In hoeverre vraagt het studiehuis een andere didactiek voor de β-vakken? Het BPS-project van de Universiteit Utrecht probeert op deze vraag een antwoord te vinden. **Michiel Doorman** en **Monica Wijers** doen verslag van een opdracht over getijdenbewegingen die in het kader van dit project ontwikkeld is.

# Getijdenbewegingen

## Inleiding

In de tweede fase ligt het voor de hand dat docenten van de ß-vakken in de profielen Natuur & Techniek en Natuur & Gezondheid op allerlei terreinen gaan samenwerken. Zo'n samenwerking kan plaatsvinden op het afstemmen van vakinhouden en didactiek en op het maken van een gezamenlijk plan voor het ontwikkelen van diverse vaardigheden. Eén van de resultaten kan dan een gemeenschappelijk profielwerkstuk voor de leerlingen zijn. Helaas is op dit gebied nog weinig concreet materiaal voorhanden.

Het vorig schooljaar is het project ß-profielen in het studiehuis (het BPS-project) van start gegaan. Het project wordt uitgevoerd door het Centrum voor de Didactiek van de Wiskunde en Natuurwetenschappen van de Universiteit Utrecht (de vakgroepen didactiek van de natuurkunde, scheikunde en biologie en het Freudenthal Instituut), in samenwerking met twee scholen, de Breul in Zeist en Broklede in Breukelen. Het doel is om te onderzoeken in hoeverre een didactiek voor de ß-vakken ontwikkeld kan worden die past in het studiehuis.

Eén van de activiteiten binnen het project is het ontwerpen van opdrachten voor de verschillende vakken vanuit een gemeenschappelijke visie op de didactiek van ß-vakken. Kenmerken van dit lesmateriaal zijn: het stimuleren van diverse aanpakken, modelvorming, de ontwikkeling van vaardigheden en het bevorderen van zelfstandigheid bij leerlingen.

Hieronder doen we verslag van een opdracht voor wiskunde in 4VWO over getijdenbewegingen langs de Nederlandse kust. Het doel van de opdracht is om leerlingen een model te laten opstellen met behulp van de sinusfunctie. Hierbij komen aspecten van modelvorming naar voren, de aanpak van een open probleem en het beschrijven van aanpak en conclusies in een verslag.

## De opdracht

Veel methoden gebruiken de getijden als context bij de introductie van periodieke functies. Vaak wordt een vereenvoudigde grafiek als uitgangspunt gekozen. Internet stelt ons in staat om 'echte' data te bestuderen en bepaalde aspecten daarvan te modelleren.

De opdracht voor de leerlingen bestaat uit twee delen: ten eerste het opstellen van een sinus-model voor een grafiek van waterstanden van een plek langs de Nederlandse kust. Daarbij moeten ze aangeven in welke opzichten hun model de werkelijkheid goed benadert en in welke opzichten het wat minder goed klopt. Vervolgens kunnen in een klassikale bespreking de verschillende argumenten die een rol spelen bij het opstellen van zo'n model worden afgewogen.

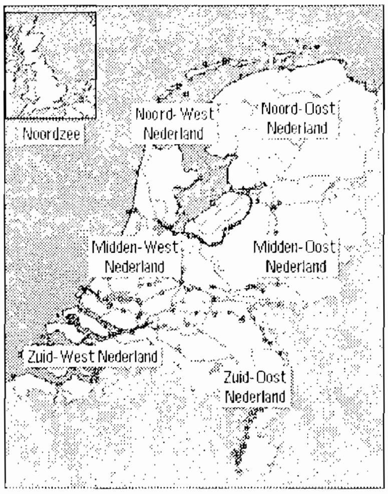
Het tweede deel, de onderzoeksopdracht, bestaat uit het vergelijken van grafieken en formules van de getijden van Vlissingen, Harlingen en Delfzijl. De leerlingen moeten onderzoeken hoe deze samenhangen en een verslag maken waarin ze een goed onderbouwde conclusie geven. Als tip staat nog vermeld dat de internet-site waar de grafieken te vinden zijn ook informatie bevat die hierbij kan helpen. In tweetallen wordt aan de opdracht gewerkt.

## De lessen

### *ICT*

De eerste les – in het computerlokaal – werken leerlingen aan het vinden van een passende sinus-functie om eb- en vloed-bewegingen in een zelfgekozen plaats aan de kust te modelleren. Hiervoor hebben ze enkele lessen gewerkt aan het gonio-hoofdstuk en weten ze hoe ze evenwichtsstand, amplitude, beginstand en periode moeten vertalen naar parameters in het model $y = A \sin(B(x + C)) + D$.

