Even krijten 36

"Differentiëren, dat begrijp ik wel, maar wat die produktregel daarmee te maken heeft ... ?"

M. Kindt
Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

Onlangs bezocht ik in het kader van het project 'de grafische rekenmachine en de examenprogramma's HAVO en VWO' een paar wiskundelessen. Na afloop was er een evaluerende bespreking met de bovenbouwsectie. Eén van de leraren (ik noem hem hier maar W), die ik sinds geruime tijd ken als didactisch zeer gewetensvol, barstte even los (het ging over de differentiaalrekening bij wiskunde A VWO):
"Dan sloof je je uit om het allemaal heel duidelijk te maken met delta x-en en y-en, liefst eerst maar met gewoon een duizendste of zo, met plaatjes en hellingen en inzoomen en dan krijg je veel te vlug de kunstjes en de regels en ze weten absoluut niet meer wat ze aan het doen zijn" of woorden van gelijke strekking.
Dit geeft in alle beknoptheid precies de spanning weer tussen wat ik maar even de twee werelden van de differentiaalrekening noem. Enerzijds is er de 'conceptuele wereld' van gemiddelde en lokale helling, raaklijn, 'rate of change', met zijn delta's o zo klein en een intuïtief limietbegrip. Dat alles in grafisch-numerieke stijl.
Anderzijds is er de 'wereld van de algebra': de exponent die er voor moet, de afgeleide van produkt of quotiënt en de beruchte kettingregel. Over die laatste regel zei W:
"Zoals dat in het boek staat, dat ga ik niet vertellen hoor, dan vertel ik ze net zo lief langs mijn neus weg iets over van binnenuit differentiëren en dan oefenen..."
Het leek wel of ik Theo Thijssen's onderwijzer uit de *Gelukkige Klas* hoorde vertellen over zijn aanpak van de o.t.t. en de o.v.t.: de didactiek van de wanhoop.

In het idealisme van het eerste HEWET-uur hebben we geprobeerd het conflict tussen 'concept' en 'techniek' zoveel mogelijk te voorkomen via de weg der geleidelijkheid. Het pakketje *Differentiëren 1* (geschreven omstreeks 1978) kende inderdaad een aanloop van 45 bladzijden tot waar volgens velen het 'eigenlijke werk' begon, namelijk met de ontdekking dat de afgeleide van $x \rightarrow x^2$ gelijk is aan $x \rightarrow 2x$. Ik herinner me nog hoe tijdens een bijeenkomst een van de leraren met het boek zat te zwaaien en mij uit mijn tent trachtte te lokken (wat hem gelukt is) door luidkeels te verkondigen dat de eerste vijf hoofdstukken gerust konden worden overgeslagen. Andersdenkenden (zoals W) waren er toen gelukkig ook al. Onder leraren was (en is) er blijkbaar ook een spanningsveld tussen de conceptuele wereld en de algebraïsche wereld van de differentiaalrekening.

Nu komt daar dan ook nog de grafische rekenmachine bij. Waarom zou je bij wiskunde A, waarin het toch gaat om het verwerken van analytische modellen bij realistische situaties, nog die hele rimram van produktregel, kettingregel enzovoort onderwijzen als je met het machientje een helling, een maximum, een buigpunt tot in elke gewenste nauwkeurigheid kan vinden? Het antwoord is natuurlijk: omdat wiskunde A-leerlingen economie mogen studeren en daar wordt verwacht dat je 'echt' kunt differentiëren en met formules kunt manipuleren.
Dat klinkt aannemelijk, al moet je je natuurlijk afvragen of je aankomende economen in deze tijd niet eenvoudig een goed computer-algebrapakket moet geven.
Maar, hoor ik de lezer tegenwerpen, moet je dan niet over voldoende begrip en vaardigheden beschikken om zoiets met vrucht te gebruiken? Je zou zeggen van wel.
Anderzijds: ik heb vroeger op school een algoritme voor worteltrekken geleerd. Later heb ik dat ook nog onderwezen en als je het meetkundig deed, met vierkanten die je aanvulde, was het best leuk. Nu gebruikt iedereen de rekenmachine om de vierkantswortel uit 94 te trekken zonder weet te hebben van het algoritme. Zo zou het ook met differentiëren kunnen gaan.
Voorlopig houd ik het er nog even op dat aanstaande economen en biologen er baat bij hebben iets van de 'differentieer-algebra' te leren. Misschien komen ze later nog wel eens een differentiaalvergelijking tegen en die zal toch minstens gelezen moeten kunnen worden.
Waar ik wél voor pleit is om de grafisch-numerieke aanpak (met inbedding van de grafische rekenmachine) veel zwaarder te laten wegen in wiskunde A dan nu het geval is. Ik bedoel zoiets als een complete module over het concept differentiëren, met toepassingen en al, zonder de (dominerende) rol van het algebra-aspect. In een volgende module of als alles werkelijk bezonken is, kan die andere wereld altijd nog worden belicht. ❐