Grafische rekenmachines en computeralgebra in het buitenland

P. Drijvers
Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

Inleiding

In de discussie over het wiskunde B-programma speelt ook de inpassing van nieuwe technologieën een rol. Grafische rekenmachines worden steeds meer gemeengoed, terwijl de invloed van computeralgebra ook langzamerhand voelbaar begint te worden. Om een idee te geven: ik verwacht dat in Nederland rond het jaar 2000 de symbolische rekenmachine (een DERIVE-machine in zakformaat) betaalbaar is geworden voor elke leerling, terwijl de grafische rekenmachine al vóór die tijd bij de eindexamens gebruikt mag worden. Hoe zouden dergelijke examens (en curricula) er dan uit moeten zien?
Omdat deze vraag met enige spoed beantwoord moet worden, heb ik mijn oor in het buitenland te luisteren gelegd. Hier en daar is de implementatie van nieuwe technologie in het wiskundeonderwijs verder gevorderd dan bij ons en hopelijk kunnen we leren van de ervaringen elders.
Dit artikel beschrijft de resultaten van mijn inventarisatie. Het grootste deel bestaat uit examenopgaven uit landen waar de grafische rekenmachine of computeralgebra systemen bij het eindexamen (of proefwerk) toegelaten zijn. Voor elke opgave wordt nagegaan in hoeverre deze aangepast is aan de toegestane hulpmiddelen en hoe deze aanpassing nog verbeterd zou kunnen worden. Voor de toekomstige ontwikkelingen in Nederland zijn deze buitenlandse voorbeelden wellicht van waarde.
Misschien ten overvloede wordt eerst kort beschreven wat verstaan wordt onder een grafische rekenmachine en een computeralgebra pakket. Na de voorbeeldopgaven volgen enkele conclusies en wordt de Nederlandse situatie bekeken.

Grafische rekenmachine en computeralgebra systeem

Een grafische rekenmachine (of graphics calculator) heeft een groter beeldscherm dan een 'gewone' rekenmachine. Op dat beeldscherm kunnen grafieken getekend worden, die je vervolgens kunt uitvergroten, of 'volgen' om functiewaarden, snijpunten en nulpunten af te lezen. Afgeleide functies en ook oppervlaktes worden benaderd. Daarnaast is de grafische rekenmachine ook erg handig bij matrixrekening en statistische verwerking maar dat is voor het huidige wiskunde B-programma niet relevant. De meest gebruikte grafische rekenmachines in Nederland zijn de TI-81 en de TI-82 van Texas Instruments. Een uitgebreid overzicht van de mogelijkheden van een grafische rekenmachine staat in [1].
Een computeralgebra systeem is een software pakket dat meer kan dan grafieken tekenen. Denk aan letterrekenen, formules manipuleren en het uitvoeren van andere symbolisch/algebraïsche bewerkingen. Een computeralgebra pakket is een krachtiger instrument dan een grafische rekenmachine en raakt in sterkere mate de kern van het huidige wiskunde B-curriculum. Daar moet wel een prijs voor betaald worden: de bediening is gecompliceerder dan die van een grafische rekenmachine. Uitgebreidere informatie over computeralgebra staat in [2]. DERIVE, in het voortgezet onderwijs het meest verspreide pakket, is ook beschikbaar op een zogenaamde palm-top computer, zoals de 95LX en de 100LX van Hewlett-Packard. Dat zijn complete PC's met het formaat van een (forse) rekenmachine. Hoewel deze configuraties momenteel nogal prijzig zijn, geven ze wel de richting van de toekomstige ontwikkelingen aan.
Ondanks de inhoudelijke en praktische verschillen tussen grafische rekenmachines en computeralgebra systemen (zie [3]) staan ze in dit artikel toch naast elkaar. Dat komt door de gemeenschappelijke vraag die ze oproepen: wat doen we met dit 'gereedschap' in het voortgezet onderwijs?

