De symbolische rekenmachine, een rekenmachine met computeralgebra aan boord, doet schoorvoetend zijn intrede in het wiskundeonderwijs. In verschillende landen vinden experimenten plaats om de rol van dit hulpmiddel bij het leren van wiskunde in kaart te brengen. **Paul Drijvers** bezocht twee van zulke proefscholen, één in Duitsland en één in Frankrijk. Hieronder een verslag van zijn bevindingen.

De symbolische rekenmachine over de grens

Inleiding

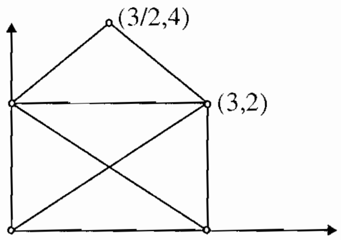
In verschillende landen wordt geëxperimenteerd met het gebruik van de symbolische rekenmachine in het voortgezet onderwijs. U weet wel, de potentiële opvolger van de grafische rekenmachine, die niet alleen over grafische en numerieke mogelijkheden beschikt, maar ook algebraïsche bewerkingen kan uitvoeren (zie Drijvers, 1997). Binnen Europa gaan Frankrijk en Oostenrijk aan kop als het om deze ontwikkelingen gaat. Ook in Duitsland zijn de leerlingen van enkele klassen met dergelijke apparaten uitgerust. Men spreekt wel van een 'FIT-klas'. FIT staat dan voor 'Fully Integrated Technology', omdat de technologie door het handzame formaat altijd ter beschikking staat, en het gebruik ervan in de les geheel is geïntegreerd.
In het kader van het Kortlopend Onderzoek Symbolische Rekenmachine[1] bezocht ik in het voorjaar van 1998 het Marie Curie Gymnasium in Düsseldorf en het Lycee Joffre in Montpellier. Hieronder treft u een impressie aan van de ervaringen op deze twee scholen.

Het Marie Curie Gymnasium

Het Marie Curie Gymnasium is een middelgrote school in een buitenwijk van Düsseldorf. De 'FIT-klas' is een voorexamen klas, het twaalfde jaar van de dertien, en bestaat uit achttien leerlingen van ongeveer zeventien jaar, onder wie zes meisjes. Deze leerlingen hebben wiskunde als één van de twee hoofdvakken gekozen. Voor ongeveer de helft van de klas is natuurkunde het andere hoofdvak. Het betreft dus een vrij exacte groep, al vindt de docente, Bärbel Barzel, dat het niet zo'n sterke klas is. De klas heeft vijf lesuren wiskunde van 45 minuten in de week.
Sinds februari 1997 (op het moment van mijn bezoek dus ruim een jaar geleden) heeft elke leerling zowel op school als thuis de beschikking over een TI-92. Eind volgend schooljaar kunnen deze leerlingen dit apparaat ook bij het afsluitende examen gebruiken, dat in Nordrhein-Westfalen niet landelijk, maar door de school zelf wordt opgesteld. Het experiment vindt plaats op eigen initiatief van de docente.

De les

De leerlingen hebben vandaag een blokuur wiskunde van twee maal 45 minuten. Ze zitten in een grote kring. Opvallend is dat een van de leerlingen de beurt krijgt om het 'protocol' te maken. Dat betekent dat hij aantekeningen maakt en die netjes uitwerkt. Dit lesverslag komt in een klapper die dient als 'logboek' voor leerlingen die bijvoorbeeld door ziekte de les missen. Leuk idee.
Het onderwerp is matrices en lineaire afbeeldingen. De leerlingen kunnen op dit moment matrices en vectoren vermenigvuldigen, maar kennen nog niet het verband met meetkundige transformaties. Dat is het onderwerp van vandaag. Het beschikbare boek – één boek, voorgeschreven voor het hele Bundesland, geen keuze voor school of docent! – behandelt deze onderwerpen op het eerste gezicht erg klassiek en weinig inspirerend en de docente laat het dan ook links liggen.
Na een herhaling van de voorkennis tekent de docente op het bord het zogenaamde 'Haus von Nicolaus':

