

De praktische opdrachten uit de methoden zijn grotendeels achter het bureau ontworpen. Het is daarom buitengewoon nuttig dat de ervaringen met deze opdrachten uitgewisseld worden. **Douwe Kok** schrijft hierover aan de hand van een open en een gesloten variant van de opdracht *Leesbaarheid*.

## Leesbaarheid – een praktische opdracht in de klas

### Inleiding

Praktische opdrachten zijn een nieuw verschijnsel in de wiskundeles. Het vraagt om een heel andere manier van werken voor zowel docenten als leerlingen. In allerlei schoolboeken zijn verschillende varianten van praktische opdrachten te vinden. Maar uit klassenervaringen blijkt dat het als docent lastig is goed te bedenken wat zo'n opdracht precies vraagt van leerlingen. Bij gewone opdrachten in de wiskunde heeft iedere ervaren docent daar een goed beeld van. Bij deze nieuwe manier van werken moet die deskundigheid weer opgebouwd worden.

Dit artikel gaat over een praktische opdracht die op verschillende manieren in de klas is uitgevoerd. Deze verschillende uitvoeringen geven aanleiding tot een nadere analyse over openheid en geslotenheid en de consequenties voor de eisen die dat aan leerlingen stelt.

### De situatie

Vanaf september 1997 komt een aantal wiskundeleraren regelmatig bij elkaar om ervaringen uit te wisselen over praktische opdrachten. Die bijeenkomsten vinden plaats in het kader van een bèta-netwerk van *IDO-VU*.<sup>1</sup> De bedoeling van dat netwerk is om meer inzicht te krijgen in de manier waarop je leerlingen de kunst bijbrengt van het uitvoeren van praktische opdrachten. Op een enkele docent na had niemand enige ervaring met praktische opdrachten. In het eerste jaar van het netwerk oefende iedereen met verschillende kleine praktische opdrachten die in elk geval voor hen veilig genoeg waren.<sup>2</sup> Aan het eind van dat jaar is afgesproken om het volgende jaar allemaal eens met dezelfde praktische opdracht te experimenteren. De argumenten liggen voor de hand: het uitwisselen van ervaringen wordt spannender, je kunt concreter praten over begeleiden en corrigeren, et cetera.

#### Probleemstelling

De ene krant leest vlotter dan de andere krant.  
In het ene boek moet je regelmatig een zin nog eens over lezen, voordat je begrijpt wat er staat.  
Het andere boek lees je in één keer uit.  
Sommige gebruiksaanwijzingen zijn onleesbaar, andere zijn heel begrijpelijk.  
Teksten moeten goed leesbaar zijn voor de lezers waarvoor ze zijn geschreven. Dat geldt voor studieboeken, voor reclameteksten, voor jeugdboeken, voor tijdschriften enzovoort.  
Uitgevers, tekstschrijvers, auteurs en journalisten, zij hebben er allemaal belang bij om te weten hoe je een tekst op leesbaarheid kunt beoordelen. Dat is de probleemstelling van dit onderzoek. Is er een wiskundige methode of een wiskundig model te bedenken waarmee een tekst op zijn leesbaarheid is te beoordelen?

#### Probleemstelling

Een onderzoek begint met een vraag, die vaak eerst nog wat vaag is. Je schrijft de onderzoeksvragen uit, totdat duidelijk wordt wat je te weten wilt komen.

■ Blozen is een typische eigenschap van jongeren, en het vervelende is, dat er zo weinig aan te doen is. Er is wel een trucje, maar of dat altijd helpt weten we niet zo zeker. Je kunt namelijk je adem inhouden en dan snel aan iets anders denken. Wanneer je dat doet, bloos je inderdaad niet meer, maar je moet het wel kunnen. Misschien een kwestie van oefenen... Voor je andere problemen kun je terecht bij de drogist. Acne en jeugdpuistjes (meestal is dat trouwens hetzelfde) zijn te bestrijden. Er bestaan goede crèmes, die ze niet alleen uitdrogen, maar ze ook tijdens de behandeling wat minder zichtbaar maken. En voor transpirerende handen bestaat een lotion. Dus, op naar de drogist! Succes ermee.

fig. 1 De probleemstelling van het onderzoek 'Leesbaarheid', *Moderne Wiskunde HAVO A1 deel 2*

Er is voor gekozen om het onderzoek 'Leesbaarheid' uit *Moderne Wiskunde havo A1-deel 2* te doen. In figuur 1 staat daarvan de probleemstelling.

Zoals elk onderzoek in *Moderne Wiskunde* bestaat ook het onderzoek 'Leesbaarheid' uit twee rondes. Eerst ver- kent de leerling de problematiek min of meer gestuurd door opdrachten uit het boek. In die eerste ronde door- loopt de leerling de bekende vijf fasen van het uitvoeren van onderzoek, namelijk probleemstelling, probleem ver- kennen, plan maken, plan uitvoeren en conclusie. De tweede ronde bestaat uit het eigen onderzoek, waarbij het de bedoeling is dat de leerling nu zelfstandig die fasen doorloopt. Sommige deelnemers van het netwerk vinden die opzet helder en leerzaam. Anderen zijn van mening dat er zo teveel gestuurd wordt. Daarom is afgesproken dat iedereen vrij was zijn eigen benadering van 'Lees- baarheid' te kiezen. In de praktijk zijn er ook inderdaad twee varianten ontstaan. De eerste variant volgt de opzet uit *Moderne Wiskunde*, terwijl in de tweede variant voor een heel open benadering is gekozen.

