

Van Lewis Carroll zijn ongetwijfeld de Alice-boeken met hun onnavolgbare logica het bekendst. In veel andere publicaties van zijn hand zijn echter ook talloze meer en minder logische redeneringen te vinden. **Van der Blij** ging op zoek en geeft een bloemlezing.

De rekenkunde en logica van Lewis Carroll

Sommig rekenen is wiskunde, niet alle wiskunde is rekenen, is dat logisch? Wiskundigen redeneren logisch. Andere mensen doen dat natuurlijk ook. Maar volgens sommigen is logica niets anders dan de manier waarop wiskundigen redeneren. De logica is aan de universiteit zowel thuis in de faculteit van de wijsbegeerte als in de faculteit van wiskunde en informatica.

Hoe het ook zij, Lewis Carroll en niet alleen Charles Lutwidge Dodgson heeft iets met de logica.

Miljoenen kusjes

In een brief van 14 april 1890 reageert hij op een briefje van een vriendinnetje, dat hem miljoenen kusjes en knuffels belooft. Maar, schrijft Lewis (al ondertekent hij deze brief met C.L. Dodgson):

Miljoenen, dus zeker twee miljoen;
stel 20 kusjes per minuut dan dus
100 000 minuten.
Dus 1 666 uur
maar liever niet langer dan 12 uur per dag dus
138 dagen.
En toch maar 6 dagen per week dus
23 weken.
Maar zoveel tijd heeft oom echt niet.

Isa Bowman (1972)

Twee plus een is drie

Iets aardigs is ook te vinden in *The Hunting of the Snark*. Lewis Carroll omschrijft dit boek zelf als een nonsens ballade voor kinderen, in acht Fits. Fit wordt soms vertaald met toeval, soms met dreun.

In de vijfde Fit lezen we in de lessen van de bever een episode waar de beenhouwer (of de maker van worst in een andere vertaling) uitlegt hoe je twee plus centje erbij kan uitrekenen. Dit keer een lang citaat:

'Two added to one – if that could but be done,'
It said, 'with one's fingers and thumbs!'
Recollecting with tears how, in earlier years,
It had taken no pains with its sums.

'The thing can be done,' said the Butcher, 'I think.
The thing must be done, I am sure.
The thing shall be done! Bring me paper and ink,
The best there is time to procure.'

The Beaver brought paper, portfolio, pens,
And ink in unfailing supplies:
While strange creepy creatures came out of their dens,
And watched them with wondering eyes.

So engrossed was the Butcher, he heeded them not,
As he wrote with a pen in each hand,
And explained all the while in a popular style
Which the Beaver could well understand.

'Taking Three as the subject to reason about –
A conventional number to state –
We add Seven, and Ten, and multiply out
By One Thousand diminished by Eight.

The result we proceed to divide, as you see,
By Nine Hundred and Ninety and Two:
Then subtract Seventeen, and the answer must be
Exactly and perfectly true.

The method employed I would gladly explain,
While I have it so clear in my head,
If I had but the time and you had but the brain –
But much yet remains to be said.'

Interessant is het om het origineel eens met de vertaling van Erdwin Spits (*De jacht op de Trek*; Den Haag 1977) te vergelijken. Hij vertaalt de coupletten waar het wiskundig gezien om gaat met:

'Voeg aan Drie, met mate menigvuldig
En ons huidig studieobject,
Tien en Zeven eerst toe en vermenigvuldig
Met Duizend, waar achttien af is getrekt.

De uitkomst delen we dan als volgt,
Door Negen Honderd en Twee en Tachtig:
Trek Zeventien af en het antwoord dat volgt,
Is exakt en puur en waarachtig.'

Martin Gardner wijst in zijn geannoteerde uitgave de lezer op de algebraïsche achtergrond met de formule:

$$\frac{(x + 7 + 10) \cdot (1000 - 8)}{992} - 17 = x$$

Deze formule kunt u zelf wel vertalen in de stijl van Erdwin Spits.



fig. 1 *The Beaver brought paper, portfolio, pens*

In de bijbehorende tekening (figuur 1) van Henry Holiday zien we een in die tijd klassiek rekenboek afgebeeld, Colenso's *Arithmetic* met daarachter verstopt *On the Reductio ad Absurdum*. Martin Gardner geeft meer informatie over de achtergrond van deze titel!

