

# Als jonge honden op een bak met lever

Ervaringen uit het project Informatietechnologie in het studiehuis wiskunde

S.L. Kemme, APS Utrecht

M. Wijers, Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

## Inleiding

‘Wa’s da?’, ‘De ruimtelijke trap op’, ‘Figuren gehuld in lucht’.

Dit zijn enkele titels van werkstukken die leerlingen uit 4 vwo van het Kruisher Kollege in Uden gemaakt hebben in het kader van het project *Informatietechnologie in het Studiehuis wiskunde*.

Samen met College De Klop uit Utrecht, Mamix College uit Ede, Esprit scholengemeenschap uit Amsterdam en het Cals College uit Nieuwegein doet het Kruisher Kollege uit Uden mee aan dit project.

Bedoeling van het project is het computergebruik in de wiskundeles te stimuleren én te experimenteren met de nieuwe ontwikkelingen op het gebied van zelfstandig leren. In deze vijf scholen houden leerlingen in 4 vwo zich regelmatig bezig met computeropdrachten die moeten leiden tot een grotere mate van zelfstandig leren bij wiskunde. In dit artikel vindt u een beschrijving van de opzet van het project, van de opdrachten en van de eerste resultaten.

Het project duurt twee jaar. In het eerste jaar wordt alleen gewerkt in 4 vwo. In het tweede projectjaar is er waarschijnlijk al zoveel zicht op de vernieuwde tweede fase, dat het project kan worden uitgebreid naar 4 HAVO A en B. Ook 4 vwo draait dan nog een keer mee. In dat tweede projectjaar zullen de vierdeklas leerlingen afkomstig zijn uit de basisvorming. Vermoedelijk betekent dat een grotere mate van vertrouwdheid met computergebruik. Dit is immers opgenomen in de kerndoelen van de basisvorming. Verder verwachten we dat leerlingen die de basisvorming doorlopen hebben beter zijn voorbereid op het zelfstandig leren.

## Wat is zelfstandig leren?

Kan iemand zichzelf leren koken? Ja dat kan.

Zo iemand gaat bijvoorbeeld op zoek naar een boekje over koken. Of gaat naar zijn vriendin en vraagt de belangrijkste zaken over koken. Of gaat naar zijn vriendin en vraagt of ze hem een keertje wil helpen bij het koken.

Als die persoon zich laat inschrijven voor een cursus ‘Koken voor beginners’, zeg je dan ook nog dat diegene zichzelf heeft leren koken? Dat hangt er natuurlijk vanaf hoe die cursus in elkaar zit, maar meestal zijn kookcursussen cursussen waarin er geen sprake is van zelfstandig leren.

Bij zelfstandig leren organiseert de leerling zijn eigen leerproces. Dat wil zeggen, de leerling:

- neemt zelf het initiatief om iets te leren
- bedenkt een plan
- voert de nodige stappen uit van het plan die tot het gewenste eindresultaat leiden.

Daarbij houdt de leerling steeds zelf het initiatief. De leerling is voortdurend alert op het resultaat en kan dus altijd naar een ander (beter) plan overschakelen.

Dit beschrijft een ideale situatie van zelfstandig leren waar de meeste leerlingen nog lang niet aan toe zijn. In het project wordt een aanzet gegeven door leerlingen te laten werken met een serie opdrachten waarmee ze geleidelijk vertrouwd raken met het idee van zelfstandig leren.

Zelfstandig leren is iets anders dan *zelfstandig werken*. Zelfstandig werken kan erg voorgestructureerd zijn. Bijvoorbeeld het maken van huiswerkopgaven. De leerling leert wel, maar niet zelfstandig. Zelfstandig leren is meer dan zelfstandig werken.

Zelfstandig leren is iets anders dan *individueel leren*. Zelfstandig leren kan goed in groepen of in tweetallen. Vaak is dat zelfs heel handig, omdat twee meer weten dan één en leerlingen elkaar kunnen helpen bij tegenslagen. Belangrijk is dan dat in de groep niet één persoon alle initiatief naar zich toetrekt en de anderen gaat belemmeren in dat eigen initiatief.

