

Een experiment rond zelfstandig leren

H. Krabbendam

Hogeschool Katholieke Leergangen Tilburg

Inleiding

In een instaptoets 'planimetrie' voor eerstejaars wiskundestudenten aan de lerarenopleiding in Tilburg kwam de volgende vraag voor:

Beredeneer waarom de hoeken van een driehoek samen 180° zijn.

Deze vraag gaf aanleiding tot, voor ons, interessante antwoorden. Een bloemlezing van die antwoorden staat in het kader hieronder.

Overigens gaf niemand bij deze opgave een redenering die we volledig genoeg vonden, hoewel van de antwoorden hieronder enkele in de goede richting gaan.

De instaptoets

Al met al werd de instaptoets zeer slecht gemaakt. De studenten bleken niet te beschikken over de wijze van denken die nodig was om de opgaven aan te kunnen. Misschien was de toets ook wel niet goed, maar ook bij elementaire vragen als:

- construeer, alleen met passer en liniaal, een hoek van 60°
- welke bijzondere lijnen in een driehoek ken je?
- wanneer zijn twee driehoeken congruent en gelijkvormig?

waren de scores laag. Naar onze maatstaven scoorden er van 23 deelnemende studenten zeven voldoende.

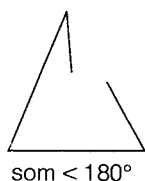
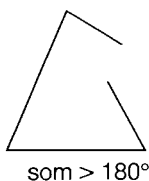
Deze instaptoets maakte deel uit van een klein experiment, dat – hoe kan het anders – te maken had met 'zelfstandig(er) studeren'.

- Als dit niet zo zou zijn dan haal je een hele hoop formules onderuit onder andere

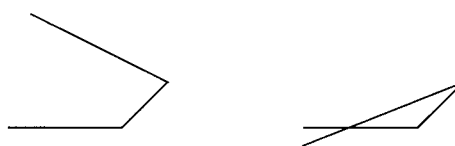
$$\frac{\sin a}{\alpha} = \frac{\sin b}{\beta} = \frac{\sin c}{\gamma} \text{ en } a^2 = b^2 + c^2$$

Ik weet dat het zo is, maar het is moeilijk om het in woorden te beschrijven en/of te beredeneren.

- Een cirkel is 360° rond. Als je dan het figuur (een driehoek) rond bent geweest, moet je ook een hoek van 360° hebben gemaakt. Dit zijn de hoeken van de drie hoekpunten + een gestrekte hoek ergens op een lijnstuk.
- Een cirkel is 360° . Een driehoek bezet altijd de helft van de cirkel, dus een driehoek heeft 180° . Als dit niet zo is kun je er geen driehoek van maken. De volgende tekening is bijgevoegd:



- Als drie hoeken $> 180^\circ$ krijg je geen convex sluitend figuur. Als 3 hoeken $< 180^\circ$ krijg je wel een convex figuur, maar dan houd je nog een stukje lijn over. De volgende tekening is bijgevoegd:



- Als je aan de driehoek eenzelfde driehoek plakt ontstaat een vierkant of rechthoek; de hoeken daarvan zijn samen 360° . Dan is de som van de hoeken van een driehoek 180° .
- Ik kan wel bewijzen dat als er een constante hoeksom is, dat 180° moet zijn. Voeg nl. een loodlijn toe (bv. loodrecht op AB) en hierdoor win je een driehoek en twee rechte hoeken = 180° .

De aanleiding

In het studiejaar 1995/'96 hebben we een experiment uitgevoerd met het eerstejaarsvak Planimetrie. Dat is een 'klassieke meetkunde'-cursus die in het teken staat van meetkundig redeneren, bewijzen en construeren. Euclidische meetkunde dus, die je vroeger terugvond in boeken als van Dop en van Haselen voor klas 2 en 3 van het middelbaar onderwijs. Studenten van nu kennen dat soort meetkunde niet.