Vreemd rekenen

Een boeiend stuk rekenen is ook in *Alice in Wonderland* te vinden. In hoofdstuk twee zegt Alice:

'vier keer vijf is twaalf, vier keer zes is dertien, maar op die manier kom ik nooit tot twintig.'

Is dit enkel nonsens? Gardner geeft er in zijn *The annotated Alice* een fraaie wiskundige uitleg van. Gewoonlijk werden de tafels in Engeland tot 12 geleerd (het twaalf-tallige systeem in maten, geld, enzovoort).

Na $4 \times 5 = 12$, $4 \times 6 = 13$ volgt natuurlijk $4 \times 7 = 14$, enzovoort, tot $4 \times 12 = 20$ en omdat we bij twaalf zijn, stopt de rij dan. Taylor gaf een gecompliceerdere uitleg, die we ook bij Gardner beschreven vinden:

$4 \times 5 = 12$ als we in het 18-talligstelsel werken, verder is $4 \times 6 = 13$ als we in het 21-tallig stelsel werken, enzovoorts, tot $4 \times 12 = 19$ als we in het 39-tallig stelsel werken.

Dat er bij 4×13 problemen komen, moet u zelf maar uitzoeken.

Hoe oud?

Laten we van het rekenen naar de logica overstappen. Eerst iets uit Alice's avonturen in Spiegelland, waarin alles gespiegeld is behalve Alice zelf. En daaruit iets uit de logica in de omgangstaal.

Humpty Dumpty vraagt: *Hoe oud zei je dat je was?*

Na enig denken antwoordt Alice: *Zeven jaar en zes maanden.*

Humpty Dumpty roept uit: *Fout!, dat heb je nooit gezegd!*

Alice legt uit: *Ik dacht dat je bedoelde: Hoe oud ben je?*

Humpty Dumpty antwoordt: *Als ik dat bedoeld had, had ik dat gezegd.*

Zouden we Alice dus toch maar liever niet in de klas lezen?

Brieven aan Ella

Een analoge situatie vinden we in de briefwisseling van Lewis Carroll met Ella, vertaald door C. Buddingh onder de titel *Brieven aan kinderen*. Ik kort wat in.

Ella heeft onder strikte geheimhouding haar dagboek aan haar vriend C.L. Dodgson uitgeleend.

Hij schrijft haar dan (iets ingekort):

'Ik begrijp dat je het niet wilt publiceren, en ik hoop dat je het niet vervelend zult vinden dat ik drie hoofdstukgedeelten cruit heb opgestuurd ter publicatie in *The Monthly Packet*. Ik zal je eerlijk al het geld overhandigen dat ik er eventueel voor zal ontvangen, van mejuffrouw Yonge, de redactrice van *The Monthly Packet*.'

Na een reactie volgt een tweede brief aan Ella, waarin hij schrijft:

'Tot mijn leedwezen moet ik je vertellen dat *ieder woord van mijn brief strikt waar was*. Ik wil je nu nog iets vertellen – dat mejuffrouw Yonge het MS [manuscript, red.] *niet geweigerd heeft*, maar ze wil me niet meer dan een guinea per hoofdstuk geven. Is dat genoeg?'

In de derde brief ten slotte komt de aap uit de mouw (iets ingekort):

'Ik ben bang dat ik je veel te erg voor de gek gehouden heb. Ik 'hoopte dat je het niet vervelend zou vinden dat ik enz.' om de zeer goede reden dat ik het helemaal niet gedaan heb. (Wat stond er precies in het Engels?) Mejuffrouw Yonge heeft het niet geweigerd – omdat ze het niet heeft gezien. Nog voor geen driehonderd guineas zou ik het aan wie ook hebben laten zien – nadat ik je had beloofd dat ik dat niet zou doen.'

Goed lezen was wel nodig!

Na de moeilijke som over het aantal niet-verjaardagen, dus $365 - 1 = 364$, volgt een begin van de logische discussie of de waarheid van een zin als 'alle A zijn B' ook impliceert dat er echt een A is. Dat was een actuele discussie in die tijd, natuurlijk eveneens voor andere analoge logische uitspraken als 'sommige A zijn NIET-B', enzovoorts.

