

Voor de toekomst staat een herbezinning voor de deur als gevolg van de zorgen over de afnemende belangstelling voor de bèta-vakken en het op de markt komen van geavanceerde technologie. **Sieb Kemme** laat aan de hand van twee recent verschenen proefschriften zien hoe een blik in het verleden ons daarbij kan helpen.

Het wiskundeonderwijs door de jaren heen

Inleiding

Onlangs verschenen twee proefschriften waarin de geschiedenis van het wiskundeonderwijs een belangrijke rol speelt. Harm Jan Smit, vakdidacticus wiskunde te Delft, beschrijft in zijn boek *Een onbekookte nieuwigheid?* de invoering, omvang en betekenis van het wiskundeonderwijs op de Franse en Latijnse scholen van 1815-1863. Henk Klomp, medewerker aan de vakgroep Nieuwste geschiedenis aan de Rijksuniversiteit Groningen, beschrijft in *De relativiteitstheorie in Nederland* de fundamentele veranderingen in het wiskundeonderwijs in de periode tussen de beide wereldoorlogen.

Door het toeval dat beide boeken bijna tegelijkertijd zijn verschenen, ontstaat ineens een beeld van de ontwikkelingen van het wiskundeonderwijs vanaf het allereerste begin tot aan de veranderingen als gevolg van de mammoetwet in 1968.

Het allereerste begin

Vóór 1816 was er eigenlijk geen wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs in de gedaante zoals we dat nu kennen. Er werd alleen maar gerekend en iedere school was vrij in de keuze van het programma en het aantal uren. In 1815 ondertekende koning Willem I de wet waarin de regeling voor de Latijnse school was opgenomen. Daarin werd voor het eerst het vak wiskunde als verplicht onderdeel opgenomen. Dus moest er worden nagedacht over de inhoud van dat vak.

Vanaf dat ogenblik werd de vraag actueel wat leerlingen zich aan wiskundige bagage dienden eigen te maken. Het ging daarbij in de eerste plaats om een intellectuele bagage met een algemene vormende waarde, niet om toepassingen van de wiskunde binnen een beroep. In dat opzicht was wiskunde een directe concurrent van de bestaande klassieke vakken als Latijn, theologie en filosofie. In de ogen van de zittende docenten was wiskunde een nieuwwets vak dat haar eigen plaats maar moest zien te veroveren.

Een centrale figuur in de strijd om de positie van de wiskunde in de Latijnse school was de Leidse hoogleraar Ja-

cob de Gelder. Naast hoogleraar was hij auteur van schoolboeken en van boeken over de pedagogische en didactische aspecten van het wiskundeonderwijs en had hij als adviseur van de regering veel invloed op de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs. In 1826 deed hij een voorstel over het door hem gewenste leerplan voor de Latijnse school. Dat de strijd echt op het scherp van de snee werd gestreden, bewijst wel het ontslag van Jacob de Gelder als wiskundedocent aan een Latijnse school met een wiskundevijandige rector. Volgens de rector kon De Gelder geen orde houden. Volgens De Gelder kreeg hij van de rector niet eens de kans om orde te houden.

Harm Jan Smid heeft werkelijk een vracht aan materiaal uit de genoemde periode om zich heen weten te verzamelen. Met talloze citaten uit schoolboeken weet hij een helder beeld te scheppen van het wiskundeonderwijs uit die tijd. En niet alleen van de inhoud van de wiskunde, maar ook van de omstandigheden daaromheen. In de gedetailleerde verslagen van de inspecteur Wijnbeek was de positie van het vak wiskunde een regelmatig terugkerend punt. Wijnbeek aarzelt niet om een oordeel uit te spreken over de kwaliteit van de wiskundedocenten en beschrijft uitgebreid de omstandigheden waarin het onderwijs plaatsvindt.

Vanaf 1826 kwam het wiskundeonderwijs in een rustiger vaarwater. Wiskunde werd meer algemeen geaccepteerd en de meeste scholen volgden het programma zoals dat door de regering en de boeken van Jacob de Gelder werd gepropageerd. Van 1838 tot 1863 trad een nieuwe fase in. De Latijnse scholen werden gemoderniseerd. De klasleerkrachten werden vervangen door vakleerkrachten. Wiskunde en moderne vreemde talen kregen een reguliere plaats toebedeeld. In 1863 werd de HBS opgericht. In HBS-B werd wiskunde het hoofdvak. Het programma bouwde echter rechtstreeks voort op datgene wat in de voorgaande vijftig jaar was ontwikkeld.

De periode tussen beide oorlogen

In de jaren twintig kreeg de relativiteitstheorie van Einstein in wetenschappelijke kringen algemenere bekend-

heid. Dat gaf aanleiding tot heftige discussies die zich niet beperkten tot de natuurwetenschappelijke kringen. Door de relativiteitstheorie werden een aantal zaken, die tot dan toe vanzelfsprekend waren, grondig door elkaar geschud. Bijvoorbeeld door de theorie dat tijd en ruimte aan elkaar gekoppeld zijn en niet langer onafhankelijk en absoluut zijn. En door het idee dat er geen gelijktijdigheid meer bestaat.