Zelfstandig leren is iets anders dan *zelfontdekkend leren*. Iemand hoeft niet zelf te ontdekken dat je water in de pan moet doen om aardappels te koken. Zoals je bij het leren koken hulp kunt vragen, zo kan dat ook bij het zelfstandig leren van wiskunde. Het initiatief voor de hulp (het bepalen van het tijdstip, van de vraag, van de persoon aan wie de vraag gesteld wordt,...) ligt echter bij de leerling. De hulp mag bovendien niet onttaarden in een soort cursus die elk verder initiatief bij de leerling wegneemt.

In dit project hebben we de opvatting dat zelfstandig leren dus niet hetzelfde is als individueel leren. Informatietechnologie zal dan ook niet worden ingezet als een leer-machine waarachter leerlingen individueel werken aan voorgeselecteerde opdrachten. In het project zullen leerlingen werken aan grotere onderzoekopdrachten. Ze leren hun eigen keuzen te maken voor een aanpak. Ze leren zelf verantwoordelijk te zijn voor de voortgang van het oplossingsproces. De relatie tussen docent en leerling is daarbij vergelijkbaar met die van meester en gezelschap.

## De opdrachten

In de loop van het eerste projectjaar, het nu lopende cursusjaar '95-'96, wordt een serie van elf opdrachten ontwikkeld die passen binnen de wiskunde van 4 vwo. Aan deze opdrachten kunnen (groepjes) leerlingen zelfstandig werken. Elke drie weken is er een nieuwe opdracht. Die wordt in de bijeenkomst met de vijf scholen besproken. De scholen hebben zes weken de tijd om de opdracht uit te voeren. Docenten krijgen de tekst van de opdracht ook op schijf, zodat ze deze desgewenst kunnen aanpassen aan de situatie op de eigen school.

Op elk van de driewekelijkse bijeenkomsten wordt verslag gedaan van de ervaringen. Het is de bedoeling dat de leerlingen zover komen dat ze aan het eind van het schooljaar met verstandig gebruik van informatietechnologie zelfstandig een wiskundig probleem aan kunnen pakken en oplossen.

In de opdrachten zit een lijn van toenemende moeilijkheid en zelfstandigheid. In de eerste opdrachten zullen de leerlingen nog flink worden gestuurd. Gaandeweg zullen de aanwijzingen en het aantal tussenopdrachten afnemen.

De opdrachten sluiten aan bij het bestaande leerplan voor 4 vwo. En ze lopen vooruit op de toekomstige situatie waarin de leerlingen van 4 vwo de basisvorming en het nieuwe leerplan W12-16 hebben doorlopen. De meeste van die aanstaande W12-16 leerlingen zullen straks de computer al eens gebruikt hebben in de wiskundeles. Bovendien hebben ze meer met grafieken en tabellen gewerkt en weten ze al het een en ander van ruimtemeetkunde en statistiek.

De serie bestaat uit twee meetkundeopdrachten, twee opdrachten over kansrekening en zes opdrachten over de algebra. De eerste algebra-opdrachten gaan over het vinden van een passende formule bij een serie realistische gegevens. Ook wordt geprobeerd visuele steun te geven bij het rekenen met formules door het vermenigvuldigen en delen van formules in beeld te brengen.

De hele serie opdrachten moet passen binnen het leerplan en leerlingen geen extra tijd kosten. In de praktijk blijkt dat een illusie te zijn. Veel leerlingen in het huidige 4 vwo hebben bijvoorbeeld nog geen computer aangeraakt in de wiskundeles. Dat betekent dat er toch extra lessen gereserveerd moeten worden voor het leren werken met computerprogramma's.

Een opdracht bestaat meestal uit een korte serie inleidende lessen en een afsluitende grotere eindopdracht, die bijvoorbeeld als huiswerk gedaan kan worden. In de eerste opdrachten is een stappenschema opgenomen waarin leerlingen vertrouwd raken met het planmatig werken. Geleidelijk aan wordt dit schema losgelaten. Van leerlingen verwachten we dan dat ze in staat zijn zelfstandig de verschillende stappen te plannen en uit te voeren. Van de zelfstandig uit te voeren eindopdracht wordt telkens een kort verslag gemaakt door de leerlingen. De bedoeling is dat het lesmateriaal voldoende ruimte biedt voor verschillen in aanpak tussen leerlingen.