Meer over de logica van Carroll

Veel meer hierover is te vinden in de twee logicaboeken van Lewis Carroll, namelijk *The Game of Logic* en *Symbolic Logic*.

Het gaat daarin om de klassieke aristotelische logica. Dus over uitspraken als ‘alle mensen zijn sterfelijk’, en ‘Socrates is een mens’. Zulke uitspraken geven aanleiding tot de conclusie ‘Socrates is sterfelijk’. In de aristotelische logica zijn fraaie namen aan dit soort redeneerschema’s gegeven, maar ja, wie weet nu Barbara nog van Bamalip of Ferio van Festino te onderscheiden?

Negentien van de 256 mogelijke redeneerwijzen zijn toelaatbaar, de anderen zijn onjuist. (Ik zoek dit soort feiten altijd op in Hilbert/Ackermann: *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlijn 1938.)

Euler ontwierp een meetkundige methode om dit redeneren te vereenvoudigen. Als sprake is van zekere A, stellen we deze voor door punten binnen een cirkel. De verzameling van de NIET-A is dan het buitengebied. In figuur 2 wordt ‘alle A zijn B’, maar ook ‘sommige B zijn NIET-A’ verbeeld.

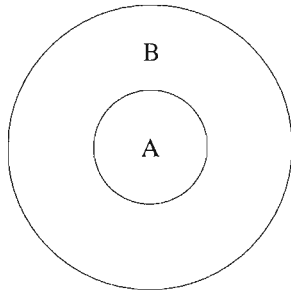


fig. 2

Venn verbeterde dit systeem met zijn diagrammen, die ook in het onderwijs enige tijd in de mode zijn geweest.

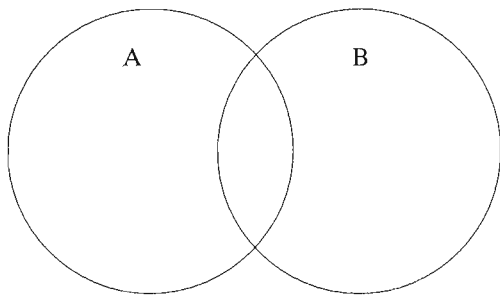


fig. 3

Het diagram in figuur 3 zegt ‘sommige A zijn B’, ‘sommige B zijn A’, ‘sommige A zijn NIET-B’, enzovoorts. Bij drie klassen van objecten, A, B en C, krijgen we te maken met drie gebieden, die – afhankelijk van de situatie – op allerlei manieren ten opzichte van elkaar kunnen liggen.

Lewis Carroll laat zien hoe gecompliceerd zo’n figuur kan worden als er sprake is van vijf verzamelingen a, b, c, d en e (zie figuur 4).

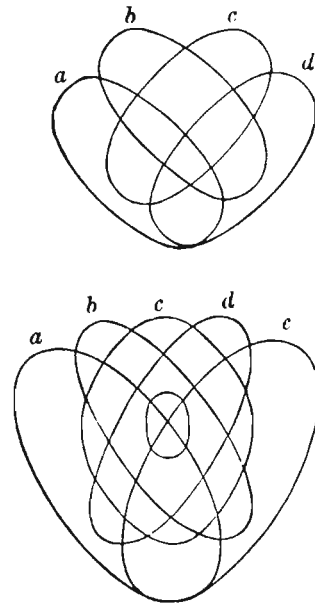


fig. 4

Spelletje met diagrammen

Carroll ontwerpt een alternatief voor deze Venn-diagrammen. Om te beginnen definieert hij een universum waarbinnen alle verzamelingen liggen; het buitengebied van een verzameling wordt nu dus begrensd. Verder vervangt hij de gebogen lijnen door rechte lijnen in een strak schema (zie figuur 5).

A Syllogism worked out.

That story of yours, about your once meeting the sea-serpent, always sets me off yawning;
I never yawn, unless when I'm listening to something totally devoid of interest.

The Premisses, separately.

The Premisses, combined.

The Conclusion.

That story of yours, about your once meeting the sea-serpent, is totally devoid of interest.

fig. 5