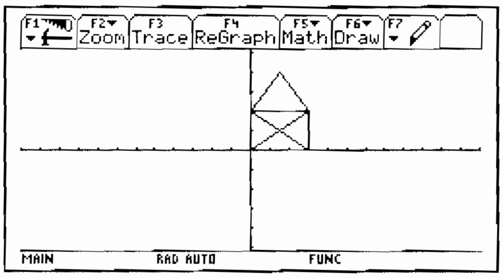


Een bekend kinderspelletje schijnt te zijn om alle punten van het huisje langs te lopen zonder je potlood van het papier te halen.
In matrix-vorm wordt de route als volgt genoteerd:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 & \frac{3}{2} & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Deze matrix voert de docente in op de TI-92, die de punten tekent. Ze gebruikt de OHP-demonstratiemachine, zodat iedereen het goed kan volgen. De leerlingen volgen op hun eigen machines. De handelingen zijn in mijn ogen vrij complex. De meeste leerlingen lijken er echter (tot

mijn verbazing) niet zo'n moeite mee te hebben.
Als alles lukt, verschijnt het huisje op het scherm:

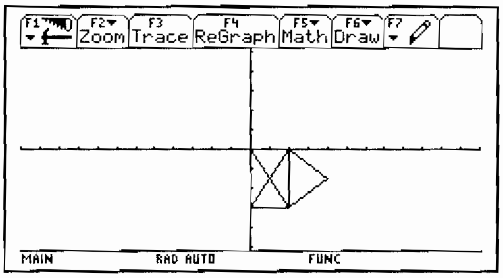


Dan gaan de leerlingen in door de docente ingedeelde groepjes aan een opdracht werken. Die opdracht luidt:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$$

Welke meetkundige afbeelding wordt door de matrix A beschreven? Onderzoek deze afbeeldingen voor verschillende waarden van a en b (in het bijzonder a = 0 of b = 0).
Leg je bevindingen vast in een overzicht op een poster.

De leerlingen gaan aan het werk en blijven het hele tweede lesuur goed bezig. Ze kunnen dankzij de TI-92 in elk geval een begin maken: kies waarden voor a en b en kijk dan welke gevolgen het vermenigvuldigen van deze matrix met de 'huisjes-matrix' heeft voor het plaatje. Hier bijvoorbeeld het resultaat voor $a = 0$ en $b = 1$:



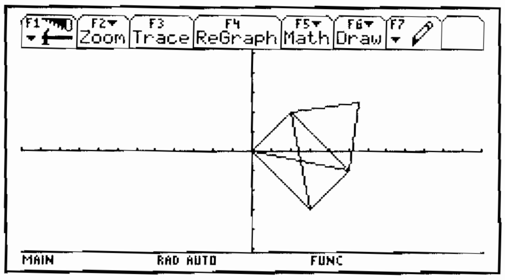
Dat de bediening van de TI-92 hierbij niet eenvoudig is, lijkt voor de leerlingen geen bezwaar te zijn.
In een van de groepjes wordt het meteen wat geavanceerder aangepakt: de leerlingen definiëren *C(a,b)* door:

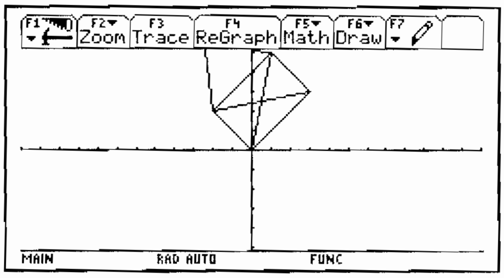
$$C(a, b) = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$$

omdat ze op die manier eenvoudig de waarden van a en b kunnen variëren. Mooi!
De afbeelding waar het om gaat is een draaivermenigvuldiging met factor:

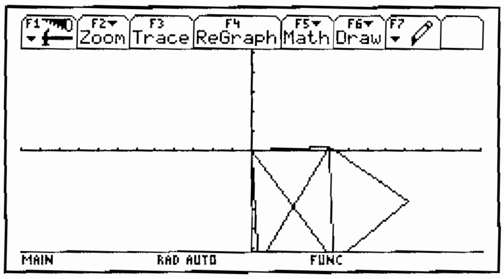
$$k = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Voor de draaihoek rechtsom geldt dat de tangens gelijk is aan *b/a*.
Tijdens het eigenlijke onderzoek passeren verschillende hypotheses de revue. De meeste leerlingen ontdekken

