Dit cursusjaar worden voor VBO-MAVO landelijk de nieuwe examenprogramma's ingevoerd. **Gerrit van den Heuvel** analyseerde met het oog hierop de experimentele B-examens van de afgelopen jaren.

De experimentele B-examens 1992-1995

Inleiding

Onlangs deed ik onderzoek naar de inhoud van de experimentele B-examens[1]. Centrale vraag van dit onderzoek was of de inhoud van de B-examens spoort met die van het B-examenprogramma[2]. Dat is van belang voor bijvoorbeeld het nieuw samen te stellen leerplan voor de tweede fase VBO/MAVO. Verder probeerden we vast te stellen wat je nu eigenlijk van dat B-examen mag verwachten. Als docent 'weet' je na een aantal examens welke richting het volgende examen uitgaat. Vraag is, of we op basis van de experimentele examens ook een aantal trends kunnen aangeven.
In dit cursusjaar wordt het nieuwe B-examen landelijk ingevoerd. In dit artikel gaan we in op de vraag wat je kunt verwachten van het nieuwe B-examen op basis van de experimentele examenpraktijk. Daarbij zit een addertje onder het gras. De nieuwe examens zullen namelijk niet meer door het Freudenthal instituut worden samengesteld, maar door het examenbureau van de SABO. Gegeven de prima ervaringen in de experimentele examenpraktijk tot nu toe, gaan we ervan uit dat de nieuwe examens de trends zullen volgen van het experiment. We besluiten dit artikel met enkele opmerkingen over het B-examenprogramma. Komen de ervaringen uit de experimentele examenpraktijk overeen met de plannen zoals die verwoord zijn in het B-examenprogramma? Het is voor de wat verdere toekomst van groot belang om te weten wat er van alle mooie idealen ook inderdaad is gerealiseerd.

Een globale indruk

Het nieuwe B-examen verschilt hemelsbreed van het oude examen zoals dat tot nu toe werd gemaakt door het examenbureau van de SABO. In het oude examen zien we meerkeuze- en één-antwoord-vragen over vooral wiskundige en rekenkundige onderwerpen. De nadruk ligt op reproductie van kennis en de relatie met de realiteit van alledag speelt daarbij geen hoofdrol. In het nieuwe examen ligt dat heel anders. Er zijn geen meerkeuze-vragen meer en de leerling moet meer dan voorheen zelf iets kunnen doen met zijn of haar wiskundige kennis. De werkelijkheid van alledag speelt in elke opgave een rol. Hoe ziet zo'n examen er nu ongeveer uit in de praktijk?
Het nieuwe B-examen bestaat uit vijf à acht opgaven (contexten), die uiteenvallen in circa dertig vragen. Er is een aparte statistiekopgave bij en misschien een aparte rekenopgave. De andere opgaven gaan over verbanden en meetkunde. De meetkunde is veelal wat beter vertegenwoordigd dan de verbanden. Rekenen als aparte opgave komt niet vaak voor. Toch speelt rekenen een belangrijke rol. In veel vragen moet namelijk (ook) gerekend worden.
Het eerste examen (1992) bevatte extreem veel meetkunde. Als we dat examen even buiten beschouwing laten, zien we het volgende beeld:

Verbanden	ruim 30%
Rekenen	ruim 20%
Meetkunde	bijna 40%
Statistiek	vrijwel 10%.

De onderwerpen in de examens zijn vrij alledaags, ook al zullen veel leerlingen niet alles als zodanig herkennen. Ze zijn voor ons alledaags en de vragen die gesteld worden zijn duidelijk wiskunde-leraar(m/v)-vragen. De leerling zou zich zelf zulke vragen niet snel stellen. We geven een paar voorbeelden om een indruk te krijgen:

De brandwacht (1992): plaatsen bepalen op een kaart naar aanleiding van een situatie met brandtorens.
Lengte (1993): voorspellen van volwassen lengten op basis van de lengte van kinderen: rekenen en grafieken tekenen.
Compostbak (1994): inhoud en andere maten van een rechthoekige compostbak die gemaakt is van planken.
Cijfers (1995): Schoolonderzoekcijfers zijn in een steelblad-diagram gezet; de leerling vist ze er weer uit en berekent het gemiddelde.

