Uitkomsten peilingsonderzoek rekenen/ wiskunde basisonderwijs in vogelvlucht

J. Bokhove
Cito, Arnhem

Inleiding

Sinds 1987 vinden in het Nederlandse basisonderwijs jaarlijks steekproefonderzoeken plaats om voor de verschillende vakgebieden een beeld te krijgen van het onderwijsniveau. De onderzoeken worden uitgevoerd door het Cito in opdracht van het ministerie van onderwijs. Doel van de onderzoeken is onder andere om ook een empirische basis te hebben voor de discussies over onderwijsdoelstellingen. In 1987 vond het eerste onderzoek naar het niveau van rekenen/wiskunde in de basisschool plaats. In dat onderzoek werd het rekendomein opgebroken in 27 onderwerpen. Daarover is gerapporteerd op de Panama-najaarsconferentie van 1988, in de *Balans van het rekenonderwijs*[1] en in verschillende artikelen in de *Panamapost*[2].

In 1992 vond de tweede peiling naar de opbrengst van het rekenonderwijs plaats. Die peiling werd zo opgezet dat vergelijking met het onderzoek in 1987 mogelijk was. Nieuwere statistische technieken (One Parameter Logistisch Model, een toepassing van Raschtechnieken) maakten het mogelijk die vergelijking te maken ook al was de in 1987 afgenomen toets niet identiek aan die in 1992. Doordat na het onderzoek in 1987 een aantal opgaven gepubliceerd werd, konden die niet opnieuw gebruikt worden. Ter aanvulling werden voor alle schalen nieuwe opgaven toegevoegd aan de oude nog niet gepubliceerde. Voor de analyses werden de in 1987 en in 1992 gebruikte opgaven per onderwerp samengevoegd. Tevens werd gecontroleerd of en in hoeverre de nieuwe verzameling items voldoende samenhang toonde om als representanten van die 27 vaardigheden te kunnen functioneren. Enkele opgaven moesten op grond van die controle afvallen.
Kenmerkend voor de gebruikte analysetechnieken is dat over een vaardigheid een uitspraak kan worden gedaan op basis van het afnemen van een deel van alle opgaven die bij die vaardigheid passen.

In 1992 werden twee nieuwe onderwerpen toegevoegd aan de 27 reeds aanwezige, namelijk 'Toepassingen zakrekenmachine' en 'Toepassingen meetkunde'. Voor die nieuwe onderwerpen is uiteraard geen vergelijking met 1987 mogelijk. Datzelfde geldt voor het eerste onderwerp 'Basisoperaties', omdat de afnamecondities in 1992 verschilden van die in 1987.

Schaal 1:	Basisoperaties
Schaal 2:	Gehele getallen: basiskennis en begrip
Schaal 3:	Kommagetallen: basiskennis en begrip
Schaal 4:	Hoofdrekenen: optellen en aftrekken
Schaal 5:	Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen
Schaal 6:	Schattend rekenen
Schaal 7:	Cijferen: optellen
Schaal 8:	Cijferen: aftrekken
Schaal 9:	Cijferen: vermenigvuldigen
Schaal 10:	Cijferen: delen
Schaal 11:	Cijferen: toepassingen
Schaal 12:	Breuken: basiskennis en begrip
Schaal 13:	Breuken: optellen en aftrekken
Schaal 14:	Breuken: vermenigvuldigen en delen
Schaal 15:	Breuken: toepassingen
Schaal 16:	Procenten: basiskennis en begrip
Schaal 17:	Procenten: handig procentrekenen
Schaal 18:	Procenten: toepassingen
Schaal 19:	Verhoudingen: basiskennis en begrip
Schaal 20:	Verhoudingen: toepassingen
Schaal 21:	Meten: basiskennis en begrip
Schaal 22:	Meten: tellen/aflezen van het aantal maateenheden
Schaal 23:	Meten: berekenen van oppervlakte, inhoud en omtrek
Schaal 24:	Meten: maatsystemen
Schaal 25:	Meten: toepassingen
Schaal 26:	Kalender en klok: toepassingen
Schaal 27:	Geld: toepassingen
Schaal 28:	Zakrekenmachine: toepassingen
Schaal 29:	Meetkunde: toepassingen

fig. 1 Titels van de schalen in de Balans 1992

Over al deze onderwerpen werd gerapporteerd op een schaal met een gemiddelde van 250 en een standaardafwijking van 50. Die getallen zijn volstrekt willekeurig gekozen. Het hadden evengoed andere kunnen zijn.