Op onze opleiding vinden we dat ze in het begin van hun studie in aanraking moeten komen met een deductief, axiomatisch opgebouwd stukje wiskunde, dat in eerste instantie overigens betrekkelijk intuïtief wordt opgebouwd. Het gaat in de cursus over een aantal thema's uit de vlakke meetkunde, zoals 'hoeken en bogen', 'congruentie en gelijkvormigheid' en 'macht en machtlijn'. De cursus is verdeeld over twee perioden van acht weken, met aan het eind van elke periode een deeltentamen. Voor beide deeltentamens moet voldoende worden gescoord.

Dit studiejaar hebben we de cursus geheel herzien. De aanleiding daarvoor was dat we niet tevreden waren over de prestaties die de studenten na afloop konden leveren ('het product') en evenmin over de wijze van studeren die voorafging aan dat product ('het proces'). Studenten zijn niet vertrouwd met een dergelijk vak, ze missen voorkennis en hebben nog niet een 'constructieve' werkhouding die nodig is om je zo'n vak eigen te maken. Het gevolg is dat de colleges vooral bestaan uit het uitleggen van theorie en het voordoen van opgaven.

Voordat we besloten het hele vak ergens anders in de opleiding te plaatsen, hebben we ons eerst maar eens aan een geheel andere opzet gewaagd.

Het experiment

Op basis van de instaptoets over hun elementaire meetkundige voorkennis, zijn twee 'homogene' groepen gemaakt. Daarbij hebben we erop gelet dat gemiddelde en spreiding ongeveer hetzelfde waren in de beide groepen. Eén groep (twintig studenten) volgde de oude opzet: dat wil zeggen drie contacturen in de week in de vorm van (werk)colleges. Deze groep noemen we in het vervolg van dit verhaal de *collegegroep*.

De andere groep (veertien studenten), in het vervolg de *zelfstudiegroep* genoemd, volgde de nieuwe opzet. Dat betekende een compleet nieuw dictaat en geen contacturen in de vorm van colleges, maar per koppel van twee studenten een individueel contactmoment met een docent van twintig minuten per week.

Inhoudelijk moesten beide groepen hetzelfde doen. Ze kregen dan ook hetzelfde tentamen.

Na afloop van periode 1 werden beide groepen samengevoegd en in periode 2 volgde iedereen het nieuwe sys-

teem met een compleet nieuw dictaat. Na afloop van periode 1 hebben de studenten een enquête ingevuld over hun studie-ervaringen.

Het dictaat

Het dictaat voor de zelfstudiegroep is, naar ons idee, geschikt gemaakt voor zelfstandig studeren. Daardoor heeft het dictaat een aantal specifieke vormkenmerken gekregen:

- het bevat een inleiding, als een soort 'advanced organizer': 'het volgende stuk gaat over.....'
- het bevat doelen, geformuleerd in gedragstermen
- het bevat voorbeeldtentamenopgaven, waaraan je kunt zien wat je moet kennen en kunnen
- het bevat omschrijvingen van voorkennis
- het bevat studietaken die de student zelfstandig kan doorwerken indien de noodzakelijke voorkennis ontbreekt
- het bevat alle theorie in de vorm van korte paragrafen met instaproblemen, theorievorming daaruit en stellingen die volgen uit de theorie
- het bevat aanwijzingen hoe en wanneer het computer(meetkunde)programma CABRI kan worden ingezet; in feite is er een apart 'computertraject' beschreven, dat de stof min of meer volledig dekt
- er zijn veel verwerkingsopgaven
- het bevat hints/aanwijzingen bij het oplossen van de opgaven, geen complete uitwerkingen
- het bevat een zelftoets, hints bij de zelftoets en uitwerkingen van de zelftoets
- het bevat een opbouw in zelfstandigheid; de aanwijzingen en uitleg worden, naarmate het dictaat vordert, beknopter
- er is een afzonderlijke studiewijzer, een 'planner', die een strakke planning van de te bestuderen stof geeft; in de contacttijd zijn in principe alleen vragen over leerstof aan de orde die in die week gepland is.