De voorbeelden doen niet volledig recht aan de examens, maar ze geven wel een indruk. Het gaat in het examen over vaak best leuk gevonden situaties die de leerlingen zich wel kunnen voorstellen. Af en toe is er sprake van een zekere gekunsteldheid en is de context irreëel. Vragen zonder context komen niet meer voor.

De vier leerstofgebieden nader bekeken

Verbanden

De vragen bij verbanden gaan over tabellen, grafieken en woordformules bij een verband in een contextsituatie. Vraagstukken met abstracte verbanden (x en y) komen niet voor. Een vraag begint met een of meer zinnen tekst met daarbij een tabel, grafiek of formule. Daarin wordt de situatie neergezet. Het is van essentieel belang dat de leerling hiermee uit de voeten kan: hij/zij moet deze inleiding kunnen lezen en interpreteren en zich de situatie voor kunnen stellen.

De feitelijke vaardigheden zijn beperkt:
De tabel: De (grootste/kleinste) waarden aflezen uit een tabel en een tabel maken bij een gegeven formule, waarbij de input-waarden veelal gegeven zijn, om daar vervolgens een grafiek bij te tekenen.
De grafiek: Een grafiek tekenen op een antwoordblad, waarbij assen, schaal, eenheden en grootheden staan aangegeven, een stukje van een grafiek kleuren dat hoort bij een ongelijkheidssituatie, maar vooral werken met een grafiek, met vragen die neerkomen op dingen als: 'Wat stelt de grafiek voor?', 'Wat kun je er allemaal in aflezen en wat niet?', 'Waarom is de grafiek op deze manier getekend?', en natuurlijk grafiekpunten aflezen om op basis daarvan conclusies te trekken; daarbij komen situaties voor met twee grafieken die elkaar snijden, waarbij het snijpunt moet worden opgezocht en waarbij de betekenis die het snijpunt heeft, moet worden geïnterpreteerd.

Behalve de 'gewone' lijngrafieken komen statistische grafieken voor en plaatjes waarin een verband op een ongewone manier verschijnt.
Rekenen loopt bij verbanden altijd via formules. Die kunnen in verschillende vormen voorkomen, bijvoorbeeld:

$$\frac{(\textit{lichaamslengte in cm} - 100)}{2} = \textit{ideaalgewicht in kg}$$

$$\textit{loon winkel I} = f\,40,\text{-} + \textit{aantal klanten} \times f\,1{,}50$$

$$\textit{lengte dochter} = \frac{\textit{lengte (vader + moeder)}}{2} - 3\,cm$$

$$\textit{totaalbedrag} - \textit{aankoopbedrag} + 0{,}02 \times \textit{aankoopbedrag}$$

Opvallend is het grote aantal variabelen dat kan voorkomen. Behalve formules zien we ook rekenvoorschriften in woorden die zeer dicht tegen woordformules aan liggen. In formules wordt steeds gesubstitueerd. De leerling krijgt getalwaarden gegeven voor de inputvariabelen en moet de waarde van de outputvariabele berekenen.
Het opstellen van een eenvoudige lineaire formule komt voor en soms worden formules vergeleken met elkaar: 'Wanneer zijn twee formules gelijk?' of 'Wanneer levert één van de twee formules een grotere waarde op dan de andere?' Formeel oplossen van vergelijkingen komt niet voor.

Lengte

Om te berekenen hoe lang een meisje ongeveer zal worden, gebruikt een schoolarts de volgende formule:

$$\textit{lengte dochter}\ (\text{cm}) = \frac{\textit{lengte vader}\ (\text{cm}) + \textit{lengte moeder}\ (\text{cm}) - 12}{2} + 3\ \text{cm}$$

De moeder van Danielle is 1,68 m lang, haar vader is 1,76 m.

> Hoe lang zal Danielle volgens de formule waarschijnlijk worden?

Jos zegt: Ik reken het zó uit:

$$\textit{lengte dochter} = \frac{\textit{lengte (vader + moeder)}}{2} - 3\ \text{cm}$$

> Krijgt Jos dezelfde uitkomst? Leg uit waarom (niet).

> Vul de tabel op de bijlage in.

> Teken op de bijlage de grafiek die bij de formule hoort.

> Waarom is op de assen van het assenstelsel bij vraag 15 een 'scheurlijn' getekend?

Volgens de schoolarts blijft een meisje 'te klein' wanneer ze niet langer wordt dan 1,57 m. Een meisje wordt 'te groot' wanneer ze langer wordt dan 1,80 m.