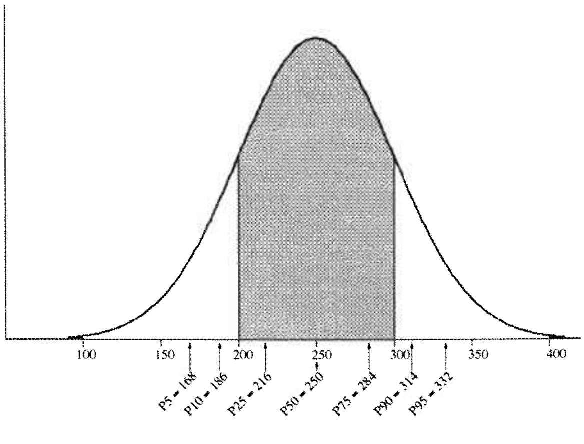

fig. 2 Schaal met normale verdeling en percentielen

De horizontale lijn is de vaardigheidslijn met een gemiddelde van 250. Tevens zijn een aantal percentielen met de erbij horende schaalwaarden aangegeven.
In een normale verdeling heeft tweederde deel van alle leerlingen een vaardigheid tussen de 200 en 300. 95% van alle leerlingen heeft een vaardigheid tussen de 150 en de 350.
Onder de schaal zijn een aantal veel gebruikte percentielwaarden aangegeven met de erbij behorende vaardigheid op de schaal van 100 tot 400. Percentiel 5 (p5) correspondeert met de vaardigheid 168 op deze schaal.

Vergelijking opbrengst rekenonderwijs 1992 - 1987

In figuur 3 wordt het verschil in vaardigheid tussen de twee peilingsjaren aangegeven als de vaardigheid in 1992 minus de vaardigheid in 1987. Is de vaardigheid in 1992 hoger dan in 1987, dan is dit verschil positief. De gemiddelde vaardigheid in 1992 is daarbij op 250 gesteld.
Langs de verticale as staan de verschillen aangegeven. Een positief verschil van 10 punten betekent dat de vaardigheid in 1987 uitgedrukt op de schaal van 1992 op 240 komt.
Langs de horizontale as staan de nummers van de schalen. In het onderwerpenoverzicht (figuur 1) is de naam van die schaal te vinden. De grafiek laat zien hoe verstandig het is geweest om het rekendomein in een groot aantal onderwerpen uiteen te leggen. Zou er met één algemeen gemiddelde gewerkt zijn, dan zouden die verschillen voor het grootste deel tegen elkaar weggevallen zijn en zou de 'onterechte' conclusie dat er niets veranderd is voor de hand liggen.

We constateren grote vooruitgang in het cluster hoofdrekenen en schattend rekenen. Duidelijke achteruitgang bij het cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en toepassingen. Opvallend is dat die achteruitgang niet plaats vindt bij het cijferend delen. In het cluster breu-