Voorwaarde daarvoor is een voldoende openheid in het materiaal ten aanzien van probleemoplossende strategieën. In het bijzonder geldt dit voor het gebruik van informatietechnologie. Bijvoorbeeld: een meer theoretisch ingestelde leerling zal eerder de extreme waarde bepalen van een functie met behulp van de afgeleide; een meer toepassingsgerichte leerling zal daarvoor een grafiek laten tekenen door de computer en de extreme waarde zo aflezen.

## De rol van de computer

De computer is een handig instrument bij het leren van wiskunde. Het neemt reken- en tekenwerk uit handen en geeft een dynamische visuele ondersteuning. Daarnaast laat de computer zich handig gebruiken als onderzoeksinstrument, ook voor de leerlingen. Ze kunnen bijvoorbeeld bij een puntenwolk een formule bedenken, de grafiek daarvan laten tekenen en zelf beslissen of die goed past en zonodig een betere grafiek proberen te vinden door de formule wat aan te passen. Met de hand is dit bijna een onmogelijke opdracht.

In het proces van het zelfstandig leren kan de computer een stimulerende rol spelen. Een computer blijft tenslotte een domme machine die om opdrachten en beslissingen van de gebruiker blijft vragen. Leerlingen worden dus gedwongen om voortdurend zelf het heft in handen te nemen. En dat is nu juist de bedoeling. Voorwaarde is natuurlijk wel dat de gebruikte software voldoende openheid en ruimte biedt voor dergelijke eigen initiatieven.

Bij iedere opdracht zal de computer gebruikt worden als een stuk gereedschap waarmee iets kan worden uitgezocht. In het kader van het zelfstandig leren zullen de leerlingen ook buiten de lessen gebruik moeten kunnen maken van de computer. Dat betekent dat er met hen afspraken moeten worden gemaakt over de toegang tot het computerlokaal.

Voor de deelnemende scholen aan dit project is van het begin af aan duidelijk dat het niet gaat om enkele op zichzelf staande computerlessen, maar dat er sprake is van een structureel gebruik van informatietechnologie met het doel actief en zelfstandig leren bij wiskunde te bevorderen.

## Opdracht 3: Zelf een figuur ontwerpen

Om een concreet beeld te geven van de opdrachten presenteren we de derde opdracht uit de totale reeks. Deze opdracht gaat over ruimtemeetkunde.

Voor veel 4 vwo-klassen is de ruimtemeetkunde aan het eind van het schooljaar geplaatst. In het project is dit naar voren gehaald. Eén van de redenen daarvoor is dat dit de mogelijkheid biedt om afwisseling te brengen in de aangeboden opdrachten. Zowel opdracht 1, 2 als 4 hebben te maken met algebra en zijn in wezen classificatieopdrachten. De derde opdracht, over ruimtemeetkunde dus, is een ontwerpoperdracht. Bij deze opdracht wordt gebruik gemaakt van het computerprogramma RUIFIG voor ruimtemeetkunde<sup>1</sup>. De opdracht aan de leerlingen luidt:

Ontwerp een artistiek ruimtelijk voorwerp, bijvoorbeeld:

- een bloemenvaas
- een kunstwerk opgebouwd met lijnen
- een huis
- een klimrek
- .....

**STAP 1: *Probleem verkennen en plannen maken***

Verzamel ideeën en plaatjes van voorwerpen die je mooi vindt.

Maak een eerste keuze en een ruwe schets.

**STAP 2: *Informatie uitwisselen***

Leg je ruwe schets voor aan anderen en vraag om hun commentaar.

Vraag ook om nieuwe ideeën.

**STAP 3: *Probleem aanscherpen en plan maken***

Maak een definitieve keuze voor je ontwerp.

Maak een nette schets.

**STAP 4: *Plan uitvoeren***

Bedenk hoe je je voorwerp in RUIFIG kunt maken.

Ga met RUIFIG aan de gang.

Zet je schets om in een computertekening.

Bekijk je ontwerp van alle kanten.

Verbeter je schets naar aanleiding van de verschillende aanzichten.

