De ICME conferentie is een wereldwijde happening die eens in de vier jaar gehouden wordt. Dit jaar was het weer zo ver. De redactie vroeg aan de Nederlandse deelnemers om een korte impressie op papier te zetten.

# ICME impressies uit Sevilla

*Nederland was goed vertegenwoordigd op ICME 8 (het achtste International Congress on Mathematics Education) in Sevilla. Velen leverden bovendien een bijdrage aan het programma, dat bestond uit een lezingenprogramma, veel werk- en discussiegroepen en nog talloze andere activiteiten. In het bijzonder moet gemeld worden dat Jan de Lange de eer toekwam om de plenaire slotlezing uit te spreken. Een verkorte versie van zijn verhaal vindt u elders in dit nummer afgedrukt.*

*Jan de Lange spreekt op levendige wijze een gehoor van drieduizend mensen toe tijdens de plenaire slotlezing*

## Zijn we op weg naar ander onderwijs?

Een grote, zware man in overhemd spreekt de conferentie toe. Drieduizend mensen tegelijk bereiken, vereist een andere presentatie dan een klas van dertig. Daar heeft hij zich op geprepareerd. Hij begint met een mop over Abraham en Isaac. Ik had dat helemaal niet verwacht en voordat ik besef waar de klanken 'Eebrahem' en 'IJzaak' voor staan, is de mop voorbij. Maar de geluidstest is geslaagd en het publiek is geboeid.
De conferentie luistert naar David Tall uit Engeland. Hij spreekt over wiskunde doen dat leidt tot denken over wiskunde. Hij inspireert.
Ik moet terugdenken aan een moment eerder in de week. Op een avond zit ik per toeval met vijf andere Nederlanders in een door Engelsen georganiseerde werkgroep. Aan ons is een grafische rekenmachine gegeven en een probleem:
Los op de vierkantsvergelijking $x^2 + 4x + 3 = 0$ door middel van iteratie. Daarvoor wordt de vergelijking herschreven tot $x = \frac{-3}{x+4}$ en de rekenmachine kan aan het werk. Dat probleem is bekend.
De volgende vergelijking is $x^2 + 3x + 3 = 0$. Wij zien direct dat er geen reële oplossing is, maar hoe pakt iteratie nu uit? Na drie iteratieslagen worden de antwoorden herhaald, een driecykel! We vragen ons af of dat van de startwaarde afhangt. Na twee keer proberen denken wij van niet. We laten de machine de iteratieformule tot de derde macht uitrekenen en laten de grafiek tekenen. We zijn verrast dat we de grafiek krijgen die hoort bij de vergelijking $y = x$, maar dat is toch precies het antwoord op onze vraag.... Waarom zijn we verrast?
Alle ingrediënten die David Tall noemt, zaten in deze ontmoeting. We hebben wiskunde gedaan. Door de aangereikte hulpmiddelen is ons reken- en tekenwerk bespaard. De resultaten die de machine ons gaf, hebben ons aan het denken gezet. We hebben elkaar geïnspireerd.
De lezing van Tall heeft voor mij de uitdaging om te zoeken naar teksten en hulpmiddelen waarmee je deze activiteiten bij leerlingen kunt uitlokken. Krijgen we in de toekomst compleet andere leerboeken en ander leerling- en docent-gedrag?

*Bertus van Etten, HKL Tilburg FEO*

## Een juweeltje in Sevilla

Een hoofd vol impressies: flarden van gesprekken in het Spaans, Engels en Nederlands, beelden van discussies, lezingen, mensen die tien minuten de tijd nemen om een vraag te stellen en daarbij hun mening nog graag even willen geven, sheets, heel veel sheets, geklungel daarmee, en veel enthousiaste collega's uit heel veel landen.
Rondlopend over de 'Australian Presentation' tref ik een juweeltje aan: *Learning about Teaching*, een CD-ROM met daarop videobeelden van een wiskundeles. Allerlei interactieve trucs maken het mogelijk om deze les op verschillende manieren te onderzoeken. Ik klik de naam van