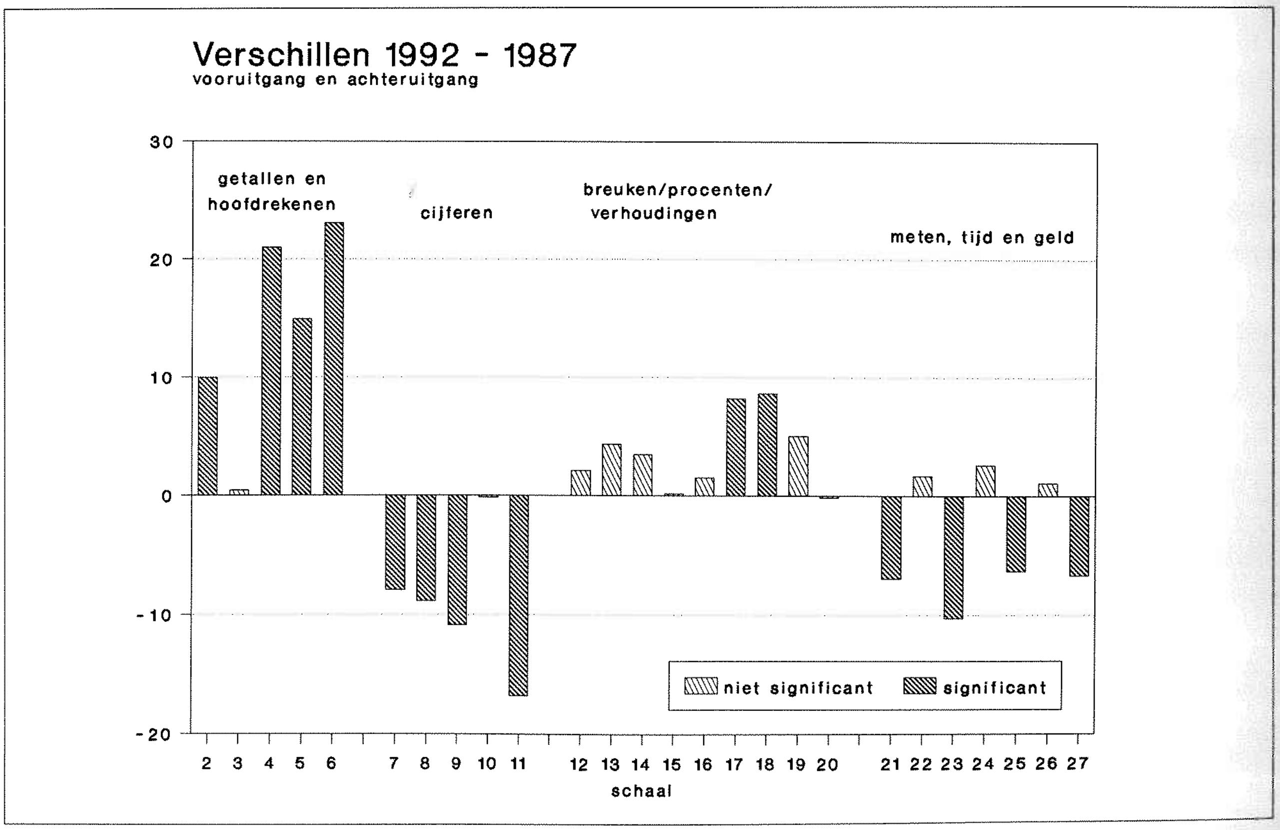

fig. 3 De opbrengst van het rekenonderwijs in 1992 vergeleken met 1987

ken/procenten/verhoudingen is meestal sprake van vooruitgang, maar die vooruitgang is geringer en slechts in twee gevallen significant (dat wil zeggen: een kans kleiner dan 1 op 20 dat het verschil aan toeval kan worden toegeschreven). Bij meten is het beeld wisselend. Zoals we hiervoor al aangaven is alleen een vergelijking van resultaten in 1987 en 1992 mogelijk voor de schalen 2 tot en met 27.

Een kanttekening bij het beoordelen van uitkomsten zoals in deze grafiek afgebeeld, betreft het gewicht dat we aan de verschillende onderdelen geven. Vanwege de vergelijkbaarheid zijn dezelfde schalen als in 1987 aangehouden (behoudens een kleine uitbreiding). Het is echter de vraag of het anno 1992 terecht is dat er voor het onderwerp cijferen vijf schalen zijn en voor het hoofdrekenen en schattend rekenen samen drie.

Soortgelijke vragen kunnen worden gesteld met betrekking tot de andere clusters. Is het terecht dat er voor meten, tijd en geld zeven schalen zijn? Met deze opmerkingen wil ik waarschuwen voor simpele redeneringen als 'Significante vooruitgang bij zes schalen en significante achteruitgang bij acht schalen. Dus per saldo achteruitgang'.

