruik van wiskunde, in dit geval van statistiek. Bij voorkeur voeren de leerlingen een dergelijk onderzoek uit in een kleine groep.
- Digitaal
De opdracht kan digitaal worden aangeboden in de ELO, bijvoorbeeld als een webquest. Bronnen (databestanden) en tools (voor het verwerken van gegevens) zullen digitaal beschikbaar zijn. Het product kan tenminste deels digitaal zijn.
Er zal geen sprake zijn van: automatische feedback, scoring of opslag van resultaten.

Door de onderzoekers zijn enkele voorbeelden van digitale opdrachten rond het uitvoeren van een statistisch onderzoek verzameld en voorgelegd aan de docenten ter inspiratie¹².

¹² <http://www.meridiaan-hsl.nl/wiskunde/webkwesties/griep/index.html>;
<http://home.hccnet.nl/j.geerlings/>
<http://www.fi.uu.nl/archief/nationaledoorsnee/>;
<http://www.fi.uu.nl/rekenweb/groterekendag/2005/vo/welcome.html>.

Daarnaast is een overzicht gemaakt van sites waarop data beschikbaar zijn, waaromheen een opdracht geformuleerd zou kunnen worden. Dit zijn bijvoorbeeld de sites van: Het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS), het KNMI; de grote griepmeting; Funda (makelaars-website). Daarnaast zijn er gemeenten met websites met gegevens, Utrecht heeft bijvoorbeeld ‘wijken in cijfers’.

De bedoeling was dat met behulp van deze voorbeelden een eigen webquest door de docenten voor gebruik op het Amadeus Lyceum ontwikkeld zou worden. Dit is echter binnen de looptijd van het onderzoek niet gelukt. De prioriteiten hebben gelegen op het werken aan en met de digitale toetsen in de DWO.

Deskundigheid van docenten

Bij het Amadeus Lyceum waren in het hele proces van dit onderzoek twee docenten betrokken, waarvan één tevens ICT in het werkpakket heeft. Hierdoor konden in het onderzoek op beide aspecten van het ontwikkelen van een digitale toets, namelijk het inhoudelijke en het technische aspect gefundeerde keuzes worden gemaakt in samenspraak tussen onderzoekers en docenten. Dit bracht met zich mee dat er:

- Een heldere inhoudelijke discussie werd gevoerd over de doelen van (digitaal) toetsen bij wiskunde.
Men zocht afstemming met de methode en de daar gebruikte toetsen, vanuit een eigen idee over de rol van toetsen binnen het gekozen onderwijsconcept. Tevens had men een idee over de rol van toetsing voor de leerling zelf. Zo wil men graag met behulp van de toetsen in de DWO ook kijken of leerlingen zelf diagnose kunnen stellen bij bepaalde onderwerpen (door vast te stellen hoe ver ze ermee zijn met en dan eventueel daar nog extra tijd in steken). Dit kan consequenties hebben voor de zelfstandigheid van de leerlingen en de rol van de docent.
- Technisch/organisatorische keuzes konden worden gemaakt.
Het is altijd handig om bij trajecten waarbij ICT een rol speelt iemand bij het proces te hebben die op dit punt ‘extra’ vaardig is. Dit is moeilijk uit te drukken in ‘je moet dit of dat precies weten’. Enige ervaring met de invoering van nieuwe software is handig (of dat nu ELO-software, methode-gerelateerde software, e.d. is, dat maakt niet zo veel uit).

Hoofdstuk 4: Samenvatting en conclusie

Onder authentiek wiskundeonderwijs verstaan we in dit onderzoek wiskundeonderwijs dat betekenisvol is voor leerlingen en aansluit aan bij bestaande kennis en interesses. Het gebruik van wiskunde is relevant voor het oplossen van een probleem dat gepresenteerd wordt in of vanuit levensechte complexe taaksituaties. In het onderwijs zijn interactie, communicatie en samenwerking van belang.

Bij authentiek leren van wiskunde past een gevarieerd gebalanceerd toetsaanbod waarin ook digitale toetsing een plaats kan hebben.

