

'Wiskunde en didactiek', Worstelen en Doorgaan

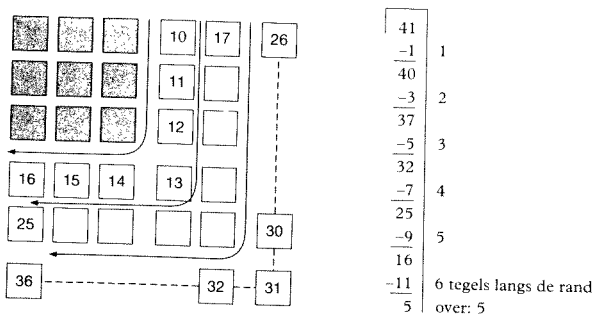
Naar aanleiding van een boek van Fred Goffree

H. Krabbendam¹

Hogeschool Katholieke Leergangen, Tilburg

Het worteltrekken

Op een nascholingsmiddag over het nieuwe leerplan W12-16 voerde ik op twee manieren het worteltrek algoritme op, eerst op de mechanistische wijze en daarna op de realistische manier met concrete onderbouwing. Dat worteltrek algoritme had ik wel op de lagere school geleerd, op een mechanistische manier, maar ik was de truc later kwijt geraakt en kon het niet meer reconstrueren. Ik weet nog, het was iets met: 'verdubbelen' en 'punt keer punt'. Zo'n twintig jaar later kwam ik het op een conferentie weer tegen, dit keer op een realistische manier in de context van een tegelzetter die uit een gegeven aantal tegels vierkante tafels moet maken. De visualisering door middel van bierviltjes, de natuurlijke verkorting van de handeling en de abstractie daaruit waren voor mij indrukwekkend.



$$\begin{array}{r} 10 \\ \textcircled{10} \quad \overline{) 10} \\ \underline{-1} \\ 9 \\ \textcircled{20} \quad \overline{) 9} \\ \underline{-3} \\ 6 \\ \textcircled{30} \quad \overline{) 6} \\ \underline{-5} \\ 1 \quad 00 \\ \textcircled{1} \quad \overline{) 1} \\ \underline{-1} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{dus: 31 bij 31} \\ \text{over: 39} \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ \textcircled{10} \quad \overline{) 1} \\ \underline{-1} \\ 0 \quad 21 \\ \textcircled{1} \quad \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{dus: 11 bij 11} \\ \text{over: 0} \end{array}$$

strueerbaar blijft, maar ook als lichtend voorbeeld zal werken voor de didactische invalshoek die in W12-16 bij voorkeur zal moeten worden gekozen.

Het rekenniveau

Op dezelfde cursusmiddag over het rekenen in de basisschool merkte een deelnemer op dat het, tegen zijn verwachting in, dus wel meeviel met het rekenniveau van de leerlingen in de brugklas. Je kunt er natuurlijk goed depressief van worden als je voortdurend denkt dat onze leerlingen steeds slechter kunnen rekenen. Volgens recente onderzoeken is dat gelukkig ook niet zo.

In Tilburg is bijvoorbeeld onlangs door enkele studenten een onderzoek herhaald dat in 1952 – 1955 in Brabant bij circa 6000 leerlingen aan het eind van de lagere school werd afgenomen. Nu, bij circa 600 leerlingen, waren de resultaten over het algemeen beter. En op het onderdeel 'rekenen-inzicht' zelfs aanzienlijk beter.

Ook het PPON-onderzoek laat zien dat er een redelijk rekenniveau is en dat er vele reken/wiskundevaardigheden zijn die leerlingen wel beheersen. Dat wil niet zeggen dat het allemaal goed is, maar wel dat we ons wat minder zorgen hoeven te maken dan we doorgaans doen.

Achter die positieve waardering voor ons rekenonderwijs ligt een hele geschiedenis. Twintig jaar Wiskobas bijvoorbeeld. Ook de kwaliteit van onze leerkrachten basisonderwijs heeft natuurlijk grote invloed op het rekenonderwijs. Die kwaliteit blijft een voortdurend punt van zorg. Het is dus dan ook een voortdurende uitdaging de leerkracht voor de klas goed voor te bereiden op zijn/haar taak in het reken/wiskundeonderwijs. En daarmee zijn we bij de opleiding voor leraren voor het basisonderwijs.

