

**P. Willems**, Elkerveorde, school voor vbo-ivbo, Deurne  
**B. Lagerwerf**, APS en Hogeschool van Utrecht FEO

In realistisch wiskundeonderwijs wordt de leerlingen regelmatig gevraagd uit te leggen hoe ze aan een antwoord gekomen zijn of waarom ze een bepaald antwoord goed vinden. Praten en schrijven over wat ze bij wiskunde doen en denken, bevordert het leren van bruikbare wiskunde. In het (I)VBO is dat echter verre van gemakkelijk. Daar moet lang en regelmatig worden geoefend. Pieter Willems is dat gewend op zijn school in Deurne. Hij beschrijft klassesituaties in de brugklas en in de derde klas.

## In klas 1

Klas 1C is een brugklas met VBO-leerlingen. Het is een leuke groep om mee te werken, heel werklustig. We gebruiken *Realistische Wiskunde* deel 1-VBO/MAVO. De leerlingen hebben uit het hoofdstuk *Rekenen* opgave 39 gemaakt:

Marja en Janneke zitten op dezelfde school. Marja woont 12,5 km van school. Janneke woont 8 km van school.

- Hoe ver woont Marja minstens van Janneke?
- Hoe ver woont Marja hoogstens van Janneke?

Het is een op het oog gemakkelijke opgave in een bondige context, uit de paragraaf *Getallen op de getallenlijn*. Mijn verwachting is dat we dit sommetje eigenlijk zonder al te veel problemen zullen 'nemen'. Dat loopt anders.

Irma: Ik heb minstens 4,5 en hoogstens 5 km.  
Ik: Hoe kom je aan je antwoorden Irma?  
Irma blijft stil.  
Ik: Heb je dat niet opgeschreven?  
Irma: Nee, ik heb alleen de antwoorden.

Dat valt me tegen. We zijn nu zo'n tien weken op weg en het belang van het opschrijven van de uitwerking is toch al meerdere keren aan de orde geweest.

Lidewij: Minstens moet 4,5 zijn en hoogstens moet het

10 zijn.

ik: Heb je erbij staan hoe je aan die antwoorden komt?

Lidewij: Bij minstens doe je  $12,5 - 8$  km en daar komt 4,5 km uit.

ik: En die 10 dan?

L: Ja, dat moet gewoon ongeveer 10 zijn.

Daar blijkt geen uitleg van te zijn. Ze heeft dat niet kunnen omschrijven, maar haar gevoel zegt kennelijk dat het ongeveer 10 moet zijn.

Ik vraag Linda wat ze heeft.

Linda: Minstens 3 en hoogstens 4,5 km.

Ze vertelt dat die 12,5 door 2 gedeeld moet worden. Waarom weet ze niet. Die berekening heeft ze wel gemaakt.

Silvie heeft ook alleen maar antwoorden:

Silvie:  $12,5 - 8 = 4,5$  km. Dan is het minstens 4 en hoogstens 5. Ik heb naar beneden en naar boven afgerond.

Mariëlle heeft bij vraag a. 4,2 en bij vraag b. 4,3 ingevuld. Ze weet niet waarom.

Ik merk dat leerlingen vinden dat ik te lang bij het sommetje stil blijf staan, maar ik blijf proberen.

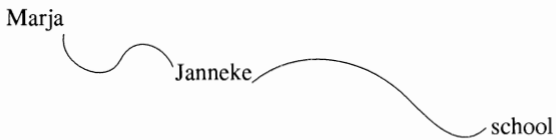
Debbie: Ik heb minstens 4,5 km en meestens 4,599 km. De klas begint te lachen. Debbie snapt eerst niet waarom. *Meestens* is voor haar een heel gewoon woord dat prima past bij *minstens*. Hoogstens moet dat zijn, merkt een van de leerlingen op. Nu begrijpt ze het, maar ze komt niet meer toe aan haar uitleg van het antwoord 4,599 km.

Ik geef de moed nog niet op. Wel snap ik intussen waarom zoveel leerlingen bij deze som geen uitleg hebben gegeven. De eerste paragrafen vroegen dat ook niet van de leerlingen, vandaar dat ze dat hier evenmin nodig vinden. Ik vraag of iemand hier iets getekend heeft. Getekend? Geen enkele leerling is op dat idee gekomen.

Ik: Kan iemand van jullie op de overheadprojectie

tor de situatie komen tekenen?

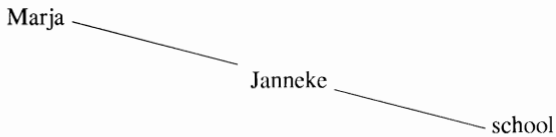
Ilonka kan dat. Ze tekent dit:



Ik vraag aan de klas of dit goed is.

Ja, men vindt dit goed. Ik vraag of het nog op een andere manier kan.