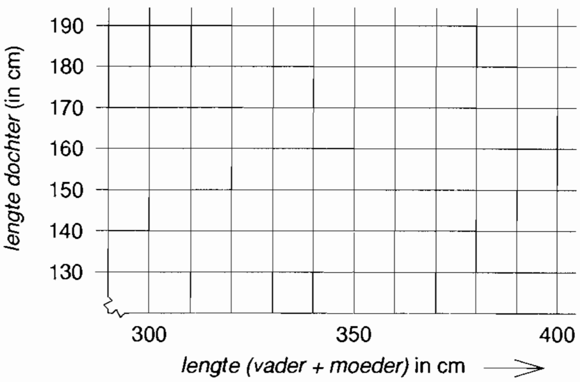
> Kleur in de grafiek die je getekend hebt het gedeelte dat hoort bij 'te klein' en 'te groot'.

Volgens de schoolarts zal Marga, als ze zo verder groeit, te groot worden.t

> Hoe lang zouden de vader en de moeder van Marga volgens jou kunnen zijn?
> Eén voorbeeld geven is voldoende.

Bijlage bij opgave **Lengte**

lengte (vader + moeder) (in cm)	300	310	380	400
lengte dochter (in cm)	147	...	...	...



Uit het experimentele B-examen van 1992

Rekenen, meten en schatten
Rekenen komt veel voor in het examen, vaak als onderdeel van opgaven uit andere leerstofgebieden. Substitutie in een woordformule is zo'n voorbeeld, of het berekenen van een gemiddelde of het uitrekenen van oppervlakte en inhoud. Ook hier wordt steeds gewerkt vanuit een situatie. Het is weer van essentieel belang dat de leerling de situatiebeschrijving kan lezen en zich een voorstelling kan maken van die situatie. Op basis daarvan moet gekozen worden voor een rekenmodel, waarin, dat is de praktijk, steeds één of twee van de hoofdbewerkingen een rol spelen (+, -, ×, :). De berekening wordt in het algemeen uitgevoerd op de zakrekenmachine. De formulering van het antwoord vraagt aandacht. Hiermee is de kern van rekenen gegeven.
Welke zaken moet de leerling verder nog weten? Kennis van grootheden en eenheden is nodig. De belangrijkste zijn:

lengte:	km, cm, m
geld:	fl.

Verder komen voor:

oppervlakte:	cm^2
inhoud:	cm^3, dm^3, l, m^3
gewicht:	kg.

De hoek in graden kwam één keer voor.
Omrekeningen tussen eenheden worden eenvoudig gehouden, als ze al voorkomen. Wel moet het antwoord soms worden afgerond, maar daarvoor worden aanwijzingen gegeven in de vraag. Zo niet, dan komt er meestal vanzelf een 'mooi' antwoord uit.
In de examens kwamen twee referentiematen voor: de lengte van een volwassene (1,80 m) en het aantal inwoners van Nederland (15 miljoen).

Telefoongids

Een krantebericht:

> De nieuwe telefoongidsen worden binnenkort door de PTT bezorgd.
> Maar wat gebeurt er nu met de oude?
> Gaan die bij het oud papier?
> Dat kost de gemeente nogal wat geld!

In heel Nederland worden ongeveer $5\frac{1}{2}$ miljoen telefoongidsen vervangen.
Zwolle heeft ongeveer 100 000 inwoners.

> Maak een schatting van het aantal telefoongidsen dat de PTT bezorgt.

Oud papier wordt vaak door verenigingen opgehaald. Een telefoongids weegt gemiddeld zo ongeveer een kilo. Gemeenten betalen f 0,07 per kilo oud papier.

> Hoeveel geld moet er door alle gemeenten samen betaald worden als de oude telefoongidsen allemaal worden opgehaald?

Uit het experimentele B-examen van 1995

Het rekenen beperkt zich niet tot kleine gehele getallen. Decimale getallen worden veelvuldig gebruikt (vaak twee decimalen) en de leerling moet ook, bijvoorbeeld in schaalberekeningen, met grote getallen overweg kunnen (miljoen). Negatieve getallen en wortels spelen vrijwel geen rol en bij breuken volstaat het om te weten wat bedoeld wordt met $\frac{1}{2}$. Eén keer is een prijsstijging in guldens omgerekend naar procenten (1995).