Verloop van het experiment

Een aantal zaken van de eerste periode valt op:

De collegegroep wijkt niet af van andere jaren en voldoet aan de verwachtingen van de docenten. De colleges worden trouw bezocht, maar het lijkt alsof de studenten het bij het zoeken naar oplossingen snel opgeven en wachten tot het antwoord op het bord komt. Er wordt klassikaal lesgegeven met veel gekrijt op het bord. Voordeel van die werkwijze is, dat er goede controle is op het 'product' zoals we het willen: het komt op de juiste manier in het schrift.

De zelfstudiegroep lijkt gemotiveerder en actiever. Studenten stellen gerichte vragen over zaken die niet begrepen worden. Het materiaal werkt goed: de studenten houden zich goed aan de – nogal strakke – planning. De studietaken die bedoeld zijn om lacunes op te vullen worden redelijk gebruikt. Ze werken 'remediërend' op het mo-

ment dat de studenten ergens tegenaan lopen. De hints in het dictaat werken goed maar vragen extra zorg, omdat zo'n hint voor elke student weer anders werkt of juist niet werkt. Opmerkelijk is nog dat niemand het 'computertraject' volgt dat in het dictaat beschreven staat en waarbij het meetkundepakket CABRI wordt gebruikt.

Organisatorisch gezien lijkt het werken in koppels een goede greep. De studenten vragen eerst aan elkaar, nemen samen de stof door en er is controle op elkaars werk. Het is wel een kwetsbare werkvorm, omdat niet iedereen de verantwoordelijkheid voelt zo'n koppel goed te laten functioneren.

In de twintig minuten gesprekjes zijn eigenlijk twee soorten vragen aan de orde: 'Ik heb het zo gedaan. Is dat goed?' en 'Ik zit met die som. Wil je die eens uitleggen?' De docent moet er alert op zijn om naast het beantwoorden van die vragen, ook voldoende aandacht te besteden aan het begeleiden van het leerproces en het werken aan 'zelfregulatie' van de student. Het vak zelf of de aard ervan zorgt voor deze groep voor enkele problemen: de wat 'formele' beschrijving van de theorie en de opdrachten levert voor sommige studenten een flinke hobbel op. Ze hebben (wiskundige-) taalproblemen omdat ze dergelijke formuleringen en redeneringen niet gewend zijn. Door hun onwennigheid volgen ze bovendien niet altijd de systematiek die bij het vak hoort en de controle daarop is door de korte contacttijd betrekkelijk lastig.

Uitkomsten na periode 1

Na de eerste periode van acht weken wordt een (deel)tentamen afgenomen en een enquête die vraagt naar de beleving van de werkwijze. Het tentamen bestaat uit vragen naar elementaire kennis en vaardigheden, zoals bewijsjes en constructies, en uit meer complexe opgaven waar diverse vaardigheden moeten worden gebruikt.

Tentamen

De zelfstudiegroep scoort op het tentamen gemiddeld 0,5 punt lager dan de collegegroep. De spreiding in de resultaten bij die groep is veel groter dan bij de collegegroep. Er is daarbij geen verband te zien tussen de score op de instaptoets en de score op het tentamen.

Opvallend is, dat op de eenvoudige bewijs- en constructieopgaven door de collegegroep beduidend beter wordt gescoord dan door de zelfstudiegroep.

Definitie: een parallellogram is een vierhoek waarvan de overstaande zijden evenwijdig zijn.

Bewijs met deze definitie als uitgangspunt en met behulp van eigenschappen van evenwijdigheid dat in een parallellogram de overstaande zijden even lang zijn.

Op bovenstaande opgave is door de collegegroep 80% gescoord en door de zelfstudiegroep 45%. Meer complexe opgaven daarentegen lijken door de zelfstudie-

groep beter gemaakt te worden dan door de collegegroep. Dat is bijvoorbeeld te zien in de volgende opgave:

De punten A, B en C liggen op een cirkel en vormen $\triangle ABC$. De bissectrice uit A snijdt de cirkel in D. De bissectrice uit B snijdt de cirkel in E. De lijn DE snijdt AC in P en BC in Q. Bewijs dat $CP = CQ$.