Het onderwijs op de Pabo

Hoe staat het nu met die voorbereiding? Op veel Pabo's wordt de boekenserie *Wiskunde en didactiek*² gebruikt van Fred Goffree. Die serie bestaat uit drie delen wiskunde en didactiek en één deel speciaal bedoeld voor de

¹Vanaf die tijd gebruik ik het algoritme zelf herhaaldelijk als scholingsinstrument om de kracht van concrete onderbouwing en progressief schematiseren te laten zien. En zo werkte het ook in de nascholingscursus voor wiskundeleraren. Het was een indrukwekkende ervaring die hoop ik er niet alleen voor zorgt dat het algoritme recon-

rekenvaardigheid. Ze zijn bedoeld om de gehele opleiding in het reken/wiskundeonderwijs op de Pabo vorm te geven, en zo zorg te dragen voor een didactisch leerproces. Voorwaar een prachtig idee, waarop andere vakken en ook andere opleidingen, zoals de NLO's, nog weleens jaloers zijn. Het feit dat kortgeleden het geheel herziene deel 2 op de markt kwam is de aanleiding van dit artikel.

Het reken/wiskundeonderwijs

Twintig jaar geleden was Wiskobas de grondlegger van het realistisch reken/wiskundeonderwijs dat de belangrijkste stroming lijkt te worden in het rekenonderwijs van de basisschool. Wiskobas werd altijd aangeduid als een beweging die het rekenonderwijs 180 graden moest laten draaien en het naderend onheil van de New Math moest afwenden. We kunnen vaststellen dat Wiskobas daarin geslaagd is, alhoewel de inhoud van de term 'realistisch' in de loop der tijden wel wat is aangepast. Het onderwijsveld heeft in de praktische uitwerking ook wel voor wat 'demping' gezorgd. Vanuit die beweging is ook het boek *Wiskunde en didactiek* ontstaan en in het begin van de jaren tachtig verschenen. Het heeft zich in het Pabo-onderwijs genesteld en we kunnen gevoeglijk zeggen dat vanaf die tijd vrijwel elke afgestudeerde Pabostudent het boek op de een of andere wijze bestudeerd zal hebben. Het wordt beschouwd als het standaardwerk voor rekenen en didactiek. En terecht, want het is een prachtige compositie van intelligente didactiek.

De inhoud

Deel 2 behandelt in vier dikke hoofdstukken de min of meer traditionele rekenonderwerpen als meten, algoritmen, redactieopgaven en meetkunde. Het boek is herzien op grond van ontwikkelingen in het Pabo-onderwijs en in het onderwijs in rekenen en wiskunde. Dat heeft gevolgen gehad voor de inhoud. De stukken over het jonge kind met name, zijn meer geïntegreerd met de andere hoofdstukken. De hoofdstukken zijn uitgebreid in de richting van gecijferdheid en bevatten veel meer voorbeelden uit methoden, die de vertaling naar de praktijk gemakkelijker moeten maken. Bovendien zijn reflectieve antwoorden op de opgaven opgenomen.

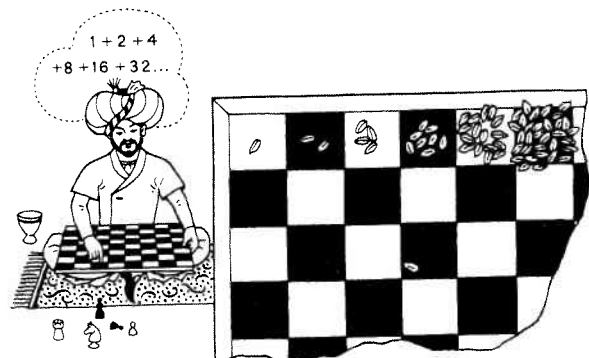
Er zijn meer verwijzingen en er is een uitgebreide index. Het geheel oogt uiterst verzorgd en van hieruit gezien moet de herziening ontzettend veel werk geweest zijn. De opbouw is gelijk gebleven en ademt een specifieke opleidingsdidactiek. In een notedop betekent die didactiek: een instapprobleem op eigen niveau zorgt voor de gemotiveerde instap, maakt reflecties op oplossingen van een ieder mogelijk en dat geeft weer aanleiding om een didactisch perspectief naar het eigen onderwijs te schetsen. In dat didactisch kader zit het idee dat een student door geleide herontdekking van wiskundige principes via veel opdrachten zijn of haar eigen wiskunde op-

bouwt en deze werkwijze ook kan overzetten naar situaties waarin kinderen iets analogoos moeten leren. Deze eigenzinnige manier om studenten op te leiden wordt in elk hoofdstuk volgehouden.