ICT wordt in deze les op twee manieren ingezet. Ten eerste wordt de internet site Waterland (http://www.waterland.net/) geraadpleegd om actuele gegevens, in de vorm van grafieken, over waterstanden te vinden (via de rubriek *Monitoring en informatiediensten* onder het onderwerp *Meetnet Noordzee*). In figuur 1 staan de gebieden waarvan waterstanden en astronomisch getij-informatie beschikbaar is. Als bijvoorbeeld geklikt wordt op Noord-Oost Nederland, dan krijg je een deelkaart met de aanwezige meetpunten. De gegevens van Waterland worden vervolgens gebruikt om in VU-grafiek te experimenteren



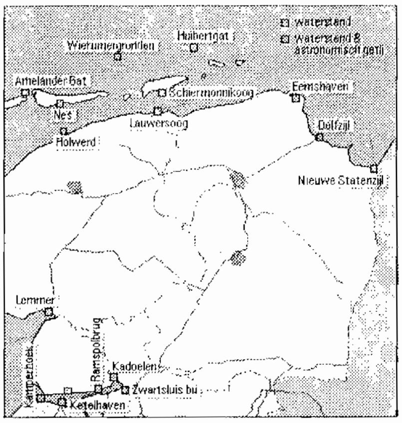
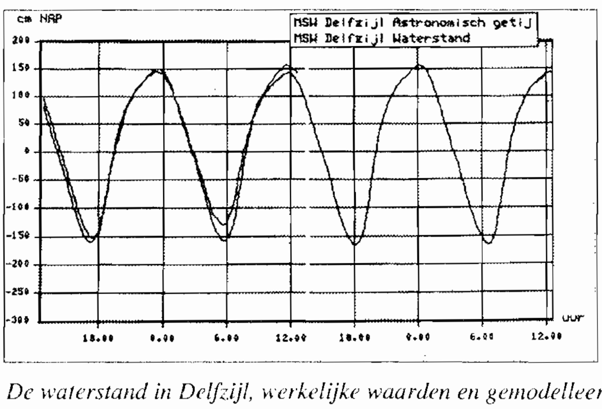



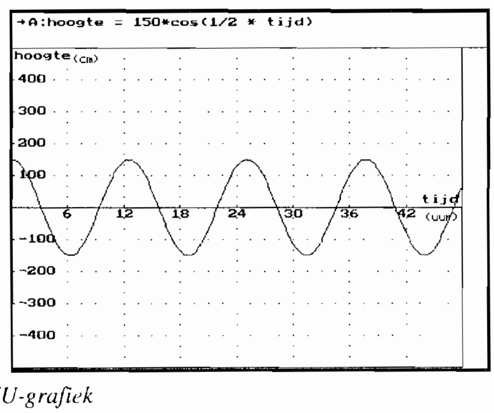

*fig. 1 Gebieden met waterstand en getij-informatie*

met een passende modelfunctie.
Deze combinatie van gericht zoeken op een aangegeven site en een vooraf bekend programma gebruiken voor het modelleren werkt goed. Al zijn er natuurlijk wel wat technische problemen: zo lukte het printen van de grafieken op één school helaas niet, doordat de kleuren van het plaatje op het scherm niet door de matrixprinter konden worden weergegeven. Leerlingen blijken in zo'n situatie voldoende inventief te zijn om verder te kunnen werken. Twee meisjes gebruiken een sheet om de grafiek met de assen over te trekken, een stel tekent hem na, de rest noteert de kenmerken die ze nodig denken te hebben voor het vinden van een passende formule.