De zelfstudiegroep scoort op deze opgave 50% en de collegegroep 15%.

Enquête

- de zelfstudiegroep geeft aan meer samengewerkt te hebben dan de andere groep
- beide groepen geven aan geen andere bronnen dan het dictaat te hebben geraadpleegd
- de zelfstudiegroep heeft CABRI niet gebruikt (bij de collegegroep was dat traject niet opgenomen)
- de zelftoets is door de helft van de zelfstudiegroep gebruikt (de andere groep had geen zelftoets)
- de contacttijd met de docent vonden beide groepen voldoende
- beide groepen vonden de contacttijd met de docent nuttig (de zelfstudiegroep iets meer dan de collegegroep) en de aanwijzingen en uitleg van de docent goed (geen verschil)
- het dictaat werd door de zelfstudiegroep (nieuw dictaat) beter beoordeeld dan door de collegegroep die het oude dictaat gebruikte
- de zelfstudiegroep vond de hints/uitwerkingen iets minder goed dan de collegegroep
- de zelfstudiegroep vond het tentamen minder moeilijk dan de collegegroep
- beide groepen vonden planimetrie een leuk vak; de collegegroep vond het iets leuker dan de zelfstudiegroep
- in wezen was vrijwel iedereen tevreden over de werkwijze; ongeveer de helft van de studenten van de zelfstudiegroep wilde echter toch liever colleges, bij de collegegroep was niemand voor een andere werkwijze.

Evaluatie van de docenten

Gegeven onze ervaring dat de studenten van de collegegroep betrekkelijk passief zaten te kijken naar het vormen van de sommen, hadden we de verwachting dat ze het vak en de werkwijze niet echt leuk vonden. Die verwachting werd echter geloopenstraft door de evaluatie, waaruit bleek dat de studenten planimetrie wel een leuk vak vonden.

Bij de zelfstudiegroep was meer enthousiasme en motivatie te merken, waren de vragen gericht en beter en was de samenwerking beter. Over het geheel genomen waren we tevreden over het werken in de zelfstudiegroep. De voorbereidingstijd van onszelf voor de collegegroep

was meer dan voor de zelfstudiegroep en de totale tijds-investering (colleges, voorbereiding, gesprekjes) was voor beide groepen ongeveer gelijk.

Uitkomsten na periode 2

In periode 2 hebben alle studenten volgens de nieuwe opzet gewerkt. De contacttijd was iets uitgebreid naar dertig minuten per koppel. Deze contactmomenten waren niet verplicht, de studenten hadden de vrijheid er wel of niet op in te tekenen en sommigen hebben daarvan geen gebruik gemaakt. De afwezigheid bij de contactmomenten was dan ook groter dan in de eerste periode.

De zelfwerkzaamheid bij beide groepen was goed en de tentamenresultaten waren over het algemeen heel behoorlijk. De studenten die in periode 1 in de collegegroep zaten, scoorden echter beter op het tweede tentamen dan de studenten die toen aan zelfstudie deden. Van die laatste groep waren meer studenten afwezig op het tentamen dan van de andere.

Evaluatie van het experiment

We zijn wel tevreden over het 'product', maar vooral over het 'proces' bij de nieuwe opzet. Studenten werken over het algemeen zelfstandiger, diepgaander en gemotiveerder. Ze werken ook meer samen. Het niveau van het 'product' lijkt iets hoger, dat wil zeggen dat studenten iets moeilijker opgaven aankunnen. De scores op de tentamens zijn overigens zeker niet hoger. Bovendien is de spreiding groter; de goeden gedijen kennelijk goed bij zo'n werkwijze en de zwakken minder. Dat vraagt dus extra zorg.