Ervaringen met de vorige versie

De tegelzetter die aan het begin werd opgevoerd is één van die instapproblemen op eigen niveau. In dit geval moet die er voor zorgen dat studenten worden ingevoerd in de problematiek van het leren van algoritmen. Dat kan op twee manieren, op een mechanistische of op een realistische manier. De realistische manier zorgt eerst voor een concrete basis en leidt via logische en noodzakelijke verkortingen naar een vorm van het standaardalgoritme, dat uiteindelijk flexibel en automatisch uitgevoerd kan worden. Dat proces heet progressief schematiseren. Dit tegenover progressief compliceren, waarbij direct het standaardalgoritme wordt aangeleerd en daarna wordt toegepast op situaties waarbij steeds de moeilijkheidsgraad van de getallen wordt opgevoerd. Een noodzakelijke voorwaarde voor het op deze manier leren hoe algoritmen geleerd worden, is dat je als lerende moet willen instappen in zo'n paradigmatisch voorbeeld. Je moet meegaan en je moet je voortdurend bewust zijn van de wil ermee door te gaan. Mijn ervaring is dat studenten dat niet zonder meer doen. Het 'oude' worteltrekalgoritme is hen onbekend en dat maakt vergelijken en reflectie op eigen leerprocessen moeilijker. Totaal anders gaat het, zoals gezegd, als je dit voorbeeld gebruikt bij nascholing van wiskundeleraren. Dan loopt dat veel beter.

Voor veel studenten is het niet altijd motiverend om te weten hoe je het ook anders kunt doen. Vaak houden ze uit (reken)angst liever vast aan een onbegrepen algoritme dat in ieder geval succes brengt dan opnieuw te gaan leren. Je kiest tenslotte liever een vertrouwd stuk gereedschap uit je gereedschapskist dan dat je voor hetzelfde karwei eerst weer een nieuw 'modern' gereedschap moet leren kennen en hanteren. Een vergelijkbare ervaring had ik met het instapprobleem uit hoofdstuk 3, waarin door middel van de graankorrels op het schaakbord de problematiek van het rijke contextprobleem versus de oude redactiesom wordt geïntroduceerd.



Als studenten niet instappen wordt het reflecteren en het schetsen van het didactisch perspectief dat je nodig hebt voor het lesgeven in het onderwijs, ook heel lastig en kan zelfs verkeerd uitpakken. De in het boek gekozen opleidingsdidactiek staat of valt dus met de (leer)omgeving. Dat heeft met het boek te maken, maar ook met de Pabo-docent rekenen en wiskunde die in die specifieke opleidingsdidactiek moet geloven en de organisatie van zo'n leerproces in haar of zijn vingers heeft. Het heeft te maken met de onderwijsstijl van de docent die moet aansluiten bij de leerstijl van de student. Dat is ook wat het boek vraagt. Je moet er in geloven en je moet er in mee-gaan. De dubbele bodem die er in zit, moet je expliciet kunnen maken. Daarvoor is vertrouwen nodig dat je zo de dingen leert die je als leraar basisonderwijs nodig hebt.

Een andere ervaring heeft te maken met de geïntegreerdheid van de rekenvaardigheid. Het is bekend dat de rekenvaardigheid van de Pabo-student niet geweldig is. Zij (en een enkele hij) rekent vaak erg zwak en zeker niet graag. Het merendeel van de studenten heeft een, om het oneerbiedig te zeggen, alpha-achtig pakket op de havo gehad en pogingen om wiskunde verplicht te stellen zijn uiteindelijk niet gelukt.

Op veel Pabo's is die rekenvaardigheid een voortdurende zorg. En terecht, want je kunt nog zo'n goede didacticus zijn, je moet ook je vak beheersen en dus zelf ook goed kunnen rekenen. In het boek zelf is de rekenvaardigheid wat verscholen, op sommige plaatsen zelfs onzichtbaar. Zo onzichtbaar dat studenten vragen om expliciete oefeningen in rekenvaardigheid.

Dat is ook de reden van het ontstaan van een boek *Wiskunde en didactiek, deel 0*, een verzameling opgaven om rekenvaardigheid te oefenen. Toch lijkt dat onvoldoende, nog te weinig komen fundamentele vaardigheden aan bod.

Nog een andere ervaring heeft betrekking op de relatie met de praktijk. Dat is een bekend fenomeen in de wereld van de opleidingen. Studenten hebben moeite dat wat ze geleerd hebben in de didactieklessen te herkennen in de praktijk van alledag. Al gauw klinken dan geluiden dat ze niets geleerd hebben van die didactieklessen en de docenten wordt verweten te ver van de praktijk af te staan. Enige relativisering van die geluiden is op zijn plaats, dat is duidelijk, maar er schuilt ook een kern van waarheid in. De opleiding vindt dat ze de student iets te vertellen heeft, maar dat is niet altijd wat de student wil horen.