Laat je computertekeningen afdrukken met behulp van de printscreen-toets.

**STAP 5: *Een verslag maken***

Presenteer je voorwerp in de vorm van een aantal aanzichten. Schrijf erbij waarom je voor deze vorm hebt gekozen en hoe je die vorm hebt gerealiseerd.

Deze ontwerpoperdracht wordt voorafgegaan door een korte introductie op het plaatsbepalen in de ruimte en in het systeem van ruimtelijke coördinaten. Dat kan in ongeveer twintig minuten, blijkt uit de ervaringen in de klas. Daarna volgt een inleidend practicum om de mogelijkheden van RUIFIG te leren kennen. In dat practicum wordt ook

de kennis van ruimtelijke coördinaten uitgebreid. Punten kunnen worden opgegeven via hun coördinaten, een oogpunt moet worden gekozen, verschillende projecties op de coördinaatvlakken verklaard, er moet worden getransleerd over vectoren waarvan de leerlingen zelf de coördinaten (kentallen) moeten kiezen en er kan gedraaid worden om bijvoorbeeld de coördinaat-assen. Achter de computer gaat dit eigenlijk verrassend eenvoudig. Leerlingen – ook de A-leerlingen – kunnen goed met RUIFIG overweg en het werken met RUIFIG lijkt ook het ruimtelijk inzicht van de leerlingen te bevorderen.

In hoeverre leerlingen dit ook creatief kunnen benutten, zal blijken uit de resultaten van de ontwerpoperdracht.

## Resultaten van opdracht 3

In de klas liep men op sommige scholen tegen een aantal praktische problemen aan. RUIFIG blijkt op een speciale manier geïnstalleerd te moeten worden in het netwerk om printen mogelijk te maken. Opslaan en printen ging daarom niet altijd naar wens op de scholen. Zonder geprinte illustraties is er bij deze opdracht geen goed eindverslag te maken. Zo was hier de computer zowel een noodzakelijke voorwaarde als ook een beperkende factor.

Ondanks de technische problemen zijn nagenoeg alle docenten enthousiast over de opdracht. De leerlingen hebben inzicht gekregen in ruimtelijke figuren en er met veel plezier aan gewerkt. Dat is natuurlijk heel belangrijk, maar hebben ze er verder ook iets van geleerd?

Daarvoor gaan we eerst te rade bij de leerlingen van het Kruissheren Kollege.

### *De figuren*

Ondanks de problemen met het opslaan en printen, is het toch gelukt om een stel prachtfiguren te produceren. Zie bijvoorbeeld het resultaat van de wenteltrap in figuur 1. Daarnaast werden ontwerpen ingeleverd voor een modieuze stoel, een klimrek voor een kinderspeelplaats, een brug, een artistieke bloemenvaas, een diamant, een kaars (met vlam) en zomaar kunst in de ruimte ('home made fantasy space figures').

De opdracht blijkt de leerlingen in ieder geval voldoende op hun artistieke niveau te hebben aangesproken.

### *De manier van werken*

Uiteraard kun je bij een ontwerpoperdracht als deze grote verschillen in aanpak verwachten tussen leerlingen. Dat blijkt ook uit de verslagen. Ieder groepje is de opdracht op zijn of haar manier te lijf gegaan.

Over het interpreteren van een translatie:

*Ik ben als eerste onder het menu Figuren een cirkel op gaan halen. Ik wilde de cirkel op een andere plaats hebben, daarom ben ik naar het menu Transform gegaan en heb daar gekozen voor schuif. De translatie (0, 0, 2), wat dus wil zeggen dat de cirkel twee plaatsen omhoog is gegaan.*