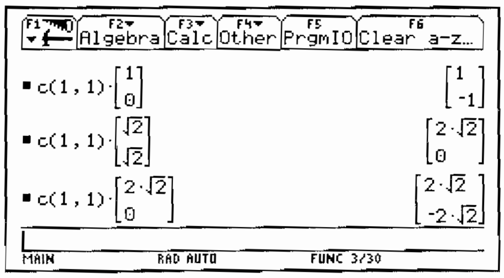




wel dat de figuur wordt gedraaid en tevens vergroot. De vraag is, zoals één van hen het formuleert, welk verband er bestaat tussen de hoek en de factor enerzijds en de waarden van a en b aan de andere kant. Het idee dat a de hoek bepaalt en b de factor kan snel worden ontzenuwd.
Een groepje ontdekt dat een tekenwisseling van b een tegengestelde draaihoek geeft.
Sommige leerlingen denken dat de draaiing rechtsom is als $a > b$ en linksom als $a < b$. Helaas, niet juist.
Een ander groepje onderzoekt grote waarden van b. Als b groot wordt, terwijl a gelijk blijft, lijkt de hoek tot 90^0 te naderen. Klopt, maar waarom?



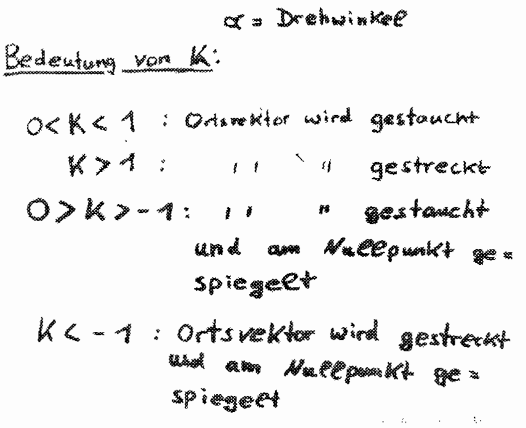
Ergens anders houdt men het huisje wel voor gezien en laat men de matrix los op een punt, wat inderdaad veel sneller werkt.



Geleidelijk aan zie ik hier en daar wat tabellen ontstaan, zoals bijvoorbeeld:

a, b	*gevolg*
$a=n$, $b=0$	grootte verandert proportioneel aan a
$a=b$	wordt gedraaid om 45 graden
$a=0$, $b=n$	over 90^0 naar rechts gedraaid, grootte verandert proportioneel aan b

Bij één groepje wordt gedacht over $\sin^{-1}(a/b)$, wat natuurlijk de goede kant opgaat, maar de bel gaat en de les is voorbij.
De volgende les hebben de leerlingen aan dit probleem verder gewerkt en posters gemaakt. Hieronder ziet u een deel van één van deze producten. Alle posters overziende, valt op dat ze zo verschillend zijn. De ene concentreert zich op de vergrotingsfactor, de andere op de draaihoek, terwijl een derde nog zeer grote fouten bevat. Kennelijk volgt elk groepje zijn eigen weg en nemen de leerlingen de ideeën niet van elkaar over. Zou dat ook zo gaan bij onze praktische opdrachten in de toekomst?


α = Drehwinkel
Bedeutung von K:
0 < K < 1 : Ortsvektor wird gestaucht
K > 1 : " " gestreckt
0 > K > -1 : " " gestaucht und am Nullpunkt gespiegelt
K < -1 : Ortsvektor wird gestreckt und am Nullpunkt gespiegelt

Reacties van leerlingen

Als de les is afgelopen, praat ik met een drietal leerlingen even na. Enkele flarden uit dit gesprek.

Jullie hebben nu ongeveer een jaar de TI-92. Hoe bevalt dat?

Sandra: Intussen tamelijk goed. We zijn eraan gewend, we kunnen er goed mee werken

Tibor: Het heeft verschillende voordelen. Je kunt bij een gegeven functie meteen de grafiek bekijken, of moeilijke rekenopgaven snel doorrekenen. De realiteit is meer in het onderwijs getrokken, het is niet meer pure wiskunde, maar ook voorbeelden uit de realiteit.

Wanneer je nu een opgave krijgt, heb je dan een andere oplossingsaanpak dan vroeger?