Een kijkje over de grenzen

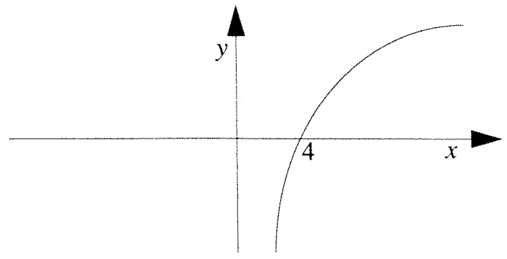
Hoe kijkt men in het buitenland tegen deze kwestie aan? In sommige landen pakt men de zaak wat voortvarender aan dan in Nederland. Het meest interessant zijn natuurlijk de ervaringen met implementatie op landelijk niveau. We maken een rondje door Europa.
In Duitsland loopt het niet zo'n vaart. Er zijn geen concrete plannen om grafische rekenmachines of computeralgebra pakketten een plaats in het onderwijs te geven.

Incidenteel wordt wel wat met DERIVE in de klas geëxperimenteerd.
In Scandinavië staat men op de drempel. Zowel in Noorwegen, Zweden als Finland hebben dit voorjaar op de gymnasia de eerste eindexamens plaatsgevonden waarbij de leerlingen een grafische rekenmachine mogen gebruiken. Machines met symbolische capaciteiten zijn niet toegelaten. In Zweden hebben overigens veel leerlingen al een grafische rekenmachine die ze, afhankelijk van het standpunt van de school, al eerder bij proefwerken konden gebruiken.
In Engeland, Schotland en Frankrijk is de grafische rekenmachine al langer tot het examen op het hoogste niveau toegelaten. In Schotland lijkt de leerling ook DERIVE te mogen gebruiken, maar de informatie daarover is niet eenduidig. In Frankrijk mag een leerling zeker een palm-top computer met DERIVE gebruiken bij het Baccalauréat: in de Franse examenregeling staan slechts de maximaal toegestane afmetingen van een calculator in cm vermeld. Men was kennelijk nog niet op de hoogte van het bestaan van zulke kleine symbolische machines.....
In Portugal, Oostenrijk, Frankrijk en Slovenië heeft de overheid het mogelijk gemaakt dat gymnasia over DERIVE beschikken. De docenten kunnen dan zelf beslissen in hoeverre dit een rol speelt bij de toetsing.
Om een indruk te geven van de manier waarop met name de grafische rekenmachine invloed heeft op eindexamens in het buitenland volgt nu een kleine selectie van examenopgaven, die meer illustratief dan representatief is. Twee vragen staan hierbij centraal:
- Is de opgave aangepast aan de mogelijkheden van de toegestane hulpmiddelen?
- Zou de opgave interessant blijven als grafische rekenmachine en/of computeralgebra systemen toegelaten zouden worden tot het examen?

De voorbeelden komen uit Engeland, Frankrijk, Oostenrijk, Noorwegen en Italië. Het wiskundeonderwijs in deze landen verschilt in allerlei opzichten van het Nederlandse. Formuleringen en notaties zijn anders, maar vooral valt op dat de wiskunde in het algemeen wat formeler is. Toepassingen spelen vrijwel geen rol. Vanwege deze verschillen zal de manier waarop de technologie in het examen elders een rol speelt niet zonder meer overdraagbaar zijn naar ons land.

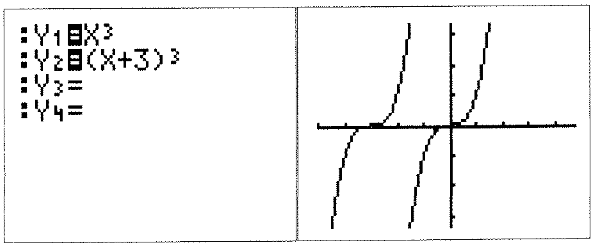
De situatie in Engeland

In Engeland is het gebruik van de grafische rekenmachine toegestaan bij het examen op het hoogste niveau, het zogenaamde A-level. Er doet zich de in onze ogen wat vreemde situatie voor dat er verschillende instanties zijn die deze examens opstellen. Een onderzoek van Taylor (zie [4]) toont aan dat de examenopstellers in verschillende mate rekening houden met de beschikbaarheid van de grafische rekenmachine. Taylor signaleert in diverse examens van 1992 nog vragen in de trant van 'teken de grafiek van de functie ....'. Flauwe vragen voor leerlingen met een grafische rekenmachine!
De volgende opgave komt uit het A-level examen *Pure mathematics with applications* van juni 1993 van SMP.