## Een gesloten aanpak

De eerste variant is uitgevoerd in klas 4VWO van een Am- sterdamse school met veel allochtone leerlingen. Karin van Wallenburg, de docente, streeft naar een heldere structuur in haar lessen. Ze zet de leerlingen aan het werk en haar uitleg is kort maar krachtig.

Karin was over een paar dingen bij een vorige praktische opdracht niet tevreden:

- er was onvoldoende tijd voor het eigen onderzoek, de aanloop kostte teveel tijd
- leerlingen hadden niet goed nagedacht over wat ze precies wilden uitzoeken
- leerlingen leverden omvangrijke werkstukken, vaak zeer fraai vormgegeven, maar minder indrukwekkend wat betreft de inhoud
- sommige leerlingen waren veel te laat met het inleveren.

### Probleem verkennen

Sommige teksten zijn moeilijk te lezen en andere teksten juist weer makkelijk. Een goed begin is om eerst maar eens in voorbeeldteksten te zoeken naar factoren, die de leesbaarheid bepalen.

- 1 Lees de teksten over de 'reistijdenkaart' en 'blozen'.
  - a Welke van deze twee teksten vind je het gemakkelijkst te lezen? Waarom vind je dat?
  - b Waaraan kun je een moeilijke en waaraan kun je een makkelijke tekst herkennen?
  - c Maak een lijst van kenmerken van een tekst die de leesbaarheid bepalen.

fig. 3 De eerste stap van het Leesbaarheidsonderzoek

Morgen krijg je een stencil **onderzoek leesbaarheid**. Daarin wordt stap voor stap uitgelegd hoe je een prak- tische opdracht uitvoert.

Deze opdracht doe je met 2 (of 3) personen. Zorg dat je voor morgen een groepje hebt samengesteld.

Dinsdag 13 oktober maak je tijdens de wiskundeles, met je groepje, van je stencil vraag 1 t/m 3 en even- tueel vraag 4 en 5.

Uiterlijk vrijdag 16 oktober tijdens het zelfstudieuur le- ver je je plan in voor het eigen onderzoek. Daar moet in staan:

1. wat je gaat onderzoeken, m.a.w. wat is de pro- bleemstelling
  2. welke teksten/boeken je nodig hebt
  3. hoe je het gaat aanpakken
- Pas als je plan is goedgekeurd, ga je aan de slag.

Uiterlijk vrijdag 30 oktober lever je het verslag in van je eigen onderzoek. Dit bestaat uit 2 à 3 A4'tjes exclu- sief de teksten die je onderzocht hebt.

Minimaal moet in het verslag staan:

1. de probleemstelling
2. beschrijving hoe je het onderzoek hebt uitgevoerd
3. de teksten die je onderzocht hebt
4. de resultaten van je onderzoek
5. de conclusie

fig. 2 Instructies bij het Leesbaarheidsonderzoek

Dit keer heeft Karin een A-viertje gemaakt met aanwij- zingen, zie figuur 2.

Met deze tekst hoopt ze de leerlingen voldoende houvast te bieden om hun tijd goed in te delen.

De eerste opdracht van het gesloten gedeelte van het on- derzoek staat in figuur 3.

Ik ben in de klas als de leerlingen met de praktische op- dracht beginnen. Hoewel ik het al vaak heb gezien, ver- rast het me toch weer als ik zie hoe snel leerlingen bepaal- de opgaven maken.

### Probleem verkennen

Een goed uitgevoerd onderzoek begint altijd met het verkennen van het terrein.

Waar kun je gegevens vinden? Welke factoren spelen allemaal een rol?

Hoe kan een passend wiskundig model eruit zien?

Het groepje werpt een blik op de teksten en iemand schrijft op:

*1a. Blozen is gemakkelijker, omdat er woorden zijn die je kent. Het is beter geformuleerd.*

De volgende vraag:

*b. Aan de woorden.*

En ten slotte:

*c. Opbouw, woorden, lengte van de zinnen.*

Op dezelfde vlotte manier maken ze ook de andere opdrachten. De volgende les moeten ze een plan voor het eigen onderzoek inleveren. In het werkplan van Kim, Euridice en Samantha staat:

1. Wat gaan we onderzoeken?  
De leesbaarheid van bepaalde teksten d.m.v. de formule van Douma
2. Welke teksten heb je nodig?  
Een Bijbel voor de jeugd  
Een Bijbel voor volwassenen
3. Hoe gaan we dat aanpakken?  
We gaan dezelfde verhalen lezen in de jeugd- en volwassenen Bijbel en gaan die daarna vergelijken. Daarna gaan we de leesbaarheid van beide teksten berekenen. We verwachten dat de jeugdbijbel leesbaarder is dan die voor volwassenen.