een leerling aan op de plattegrond en alle interacties tussen leerling en lerares worden vertoond. Het aanklikken van een groepje leerlingen levert de gesprekken van leerlingen onderling bij het oplossen van een probleem. Het protocol van de les, een uitgeschreven globale observatie, is op te roepen. Aanklikken van een passage daaruit geeft de bijbehorende videobeelden op het scherm. Verschillende grafische gegevens over de communicatie in deze les zijn terug te vinden, en zelfs recente artikelen over interactie in de klas.
Wie meer wil weten, kan contact opnemen met de ontwerpers van dit programma, Judy Mousley en Peter Sullivan, via hun e-mail-adressen: judym@deakin.edu.au respectievelijk sullivan@christ.acu.edu.au. U kunt natuurlijk ook binnenkort bij mij komen kijken (want dit was wat ik al jaren zocht!), of een kopietje van de bijbehorende folder aan mij vragen.

*Anders Vink, HR&O, FEO wiskunde*
*Wijnhaven 61, 3011 WJ Rotterdam*

## Meetkunde in de 21ste eeuw

Wat mij opviel op de ICME in Sevilla waren de opvattingen over 'de meetkunde in de 21ste eeuw'. Aandacht voor uitsluitend de Euclidische meetkunde werd als een doodlopende weg beschouwd. Het zou gaan om verschillende soorten meetkunde. En wel om een aantal redenen.
Ik vond een aardig rijtje:
1. vergelijkende meetkunde
2. beroepsmeetkunde
3. computermeetkunde.
Hierin past het werk van het Freudenthal instituut prima.

1. Euclidische meetkunde geldt reeds lang als één van de vele axiomasystemen. Maar axiomatisering is pas mogelijk door tenminste twee systemen met elkaar te vergelijken. Vanuit dit wiskundig standpunt spelen andere meetkundes dus een belangrijke rol. Maar de onderwijskundige implicatie dat er dan verschillende soorten meetkunde moeten worden onderwezen, is tot nu toe nooit getrokken. Bolmeetkunde en vlakke meetkunde vormen in dit opzicht een ideaal paar. Lenart spreekt over 'Vergelijkingsmeetkunde'. Eigenschappen van de vlakke en de bolmeetkunde moeten vergelijkenderwijs worden ontwikkeld om tot axiomatiseren te komen. Ook vanuit meer maatschappelijke gezichtspunten (globe, toepassingen) zijn verschillende meetkundes aan te bevelen. De wereld is 'geglobaliseerd', is meer 'een bol' geworden. Moderne telecommunicatie brengt mensen snel met elkaar in contact, ook al zitten ze aan het andere eind van de wereld. De wereld is niet meer een begrensd landje, maar de hele wereld. Daarmee krijgt bolmeetkunde een maatschappelijke betekenis.

2. Ook toegepaste meetkunde komt meer en meer voor. Er is een tendens naar beroepswiskunde. Beroepsbeoefenaren (ingenieurs, e.a.) maken bijvoorbeeld hun eigen meetkunde. Per probleem. Lokaal. Soms voor een nieuw navigatiesysteem, voor wijzen van representeren. Toepassings-meetkundes dus. Zou Freudenthal dan toch gelijk krijgen toen hij zei dat de wiskunde zou verdwijnen?

3. Een kort woord over computermeetkundes. Ze komen in allerlei vormen voor, zoals turtlemeetkunde, CABRI-meetkunde, maar ook in de vorm van simulaties en adventures.

Niet alleen door een enkeling, maar binnen het gehele onderwijs van bijvoorbeeld de VS is er belangstelling voor andere soorten meetkunde. De 'greatcircles' uit de bolmeetkunde zijn als verplichte kennis in de standards van de NCTM (grade 9-12) opgenomen. De aandacht voor ons realistisch meetkundeonderwijs werd door een uitgeverij (Key Curriculum Press) getoond. Ze zijn bijzonder geïnteresseerd in de toepassingen van de bolmeetkunde op velerlei terrein.

*Jan van den Brink, Freudenthal instituut, Utrecht*

## Paulo Freire

Wat zo'n conferentie als de ICME vooral boeiend maakt, is het ontmoeten van mensen uit vrijwel alle landen van de wereld. En al die mensen zijn in hun eigen land actief in het wiskundeonderwijs: sommigen als docent, anderen als lerarenopleider, ontwerper van cursussen, toetsenmaker, inspecteur, hoogleraar, onderwijsvernieuwer, uitgever, enzovoort. Iedereen komt daar om een week lang bezig te zijn met wiskundeonderwijs, officieel tijdens werkgroepen en lezingen, maar ook onofficieel in de bus, onder het eten of tijdens het happy-hour.