Het oefenen en toetsen van vaardigheden kan goed digitaal. Dit past beter bij authentiek leren naarmate zo'n toets(omgeving) meer van de volgende kenmerken bezit:

- de wijze waarop de wiskundige activiteit getoetst wordt ligt dicht bij de wijze waarop de wiskundige activiteit onder normale omstandigheden (in de wiskundeles; in de praktijk) geoefend en/of uitgevoerd wordt.
- er is inhoudelijke feedback (in het geval van oefenen);
- een leerling kan zelf bepalen wanneer hij/zij een toets doet;
- leerling krijgt onmiddellijk resultaat (zowel bij oefening, als direct na afloop van een toets).
- naast het product wordt ook (een deel van) het proces opgeslagen

Ook voor meer authentieke vormen van toetsing kan het digitaal aanbieden een meerwaarde hebben, onder andere door het beschikbaar stellen van digitale tools en authentieke bronnen.

We trekken de volgende conclusies uit dit onderzoek

- Het zelf maken (door docenten) van digitale toetsen kent een grote drempel. Investeren in een toetspakket kost vaak te veel tijd en moeite en de kennis blijft vaak lokaal bij één docent die de bijbehorende cursus heeft gevolgd (of er extra tijd in heeft gestoken).
- Bestaande digitale toetsen voldoen vaak niet aan schoolspecifieke wensen (zoals kunnen differentiëren tussen vmbo-t en havo). Toetsen bij een wiskundemethode kunnen dit soms wel, maar die zijn vaak (nog) niet digitaal.

- Docenten willen met digitale toetsen vooral een besparing op nakijkwerk. Andere voordelen zijn de overzichtelijke resultaten en de flexibiliteit.
- Authentieke open complexe taken voor wiskunde (in digitale vorm) zijn er bijna niet. De webquest-vorm biedt wel goede mogelijkheden:
 - taak en bronnen digitaal;
 - soms digitale tools (bijv. Excel);
 - soms digitaal product (maar dan vaak in de vorm van word of powerpoint of multimedia-productie);
 - geen digitale scoring of feedback.
 Wat betreft dit laatste punt: dit levert dus nog wel veel werk voor de docent op.
- Het is zeer wenselijk dat een te gebruiken toetspakket beschikt over wiskundige symbolen en kan omgaan met equivalente uitdrukkingen of formules

De handreiking voor docenten die dit onderzoek heeft opgeleverd wordt beschreven in de bijlage van dit rapport en is te vinden op de bij deze publicatie horende website.

Literatuur en verwijzingen

- Bokhove, C., Heck, A., & Koolstra, G. (2006). *Intelligente feedback bij digitale toetsen en oefeningen*. from <http://www.galoisproject.nl>
- Dekker, T. (2006). Centraal examen wiskunde vmbo-BB helemaal met de computer. *Euclides*, 82(3), 86-88.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Galois (2005). Project dat wiskundige toepassingen binnen een Elektronische Leer Omgeving (ELO) aanbiedt met veel aandacht voor gerichte feedback. from <http://galois.bokhove.net/>
- Gulikers, J., Bastiaens, T., & Kirschner, P. (2004). A five-dimensional framework for authentic assessment. *Educational Technology Research & Development*, 52(3), 67-85.
- Gulikers, J., Bastiaens, T., & Kirschner, P. (2005). Authentieke toetsing, de beroepspraktijk in het vizier. *Onderwijsinnovatie 2005 2*, 17-24.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. CDbeta press, Utrecht.
- Kemme, S., Wijers, M., & Jonker, V. (2003). *Authentieke contexten in wiskundemethoden in het vmbo*. Utrecht: Freudenthal instituut, Onderwijskunde, Universiteit Utrecht.
- Kuhlemeier, H. (2002). *Serie over praktijktoetsing, deel 1. Praktijktoetsen en praktische opdrachten: Wat zijn dat en wanneer gebruik je ze?* From: <http://toetswijzer.kennisnet.nl/html/praktijktoetsen/praktijktoetsen.htm>
- Lange, J. de (1995). Assessment: No change without problems. In: T.A. Romberg (Eds.), *Reform in school mathematics*, Albany: Suny Press, pp. 87-173
- Linders, C. (2005). *Wiskunde in scenario 4. De invulling van wiskunde op nieuwe scholen, die thematisch onderwijs toepassen*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Mensink, P. (2004). *Kenmerken van authentiek onderwijs en randvoorwaarden om volgens de principes te werken*. from <http://www.wanitaweb.nl/images/stories/kenmerkenauthentiekonderwijs.pdf>
- Merrienboer, J. J. G. (2005). *Het ontwerpen van leertaken binnen de wetenschappen: "four-components instructional design" als*

