De belangrijkste opgave van deze aflevering van de recreatierubriek is ongetwijfeld de laatste. Daarin vraagt **Aad Goddijn** een mooie millenniumpuzzel te bedenken voor publicatie in het volgende nummer.

Maak iets moois van 2000!

Recreatierubriek

Jaarpuzzels

Liang-Shin Hahn komt uit Taiwan, maar werkt nu aan de Universiteit van New Mexico. Hij is een fervent maker van puzzels en stuurt zijn vrienden rond nieuwjaar geen gelukwensen, maar kaarten met een zogenaamde nieuwjaarspuzzel. Ik neem er een paar van over.

Opgave 186

$$\square\square\square\square^2 = \square\,19\,\square\square\,85\,\square$$

Een paar jaar later:

Opgave 187
Merk op dat:

$1989 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 + (3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)^2.$

Vind 4 opeenvolgende natuurlijke getallen p, q, r, s en 6 opeenvolgende natuurlijke getallen u, v, w, x, y, z, zodanig dat:

$1989 = (p + q + r + s)^2 + (u + v + w + x + y + z)^2.$

Een hele serie van zulke puzzels bracht hij bijeen op een merkwaardige plek: als Appendix B van een boek waar je zulke zaken toch niet verwacht: *Complex Numbers and Geometry*, een uitgave van The Mathematical Association of America. De appendix heeft niets met het boek te maken. Blijkbaar wilde hij de puzzels in grotere kring publiceren en kon geen beter middel bedenken!
In de 2e druk van 1996 is de jaarpuzzel van 1994 de laatste.

Egyptische breuken

Voor 1997 ben ik aangewezen op andere bronnen, zoals *http://www.cs.wm.edu/cspages/ongoing/puzzler/*
Daar werden High School leerlingen gevraagd de breuk $\frac{19}{97}$ op Egyptische wijze te splitsen, dat wil zeggen als som van een rijtje stambreuken, dus breuken met teller 1, met oplopende noemers.

De domme manier is te beginnen met $\frac{1}{6}$ van $\frac{19}{97}$ af te splitsen.
6 is de kleinst mogelijke noemer, want $\frac{19}{97}$ ligt tussen $\frac{1}{6}$ en $\frac{1}{5}$.
Nu is:

$$\frac{19}{97} = \frac{1}{6} + \frac{17}{582}$$

$\frac{17}{582}$, dat ligt tussen $\frac{1}{35}$ en $\frac{1}{36}$. De kleinst mogelijk volgende noemer is dus 35.
Zo verdergaand vinden we dan:

$$\frac{19}{97} = \frac{1}{6} + \frac{1}{35} + \frac{1}{1567} + \frac{1}{31919790}$$

En dat klopt precies; echte gelijkheid treedt nu op. Op zich is het verbazingwekkend dat deze 'domme manier' tot resultaat leidt en sterker nog, dat dat voor elke breuk zo is. Fibonnaci wist al in 1202 waarom. U ook?

Opgave 188
Toon aan dat de domme manier voor elke (positieve) breuk tot een eindige splitsing leidt.

Drie leerlingen (Jason Jordan, Andrew Miner en Chris Witt) kregen in 1997 een prijs voor de oplossing:

$$\frac{19}{97} = \frac{1}{7} + \frac{1}{22} + \frac{1}{194} + \frac{1}{679} + \frac{1}{1067}$$

en dus duidelijk niet omdat er gesplitst is in minder stambreuken, maar omdat de som van de gebruikte noemers veel lager is.
Laten we dat de kwaliteit van de splitsing noemen. De domme oplossing had kwaliteit 3199921398, Jason c.s. scoorden 1969.
Op het internet is de puzzelrubriek waar ik de 1997-opgave vandaan heb, inmiddels opgeheven.

Hoe nu 2000?

De bedoeling van deze korte puzzelrubriek is u op te roepen zelf allerlei Y2K-puzzels te maken en in te zenden. Dan kunnen we die in de volgende aflevering van de

Nieuwe Wiskrant, de laatste voor het jaar 2000, bij elkaar plaatsen.

Ik geef vast een voorzet. Eerst een puzzel in Egyptische stijl. Dat wordt niet het splitsen van $\frac{20}{00}$, zo makkelijk komt u er niet van af.
Omdat er conservatieve twijfelaars zijn die pas bij het begin van het jaar 2001 het nieuwe millennium ingaan, doen we het anders.

Opgave 189
Zoek een stambreukensplitsing van $\frac{2000}{2001}$ *met zo laag mogelijke kwaliteit.*

Kom dus niet aan met het 'domme':

$$\frac{2000}{2001} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{43} + \frac{1}{18533} + \frac{1}{519183462}$$

Een ander bekend type puzzel dat we graag naar het nieuwe millennium meenemen, is de puzzel van het type:
'schrijf getal zus met zo weinig mogelijk negens, vieren, enzovoort'.

In die stijl is:

Opgave 190

$$2000 = (2^2 + (2+2)^2)^{2^2} + (2^2 + (2+2+2)^2)^2$$

Dat is mooi gevonden en het had best als puzzel ingestuurd kunnen worden, ook al zou de enige activiteit voor de lezers maar zijn: 'Kijk nou toch eens aan!'
Maar zó maak je daar een echte opgave van:

Opgave 191
Kan het met minder tweetjes?

Aan het eind van ieder jaar wordt teruggeblikt in de tijd. Deze keer doen we dit op millenniumschaal, maar ook weer niet te gek. Achteruit rekenen dus.
Het volgende rijtje getallen heeft een eenvoudig patroon:

2000, 1347, 653, 694

Begin met 2000, kies zelf een volgend getal, neem verder steeds het verschil van de twee voorgaande getallen. Daarbij moet het laatste getal van het voorgaande af worden getrokken. Het rijtje stopt als er een negatief getal zou ontstaan.
De keuze 1347 leidde tot een rijtje van vier getallen.

Opgave 192
Maak een andere keuze om een zo lang mogelijk rijtje te krijgen.

Hierbij past nog een vervolgopgave, die over de eeuwen heengaat.

Opgave 193
Bij de vorige opgave bestaat een uniek kampioensantwoord. Is het zo dat ook bij andere jaartallen dan 2000 er altijd maar één kampioensantwoord bestaat?
En kan de juiste keuze volgens een eenvoudige regel uit het jaartal bepaald worden?

Tot slot

Veel van de puzzels uit deze rubriek zijn helemaal niet zo specifiek aan 1985 of 2000 gebonden. Dat hindert niet. De puzzels in deze rubriek geven ook slechts een fractie van de mogelijke richtingen waarin naar jaar-2000-puzzels gezocht kan worden.
Vergeet niet dat puzzels als nummer 190, die alleen maar mooi zijn om te zien, er ook bij horen.
De enige ware opgave is dus:

Opgave 194
Bedenk een zo mooi mogelijke 'jaar 2000 puzzel' en zend die in voor publicatie in de laatste Nieuwe Wiskrant van dit millennium.

Zodat we, als het licht uitgaat, het water op is, de computer het niet meer doet, de lift niet werkt, de videorecorder op tilt gaat, alle stoplichten op rood blijven staan, maar vooral als er helemaal niets aan de hand is, ... in ieder geval nog kunnen puzzelen.

Inzendingen vóór 30 oktober per gewone post naar:

Aad Goddijn
Freudenthal Instituut
Tiberdreef 4
3561 GG Utrecht

Of, moderner, aan A.Goddijn@fi.uu.nl