Al die mensen van vlees en bloed hebben veel indrukken achtergelaten, die ik niet graag zou willen missen. Toch wil ik hier Paolo Freire (Brazilië) noemen. Hij was uitgenodigd om een plenaire lezing te houden, maar kon niet komen. Een indrukwekkende, wijze, oude man die op video aanwezig was.
Enkele van zijn uitspraken (in mijn eigen woorden), waaruit een filosofische benadering van wiskundeonderwijs spreekt die heel dicht bij het leven staat:
- Er wordt op zo'n conferentie vaak veel over 'teaching' gepraat, terwijl het vooral over 'learning' zou moeten gaan.
- Iedereen, maar zeker elke leraar, zou zich moeten realiseren dat je altijd onvolgroeid bent, je bent nooit klaar, je kunt/moet altijd blijven leren.
- Veel metaforen over kennis hebben te maken met eten (bijvoorbeeld 'honger naar kennis'). Maar kennis kun je niet eten ('kun je niet met de paplepel ingegoten krijgen'). Kennis moet je zelf vergaren, moet je zelf verwerven, moet je jezelf eigen maken.
- Leren en onderwijs is nu helemaal geïnstitutionali-

seerd, historisch gezien leerden mensen veel meer in sociale actie. Scholen bestaan, historisch gezien, nog niet zo lang.

Over wiskunde zei hij:

- De hele wereld wordt steeds meer gemathematiseerd. Het begint al als je 's morgens opstaat (de wekker, je oriëntatie naar de keuken, het koffieapparaat, ...). Maar er is een kloof ontstaan tussen die wiskunde en de 'wiskunde van de universiteit'.
- Wiskunde is van belang voor goed 'citizenship'. Omdat onze samenleving zo wiskundig is geworden, is wiskundige vorming voor iedereen van belang om een democratische samenleving te kunnen bouwen.

*Marja Meeder, APS, Utrecht*

## Wiskunde en cultuur

Op het gebied van wiskunde en cultuur waren er diverse lezingen en werkgroepen te volgen. Opvallend daarbij was de inbreng uit Nieuw Zeeland. In Oceanië komen veel verschillende culturen voor, zoals de Papoea en de Maori cultuur. Dat er een grote invloed van cultuur uitgaat op wiskunde(onderwijs), daar is iedereen die zich met dit thema bezig houdt het wel over eens. Andy Begg uit Nieuw Zeeland presenteerde een lijst met tientallen voorbeelden daarvan, waarvan vele vermoedelijk wel door docenten over de hele wereld herkend zullen worden. Enkele voorbeelden die mij troffen:

Bij variabelen en vergelijkingen staat $x$ voor de onbekende.

Maar: sommige volken verbinden het onbekende met magie, kwade geesten en andere zaken die juist vermeden moeten worden. Niet zo gunstig in de klas!

Leraren uit de Pacific weten dat ze enige afstand tot de studenten moeten bewaren, in het bijzonder tot de studenten van de andere sexe. Daarom blijft de leraar voorin de klas.

Maar: op de lerarenopleiding leren de studenten juist dat ze door de klas moeten lopen en over de schouder van een leerling moeten kijken om te zien wat die aan het doen is. Sommige leerlingen kunnen zich hier heel ongemakkelijk bij voelen.

Een leraar gebruikt pijlen om het concept van een meer-op-één en een één-op-één relatie te verduidelijken en gebruikt hierbij het voorbeeld 'heeft een moeder'.

Maar: op de Pacific eilanden wordt 'moeder' niet alleen gebruikt voor de biologische moeder, maar ook voor de vele tantes in de meestal uitgebreide familie.

Hoe je met al die cultuurverschillen om moet gaan, is nog niet zo eenvoudig. Vast staat wel, dat je er met het toevoegen van een cultureel sausje in de vorm vanuit diverse culturen gekozen contexten bepaald niet bent. Een goede eerste stap is dat trouwens wel, al is het maar omdat eruit blijkt dat het probleem tenminste onderkend wordt.

