

Wiskunde B – wat is het probleem?

J. van de Craats

Koninklijke Militaire Academie, Breda

Er schijnt iets mis te zijn met wiskunde B op het vwo: de minister heeft een studietoets ingesteld om de problemen te inventariseren. Die is inmiddels aan de slag gegaan. Veel deskundigen zijn al geraadpleegd; iedereen kan aan de discussie deelnemen.

Ook dit stuk is een bijdrage aan het in kaart brengen van de problemen. Hoewel, ligt het probleem eigenlijk wel bij wiskunde B zelf, of is er meer aan de hand?

Zegeningen

Tellen we eerst onze zegeningen. Is het echt zo slecht gesteld met wiskunde B? Zijn onze belangrijkste afnemers, de technische, economische en natuurwetenschappelijke faculteiten van de universiteiten, ontevreden over de wiskundige vaardigheden die studenten met wiskunde B bezitten? Natuurlijk, er zijn verhalen over studenten die absurde fouten maken en onzinnige redeneringen opschrijven. Maar dat is een klacht die van alle tijden is.

Misschien is het thans erger dan vroeger, maar zoiets is moeilijk hard te maken. Altijd hebben docenten geklaagd over het belabberde peil van hun studenten, en altijd hebben zij gezegd dat het vroeger, toen zij zelf studeerden, veel beter was.

Intussen is de algemene indruk toch dat het programma van wiskunde B bij de afnemers weinig reden tot klagen geeft. Er wordt met name positief geoordeeld over het werken met functies en de differentiaal- en integraalrekening. De klachten die er zijn gaan niet zozeer over het programma, als wel over de beheersing ervan, en dat is iets wat natuurlijk altijd verbeterd kan worden.

Opmerkelijk is wel dat de 'toepassers' blijkbaar over het programma tevreden zijn, ondanks het feit dat er bij vwo B nauwelijks met 'toegepaste contexten' wordt gewerkt. Onze 'abstracte' behandeling staat succesvolle toepassingen later blijkbaar niet in de weg. Degenen die pleiten voor meer toepassingsgerichte, wiskunde A-achtige elementen in de wiskunde B (en dat is tegenwoordig nogal in de mode) zouden zich dat wel eens mogen realiseren. In elk geval mogen we de positieve aspecten van de huidige situatie bij alle hervormingsvoorstellen niet uit het

oog verliezen: over het programma van wiskunde B moeten de belangrijkste afnemers in grote lijnen tevreden blijven.

Kritiek

Toch is men zeker niet over de gehele linie tevreden: bij veel natuurwetenschappelijke en technische faculteiten kan men de klacht vernemen dat de studenten tegenwoordig alleen nog maar bedreven zijn in een routinematige aanpak van wiskundige vraagstukken. Ze missen inzicht in de exacte wijze van redeneren, hebben een kritiekloze attitude en vragen alleen maar naar het hoe en nooit naar het waarom.

Dit sluit ook aan bij de kritiek die er is van de kant van de wiskundefaculteiten. Wiskunde B zou niet representatief zijn voor de 'echte wiskunde'; het is ontaard in routinematig stampwerk, het is niet inspirerend, niet uitdagend, het laat niets zien van moderne ontwikkelingen in ons dynamische vakgebied. Dat is kritiek waar best iets inzit. Maar voordat ik daarop in ga, eerst een anekdote. Waar gebeurd.

Kort geleden werd een bevriende wiskundige met goede contacten in het middelbaar onderwijs, laten wij hem Joost noemen, opgebeld door de rector van een avondscholengemeenschap. Of hij een paar uur in de week kon overnemen, want de leraar van de eindexamenklas vwo B was langdurig ziek geworden. Joost voelde er weinig voor, want hij had het al druk genoeg. Toen kwam de sectieleidster erbij met verhevigde smeekbeden. Ze waren echt radeloos, want, en nu komt het, *binnen de hele wiskundesectie was er geen leraar te vinden die zó maar de vwo B eindexamensommen kon maken!* Ze hadden daarin geen ervaring, en het zou ze enorm veel tijd en moeite kosten om zich daar op voor te bereiden.