De functie f(x) is gedefinieerd voor alle waarden van x behalve x = 0 en is een oneven functie, dat wil zeggen f($-x$) = -f(x).
a. Een deel van de grafiek van f(x) is hierboven gegeven. Neem over en voltooi de schets.
b. Teken in een aparte schets de grafiek van f(x+3) en geef duidelijk aan waar de grafiek de x-as snijdt.

Bij deze opgave heeft men duidelijk rekening gehouden met de grafische rekenmachine door geen formule te geven, maar alleen de grafiek. Er valt dus niets in te typen. De leerling die een grafische rekenmachine heeft, lijkt daar dus geen voordeel van te hebben. Aardig idee, even preciezer kijken.
Bij onderdeel a. heb je aan de grafische rekenmachine inderdaad vrijwel niets. Alleen wie zo slim is om zelf een formule van een oneven functie te bedenken, kan die formule invoeren en dan bekijken wat het grafische effect is. Maar zo'n leerling maakt de grafiek vast ook zonder machine wel af. Wel vraag ik mij af of het veelvuldig gebruik van de grafische rekenmachine in het onderwijs het inzicht in de verbanden tussen grafische en algebraïsche eigenschappen versterkt heeft. Dat zou de scores op een vraag als deze ten goede moeten komen. Het zou leuk zijn als dat eens onderzocht werd.
Bij onderdeel b. is het moeilijkste punt de vraag of de grafiek naar rechts geschoven moet worden of naar links. De grafische rekenmachine kan twijfel hierover uit de weg ruimen. Zoals hieronder is afgebeeld, hoef je maar een simpele functie te kiezen en dan x door x+3 te vervangen. De grafieken geven dan uitsluitsel. Een dergelijke grafische controle kan in veel situaties zinvol zijn. Ik betwijfel of dit voorzien is door de examencommissie.



Al is de uitwerking niet perfect, het idee van de opgave is leuk: toets inzicht in transformaties vanuit de grafiek, waardoor het gebruik van de grafische rekenmachine niet zo veel voordeel biedt.

Een opgave uit Frankrijk

Zoals gezegd is de situatie in Frankrijk nogal bizar, omdat bij het Baccalauréat een grafische rekenmachine en zelfs DERIVE (mits in palm-top formaat) gebruikt mag worden zonder dat de examens daaraan zijn aangepast. Leraren en leerlingen schijnen tot mijn verbazing nauwelijks hiervan op de hoogte te zijn.
In het boek van Jacqueline Zizi (zie [5]) staat een opgave van het Baccalauréat-C Créteil-Paris-Versailles 1992. Een deel van de (lange!) tekst luidt als volgt:

> Voor elk natuurlijk getal n is een functie f_n op <-1,⟶> gedefinieerd door:
> $f_n(x) = x^n \ln(1+x)$.
> Laat de functie h_n op <-1,⟶> gedefinieerd zijn door:
>
> $h_n(x) = n \ln(1+x) + \dfrac{x}{1+x}$.
>
> Ga na dat voor alle x uit <-1,⟶> geldt dat
> $f_1'(x) = h_1(x)$
> en dat voor alle n groter dan 1 geldt dat
> $f_n'(x) = x^{n-1} h_n(x)$.

Een kapitaalkrachtige Franse examenkandidaat zou DERIVE mee kunnen nemen om het volgende te doen.

