

Eens in de vier jaar is er de ICME: een groot internationaal congres over wiskundeonderwijs. Dit verslag bestaat uit bijdragen van **Douwe Kok**, **Ivanka van Dijk** en **Henk van der Kooij**. Zij schrijven achtereenvolgens over ICT als bedreiging van het wiskundeonderwijs, een les op een Japanse school en een wiskundemanifestatie voor Japanse families.

Een nieuwe formule in Tokio

ICME 9 in Japan

In het jaar van de Olympische Spelen is het weer zo ver: ergens ter wereld wordt de International Congress on Mathematical Education (ICME) gehouden. Dit keer was Tokio de plaats van handeling. Een stewardess in het vliegtuig naar Japan heeft al gauw door dat er iets bijzonders aan de hand is. Zoveel wiskundigen in een toestel, dat vraagt om een verklaring. Is er dan een nieuwe formule uitgevonden?

In de eerste week van augustus troffen bijna 2000 'mathematics educators' elkaar in een prachtig congrescentrum vlak bij Tokio, Japan. Buiten was het warm en benauwd, binnen airco gekoeld. Zo'n ICME conferentie gaat werkelijk over alle mogelijke thema's rond wiskundeonderwijs die er maar te verzinnen zijn. De conferentie moet in de eerste plaats gezien worden als een plek voor uitwisseling, waar je te weten kunt komen wat er elders gaande is en wat de belangrijkste trends zijn in wiskundeonderwijs.

Bedreigd wiskundeonderwijs

Verschillende sprekers op ICME-9 spraken hun zorg uit over de toekomst van het wiskundeonderwijs. Er werd gemeld dat in Japan het leerplan met 30% was teruggebracht. Onduidelijk bleef of dat gold voor de geschatte studielast of voor het programma van eindtermen. Ook in Australië viel zo'n tendens te bespeuren. Hyman Bass wees erop dat allerlei oude argumenten om veel aandacht te besteden aan wiskunde de hedendaagse beleidsmakers niet meer overtuigen. Geavanceerde software als Maple, Mathematica en SPSS zijn sterke gereedschappen voor mensen die wiskundige berekeningen moeten uitvoeren. En op een lager niveau geldt dat voor de (grafische) rekenmachines en pakketten als Excel. Maar hoeveel wiskundeonderwijs heb je nog nodig om dat soort instrumenten te kunnen gebruiken? Mensen die het belang van goed wiskundeonderwijs benadrukken, moeten zich verdedigen tegen plannenmakers die ICT een meer centrale plaats willen geven.

Ook in Nederland is deze trend waar te nemen. Voorlopig nog op de universiteiten, in het HBO en in het MBO. Maar je kunt wachten op het moment dat ook hier de vraag gesteld wordt: *When machines do mathematics, what do*

mathematics teachers teach?

Op de ICME was het John Kenelly (USA) die ons met dit probleem confronteerde. Hij wees erop dat al jaren lang elke 18 maanden de geheugencapaciteit van de chip verdubbelt. Verder daalt elke zes jaar de prijs van een computer waarop Maple kan draaien met een factor tien. Dat leidt er toe dat binnenkort zo'n krachtig stuk wiskundig gereedschap gewoon een standaardoptie wordt binnen een tekstverwerker. Waar moet het onderwijs in de wiskunde in zo'n tijd over gaan?

Volgens Kenelly over het oplossen van problemen. Er is een probleem en de vraag luidt: wat kan ik doen om het probleem op te lossen, over welk gereedschap beschik ik? Vervolgens moet er gekozen worden uit de technieken die beschikbaar zijn. Als die keuze eenmaal gemaakt is, kan het rekenwerk vervolgens overgelaten worden aan de computer. De leerling moet tenslotte de uitkomsten interpreteren en zich afvragen of inderdaad het gestelde probleem opgelost is.

Het zal duidelijk zijn dat Kenelly hier enigszins kort door de bocht de empirische cyclus beschrijft die past bij het uitvoeren van praktische opdrachten. We leven volgens hem steeds meer in een *black-box world* en het onderwijs moet leerlingen op die wereld voorbereiden door ze *grey-box ervaringen* te geven. Kenelly trok de conclusie dat de toekomst van het wiskundeonderwijs ligt in het oplossen van het soort problemen dat wij praktische opdrachten noemen. Min of meer terloops wees hij nog op het belang van presentaties voor het ontstaan van begrip. Dat bij die presentaties leerlingen gebruik maken van de digitale camera's en Powerpoint verbaasde al niet meer.

Met de introductie van het studiehuis is er in het onderwijs veel aandacht gekomen voor algemene vaardigheden als leren leren, kritisch omgaan met informatie en dergelijke. Het was opvallend hoe vaak deze termen ook vielen in de diverse lezingen. We hebben hier kennelijk te maken met een wereldwijde trend. Ze passen natuurlijk ook in een tijd waarin de docent niet langer het monopolie op kennis bezit, een tijd waarin kennis trouwens snel verouderd en waarin er dus behoefte is aan een vaardigheid om nieuwe kennis te verwerven, de overvloed aan informatie te beoordelen.

