

# Paddichtheden

**A. Roodhardt**

Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

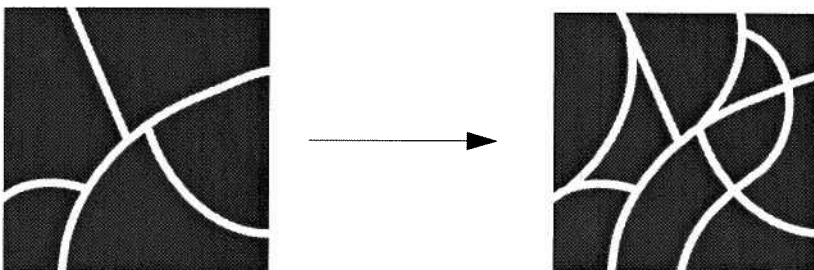
## Vooraf

Heeft u ook bureauladen vol met krantenknipsels en andere materialen die misschien ooit te bewerken zijn voor gebruik in de klas? Anton Roodhardt in elk geval wel. Op de volgende pagina's schetst hij enkele mogelijkheden rond het thema 'Paddichtheden'.

De redactie hoopt dat er iets van uw gading bij is en nodigt u uit de lessuggesties te bewerken voor gebruik in uw eigen klassen. Misschien een idee voor een GWA 'tje, een open opdracht, een werkstuk, een spreekbeurt bij wiskunde?

### De aanleiding

Recreanten vormen door betreding nieuwe paadjes in natuurgebieden. Als regel zijn die paadjes schadelijk voor de vegetatie en nadelig voor de rust van de dieren.



Op de Waddeneilanden zijn met behulp van luchtfoto's uit 1969 en 1975 onderzoeken naar de toename van dit 'wegennet' gedaan. Daarbij werd het begrip *paddichtheid* gebruikt.

paddichtheid = aantal meters pad per hectare

Enkele uitkomsten:

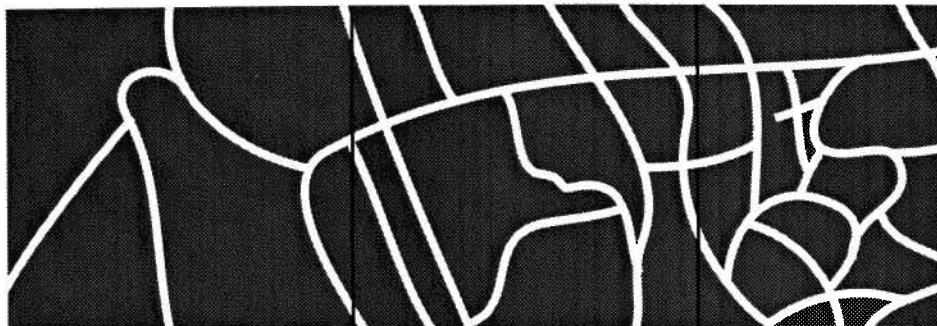
	oppervlakte duinen (ha)	gemiddelde paddichtheid
Schiermonnikoog	735	van 525 naar 605
Ameland	1460	van 395 naar 630

### Wat kun je ermee?

We geven een aantal gebruiksmogelijkheden aan, waarvan we sommige iets uitwerken.

## Idee 1 – Foto's en kaarten

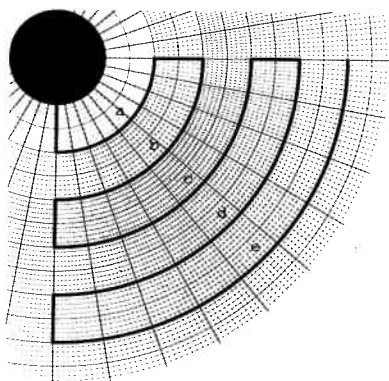
Op foto's of kaarten lengtemetingen uitvoeren en oppervlakten uit lengten berekenen of met een raster schatten. Hiermee paddichtheid berekenen en vergelijken. De oppervlaktemaat hoeft natuurlijk niet de *ha* te zijn.



Hulpbegrippen als schaal en procenten kunnen een rol spelen.

## Idee 2 – Doolhoven

Als overgang van wilde situaties naar theoretische situaties kunnen plattegronden van doolhoven gebruikt worden. De paddichtheid is dan de *reden* om lengteberekeningen in de bekende meetkundige figuren uit te voeren. Slimme bekortingen kunnen aangemoedigd worden. Evenredigheden en andere vormen van regelmaat behoeven niet tot rechthoekige figuren beperkt te worden.