1: $F(x) := x^n \,\mathrm{LN}(1 + x)$

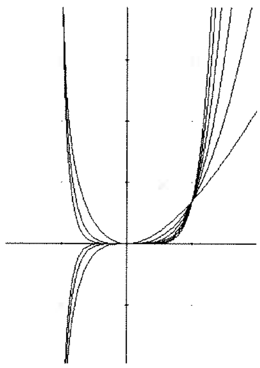
2: $H(x) := n\,\mathrm{LN}(1 + x) + \dfrac{x}{1 + x}$

3: $\dfrac{d}{dx} F(x)$

4: $\dfrac{x^{n-1} (n (x + 1) \,\mathrm{LN}(x + 1) + x)}{x + 1}$

5: $n x^{n-1} \,\mathrm{LN}(x + 1) + \dfrac{x^n}{x + 1}$

6:

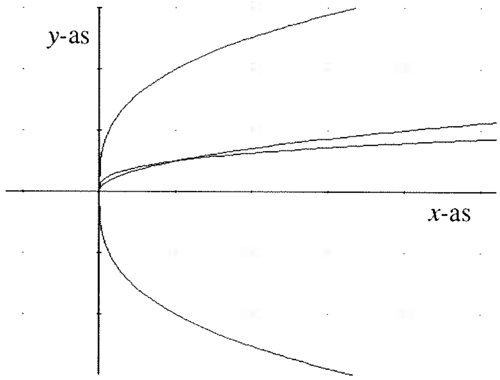


In regel 1 en 2 staan de functies. Ter oriëntatie zijn eerst in het rechtervenster de grafieken van f_n getekend voor $n = 1, 2, \ldots, 6$. Tot zover zou een grafische rekenmachine even goed functioneren. Het tweede deel van de vraag wordt opgelost door in regel 3 de afgeleide van f_n te vragen. Dat geeft regel 4, die er niet zo uitziet als de bedoeling was. (Dat is trouwens wel vaker het geval bij het gebruik van computeralgebra.) Een andere gedaante ontstaat door 'Expand' (in de Franse versie van DERIVE 'dévEloppe'), wat regel 5 geeft. Hieruit volgt eenvoudig het gevraagde.
Het correctiemodel van dit examen geeft overigens geen duidelijkheid over de beoordeling van deze oplossingsmethode .....

Met DERIVE bij de hand hoeft de leerling dus niet meer te kunnen differentiëren. Wel moet hij of zij zelf de te zetten stappen kunnen bepalen. Dat zal, ongeacht de toegelaten hulpmiddelen, voorlopig wel zo blijven.
Al met al een technische opgave, waarvan weinig overblijft voor wie met DERIVE kan omgaan. Let wel: de manier waarop DERIVE gebruikt wordt is hier in zichzelf evenmin interessant als de opgave zelf. Het leidt alleen wel tot het gevraagde. Kortom, in mijn ogen geen geslaagd voorbeeld.

Een overhoring uit Oostenrijk

In Oostenrijk kent het gymnasium geen centraal eindexamen. Alle gymnasia beschikken over DERIVE, en op een aantal scholen wordt daarmee uitgebreid geëxperimenteerd. In Hallein kregen de leerlingen (leeftijd zestien jaar) dit voorjaar een lessenserie rond grafieken waarbij DERIVE gebruikt werd. Tussentijds werden korte overhoringen afgenomen, die 'klassiek' met pen en papier beantwoord moesten worden. Het volgende item maakte deel uit van zo'n overhoring.



a. Markeer de grafieken van de volgende functies:
   [1] $y = \sqrt{x}$
   [2] $y = \sqrt[3]{x}$
   [3] $y = 4\sqrt[3]{x}$
b. Beschrijf de overgebleven vierde grafiek met een passend functievoorschrift.