Back to basics beweging

Niet alleen de informatietechnologie kan gezien worden als een bedreiging voor het wiskundeonderwijs.

Sinds enkele jaren is er in Californië een back-to-basics beweging gaande. Een aantal wiskundigen heeft zich intensief bemoeid met de inhoud van het nieuwe leerplan. Het gevolg is meer aandacht voor technieken, wiskundige vaardigheden als letterrekenen en ontbinden in factoren. Bill Jacobs, professor aan de Universiteit van Californië, deed in een emotioneel betoog verslag van wat in Amerika al de 'Math War' heet. In het leerplan van 1992 was er nog sprake van dat leerlingen leerden wiskunde te gebruiken om hun eigen ervaringen te ordenen. Nu moeten leerlingen van grade 7 (ongeveer 13 jaar) snappen waarom $(-2/5)(7/4) = -((2/5)(7/4))$. Het gaat er hevig aan toe, daar in Californië. Er zijn daar zelfs docenten die overwegen in hongerstaking te gaan.

Je vraagt je wel af hoe het in Californië zover is kunnen komen. Hoe groot was de steun voor de eerdere leerplanwijziging? Zou zoiets in Nederland ook kunnen? Freudenthal was rond 1970 een belangrijke steun om de New Math buiten de deuren van de lagere school houden. Hoe groot is het draagvlak voor het huidige leerplan bij Nederlandse wiskundigen?

Schoolbezoek

Als alternatief voor de gebruikelijke toeristische excursie boden de Japanners de conferentiegangers de mogelijkheid om een school te bezoeken. Ivanka van Dijk bezocht de Tsukuba Elementary school, een privé basisschool in hartje Tokio die is aangesloten bij Tsukuba University. Kinderen die daar toegelaten worden, hebben zeer grote kans later aangenomen te worden op Tsukuba University. Dat is van groot belang voor de verdere loopbaan en zelfs het verdere leven. Hoe beter de universiteit waar je gestudeerd hebt, hoe groter de kans dat je bij een groot bedrijf komt te werken en er goed voor je gezorgd gaat worden. In Japan wordt door grote bedrijven namelijk van alles geregeld voor de werknemers, zoals woningen, verzekeringen en pensioenen.

De naar schatting 35 kinderen van groep 8 en hun leerkracht willen hun bezoekers graag laten zien wat zij kunnen. Deze les staat het vergelijken van oppervlaktes van driedimensionale figuren centraal. De leerkracht heeft grote kartonnen modellen voor de klas gezet, waaronder een kubus, een driezijdig en een zeszijdig prisma. Deze les gaat over het vergelijken van de laatste twee.

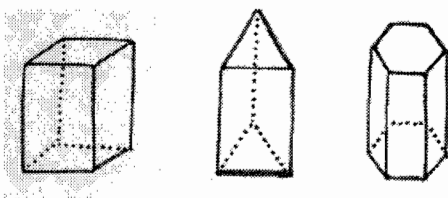


fig. 1 Kubus, driezijdig en zeszijdig prisma

Grote vraag is welke figuur de grootste oppervlakte heeft. De meningen van de kinderen zijn verdeeld. Dat is niet vreemd, want op het eerste gezicht lijken de figuren even groot. De helft van de kinderen denkt dat de oppervlakte van het zeszijdig prisma groter is, de andere helft denkt dat de oppervlakte van het driezijdig prisma groter is. Diverse kinderen mogen vertellen hoe ze het probleem denken op te lossen. Een meisje komt op het idee om de figuren in gedachten uit te vouwen en de uitslag op het bord te tekenen. De leerkracht vraagt haar eerst te tekenen hoe ze denkt dat de uitslag van een kubus er uit zal zien. Die is al bekend: een mooie tekening verschijnt op het bord. Alle kinderen tekenen de (correcte) uitslag over in hun schrift. Daarna mogen twee andere kinderen de uitslagen van de twee prisma's op het bord tekenen. Maar hoe zijn deze uitslagen nu bruikbaar bij het oplossen van de vraag welk figuur een grotere oppervlakte heeft? De figuren zijn immers door de kinderen uit de losse pols en op een andere schaal getekend. Na enig overleg komen de kinderen op het idee om de kartonnen modellen los te knippen en uit te vouwen. Als ze nu de zijanten van de beide prisma's vergelijken, valt het op dat die bij beide modellen een even grote rechthoek vormen. De drie zijden van het ene prisma zijn even groot als de zes zijden samen van het andere. Maar wanneer ze de bovenzijde van de modellen vergelijken, blijkt het driezijdige prisma slechts een deel van het zeszijdige te kunnen bedekken.



fig. 2 Het vergelijken van de bovenvlakken van de prisma's

De kinderen komen dan ook tot de conclusie dat het zeszijdig prisma een grotere oppervlakte heeft dan het driezijdige en het lesdoel is bereikt.