fig. 4 Het werkplan van drie leerlingen

De opzet van dit werkplan vind ik helder. In de leerlingentekst hebben ze kennisgemaakt met twee leesbaarheidsformules, die van Douma en die van Brouwer. De formule voor leesbaarheid van Douma luidt:

$$G = 206,84 - 77W - 0,93Z$$

Hierin duidt  $G$  leesgemak aan,  $W$  is het gemiddeld aantal lettergrepen per woord en  $Z$  staat voor het gemiddeld aantal woorden per zin. De formule van Brouwer luidt:

$$G = 195 - 67W - 2Z$$

Waarom ze gekozen hebben voor de formule van Douma, lichten ze niet toe. Als je als docent die toelichting graag wilt, dan moet je daar blijkbaar expliciet om vragen. Ze spreken ook nog een verwachting uit, dat verrast me. Meer leerlingen hebben ongevraagd een hypothese opgesteld. Waarschijnlijk is dat de invloed van andere vakken. Bij biologie is zo'n hypothese weliswaar standaard, maar er zijn heel wat wiskundige onderzoeken waarbij je geen hypothese kunt formuleren. Het is de vraag of leerlingen zich dat realiseren. Op een heel grappige manier komt dat naar voren in de volgende observatie.

Een leerling vraagt aan Karin: 'Wat bedoelt u met probleemstelling?' Midden in de uitleg roept ze opeens: 'Oh, u bedoelt gewoon hypothese!' Waarmee het probleem voor deze leerling uit de wereld is.

Hoewel in hun werkplan stond dat ze de leesbaarheid van teksten gingen onderzoeken met de formule van Douma, melden ze in hun eindverslag doodleuk dat 'we aan de hand van de formule van Brouwer de leesbaarheid van beide teksten zullen vaststellen'. De formule van Douma zal gebruikt worden om te kunnen vergelijken. Als teksten hebben ze Lucas 4, vers 38-44 gekozen uit de Bijbel voor Volwassenen en hetzelfde gedeelte uit de Jeugdbijbel. Hun bevindingen hebben ze keurig samengevat in tabellen. De formule van Brouwer geeft  $G = 69,7$  voor de Bijbel voor Volwassenen. En  $G = 73,85$  voor de Jeugdbijbel. Een hogere  $G$  betekent dat de tekst makkelijker leesbaar is. Dat klopt dus met hun verwachting. De formule van Douma laat echter nauwelijks een verschil zien:  $G = 71,775$  voor de gewone Bijbel tegen  $G = 71,35$  voor de Jeugdbijbel.

Dat brengt hen tot de conclusie:

*'Uit de formule van Brouwer is gebleken dat de tekst uit de Jeugdbijbel leesbaarder is dan die uit de Bijbel voor Volwassenen. Uit de formule van Douma is gebleken dat de tekst uit de Bijbel voor Volwassenen leesbaarder is dan die uit de Jeugdbijbel. Onze conclusie is dat een formule alleen de leesbaarheid van een tekst niet kan vaststellen. Vele andere factoren bepalen ook de leesbaarheid. Enkele voorbeelden zijn: moeilijke woorden, grootte van de letters, enzovoorts. Als we alle factoren bekijken en op beide teksten toepassen, komen we tot de conclusie dat de tekst uit de Jeugdbijbel leesbaarder is. Dit komt volgens ons door de grote letters en de korte zinnen. We vinden de formule van Brouwer dan ook nauwkeuriger voor dit soort teksten. Dat is ook logisch, want de formule van Brouwer is bedoeld voor Nederlands proza.'*

Deze leerlingen verliezen wel erg snel hun geloof in de bruikbaarheid van een formule voor de leesbaarheid van teksten. Ook kost het ze moeite om hun redenering goed op papier te krijgen. Zie het mengelmoesje van argumenten als 'grote letters en korte zinnen', 'formule van Brouwer en Nederlands proza'. Een rol speelt daarbij, vrees ik, ook hun beheersing van het Nederlands. Hun laatste zin wijst daarop. In hun terugblik verantwoorden ze niet de keuze van dat ene stukje tekst. Een ander groepje doet dat wel. Die hebben twee recensies van dezelfde film vergeleken, de ene in het maandblad *Opzij* en de andere in het jongerenblad *Break Out*. Hun conclusie is dat de recensie in het jongerenblad inderdaad makkelijker te lezen is dan die in *Opzij*, maar: 'Dat wil niet zeggen dat het hele blad *Break Out* makkelijker te lezen is. Daarvoor hadden we meerdere teksten (over hetzelfde onderwerp) moeten vergelijken'.

## Conclusie

De gesloten aanpak van Karin leidt ertoe dat leerlingen weten wat ze moeten doen. Binnen een voor docent en leerling acceptabele tijd leveren ze een behoorlijke prestatie. Het A-viertje met daarin de eisen aan het werkplan

en verslag zorgt voor een heldere structuur. Uit de verslagen wordt ook duidelijk wat leerlingen nog moeten leren. Een belangrijke kant van onderzoek doen, is het verantwoord van de opzet en het terugblikken of die opzet bij nader inzien wel zo gelukkig was. Waarom is eerst voor die formule gekozen? En waarom later ook voor die andere? Is het voldoende om alleen dat stukje tekst te nemen? Enzovoort. Leerlingen doen dat niet uit zichzelf en kunnen dat ook niet uit zichzelf.