Mijn persoonlijke beoordeling (en niet alleen die van mij) van de resultaten is gunstig. Jarenlang is er gepleit voor een opwaardering van het hoofdrekenen en schattend rekenen. Het belang van die onderwerpen voor de praktijk en voor de gecijferdheid van leerlingen is evident. Welnu, de vooruitgang bij deze onderwerpen is groot. Groter dan de verwachting was.

Naast deze substantiële vooruitgang bij het hoofdrekenen en het schattend rekenen staat een lichtere achteruitgang bij het cijferen. Aan die achteruitgang til ik niet zwaar. Cijferen is een hogelijk overgewaardeerd onderdeel van het rekenen in de basisschool. Het belang voor het dagelijks leven is door de massale ingebruikneming van rekenapparatuur verminderd. De bijdrage aan getalbegrip en gecijferdheid acht ik gering.

Verheugd ben ik over de – weliswaar niet overal – significante vooruitgang in het belangrijke cluster breuken, procenten en verhoudingen. Die vooruitgang is over de hele linie waar te nemen. Aan die vooruitgang bij hoofdrekenen/schattend rekenen en breuken/procenten/verhoudingen wordt bovendien een flinke bijdrage geleverd door de moderne methoden. Reden tot vreugde.

Dat het beeld bij meten tegenvalt is te betreuren. Mogelijk speelt een reactie van afkeer op het in het verleden sterk regelgestuurde rekenen in dit gebied een rol. Die afkeer heeft mogelijk geleid tot een verwaarlozing van basiskennis en het maken van berekeningen. Doordenking van de resultaten en nader onderzoek om deze trend bij het meten om te buigen zijn gewenst. De uitdaging wordt opgepakt. De Panama najaarsconferentie 1995 zal waarschijnlijk aan dit onderwerp gewijd zijn.