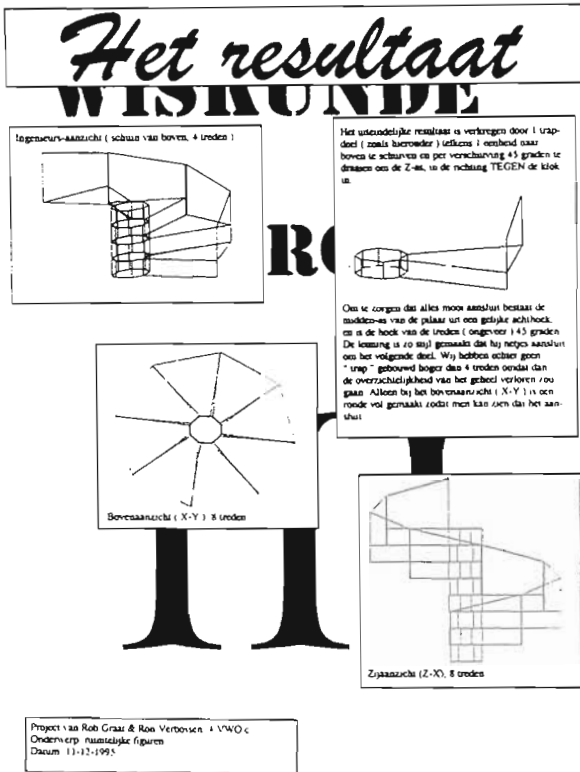


fig. 1

Ruimtelijk inzicht blijkt hier:

*Om dat verbinden makkelijker te maken, ben ik onder het menu Projecties naar het xy-vlak gegaan. Zo zag ik beter welke punten ik met elkaar moest verbinden.*

Dat het werken met RUIFIG vanzelfsprekend leidt tot bespiegelingen over het zien van diepte blijkt uit figuur 2.

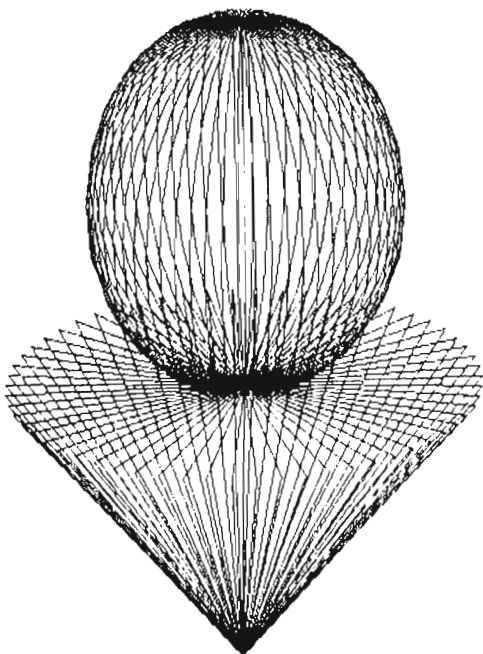


fig. 2

*In een ruimtelijk getekend lijnenfiguur, dat geplaatst is op een twee-dimensionaal vlak, wordt de diepte langzaam duidelijk. Dit komt omdat, vooral bij de bolfiguur, de lijnen over elkaar liggen. Het is niet geheel duidelijk welke lijn bovenop ligt. Daardoor zie je vaak eerst de omgekeerde diepte, je ziet iets in de diepte terwijl het juist omlaag moet komen en omgekeerd, voordat je de eigenlijke figuur onderscheidt. [...] Dat dit bij de kegelfiguur minder het geval is, komt omdat de twee punten waarin de lijnen samenkomen boven elkaar liggen. Je weet dat de lijnen daar naar toe moeten lopen en je ziet het ondervlak vlugger, waarna het niet moeilijk is om de hele figuur te zien.*

Gewoon proberen lukt ook:

*Ik vond dat m'n diamant niet zo groot moest worden, in werkelijkheid zijn ze ook niet zo groot. Nadat ik nog eens naar m'n tekening keek, heb ik van alles op de computer geprobeerd en toen had ik de goede punten gevonden namelijk:*

*punt A(0, 0, 1), punt B(0, 0, 0.71), punt C(0, 0.71, 1.71), punt D(0, 0, 1.95), punt E(0, 0.5, 1.95), maar toen vond ik dat punt A in (0, 0, 0) de oorsprong moest dus heb ik hem verschoven op de translatie (0, 0, 1). Hij stond goed, maar nou moest hij nog draaien om z'n as (0, 0, 1) met een hoek van 15 graden en dat 24 keer (360 graden : 15 graden = 24) en toen was mijn diamant klaar.*