Als je het als docent belangrijk vindt dat leerlingen ook deze onderzoeksvaardigheden verwerven, dan is het nodig daar expliciet aandacht aan te besteden. Bijvoorbeeld door zowel in het werkplan als in het eindverslag naar die verantwoording te vragen.

## Een open aanpak

De tweede variant is uitgevoerd op een school in Hilversum door Sjef van Gisbergen. Deze docent is ervan overtuigd dat je leerlingen veel ruimte moet bieden om hun eigen weg te vinden. Het verschil tussen de aanpak van Karin en die van Sjef is dan ook groot. Hierboven zagen we dat het leerlingmateriaal van Karin bestond uit een kopie van het onderzoek 'Leesbaarheid' uit *Moderne Wiskunde* en een A-viertje met afspraken. Het leerlingmateriaal van Sjef blijft beperkt tot de tekst in figuur 5. Daaruit wordt duidelijk dat de activiteiten die hij van zijn leerlingen verlangt ook wezenlijk anders zijn.

Er zijn drie lessen van vijftig minuten uitgetrokken (plus de normale portie huiswerk) om aan de opdracht te werken. Ik volg een groepje bestaande uit Kirsten, Wouter en Loes. Het begin verloopt vlot. Al snel komen ze tot het volgende lijstje criteria:

- Taalgebruik, als het moeilijk is.
- Plaatjes, zonder plaatjes is het moeilijk.
- Moeilijke woorden. Als je woorden niet snapt.
- Lengte van zinnen. Na dertig of zo.
- De achtergrond. Heel felle kleur is irritant.

Er ontwikkelt zich een gesprek over de verhouding grote letters en korte regels.

Kirsten: *'Als je een lange zin hebt en je verdeelt hem in stukken, dan is het gemakkelijker. En als een zin op meerdere regels doorloopt, raak je de draad kwijt.'*

Wouter bewaakt ondertussen het proces: *'O.k. Nou moeten we de criteria met elkaar bespreken.'*

Hij controleert of iedereen hetzelfde heeft. Terwijl de groepjes aan het werk zijn, loopt Sjef rond. Hij had al gezorgd voor alternatief tekstmateriaal in de vorm van kinderboekjes en exemplaren van de bladen *Intermediair* en *Psychologie*. Nu loopt hij langs de groepjes, stimuleert ze en controleert ze.

Een voorbeeld van de manier waarop Sjef de groepjes begeleidt.

Sjef komt langs. Hij vraagt waar ze zijn en hoort dat ze

Je hebt voor je op tafel liggen wat kranten, artikelen en tijdschriften.

- Lees die eens door en **schrijf op voor jezelf** welke tekst prettig en makkelijk leest en waarom een andere tekst moeilijk leesbaar is. Noem op z'n minst vier criteria.
  - Bespreek je criteria met elkaar en pik er zo een paar uit die jullie als belangrijkste criteria beschouwen. Schrijf die op je **voortgangspapier**.
  - Kijk eens of je met bijvoorbeeld drie criteria een **formule kunt maken** die jouw teksten goed beoordeelt op hun moeilijkheidsgraad wat betreft 'leesbaarheid' (de leesbaarheidsfactor).
  - **Noteer** de formule op je voortgangspapier met **argumentatie** hoe je aan die formule bent gekomen. Als je er helemaal niet uitkomt wat bovenstaande betreft, dan kun je mij (maar pas na een half uur proberen!!) om wat hulp vragen.
  - **Bereken** met je formule voor drie of vier echt verschillende teksten de 'leesbaarheidsfactor'. Natuurlijk weer **notities maken** op je voortgangspapier.
  - Zijn jullie tevreden over je formule en vind je het een goed instrument om de leesbaarheid te bepalen, doe er dan iets mee. Je mag zelf weten wat, als het maar terzake doende is. Weet je niets te verzinnen, klop dan bij mij aan, maar wat je zelf verzint is meestal leuker en wordt eerder met een hoog cijfer beoordeeld.
  - Maak een **verslag** over je formule voor de leesbaarheid van teksten. Daarin moet **in ieder geval** staan:
    - De formule, hoe die tot stand gekomen is.
    - De leesbaarheidsfactor van enkele teksten.
    - Hoe jullie het vonden om aan deze praktische opdracht te werken.
    - Hoe de samenwerking was en de onderlinge werkverdeling.
- Besteed niet onevenredig veel tijd aan de lay-out van het verslag.

fig. 5 Aanwijzingen bij het Leesbaarheidsonderzoek

criteria hebben opgesteld. *'Uitstekend',* zegt Sjef, *'nou wil ik dat jullie een formule zien te maken. Hoeveel criteria willen jullie in die formule verwerken?'* Het groepje laat hem hun lijstje met criteria zien.

Sjef: *'Nou wil ik kunnen bepalen of een tekst makkelijk of moeilijk is.'*

Loes: *'Je moet de tekst een cijfer geven.'*

Sjef: *'Als ik een kinderboekje pak, moet er een heel ander getal uitkomen dan wanneer ik een artikel uit Intermediair pak. Ik zie veel dingen die met lay-out te maken hebben.'*

Wouter: *'Volgens mij kun je lay-out heel moeilijk in een formule stoppen.'*

Sjef: *'Welke criteria kun je wel makkelijk in een formule stoppen? Zet maar een kruis achter de criteria waar je een getal bij kunt denken.'*

*'Met getallen gaat het makkelijk. Lengte van zinnen',* zegt iemand uit het groepje.