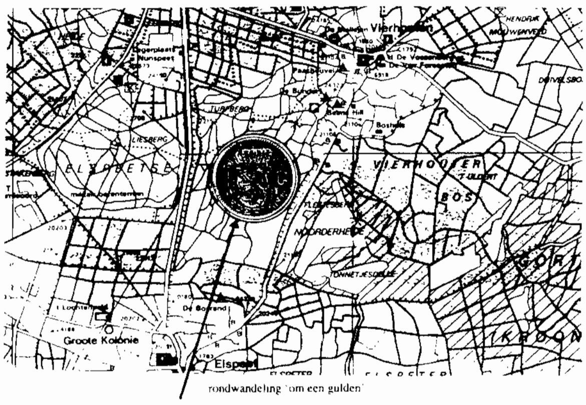
Wandeling

Uit het ANWB-blad 'Kampioen:

> 'Als we in het bos een wandelroute gaan lopen, gebruiken we altijd een kaart met schaal 1 : 50 000.
> Hoe lang zo'n wandeling is, bepalen we met een gulden. Een rondwandeling om een gulden is ongeveer 4 km.'

> Hoeveel km is een afstand van 3 cm op een kaart met schaal 1 : 50 000 in werkelijkheid?

Hieronder zie je een stukje van een kaart van de Veluwe. Schaal 1 : 50 000. Op die kaart is een rondwandeling om een gulden getekend.



> Hoeveel mm is de diameter van de cirkel? Je mag meten.

> Hoeveel km is de diameter van de cirkel in werkelijkheid? Eén cijfer achter de komma.

> Controleer met een berekening of de 4 km die genoemd wordt in de ANWB-Kampioen goed is. Gebruik voor π de benadering $\pi = 3,14$ als je geen rekenmachine hebt.

> Teken op de kaart een wandeling langs de paden van ongeveer 4 km.
> Gebruik een kleurpotlood! Uitleg is hier niet nodig.

Uit het experimentele B-examen van 1994
N.B.: De afbeelding in deze opgave is met 45% verkleind ten opzichte van de oorspronkelijke versie.

In elk examen komt schaalrekenen voor. Het meest voorkomend is de vaardigheid om een afstand op een kaart, tekening of foto om te rekenen naar de werkelijkheid, maar ook het maken van een schaaltekening 1 : 20 kwam één keer voor. De schaal kan op diverse manieren gegeven worden:

x cm = y km	(2 keer)
1 : x	(5 keer)
zelf schatten	(2 keer).

Met schaal zitten we haast op het volgende terrein, namelijk meetkunde.

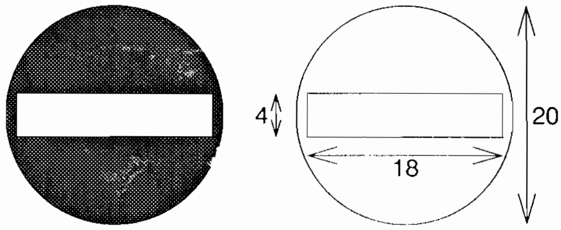
Meetkunde

Meetkunde gaat steeds uit van een feitelijke situatie, in principe dus een ruimtelijke situatie. Het is een groot onderdeel van het examen. De situaties worden beschreven met korte teksten en met plaatjes. Dat kunnen foto's of tekeningen zijn waarop je de situatie ziet zoals die is (meestal perspectivisch) of kaarten en aanzichttekeningen waarbij je (in gedachten) een deel van de situatie eruit licht. De beoordeling van deze twee typen weergaven speelt een belangrijke rol. Verder is er een belangrijke plaats ingeruimd voor het rekenen aan situaties: lengte, omtrek, oppervlakte en inhoud.