*Heleen Verhage, Freudenthal instituut, Utrecht*


*Aad Goddijn houdt een mini-workshop over Voronoi-diagrammen in de stand van het Freudenthal instituut*

## Realistische wiskunde en een oude cultuur

Het is zondagochtend. Gisteren ben ik in Sevilla aangekomen voor alweer mijn derde ICME. Bij het ontbijt kom ik Nicos tegen, de ontmoeting is allerhartelijkst. Vorig jaar hebben wij kennis gemaakt op de ICTMA conferentie in Noord-Ierland en heb ik genoten van zijn voordracht over zijn experimenten met realistisch wiskundeonderwijs in Griekenland. Nicos werkt aan de ontwikkeling van nieuw Grieks wiskundeonderwijs.

Wij besluiten om samen Sevilla te verkennen. Dat doen wij op Zuid-Europese wijze: tempo laag, veel drinken, schaduw opzoeken en bijtijds uitrusten op een bankje. Het Alcazar gaat helaas net sluiten als wij daar tegen twee uur aankomen. De kathedraal van Sevilla is echter wel toegankelijk. In dit imposante gebouw vinden we in het schemerdonker schaduw, koelte en een weldadige rust.

Terug in het hotel praten we verder bij. Nicos wil heel graag van mij horen hoe wij het in Nederland voor elkaar hebben gekregen om de nieuwe realistische wiskundeprogramma's ingevoerd te krijgen. Mijn wedervraag, of dat in Griekenland problemen geeft, wordt zeer bevestigend beantwoord.We kunnen Nicos' problemen natuurlijk niet vanuit een luie stoel in een hotelbar oplossen, maar bijna iedere avond komen we erop terug. We praten over de Griekse wiskundedocenten die trots zijn op hun cultuurbezit. Zij staan ervoor om daarvan het een en ander over te brengen op hun leerlingen. Een aantal van hen ziet de activiteiten van Nicos daarom als een bedreiging. Als je wiskunde wilt onderwijzen door uit te gaan van probleemstellingen uit de realiteit, wat blijft er in school dan over voor Euclides en Pythagoras, om maar een paar heel beroemde namen te noemen, en de wiskunde die door hen is ontwikkeld? Natuurlijk is Nicos ook trots op de Griekse wetenschappelijke en culturele geschiedenis en hij vindt dat daarvoor ook aandacht moet zijn in het onderwijs. Hij is er echter van overtuigd dat met een realistische insteek veel meer leerlingen aan hun trekken kunnen komen dan nu het geval is.

Ik vertel Nicos dat in Nederland in enkele nieuwe wiskundeprogramma's voor het VWO aandacht wordt besteed aan vraagstellingen uit de klassieke meetkunde, juist om zaken als redeneren, overtuigen, bewijzen en dergelijke aan de orde te stellen. Dat moet toch dicht bij de waarden liggen die de Griekse wiskundedocenten willen bewaken? Dan moet daarvoor toch ook in het Griekse wiskundeonderwijs ruimte over kunnen blijven?

We praten nog over de vraag of iedere Griekse leerling met de lastige wetenschappelijke en filosofische vragen uit de oude Griekse cultuur bezig moet zijn. Nicos denkt van niet. Veel probleemstellingen zijn dusdanig academisch van aard, dat aan de meeste leerlingen nauwelijks of helemaal niet duidelijk kan worden gemaakt wat het probleem nou eigenlijk is. Bijvoorbeeld, dat de middellijn een cirkel in twee gelijke delen verdeelt, zie je toch, moet daar dan iets aan worden bewezen? Of de Griekse wiskundedocent gevoelig is voor dit argument? Nicos betwijfelt het.

Het veranderingsproces in Nederland heeft zo'n vijftien jaar in beslag genomen en bij invoering van de nieuwe programma's in 1992 was nog lang niet iedere docent overtuigd van de waarde van realistisch wiskundeonderwijs. Ik kan Nicos dus ook geen beeld schetsen hoe je op korte termijn wiskundedocenten zo ver krijgt dat ze op een wezenlijk andere manier met hun vak omgaan.

Oplossingen vinden we niet, wel inspiratie en solidariteit. We zullen onze gesprekken via e-mail of andere kanalen voortzetten.