Sjef: *'Grappig dat je dat zegt. Met getallen gaat het makkelijk. Zoek naar meer criteria die je een getal kunt geven. Soms helpt het als je denkt aan een tekstverwerker. Je haalt alle plaatjes eruit. Hoe kun je dan beoordelen welke tekst makkelijk is? Je zoekt dus naar getallen in teksten. Ga maar verder, jullie zitten op de goede weg.'*

We zien hier een heel ander soort activiteiten van leerlingen. Er moet creativiteit getoond worden, er moet echt samengewerkt worden. Maar ook wordt duidelijk dat bij zo'n open benadering de hulp en begeleiding van de docent echt nodig is. Binnen zo'n groepje speelt zich van alles af. Slechts een fractie daarvan vindt zijn neerslag in het uiteindelijke verslag. De volgende observatie laat iets zien van het zoekproces naar de criteria voor leesbaarheid. Daarin is ook interessant de manier waarop Wouter het groepsproces bewaakt.

Het groepje vraagt zich af of het criterium moeilijke woorden ook in het rijtje hoort.

Loes: *'Een tekst die wij heel moeilijk vinden, kan een ander heel makkelijk vinden.'*

Kirsten: *'Ik denk dat er voor iedereen wat anders moet uitkomen. Want die persoon kent een aantal moeilijke woorden wel en wij niet.'*

Wouter: *'Als iedereen dezelfde tekst krijgt en iedereen moet zonder formule zeggen hoe moeilijk hij die tekst vindt, dan is dat voor iedereen verschillend.'*

Loes: *'Er moet voor iedereen wat anders uitkomen, denk ik.'*

Wouter: *'Volgens mij moeten we eerst een formule maken. Laten we eerst een makkelijk boekje pakken. Als het goed is, krijg je een lage waarde. En een moeilijk boekje krijgt een hoge waarde. Zijn er nog meer dingen waar we op moeten letten?'*

Ook de volgende les houdt dit probleem het groepje nog bezig.

Wouter: *'Wat versta je onder moeilijke woorden? Dat moeten we zo objectief mogelijk omschrijven. Dat mag niet voor iedereen verschillend zijn. Dus niet: je hebt het nooit eerder gehoord. Want dat is voor iedereen anders.'*

Loes stelt voor dat criterium even te laten liggen en eerst de andere criteria in een formule te gaan verwerken.

Kirsten: *'Ik vind dat de lengte van een zin twee keer zo zwaar moet meetellen als de lengte van de regel.'*

Dit groepje is dus intensief in de weer met het oefenen in algemene vaardigheden op het gebied van samenwerken, maar ook op het terrein van onderzoek doen. Dat blijkt ook uit de volgende waarneming.

Op een bepaald moment werken ze met de formule

$$\text{Leesbaarheid} = \frac{5Z + 3R + 1A + 3L}{14}$$

Daarbij geldt  $Z$  = gemiddelde zinslengte in woorden,  $R$  =

gemiddelde regellengte in aantal zinnen,  $A$  = aantal alinea's en  $L$  = gemiddelde woordlengte in lettergrepen. In de tekst die ze onderhanden hebben, geldt:  $Z = 16$ ,  $R = 0,8$ ,  $A = 2$  en ze zoeken naar  $L$ , een heel gedoe. Ze vragen zich af hoe nauwkeurig dat moet. Volgens Loes hoeft dat niet zo precies.

*'Het is toch maar drie van een heleboel. 3 keer 3 of 3 keer 2, het maakt niet veel uit. Er komt ongeveer 88 uit de formule. En dan is 9 heel weinig van die 88. Dus dat hoeft allemaal niet zo precies.'*

Wouter: *'Dat snap ik niet.'*

Loes: *'Kijk. Het bovenste van die formule, daar komt ongeveer 88 uit. Dan is die 9 van het aantal lettergrepen, 3 keer 3, heel weinig van die 88. Dus hoeft die niet heel precies te zijn.'*

Wouter: *'We moeten ervoor zorgen dat die lettergrepen een groter deel uitmaken.'*

Loes: *'Dan kun je er een groter getal voor zetten.'* Even later zegt ze: *'Het aantal alinea's is helemaal niet zo belangrijk.'*

*'Maar',* zegt Wouter, *'Dat eerste (stuk van de formule) is wel belangrijk. Dan moeten we dat getal verlagen. Anders wordt het te groot. Het is niet zo belangrijk dat het 90% van het cijfer uitmaakt.'*

In hun groeps gesprek vind ik heel wat aspecten van modelleren:

- In een formule gaat het om zaken die voor iedereen hetzelfde zijn.
- Je kunt het beste met makkelijke dingen beginnen.
- Gewicht van de factoren is een belangrijk punt.
- Om teksten te kunnen vergelijken, moet je even lange teksten nemen.
- Je moet afzien van details.
- Het is belangrijk regelmatig terug te kijken. Doet de formule wat hij moet doen? Anders terug naar een vorige formule.
- Een variabele in de formule die geen invloed heeft, kun je net zo goed weglaten.