### *Modelleren met VU-grafiek*

Het werken met VU-grafiek is door deze leerlingen al eerder gedaan. Niet alleen in de onderbouw, maar ook al bij een andere opdracht uit het BPS-project, waarbij het maken van een modelformule bij meetresultaten centraal stond. Het gebruik van de computer om een goed passend model te vinden, blijkt ook nu weer goed te werken. Experimenteren is eenvoudig en de feedback is – via de bij de formule getekende grafiek – onmiddellijk. Verder is bezinning op de betekenis van de algemene sinusfunctie nodig.
Sommige leerlingen hebben problemen met het instellen van de assen en de gevolgen van de variabelenkeuze voor de daarna op te stellen formule. De meeste leerlingen kiezen bij de assen de volgende – bij de context passende – variabelen: horizontaal *tijd* en verticaal *hoogte*. In VU-grafiek moeten deze variabelen dan ook in de formule gebruikt worden. Sommige leerlingen krijgen problemen omdat ze de formule willen maken met $x$ en die variabele wordt dan door VU-grafiek niet geaccepteerd. De 'modelfunctie' $y = A\ \sin(B(x + C)) + D$ kennen ze uitsluitend met $y$ en $x$ als variabelen.
Voor de schaal van de *tijd*-as worden verschillende keuzes gemaakt. Eén tweetal kiest bijvoorbeeld 0, 6, 12, . . . *uren*, een ander tweetal kiest 0, 1, 2, . . . *dagen*. Aan de grafieken in figuur 2 (links van Waterland, rechts van VU-grafiek) is ook te zien dat leerlingen de schaal voor de *tijd*-as slim moeten kiezen. De getallen uit de Waterland-grafiek (18.00 0.00 6.00 12.00 . . . ) kun je niet in beeld brengen.
Twee meisjes die als eerste een redelijk kloppende formule hebben: $hoogte = 150 \times \cos(\frac{1}{2} \times tijd)$ blijken al experimenterend de $\frac{1}{2}$ te hebben gevonden. Ze hadden eerst opgemerkt dat hij telkens veel te snel ging: 'als $B = 2$ dan is de periode $\frac{1}{2}$, dus als $B = \frac{1}{2}$ dan is de periode twee keer zoveel'. Toen zijn ze gaan delen: eerst $\frac{1}{6}$, vervolgens $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$ en toen $\frac{1}{2}$. Dat leek het beste. Kortom: trial and improve.




*De waterstand in Delfzijl, werkelijke waarden en gemodelleerd in VU-grafiek*

***Reflectie***

Tijdens de tweede les moeten de leerlingen sterke en zwakke punten van hun formule aangeven. De docent doet dit klassikaal: 'Welke formule kunnen we als klas accepteren als de beste voor Vlissingen? Wellicht is er niet één beste, maar kunnen we wel van sommige zeggen: dat kan beter.' Leerlingen formuleren achtereenvolgens wat ze hebben. Ze zijn gretig, de een na de ander: 'Wij hebben een betere!'

*Ll: $h = 15 + 200 \times \sin(0{,}52(t - 8{,}27))$*
*Lk: 'Wie heeft hetzelfde?'*
*Niemand.*
*Lk: 'Wie denkt dat ie iets beters heeft?'*
*De halve klas steekt een vinger op. Er volgt:*
*$h = 20 + 200 \times \sin(0{,}52(t - 23))$*
*$h = 30 + 200 \times \sin(0{,}5(t + 0.5))$*
*Jasper: 'Wij hebben de beste:*
*$h = 15 + 200 \times \sin(2\pi/12\ (t + 2))$.'*
*$h = 30 + 210 \times \sin(0{,}52(t - 11{,}5))$*
*$h = 40 + 190 \times \sin(2\pi/12(t - 16))$*
*Lk: 'Stop even. We hebben voortdurend andere getallen. Wie kan z'n getallen verdedigen? Eerst de evenwichtsstand en amplitude.'*
*Koen: 'Evenwicht is bij 25, want 100/8 = 12,5 per mm en dat maal 2 mm = 25.' (Kennelijk is in de getijdenkromme verticaal 100 cm afgebeeld op 8 mm.)*
*Ll: 'Maar onder de grafiek staat dat astronomisch getij om 12:30 precies 30 cm is. Dus zal 30 cm wel de evenwichtsstand zijn.'*
*Maarten: 'Waarom? Er staat nergens dat dat evenwichtsstand is.'*
*Ander meisje: 'Opmeten op één plaats vind ik niet helemaal kloppen, want aan het begin komt hij minder hoog dan later.'*
*Lk: 'Goed. Deze discussie heeft iedereen gehoord. We kunnen niet precies zeggen wat het is, maar 25 en 30 zijn populair en voor de amplitude 200. Wie kan iets zeggen over de periode? Kateleine, hoe komen jullie aan die 0,5, verder is het vooral 0,52?'*
*Kateleine: 'Wij hebben op de eerste decimaal afgerond.'*

Leerlingen vragen waar ze het beste kunnen meten. Bij de evenwichtsstand? Andere zeggen dat het bij de toppen veel makkelijker gaat. De docent geeft het woord aan iemand die nauwkeurig met geodriehoek bezig is. Hij heeft $12/3{,}5 \times 3{,}6 = 12{,}34$, en $2\pi / 12{,}34 = 0{,}51$.