Sandra: Je kunt verschillende zaken uitproberen om op weg te komen. Dat gaat sneller dan wanneer je dat zoals vroeger op papier zou doen. En als de ene manier geen oplossing oplevert, kun je het snel op een andere manier proberen.

Tibor: Het bevordert je eigen creativiteit.

Caspar: Zoals bijvoorbeeld bij die opgave van vandaag. Als we het apparaat niet gehad hadden, hadden we deze opgave helemaal niet kunnen oplossen. Je zou niet alles in je hoofd kunnen uitrekenen en dan tekenen, dat is te veel werk. Met het rekenapparaat gaat het veel sneller.

Nu een moeilijke vraag: geloven jullie dat jullie inzicht toegenomen is dankzij het apparaat?

Sandra: Je kunt je de zaken beter voorstellen doordat je ze echt ziet, zoals bijvoorbeeld de grafiek van een functie.

Tibor: Het maakt de dingen duidelijker.

Napraten met de docent

Natuurlijk zijn ook de ervaringen van de docent interessant. De volgende fragmenten komen uit een interview met Bärbel Barzel.

Je hebt met deze klas de TI-92 nu ongeveer een jaar gebruikt. Kun je een indruk geven van je ervaringen?
Al met al zijn die vrij positief. Ik vind het leuk om met de TI-92 te onderwijzen omdat de onderwijscultuur erdoor verandert. Er vindt een verschuiving plaats van docent-gecentreerd onderwijs naar leerling-gecentreerd. De leerlingen werken vaker aan open problemen, en dat is heel goed. Dat is één kant, dat is de winst.
Anderzijds is het vaak nogal chaotisch, omdat ik mijn eigen cursus moet structureren. Het concept is nieuw en alles moet geherstructureerd worden. Ik wil dat niet systematisch vooraf doen, maar genetisch. Het voorbereiden van lessen en de reflectie achteraf zijn moeilijk. Daarin sta ik ook alleen. Collega's op school zitten in de 'klassieke' situatie en willen die niet veranderen, dus daarmee kan ik niet overleggen. Dat is mijn grootste probleem.

Dat heeft te maken met het starten in een nieuwe situatie.
Ja. Maar ik zou niet meer anders willen, niet meer terug willen naar de 'klassieke' manier. Vooral omdat de leerlingen veel meer zelfstandig leren, op hun eigen manier, met hun eigen structuur.

Waarom dat? Omdat ze de machine hebben om op terug te vallen?
Het is niet alleen de machine. Het punt is dat ik dankzij de machine meer open opdrachten kan geven, zoals vandaag. Ik kan nu zo'n open vraag stellen. Dat zou vroeger ook wel mogelijk geweest zijn, maar de leerlingen zouden dan veel minder voorbeelden kunnen bekijken, minder plaatjes, en dat is de meerwaarde van de TI-92.

En je zegt dat de leerlingen zelfstandiger zijn, minder afhankelijk van de docent?
Ja, ze kunnen nu zelf hun eigen werk structureren. Ze moeten zelf beslissen hoe ze het probleem gaan aanpakken: welke a, welke b, hoe te beginnen? Natuurlijk is er nog steeds afhankelijkheid in de zin dat je dingen uitlegt, nieuwe concepten introduceert en zo, het blijft een leerling-docent relatie, maar in het werken aan opgaven en het ontdekken van algemene regels zijn de leerlingen minder afhankelijk van de docent.

En is dat omdat ze die machine hebben?
Nee, het is omdat ik ze die ruimte geef, maar ik kan die ruimte geven vanwege het apparaat.

En hoe gaat het bij de proefwerken?
Bij twee proefwerken heb ik een deel zonder machine gemaakt en een deel met. Maar het deel zonder machine was heel beperkt. Als je er zeker van bent dat bepaalde dingen zonder machine moeten, dan is dit een goede vorm. Maar eigenlijk ben ik daar niet helemaal zeker van. Ik weet ook nog niet wat ik daar over een half jaar van vind.

Is het belangrijk dat de leerlingen hun eigen TI-92 hebben?
Ja, dan kunnen ze 'm ook thuis gebruiken.