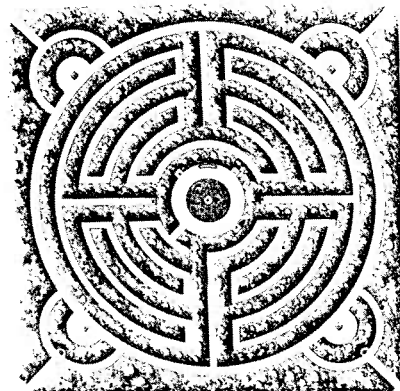
### Voorbeeld

Dit is een deel van een labyrint. De ingetekende lijnen zijn de paden. 1 millimeter stelt 1 meter voor. De eerste vraag kan zijn: Bereken de totale lengte van de kromme paden *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

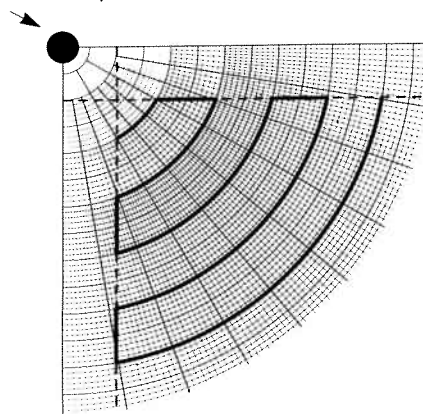
### Oplossingen

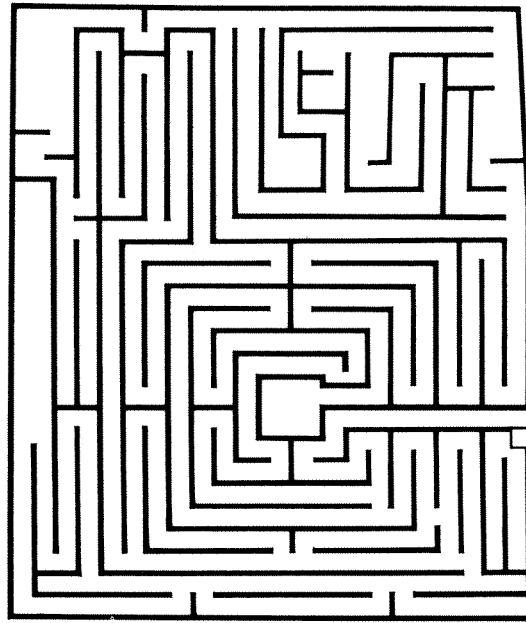
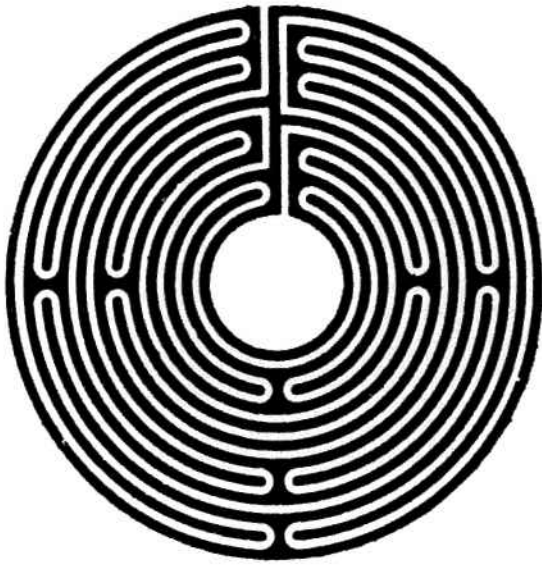
1. Elke booglengte is gelijk aan  $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot r$  met  $r = 20, 30, 40, 50, 60$ . *a*, *b*, *c*, *d*, *e* hiermee apart uitrekenen en de resultaten sommeren.
2. De leerling kan ontdekken dat de verschillen in lengte constant zijn en de som van de rekenkundige rij bepalen met de antwoorden van *a* en *e*.
3. Het doorbreken van het verstand moet ook gewaardeerd worden, zoals in: 'Maar dan had ik eigenlijk alleen *a* en *e* hoeven uitrekenen'.