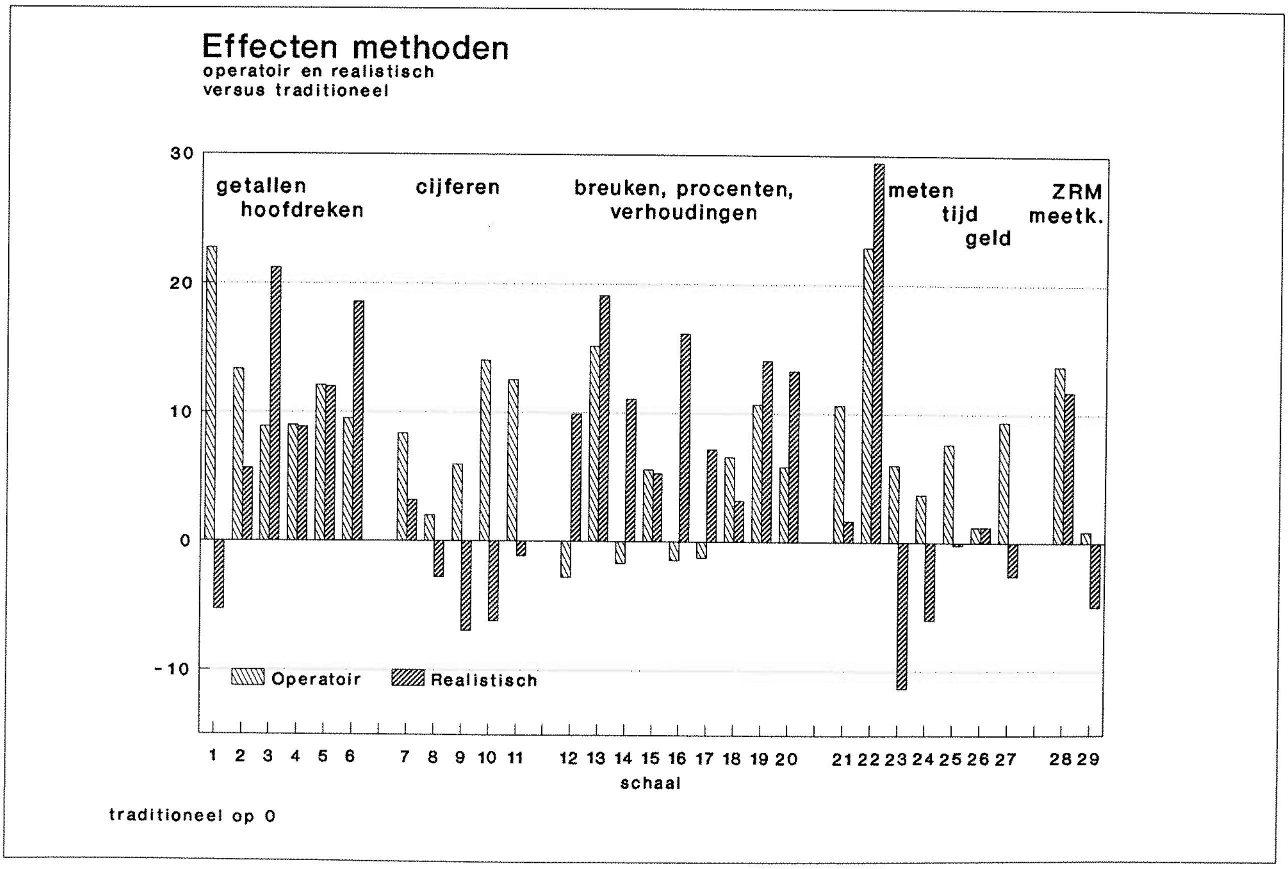

fig. 4 De moderne methoden vergeleken met de traditionele

Effecten van rekenmethodes

Bij de peiling zijn niet alleen toetsen gemaakt. Er zijn ook gegevens verzameld met betrekking tot een aantal zaken als: geslacht, leerlinggewicht, schoolgewicht, gebruikte methode. Bij de analyses werden de methoden in 1987 in drie clusters verdeeld: traditioneel, modern en een restcategorie van niet goed onder te brengen methoden met geringe aantallen gebruikers. In 1992 is die indeling iets verfijnd. Het cluster moderne methoden werd verder ingedeeld in *Operatoir rekenen* (een methode met een flink marktaandeel) en realistische methoden (*Wereld in Getallen*, *Rekenen en Wiskunde* en in mindere mate *Rekenwerk*). De categorie traditioneel werd gehandhaafd. De belangrijkste methoden in deze groep waren *Naar zelfstandig rekenen*, *Nieuw Rekenen* en *Niveaucursus Rekenen*.

In figuur 4 worden operatoir en de realistische methoden vergeleken met de traditionele methoden. Het niveau van de traditionele methode word weergegeven door de 0-lijn. Evenals in de vorige grafiek staan langs de verticale as de verschillen aangegeven. Een positief verschil van bijvoorbeeld 23 punten ten gunste van operatoir vergeleken met de traditionele methoden, betekent dat leerlingen die met operatoir hebben leren rekenen op deze schaal een vaardigheid hebben die 23 punten hoger ligt dan de vaardigheid van een leerling die heeft leren rekenen met een traditionele methode. Die verschillen kunnen niet toegeschreven worden aan andere factoren. Het zijn scoreverschillen die gezuiverd zijn voor andere factoren. Langs de horizontale as staan de nummers van de schalen.

De algemene conclusie kan zijn dat de gebruikers van moderne methoden er beter dan de gebruikers van de traditionele methoden in slagen de kerndoelen, zoals in het peilingsonderzoek vorm gegeven, te bereiken. Er zijn echter aanzienlijke verschillen tussen operatoir en het cluster realistische methoden. De realistische methoden komen vooral sterk uit het onderzoek bij de schalen 3 (basiskennis en begrip van kommagetallen), 6 (schattend rekenen), de schalen in het cluster breuken, procenten, verhoudingen en bij schaal 22 (tellen/aflezen van het aantal maateenheden).
Bij cijferen doen de realistische methoden het relatief het slechtst. Opvallend is het beeld in het cluster 'meten, tijd en geld'. Operatoir komt daar stabiel en goed uit te voorschijn terwijl de realistische methoden een wisselend beeld met negatieve uitschieters te zien geeft. Stof ter overdenking.
Als we figuur 3 ('Verschillen 1992-1987') en figuur 4 ('Effecten methoden') vergelijken dan blijkt dat de achteruitgang bij cijferen zeker niet geheel of zelfs voor het grootste deel kan worden toegeschreven aan de realistische methoden. Ook al is er in de periode 1987-1992 een forse toename geweest van het aantal gebruikers.