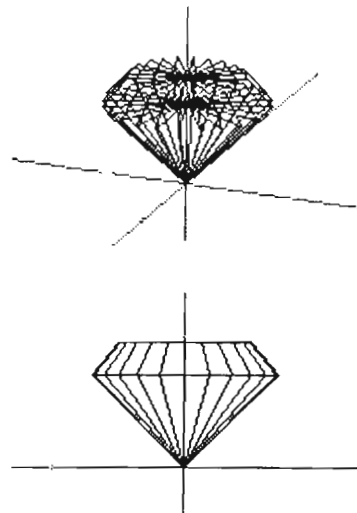


fig. 3

We waren niet alleen benieuwd naar de wiskundige aspecten. We wilden ook graag weten of het zelfstandig leren van wiskunde uit de verf was gekomen. Volgens de docenten is dat bij deze opdracht aardig gelukt. Na slechts een korte, meestal klassikale inleiding op ruimtelijke coördinaten, worden de leerlingen verder zelf aan het werk gezet met RUIFIG. Hoewel er in deze fase nog sprake is van een gestructureerd practicum met opdrachten, durven leerlingen er wel van af te wijken:

*Job je moet dit eens doen, dit is leuk.*

Bij de ontwerp opdracht is het stappenplan gegeven. Sommige leerlingen houden zich daar strikt aan, anderen gaan over op een eigen planning. Het komt herhaaldelijk voor dat blijkt dat een ontwerp niet te realiseren is of toch niet zo mooi wordt als de leerlingen willen. Soepel wordt dan overgegaan tot aanpassen of opnieuw beginnen:  
*Erg mooi was dit niet, het was te 'rommelig'! Dus maakten we het scherm maar weer leeg.*

*We komen erachter dat we ons ontwerp niet helemaal kunnen uitvoeren en maken hem gedeeltelijk opnieuw.*

#### **Wat heb ik geleerd?**

Een van de altijd terugkerende onderdelen in de conclusie van het verslag is een paragraaf 'wat heb ik geleerd'. Alle leerlingen geven aan dat ze met ruimtelijke coördinaten in een ruimtelijk assenstelsel hebben leren werken. Een groepje schreef:

*We hebben met dit practicum geleerd te werken met het drie-dimensionaal systeem Oxyz, wat we voor dit practicum nog helemaal niet kenden!*

Het is natuurlijk lastig om op grond van de verslagen informatie te krijgen over de mate waarin leerlingen zelfstandig geleerd hebben. Toch blijkt ook hier dat we de leerlingen niet moeten onderschatten. Sommige leerlingen reflecteren op hun manier van werken en leren:  
*Bijna alles is mogelijk. Als je maar probeert en kijkt hoe alles werkt.*

*Eerst hebben we in het wilde weg geprobeerd wat figuren erop te maken. Toen dat lukte hebben we eerst eens goed nagedacht wat voor een soort figuur het moest worden.*

*We kunnen nu zelf met dit programma allerlei ruimtelijke figuren maken die we zelf verzinnen of figuren die al in het programma staan. We hebben dus geleerd om zelfstandig dit computerprogramma te gebruiken.*

*We leerden verder zelfstandig dingen te bedenken en ook uit te voeren zonder hulp van de leraar.*

Er is nog meer geleerd:

*Het is me uiteindelijk gelukt het programma RUMFIG te begrijpen (met veel hulp van anderen). Ik kan er nou heel makkelijk mee overweg. [...] Behalve dit heb ik ook geleerd hoe ik THUIS een diskette kan beschrijven [...]. Ik heb het gevoel dat ik nou veel beter overweg kan met de computer, dus het is allemaal niet voor niets geweest.*

### **Afsluiting opdracht 3**

We zijn tevreden over deze resultaten. Leerlingen hebben zelfstandig een stukje wiskunde geleerd en zijn in staat gebleken dat te gebruiken in een ontwerp opdracht. De computer was niet alleen franje omdat IT nu eenmaal moet, maar een essentiële voorwaarde voor het doen sla-

gen van deze opdracht. Het stappenplan fungeerde als kapstok en niet als een keurslijf. De opdracht bood voldoende mogelijkheden tot differentiatie tussen verschillen in aanpak en creatieve vermogens.