*Lk: 'Wie heeft hier nog iets aan toe te voegen?'*
*Leerling, lichtelijk verontwaardigd: 'Maar eb en vloed is toch precies 12 uur, die 12,34 slaat nergens op.'*
*Lk: 'Nee hoor, dit zijn de metingen, die staan op internet, hier moeten we het mee doen. Nu nog het startmoment.'*
*Ll: 'Als je bij die lijn in het midden kijkt, dan kom je bij 12 uur uit, daar is de hoogte 3,25 cm, het hoogste is bij 3,6 cm. Dat maakt een uur verschil, dus 11 uur naar links. In plaats van 11 uur naar links mag je ook 1 uur naar rechts.'*

Geroezemoes. Even lijken er veel af te haken. Dan tekent de docent een grafiek op het bord met een mogelijk nulpunt. Het wordt weer rustig.
De conclusie lijkt te zijn dat het kan bij -1 of +11. Iemand anders verdedigt 23. Andere leerlingen zeggen dat ze een andere as gebruikt hebben, maar welke weten ze niet meer.

*Lk: 'Iedereen moet dus ervaren hebben dat je ergens 0 moet kiezen. Een mogelijke keuze voor ons is dus:*
*$h = 25 + 200 \sin(0.51(t - -1))$.'*

Dit gesprek heeft ongeveer dertig minuten geduurd. Daarin is gereflecteerd op de gevonden modellen en het modelleerproces. Dit is een activiteit die in de BPS-visie op een bèta-didactiek voor het studiehuis essentieel is. Interactie tussen leerlingen en tussen leerlingen en docent is daarbij van zeer veel waarde. In een dergelijk gesprek kunnen de verschillen in aanpak en de verschillen in oplossing besproken worden en kan desgewenst in één richting verder worden gegaan.

***Verslagen en onderzoeksvaardigheden***

Bovengenoemde opdracht staat in eerste instantie in het teken van het leren van wiskunde. Daarbij komen allerlei onderzoeksvaardigheden impliciet aan de orde. Deze vaardigheden worden niet expliciet benoemd, maar uit werkwijze en verslagen blijkt dat deze vierde klassers al een eind op weg zijn.
Bij Broklede kregen de leerlingen de opdracht een verslag in te leveren. Dit verslag werd met een cijfer beoordeeld. Criteria bij deze beoordeling waren presentatie (vier punten), correctheid van de formules (acht punten) en een vergelijking met een andere plaats waarbij horizontale en verticale verschuiving aan de orde moeten komen (vijf punten).
Op de Breul werd vooral de nadruk gelegd op de modellen die de leerlingen gevonden hebben. Tijdens het klassengesprek waardeerde de docent de argumenten die de leerlingen gaven ter verdediging van hun resultaten. Voor deze docent is het werken aan dit soort opdrachten een werkwijze die typisch bij de wiskunde past. De opdracht motiveert de leerlingen tot een wiskundige activiteit. Hij ziet het vooral als een welkome afwisseling van de sommetjes uit het boek en vindt de activiteit zelf belangrijker dan het verslag. De docent: '*de huidige boeken met een duidelijke structuur en studiewijzers hebben de neiging om leerlingen dociel te maken. Op deze manier werken aan motivatie is een betere richting naar zelfstandigheid.*'

## BPS-analyse

Binnen het project zijn vier inhoudelijke hoofdlijnen voor de te ontwikkelen studiehuis-didactiek voor de ß-vakken geformuleerd, waaraan ontwikkeld materiaal en de ervaringen in de klassen getoetst worden.

*1. het bieden van constructieruimte aan leerlingen*
In deze opdracht komt dat tot uiting op microniveau. Leerlingen hebben binnen het kader van de gegeven grafiek met realistische data over waterhoogten en de bekende algemene formule van een sinusoïde de ruimte om zelf te experimenteren met het toekennen van waarden aan de parameters om zo een best passend model te construeren. Een deel van die constructieruimte kan ook gevonden worden in het formuleren van criteria voor 'best passend'.

