Beroemde wiskundigen uit het verleden kunnen een inspiratie zijn voor hedendaagse wiskundigen. Vijfhonderd jaar geleden werd Niccolo Tartaglia geboren. **Jeroen Zijlstra** schreef een korte biografie over hem.

Tartaglia en de derdegraadsvergelijking

In het vorige nummer stond een artikel over Laplace naar aanleiding van zijn 250^e geboortedag. Dit jaar kunnen we ook een 500^e geboortedag van een befaamd wiskundige vieren, namelijk van Niccolo Fontana, beter bekend als Tartaglia. Ik geef in dit artikel een korte beschrijving van zijn leven en ga wat uitgebreider in op het verhaal dat hem beroemd maakte.

Tartaglia werd geboren in het Italiaanse Brescia, toen onderdeel van de republiek Venetië. We kennen zijn exacte geboortedatum niet, sommige historici twijfelen zelfs aan het jaar. Algemeen wordt aangenomen dat hij in 1499 geboren werd. Hij was een zoon van zeer arme ouders. In 1512 vielen de Fransen Brescia binnen en de jonge Niccolo kwam bijna om in de slachtpartij die volgde. Hij hield aan het voorval littekens op zijn kin over en droeg sindsdien altijd een baard. Ook had hij moeilijkheden met spreken, vandaar zijn bijnaam Tartaglia, 'de stotteraar'. Tartaglia bleek echter zeer begaafd en klom op tot de, nog steeds bescheiden, post van wiskundeleraar in Venetië.

Hét issue in de wiskunde van de Italiaanse renaissance was de oplossing van de derdegraadsvergelijking. De oplossing van de tweedegraadsvergelijking, nu bekend als de *abc*-formule, was al bekend aan de Babyloniërs circa 2000 v. Chr., maar het was nog niet bekend of er ook soortgelijke formules voor hogeregraads veeltermen waren. Aan het begin van de zestiende eeuw ontdekte Scipione del Ferro de oplossing van één speciale derdegraadsvergelijking. Omdat men nog niet met negatieve getallen kon werken, bestond er een behoorlijk aantal vergelijkingen, alle met een andere configuratie van plussen en minnen. Dus omdat a, b en c alleen positieve waarden aan mogen nemen, zijn $x^3 + ax^2 - bx + c = 0$ en $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$ wezenlijk verschillende vergelijkingen. Del Ferro ontdekte de oplossing van $x^3 + ax = b$ (1), vermoedelijk op een meetkundige manier die vergelijkbaar is met die waarop Al-Khwarizmi een aantal eeuwen daarvoor tweedegraadsvergelijkingen oploste.

Het was in die tijd niet gebruikelijk om zo'n ontdekking meteen te publiceren. Er bestond een cultuur waarbij wetenschappers eer verworven door elkaar uit te dagen in het maken van opgaven. Als je in het bezit was van zo'n nieuwe formule, kon je je tegenstanders onmogelijke opgaven voorleggen, terwijl je zelf die opgaven wel kon maken. Del Ferro hield de ontdekking lange tijd geheim, en vertrouwde hem op zijn sterfbed in 1526 toe aan zijn leerling Antonio Fior, een arme en niet geweldig briljante wiskundige.
Fior liet doorschemeren dat hij derdegraadsvergelijkingen kon oplossen en daagde Tartaglia uit voor een duel. De dertig vragen die Fior aan Tartaglia opgaf, waren allemaal van hetzelfde type, namelijk het type (1). Een voorbeeld van zo'n vraagstuk is het volgende:

Een man verkoopt een saffier voor 500 dukaten en maakt hiermee een winst van de derdemachtswortel van zijn kapitaal. Wat was deze winst?

Dit was probleem 15 uit de serie (Fauvel & Gray, 1987) en komt dus neer op het oplossen van de vergelijking $x^3 + x = 500$. Tartaglia werkte dag en nacht aan de vraagstukken die Fior hem had gegeven, wetend dat winst in een prestigieus duel zijn kansen op een beter leven drastisch zou vergroten. En op de vroege ochtend van 13 februari 1535 vond Tartaglia de oplossing: niet alleen van problemen van de vorm (1), maar ook van de problemen $x^3 + b = ax$ en $x^3 = ax + b$. De dertig opgaven aan Fior waren van deze drie typen. Fior had slechts de erfenis van zijn leermeester ter beschikking en Tartaglia won het duel glansrijk.