Natuurlijk zijn er ook wat kritische kanttekeningen te maken. Deze opdracht kostte veel tijd. Ook veel lestijd, want de leerlingen konden buiten de gereserveerde lessen om vaak niet in het computerlokaal terecht. Om nog maar te zwijgen over de tijd die leerlingen nog staken in het verfraaien van hun verslag. Soms was het zelfs nodig leerlingen daarin wat af te remmen.

Voor de docenten is het nakijken van de verslagen een nieuw en tijdrovend karwei. Ook brengt de nieuwe opzet van zelfstandig leren voor de meesten extra inspanning met zich mee. Het didactisch repertoire moet worden uitgebreid en daarnaast blijft er de zorg of het programma wel afkomt.

Op dit moment is moeilijk te zeggen of de investering eruit komt. Sommige scholen hebben besloten verder geen ruimtemeetkunde meer te doen in de vierde klas, anderen vinden dat een te groot risico met het oog op het vervolg in 5 vwo wiskunde B. Nog onduidelijker is het of er winst op een ander terrein te behalen is. Wat steken de leerlingen op in een dergelijk proces? Worden ze zelfstandiger? Hebben ze ook in de gewone lessen meer inbreng en zicht op hun eigen leerproces?

We hopen hierover aan het eind van dit schooljaar wat meer duidelijkheid te hebben.

### **Ervaringen tot nu toe**

De bij opdracht 3 geschetste kanttekeningen zijn algemeen en gelden ook bij de andere opdrachten. In het begin kostten de opdrachten veel meer tijd dan was gepland. Dat kwam vooral door onwennigheid met het werken met de computer en door de nieuwere onderwerpen. De opdrachten vormden wel eens een inbreuk op de dagelijkse gang van zaken doordat een onderwerp niet naadloos aansloot bij het hoofdstuk dat op dat moment aan de orde was.

In de opdrachten blijkt de mate van openheid cruciaal te zijn. Is een opdracht te gesloten, dan komt er van het zelfstandig leren niks terecht. Als de opdracht te open is, blijft het resultaat vaak steken in oppervlakkigheid. Tot nu toe is het goede evenwicht nog niet gevonden. Bij het zoeken daarnaar spelen de ervaringen van de deelnemende docenten een belangrijke rol. Zij zien de leerlingen aan het werk en weten wat die wel of niet aankunnen. In de laatste opdrachten zal het stappenschema (zie de beschrijving van opdracht 3) met de manier van aanpak vrijwel verdwenen zijn. Het ziet ernaar uit dat de eindopdracht direct wordt gepresenteerd, eventueel voorafgegaan door een studiewijzer waarmee de leerlingen zich met het schoolboek kunnen voorbereiden. Verder wordt zo'n opdracht begeleid door een vast aantal bijlagen waar

## De lijst met opdrachten

### 1. Formules maken

Centraal staat de vraag of alle eieren dezelfde vorm hebben. Leerlingen beschikken over gegevens van lengte en breedte van eieren of zoeken deze zelf op. Met het programma VU-GRAFIEK<sup>2</sup> worden de gegevens in beeld gebracht. Het verband tussen lengte en breedte is bij benadering lineair. Bij dit verband wordt een passende lijn gezocht.

### 2. Spiralen

Leerlingen worden geconfronteerd met verschillende soorten wiskundige spiralen: lineaire, kwadratische, exponentiële. Bij die spiralen horen verschillende formules die het verband beschrijven tussen aantal omwentelingen en straal. Met VU-GRAFIEK kunnen ze de passende formule bij een spiraal opsporen. Bij een spiraal van een schelp gaan ze na wat een geschikt wiskundig groeimodel is.

### 3. Zelf een figuur ontwerpen

Met het programma RUIFIG zelf een figuur ontwerpen en beschrijven.

### 4. Vermenigvuldigen en delen van formules

Het product van twee lineaire functies is een kwadratische functie. In grafiektaal klinkt dat zo: het product van twee lijnen is een parabool. Kun je iedere parabool schrijven als product van twee lijnen? Wat gebeurt er als je een parabool deelt door een lijn? Leerlingen onderzoeken verschillende gevallen met VU-GRAFIEK.