Schaal 6: Schattend rekenen

Om een indruk te krijgen wat leerlingen aan het einde van de basisschool presteren, is het niet voldoende te kijken naar vergelijkingen tussen methoden en verschillen tussen afnames in verschillende jaren. Er zit niets anders op dan te kijken naar de opgaven. Alleen langs die weg is een indruk te krijgen van de vaardigheid van de leerlingen. We nemen als voorbeeld de schaal schattend rekenen. Hieronder vindt u zeven opgaven uit deze schaal, geordend naar moeilijkheid.

1. Op een aantal cijfers van de volgende opgave is inkt terechtgekomen.
   Onder de opgave staan drie antwoorden. Twee van de antwoorden zijn duidelijk fout en één is goed.
   Wat is het goede antwoord?

   7■
   3■0 +
   ―――
   A 700
   B 400
   C 1090

2. Suzan rekent uit op haar rekenmachine:
   97 : 8 = 12125
   Bij het opschrijven van het antwoord vergeet ze de komma.
   Het goede antwoord is: ....

3. Welk teken moet er in het hokje staan?
   Kies uit: <, > en =
   (< betekent: is minder dan
   > betekent: is meer dan
   = betekent: is evenveel als)

   51 × 41 ☐ 2000

4. In de prijzenpot zit *f* 6327,75. Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen.
   Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen?
   Rond af op honderd gulden. *f* ....

5. Yvonne rekent uit op haar rekenmachine:
   715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091
   Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten.
   Waar moet de komma staan?
   1 3 0 9 1

6. 0,497 × 48 is ongeveer ....

7. $5\frac{1}{49} \times 7\frac{19}{20}$ is ongeveer ....

   (rond af op een heel getal)

De inktvlekkensom is de eenvoudigste opgave van deze verzameling, slechts zeer weinig leerlingen hebben een kleinere kans dan 50% om deze opgave fout te maken.

Dat is ook af te lezen in de p-waarde van deze opgave (.85 in 1992). De moeilijkste opgave is de breukenvermenigvuldiging die schattend opgelost moet worden. Slechts de beste 9 à 10% van de leerlingen hebben hier een kans groter dan 50% op een goed antwoord. De p-waarde van dit item is dan ook laag (.24). De p-waarden van deze zeven opgaven voor 1992 en 1987 zijn:

opgave	p-waarde 1992	p-waarde 1987
1	.85	.80
2	.85	.76
3	.80	.71
4	.47	.36
5	.44	.32
6	.29	.19
7	.24	.16

Van de laatste opgave zijn ook gegevens beschikbaar uit het onderzoek naar oplossingsmethoden. Een overzicht van de verschillende aanpakken:

I. richten op 5 × 8 en eventueel nog iets {36× 30g 6f}
II. richten op 5 × 7 {29× 29f}
III. andere afronding { 2× 2f}
IV. volledig uitrekenen zonder afronding {29× 1g 28f}
V. anders { 6× 6f}
VI. geen antwoord {14× 14f}

Figuur 5 brengt de moeilijkheidsgraad van de opgaven nog eens op een andere manier in beeld. Trekken we vanuit de rechthoekjes lijnen naar beneden, dan kunnen we op de vaardigheidslijn (hier van 100 tot 400 met een gemiddelde van 250) aflezen bij welke vaardigheid er een kans van 50% op een goed antwoord is (begin van het rechthoekje) en bij welke vaardigheid een kans van 80% (einde van het rechthoekje).