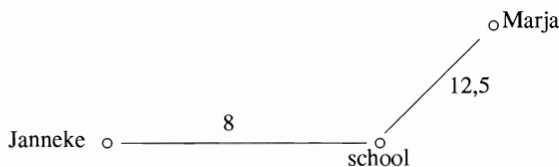
Janne tekent dit:



Ze voegt er nog aan toe dat de tekening van Ilonka eigenlijk fout is, dan fiets je om! Dat wordt even in de klas besproken.

Tamara heeft ook nog een tekening. Ze weet niet of dat goed is.

Ze tekent:



Kan deze tekening?

Ja.

Linda: Ze blijven even ver van elkaar af wonen.

Ze begrijpen het niet en het duurt te lang. Ilonka vraagt: 'Meneer wat is het antwoord nu?' En ze krijgen bijval van klasgenoten. Geef ons het antwoord en we gaan weer verder.

Nee, dit lossen jullie zelf op.

Kan die afstand tussen Janneke en Marja nog groter worden dan in de laatste tekening?

Ja, als ze gaan verhuizen!

Ik steek een potlood en een pen de lucht in. Het potlood noem ik de afstand van Marja tot de school en de pen is de afstand van Janneke tot de school. Wie kan hier op de overheadprojector laten zien wat de mogelijkheden zijn? Zonder probleem legt Silvie de situatie 'hoogstens' neer: links Marja, de school in het midden en rechts Janneke.

Oh zo, reageert een aantal leerlingen.

En wie weet nu hoe je 'minstens' kunt laten zien?

Ook nu krijg ik weer meteen het juiste antwoord.

Bijna 25 minuten met één sommetje bezig geweest.

Dit is een typisch voorbeeld hoe leerlingen beginnen in klas 1. Ze hebben nog zo vaak de verwachting dat de docent het wel voor zal doen, dat die het goede antwoord zal

geven. Ook ontbreekt vaak nog de noodzaak om iets uit te leggen. Wel merken ze dat ze de uitleg meestal niet kunnen geven als ze alleen antwoorden opschrijven. Ze weten niet meer wat ze precies gedaan hebben. Moeilijke woorden als *minstens* en *hoogstens* kunnen een struikelblok zijn.

Het is natuurlijk onmogelijk alle opgaven op deze manier te bespreken. Maar het heeft wel degelijk zin regelmatig een opgave hiervoor te selecteren. Leerlingen constant mee laten denken; met opzet geen antwoord geven. Steeds maar blijven prikkelen; uitdagen. Vooral laten merken dat je niet van opgeven weet! *De basis voor het kunnen opschrijven wat ze hebben gedaan, is dat ze snappen waar het om gaat!* Ze moeten zich het probleem eigen maken, dan kunnen ze het beter aan en dan kunnen ze beter opschrijven hoe het ging. Aan de klas vragen: Wat schrijven we nu op? Niet te kritisch omgaan met de suggesties die dan komen en niet aansturen op één klasse-antwoord. Ze leren al doende en van elkaar. Kijk eens hoe anders het er in de derde klas aan toe gaat.

### In klas 3

Klas 3C is een schakelklas met een combinatie van zwakkere VBO-leerlingen en sterke IVBO-leerlingen. Het is een kleine klas die extra begeleiding en aandacht krijgt van de verschillende vakdocenten.

We werken uit het hoofdstuk *Rekenen* van *Realistische Wiskunde* deel 3BC. De leerlingen hebben uit de paragraaf *Grote getallen* opgave 20 gemaakt, een wat moeilijker opgave:

Veel ouders gebruiken tegenwoordig voor hun babies papieren luiers. Niet iedereen is daar gelukkig mee. Een kind heeft voordat het zindelijk is, gedurende zo'n 2,5 jaar ongeveer 5500 luiers nodig.

- Hoeveel zijn dat er per dag?
- Zo'n papieren luier kost gemiddeld 55 cent. Hoeveel kost het de ouders voordat hun kind zindelijk is?
- In Nederland worden er per jaar ongeveer 200 000 kinderen geboren. Hoeveel luiers zijn er voor die kinderen per jaar nodig?
- En hoeveel zijn er nodig voordat die 200 000 kinderen zindelijk zijn?
- 7% van de babies draagt katoenen luiers. Hoeveel babies zijn dat?

Vraag a., hoeveel luiers zijn dat per dag? Wat hebben we opgeschreven?

Sabrina: Ik heb eerst van die 2,5 jaar maanden gemaakt. Een jaar is 12 maanden; twee jaar zijn er dan 24 en dan nog een half jaar, dat zijn er 6. Totaal 30 maanden. Dan doe je  $5500 : 30 = \dots$

Hier aarzelt ze. Ze weet niet hoe ze die uitkomst uit moet spreken. Ten slotte zegt ze: Nou weet ik het ook niet meer

wat ik precies heb gedaan.

Linda, wat heb jij precies opgeschreven?

Wat ik er heb staan?

Ja, precies oplezen wat je er hebt staan. Ik schrijf het letterlijk op de overheadprojector.