Kan zo'n opgave niet wat moeilijker? Ja, heel gemakkelijk. De berekening van de *haaglengte* in dit ontwerp geeft aanleiding tot dit deelprobleem:

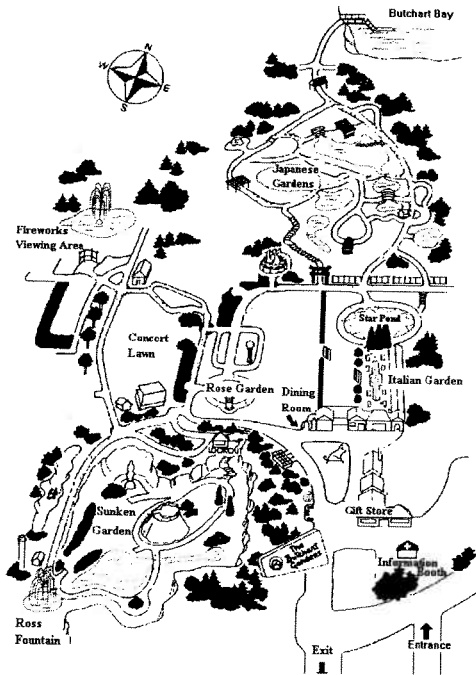
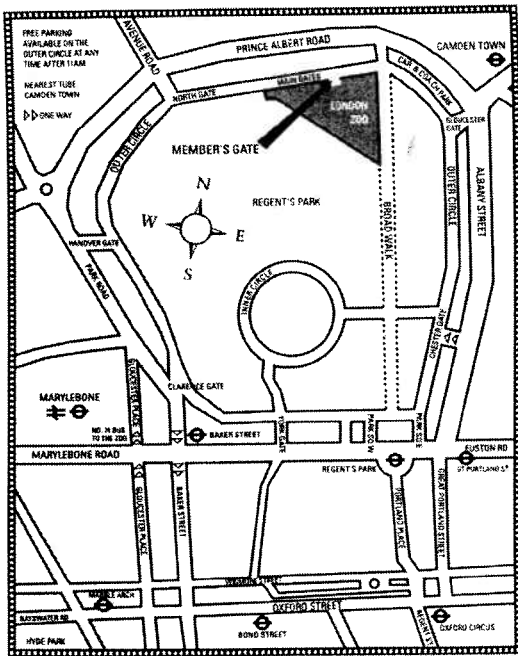


N.B. Dit is het middelpunt!





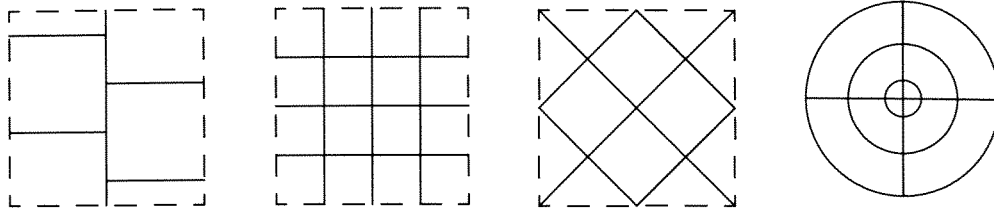
Links: Patroon uit de kathedraal van Sens, Frankrijk. Gegraveerd en ingelegd met lood. Vernield in 1769.  
 Rechts: Plattegrond van het doolhof in Hazlehead Park, Aberdeen, Schotland, uit 1935.  
 Bron: Janet Bord. *Mazes and Labyrinths of the World*, 1976.



Deze plattegronden zijn te vinden op het World Wide Web  
 Links: Regent's Park, Londen: [http://www.cs.ucl.ac.uk/misc/uk/london/regents\\_park.html](http://www.cs.ucl.ac.uk/misc/uk/london/regents_park.html)  
 Rechts: Butchart Gardens, Canada: <http://butchartgardens.bc.ca/butchart>

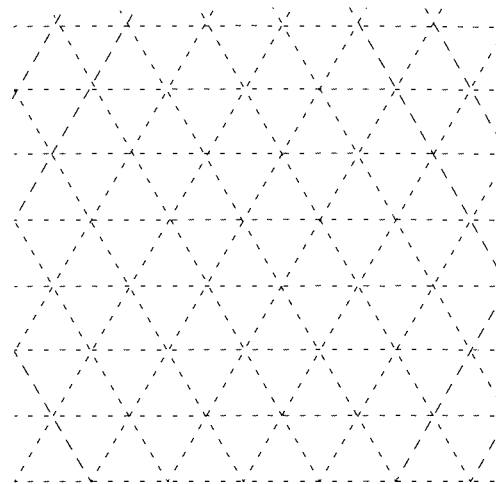
### Idee 3 – Patronen vergelijken

De paddichtheden van verschillende patronen onderzoeken en vergelijken.