*2. het stimuleren van diverse aanpakken bij leerlingen*
Hoewel de werkwijze redelijk voorgeschreven was, is er toch nog wel wat ruimte voor een eigen aanpak in deze opdracht. De aanpakken variëren van direct gebruikmaken van de kenmerken van sinus-functies tot 'trial and improve' met VU-grafiek. Een uitwerking waarin beide aanpakken zichtbaar zijn, is de volgende:

- *We denken dat de amplitude ongeveer 150 is dus:* $150 \sin = y$
- *We denken dat de periode rond* $\pi/6$ *zit dus:* $y = 150 \sin \pi/6$
- *De evenwichtstoestand is ongeveer -6 dus:* $y = 150 \sin \pi/6 - 6$
- *en het begin is ongeveer bij -3 uur dus* $y = 150 \sin \pi/6(tijd + 3) - 6$

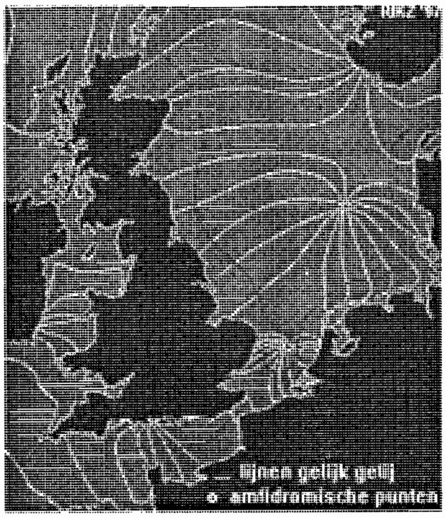
*'We denken dat de formule ongeveer op dit moet lijken:*
*hoogte water* $= 150 \sin \pi/6(tijd + 3) - 6$'

*'De grafiek klopte bijna, maar om de goede grafiek te krijgen, hebben we deze formule:*
*hoogte water* $= 160 \sin \pi/6(tijd + 3,1) - 6,25$'

Bij het vinden van de goede formule blijken de meeste leerlingen weinig moeite te hebben met de amplitude en de evenwichtsstand. Voor het beginpunt worden verschillende oplossingen gekozen. Een aantal groepjes past de *tijd*-as aan en kiest het nulpunt zo dat ze in de formule niets hoeven te veranderen ($c = 0$). De meeste problemen geeft dan het modelleren van de juiste periode. Soms leidt dat tot experimenteren met VU-grafiek:

*'Eerst namen we* $B = 12$, *dat klopte totaal niet. Daarna probeerden we* $\frac{1}{6}$ *(...) de grafiek die daaruit kwam, klopte ook niet want de grafiek ging door nul bij* $x = 9$. *De grafiek moest door nul gaan bij* $x = 3$. *Daarom namen we* $B = \frac{1}{3}$, *wat daaruit kwam klopte ook niet. Daarna zijn we gewoon wat gaan proberen en zo kwamen we uit op* $B = \frac{1}{2}$.'

*3. werken aan onderzoeksvaardigheden en modelleren*
Onderzoeksvaardigheden lijken vaak beperkt te blijven tot het maken van een plan van aanpak. Volgens ons kan eenzijdig benadrukken van een fasering van verkennen, oriënteren, plan maken, plan uitvoeren, conclusies formuleren en verslag maken, belemmerend werken bij de wiskundige activiteit en die activiteit staat voorop. Als vanzelf komen daarbij allerlei fasen aan de orde. Neem bijvoorbeeld vragen van de docent: 'Iedereen moet dus ervaren hebben dat je ergens 0 moet kiezen. Een mogelijke keuze voor ons is dus . . .' 'Wie kan zijn getallen verdedigen?' 'Heeft iemand een idee waarom?' Door zo'n klassengesprek zien leerlingen wat goede vragen zijn bij een dergelijk probleem en tekent zich de fasering af. Los hiervan kunnen bepaalde opgaven in het teken staan van specifieke onderzoeksvaardigheden. Specifieke fasen kunnen dan expliciet een rol spelen in een klassengesprek. Zelfs het maken van een 'onderzoeksverslag' kan een opdracht zijn. Het is goed om af en toe, na het vinden van een oplossing van een probleem waar je tevreden en opgelucht naar terugkijkt, nog eens een verslag van het hele traject te maken. Maar niets is zo vervelend als dat



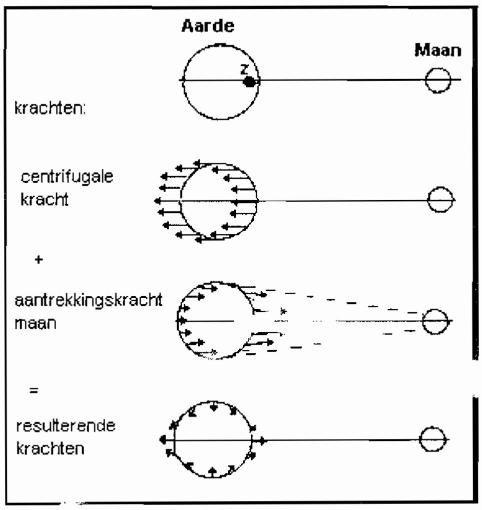




*fig. 3 Illustraties uit de Waterland-site*

standaardwerk wordt. En dat dreigt nu voor de leerlingen, waarbij er bij veel vakken gedacht wordt dat door het maken van verslagen leerlingen onderzoeksvaardigheden opdoen. Soms lijkt het of het kunnen ontwerpen van een stappenplan een eerste vereiste is voor het maken van een praktische opdracht.