- generatief ontwerpmodel. Inaugurale rede..* Heerlen, Open Universiteit.
- Moodle (2003). Open-source content management system software. from <http://moodle.org/>
- Mueller, J. (2006). Authentic assessment toolbox from <http://jonathan.mueller.faculty.noctrl.edu/toolbox/>
- OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework, Mathematics, reading science and problem solving knowledge and skills*. Paris: Organisation for Economic Co-operation and development.
- Roelofs, E. C., & Houtveen, A. A. M. (1999). Didactiek van authentiek leren in de basisvorming. *Pedagogische Studiën*, 76, 237-257.
- Schoenfeld, A. H., Burkhardt, H., Daro, P., & Stanley, R. (1993). A framework for balance. Balanced assessment & new standards projects.
- Treffers, A. (1986). *Three Dimensions*. Dordrecht: Reidel.
- Wijers, M. M., Jonker, V. H., & Kemme, S. L. (2004). Authentieke contexten in wiskundemethoden in het vmbo. *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen*, 21(1), 1-19.
- Wiggins, G. (1990). The Case for Authentic Assessment. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 2(2)

Verklarende woordenlijst

Authentiek toetsen - Een authentieke toets richt zich op het toetsen van vaardigheden en inzichten, waarbij er zo veel mogelijk gestreefd wordt de vorm en de inhoud van de toets te laten lijken op de omstandigheden waaronder (later) in de 'werkelijkheid', in het beroep of in de maatschappelijke context, de gevraagde vaardigheden en inzichten noodzakelijk zijn.

Balanced assessment - Balanced assessment houdt in dat een toets evenwichtig moet zijn samengesteld, onder andere wat betreft verschillende cognitieve niveaus waarop een beroep wordt gedaan. Balanced assessment is een vorm van toetsing die wat een aantal kenmerken betreft goed past bij principes van authentiek toetsen

CBT – Computer based testing (aanbieding van vragen en invoer van antwoorden gebeurt volledig via de computer). Cito maakt deze toetsen (ook wel beeldschermexamens genoemd) o.a. voor wiskunde in het vmbo.

Compex – Computer Examen (de computer is een hulpmiddel bij een onderdeel van een examen met ook schriftelijke elementen)

Digitaal toetsen - Bij digitaal toetsen zal er een combinatie van één of meer van de volgende kenmerken zijn: De toets wordt digitaal aangeboden; Gegevens of hulpmiddelen zijn digitaal beschikbaar; De antwoorden moeten op de computer worden ingevoerd; De antwoorden worden elektronisch verwerkt dan wel nagekeken en/of beoordeeld en de antwoorden en/of de resultaten worden opgeslagen; Itemconstructie en toetsconstructie of -samenstelling vinden plaats met behulp van of door de computer.

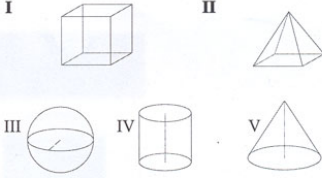
GWA - Geïntegreerde wiskundige activiteit

Bijlage 1 - Meetkunde toets van het Amadeus Lyceum

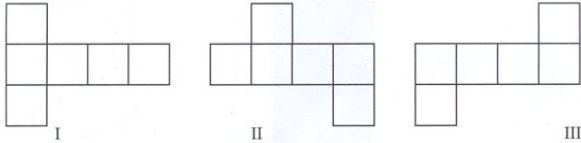
Proefwerk 1 vmbo/havo/vwo deel 1 hoofdstuk 1 In de ruimte
 1A, 1B opgaven 1,2,3,4
 1C, 1D, 1E opgaven 2,4,5,6

NAAM.....

Opgave 1 (vmbo/havo)
 Zie de vijf ruimtefiguren hiernaast. I II
 Geef de wiskundige namen.



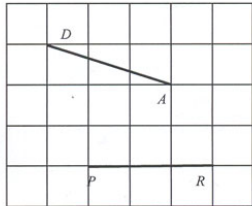
Opgave 2 (vmbo/havo/vwo)
 Welke van de onderstaande bouwplaten zijn uitslagen van een kubus?



Opgave 3 (vmbo/havo)

a Van het vierkant $ABCD$ is hiernaast de zijde AD getekend.
 Teken zijde AD over op je ruitjespapier en teken vierkant $ABCD$.

b Van het vierkant $PQRS$ is hiernaast de diagonaal PR getekend.
 Teken het PR op je ruitjespapier en teken vierkant $PQRS$.