In het algemeen scoorden de leerlingen goed op deze vraag. Wel bestaat de indruk dat de goede leerlingen door het gebruik van DERIVE nog beter geworden zijn, terwijl de zwakkere leerlingen minder van DERIVE lijken te profiteren. Vergroot het gebruik van technologie de verschillen? Of zou het ook remediërend kunnen werken? Ook een onderzoek waard, lijkt me. Waarschijnlijk zal het afhangen van de wijze waarop het medium ingepast wordt.
In deze opgave vormen, net als in de Engelse, de grafieken het uitgangspunt. Dat is mooi, maar met een grafische rekenmachine bij de hand blijft er van de opgave natuurlijk niets meer over dan intypen en naar de plaatjes kijken.

Anticiperen in Noorwegen

In Noorwegen wordt op het gymnasium elk leerjaar met een examen afgesloten. De onderstaande opgave maakte in 1993 deel uit van het examen aan het einde van het eerste jaar gymnasium (leeftijd zestien jaar). Het was het laatste examen zonder grafische rekenmachine, en in deze opgave wordt al wat op de zaken vooruit gelopen: onderdeel e. zou ook de komende jaren een geschikte opgave zijn. Overigens wordt ook in Nederlandse examens al geanticipeerd op de komst van de grafische rekenmachine: steeds vaker zijn de laatste jaren de grafieken al gegeven en gaat het om het nader onderzoek daarvan. Maar dat terzijde.

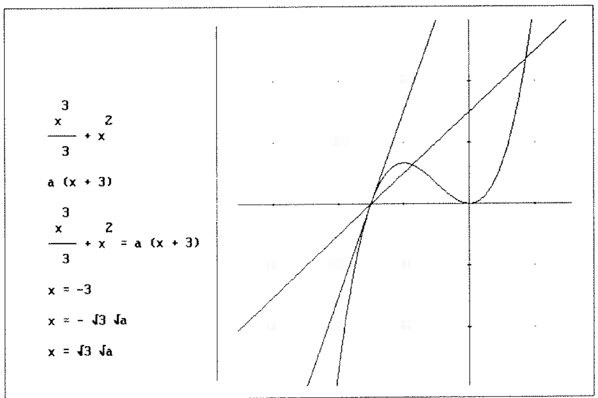
Een functie F is gegeven door $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$, $D_F = \mathbb{R}$

a. Vindt $F'(x)$. Bepaal de coördinaten van top en buigpunten van F.
b. Teken de grafiek van F.
c. Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek in het punt (-3, F(-3)).

Functie G is gegeven door $G(x) = a(x+3)$, $D_G = \mathbb{R}$ waarbij a een reëel getal is.

d. Toon aan dat de grafiek van G door het punt (-3,0) gaat voor alle waarden van a.
e. Bereken het aantal oplossingen van de vergelijking $F(x) = G(x)$ voor elke waarde van a.

Onderdeel b. is natuurlijk zinloos als de leerlingen een grafische rekenmachine gebruiken. Voor de standaardvragen a. en c. geldt hetzelfde ten aanzien van de beschikbaarheid van een computeralgebra pakket. Onderdeel d. is gewoon erg eenvoudig. De opgave draait om het laatste onderdeel. Het aardige hieraan is dat er ondanks alle hulpmiddelen nog denkwerk overblijft. Hieronder staat wat DERIVE te bieden heeft.