Nu komt Cardano het verhaal binnen. Gerolamo Cardano was wat wij tegenwoordig een hoogleraar in de wiskunde zouden noemen, in Milaan. Hij was echter veel minder begaafd dan Tartaglia, was een glamourboy met een opvliegend karakter en had zijn positie te danken aan zijn vader. Hij was zeer geïnteresseerd in de bevindingen van Tartaglia en vroeg hem om zijn oplossingen. Tartaglia weigerde: hij wilde ze zelf publiceren op een later tijdstip. Toch wist Cardano Tartaglia in maart 1539 uiteindelijk naar Milaan te lokken, onder het valse voorwendsel dat hij hem in contact kon brengen met de gouverneur van de Roomse keizer in Milaan. De gouverneur bleek de stad uit te zijn en Cardano legde Tartaglia in de watten, trakteerde hem op een copieus diner waarin de wijn rijkelijk vloeide. Uiteindelijk wist Cardano het geheim aan een aangeschoten Tartaglia te ontfutselen, op voorwaarde dat hij het nooit zou publiceren. Tartaglia schreef de oplossing op in dichtvorm, mocht het stuk papier in verkeerde handen vallen. Een Nederlandse vertaling van het gedicht, al eens eerder gepubliceerd in de *Nieuwe Wiskrant* (Hol & van Dijk, 1993), is:

Als x tot de derde macht en x maal c
na optelling tezamen d geven
Vind dan eerst twee and're getallen met verschil d
daarbij moet dan ook nog even
De één maal de ander gelijk zijn
aan eenderde van c en dit tot de derde macht verheven
De algemene regel is nu heel fijn:
laat het verschil van de derdemachtswortels van deez' twee
De x die gezocht wordt zijn.

Het tweede geval in dit procedee
Doet zich voor wanneer de derde macht afzonderlijk staat
Ook dan weten we er wel raad mee:
Er zijn nu twee delen waaruit de d bestaat
En wel zó, dat het ene maal het and're part
Gelijk is aaan eenderde van c, dat weer tot de derde macht gaat
De algemene regel is hieruit ontward:
Dat de derdemachtswortels van de delen
Tesamen de oplossing zijn, gezocht bij de start.

Het derde geval kan nu geen tijd meer velen:
Als het tweede geval kunnen we de x bepalen
U ziet dat ze van nature al niet veel schelen.

Dit heb ik gevonden, met weinig dralen
In het jaar éénduizend vijfhonderd vierendertig alweer enige tijd gelee
Met stevige grondslag, zonder veel omhalen
In een stad omringd door de zee.

Ontcijfering van het eerste couplet levert het volgende op: de oplossing van de vergelijking $x^3 + cx = d$ kan worden gevonden door twee getallen u en v te zoeken met $u - v = d$ en $uv = (c/3)^3$. De oplossing is dan $\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$. Ontcijfering van de andere twee typen laat ik aan de lezer over.

Terug in Venetië had Tartaglia onmiddellijk spijt van zijn vertrouwen. Cardano publiceerde twee wiskundige teksten en ondanks het feit dat zijn formule hier niet in voorkwam, bleef Tartaglia Cardano wantrouwen en weigerde zijn vriendschap. Dit wantrouwen sloeg om in haat toen in 1545 Cardano zijn *Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*, afgekort *Ars Magna*, publiceerde. In dit werk presenteert hij de oplossing van alle derde- en vierdegraadsvergelijkingen. Wat was er gebeurd? Bij toeval was Cardano erachter gekomen dat niet Tartaglia maar del Ferro de eerste ontdekker was van een oplossing van de derdegraadsvergelijking. Cardano meende hiermee een vrijbrief te hebben om de formule toch te publiceren. Na lang puzzelen had hij ook de nog onontdekte oplossingen gevonden en de oplossing voor alle vierdegraadsvergelijkingen werd hem aangedragen door zijn huisknecht Ferrari.

Tartaglia was woest en deed alles om de naam van Cardano te bezoedelen. Maar diens naam was inmiddels wijd en zijd gevestigd. Ferrari daagde Tartaglia uit voor een duel dat Tartaglia eerst niet aan wilde gaan (hij voelde meer voor een rechtstreekse confrontatie met Cardano). Uiteindelijk kwam het duel tussen Ferrari en Tartaglia er toch, op 10 augustus 1548. Na de eerste dag leken de kansen voor Tartaglia al verkeken, daarom besloot hij het duel op te geven en terug te keren naar Brescia, alwaar hij een post als hoogleraar had gekregen. De nederlaag tegen Ferrari dwong Tartaglia echter deze baan op te geven en terug te keren naar Venetië, alwaar hij op 13 december 1557 overleed.

De oplossing van de derdegraadsvergelijking bleek zeer belangrijk voor de voortgang van de wiskunde: zij inspireerde Rafael Bombelli in 1560 tot het introduceren van complexe getallen en het opstellen voor rekenregels hiervoor.

Jeroen Zijlstra, Universiteit Utrecht

Literatuur

Hol, A &J. van Dijk (1993). 'Een drama van de derde graad.' *Nieuwe Wiskrant 12*(3), pp. 19-23.

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history

Fauvel, J. & J. Gray (1987). *The history of mathematics: a reader.* Houndsville: Macmillan Press, p. 254.

Cardano, G. (1545, 1968). *Ars Magna or the Rules of Algebra*, translated and edited by T. Richard Witmer. Cambridge Mass: MIT Press.