Joost liet zich vermurwen, waarop de sectieleidster hem in verlegenheid bracht door hem op de man af te vragen of hij dacht dat hij die sommen wél zou kunnen. Omdat hij begreep dat een al te volmondig ja na wat hem net verteld was, gemakkelijk arrogant zou klinken, kleepte hij zijn antwoord in diplomatiekere termen in. Het resultaat

was in elk geval dat er aan de andere kant van de lijn opgelucht werd ademgehaald.

Verbijstering

Ik weet niet hoe representatief het bovenstaande is voor de huidige situatie in het onderwijs, maar het feit alleen al dat zoiets kan gebeuren, vervult collega's op de universiteiten die ik het vertel met ongeloof en verbijstering. In hun optiek is een wiskundeleraar nog steeds iemand wiens niveau vergelijkbaar is met op zijn minst een gevorderde doctoraalstudent, en ze kunnen zich niet indenken dat een eerste- of tweedegraadsleraar moeite zou hebben met eindexamensommen op VWO B niveau. Het is immers nog niet zo lang geleden dat het universitaire MO A examen inhoudelijk nog vrijwel gelijk was aan het kandidaatsexamen (weet iemand nog wat dat was?), en dat MO B halverwege kandidaats en doctoraal zat.

De tijden zijn echter veranderd: er komen haast geen wiskundeleraars meer van de universiteiten. De jonge leraren komen bijna allemaal van de nieuwe lerarenopleidingen en, hoe 'professioneel' die ook zijn opgezet, aan wiskunde die verder gaat dan de universitaire propaedeuse komt men daar niet toe. Zeker geldt dit voor de tweede-graadsopleiding, maar ook de eerstegraadsopleiding (een driejarige deeltijdopleiding in de avonduren) bereikt vakinhoudelijk niet een peil dat met universitair onderwijs op doctoraalniveau vergelijkbaar is. Dit alleen al omdat minstens de helft van die studenten geen VWO-diploma bezit. Als regel hebben zij dus niet de aanleg en de belangstelling voor het vak die een succesvolle universitaire wiskundestudent heeft.

Het gevolg is dat men op de lerarenopleidingen noodgedwongen op een veel lager abstractieniveau werkt, en dat de studenten daar met de wiskunde als wetenschap nauwelijks in aanraking komen.

Dat hoeft een goed leraarschap niet in de weg te staan zolang het onderwijs slechts gebaande wegen bewandelt, maar wanneer het aankomt op het inspireren en stimuleren van wiskundig begaafde leerlingen, het laten zien van 'wiskunde in beweging', het illustreren in de klas van bijvoorbeeld chaostheorie, cryptologie, de stelling van Fermat, of het reageren op nieuwe ontwikkelingen zoals de grafische rekenmachine en computeralgebra, dan komt daar bitter weinig van terecht. Dit zouden critici in gedachten moeten houden die pleiten voor een minder routineus, meer inspirerend en stimulerend leraarschap: een aanzienlijk deel van de huidige lerarenpopulatie mist daarvoor de vakinhoudelijke achtergrond.

Voor de goede orde: het bovenstaande is geen kritiek op de collega's die lesgeven aan de nieuwe lerarenopleidingen. Ik weet dat velen van hen zeer gemotiveerd en geïnspireerd onderwijs geven. Maar hun studenten schieten in meerderheid in wiskundige aanleg en belangstelling tekort.

Geen tijd

Er zijn natuurlijk nog steeds een heleboel leraren op wie dit alles niet van toepassing is. Zij lezen de Nieuwe Wiskrant, zijn lid van het Wiskundig Genootschap, houden hun vak bij, gaan naar symposia en pikken overal nieuwe ideeën op die ze in de klas kunnen gebruiken.