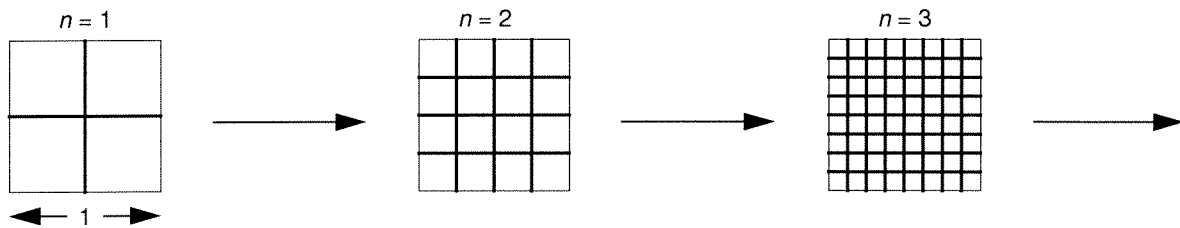
Hierbij kunnen ook wel eens andere rasters gebruikt worden.

Dit plaatje kan leerlingen stimuleren tot eigen ontwerpen op isometrisch papier.



### Idee 4 – Formules

Op de algebraïsche toer: formules voor paddichtheid.



De oppervlakte van het grote vierkant is constant. Hier voor het gemak 1.  
De paden (zonder de buitenrand van het grote vierkant) worden volgens een bepaald recept geconstrueerd.  
Hier is gekozen voor het 'vierendelen' van de hokjes.

#### Opdracht

Bepaal formules voor de paddichtheid ( $p$ ).

#### Oplossing

$n = 1$ totale padlengte 2 $p = \frac{2}{1} = 2$	$n = 2$ totale padlengte 6 $p = \frac{6}{1} = 6$	$n = 3$ totale padlengte 14 $p = \frac{14}{1} = 14$
--	--	---

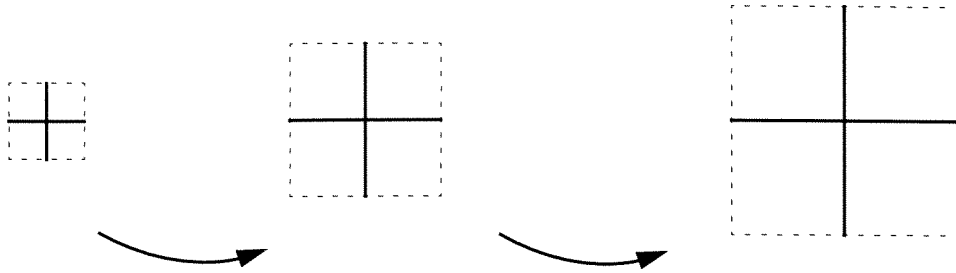
recursieve formule:  
volgende  $p = 2 \times \text{huidige } p + 2$

functievorm:  
 $p = 2 \cdot (2^n - 1)$

## Idee 5 – Schaalverandering

Het gedrag van de paddichtheid bij schaalverandering.

### Voorbeeld

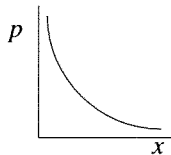


Het patroon blijft gelijk, maar het vierkant wordt steeds groter.

### Opdracht

Teken de grafiek van de paddichtheid in afhankelijkheid van de vierkantszijde met lengte  $x$ .

### Oplossing



$$\text{paddichtheid} = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$$

### Vervolgopdracht



De afmetingen van dit perceel zijn niet gegeven. Maar er zijn aanwijzingen dat de lengte van het gemarkeerde deel 100 meter of 500 meter is. Welk verschil maakt dat uit voor de paddichtheid?

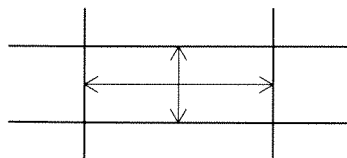
### Oplossing

Van 100 m naar 500 m wordt de padlengte met 5 vermenigvuldigd, maar de oppervlakte met  $5^2$ . Dus de paddichtheid wordt door 5 gedeeld.

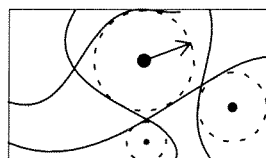
## Idee 6 – Extra's

Complicerende toevoegingen:

- De oppervlakte van de paden erbij betrekken.
- De afstanden van punten tot de paden.



recht toe recht aan



via grootste cirkels

Een tuinder of een inrichter van een beurs zal andere wensen hebben dan een natuurbeschermer.