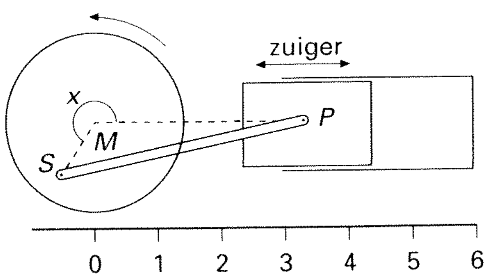
Het algebraïsch oplossen van de vergelijking geeft drie punten. Wat de leerling zichzelf nog moet afvragen is of deze echt verschillend zijn. Uit de grafieken en de formules blijkt dat er maar één snijpunt is als a negatief is. Als $a = 0$, dan vallen de oplossingen van de regels 5 en 6 samen. Grafisch betekent dit dat de x-as de grafiek van F raakt. Er zijn dan dus twee snijpunten. Als a groter dan 0 wordt, 'verandert het raakpunt in twee snijpunten'. In totaal dus drie snijpunten, zoals ook blijkt uit het plaatje. Dat blijft zo tot het moment dat de lijn de grafiek van F in (-3,0) raakt. Algebraïsch komt dat neer op de situatie dat $-3 = -\sqrt{3}\sqrt{a}$, dus dat $a = \sqrt{3}$. Dat geeft weer twee snijpunten, voor $x = 3$ en $x = -3$. Verdere stijging van a betekent het verder doordraaien van de lijn, en dan ontstaan er weer drie snijpunten, met (-3,0) nu als middelste. Deze gedachtengang heb ik vrij uitgebreid opgeschreven, omdat het hier gaat om vaardigheden die in de toekomst relevant zullen blijven. Het schakelen tussen grafische en algebraïsche eigenschappen bijvoorbeeld, en het interpreteren en nader onderzoeken van uitvoer.
De kern van de opgave blijft dus ook interessant als er technologie in het spel is. Wel is het zo dat het routinedeel van deze opgave overbodig wordt. Dat is jammer voor die leerlingen die juist daarop de punten bij elkaar sprokkelen.

Beweging in Italië

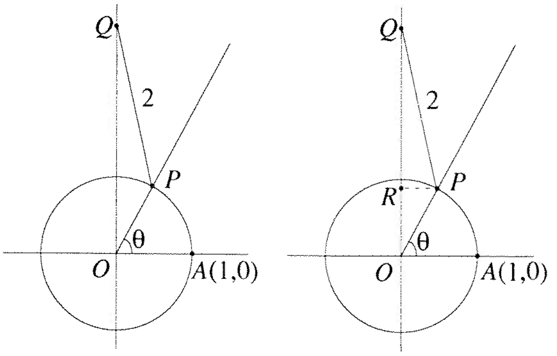
De laatste voorbeeldopgave maakte deel uit van het eindexamen Liceo Scientifico in 1993. Gebruik van de grafische rekenmachine is in Italië niet toegestaan. Toch vormt de opgave een voorbeeld van een soort vragen dat ook mét een grafische rekenmachine bij de hand zinvol blijft, omdat de voornaamste vaardigheid bestaat uit het opstellen van de te onderzoeken functie uit een (in dit geval wiskundige) context.

Teken in een orthogonaal assenstelsel de eenheidscirkel γ. Laat A het punt (1,0) zijn, laat θ de hoek zijn die een halve rechte die vanuit de oorsprong komt maakt met de positieve halve x-as, en laat P het snijpunt van die halve lijn zijn met γ ($\angle POA=\theta$). Bepaal, in termen van θ, de coördinaten van het punt Q van de positieve y-as zo dat $PQ = 2$. Beschrijf – door alleen de eerste afgeleide te gebruiken – de functie $y = f(\theta)$ die zo bepaald is. Als P over de cirkel draait met een constante hoeksnelheid, welke karakteristieken heeft dan de beweging van Q? Waar is P op de momenten dat Q snelheid 0 heeft?

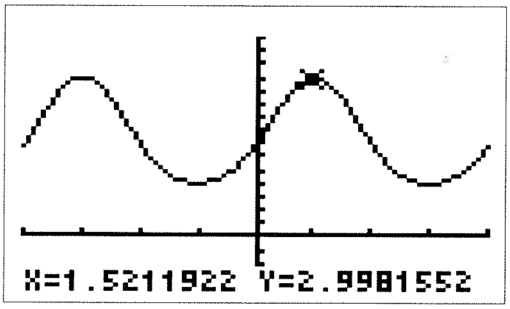
Een vergelijkbare opgave, maar dan veel dynamischer geformuleerd, staat in een Nederlandse examenbundel (zie [6]). De illustratie spreekt voor zich.