Bij de beoordeling van plaatjes van een ruimtelijke situatie spelen kijklijnen een belangrijke rol: waar moet je staan om voorwerpen achterelkaar, dan wel links/rechts van elkaar te zien. De richting die daarbij hoort, wordt vaak getekend in een plattegrond of (boven-)aanzicht. Soms wordt gevraagd om de ruimtelijke situatie met woorden te beschrijven of moet de leerling zelf een eenvoudige aanzichtstekening maken, maar meestal is er een antwoordblad gegeven. Een uitslag van een kubus kan voorkomen (niet zelf maken).
Bij landkaarten gebeurt de oriëntatie met windrichting, hoeken of coördinaten. Naast kijklijnen moet de leerling ook een omschreven gebied kunnen aangeven. De leerling moet met schaal om kunnen gaan (zie ook rekenen hierboven) om afstanden te berekenen. Schaaltekenen en -berekenen kan – dat kwam één keer voor – soms door Pythagoras worden vervangen. Maar Pythagoras speelt in feite nauwelijks een rol in de examens. Met hoeken wordt niet veel gerekend. Een notie als 'een hele draai komt overeen met 360 graden' volstaat.
Het werken met omtrek, oppervlakte en inhoud is wel een belangrijk item. Het komt elk examen terug bij elementaire vormen en objecten: rechthoek en, op ruitjesondergrond, een driehoek, kubus en blok. De leerlingen moeten voor deze objecten de verschillende grootheden kunnen uitrekenen, waarbij eenvoudige omrekeningen een rol kunnen spelen, met name van cm naar dm en van dm^3 naar l.
Aan de hand van de verkregen resultaten kunnen ook kostenberekeningen van objecten worden gemaakt.
Formules voor oppervlakte en omtrek van de cirkel moeten bekend zijn en uitgevoerd kunnen worden. In situaties met cirkels speelt de ruimte overigens geen rol meer. Dan wordt in een vlak gerekend.

Verkeersborden

Janneke maakt verkeersborden voor een verkeersspel. Hieronder zie je een tekening van het bord voor 'eenrichtingsverkeer'. Daarnaast staat de tekening met de maten die voor het spel gebruikt worden.



Janneke snijdt cirkels met een diameter van 20 cm uit rood karton.

> Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van zo'n kartonnen cirkel?

De vellen rood karton waar Janneke mee werkt, zijn rechthoekig. Ze zijn 54 cm lang en 40 cm breed.

> Hoeveel verkeersborden gaan er uit één vel karton? De cirkels mogen niet in stukken verdeeld worden.
> Maak een tekening.

Op het bord voor eenrichtingsverkeer moet een witte rechthoek worden geplakt van 4×18 cm. De witte rechthoek moet goed in het midden van de cirkel komen.
Het middelpunt van de cirkels had Janneke bij het tekenen al op het karton aangegeven.

> Leg uit hoe Janneke volgens jou de rechthoek precies op de goede plaats kan krijgen.

Uit het experimentele B-examen van 1995

Informatieverwerking en statistiek

Dit is het kleinste onderdeel van het examen, veelal goed voor één opgave. Zo'n opgave begint met een stukje tekst en een statistisch plaatje: een staafdiagram, een steelblad-diagram of een diagram waarmee bijvoorbeeld een krantenartikel wordt geïllustreerd.
De situatie en het, veelal vrij vanzelfsprekende, plaatje moeten begrepen worden. De leerling moet weten hoe een steel-blad-diagram wordt afgelezen.

De vragen bij dit onderdeel zijn vaak heel rekenachtig van aard. Het gemiddelde moet kunnen worden berekend met de rekenmachine, maar er kunnen ook vragen voorkomen over de betekenis van het gemiddelde. Modus en graaf zijn tot nu toe niet voorgekomen, maar zouden kunnen worden gevraagd.

Zelf maken van statistische weergaven speelt geen rol: het gaat om het aflezen en gebruiken van statistieken. Al met al is niet veel kennis vereist bij dit onderdeel. Een onderdeel dat ook voorkwam, was het bepalen van het aantal mogelijke combinaties door systematisch mogelijkheden te tellen. Dit onderwerp ligt ergens tussen rekenen en informatieverwerking in.

Samenvatting

Het examen gaat over vragen in situaties. De vragen komen uit vier deelgebieden van verschillende grootte. Een beperkt aantal vaardigheden uit die deelgebieden komt aan bod, nooit kaal, maar altijd vanuit een context. Daarmee komen we aan de belangrijkste vaardigheid: de leerling moet zich met behulp van tekst en plaatjes een voorstelling kunnen maken van een situatie: 'Hoe zit die in elkaar?', 'Wat wordt er gevraagd?' en 'Wat is er gegeven?' Op basis daarvan moet een oplosplan worden opgesteld en uitgevoerd. De traditionele abstracte reken/wiskundestof komt niet meer voor in de nieuwe examens.