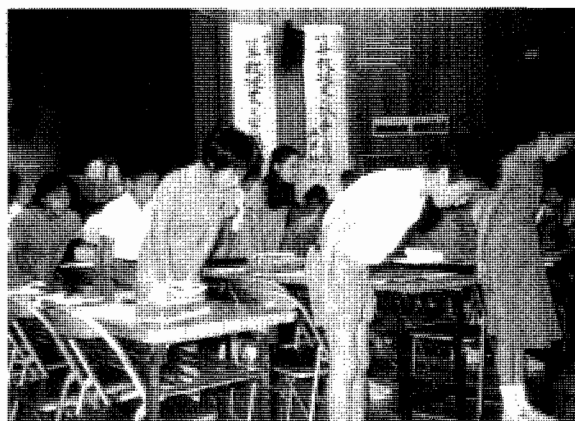


fig. 3 De klas buigt als dank voor het bijwonen van de les

Conclusies trekken over het Japanse reken-wiskundeonderwijs op basis van deze ene les is natuurlijk niet goed

mogelijk. De lesbeschrijving geeft een indruk van de diverse activiteiten die in een les uitgevoerd worden: samen praten, eigen ervaringen gebruiken om problemen op te lossen, modelleren, enzovoort. Dat blijkt dus redelijk overeen te komen met de Nederlandse lessen.

Deze les is volledig klassikaal gegeven. Er is geen ruimte voor differentiatie: alle kinderen zijn tegelijkertijd met exact hetzelfde bezig. Deze Japanse les is misschien wel het meest vergelijkbaar met een Nederlandse 'leerkracht-gebonden' les, waarin kinderen samen met de leerkracht ontdekkingen doen en die op een later tijdstip (de volgende les) verder verwerken. Helaas hebben wij die latere verwerking niet mee kunnen maken ... het congres wachtte!

De 'Event'

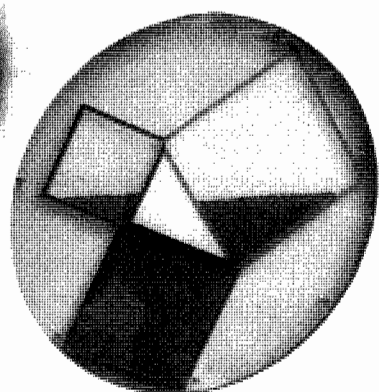


fig. 4 Visueel bewijs van de Stelling van Pythagoras: het model draait rond en is voor de helft gevuld met water

Een eerste kennismaking met Japan leert dat Japanners vriendelijke, behulpzame mensen zijn in een goed georganiseerd land. Japan is ook een land van grote contrasten. Door de week ben je serieus aan het werk; op zondag mag je anders zijn. Dan ga je bijvoorbeeld hip verkleed naar een park om gezien en gefotografeerd te worden. 's Avonds om tien uur stromen de underground tunnels opeens vol: het uitgaansleven stopt dan abrupt. Mannen in donkerblauwe kostuums, met werktas, komen pas om elf uur uit de stations. Als je gewoon om zes uur naar huis gaat, ben je een mislukkeling in je bedrijf.

Maar op zaterdag en zondag is alle aandacht gericht op het gezin. Dan ga je bijvoorbeeld naar een manifestatie die speciaal vanwege ICME9 is opgezet. Een gigantische congreshal, boordevol wiskundige speeltjes en ook boordevol Japanse gezinnen. Wiskundestudenten demonstren hun zelfgemaakte wiskundige werktuigen en verklaren de werking aan pa, ma en de kinderen. Een visueel 'bewijs' van de stelling van Pythagoras, een elliptisch biljart waarop iedere leek kan scoren, een fysische de-



fig. 5 Het elliptisch biljart

monstratie van het feit dat de inhoud van een kegel ééndertigste is van de inhoud van een cilinder met dezelfde grondcirkel en dezelfde hoogte.

Natuurlijk zie je heel veel meetkunde. Kinderen van vier jaar zitten heel geconcentreerd moeilijke uitslagen uit te knippen om de voetbal te kunnen plakken, vaders proberen met veel geestdrift te moeilijke wiskunde uit te leggen aan hun jonge kinderen, terwijl die alleen maar geboeid zijn door de vormen, kleuren en bewegingen.



fig. 6 Balans met cilinder en kegel

Het is voor Nederlandse begrippen onvoorstelbaar hoe een vak als wiskunde door het hele gezin met zoveel enthousiasme kan worden bekeken op een vrije dag.

Douwe Kok, Vrij Universiteit Amsterdam / APS, Utrecht
Ivanka van Dijk, Vrije Universiteit, Amsterdam
Henk van der Kooij, Freudenthal Instituut, Utrecht