Of hoor ik hen ook al klagen dat zij door het overladen programma voor dat soort dingen geen tijd hebben? Want dat is een andere veel gehoorde klacht over VWO B: geen tijd. Het programma schijnt zo barstens vol te zitten, dat er voor extra stof geen ruimte is. Ik werd daar een paar jaar geleden op pijnlijke wijze mee geconfronteerd toen ik een lezing hield voor een groot gezelschap wiskundeleraars. Echt een dwarsdoorsnede uit de populatie, want het was een studiedag van een grote organisatie van middelbare scholen waar elke wiskundeleraar *acte de présence* moest geven. Ik had een potpourri samengesteld van leuke dingen die je met een PC kunt doen en die dicht tegen de middelbare schoolstof aanlagen: gonioformules om vlinders te tekenen, een chaos-haas en nog zo wat Pythagoras-achtige zaken. Men luisterde beleefd, maar ik had niet de indruk dat het aansloeg. Achteraf hoor je dan dat men algemeen vindt dat men aan het gewone programma de handen al meer dan vol heeft, en dat men bepaald niet zit te springen om nog wat extra's. Maar daarnaast was er ook een algemeen gebrek aan belangstelling bij dit gehoor voor zaken die buiten het curriculum vallen.

Uit alles blijkt dat de vakinhoudelijke component van de nieuwe lerarenopleidingen dermate pover is dat veel van die leraren in de eindexamenklassen op hun tenen lopen en de examentraining ervaren als een race tegen de klok. Naar mijn gevoel zit daar de kern van het probleem, en niet in de inhoud van het VWO B-programma. Leraren die ver boven de stof staan, die enthousiast hun vak bijhouden, die voor elke opgave tien verschillende manieren van aanpak kennen, kunnen met dit programma best uit de voeten, zoals ze met ieder redelijk programma uit de voeten kunnen.

Het echte probleem is dat die goede leraren een kleine minderheid zijn gaan vormen, en dat die minderheid elke dag verder slinkt. De belangrijkste bron, de universitaire lerarenopleiding, is namelijk vrijwel opgedroogd.

Tweede fase

Waarom komen er haast geen leraren meer van de universiteiten? Dat is een vraag waar ook de wiskundefaculteiten in het land zich eens ernstig op zouden moeten beraden, want zij zijn misschien toch wel de eerstverantwoordelijken voor deze situatie.

Zij hebben de ontwikkelingen zien gebeuren, zij hebben niet ingegrepen toen het fout ging, en pas nu, nu hun ei-

gen studentenaantallen dramatisch teruglopen, trekken ze aan de bel. Maar hoe heeft het zo ver kunnen komen?

Vroeger was het leraarschap het 'normale' beroepsperspectief voor de wiskundestudent, in ieder geval aan de niet-technische universiteiten. Tegelijk met je kandidaats haalde je je MO A, en een doctoraaldiploma zonder lesbevoegdheid kwam haast niet voor. Sommigen haakten halverwege de rit af met een MO B diploma omdat ze al les waren gaan geven, maar dan hadden ze er inmiddels toch meestal wel een wiskundestudie van een jaar of vijf opzitten.

Met de tweefasenstructuur is daar abrupt een einde aan gekomen. De voorbereiding op het leraarschap kwam in de tweede fase terecht. De faculteiten kon dat weinig schelen, want zij vonden dat ze de vierjarige eerste fase volledig nodig hadden om hun studenten naar de frontlinie van de wetenschap te begeleiden. Maar de universitaire lerarenopleiders, die aanvankelijk blij waren dat ze nu een eigen *toko* hadden verworven, constateerden tot hun ontsteltenis dat de klanten wegbleven. Verwonderlijk is dat niet: het leraarschap had inmiddels veel aanzien verloren, de industrie lokte, en het vooruitzicht om na het doctoraal een jaar lang een stortvloed van pedagogie en psychologie over je heen te krijgen, sprak weinig wiskundestudenten echt aan.