### 5. Bruggen (een tweetrapstoets)

Leerlingen onderzoeken of bogen van bruggen en tunnels de vorm van een parabool hebben en zoeken daarbij een passend functievoorschrift. De opdracht begint met een klassieke toets waarin de vragen een toenemende mate van openheid hebben en die niet in één lesuur is af te maken. Ze werken gewoon door tot de bel gaat. Het resultaat wordt nagekeken en met opmer-

kingen, aanwijzingen en cijfer teruggegeven. Daarna maken de leerlingen de toets zelfstandig af. In dit gedeelte speelt de computer uiteraard een rol. Ook voor dit gedeelte wordt weer een cijfer gegeven. Het eindcijfer is het gemiddelde van beide cijfers. Zo wordt geprobeerd zowel wiskundige inhoud als het zelfstandig leren te beoordelen.

### 6. Ge-Sinus

Met VU-GRAFIEK een passende sinusfunctie vinden bij de hoog- en laagwaterstanden van Vlissingen en daarmee een tabel maken voor de volgende maand.

### 7. Monopoly

Een poging tot redeneren met kansen vanuit de statistiek. Een computersimulatie met VU-STAT<sup>3</sup> van het beroemde spel. Uit de simulatie komen verschillende voorkeuren voor de verschillende straten naar voren. Hoe kun je die verschillen verklaren?

### 8. Logaritmen

In beeld brengen van logaritmische eigenschappen met VU-GRAFIEK.

### 9. Differentiëren

Principes van het differentiëren toepassen op een realistische probleemstelling. Bijvoorbeeld bij functies die leerlingen nog niet formeel kunnen differentiëren.

### 10. Doorsneden

Een vervolg op de Ruimteknustopdracht. Met RUIFIG een figuur ontwerpen en daar met DOORZIEN<sup>4</sup> aan verder werken.

### 11. Toets

Een wiskunde A-lympiade-achtige opdracht waarin de computer een essentiële rol speelt. Het onderwerp wordt nog nader vastgesteld.

de leerlingen gebruik van kunnen maken. Zo kunnen er bijvoorbeeld bijlagen zijn met aanwijzingen voor de manier van aanpak, met hints op het gebied van de wiskundige kern, met aanwijzingen voor het gebruik van de software, met een lijst van bronnenmateriaal enzovoort. Op deze manier is al het nodige materiaal om het probleem te kunnen aanpakken voor de leerlingen beschikbaar, maar de beslissing of ze er gebruik van zullen maken en hoe ze dat zullen doen, blijft geheel voor hun eigen rekening. Een ander vast terugkerend element in de besprekingen met de docenten is de beoordeling van de werkstukken. Op één of andere manier wil je ook de mate van zelfstandig werken in je oordeel verwerken. Maar hoe doe je dat? Waar moet je nu precies op letten? In eerste instantie hanteren de verschillende scholen een eigen stijl van beoordelen. Misschien blijven die verschillen gewoon bestaan, maar het kan ook zijn dat er één manier van beoordelen van deze procesmatige zaken is die ieders instemming heeft.

Er wordt hard gewerkt in het project. Om de drie weken

ligt er een nieuwe opdracht op tafel en worden de ervaringen van de vorige opdrachten doorgenomen. Ook de leerlingen pakken de opdrachten met groot enthousiasme op. Eén van de deelnemende docenten omschreef dit enthousiasme als volgt:

*ze vallen erop aan als jonge honden op een bak met lever.*

*Met dank aan de inzet van: Martien Sauvé, Ben ter Horst, Jan Kappers, Marry Duiveman, Wieke Engels, Rob Birkhoff, Henk Vink, Hans Stam, Paul Thiel, Wil Janssen, Loed Kraag, Bert van Oostveen, Michiel Doorman en de leerlingen uit 4V.*

## Noten

- [1] RUIFIG, Educatieve Partners, Houten
- [2] VU-GRAFIEK, Wolters Noordhoff, Groningen
- [3] VU-STAT, Wolters Noordhoff, Groningen
- [4] DOORZIEN, Educatieve Partners, Houten