En als je in de klas enkele PC's hebt ...
Ik dacht altijd dat samenwerken met de TI-92 moeilijk zou zijn vanwege het kleine scherm. Maar dat blijkt geen probleem te zijn. Ze werken graag samen, al hebben ze hun eigen apparaat. Naar een computerlokaal gaan, komt er in de praktijk vaak niet van. Bovendien is bij werken met de PC meestal maar één leerling actief. Ze denken samen, maar meestal moet je erop toezien dat de ander ook aan het toetsenbord komt.

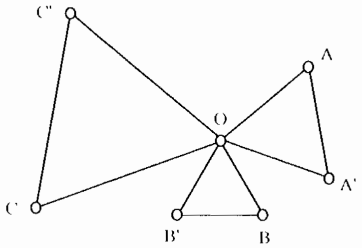
Maar als je in de klas enkele PC's hebt en de leerlingen hebben een thuislicentie, zou dat werken?
Ja, dat zou ook kunnen, zeker ook voor de meetkunde. Alleen de examinering is een probleem. Als je examineert zonder machine kun je de leerlingen niet motiveren voor het gebruik. Ze zullen dan altijd vragen: en wanneer gaan we oefenen voor het examen? Nu is de motivatie duidelijk. Dat is heel belangrijk.

Het Lycée Joffre

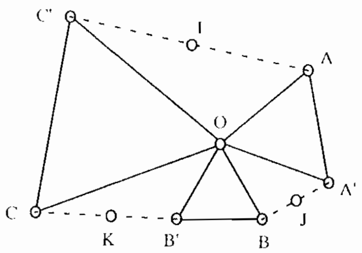
Als een van de eerste landen ter wereld heeft Frankrijk het gebruik van de symbolische rekenmachine toegestaan bij het – extern vastgestelde – eindexamen van het lyceum, het zogenaamde Baccalauréat. Dat is overigens het gevolg van een regelgeving waarin slechts de maximale afmetingen van de te gebruiken hulpmiddelen voorgeschreven worden; van een inhoudelijk onderbouwde politiek is dus geen sprake. De examens zijn niet van karakter veranderd en de leerlingen moeten elke stap dan ook 'met de hand' motiveren. De meeste leerlingen schaffen geen symbolische rekenmachine aan en op veel scholen speelt de symbolische rekenmachine ondanks de toelating bij het examen geen rol van betekenis. Anders is dat op het Lycée Joffre, de tweede school die ik bezoek. Het is een grote school met ongeveer 4000 leerlingen, gevestigd in een voormalige kazerne in het centrum van Montpellier.
De experimentele klas van docent Luc Trouche bestaat uit 37 leerlingen, wat in Frankrijk vrij normaal schijnt te zijn. Het is een 'Terminale Scientifique' groep, wat wil zeggen dat de leerlingen in het laatste jaar zitten en de exacte stroom volgen. De leerlingen hebben dankzij inspanningen van de docent nu ruim een jaar een TI-92 in bruikleen, die ze zowel in de les als bij proefwerken en werkstukken gebruiken. Verschillende leerlingen hebben een 'docentenmachine' die aangesloten kan worden op een scherm dat via de OHP geprojecteerd kan worden.
Het hele jaar is een vast lesuur in de week gereserveerd voor het werken aan de 'Travaux Pratiques', zeg maar praktische opdrachten. Bij deze opdrachten kan de TI-92 in het algemeen zinvol gebruikt worden, maar dit leidt nooit rechtstreeks tot de oplossing. Altijd zullen de leerlingen de machine inventief en kritisch moeten gebruiken. De uitvoer van de machine is eerder aanleiding tot verdere reflectie dan eindpunt, en de beperkingen van het apparaat zijn onderwerp van studie. De opdrachten zijn soms wat 'kaal' wiskundig in onze Nederlandse, realistische ogen, maar wel rijk en ze lenen zich vaak voor verschillende invalshoeken en voor oplossingen op diverse niveaus.
De leerlingen werken in tweetallen aan deze opdrachten. Deze tweetallen zijn door de docent ingedeeld, zodat de stijl van werken en leren binnen zo'n tweetal niet al te veel uiteenloopt.
De resultaten van de opdrachten worden regelmatig aan de klas gepresenteerd en zijn aanleiding tot discussie en verbetering. Ook het functioneren van de tweetallen zelf is onderwerp van gesprek: de docent heeft tweetallen laten observeren door een ander tweetal, waarbij bijvoorbeeld elke minuut aangetekend werd wat de leerlingen op dat moment aan het doen waren. Deze gegevens zijn statistisch verwerkt en lenen zich voor reflectie op de werkwijze van de verschillende tweetallen.
Opmerkelijk is dat de leerlingen samen met hun docent de resultaten van dit schooljaar hebben gebundeld en uitgegeven (Trouche, 1998). Tevens heeft de klas een presentatie verzorgd op een congres, dat in mei 1998 plaatsvond.