De beoordeling of de resultaten voldoende of goed zijn is een hachelijke onderneming. De ervaring leert dat er veelal bij ouders, leraren, deskundigen en anderen een grote overschatting is van de mogelijkheden. De vergelijkingsmogelijkheden zijn beperkt. In deze tweede peiling is een vergelijking met de vorige peiling mogelijk. Soms is een vergelijking met de resultaten in het buitenland mogelijk. Verder zit er niets anders op dan kijkend naar de opgaven te beoordelen of er reden is tot bezorgdheid of voldoening. Nodig zijn procedures voor intersubjectieve oordelen, waarbij:
– men kennis neemt van de feitelijke prestaties

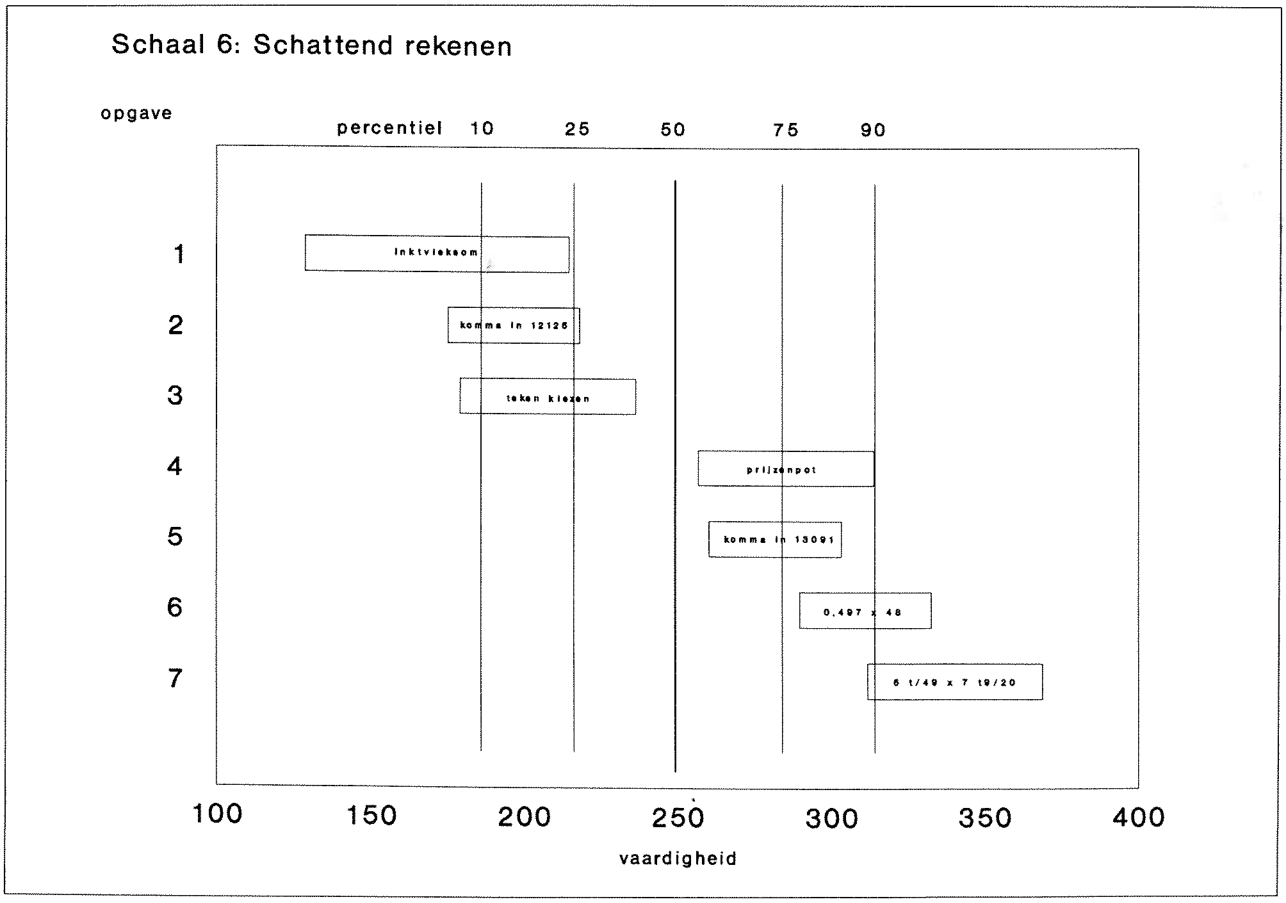

fig. 5 De opgaven over schattend rekenen geordend naar moeilijkheidsgraad

- waar mogelijk vergeleken wordt met uitkomsten elders
- men zich bewust is dat de tijd slechts eenmaal besteed kan worden
- dat algemene niveauverhoging slechts zeer beperkt mogelijk is
- dat er keuzen moeten worden gemaakt, wat is belangrijk en wat minder belangrijk.