Examenpraktijk en examenprogramma

Tot besluit gaan we kort in op de vraag in hoeverre de examenpraktijk 'klopt' met het examenprogramma. Er zitten nogal wat verschillen tussen de idealen van het examenprogramma en de praktijk. Voor een preciezere beschrijving daarvan verwijs ik naar mijn onderzoek. Maar de hoofdlijnen zijn de volgende.
Bij verbanden wordt er aanzienlijk minder afgevraagd dan het programma toelaat. De abstracte zaken uit het examenprogramma komen niet aan bod en er hoeft niet formeel te worden gerekend. Daarmee pretendeert het examenprogramma dus meer dan haalbaar is in de praktijk. Daar ligt het accent op het interpreteren van en werken met situatiebeschrijvingen, tabellen, grafieken en woordformules, waarbij bij formules goeddeels volstaan wordt met substitutievaardigheden. Bij het zelf maken van tekeningen of bij het maken van afrondingen wordt hulp geboden via een antwoordblad of door de voorgeschreven nauwkeurigheid aan te geven.
Rekenen komt veel voor, vaak als onderdeel van andere domeinen. Maar ook hier beperkt de vraagstelling zich voor het grootste deel tot meer elementaire zaken. Rekenen met breuken, negatieve getallen, machten en wortels speelt geen rol van betekenis. Dit is niet wat het examenprogramma suggereert. De hoofdbewerkingen en de verhoudingstabel (schaal!) komen daarentegen voortdurend terug, waarbij vooral de keuze van een oplosmanier van essentieel belang is. Bescheiden maatkennis is nodig en de zakrekenmachine moet voor de elementaire bewerking goed worden beheerst. Al met al zien we ook voor dit onderdeel dat de praktijk minder realiseert dan het programma pretendeert.
Meetkunde is een belangrijk onderdeel en vrijwel alle onderdelen uit het examenprogramma komen inderdaad aan bod in de examens. Wel zien we ook hier dat ingewikkelder objecten en verdergaande berekeningen niet of nauwelijks voorkomen. Begrippen en eigenschappen komen niet of nauwelijks voor (Pythagoras). Ook het zelf tekenen speelt maar een bescheiden rol. Interpreteren van situaties is de hoofdzaak.
Informatieverwerking en statistiek kent een grotere variëteit aan voorstellingen dan vermeld wordt in het examenprogramma. Modus en graaf zijn nog niet voorgekomen, de overige zaken wel, zij het dat de berekeningen ook hier elementair blijven. Interpretatie van informatie is de hoofdzaak, zelf informatie genereren speelt een ondergeschikte rol.
Voor wat betreft de computer valt op te merken dat die in het eindexamen, zoals afgesproken, niet aan bod komt.
De conclusie is duidelijk. De examens sluiten aan bij het examenprogramma, maar het examenprogramma wordt lang niet in zijn geheel afgevraagd. Trends daarbij zijn dat het programma abstracter is dan het examen en dat het examen vooral op het omgaan met wiskundige informatie is gericht en veel minder op het actief zelf informatie genereren. Verder wordt in het examenprogramma niet gerept over de vaardigheden van het lezen en interpreteren van vraagstelling en informatie. Toch is dit in de examenpraktijk essentieel.

Gerrit van den Heuvel is verbonden aan de CSG Revius te Deventer en de SLO te Enschede.

Noten

[1] De resultaten van dit onderzoek zijn gepubliceerd in de publicatie *De experimentele B-examens 1992-1995* van de SLO. Voor inlichtingen hierover kunt u contact opnemen met mevr. E. Veltman, tel. 053-6840653.

[2] Dormolen, Joop van en Bram Lagerwerf, (1994). *Examenprogramma voor VBO-B*. APS, Utrecht.

A-lympiade en voorronde Wiskunde A-lympiade

Op 4 oktober 1996, van 9 – 16 uur, wordt de WWW -Alympiade gehouden. Dit is de Internet variant op de gewone A-lympiade. Er kan in teamverband meegedaan worden. Deelname staat los van de Wiskunde A-lympiade.
De voorronde van de gewone A-lympiade, die dit jaar voor de achtste keer gehouden wordt, vindt plaats op vrijdag 29 november van 9 – 16 uur.
Voor meer informatie: http://www.fi.ruu.nl/nl/Alympiade
Dédé de Haan, Freudenthal instituut, tel. 030-2611611, fax 030-2660430