*Pieter van der Zwaart, SLO, Enschede*

## Een acrostichon op ICME 8

**I** n het heetst van de zomer in Sevilla, die mooie stad,
**C** ongresseren betekent rondlopen met een watervat.
**M** enig vergaderzaal was echter lekker koel
**E** n dat gaf de mogelijkheid te werken met een goed gevoel.

**A** ssessment was het onderwerp van werkgroep negen.
**C** entrale vraag is hoe de prestaties van de leerlingen te meten,
**H** et denkproces moet men in de beoordeling wegen,
**T** erwijl men de leerdoelen zeker niet mag vergeten.

**S** peciale vermelding verdient de manier hoe men daar
**E** xcursies organiseert, want zonder dat wij het wisten weliswaar,
**V** erbijsterend veel bussen stonden voor ons klaar;
**I** n welke we moesten was eerst niet waarneembaar.
**L** ater denken we vast met weemoed terug aan dit congres, alwaar
**L** evendige discussies waren over het onderwijs; het was bij elkaar
**A** angenaam en nuttig en hopelijk erg vruchtbaar.

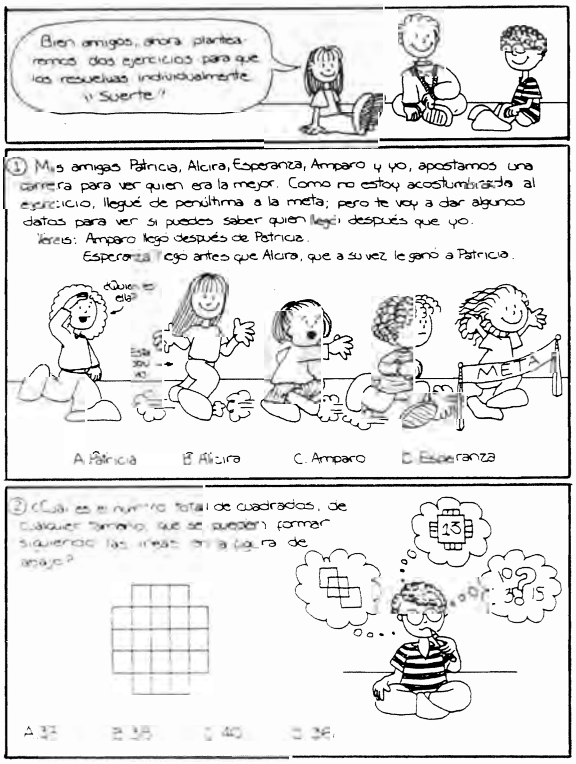
*Henk Schuring, Cito, Arnhem*

## Kinderen uitdagen met wiskunde

'Het is geen grote zaak om te weten dat Amerika bestaat, maar om het te ontdekken...'

Toevallig heb ik bovenstaande bewering gehoord – die mij één van de meest merkwaardige leek op ICME 8 – van een Bulgaarse dame in de werkgroep over het toepassen van nieuwe technologie. Maar de metafoor werd later in een algemener verband aangehaald in verscheidene al dan niet formele discussies over wat er nou precies onder de titel 'wiskunde' aan kinderen moest worden onderwezen. Ik haal dit citaat aan, omdat ik op ICME 8 het meest geïnteresseerd was in voorbeelden van het uitdagen van kinderen tot 'wiskundige ontdekkingen'. Bij de werkgroep gewijd aan 'Het voeden van wiskundig talent' waren de belangrijkste onderwerpen competities en tijdschriften. Ik geef twee voorbeelden, die ook voor Nederland interessant zijn.

In Brazilië heeft men de doelgroep van de wiskundecompetities uitgebreid met de leeftijdsgroep van kinderen op de basisschool. De eerste paar jaar trokken de multiple-choice vragen slechts weinig kinderen aan. De laatste jaren zijn echter zowel presentatie als inhoud van de opgaven gewijzigd. De opgaven bestaan nu niet langer uit pagina's vol tekst en getallen, maar worden in de vorm van strips uitgebracht. De achtergrondinformatie valt te lezen in de 'ballonnen', in de vorm van beweringen gedaan door personages, die voorkomen in situaties die in de vraag een rol spelen. Het kind wordt gevraagd om het afgebeelde gezelschap te helpen bij het oplossen van het vraagstuk.