Linda: 2,5 jaar zijn 912 dagen.

$$5500 : 912 = 6,0307.$$

Dat zijn 6 luiers per dag.

Ik vraag aan Johan wat hij van dit antwoord vindt.

Dat antwoord is niet goed, 2,5 jaar zijn 908 dagen.

Hoezo? Hoeveel dagen is een jaar volgens jou dan?

356 dagen.

De anderen reageren meteen: Nee, 365 dagen.

Nu weet hij het ook niet meer.

Maaice: Je weet niet wat die 6,0307 zijn, dat moet je erbij schrijven.

Een paar andere leerlingen vallen haar bij.

Bart: Je moet het zo opschrijven dat iemand anders het zo kan volgen.

Joyce: Ik heb er staan  $5500 : 2.5 = 2200$  luiers.

$$2200 : 365 = 6,0... \text{ luiers per dag.}$$

Gerti: Wat Linda had is wel goed.

Ook andere klasgenoten merken nu op dat dit een correct antwoord is.

En van Joyce dan?

Dat is ook goed.

Vraag b.: Zo'n papieren luier kost gemiddeld 55 cent.

Hoeveel kost het de ouders voordat hun kind zindelijk is?

Anita: Dan doe je  $55 \times 365 = f 20075$

Bart: Bij die 55 moet een  $f$ -teken staan.

Anita: Dat heb ik bij het antwoord.

Joyce: Dat kun je niet uitrekenen, je weet toch niet wanneer het kind zindelijk is.

Meteen reageert een aantal klasgenoten met de zin uit het boek: Een kind heeft voordat het zindelijk is ...

Joyce: Oh ja.

Gerti: Ik heb  $5500 \times f 0,55 = f 3025,-$

Is dat goed?

De meeste leerlingen reageren met ja.

Linda: Ik heb eerst  $55 \times 6$  gedaan, dat is  $f 3,30$ .

Daarna  $912 \times f 3,30 = f 3009,60$ . Dat is toch hetzelfde en toch krijg ik een ander antwoord.

Ik vraag de klas hoe dat nou komt. We herhalen nog eens de manier van Linda. Ze rekent inderdaad ook goed. Hoe kan dat dan?

Niemand reageert.

Ik maak op de overheadprojector met de zakrekenmachine deze som:  $6 \times 912 = 5472$ .

Meteen reageert Maaice: Die 6 klopt niet, dat is een afgerond getal, daarom krijgt ze een ander antwoord.

Inderdaad. De meeste leerlingen begrijpen nu hoe dat kan. Wel een beetje teleurgesteld dat ze zelf niet op dat idee zijn gekomen.

In deze klas hoor ik mezelf terug, het resultaat van twee jaar werken aan het taalgebruik!

## Ten slotte

Het accent ligt in deze klas niet meer zo op het feit dat er iets opgeschreven moet worden. En het is voor de leerlingen niet meer zo moeilijk te bedenken wát ze opschrijven. Wat blijft is dat je als docent aan de leerlingen vraagt elkaars antwoorden te beoordelen. Dat brengt hier de interactie meer op gang dan in klas 1. Ze zijn gewend elkaar uit te leggen wat ze bedoelen. Dat maakt aandacht vrij voor andere taalkwesties.

Vooraf een aantal standaardvragen: Is alles van de tekst duidelijk? Wat is nu belangrijk in dit stukje tekst en wat niet? Dan maken de leerlingen voor zichzelf of in groepjes een plan voor de oplossing van de vraag. Vervolgens oplossingen bespreken en laten beoordelen. Dan het volgende stuk, enzovoort. Natuurlijk kan ook hier niet alles zo uitvoerig aan de orde komen. Maar de leerlingen weten niet vooraf bij welke opgave ik wél doorvraag. Ze moeten dus steeds voorbereid zijn.

Ten slotte, het taalgebruik is niet een geïsoleerd probleem in de wiskundeles. Door de discussie leren de leerlingen beter formuleren en begrijpen ze zelf ook beter wat ze bedoelen. Dat is zuivere wiskundewinst.

## Mastercourses vwo docenten wiskunde

De Universiteit van Amsterdam organiseert in samenwerking met het Instituut voor Lerarenopleiding (Centrum voor Nascholing Amsterdam UvA/HvA) drie cursusdagen voor leraren wiskunde aan het vwo.

Meetkunde	vrijdag 29 maart
Dynamische modellen	vrijdag 19 april
Statistiek in theorie en praktijk	vrijdag 10 mei

De drie themadagen zijn afgestemd op de komende veranderingen in de wiskundeprogramma's voor vwo.

De cursusdagen zijn onafhankelijk van elkaar te volgen.

De kosten bedragen  $f 200,-$  per dag, inclusief lunch.

Nadere inlichtingen over het programma:  
Mevrouw C. Schoot, Fac. WINS  
tel. 020-525 5074, fax 020-525 5101