In het licht van het voorgaande stelde het verslag me wat teleur. Daarin staat de opsomming van een aantal criteria en ook de reden waarom sommige criteria niet in de formule kwamen. De argumentatie is steeds heel summier. Taalgebruik niet 'omdat dat voor iedereen verschilt'. Aantal lettergrepen niet, want dat bleek veel werk 'en het leverde nauwelijks verschil'.

Verder staan in het verslag de drie formules die ze hebben ontwikkeld en de teleurstellende keuze voor

$$\text{Leesbaarheid} = \frac{3Z + 3R + 3A}{8}$$

De enige reflectieve opmerking luidt: *'Het aantal woorden per zin is het belangrijkste, daarom hebben we die drie keer laten meetellen.'* Maar helaas voegen ze toe: *'net als de andere criteria, omdat er anders een te groot getal uit zou komen.'*

## Conclusie

De open aanpak stimuleert de leerlingen tot intensief en creatief samenwerken. Allerlei aspecten van modelleren komen aan de orde. Cruciaal element is ook de actieve rol van de docent. Zowel bij de groepjes als klassikaal stelt hij diverse aspecten van het modelleren aan de orde, zonder daarbij de vorm van de formule vast te leggen.

Daarnaast is belangrijk dat er van tevoren helderheid was over de eisen waaraan een goed verslag moet voldoen. Problematisch blijft dat het voor veel leerlingen moeilijk is het proces goed te beschrijven. De beknoptheid van veel verslagen zorgt ervoor dat veel essentiële overwegingen aan het oog onttrokken blijven.

## Verschillende vormen van modelleren <sup>3</sup>

We beschreven twee varianten op een zelfde praktische opdracht. Opvallend was het verschil in leerlingenactiviteiten. Dat verschil was veel groter dan de docenten van tevoren hadden gedacht. Kennelijk is het moeilijk in te schatten wat voor soort opdracht je leerlingen nu precies geeft. Verschillende opdrachten geven aanleiding tot verschillend gedrag van leerlingen en vragen daarmee een ander soort begeleiding. Ook voor het beoordelen van de uitwerkingen heeft het natuurlijk consequenties. Een belangrijk aspect bij dit onderzoek is het omgaan met modellen. En zo gezien, zijn de twee voorbeelden ongeveer de uitersten op een schaal.

Hieronder zullen we vijf varianten onderscheiden. En steeds zullen we ons afvragen wat voor activiteiten een bepaalde variant van de leerling vraagt.

1. *Het gebruiken van een model*  
Bijvoorbeeld het vergelijken van de leesbaarheid van een kinderbijbel met die van de 'gewone' bijbel met de formule van Douma.
2. *Het nader bekijken van een model*  
Bijvoorbeeld met vragen als: welke variabelen spelen een rol? wat betekenen die parameters voor de variabelen, waarom is de ene parameter 100 keer zo groot als de andere?
3. *Variëren op een model*  
Door een variabele aan het model toe te voegen of juist weg te laten.
4. *Opstellen van een model met gegeven variabelen*  
Daarbij gaat het dus om het vaststellen van het verband tussen de variabelen.
5. *Opstellen van een model waarbij de variabelen nog gekozen moeten worden*  
De meest open en moeilijkste variant.

### *Het gebruiken van een model*

Een voorbeeld hiervan zien we in de klas van Karin. Nadat de leerlingen kennis gemaakt hebben met enkele formules voor de leesbaarheid, gaan ze zelf een onderzoek doen. Dat onderzoek beperkt zich tot het nagaan of die formules bruikbaar zijn voor andere teksten.

De volgende elementen zijn belangrijk:

- de keuze van een tweetal teksten
- het toelichten waarom juist die keuze gedaan is
- het uitspreken van een vermoeden
- het opstellen van een plan om dat vermoeden te toetsen
- het uitvoeren van het plan
- het rapporteren
- het terugblikken.

Het kan gebeuren dat in het terugblikken ook het model kritisch gezien wordt. Maar in de gesloten variant is dat uitzonderlijk. Uit het verslag van de leerlingen die Bijbelteksten op leesbaarheid onderzochten, blijkt nergens dat ze zich hebben afgevraagd hoe Douma aan dat model is gekomen.

Zo'n opzet vraagt van leerlingen vooral reken- en telwerk. De uitwerkingen van groepjes zullen onderling niet heel veel verschillen. Het begeleiden van zo'n opdracht houdt vooral in dat je ervoor moet zorgen dat de leerlingen de opdracht goed begrijpen en zich aan die opdracht houden.

### *Het nader bekijken van een model*

Bij de formules uit het onderzoek 'Leesbaarheid' zou zo'n nadere beschouwing er als volgt kunnen uitzien:

*De formule voor leesbaarheid van Douma luidt:  $G = 206,84 - 77W - 0,93Z$ . In deze formule duidt  $G$  leesgemak aan,  $W$  is het gemiddeld aantal lettergrepen per woord en  $Z$  staat voor het gemiddeld aantal woorden per zin. De keuze van zinslengte en woordlengte verbaast me niet, maar ik mis eigenlijk de aanwezigheid van moeilijke of onbekende woorden. Dat maakt toch uit voor de leesbaarheid? Kon Douma zeker niet zo snel in een formule krijgen.*