***4. samenwerking tussen de vakken***

Dit criterium is niet direct van toepassing bij deze opgave, hoewel er bij het verklaren van de verschillen tussen de getijdenbewegingen in verschillende plaatsen langs de kust goed samengewerkt kan worden met de aardrijkskundedocent. Nu kwam dit onderdeel niet goed uit de verf. Sommige leerlingen waren wel creatief:

*De verschillende hoogtes in waterstanden worden waarschijnlijk veroorzaakt door hoe hoog de plaatsen boven de zeespiegel liggen. (En hoe hoger de plaats ligt, hoe dichter bij de maan deze ligt en hoe sterker de aantrekkingskracht.)*

Of:

*In Vlissingen komt de waterstand het hoogst (200 cm NAP), dus is het waarschijnlijk zo dat het strand daar het minste schuin loopt. In Harlingen daarentegen loopt het strand juist wel schuin, omdat de waterstand daar niet zo hoog komt.*

Eén groepje heeft het allemaal uitgezocht met behulp van een Time/Life magazine.

Naast samenwerking te zoeken met de aardrijkskundedocent zou ook verwezen kunnen worden naar een ander deel van de Waterland-site. Daarin is uitgebreide achtergrondinformatie over getijdenbewegingen te vinden (zie figuur 3). Als dit deel van de opdracht inderdaad wordt uitgebreid, kan het de opstap zijn naar een profielwerkstuk rond getijdenbewegingen waarin wiskunde, natuurkunde en aardrijkskunde gecombineerd worden.

*Michiel Doorman, Monica Wijers, Freudenthal Instituut*

## Internetcursussen voor docenten exacte vakken

Ook in het schooljaar 1998-1999 verzorgt het 'Centrum voor de Didactiek van de Wiskunde en Natuurwetenschappen' (CD-β) Internetcursussen voor docenten wiskunde, biologie, natuurkunde en scheikunde in het voortgezet onderwijs.

***Waarom Internet***

Er zijn verschillende redenen voor docenten om een internetcursus te volgen:

- Leerlingen van nu groeien op met Internet, dus moet u als docent ook bijblijven.
- Internet kan goede diensten bewijzen voor de verplichte vakintegratie in het profielwerkstuk. Vandaar een geïntegreerd aanbod voor de exacte vakken.
- In de nabije toekomst zal veel informatie (onder andere software) alleen nog maar via het Internet beschikbaar zijn. Dus is het nuttig als u weet wat Internet is en hoe u ermee kunt werken.
- Vakspecifieke informatie kunnen opzoeken en e-mail kunnen gebruiken, behoren tot de eindtermen computervaardigheden.

***Cursus***

In de cursus wordt zowel aandacht besteed aan achtergrondkennis en het ontwikkelen van vaardigheden, als aan toepassen en gebruiken van deze kennis en vaardigheden in het onderwijs. Hierbij staan de didactische mogelijkheden van het gebruik van Internet in het eigen vak van de cursist centraal.

De cursus wordt in verschillende vormen aangeboden:

- 'Standaardcursussen' van twee of drie bijeenkomsten op donderdagavonden. Deze cursussen worden gegeven in het najaar (september-november) en in de winter (januari-maart).
- Op eigen lokatie (school) of centraal op de universiteit in Utrecht.
- 'Op maat', toegespitst op de wensen van de school.

***Aanmelding en Informatie***

Voor een uitgebreidere cursusfolder met aanmeldingsformulier voor de standaardcursussen kunt u contact opnemen met:

Mw. M. Fennis, Princetonplein 5, 3584 CC Utrecht
030-253 11 79, m.p.g.fennis@phys.uu.nl

Voor meer informatie over de cursussen op lokatie en/of op maat kunt u contact opnemen met:

Martin van Reeuwijk, Freudenthal Instituut
030-261 16 11, martinr@fi.uu.nl