Iets dergelijks ontbrak dus in Italië. De leerling moet zelf de situatie in een plaatje weergeven:



Daarbij helpen grafische rekenmachine noch computeralgebra. Als de situatie eenmaal helder is, zijn de vragen eigenlijk flauw: je ziet meteen dat Q het hoogste komt als P in de hoogste stand zit, en analoog voor de minimale y-coördinaat van Q. Gelet op de tip over de eerste afgeleide is dat inzicht kennelijk niet voldoende. Er moet gedifferentieerd worden, dus moet een functievoorschrift opgesteld worden. Daarbij dienen de technologische hulpmiddelen evenmin ergens toe. Je moet echt zelf op het idee komen om de loodlijn vanuit P op de y-as te trekken. Vervolgens moet je zelf beredeneren dat dus
$f(\theta) = \sin\theta + \sqrt{(4 - \cos^2\theta)}$.
Nu het functievoorschrift is opgesteld kan de grafische rekenmachine wel weer ter controle gebruikt worden, zoals hieronder gebeurt. De grafiek geeft een beeld dat klopt met de verwachtingen, en ook de maximale hoogte van Q stemt tevreden. Met DERIVE zouden nu, net als in de Franse opgave, weer de nulpunten van de afgeleide bepaald kunnen worden.



Aardig aspect aan deze opgave is het vertalen van de beweging in een functievoorschriftprobleem. Bij het mathematiseren spelen grafische rekenmachine en computeralgebra geen rol. Als het probleem echt duidelijk is, is de oplossing eigenlijk flauw. Het differentiëren van de functie is eigenlijk wat overdreven en dat maakt de opgave minder mooi.

Conclusies

Welke lering valt er nu uit het bovenstaande te trekken? Allereerst maken de verschillen tussen het wiskundeonderwijs in het buitenland en het Nederlandse het moeilijk om profijt te hebben van ervaringen elders.
De toenemende mate waarin in het buitenland grafische rekenmachines en computeralgebra in het wiskundeonderwijs gebruikt worden, geeft wel aan dat het om een ontwikkeling gaat die doorzet.
De implementatie van grafische rekenmachines is verder gevorderd dan die van computeralgebra pakketten. Niet overal weten de samenstellers van eindexamens goed raad met de nieuwe situatie. Toch zijn er wel wat trends en ideeën uit de voorbeelden te destilleren. Een lijstje:

- Grafieken worden niet meer gevraagd. Waar nodig worden ze al gegeven om te zorgen dat leerlingen die geen machine hebben niet benadeeld worden. Immers, 'toegelaten' betekent niet verplicht!
- Zelfs bij 'algebraïsche' opgaven bestaat vaak de mogelijkheid om antwoorden met een grafische rekenmachine te controleren. Hierop moet men bij het opstellen van een examen alert zijn.
- Het ligt voor de hand om grafieken als uitgangspunt te nemen bij de vraagstelling. Het globaal kijken naar grafieken wordt belangrijker.
- Er zijn allerlei typen vragen te stellen waarbij leerlingen geen voordeel hebben van grafische rekenmachine of computeralgebra pakket. Denk aan:
  - het opstellen van een functievoorschrift uit een context, het mathematiseren
  - het terugvertalen van resultaten naar een context
  - het vertalen van eigenschappen van een grafiek in algebraïsche eigenschappen.

  Als alleen de grafische rekenmachine toegelaten is:
  - vragen over functievoorschriften die parameters bevatten
  - vragen die algebraïsche manipulaties vereisen
  - vragen naar exacte antwoorden.
- Het bepalen van een oplossingsstrategie blijft een taak voor de leerling, evenals het interpreteren en terugvertalen van de uitvoer van de machine.
- Routine-onderdelen lijken uit de examenopgaven te verdwijnen, omdat die meestal eenvoudig aan de machine uit te besteden zijn. Dat betekent dat het examen moeilijker dreigt te worden, en trouwens ook het wiskundeonderwijs in het algemeen.

En nu in Nederland?