De les

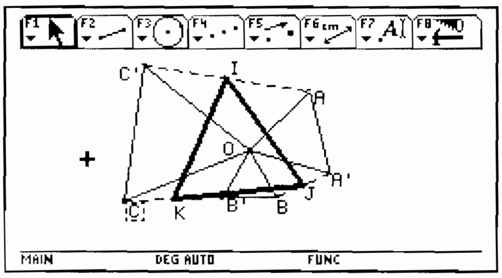
Deze les is een 'gewone' les, waarin niet aan een praktische opdracht gewerkt wordt. De docent begint met een probleemstelling. Op het bord tekent hij vanuit één punt drie gelijkzijdige driehoeken OAA', OBB' en OCC'.



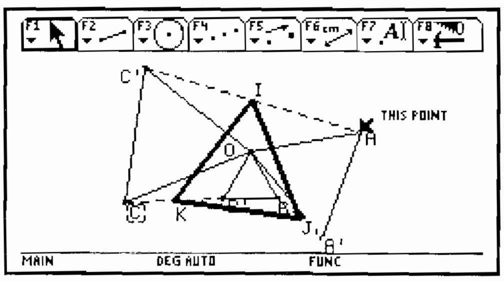
Vervolgens vraagt hij aan de klas: 'Welke bijzonderheden kun je in deze figuur ontdekken?' Na enig heen-en-weer gepraat, zegt de docent: 'Ik zal een voorbeeld geven.'
Hij stippelt AC', BA' en CB' en noemt de middens van deze segmenten I, J en K:



'Wat denk je van driehoek IJK?'
Uit de klas komt het vermoeden dat ook dit een gelijkzijdige driehoek is. De docent geeft nu zijn TI-92 aan een leerling op de eerste rij en laat haar een bestand openen. Het scherm wordt geprojecteerd en er verschijnt:



Hij vraagt de andere leerlingen om deze constructie niet meteen na te maken, omdat dat teveel tijd kost.
De driehoek IJK lijkt inderdaad gelijkzijdig. Om dit nader te onderzoeken, vraagt de docent de leerling om een van de punten A, B en C te verplaatsen. Driehoek IJK verandert mee, maar blijft op het oog gelijkzijdig:



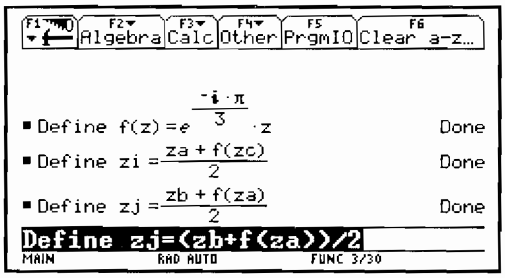
De docent wil nu de hypothese dat IJK gelijkzijdig is, bewijzen met behulp van complexe getallen. Natuurlijk wordt O het centrum van het complexe vlak. De docent noemt zA het complexe getal behorend bij het punt A, zB dat van B, enzovoort. Hij zegt dat A' uit A te krijgen is door een rotatie om O van $-\pi/3$ radialen.
Hij vraagt: 'Welke complexe functie hoort daarbij?'
Daniëlle: 'Vermenigvuldigen met $e^{-i\pi/3}$.'
De conclusie is: als $f(z) = e^{-i\pi/3} * z$, dan geldt dat $zA' = f(zA)$, en analoog voor B en C.
De leerling op de eerste rij voert $f(z)$ in, nadat voor de zekerheid eerst alle variabelen zijn gewist. Dit doen de leerlingen wel zelf op de machine mee, omdat dit niet zo bewerkelijk is. Nu is de vraag hoe we de complexe getallen bij I, J en K kunnen vinden.
Dat vinden de leerlingen niet moeilijk:

$$zI = \frac{zA + f(zC)}{2}, \quad zJ = \frac{zB + f(zA)}{2}$$

en

$$zK = \frac{zC + f(zB)}{2}.$$

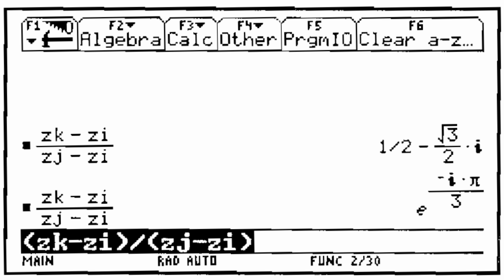
Ook dit wordt ingevoerd.



Hoe kun je hiermee nagaan of driehoek IJK gelijkzijdig is? Nu, zK-zI moet even lang zijn als zJ-zI, maar over $-\pi/3$ radialen gedraaid, dus moet gelden:

$$\frac{zK - zI}{zJ - zI} = e^{-i\pi/3}$$

Afhankelijk van de instelling geeft de TI-92 rechthoekige of poolcoördinaten en deze laatste gedaante is wat we willen. Klaar!



Nou, klaar... Enigszins tot mijn verbazing zegt de docent: 'Dat gaan we nu ook nog even met de hand doen.' Er volgt een hele afleiding op het bord, gedeeltelijk opgeschreven door een leerling, waarbij men moet gebruiken

dat $1 - e^{-i\pi/3}$ gelijk is aan $e^{i\pi/3}$, dat je altijd naar het antwoord moet proberen toe te werken en dat $e^{2i\pi/3}$ gelijk is aan $e^{-i\pi/3}$. Dat dergelijke inzichten belangrijk zijn, benadrukt de docent na afloop van de afleiding. De leerlingen lijken dat met hem eens te zijn, of zijn eraan gewend, want niemand vertoonde een teken van protest toen er alsnog met de hand moest worden gerekend. Persoonlijk vind ik de methode met de TI-92 geschikt als het gaat om de aanpak van het bewijs. Wanneer het rekenen met complexe getallen op zichzelf een doel is, is het vanzelfsprekend om dat ook met de hand te doen.
De docent sluit deze les af met het huiswerk: probeer ten eerste een meetkundig bewijs te geven van de stelling dat *IJK* gelijkzijdig is en probeer ten tweede nog andere bijzonderheden in de oorspronkelijke figuur te ontdekken. Didier waagt meteen een gokje: 'Gaat *IJ* door het midden van *OA*?' Daarop zal men de volgende les terugkomen.

Weer de docent aan het woord

Ook hier enkele reacties van de docent, Luc Trouche, naar aanleiding van zijn ervaringen gedurende dit schooljaar.

Wat is er veranderd onder invloed van de symbolische rekenmachine?
Er is heel veel tegelijk gebeurd. Er kwamen symbolische rekenmachines, er kwam een onderzoeksproject dat geleid heeft tot mijn proefschrift en zelf kreeg ik meer plezier in het lesgeven, na enkele jaren mijn aandacht vooral gericht te hebben op mijn vakbondsactiviteiten. Toen deed ik het lesgeven meer erbij. Veel veranderingen tegelijk dus. Ook mijn verhouding met leerlingen is veranderd. De symbolische rekenmachine heeft me wel geholpen bij die veranderingen, maar het is een complex samenspel.

Hebben je leerlingen de symbolische rekenmachine enthousiast ontvangen?
Ja. In het begin lijkt het wel of ze een nieuw speeltje hebben. Maar na een tijdje kan het enthousiasme ook omslaan in opwinding, boosheid of vermoeidheid, omdat het veel werk is, omdat je niet altijd het antwoord krijgt dat je verwacht, omdat de docent opgaven geeft die het apparaat niet rechtstreeks oplost... Er is soms dus ook sprake van teleurstelling.