Ook in Nederland kon deze discussie niet uitblijven. De Leidse hoogleraar Lorentz was immers een voorloper van Einstein en Einstein heeft diverse malen een bezoek aan Leiden gebracht.

In het boek van Klomp is een hoofdrol weggelegd voor de natuurkundige en pedagoog Kohnstamm. Kohnstamm studeerde natuurkunde en promoveerde op een onderwerp uit de thermodynamica. Hij had een goed contact met de geleerde heren uit Leiden die zich met de relativiteitstheorie bezighielden. Na zijn promotie ging hij zich steeds meer verdiepen in onderwijskundige en maatschappelijke zaken. Hij was korte tijd lid van de tweede kamer en was een van de hoofdbestuurders van de Maatschappij tot Nut van 't Algemeen, een breed opgezette landelijke organisatie die zich wilde inzetten voor de verheffing van de lagere standen. In 1919 werd hij hoogleraar in de pedagogiek aan de universiteit van Amsterdam. Temidden van het toen bestaande onderwijs, dat nog volledig gestoeld was op absolute waarheden en louter bestemd voor de betere kringen, was Kohnstamm een revolutionair. Veel van zijn ideeën over onderwijs zijn tot op de dag van vandaag actueel. Dat geldt zowel voor de maatschappelijke positie van het onderwijs (onderwijs voor iedereen) als voor de pedagogische insteek (aansluiten bij de persoonlijke ontwikkeling van de leerling). Eén van de hoogtepunten in het boek van Henk Klomp is de beschrijving van Kohnstamm's ontwikkeling van natuurkundige tot democraat en pedagoog temidden van de veranderingen in het natuurwetenschappelijke denken.

Wat heeft dit allemaal te maken met het wiskundeonderwijs? In de jaren twintig organiseerde mevrouw Ehrenfest-Afanassjewa bijeenkomsten bij haar thuis over het wiskundeonderwijs. Kohnstamm was bevriend met de familie Ehrenfest en gaf een voortzetting aan deze bijeenkomsten op zijn Nutsseminarium, waarin hij de tot dan toe gebruikelijke deductieve en axiomatische meetkunde ter discussie stelde. Hij vond een aantal wiskundigen als medestanders. De meetkunde zou veeleer moeten worden opgevat als een weerslag van de waarneembare werkelijkheid dan als een abstract logisch bouwwerk. Maar hij kreeg ook felle tegenstand. Met name Dijksterhuis distantiëerde zich van deze degradatie van wiskundige zuiverheid.

Deze strijd heeft tot in de jaren vijftig door gewoed en leidde uiteindelijk, met hulp van Freudenthal, tot een compromis-achtige aanpassing van het leerplan dat van kracht bleef tot 1968, het jaar van de mammoetwet.

Van toen tot nu: van intellectuele vorming naar gebruikswiskunde

Voor Nederland begint het verhaal van het wiskundeonderwijs in 1815. De invoering wordt gekenmerkt door een felle fundamentele discussie. Is wiskunde niet strijdig met het klassieke ideaal? In welk opzicht worden leerlingen door wiskunde gevormd? Hoe zou het onderwijs eruit moeten zien? Na deze heftige start treedt min of meer een periode van consolidatie op. Men is het ongeveer eens over functie en inhoud van het wiskundeonderwijs als onderdeel van een brede intellectuele vorming voor de betere kringen. Natuurlijk treden er wel verschuivingen op, maar de karakteristieken van het wiskundeonderwijs blijven onveranderd.

Vanaf 1920 begint het te rommelen. Kohnstamm en anderen tornen aan de uitgangspunten van het onderwijs. Er is fel verzet. Deze discussie duurt lang, zonder dat het directe gevolgen heeft. Pas in de jaren vijftig (dus na dertig jaar soebatten) vinden er echte veranderingen plaats in het leerplan wiskunde. Differentiaalrekening komt op het programma en de meetkunde wordt niet langer gegeven volgens de *Elementen* van Euclides.

Vanaf 1968 komen we op voor velen bekend terrein. Verzamelingenleer en transformatiemeetkunde doen met de mammoetwet hun intrede. Er is weinig verzet vanuit de onderwijswereld. Het karakter van de wiskunde is immers nog steeds hetzelfde gebleven. Het is zelfs abstracter en formeler geworden. Onder invloed van de ideeën van Freudenthal komt er in de jaren zeventig een beweging op gang naar realistische wiskunde. De dagelijkse werkelijkheid dient aanleiding te zijn voor de intellectuele ontwikkeling van de wiskunde. Na een aantal experimenten in de onderbouw LBO/MAVO (WISKIVON) leidt dit in 1986 tot de invoering van wiskunde A en B op het VWO (HEWET) en in 1989 tot een soortgelijke aanpassing van het HAVO-programma (HAWEX). In 1993 wordt deze ontwikkeling uiteindelijk voltooid met de invoering van het W12-16 programma in de onderbouw.