Opgave 4 (vmbo/havo/vwo)

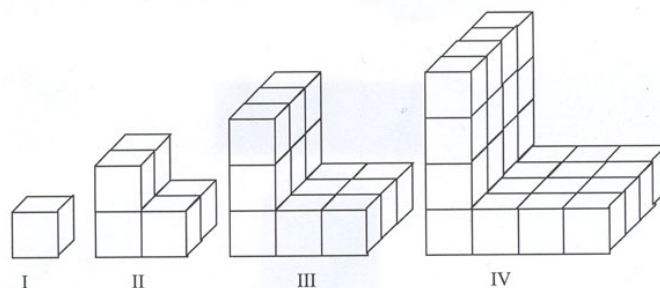
a Teken een rechthoek $ABCD$ met $AB = 6$ cm en $BC = 4$ cm.
 b Teken de cirkel met middelpunt A en straal 3 cm.
 c Teken een cirkel met diameter 4 cm. Neem B als middelpunt.

1 havo/vwo deel 1 hoofdstuk 1 In de ruimte A 3

Figuur. Bladzijde 1 van de meetkunde toets van het Amadeus Lyceum

Opgave 5 (havo/vwo)

a Schrijf voor elk van de bouwwerken in de figuur hieronder op hoeveel blokjes je nodig hebt.

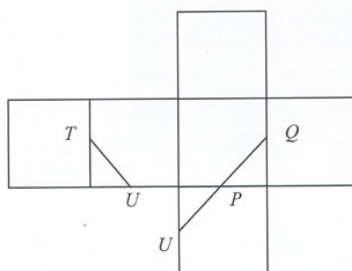
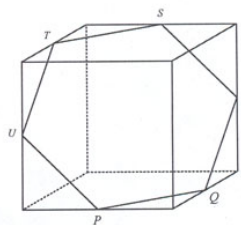


b Je kunt de rij met bouwwerken voortzetten.
Hoeveel blokjes heb je nodig voor bouwwerk nummer V?
En hoeveel voor bouwwerk nummer VIII?

Opgave 6 (havo/vwo)

Op de grensvlakken van een kubus met ribben van 3 cm zijn lijnen getekend die samen een zeshoek vormen.

De lijnen verbinden middens van ribben met elkaar. Zie de figuur hiernaast. Hieronder zie je een uitslag van de kubus met daarin lijn PQ . Teken in de uitslag de andere lijnen van de zeshoek. Zet de letters erbij.



1 havo/vwo deel 1 hoofdstuk 1 In de ruimte A

4

Figuur. Bladzijde 2 van de meetkunde toets van het Amadeus Lyceum

Bijlage 2 - Handreiking voor docenten

Als onderdeel van dit kortlopend onderzoek over authentiek toetsen is er ook een handreiking geschreven. De handreiking is bedoeld voor docenten wiskunde in het voortgezet onderwijs, werkzaam in havo/vwo en vmbo/mbo die digitale toetsen willen ontwerpen en gebruiken.

Deze handreiking is globaal in tweeën gedeeld:

- Stappenplan
- Vergelijking toetssoftware

Stappenplan

De handreiking is concreet gemaakt door de aanbidding van een stappenplan waarin stap voor stap vragen worden gesteld op basis waarvan de docent tot een keuze kan komen voor de vorm en inhoud van digitale toetsen passend bij het eigen onderwijs.

De ervaring leert dat het werken met digitale toetsen in beginsel veel tijd kost. Dit moet niet onderschat worden. Daar staat – op termijn – tegenover dat het repertoire van (toets- en oefen)mogelijkheden in het wiskundeonderwijs toeneemt, wat zowel voor leerlingen als voor docenten winst kan opleveren.

Vergelijking toetssoftware

Er wordt momenteel veel aangeboden op de softwaremarkt. Naast de digitale toetsen die worden aangeboden bij de meeste wiskundemethoden zijn er ook aparte software pakketten die veel mogelijkheden bieden voor het toetsen van wiskundeonderwijs. In dit onderzoek zijn zeven pakketten onderzocht.

- DITwis
- DWO
- Hot potatoes
- Maple TA
- Questionmark perception
- WIMS
- WinToets

De uitkomsten uit dit onderzoek zijn gepubliceerd op de website:
www.fi.uu.nl/wisweb/kloo/digitaaltoetsen