Het contact met studenten is veel intensiever en prettiger. Studenten beoordelen de zelfwerkzaamheid overigens

niet altijd positief. Sommigen willen liever colleges. Na twee perioden is dat gevoel wel afgenomen, maar nog niet helemaal verdwenen.

Het is niet altijd duidelijk of studenten de opgaven uit- en verwerken op de wijze die voor zo'n vak als planimetrie nodig is. De controle op de uitwerkingen is kleiner.

Epiloog

Het experiment en de interpretaties zijn omgeven met subjectieve ideeën en wishful thinking. Het is ook maar een klein experiment geweest en zonder pretenties. De aanleiding was immers dat we niet zo tevreden waren over de wijze waarop het vak verliep.

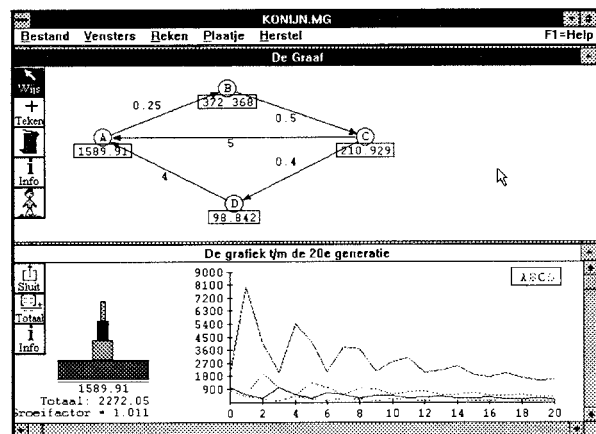
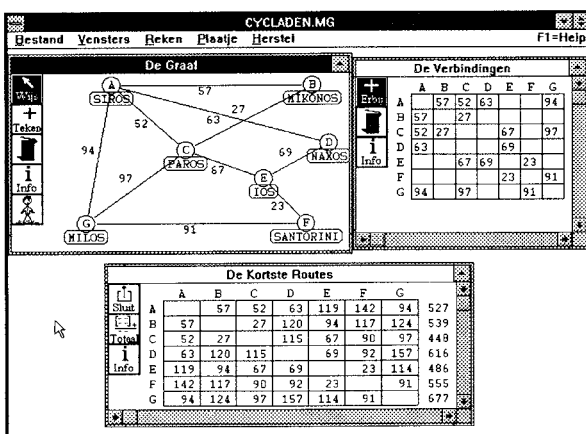
De resultaten op korte termijn zijn niet direct beter, maar toch volgen we komend jaar weer de nieuwe werkwijze. We willen immers dat studenten van de opleiding komen als leraren die zelfstandig, verantwoordelijk en actief met hun beroep bezig zijn. Maar dan moeten we dat binnen de opleiding op zoveel mogelijk manieren stimuleren. We denken dat zo'n werkwijze als we nu bij planimetrie gevolgd hebben, op termijn bijdraagt aan zo'n beroepsprofiel. Maar dan moet er nog wel wat gebeuren. Het zal nodig zijn systematisch aandacht te besteden aan activiteiten die bijdragen tot meer zelfstandig gedrag en meer verantwoordelijkheid voor het eigen leerproces.

Daarbij zal het gebruik van de computer, die een specifieke rol kan vervullen om vermoedens te krijgen over meetkundige relaties in figuren, een belangrijkere rol moeten spelen.

Uit onze enquête blijkt overigens dat studenten zo'n werkwijze niet automatisch op prijs stellen; zelfstandig studeren valt ook niet mee.

Met dank aan collega Bertus van Etten.

(Mededeling)



In de Nieuwe Wiskrant van oktober 1993 stond een artikel over grafen en matrices op de computer. Inmiddels is het betreffende computerprogramma voor MsWindows inclusief handleiding en werkbladen te verkrijgen bij Educatieve Partners Nederland voor f 175,- (inlichtingen en gratis demo-diskette via EPN, tel: 030-6359872).