In deze nieuwe vorm werd de competitie een succes. Dit bleek zowel uit de spectaculaire toename van het aantal deelnemers als uit de enthousiaste reacties van kinderen in een enquête.

De tweede verrassing was de Oekraïne. Het land was aanwezig met vijftien korte wiskundige presentaties, waarvan er drie over verschillende olympiades gingen. In de Oekraïne hebben de nationale wiskunde-olympiades een traditie van meer dan zestig jaar. Daarnaast zijn er olympiades op de televisie geweest en competities in twee wiskundetijdschriften. Onlangs werden er nieuwe soorten competities geïntroduceerd, zoals de Wiskundige Veiling. Verder zijn er bruggen gebouwd tussen de Informatica Olympiade en de Wiskunde Olympiade.
Sinds 1994 bestaat ook de zogeheten Soros Olympiade, die open is voor alle kinderen van 15, 16 of 17 jaar van de hele wereld. Nu is de schaal waarop deze competitie plaatsvindt nog klein, maar toch worden de vraagstukken met oplossingen jaarlijks uitgegeven in een boek met een oplage van 5000 stuks, dat gratis wordt verspreid. Daarnaast wordt een deel van het geld van de Stichting Soros gebruikt om de betrokkenheid van leraren te vergroten en om hen verder te scholen.

Je kon in deze werkgroep ook het een en ander te weten komen over internationale wiskundetijdschriften voor leerlingen van middelbare scholen. Ik was heel erg verrast toen één van de uitgevers van *Quantum* – de uitstekend verzorgde en goedkope Amerikaanse versie van het Russische tijdschrift *Kwant* – vertelde, dat zijn tijdschrift nog verre van succesvol was, omdat het te moeilijk bleek te zijn voor de doelgroep, ondanks de blikvangende, kunstzinnige plaatjes en makkelijke puzzels met oplossingen, die extra werden toegevoegd aan de Amerikaanse versie.
Een andere, minder bekende, maar spectaculaire en veeleisende krant is *The Mathematics and Informatics Quarterly*. Dankzij succesvolle samenwerking tussen Bulgaren en Amerikanen bestaat deze krant al zes jaar.
Dit tijdschrift publiceert ook regelmatig de problemen van de *International Mathematical Talent Search* van G. Berzsenyi. Zijn naam klinkt u misschien bekend in de oren; hij is een vaste auteur van *Quantum*. Maar hij runt ook zomerkampen en is lid van de editorial board van de *Mathematics and Informatics Quarterly*.

Een aantal deelnemers aan de werkgroep bleek met veel enthousiasme en toewijding betrokken te zijn bij het creëren van wiskundige uitdagingen voor jongeren. Dit kan variëren van topologische spelletjes in een club in een buitenwijk op zaterdagmiddag, tot het organiseren van reizende wiskundeshows. En deze werkgroep was tenslotte een van de weinige plaatsen op de ICME 8 waar men ook leuke wiskundige vraagstukken te horen kon krijgen.

*Zsofia Ruttkay, Vrije Universiteit, Amsterdam*

## Hoe krijg je 50?

Op de ICME was een werkgroep die zich afvroeg: *Wanneer is onderzoek in het wiskundeonderwijs goed en heb je er wat aan? Aan welke criteria moet het dan voldoen?* Gelukkig waren er enkelen die een warm pleidooi hielden voor het vak en de didactiek. Erich Wittmann uit Dortmund stelde: 'Didactisch onderzoek moet in dienst staan van de verbetering. Daar gaat het om!' Hij gaf een voorbeeldje uit het rekenen onder andere om het oefenen te verbeteren.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **3** | | | | |

$\xrightarrow{+2}$

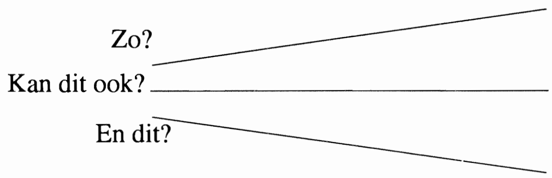
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **3** | **5** | **7** | **9** | **11** |

Kies een getalletje voor het eerste vakje, bijvoorbeeld 3. Tel dan bijvoorbeeld 2 bij 3 op en ook bij elk volgend getal dat je krijgt, dus $3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35$.