*Wat verder opvalt, is de constante 206,84. Ik kan me niet voorstellen dat het zin heeft zo'n globaal begrip zo nauwkeurig te kwantificeren. 206 lijkt me nauwkeurig genoeg, 200 waarschijnlijk ook wel. Met de bijgeleverde tabel kun je de uitkomsten interpreteren:*

Score	Interpretatie
90-100	Zeer eenvoudig
80-90	Eenvoudig
70-80	Tamelijk eenvoudig
60-70	Standaard
50-60	Tamelijk moeilijk
30-50	Moeilijk
0-30	Zeer moeilijk

*G neemt waarden aan tussen 0 en 100. Zou dat kloppen? Even globaal redeneren. De G-waarde van een heel*

moeilijke tekst moet in de buurt van 0 liggen. Wat tellen in lastige teksten leert dat  $W$  moeilijk hogere waarden kan aannemen dan 2,5. Ook een gemiddelde zinslengte  $Z$  van 20 is vrij hoog. Bij die waarden hoort iets als  $G = 206 - 180 - 20$ . Een leesgemak van 6. Dat klopt aardig. Nu eens kijken in een kinderboekje. De zinnen zijn gemiddeld zes woorden lang en de woorden bestaan uit één lettergreep. Dat levert voor  $G = 206 - 77 - 6 = 123$ . Inderdaad, zeer, zeer eenvoudig.

Brouwer produceerde de formule:  $G = 195 - 67W - 2Z$ . Waar zit het verschil met Douma? Wel, bij Brouwer weegt de factor 'zinslengte' veel zwaarder: ruim twee keer zo zwaar als bij Douma. Bekijken we weer bovenstaande hypothetische tekst met  $W = 2,5$  en  $Z = 20$ . Dat levert bij Brouwer:  $195 - 167,5 - 40 < 0$ , dus een zeer moeilijk leesbare tekst. En dat kinderboekje krijgt van Brouwer een leesbaarheid van  $195 - 67 - 12 > 100$ , ook zeer eenvoudig dus.

Wanneer krijg je een verschillende beoordeling? Stel, we hebben een tekst met  $W = 2$  en  $Z = 20$ .

$G$ -Douma =  $206 - 154 - 19 = 33$  en

$G$ -Brouwer =  $195 - 134 - 40 = 21$ .

De teksten vallen nu in een verschillende categorie. Volgens Douma moeilijk en volgens Brouwer zeer moeilijk.

Om zo'n bespiegeling te kunnen houden, moeten leerlingen vooral begrijpen hoe een formule werkt, wat het effect is van parameters. De uitwerkingen van groepjes zullen onderling kunnen verschillen. Er zal ook niveauverschil zichtbaar worden in analyse en de weergave daarvan. Voor de begeleiding betekent het vooral dat er in de procesbegeleiding kritische vragen gesteld mogen worden. Ook moet precies duidelijk gemaakt worden wat je van de discussie in het groepje wilt terugzien in het verslag. Een reëel probleem bij deze opzet is dat veel leerlingen geneigd zijn zich in het verslag te beperken tot de resultaten die het model produceert.

### Variëren op een model

Bij 'Leesbaarheid' zou je dan kunnen beginnen met een heel simpele formule voor leesbaarheid als

$$G = \text{gemiddelde zinslengte.}$$

Vervolgens zou je dan expliciet moeten vragen of ze het model zo willen aanpassen, dat het beter de verschillen weergeeft tussen teksten waarvan je op andere gronden hebt vastgesteld dat ze in leesbaarheid verschillen. Door bijvoorbeeld het gemiddeld aantal lettergrepen per woord in de formule te verwerken.

Het materiaal dat je als docent aandraagt, moet dan anders zijn. Van leerlingen verlang je niet alleen inzicht in formules, maar ook inzicht en creativiteit in het effect van aanpassingen. Het verslag zal er dan ook anders uitzien; groepjes zullen verschillende aanpassingen maken. Daarop en op de bijbehorende argumentatie kan dan beoordeeld worden.

Bij de begeleiding zal blijken dat leerlingen vaak zullen vragen of iets een goede aanpassing is.

### Opstellen van een model met gegeven variabelen

Bij leesbaarheid zou je dan na een eerste verkenning de variabelen kunnen geven. Vervolgens zouden de leerlingen dan eerst de waarden van die variabelen voor een aantal teksten kunnen tellen en vaststellen. Daarna zouden ze moeten proberen die variabelen in een formule te gaan verwerken.

Van leerlingen verlang je inzicht in verschillende soorten formules. Wat gebeurt er als je optelt, wat als je vermenigvuldigt? De leerlingen zullen iets moeten begrijpen van standaardisering (liggen de uitkomsten tussen 0 en 10 of tussen 0 en 100?) De moeilijkheid zit dan in de keuze van het type formule. Veronderstel je een exponentieel verband? Welke invloed ken je elke variabele toe? Moeilijk genoeg allemaal.

Het verslag zal van groepje tot groepje sterk verschillen. Groepjes zullen verschillende formules maken. Ook de bijbehorende argumentatie zal sterk verschillen. Zowel op de verschillen tussen de formules als op de verschillen in argumentatie kan dan beoordeeld worden.

Bij de begeleiding zal blijken dat leerlingen vaak zullen vragen of hun formule de goede formule is.