Je hebt je leerlingen een serie onderzoeksopdrachten gegeven die in mijn ogen niet gemakkelijk zijn. Je hebt niet voor de eenvoudigere toepassingen van de symbolische rekenmachine gekozen?
Dat klopt. Misschien ben ik wat te ver gegaan en zou ik in de toekomst eenvoudig en moeilijk wat meer moeten afwisselen. Maar het is een 'laboratorium-situatie', geen proefwerk of examen. De leerlingen werken in tweetallen, ze ontdekken bepaalde dingen wel en andere niet. Waar het om gaat, is het zoeken. De leerlingen die moeite hebben met wiskunde, bijvoorbeeld de doubleurs, zeggen dat ze door dit soort vrij moeilijke onderzoeksopdrachten weer plezier in wiskunde hebben gekregen, ook door de samenwerking met medeleerlingen, het sociale aspect.

En de PC, daar werk je niet graag mee?
Vooral om praktische redenen. In Frankrijk zijn de experimenten om de PC te integreren, mislukt. De integratie bleek niet mogelijk omdat het PC-gebruik alleen binnen de school plaatsvond en docent-gestuurd was. Dat maakte de PC tot iets aparts. Veel leerlingen hebben geen PC thuis, of niet de geschikte software. In mijn klas heeft eenderde van de leerlingen thuis een PC, en zijn er slechts vier van de veertig die met een tekstverwerker werken.

Vooral praktische argumenten dus voor de symbolische rekenmachine?
Nee, meer dan dat. Ook vanwege de snelheid in gebruik en de souplesse. Je begint een probleem klassikaal en leerlingen kunnen overal en op elk moment met de symbolische rekenmachine verder werken. Dat maakt het gereedschap alledaags en helemaal geïntegreerd. De leerlingen hebben de symbolische rekenmachine op tafel, zoals hun schrift. Ze kunnen de symbolische rekenmachine vijf minuten gebruiken en dan weer iets anders doen. De projectiemogelijkheid is ook heel krachtig. Enkele van mijn leerlingen hebben een machine die op de OHP kan worden aangesloten. Die circuleren in de klas en zelf bedien ik die niet, zodat ik kan praten met de leerlingen. Als een leerling iets moois heeft gevonden, laat hij dat zien. Als je naar een ander lokaal gaat, volgen de machines.

Een ander punt. Heb je tijd gewonnen door het gebruik van de symbolische rekenmachine?
Ik heb veel tijd verloren, maar dat was gewonnen tijd, omdat er andere belangrijke dingen gebeurd zijn, die zich later terugverdiend hebben.

Conclusies

Terugkijkend op deze twee ervaringen springen me eigenlijk vooral de overeenkomsten in het oog, die verband houden met een veranderende onderwijscultuur. Ik noem er enkele.

- De nadruk die de twee docenten leggen op de rol die de symbolische rekenmachine speelt bij het onderzoeken en exploreren van nieuwe wiskundige situaties en bij het werken aan praktische opdrachten.
- Het belang dat men hecht aan de handzaamheid van de symbolische rekenmachine in vergelijking met de PC. 'Altijd bij de hand' is het motto.
- In beide gevallen lijkt er sprake te zijn van een grotere zelfstandigheid van de leerling, die onafhankelijker wordt van de docent.
- In beide klassen werken de leerlingen veel samen. Kennelijk wordt dat niet ontmoedigd door het kleine scherm van de TI-92, dat toch niet zo gemakkelijk is

af te lezen door een medeleerling.
- In beide voorbeelden leidt een meetkundige context tot algebra, namelijk het rekenen met matrices respectievelijk met complexe getallen.

Experimenten in eigen land zullen moeten uitwijzen, of de Nederlandse leerlingen ook zo positief op de symbolische rekenmachine zullen reageren.

Paul Drijvers, Freudenthal Instituut, Utrecht

Noot

[1] Dit onderzoek is gefinancierd uit het budget dat het ministerie van OC&W jaarlijks beschikbaar stelt aan de LPC ten behoeve van het Kortlopend Onderwijsonderzoek, dat uitgevoerd wordt op verzoek van het onderwijsveld.

Literatuur

Drijvers, P. (1997). Oude wiskunde en nieuwe technologie: Een gewichtig probleem van L'Hôpital. *Nieuwe Wiskrant 16*(3), pp. 49-53.

Trouche, L. (1998). *Expérimenter et prouver: Faire des mathématiques au lycée avec des calculatrices symboliques.* Montpellier: IREM de Montpellier.