Zo is het ook een beetje met het oude deel van *Wiskunde en didactiek*, het geeft een beeld van het rekenonderwijs van de basisschool zoals dat zou moeten zijn en probeert van studenten missionarissen te maken van het nieuwe geloof. Studenten willen dat niet altijd en verzetten zich daartegen door een strikte systeemscheiding aan te brengen tussen opleiding en stage.

Het nieuwe deel

Het oude deel 2 ademde de sfeer van de zeventiger jaren. Maar er is veel veranderd in de Pabo: de P. A. en de Klos zijn geïntegreerd, de havo-toppen zijn losgekoppeld, de Pabo's zijn ondergebracht bij grote HBO-instellingen. Dit heeft invloed op het onderwijs. De Pabo-student van nu is een andere dan die van tien tot vijftien jaar geleden. De rekenvaardigheid is gemiddeld zeker niet meer dan gemiddeld en baart veel zorgen, maar ook de onderwijsvraag is een andere geworden. Het oude deel past niet bij de huidige situatie, met name op het punt van rekenvaardigheid, het jonge kind, de duidelijkheid van de opdrachten.

Het nieuwe boek komt in hoge mate tegemoet aan deze veranderingen. Het heeft het jonge kind meer geïntegreerd, het heeft oplossingen op de vragen toegevoegd, het heeft veel meer de praktijk binnengehaald. Kwamen vroeger de voorbeelden voornamelijk uit Wiskobas-materialen, nu komen de voorbeelden vooral uit de bestaande reken/wiskundemethoden.

Een punt van verwondering daarbij is dat de meeste voorbeelden uit *Rekenen en Wiskunde* komen, een methode die weliswaar een belangrijke groei doormaakt, maar zeker niet de enige is die aanspraak kan maken op een realistische aanpak.

Het is een veel directer boek geworden, eenvoudiger te hanteren ook. Studenten kunnen nu veel duidelijker vinden wat ze willen weten, hetgeen goed aansluit bij de huidige student. Wel moet gezegd worden dat het deel 2 vergeleken met de oude druk door de nieuwe stukken wat minder evenwichtig is geworden. Het is wat fragmentarischer, hoewel de fragmenten op zich van hoog niveau zijn.

Opleidingsdidactiek

Hierboven is al het een en ander gezegd over de didactiek van de opleiding. Hoe leer je studenten een goed leraar te worden? Met behulp van een goed didactiekboek, bijvoorbeeld *Wiskunde en didactiek* is dat. Het heeft echter een bepaalde visie op opleidingsdidactiek die haaks kan staan op de wijze waarop de betreffende opleiding georganiseerd is.

Wiskunde en didactiek heeft veel zogenoemde contacturen met studenten nodig, een veilige sfeer, met veel interactie en begeleiding. In de huidige situatie in het HBO-onderwijs is dat niet altijd meer te realiseren en de vraag voor de opleider is dan waar je op bezuinigt. Minder hoofdstukken, globaler met de stof omgaan? Je kunt het niet met een hoorcollege af, je moet een wereld van rekenen en wiskunde creëren, maar op welke opleiding kan dat nog?

Als je het boek snel doorwerkt mis je de boodschap die, behalve op, ook tussen de regels te vinden is. Het boek

gaat er vanuit dat studenten zelf hun vaardigheden moeten verwerven. Het heeft een optimistische kijk op het zelfontwikkelen van de Pabo-student in de context van de groter wordende, modulair-opgebouwde HBO-instellingen.

Mijn voorkeur zou uitgaan naar het combineren van de sterke didactische lijn van *Wiskunde en didactiek* met de uiterst praktisch gerichte delen van de *Proeve van een nationaal programma voor het reken/wiskundeonderwijs* van Treffers en De Moor³.

Deze boeken staan heel dicht bij het reken/wiskundeonderwijs van de basisschool. Ze vormen alleen nog geen opleidingsonderwijs. Een combinatie van die publicaties, op maat gemaakt voor de opleiding op de Pabo lijkt me ideaal.

Noten

- [1] Met dank aan Anneke van Gool voor op- en aanmerkingen.
- [2] Goffree, F. (1983-1992). *Wiskunde en didactiek*, 4 delen, Wolters Noordhoff, Groningen
- [3] Treffers, A. en E. de Moor (1989-1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken/wiskundeonderwijs*, 2 delen, Zwijsen b.v., Tilburg

Wiskunde & Didactiek, deel 2. 2e druk 1992

Auteur: Fred Goffree

Uitgever: Wolters-Noordhoff

Aantal pagina's: 289

ISBN: 90 01 34667 7

Prijs: f 52,50