### Opstellen van een model waarbij je eerst ook nog de variabelen moet kiezen

Dit is de situatie waarin Sjef zijn klas heeft geplaatst. Hij vraagt daarmee de volgende activiteiten van zijn leerlingen:

- Het onderscheiden van een aantal relevante variabelen.
- Het maken van een keuze uit die rij en het geven van argumenten voor die keuze.
- Belangrijke argumenten: kwantificeerbaar, objectief, validiteit.
- Het verwerken van die variabelen in een formule. Dit houdt onder andere in: zoeken naar geschikte verbanden en passende parameters. En het vaststellen van het relatieve gewicht van elke variabele.
- Het betrouwbaar meten van de waarde van de variabelen.
- Het toepassen van die formule op nieuwe teksten.

Hier wordt heel veel verwacht van de leerlingen. Ze moeten aan de ene kant beschikken over deskundigheid ten aanzien van de leesbaarheid van teksten, de materiedeskundigheid. Aan de andere kant moeten ze beschikken over wiskundige kennis om een passend model te kunnen maken. En ten slotte moeten ze weten hoe je zo'n model kunt testen. Heel ambitieus dus.

### Docenten en hun voorkeur

Tijdens een netwerkbijeenkomst bleek dat de open aanpak van Sjef favoriet was. Ook Karin zou een volgende keer zijn benadering kiezen. De docenten in het netwerk hebben dus een voorkeur voor werken met modellen in een open situatie. Dat is uitdagender en past beter bij hun

idealen van goed (wiskunde)onderwijs.

Het is goed te bedenken dat je daarmee hoge eisen aan leerlingen stelt. Je moet je dan afvragen welke voorbereiding en oefening leerlingen nodig hebben om modellen van een behoorlijk niveau te kunnen opstellen. Misschien vormen de verschillende varianten van modelleren die hier zijn onderscheiden de onderdelen van een didactische lijn voor de ontwikkeling van deze vaardigheid.

## Tot slot

De komende jaren zal het netwerk zijn aandacht richten op de problematiek van praktische opdrachten op de HAVO. Met name proberen we uit te zoeken of het maken van een goed werkplan en het voeren van voortgangsgesprekken invloed heeft op de wiskundige kwaliteit van het uiteindelijke resultaat.

U hoort nog van ons.<sup>4</sup>

*Douwe Kok, IDO/VU, Amsterdam en APS, Utrecht*

## Noten

- [1] Het bèta-netwerk van IDO/VU bestond de afgelopen periode uit de wiskundeleraars Rob Birkhoff – Esprit scholengroep, Berlage, Amsterdam, Sjeff van Gisbergen – Alberdingk Thijm College, Hilversum, Rob van Meurs – Vallei College, Amersfoort, Pieter Peters – Esprit scholengroep, Berlage, Amsterdam, Henk den Uil – Chr. Sg. Jan Arentz, Alkmaar, Karin van Wallenburg – Pieter Nieuwland College, Amsterdam.
- [2] Kok, D. en K. Hoogland (1999). 'Hoe overleef ik mijn eerste praktische opdracht?' *Euclides* 75(2), pp. 46-51. Veel van de daar genoemde tips en aandachtspunten zijn gebaseerd op ervaringen in het IDO/VU-netwerk.
- [3] Een eerdere versie van dit artikel is uitgebreid besproken met Kees Hoogland. Met name voor het gedeelte over modelleren waren deze gesprekken essentieel.
- [4] De leesbaarheidsgetallen voor dit artikel zijn volgens Word: Leesbaarheid: 55, Passieve vorm: 6%, Zinscomplexiteit: 21, Lexicale complexiteit: 35.


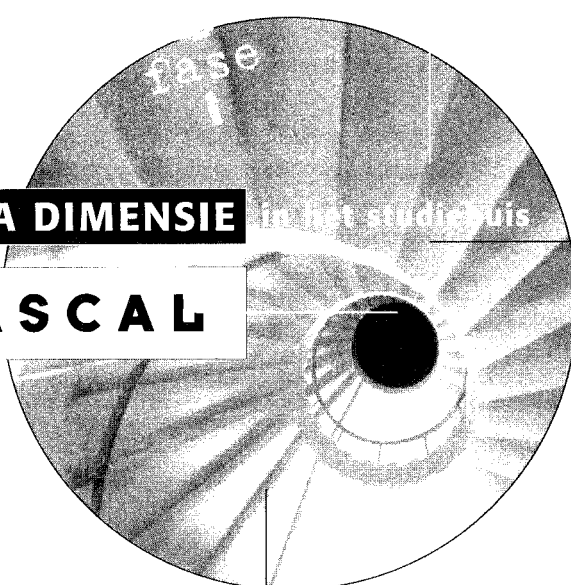
Heldere scheiding van leerproces en vakinhouden dankzij de opsplitsing in verwerkingsboeken en informatieboeken.

Pascal: flexibel in gebruik binnen alle profielen!

- uitermate geschikt voor zelfstandig werken en leren
- alle delen voor havo en vwo zijn beschikbaar
- motiverende contexten
- uitdagende opdrachten

Een **EXTRA DIMENSIE** in het studietoets

**PASCAL**



VERNIEUWING DIE WERKT **Thieme**  
DOCENTENLIJN (0575) 59 48 80