We kennen de gevolgen: de jaarlijkse *output* van de universitaire lerarenopleidingen kon men tot voor kort op de vingers van twee handen tellen; pas het laatste jaar is er, onder invloed van de groeiende werkloosheid onder academici, iets meer belangstelling ontstaan. Tegelijkertijd leveren de nieuwe lerarenopleidingen jaarlijks honderden nieuwe tweede- en eerstegraadsleraren af. De jonge wiskundeleraar van thans heeft als regel bij een nieuwe lerarenopleiding een tweedegraadsbevoegdheid gehaald, is via een deeltijdbaan leraar geworden, breidt zijn uren-aantal gestadig uit en volgt intussen in de avonduren de cursus voor de eerstegraadsbevoegdheid. En de weinige abiturienten van de universitaire lerarenopleiding komen niet aan de bak omdat vrijwel alle plaatsen op de scholen reeds bezet zijn door goedkope doorstromende tweedegraders.

Daarmee is ook de kloof tussen de universitaire wiskunde en de wiskunde van het VWO vrijwel onoverbrugbaar geworden.

Wat te doen?

Goed wiskundeonderwijs vereist dat er op elke school enige universitair geschoolde wiskundeleraren aanwezig zijn. Het is daarom zonder meer noodzakelijk de barrières te slechten die het behalen van een lesbevoegdheid aan de universiteit thans bemoeilijken. Erkend moet worden dat het een kardinale fout is geweest om de lerarenopleiding in de tweede fase te plaatsen. De filosofie achter de vierjarige doctoraalstudie was destijds dat de eerste fase van vier jaar voor de doorsneestudent voldoende moest zijn bij zijn latere beroepsuitoefening. Dat je aan vier jaar studie voor het uitoefenen van een beroep als wiskundige in het bedrijfsleven of bij de overheid genoeg zou hebben, maar voor het leraarschap niet, is een waandenkbeeld dat door niets wordt gerechtvaardigd. Natuurlijk zouden de universiteiten in de eerste fase extra ruimte moeten scheppen voor de voorbereiding op het leraarschap: studenten die een lesbevoegdheid willen halen, zouden een deel van hun vierde jaar moeten besteden aan vakdidactische voorbereidingen op het leraarschap zoals hospiteren op school, het geven van proeflessen, het vergelijken van leermethoden en het bestuderen van achtergronden van de schoolwiskunde. Maar algemene psychologie en pedagogie horen niet verplicht te zijn, net zo min als bedrijfskunde en economie verplicht horen te zijn voor degenen die later het bedrijfsleven in willen. Verder zou men moeten onderzoeken in hoeverre het mogelijk is dat wiskundestudenten reeds in een eerder stadium van hun studie een tweedegraadsbevoegdheid verwerven.

De wiskunde B-commissie zal ongetwijfeld met verstandige voorstellen komen; hopelijk zijn ze niet al bij voorbaat achterhaald door de nieuwe ontwikkelingen rond de doorstroomprofielen. Maar veel belangrijker lijkt het me om hard aan het werk te gaan om de kloof tussen het VWO en de universiteit, tussen schoolwiskunde en de wiskunde als wetenschap te dichten. Dat kan alleen als er weer meer universitair geschoolde leraren komen.

Prof. dr. J. van de Craats is hoogleraar in de wiskunde aan de Koninklijke Militaire Academie in Breda en voorzitter van de Vaksectie Wiskunde HAVO/VWO van de CEVO, de Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven schriftelijke examens VBO/MAVO/HAVO/VWO.

A-lympiade – de voorronde op school

De voorronde van de wiskunde A-lympiade mag zich in een sterk groeiende belangstelling verheugen.

Op 10 december jl. hebben bijna duizend leerlingen in 280 teams, afkomstig van meer dan negentig scholen meegedaan aan de voorronde 1993-1994.

Op de prijsuitreiking van de finale op 16 april jl. is een boekje verschenen met de titel *De voorronde op school*.

Daarin staan tips voor het op school organiseren van een integrale voorronde, alsmede de voorronde-opgaven van de laatste vier jaren. Dit boekje is te bestellen door f 3,50 over te maken op giro 229952 van het Freudenthal instituut te Utrecht onder vermelding van uw naam en adres en *De voorronde op school*. Het boekje wordt u dan zo spoedig mogelijk toegezonden.