> *De vraag is: Kun je op deze manier de vijf hokjes zo invullen dat de getallen samen 50 zijn?*

De ervaring had geleerd dat de kinderen door dit vraagstuk behoorlijk gemotiveerd raakten. Wittmann vertelde er nog bij dat je wel moet aangeven wat je nu eigenlijk wilt verbeteren en wat de kern van die verbetering dan inhoudt. Ik luisterde echter nog maar met een half oor en verloor al snel helemaal het contact met zijn betoog. Kan dit misschien een sleuteltje zijn dat op de deur van de algebra past? zo vroeg ik mij af. Maar.... hoe dan te beginnen?

***Gedachte blokjes?***
Dus aan de kinderen vertellen over een blokkenbouwsel bestaande uit vijf torentjes op rij (met de plattegrond erbij), waarbij elke volgende toren met hetzelfde aantal blokjes is verhoogd? Hoe kan het zijaanzicht van het bouwsel er dan uitzien? Een trap? Of kunnen we al gebarend net doen of het een rechte lijn is? Hoe loopt die dan?




Zelfs beginnen met een negatief aantal is in dit gedachtenexperiment mogelijk.
Als er nu eens 50 blokjes zijn, wat dan?

***Sommentabel?***
Of zou er begonnen moeten worden met sommentabellen zonder vooraf vastgestelde uitkomst?

> *Maak sommentabellen. Kies zelf een startgetal en een plusgetal.*

| Startgetal | ► plusgetal 2 | | | | som |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 20 |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 25 |

Daarmee kunnen de kinderen dan eerst materiaal produceren dat aan de regels voldoet en (wellicht) ontdekken dat de getallen in dit geval in de middelste kolom telkens toch wel heel mooi het gemiddelde van het rijtje zijn. Daarna kan de voorwaarde van 50 als som gesteld worden en misschien wel worden gezien dat beginnen met 10 in het midden nog zo gek niet is.

***'5g + 10v'?***
Hoe men het ook wendt of keert, er zal een moment komen, eventueel daartoe uitgedaagd door de leraar, dat iemand in de klas ontdekt: 'Je krijgt steeds vijf keer het startgetal en het plusgetal komt er tien keer bij!' Dat is dan snel verkort tot $5g + 10v = ....$
Komt het niet zover, dan ...

***Begin onbekend***
Er kan, wanneer spontane generalisatie tot formule uitblijft, ook gevraagd worden wat je zou kunnen opschrijven wanneer je met een onbekend getal begint en ook nog niet weet wat er steeds bijgeteld moet worden.

| $g$ | $g+v$ | $g+2v$ | $g+3v$ | $g+4v$ |

Dit geeft samen $5g + 10v$. Wanneer dit gelijk aan 50 moet zijn, dus $5g + 10v = 50$, dan kan er door 5 gedeeld worden, dus $g + 2v = 10$. Geen wonder dus dat er in het midden 10 moest staan.

***Vragen***
> *Alle mogelijkheden met vijf vakjes en 50 als som uitzoeken.*
> *Kan de som ook 66 zijn? Waarom wel/niet? Zijn er nog meer getallen die niet kunnen?*
> *Stel dat er zes vakjes waren, wat moet er dan nog meer veranderen? Zoek dit eens uit en maak daar zelf een probleem mee! .....?*

***Besluit***
Wat de beste aanpak is? Uitproberen zal het leren. Wat zal er verbeterd zijn? In ieder geval het oefenen van de basisvaardigheden. Waarom? Nu wordt er tenminste een probleem mee opgelost en dus een hoger doel mee gediend. Het gaat niet meer uitsluitend om het pure oefenen op zichzelf. Dat was trouwens met Wittmann's probleem ook al zo. En wat nog meer?
Met rekenen (of de meetkunde van de blokkenbouwsels) beginnen en met algebra eindigen volgens een mooie natuurlijke overgang. Nu zoeken naar nog meer voorbeelden om de deur van het rekenen naar de algebra open te zetten!

*Leen Streefland, Freudenthal instituut, Utrecht*