En wat gebeurt er op dit gebied in Nederland? Eerst maar even een opsomming van de belangrijkste activiteiten van de laatste tijd.
Bij het Freudenthal instituut is in de jaren '90-'92 het project *Computeralgebra in de bovenbouw V.O.* uitgevoerd, dat voornamelijk gericht was op het ontwikkelen van lesmateriaal en het uitvoeren van experimenten op scholen.
Momenteel loopt eveneens op het Freudenthal instituut het project *De grafische rekenmachine in het wiskundeonderwijs*. Het eindrapport van dit onderzoek verschijnt deze zomer. Een goede indruk van de schoolexperimen-

ten die in dit kader hebben plaatsgevonden geeft het artikel *James Bond, de wet van Snellius en wiskunde B* van M. Kindt (zie [7]).
Dit laatste project krijgt waarschijnlijk een vervolg in de vorm van een examenexperiment: de leerlingen van enkele VWO- en HAVO-klassen (zowel wiskunde A als B) zullen uitgerust worden met grafische rekenmachines die ze ook bij het examen mogen gebruiken. Dit vervolg vormt één van de aanleidingen voor mijn voorspelling aan het begin van dit artikel.
Op de lerarenopleidingen begint de grafische rekenmachine zich ook een plaats te verwerven. Op Hogeschool Gelderland, Hogeschool Katholieke Leergangen Tilburg en Hogeschool Midden Nederland (alleen eerste graad deeltijd) wordt er met ingang van het komende schooljaar vanuit gegaan dat eerstejaars studenten over zo'n machine beschikken, zowel in de les als bij tentamens.
In december '93 is de werkgroep Computer Algebra Voortgezet Onderwijs opgericht. CAVO bestaat uit wiskundeleraren die met steun van Computer Algebra Nederland lesmateriaal bij DERIVE ontwikkelen en uittesten. Dit moet leiden tot praktijkervaringen, lesmateriaal en, op langere termijn, tot het ontwikkelen van een didactiek voor het gebruik van computeralgebra in de klas. Overigens zal de vakantiecursus van het CWI deze zomer ook over computeralgebra gaan.

Lopen we in Nederland achter op de internationale ontwikkelingen? In praktisch opzicht in zekere zin wel. Maar ook in de landen waar de implementatie al verder gevorderd is, heeft men nog niet altijd een adequate houding ontwikkeld ten opzichte van de technologie. De manier waarop in Nederland binnen de context van het realistisch wiskundeonderwijs geëxperimenteerd wordt met de grafische rekenmachine en computeralgebra, mag zich in een grote internationale belangstelling verheugen. In dat opzicht lijken we hier niet achter te lopen.
Welke invloed grafische rekenmachines en computeralgebra daadwerkelijk op het nieuwe wiskunde B-programma zullen hebben, zal de tijd leren. In elk geval zijn het naar mijn idee factoren waarmee het wiskundeonderwijs van de toekomst terdege rekening moet houden. Gezien het tempo van de technische ontwikkelingen is enige haast geboden met de discussie.

Noten

[1] D. De Bock, M. Cleve, 1993. De grafische rekenmachine in de wiskundeles. *Uitwiskeling* 9 (4), 15-50.
[2] P. Drijvers (1991). Computeralgebra en wiskundeonderwijs. *Nieuwe Wiskrant 10* (4), 23-26.
[3] P. Drijvers (1994). Graphics calculators and computer algebra systems. Differences & similarities. *The International DERIVE Journal 1*(1). In press.
[4] M. Taylor (1993). *The use of advanced calculators in A-level mathematics examinations.* The Associated Examining Board, Guilford.
[5] Zizi, J. (1993) Derive, Maple et Mathematica. In: *Mathématiques, Informatique et Enseignement Livre I.* Editions du Choix/Editions Archimède, Argenteuil.
[6] Maassen, J.W. en H.N. Schuring (red.) (1991). *Opgaven wiskunde B havo.* Wolters-Noordhoff, Groningen.
[7] Kindt, M. (1993). James Bond, de wet van Snellius en wiskunde B. *Nieuwe Wiskrant 13*(1), 45-50.