Het nu en daarna

Wie tegenwoordig een wiskundeboek uit de eerste drie leerjaren van het voortgezet onderwijs openslaat, weet niet wat hij ziet. Verdwenen zijn de pagina's met rijtjesommen. In plaats daarvan werken de leerlingen aan opgaven en problemen waarin toepassingen van de wiskunde voorop staan. De veranderingen sinds 1986 kan men gerust revolutionair noemen. In die periode is wiskunde op school volledig van gedaante veranderd. Niet eerder (en nergens ter wereld?) was de wiskunde zo gericht op toepassingen en op acceptatie door allen. Was de koningin der wetenschap in de oudheid gericht op intellectuele vorming voor een selectieve groep, nu is ze een dienstmaagd bij uitstek.

De overwegingen die tot het huidige nieuwe leerplan hebben geleid, zijn tweeledig: de geschiktheid van wiskunde voor zoveel mogelijk leerlingen en het nut of de noodzaak voor vervolgopleidingen. Het één hangt met het ander samen. De wens om een zo breed mogelijke groep te bereiken, leidt onvermijdelijk tot de keuze van toepasbare wiskunde.

Voor VBO/MAVO is deze keuze een succes gebleken. Maar het is de vraag of die keuze voor HAVO/VWO op langere termijn wel de juiste is. Wiskunde is meer dan toepassingen alleen. Het is ook een denkvak met een sterke intellectuele waarde. Wiskunde is ook interessant om de wiskunde alleen.

Er zijn minstens twee redenen om bezorgd te zijn over de toekomst van het wiskundeonderwijs op HAVO en VWO. In de eerste plaats is dat het sterk afnemende aantal studenten dat voor een bèta-studie kiest. Voor de universitaire studie wiskunde is die daling gelijktijdig ingezet met de introductie van het vak wiskunde A op het VWO. Een duidelijke verklaring voor het inzetten van die daling van het studentenaantal is er niet. Het is niet ondenkbaar dat meer intellectueel ingestelde leerlingen zich door het meer intellectuele karakter van het vroegere leerplan aangesproken voelden en daarin ook werden bevestigd in de keuze voor hun vervolgstudie.

De tweede reden om bezorgd te zijn over de toekomst van het wiskundeonderwijs is de komst van wiskundige technologie. Er bestaan inmiddels computerprogramma's en zakrekenmachines die wiskundige technieken kunnen uitvoeren van tenminste het niveau van een gemiddeld eerstejaarsprogramma aan de universiteit. Het oplossen van een vergelijking komt neer op het intypen van de formule. Men kan daarbij nog kiezen voor een numerieke of een analytische oplossing. Deze technologie zal binnen afzienbare tijd (vijf jaar?) financieel bereikbaar zijn voor alle leerlingen. Wat blijft dan nog over van een wiskunde die in eerste instantie gericht is op toepassingen? In de praktijk is het zinloos om met de hand via een a, b, c -formule een kwadratische vergelijking op te lossen als een apparaat dat foutloos in twee tellen voor elkaar krijgt. Het is op dit ogenblik volstrekt onduidelijk welke wiskundige handvaardigheden leerlingen nog moeten beheersen bij het oplossen van praktijkproblemen.

Hoe moet het nu verder? Aan de geschiedenis kunnen we zien dat intellectuele waarden van de wiskunde een belangrijke rol speelden. In onze tijd verwarren we dat vaak met algebraïsche en algoritmische vaardigheden. Daar ging het toen absoluut niet over. Voor de toekomst kunnen we gerust aannemen dat de algebraïsche en algoritmische handvaardigheden steeds minder belangrijk zullen worden. Willen we de wiskunde nog overeind houden op HAVO, VWO en hoger onderwijs, dan zullen we ons weer moeten verdiepen in de intellectuele uitdaging die het vak kan bieden. Dan kan verbazing zijn over onverwachte en tegen-intuïtieve resultaten, dat kunnen slimme

oplossingsstrategieën zijn van problemen en tenslotte kan het te maken hebben met filosofische kennistheoretische aspecten. Daarbij kunnen we veel leren van vroegere discussies.

Sieb Kemme

Literatuur

Klomp, Henk A. (1997). *De relativiteitstheorie in Nederland*. Utrecht, Epsilon. 304 pp.

Epsilon Uitgaven 38.

ISBN 90-5041-045-6

Prijs: f 42,50

Smid, H.J. (1997). *Een onbekookte nieuwigheid?* Delft, Delft University Press. 295 pp.

ISBN 90-407-1442-8

Prijs: f 50,-

(Advertentie)

Het baanbrekende boek

Structuur

Vernieuwd en verrijkt

is compleet geactualiseerd en nu leverbaar.

Structuur laat zien hoe leerlingen abstracte begrippen leren begrijpen.

Dit standaardwerk van dr. P.M. van Hiele voor docenten 'exact' kost f 79,50

Wilt u meer weten over *Structuur* (ISBN 9003 44374 2)? Bel dan uitgeverij Thieme: (0575) 59 48 80 Of kijk op <http://www.thieme.nl>

Ook verkrijgbaar bij de boekhandel