Alleen aan zulke oordelen kan waarde gehecht worden. Er is dus nog wat te doen.

Noten

[1] Wijnstra, J.M. (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool – uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Cito, Arnhem.

[2] Artikelen van J. Bokhoven en J. Janssen over het periodiek peilingsonderzoek in het basisonderwijs zijn verschenen in het *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het rekenwiskundeonderwijs (Panama-Post)* 7(2), 7(3/4), 8(2) en 8(3), (1988-1990).

Freudenthal Symposium

In oktober 1990 overleed Hans Freudenthal. Zijn ideeën over realistisch reken-wiskundeonderwijs werken door in de hele wereld.
Het Freudenthal symposium, dat op *vrijdag 15 september 1995* in Utrecht gehouden wordt, is enerzijds een eerbetoon aan zijn werk en anderzijds de viering van het eerste lustrum van het Freudenthal instituut.
Het thema is:

De invloed van rekenen-wiskunde
op het dagelijks leven

Het middagprogramma van het symposium is interessant voor leraren uit zowel basis- als voortgezet onderwijs, voor didactici en voor andere geïnteresseerden uit de wereld van het reken-wiskundeonderwijs.
Het avondprogramma is voor een breder publiek bestemd.

Middagprogramma

14.30-15.00 uur:	ontvangst en koffie/thee
15.00-15.45 uur:	Prof. Erich Ch. Wittmann, Universiteit van Dortmund: *Fundamental ideas of elementary geometry as a basis for curriculum development.*
15.45-16.15 uur:	thee/koffie
16.15-17.00 uur:	Prof. Magdalene Lampert, Universiteit van Michigan: *Reasoning about teaching while doing teaching.*
17.00-18.00 uur:	borrel
Plaats:	'Ottone', Kromme Nieuwegracht 62, Utrecht.

Erich Wittmann is een vermaarde wiskunde-didacticus, die op het internationale vlak veel heeft samengewerkt met Freudenthal en wiens onderzoeksstijl verwantschap vertoont met het zogenoemde ontwikkelingsonderzoek van het Freudenthal instituut.
Maggie Lampert heeft de laatste tien jaar vooral een wereldfaam binnen onderwijspsychologische kringen opgebouwd via haar research op het gebied van rekenen-wiskunde in de klassepraktijk.

Avondprogramma

19.00-19.30 uur:	ontvangst en koffie/thee
19.30-20.30 uur:	Prof. John A. Paulos, Temple University: *A mathematician reads the newspaper.*
20.30-21.15 uur:	borrel
Plaats:	'Janskerk', Janskerkhof 28, Utrecht.

John Allen Paulos is bekend door zijn populair-wiskundige boeken over onder andere 'ongecijferdheid' en 'wiskunde en humor'.

Aanmelding

Voor het *middagprogramma* kunt u zich tot *26 augustus aanstaande* schriftelijk aanmelden door overmaking van *f* 15,- op giro 229952 tnv UU, Freudenthal instituut, onder vermelding van 'Freudenthal Symposium'.
Begin september doen wij u het programma alsmede een routebeschrijving toekomen.
Inschrijving geschiedt op volgorde van betaling.
Voor de avondlezing is aanmelding vooraf niet nodig.
De entreeprijs voor deze lezing bedraagt *f* 5,-, die contant aan de zaal voldaan dient te worden.
Op verzoek sturen wij u een routebeschrijving toe.

Voor meer informatie kunt u zich wenden tot:
B. Heijman, Freudenthal instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, tel: 030-611611, fax: 030-660430.
e-mail B.Heijman@fi.ruu.nl.